幾何學原礎

一

幾何學原礎巻之一

亞國　格拉克（グラーク）先生口授

山本[illegible]

川北朝鄰　詳

考定第一問題

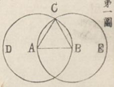
限りある定直線上ニ等辺三角形を畫く事

定直線にABを命し、其ABの上に等辺三角を畫くを求む、Aを中心となし、AB乃距離にて、BCDの圏を畫く(P3)又Bを中心となし、BA乃距離にて、ACEの圏を畫き、其二圏乃交点CよりAB乃点迄CA CB乃二直線を畫く(P1)其ABC乃三角ハ等面なるべし

（證）A点はBCDの圏の中心なる故、（D15）に因て(1)あり、又B点はACEの圏の中心ある故(2)なり、今AC BCの各はABに等し、且等き物に等き物は互に等し（A1）(3)なり、夫故にABCの三角は等辺なり、而して定直線ABの上に畫き得たり

AC=AB (1)
BC=BA (2)
∴ CA=AB=BC (3)

第一圖



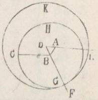
考定第二問題

定直線に等き直線を定点より畫く事

定点をAと命し、定直線をBCと命せ、今BCに等き直線をA点より畫くを求む

A点より直線BCのB点迄直線ABを畫き、而してABの上に等辺三角DAB（J.1）を畫く、DA DBをEFに引延し、（P2）Bを中心とし、BCの距離を以て、CGHの圏を畫き、而してDを中心とし、DGの距離を以て、GKLの圏を畫く時は、ALはBCと等かるべし

第二圖



（證）BはCGHの圏の中心なる故、(1)あり、又DはGKLの圏の中心ある故(2)なり、其一分隻を(3)なり、(2)より(3)を減し其残りを（A.3）に因て(4)あり、併BCのBGに等きを(I)にて已に顯たる故に、AL BCの

BC = BG (1)
DL = DG (2)
DA = DB (3)
AL = BG (4)
AL = BC (5)

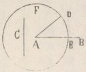
各ハBGに等きなり、而して等き物に等き物ハ互に等きに因て(5)なり、夫故に定点Aより、直線ALハ、定直線BCヲ等く、書き得たり

考定第三問題

定二直線の大なる線より小なる線に等き部分を切事

定二直線にAB及Cを命し、ABを大なる線とし、今大なるABより、小なるCに等き部分を切る事を求む

第三圖



A点より直線ADをCヲ等く畫く(1.2)、而してAを中心とし、ADの距離を以てDEFの圏を畫く

(證) AハDEFの圏乃中心なる故(1)あり、

$$AE = AD \quad (1)$$

$$C = AD \quad (2)$$

$$\therefore AE = C \quad (3)$$

且直線ADをCに等く畫きたる故(2)あり、今AE及C乃各ハADヲ等き故(3)あり、而して定二線の大なるABより、其分隻AEをCにひとしく切得たり

考定第四定理

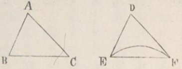
若二ッの三角ありて其第一の三角ハ二辺各第二の三角乃二邊各ヲ等く、而して互ヲ等き邊に有せる角等き時ハ、其底も等く、此二ッの三角ハ同形あり、而して等

き辺に對せる他の角も、又等かるべし

ABC DEFを二ッの三角に命し、其AB ACの二邊各、DE DFの二邊各に等く、即ABはDEに等くACはDFに等し、而してBACの角はEDFの角に等き時は、BCの底EFの底に等くしてABCの三角、恰もDEFの三角と同形なり、而して等き辺に對せる他の角も、又等かるべし、即ABCの角はDEFの角にひとしく、ACBの角はDFEの角に等しかるべし

第四圖

（證）ABCの三角をDEFの三角に重る時は、A点はD点の上



先知
$AB = DE$ (1)
$AC = DF$ (2)
$BA + AC = ED + DF$ (3)
$\angle BAC = \angle EDF$ (4)

$BC = EF$ (5)
$\triangle ABC = \triangle DEF$ (6)
$\angle ABC = \angle DEF$ (7)
$\angle ACB = \angle DFE$ (8)

に来る、而してABハDEに等き故に、ABの直線ハDEの直線乃上に来り、B点もE点一致し、ABとDEと一致すべし、且BACの角ハEDFの角に等きハ先知なる故に、ACハDFの上に来る、ACハDFに等きを以てC点もF点と一致し、ACとDFと一致すべし、今B点とE点と一致し、C点もF点と一致する時ハ、BCとEFと一致せざるを得ず若BとE、CとF一致して、BCとEFと一致せざれバ、二直線場所を圍むに當れり(A10)に因て夫ハ出来難きなり故にBCの底とEFの底と一致するを以て(5)なり、而してABCの三角とDEFの三角と全く一致す故(A8)に因て(6)なり而して他の角皆一致せざるを得ず、故に(7)(8)なるを知る大故に若二ッの三角有て云々

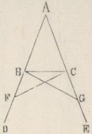
考定第五定理

二等辺三角乃底角ハ互に等しかるべし、且二等辺を引延し、底の外方乃角も互に等しかるべし

ABCを二等邊三角と命し、其ABの辺ハACの邊と相等し、而してAB AC乃二直線をD、Eに引延すと紀へABCの角ハACB乃角に等く、又CBDの角ハBCE乃角に等しかるべし

F点をADに設け、而して大なるAFよりAGを、小なるAFに等しく切る(1.3)FC GBを結ぶ

第五圖



先知

$AF = AG$ (1)

$AC = AB$ (2)

$FA + AC = GA + AB$ (3)

$\angle FAC = \angle GAB$ (4)

(14)

$FC = GB$ (5)

$\triangle AFC = \triangle AGB$ (6)

$\angle ACF = \angle ABG$ (7)

$\angle AFC = \angle AGB$ (8)

(證)(1)(2)(3)を先知にして、FAGの角をAFC AGBの二ツの三角に

先知

$BF = CG$ (9)

$FC = GB$ (5)

$BF + FC = CG + GB$ (10)

$\angle BFC = \angle CGB$ (8)

(1.4)

$\triangle BFC = \triangle CGB$ (11)

$\angle FBC = \angle GCB$ (12)

$\angle BCF = \angle CBG$ (13)

$\angle ABG = \angle ACF$ (7)

$\angle CBG = \angle BCF$ (13)

$\angle ABC = \angle ACB$ (14)

普通なる故ニ(4)あり、(1.4)に因て底の等きは(5)二ツの三角同形は(6)等き辺ニ對する角皆等し即(7)(8)なり、且全線AFは全線AGニ等く、其分隻線ABとAC又等き(1)(2)に顯したり、今(1)より(2)を減し残は(9)あり、而して(9)(5)(10)(8)は先知ある故(1.4)ニ因て(11)(12)(13)を知る、「底BCはBFC CGB乃二ツの三角ニ普通なる故に是を載せず」又(7)より其部分なる(13)を減すれば、二等辺三角の底角ABCとACB互ニ等きを知る(14)なり、而してFBCの角とGCBの角互に等きは(12)ニ於て已に顯したり、是底の外方に於る角なり、夫故に二等邊三角云々

（系證）等辺三角は其角皆等き事明あり

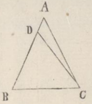
考定第六定理

若三角の二角互ニ等き時は、其等き角に對する辺も又互に等かるべし

ABCを三角に命し、其ABCの角とACB乃角、互ニ等き時はABの邊はACの邊に等かるべし

若ABとACを等からずとすれば、其一辺は他の辺より大ならざるを得ず、今ABを大なりとして而して[illegible]よりDBを小なるACに等く切り、CDを結ぶ

第六圖



先知

$$DB = AC \quad (1)$$

$$BC = BC \quad (2)$$

$$DB + BC = AC + CB \quad (3)$$

$$\angle DBC = \angle ACB \quad (4)$$

(1.4)

$$DC = AB \quad (5)$$

$$\triangle DBC = \triangle ACB \quad (6)$$

$$\triangle DBC < \triangle ACB \quad (7)$$

（證）DBC ABC の二ッの三角に於て(1)(2)(3)(4)を先知なる故に、(1.4)に因て底乃等きを(5)にして、二ッの三角同形なる(6)なり、しかるに圖による時は(7)にして不同なり、小の大に等きは理に於てあらざるなり、故にABもACと等からざるにあらず、即等きなり、夫故に若三角は二角云々

（系證）等角の三角は、等辺なる事明なり

考定第七定理

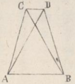
一底線の一方に、等き二ッ乃三角は、畫き能はざるかなり、即右辺も右辺等しく、底の右端に終り、左辺も左辺と等くして、底乃左端終る所乃者をいふなり

若夫この畫かるを能ふ處あらば、一底線ABの一方

に於てACB ADBの二ッの三角乃、CA DAの等き二辺共に一底線のA端に終り、又其CB DBの等き二邊共に一底線のB端に終るべく畫くべし

爰に於て三角の頂点の各ゝ、他の三角の外にあるべし、而して CD 結ぶ

第七圖



先知 $AC = AD$ (1)

(1.5)

$\llcorner ACD = \llcorner ADC$ (2)

$\llcorner ACD > \llcorner BCD$ (3)

(A.9)

$\llcorner ADC > \llcorner BCD$ (4)

$\llcorner BDC > \llcorner BCD$ (5)

先知 $BD = BC$ (6)

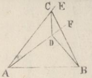
(1.5)

$\llcorner BDC = \llcorner BCD$ (7)

（證）(1)を先知なる故に(1.5)に因て(2)を得、圖に因れば(3)なり、(A.9)に因て(4)を知る、且圖に因れば BDC の角が ADC 乃角より大なる故に(5)なる事判然たり、又(6)を先知なる故に、(1.5)因れば BDC の角は BCD 乃角に等き(7)なり、併(5)に於て BDC の角が BCD の角より大なる殊顯なり、夫を出来せさるなり

然と雖に若 ABD の三角の頂角 D が、ABC の内に有る時を畫ことを能ふと思はば AC AD を E F に引延し CD を結ぶ

（證）ACD の三角に於て、AC は AD に等き故に、(1.5)に因れば、底線 CD の外方に於る角、互に等き(2)なり、併圖に因れば(3)なる故に(4)なる明なり、又圖に因れば FDC の角より



$$AC = AD \quad (1)$$

(1.5)

$$\angle ECD = \angle FDC \quad (2)$$

$$\angle ECD > \angle BCD \quad (3)$$

$$\angle FDC > \angle BCD \quad (4)$$

$$\angle BDC > \angle BCD \quad (5)$$

$$BD = BC \quad (6)$$

(1.5)

$$\angle BDC = \angle BCD \quad (7)$$

大なる故に(5)なる事明なり、且(6)を先知なる故、(1.5)に因て(7)なるを知る、(5)と(7)を比較するに、(5)に於て不等にして、(7)に於て相等し、是理に於いてあらざるな所なり、故に出来せざる也且三角の頂角は、他の三角乃辺の上にある者は、嘗て試に及ざるなり、夫故に一底線の一方於て

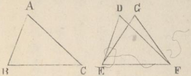
考定第八定理

若二ッの三角に於て、第一の三角乃二辺各第二の三角の二辺各に等く、且其底も等き時は、第一の三角の二邊に有する角、第二の三角乃夫に等き二邊に有する角に等かるべし、

ABC DEFを二ッの三角に命し、其第一の三角のAB AC乃二辺各第二乃三角のDE DFの二辺各に等し、即ABとDE ACとDF相等きなり、而して底線BCは底線EFに等き時は、BACの角はEDFの角に等かるべし

(證)ABCの三角をDEFの三角に重る時は、B点はE点んの

第八圖



$$\text{先知}\left\{\begin{array}{lr} AB=DE & (1)\\ AC=DF & (2)\\ BA+AC=ED+DF & (3)\\ BC=EF & (4)\\ \llcorner BAC=\llcorner EDF & (5)\end{array}\right.$$

上ゟ来り、BCは EFと重り、BC EF等きを以て、C点が又F点と一致し、BCは EFと一致する故に又BA ACがED DFと一致すべし、若底線BCが底線EFと一致して、BA CAの二邊は ED FDの二辺と一致せざる時は、EG FGの如く轆轤すべし、然る時は一底線EFの一方に於て、EDF EGFの二ッ乃三角、即ち右辺と右辺等くして、底の右端に終り、左辺と左辺等くして底の左端に終る所の者を、畫くに當る為し、(1.7)に因て夫は出来せざるかを證せり、是を以て底線EF BC一致する時はBA ACの二辺は、ED DFの二辺も、一致せざる能はざるなり、故に(1)(2)(3)(4)先知なれば、BACの角がEDFの角も一致するを以て(5)あるを知る夫故に若二ッ乃三角に於て云く

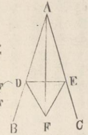
考定第九問題

定直線角を等分する事

ABCを定直線角に命し、是を等分する事を求む

AB線中に随意に、D点を設け(1.3)に因てAEをADに等く切りDEを結ぶ、而して(1.1)に因て、DEの上よりA角に反對してDEFの等辺三角を書き、AFを結ぶ爰に於て直線AFはBACの角を等分すべし

第九圖



(證) ADはAEに等く、AFはDAF EAFの二ッの三角に普通なる故に、DA AFの二辺各は、EA AFの二辺各に等く、及び底線DFは底線EFに等し、即(1)(2)(3)(4)是先知なる故に、(1.8)に因れバ、DAFの角はEAFの角に等きを知る(5)なり、夫故に定直線角BACを直線AFに因て等分するを得たり

先知
$$\left\{\begin{array}{ll} AD=AE & (1)\\ AF=AF & (2)\\ DA+AF=EA+AF & (3)\\ DF=EF & (4)\end{array}\right.$$

(1.8)

$$\llcorner DAF=\llcorner EAF \qquad (5)$$

考定第十問題

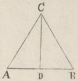
限りある定直線を等分する事

ABを定直線に命し、是を等分する事を求む

ABの上に(1.1)に因て、ABCの等辺三角を書き、而して(1.9)に因てACBの角をCDに因て等分する時は、直線ABをD点に於て、等分し得べし

(證) ACはCBに等く、及びCDはACD BCDの二ッの三角に普通な

第十圖



先知

$$AC = CB \quad (1)$$
$$CD = CD \quad (2)$$
$$AC + CD = BC + CD \quad (3)$$
$$\angle ACD = \angle BCD \quad (4)$$

(1.4)

$$AD = BD \quad (5)$$

る故に、AC CDの二辺各、BC CD乃二辺各に等く、且ACDの角をBCDの角に等く組立たり、即(1)(2)(3)(4)に先知になる故に、(1.4)に因て底線ADの、底線BDに等きを知る(5)なり、夫故に直線ABをD点に於て等分せり

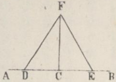
考定第十一問題

定直線に直角に、定点より直線を畫く事

ABを定直線に命し、Cを夫に於る定点と命も、而してABに直角に、C点より直線を畫く事を求む

ACに随意にD点を設け、(1.3)に因てCEをCDに等くも、而してDEの上に等辺三角形畫き、CFを結ぶ、是に於て直線CFの、定直線ABに直角に、定点Cより画き得たるを

第十一圖



先知

$$DC = CE \quad (1)$$
$$CF = CF \quad (2)$$
$$DC + CF = EC + CF \quad (3)$$
$$DF = EF \quad (4)$$

(1.8)

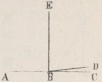
$$\angle DCF = \angle ECF \quad (5)$$

(證)DCのCEに等く、

及びCFがDCF ECFの二ッの三角は普通なる故に、DC CF乃二辺各、EC CF乃二邊各は等しく、底線DFが底線EFに等きを以て、(1)(2)(3)(4)を先知なきも、(1.8)に因てDCFの角がECFの角に等く、且傍角なり、若直線が他の直線の上に立て、傍角互に等き時は、其角の各を直角と名付く、(D.10)に擧たり、因てDCF ECF乃角の各は直角なり、夫故は定点Cより、定直線ABに直角にて、直線CFを画き得たり

（系）（證）此問題に因て、二直線普通の分線を持、觝をざるか明なり

若二直線に普通の分線を有する事出来ると思はゞ二直線ABC ABDは普通の分線ABを有せしめ而してB点よりBEを、ABに直角に畫く



$\llcorner CBE = \llcorner EBA$ (1)

$\llcorner DBE = \llcorner EBA$ (2)

$\therefore \llcorner DBE = \llcorner CBE$ (3)

$\llcorner DBE < \llcorner CBE$ (4)

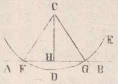
（證）ABCが直線なる故に、(D10)に因て(1)なり、又ABDが直線なる故に(2)なり、(1)(2)に因て(3)を得、小の大に等しとなりに、是理はあらざるなり、夫故に二直線普通の分線を持觝へざるなり

考定第十二問題

限りなき長さの定直線に、垂線を其外方の定点より

畫く事

AB線或る長さに迄、両方に引延能ふ所の、定直線に命し、Cを夫の外方なる定点に命し、而して C点より AB に、垂線を畫く事を求む



第十二圖

C点より AB を越えて、D点を設け、CD の距離を以て、F G に於て AB に會ふを画き、EGF の圏を畫き、(I.10) に因て FG を H に於て等分し、CF CH CG を結ぶ、然る時は直線 CH は、定直線 AB に垂線に、定点 C より畫き得たり

(證) FH は HG に等く、且 HC は FHC GHC の二ツの三角は普通なる故に、FH HC 乃二辺各、GH HC の二辺各に等く、底線 CF は、底線 CG に等きを以て、(1) (2) (3) (4) を先知なる故に (I.8) に因て FHC の角は GHC の角に等きを知る (5) なり、而して此角は旁角なり、若直線は他の直線の上に立て、旁角互に等き時は、其角の各を直角と名付、而して他の上に立つ所の直線を、夫に垂線と命ず、(D.10)ゟ來なり、是に因て CH は AB に垂線なり、夫故に外方の定点 C より、CH を定直線 AB に、垂線を畫き得たり

$$
\text{先知}\left\{
\begin{array}{lr}
FH = HG & (1)\\
HC = HC & (2)\\
FH + HC = GH + HC & (3)\\
FC = GC & (4)
\end{array}
\right.
$$

$$(I.8)$$

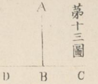
$$\angle FHC = \angle GHC \qquad (5)$$

考定第十三定理

直線ハ他の直線の一方に會して、二角をなせ、其角の各ハ直角なり、或ハ是状集れバ、二直角に等きなり

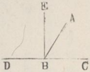
直線ABハ、直線CDの一方に會して、CBA ABDの二角をなせ、其角の各ハ直角なり、或ハ是を集れバ、二直角に等きなり

第十三圖



$\llcorner CBA = \llcorner ABD$ (1)

(證)若(1)の如く、CBAの角ハABDの角に等き時ハ、(D.10)に因て其角の各ハ直角なり、然れども若等からざる時ハ、(I.11)に因てB点よりBEをCDニ直角に畫く、爰に於て



$\llcorner CBE = \llcorner CBA + \llcorner ABE$ (2)

$\llcorner CBE + \llcorner EBD = \llcorner CBA + \llcorner ABE + \llcorner EBD$ (3)

$\llcorner DBA = \llcorner DBE + \llcorner EBA$ (4)

$\llcorner DBA + \llcorner ABC = \llcorner DBE + \llcorner EBA + \llcorner ABC$ (5)

$\llcorner CBE + \llcorner EBD = \llcorner DBA + \llcorner ABC$ (6)

$\llcorner CBE + \llcorner EBD = 2R$ (7)

$\llcorner DBA + \llcorner ABC = 2R$ (8)

CBE EBDの二角を集て、二直角ニ等きなり、而してCBEの角ハCBA ABEの二角に等きなり(2)、其等き各にEBDの角を加へて、(A2)に因て(3)を得、又DBA

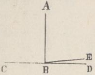
の角ハDBE EBA乃二角に等き(4)あり、其等き各にABCの角を加ふ時ハ(5)あり、併(3)ニ於てCBE EBDの二角ハ同し三ツの角に等き事を顯したり、而して等き物に等き物ハ互に等し、(A.1)ニ擧たり故に(6)あり、且CBE EBDハ前に擧たる如く二直角なるヿ因て(7)ニして、DBA ABCを集て、二直角に等きを得る(8)なり、夫故に直線ハ他の直線云云

考定第十四定理

若直線ハ他の二直線と、一点に會して、其相對せる一方に於て、旁角を集めて、二直角に等からしめバ、此二直線ハ、一直線をなすべし

直線ABハ、二直線BC BDと、B点に會して、AB に相對せる方に於て、旁角ABC ABDを集めて、二直角に等からしめバ、BDとBCハ一直線をなすべし

第十四圖



先知

$\llcorner CBA+\llcorner ABE=2R$　(1.13)　(1)

$\llcorner CBA+\llcorner ABD=2R$　(2)

$\llcorner CBA+\llcorner ABE=\llcorner CBA+\llcorner ABD$　(3)

$\llcorner ABE=\llcorner ABD$　(4)

$\llcorner ABE<\llcorner ABD$　(5)

(證)若BDとBCハ一直線をなさずと思ハゞBEを夫と一直線と思ふ方へ引べし、爰に於て(1.13)に因れバ直線ABハ直線CBEの一方に會してCBA ABEの二角を合せ是を集めて二直角に等とせ(1)あり、且CBA ABD乃

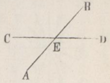
二角を集めて、二直角ふ等き先知ふして(2)あり、故に CBA ABE の二角は、CBA ABD の二角に等き(3)なり、(A.3)ふ因まて、其等き各より、普通なる CBA の角を減し、残り ABE の角は残り ABD の角ふ等き(4)あり、圖ふ因ふ(5)なり、小の大に等きは理ふあらざるなり、故ふ BE は BC と一直線をなさゞるなり、同法を以て BD 乃他は、BC と一直線をなすを能はざるを顕し得べし、夫故に若直線は他二直線（云云）

考定第十五定理

若二直線互ふ切合時は、相對る角互ふ等かるべし

AB CD の二直線、E点ふ於て互ふ切合時は、AEC 乃角は BED の角ふ等く、AED の角は BEC の角も等かるべし

第十五圖



$$\llcorner AEC+\llcorner AED=2R \quad (I.13) \quad (1)$$

$$\llcorner AED+\llcorner BED=2R \quad 〃 \quad (2)$$

$$\llcorner AED+\llcorner BED=\llcorner AEC+\llcorner AED \quad (3)$$

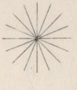
$$\llcorner BED=\llcorner AEC \quad (4)$$

（證）(I.13)ふ因まて、直線 AE は CD と會して、AEC AED 乃角をなし、是を集めて二直角ふ等しとせ(1)あり、又直線 DE は AB と會して、AED BED の角をなし、是を集めて二直角ふ等しとせ(2)あり、(1)(2)共ふ二直角ふ等きを以て、AED BED の二角は、AEC AED ふ等きを得る(3)あり、其等き各ふ普通なる AED の角を減し、残り BED の角は、AEC の角

に等き既知す(4)なり、而して同法を以て、AEDの角とBEC
の角に等き、證を顯し得べし、夫故に若二直線（云々）

（系）證第一、若二直線互に切合時は、其切合所の点に
於ける、四角を集むれバ、四直角に等き事明なり

（系）證第二　若一点より會する、許多の直線に因てなる
總角を集むれバ、四直角にひとしき
者なり



圖の如く許多の直線（假に十六個を画く）一点
に集る時は此總角（十六個の角）を集る時
は四直角なり

考定第十六定理

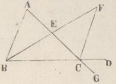
若三角の一邊を、引延す時は、其外角は、是に對する内
角の、何れよりも、大なるべし

ABCを三角に命じ、其一辺BCをDに引延し、外角ACDは、是
に對する内角、CBA BACの何れよりも大なり

(1.10)に因てACをE点に於て等分し、BEを結ぶ、而してBE
をFに引延し、(1.3)に因てEFをBEに等くなし而して FC
を結ぶ

（證）AEはECに等く、BEはEFに等き故に、AE EB二邊各、CE EF
の二邊各に等く、且、AEB CEFは相對する頂角なる故に、(1.15)
に因てAEBの角は、CEFの角に等し、即(1)(2)(3)(4)は先知なる
る故に、(1.4)に因れば、底線等きハ(5)、二ッの三角同形なる

第十六圖



先知

$AE = EC$ (1)

$BE = EF$ (2)

$AE + EB = CE + EF$ (3)

$\angle AEB = \angle CEF$ (1.15) (4)

(1.4)

$AB = CF$ (5)

$\triangle AEB = \triangle CEF$ (6)

$\angle BAE = \angle ECF$ (7)

$\angle ECD > \angle ECF$ (8)

$\angle ACD > \angle BAE$ or $\angle BAC$ (9)

(6)にして等き邊に對せる角は各〻、各に等きを知る故に(7)を得、且圖に因れば(8)なる故、ACDの角は、BAE或はBACの角より大なるを知る(9)なり、而して同法に因て、ACをGに引延し、BCを等分する時は、(1.15)に因てBCGの角はACDの角に等しくして、ABCの角より大なる事を顯し得べし、夫故に若三角は一邊云云

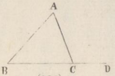
考定第十七定理

三角の内、何れの二角を集むるとも、二直角より小なり

ABC然三角を命し、其何れの二角を集むるとも、二直角より小なり

(證)BCをDを引延せる時は、ACDはABCの三角の外角なる故、(1.16)に因れば、ACDの角は是に對する内角ABCより大なる

第十七圖



(1.16)

$\angle ACD > \angle ABC$ (1)

$\angle ACD + \angle ACB > \angle ABC + \angle ACB$ (2)

$\angle ACD + \angle ACB = 2R$ (1.13) (3)

$\angle ABC + \angle ACB < 2R$ (4)

(1)なり、A.(4)に因れバ、其異る各にACBの角が加へて、ACD ACBの角を集めて、ABC ACBの角を集めし者より大なる(2)なり、併(1.13)に因れバ、ACD ACBの角を集むる時ハ二直角に等き故に(3)なり是に因てABC ACBを集むれバ、二直角より小なるを知る(4)なり、而して同法に於て BAC ACBの角、又CAB ABCの角を集めて、二直角より小なる事が

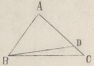
證し得べし、夫故に三角の何れの 云云

考定第十八定理

凡て三角の大なる邊ハ、大なる角に對する者なり

ABCを三角に命し、其ACの辺ハ、ABの辺より大なる時ハ、ABCの角ハ、又ACBの角より大なる者なり

第十八圖



$\angle ADB > \angle DCB$ (1.16) (1)

先知 $AB = AB$ (2)

(1.5)

$\angle ADB = \angle ABD$ (3)

$\therefore \angle ABD > \angle ACB$ (4)

$\angle ABC > \angle ACB$ (5)

ACハABより大なる故に、ACよりADをABに等く切り、BDを結ぶ

(證)(1.16)に因れバADBの角ハ、BDCの三角の外

角なる故ヿ、是に對せる内角DCBより大なり(1)とし、(2)ハ先知なる故(1.5)に因て、ADBの角ハABDの角に等き(3)なり、故に又ABDの角ハ、ACBの角より大なるを知る(4)なり、且ABDの角より、尚大なるABCの角ハACBの角より大なる事明なり、夫故に凡て三角の大なる邊云云

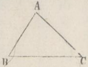
考定第十九定理

凡て三角形大なる角ハ、邊の大なるに因て廣し、即夫に對して、大なる辺を有せる者なり

ABCを三角に命し、其ABCの角ハACBの角より大なる時ハ、ACの辺ハ、ABの辺より大なる者なり

（證）若ABCの角ハ、ACBの角より大にして、ACの邊ハ、ABの邊より大ならずといふ時ハ、夫と等きもの、或ハ夫より小ならざるを得ず、併ACとABハ等からず、若(1)の如く等き時ハ、(1.5)に因て(2)の如くABCの角ハACBの角に等かるべし、夫ハ(3)の如く等からざる故に、ACとABハ等からざる事判然なり、或ハ(4)の如く、夫より小なりとせる時ハ、(1.18)に因て、大なる邊ハ大なる角に對せる故に、ABC乃

第十九圖



$$AC = AB \quad (1)$$
(1.5)

$$\angle ABC = \angle ACB \quad (2)$$
先知 $$\angle ABC > \angle ACB \quad (3)$$

$$AC < AB \quad (4)$$
(1.18)

$$\angle ABC < \angle ACB \quad (5)$$
先知 $$\angle ABC > \angle ACB \quad (6)$$

角はACBの角より小なるべし、併夫は③の如く小ならざるなり、是に因てACはABより小なるを得ず、且夫と等からさることを前に擧たれば、故にACはABより大なり、夫故に凡て三角の大なる角（云云）

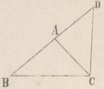
考定第二十定理

三角の何れにても二辺を集むるときは、殘る一辺より大なり

ABCを三角と命し、其何れの二辺を集むるときも、殘る一邉より大なり、即BA ACを集むれば、BCより大なり、AB BCを集むれば、ACより大なり、又AC CBを集むれば、ABより大なり

BAをDに引延し、(1.3)に因て、ADをACに等くなし、DCを結ぶ

第二十圖



$$AD = AC \qquad (1)$$

(1.5)

$$\llcorner ADC = \llcorner ACD \qquad (2)$$

$$\llcorner BCD > \llcorner ADC \qquad (3)$$

$$\therefore \llcorner BCD > \llcorner BDC \qquad (4)$$

(1.19)

$$BD > BC \qquad (5)$$

$$BD = BA + AC \qquad (6)$$

$$\therefore BA + AC > BC \qquad (7)$$

（證）①の如く、ADをACに等くなしたる故に、(1.5)に因てADCの角は、ACD乃角に等しく②なり、圖に因れば、③の如くBCDの角は、ACDの角より大なり、故に又BCDの角は、BDCの角より大なるを知るべし④なり、且BCDの三角乃BCDの角は、同し

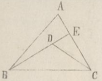
三角のBDC乃角より大なり而して(1.19)に因れバ、大なる角に、大なる辺に對せる故に、BDの邊はBC乃邊より大なるを知る(5)なり、併BDに、BAとACを集むる者より等紀(6)なり、是に因て(7)にして、BA AC状集むれバ、BCより大なるを知る、而して同法に因て、AB BCを集むれバ、ACより大なり、AC CBを集むれバ、ABより大なる、證を顯得べし、夫故に三角の何れの二辺云云

考定第二十一定理

三角の一邊乃兩端より、三角内の点へ、畫く二直線に、三角の他乃二邊より、小なるべし、然れども大なる角を有つべし

二直線BD CDを、ABCの三角乃一邊、BCの兩端B Cより、其内点Dへ畫く時に、BD DCは、三角の他の二邊BA ACより小なり、然れども、BDCの角に、BACの角より大なり

BDをEに引延せ



第二十一圖

(證)(1.20)に因れバ、三角の何れの二邊を集むるとも、殘る一邊より大なり、即(1)の如く、ABEの三角の、BA AEの二邊の、BEより大なり、其各へECを加ふる故に、(2)の如くBA ACの二邊の、BE ECより大なり、次に又(1.20)に因て、(3)の如くCEDの三角のCE EDの二邊は、CDより大なり

$BA+AE > BE$ (1.20) ①

$BA+AC > BE+EC$ ②

$CE+ED > CD$ (1.20) ③

$CE+EB > CD+DB$ ④

$BA+AC > BD+DC$ ⑤

$\llcorner BDC > \llcorner CED$ (1.16) ⑥

$\llcorner CEB > \llcorner BAE$ 〃 ⑦

$\llcorner BDC > BAC$ ⑧

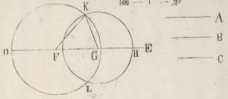
その各にDBを加へて、CE EBは、CD DBより大なるを知る④なり、然る時は大なる者より大なる所の、BA ACの二邊は、BD DCより大なる綫知る⑤なり、且(1.16)に因れば、三角の外角は、是に對する内角の、何れよりも大なり、即CDEの三角の外角BDCは、是に對する、内角CEDより大なり、⑥とく、同理に因て⑦の如く、ABEの三角の外角CEBは、是に對する、内角BAEの角より大なり、⑥⑦比較する時は、大なる角より大なる、BDCの角は、BACの角より大なるを知る⑧なり、夫故に三角の一邊の兩端云云

考定第二十二問題

定三直線を、三邊となして、三角を畫く事、然と雖とも(1.20)に因る時は、其定二直線を集めて、殘る定一直線より大ならさるへからず

ＡＢＣを定三直線に命し、其二直線は、殘る一直線より大なり、即ＡＢ綫集めて、Ｃより大なり、ＡＣを集めて、Ｂより大なり、及びＢＣ綫集めて、Ａより大なり、此ＡＢＣの三直線を、三邊となして、三角を畫く事を求む、

第二十二圖



D点を設け、DよりEの方へ、不定長の一直線DEを書き、(1.3)に因てDFをAに等く、FGをBに等く、GHをCに等くなれば、而して、Fを中心となし、FDの距離を以て、DKLの圏を書き、又Gを中心となし、GHの距離を以て、HLKの圏を書き而してKF KGを結ぶ、爰に於てKFGの三角形、ABCの三直線に等き、三辺を有つべし

FD = FK (1)
FD = A (2)
∴ FK = A (3)
GH = GK (4)
GH = C (5)
GK = C (6)
FG = B (7)

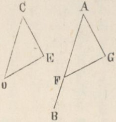
（證）F点は、圏の中心なるが故に、FDはFKに等し(1)あり、今FDをAに等くなせし(2)あり、故に(3)にして、FKはAに等きを知る、次にG点は、HKLの圏の中心なる故に、(4)の如くGHはGKに等し、併GHをCに等くなせし(5)あり、故にGKはCに等しきを知る(6)あり、而してFGをBに等くなしたる故に(7)とす、爰に於て、KF FG GKの三直線は、ABCの三直線に等き、(3)(6)(7)に於て明なり、夫故にKFGの三角の三邊KF FG GKは、定三直線ABCに等く、書き得たり

考定第二十三問題

定直線の端に、定直線角に等き直線角を書く事

ABを定直線に命し、Aを其定点とし、而してDCEを定直

線角に命す、其定直線角DCEに等き角を、定直線ABのA点より畫くことを求む



第二十三圖

CD、CEに或る点D、Eを取り、DEを結ぶ、而して(1.22)に因て、CD、DE、ECの三直線より、其三邊を同しうする、AFGの三角を畫く時に、即AFとCD、AGとCE、及FGとDE、等くして、FAGの角は、DCEの角に、等かるべし

(證)各辺等きに(1)(2)(3)、底線等きに(4)にして、皆先知なる故に

$$AF = CD \qquad (1)$$

$$AG = CE \qquad (2)$$

$$FA + AG = DC + CE \qquad (3)$$

$$FG = DE \qquad (4)$$

(1.8)

$$\angle FAG = \angle DCE \qquad (5)$$

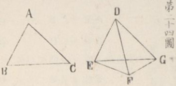
(1.8)に因て、DCEの角は、FAGの角に等きなり、夫故に定直線ABのA点に於て、FACの角は、定直線角DCEに等く、畫き得たり

考定第二十四定理

若二つの三角ありて、第一の三角は二邊各第二の三角の二邊各に等く、且第一の二邊に有する角、第二の夫に等き二邊に有する角より、大なる時は其大なる角

を有もる所乃、其底線る、第二の底線より、大なるべし

ABC DEF を二ッの三角ふ命し其 ABC の三角は AB AC の二邊各
DEF の三角乃 DE DF の二辺各〻等し即
AB は DE に AC は DF ふ等くしく BAC 乃角
は EDF 乃角より大なる時は底線 BC は
又底線 EF より大なる應し



第二十四圖

DE DF の二辺何れか大ならざるやを
察し而して DE の辺を DF 乃邊より大なら
ざると看定もる時は (1.23) ふ因て直線 DE の
D 点ふ於て EDG の角を BAC の角ふ等くなし
而して DG を AC 或は DF ふ等くなし EG GF

ともそく、

(證) AB は DE ふ等く、AC は DG ふ等く、BA AC の二邊各、ED DG 乃
二辺各〻等く、而して BAC の角は、EDG 乃角に等し、即 (1) (2)

$$\text{先知}\left\{\begin{aligned} AB &= DE \quad (1)\\ AC &= DG \quad (2)\\ BA + AC &= ED + DG \quad (3)\\ \angle BAC &= \angle EDG \quad (4)\end{aligned}\right.$$

(1.4)

$$BC = EG \quad (5)$$

先知

$$DF = DG \quad (6)$$

(1.5)

$$\angle DFG = \angle DGF \quad (7)$$

$$\angle DGF > \angle EGF \quad (8)$$

$$\angle DFG > \angle EGF \quad (9)$$

$$\angle EFG > \angle EGF \quad (10)$$

(1.19)

$$EG > EF \quad (11)$$

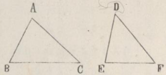
$$BC = EG \quad (5)$$

$$BC > EF \quad (12)$$

(3)(4)を先知なる故なり、(1.4)に因て、底線BCは、底線EGに等しき(5)なり、且DFはDGに等しきは、先知なる故に、(1.5)に因れバ、DFGの角はDGFに等しき(7)なり、而して圖に因れバ(8)の如くDGFの角ハEGFの角より大なり、故にDFGの角も、EGFの角より大なる(9)なり、大なる角より尚大なる、EFGの角はEGFの角よりも大なることを知る(10)なり、爰に於て、EFGの三角の、EFGの角は、EGFの角より大なり、(1.19)に因れバ、大なる角へ大なる辺に對せる故にEGの辺は、EFの辺より大なることを知る(11)なり、又BCはEGに等しきは(5)に擧たり、是を比較して、BCはEFより大なることを知る(12)なり、夫故に若二の三角（云云）

考究第二十五定理

若二ツの三角ありて、第一の三角の二邊各第二の三角の二邊各〻等く、然と雖とも、第一の底線が、第二の底線より大なる時は、大なる底線を持所の二邊に有せる角は、他の夫に等き二邊に有せる角より、大なる應し



第二十五圖

ABC DEFを二ツの三角と命し、其ABCの三角のAB ACの二邊各、DEFの三角のDE DFの二邊各〻等く、即ABとDE、ACとDF等くして、底線BCは、底線EFより大なる時は、BACの角は、EDFの角より大なる應し

$$\text{先知}\begin{cases} AB = DE & (1) \\ AC = DF & (2) \\ BA + AC = \llcorner ED + DF & (3) \end{cases}$$

$$\llcorner BAC = \llcorner EDF \quad (4)$$

(1.4)

$$BC = EF \quad (5)$$

$$\text{先知}\quad BC > EF \quad (6)$$

$$\llcorner BAC < \llcorner EDF \quad (7)$$

(1.24)

$$BC < EF \quad (8)$$

$$\text{先知}\quad BC > EF \quad (6)$$

㊟若夫を大ならずといふ時は、夫に等しきか、或ハ夫より小ならざるべからず、然れども、BACの角は、EDFの角に等からず、若等しとすれバ(1)(2)(3)ハ先知なる故、(1.4)に因てBCはEFに等き(5)なり、併夫は(6)の如く等からざるハ先知なり、夫故にBACの角は、EDFの角に等からざる明なり、或ハ(7)の如く夫より小なりとすれバ、(1.24)に因て、(8)の如く底線BCは、底線EFより小なるべし、然れども(6)の如く、夫は小ならざるなり、夫故にBACの角は、EDFの角より小ならざる明なり、而して夫と等からざる證は前に挙たり、爰に於てBACの角はEDFの角より大なり、夫故に若二ッの三角有て云々

考定第二十六定理

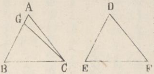
若二ッの三角有て、第一の三角の二角各、第二の三角の二角各に等く、而して其一邊の、一辺に等く、即等き角の各に隣たる辺、或は等き角の各に對する辺、等き時は他の辺の各は、各に等く而して、又第一の残る一角は、第二の残る一角に等かるべし

ABC DEFを二ッの三角に命し、其有するABC ACBの角の各は、DEF DFE

の角の各に等し、即ABCハDEFに、ACBハDFEに等く而して、又其一辺ハ、一辺に等し、且始に二ッの三角に於て、等き角に隣たる辺をして等からしむ、即BCハEFに等しとする時ハ、

他の辺の各ハ、各に等かるべし、即ABハDEに、ACハDFに等く、而して残る一角BACハ、残る一角EDFに等かるべし

第二十六圖



若ABハDEに等からざるときハ、其何れかのの一辺ハ他の一辺より大ならざるを得ず、今ABを大なりとして、BGをDEに等くなし、GCをむすぶ

（證）(1)(2)(3)(4)ハ先知なる故に(1.4)に因て底

先知

$BG = DE$ (1)

$BC = EF$ (2)

$GB + BC = DE + EF$ (3)

$\angle GBC = \angle DEF$ (4)

(1.4)

$GC = DF$ (5)

$\triangle GBC = \triangle DEF$ (6)

$\angle GCB = \angle DFE$ (7)

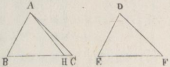
先知 $\angle DFE = \angle ACB$ (8)

$\angle GCB = \angle ACB$ (9)

$\angle GCB < \angle ACB$ (10)

線GCハ、底線DFに等き(5)なり、GBCの三角とDEFの三角と同形なる(6)なり、而して等き辺に對する、他の角の各ハ、各に等き故に、GCBの角ハ、DFEの角に等き(7)なり、併(8)の如くDFEの角ハACBの角に等きハ先知

即ABがDEに等きを先知とし、爰に於て、他の辺の各が、各に等かる可し、即BCとEF、ACとDF等くして、第一の残る角BACと、第二の残る角EDFも、又等しかる可し



$$BH = EF \tag{1}$$
$$AB = DE \tag{2}$$
$$AB + BH = DE + EF \tag{3}$$
$$\llcorner ABH = \llcorner DEF \tag{4}$$

(1.4)

$$AH = DF \tag{5}$$
$$\triangle ABH = \triangle DEF \tag{6}$$
$$\llcorner AHB = \llcorner DFE \tag{7}$$

先知 $$\llcorner DFE = \llcorner ACB \tag{8}$$
$$\llcorner AHB = \llcorner ACB \tag{9}$$
$$\llcorner AHB > ACB \quad (1.16) \tag{10}$$

なる故、(9)に於てGCBの角とACBの角と等しとして、圖に因れば(10)なる故に小の大に等きは、理に於てあらさるなり、故にABはDEに等からさるにあらば、即相等しとせば(11)なり、而して(12)(13)(14)を先知なる故に、(14)に因て底線ACは、底線DFに等く、ABCの三角と、DEFの三角と、同形なるを以て、ABCの角が、DEFの角に等きを知る、(15)(16)(17)なり

$$\text{先知}\left\{\begin{array}{ll} AB = DE & (11)\\ BC = EF & (12)\\ AB + BC = DE + EF & (13)\\ \llcorner ABC = \llcorner DEF & (14)\end{array}\right.$$

(1.4)

$$AC = DF \tag{15}$$
$$\triangle ABC = \triangle DEF \tag{16}$$
$$\llcorner BAC = \llcorner EDF \tag{17}$$

次り各の三角に於て、等き角に對する辺をして、等からしむ、

先知
BC = EF (11)
AB = DE (12)
AB + BC = DE + EF (13)
∟ABC = ∟DEF (14)
(1.4)
AC = DF (15)
∟BAC = ∟EDF (16)

若BCもEFに等からずと云時は其何れか大ならざるを得ず、今BC於大なりとして、BHをEFに等からしめ、AHを結ぶ

證(1)(2)(3)(4)先知なる故に(1.4)に因れば底線AHは、底線DFに等く、而してABHの三角は、BEFの三角と同形にして等き辺に對せる他の角の各々、各に等かるべし、即AHBの角は、DFE角に等きを知る、(5)(6)(7)なり、且DFEの角は、ACBの角に等きは、先知にして、(8)なり、(8)交換して、AHBの角は、ACBの角に等きを得る(9)なり、是を見るにAHBの角はAHCの三角形外角なる故、(1.16)に因れバ、是に對せる内角ACBに等き能はざるなり、是を以てBCとEFは、等からざるを得ず、即相等き(11)なり、且(12)(13)(14)は先知なる故、(1.4)に因て、底線ACは、底線DFに等く、第一の残るBACの角は、第二の残るEDFの角に等きを知る、(15)(16)なり、夫故に若二ツの三角云云

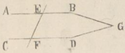
考定第二十七定理

若直線を、他の二直線の上に落し、代る角をして、互に等からしむれば、此二直線は平行せるべし

直線EFを、二直線AB CDの上に落し、代る角AEF EFDをして、互に等からしむれば、ABはCDと平行せるべし

若夫ヶ平行せざる時ハ、AB及ひCDを遙ふ引延せバ終ふBD或ハACの方ふ於て會を爲し、今是をBDの方ふ引延し、G点ふ於て會せしむ

第二十七圖



$\angle AEF > \angle EFG$ (1.16) (1)

先知 $\angle AEF = \angle EFD$ (2)

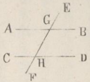
(證)直線ABCDハ、G点ふ於て會を時ハ、GEFの三角形をなせ、(1.16)ふ因るを、其外角、AEFハ是ふ對せる內角EFGより大なり、併其相等きハ先知なり故ふAEFの角ハ、EFGの角より、大なる能ハざるなり、是ふ因てABCDと、BDの方ふ引延と雖とも、會せざる明なり、同法ふ因てACの方ふ引延とも亦、會せざる證をなし得べし、且、(D.35)ふ因る時ハ、如何遙ふ引延と雖とも、決して會せざる所の直線ハ、互ふ平行なるを擧たり、因てABハCDふ平行なり、夫故ふ若直線を他の二直線云云

考定第二十八定理

若直線を、他の二直線の上ふ落し、其直線の一方ふ於て、外角をして、是ふ對せる內角ふ等からしめ、或ハ一方ふ於て、內角を集めて、二直角に等からしめバ、此二直線ハ互ふ平行なるべし

直線EFを、二直線ABCDの上ふ落し、其EFの一方ふ於て、外角EGBをして、是ふ對せる內角GHDふ、等からしめ、或ハ一方ふ

第二十八圖



先知
$\angle EGB = \angle GHD$ (1)
$\angle EGB = \angle AGH$ (1.15) (2)
$\angle AGH = \angle GHD$ (3)

先知
$\angle BGH + \angle GHD = 2R$ (4)
$\angle AGH + \angle BGH = 2R$ (1.13) (5)
$\angle AGH + \angle BGH = \angle BGH + GHD$ (6)
$\angle AGH = GHD$ (7)

於て、内角BGH GHDを集めて、二直角ニ等からしめバ、ABハCDと平行なるべし

（證）EGBの角ハ、GHDの角に等きハ、先知(1)なり(1.15)ニ因れバEGBの角ハAGH角ニ等き(2)なり、故ニAGHの角ハ、GHDの角ニ等き(3)なり即代る角なるを以て(1.27)ニ因れバABハCDと平行なり

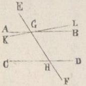
次ニBGH GHDの角を集めて、二直角ニ等し(4)なり、(1.13)ニ因れバ、AGH BGHの角を集めて、二直角に等き(5)なり、故ニ(6)を得令(6)より普通の角、BGHを消去して、AGHの角ハ、GHDの角ニ等きを知るなり即代る角なるを以て、(1.27)ニ因れバ、ABハCDニ平行なり、夫故ニ若直線云云

考定第二十九定理

若直線を、平行なる二直線の上ヨり落せる時ハ、其代る角、互ニ相等く、而して直線の一方ニ於て、外角ハ、是ニ對せ

る、内角に等し、又一方に於て、二ッの内角を集めて、二直角に等しかるべし

第二十九圖



$\llcorner AGH = \llcorner GHD$ (1)

$\llcorner ACH = \llcorner EGB$ (1.15) (2)

$\llcorner EGB = \llcorner GHD$ (3)

$\llcorner EGR + \llcorner BGH = \llcorner BGH + \llcorner GHD$ (4)

$\llcorner EGB + \llcorner BCH = \llcorner 2R$ (1.13) (5)

$\therefore \llcorner BGH + \llcorner GHD = \llcorner 2R$ (6)

直線EFをして、平行なる二直線AB CDの上に落る時は、其代る角AGH GHDが、互に相等く、而して EF の一方に於て、外角EGBが、是に對する内角GHDに等し、又一方に於て、二ッの内角BGH GHDを集むれバ、二直角に等かるべし

（證）若AGHの角が、GHDの角に等からずと思えて、別にGHDの角に等からんと思ふ角KGHを設け直線KGをLに引延し爰に於て代る角KGH GHDを等とする故に、(1.27)に因て直線KLがCDと平行なるべし、併ながらAB CDの二直線、平行なるは先知なる故に、AB KLの二直線共に、G点を通してCDに平行すること、論を待ずして、平行する能はざるなり、故にKLとCDが平行ならば、KGHの角も又GHDの角に等からざるを以て、AGHの角が、GHDの角に等き事明なり、且(1.15)に因れば、AGHの角が、代るEGBの角に等き(2)なり、故に又外角EGBが、是に對する内角GHDに等き(3)なり、其等しき各に、BGHの角加ふ(4)なり、(1.13)に因れば、EGB BGHの二角を集めて

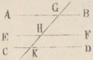
二直角に等しき(5)なり、故に又二ッの内角BGH GHDを集めて、二直角に等しきを知る(6)なり、夫故に若直線を、平行する云云

考定第三十定理

同し直線に、平行する所の直線は、互に平行する者なり

直線AB CDの各ゝ直線EFに平行する時ハ、ABハCDに平行する者なり

第三十圖



$\angle AGH = \angle GHF$ (1.29) (1)

$\angle GHF = \angle GKD$ 〃 (2)

$\therefore \angle AGK = \angle GKD$ (3)

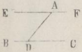
(證)直線GHKをAB EF CDの上に落せ、然る時に、GHKが平行直線AB EFの上に落る故に、(1.29)に因れば、AGHの角ハGHFの角に等し(1)なり、又直線GHKが、平行直線EF CDの上に落る故に、(1.29)に因れバ、GHFの角とGKDの角に等し(2)なり、(1)(2)より(3)を得、即代る角AGK GKDと等しきを以て、(1.27)に因れバ、ABとCDに平行す、夫故に同し直線に云云

考定第三十一問題

定点を通して、定直線に平行する直線を畫く事

Aを定点に、BCを定直線に命し、今A点を通して、BCに平行する直線を畫く事を求む

第三十一圖



$\angle EAD = \angle ADC$ (1)

BC中に、随意にD点を設け、ADを結び、直線ADのA点に、(1.23)に因てDAEの角を、ADCの角に等くなして、而して直線EAをFに迄引延せ

(證)(1.27)に因れバ、直線ADを二直線EF BCの上

に落し代る角EADを、ADCに等からしむれハ、EFハBCに平行す、夫故に直線EAFハ、定点Aを通して定直線BCに平行して畫き得たり

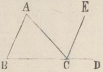
考定第三十二定理

若三角の或る一辺を延す時ハ、其外角ハ是に對する二ッの内角に等く、且凡そ三角の内角總計ハ二直角に等しきなり、

ABCを三角に命し、其一辺BCをDに引延す時ハ、外角ACDハ、是に對する二ッの内角CAB ABCに等かるへし、而して三角の内角BAC ACB CBAを集むれバ、二直角に等しかる應し、

(1.31)に因て、直線ABに平行にC点を通して直線CEを畫く、

第三十二圖



$\angle ACE = \angle BAC$ (1.29) (1)

$\angle DCE = \angle CBA$ 〃 (2)

$\angle ACD = \angle BAC + \angle CBA$ (3)

$\angle ACD + \angle ACB = \angle BAC + \angle ACB + \angle CBA$ (4)

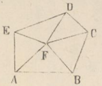
$\angle ACD + \angle ACB = 2R$ (1.13) (5)

$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 2R$ (6)

(證)ABハCEに平行して、ACハ夫に會するを以て、(1.29)に因れバ代る角ACEハBACに等し(1)なり、又ABハCEに平行して、BDハ夫に會する故に、(1.29)に因れバ外角DCEハ、是に對する内角CBAに等し(2)なり、(1)(2)相加へ(3)を得、即ABC

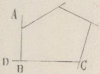
の三角の外角ACDか、是に對する二ッの内角BAC CBAに等きを知る、其等き各に、ACBの角を加へて(4)を得、(1.13)に因れバ、ACD ACBの二角を集むれバ、二直角に等き(5)なり、故に BAC ACB CBAの三ッの内角ハ二直角に等きを知る(6)なり、夫故に若三角の或る一辺（云云）

（系證）第一、或る直線圖の内角總計に四直角をかふれバ、其圖の辺數二倍の直角に等し、



或る ABCDE の直線圖の内点Fより、角の各に迠直線を画く時ハ、圖の辺數丈けの三角に分ち能ふ、今此考定の解に因て凡三角の内角總計は、二直角に等き故に圖の辺數丈の三角の内角總計は、又辺數丈けの二倍の直角に等し、併圖の内角総計と、Fに於る角、(1.15)（系證）第二に因る、即四直角とを集めて、圖の辺數丈けの三角の内角總計に等きなり、夫故に圖の内角總計に四直角を加へて、圖の辺數丈けの直角、二倍に等きなり、

（系證）第二　直線圖の外角總計は、四直角に等きなり、



(1.13)に因れバ、内角の一ッABCと、其隣る外角ABDとを集めて二直角に等きを以て、圖の内角總計へ、外角總計加へて、圖の辺數丈けの直角二倍に等し、即前の（系證）に於て圖の内角總計は、四直角を加ふる者に等し、夫故に外角總計は四直角に等きなり

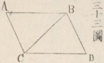
考定第三十三定理

平行する等き二直線の、両端を連ぬる直線も、又自然に等く且平行を爲し

AB CDを、平行する等き二直線と命し、其AB CDの二直線の、両端を連ぬる、AC BDの二直線も、自然に等く且平行すと、

BCを結ぶ

第三十三圖



(證) AB CDの二直線ゟ平行して、BCゟ夫ヲ會を故に(1.29)に因て、代る角ABC BCDゟ、互に等し、且AB CDの等きも、先知にして、BCも、ABC DCBの、二ツの三角ゟ普通なるに因て、(1)(2)(3)(4)を先知とするか時ハ、(1.4)に因て、底線ACゟ、底線BDに等く、ABC DCBの二ツの三角ハ同形にして等き辺に對する所の他の角孰各〻の、各に等きを知る故に、ACBの角ゟ、CBDの角に等き、即(5)(6)(7)あり、而して直線BCを、直線AC BDの上に落し、代る角ACB CBDをして互に等からしむるを、(1.27)に因て、ACのBDに平行をて、且其等き事を(5)に顕さり夫故に平行する等き二直線云云

$$AB = CD \qquad (1)$$

$$CB = CB \qquad (2)$$

$$AB + BC = DC + CB \qquad (3)$$

$$\angle ABC = \angle DCB \quad (1.29) \qquad (4)$$

(1.4)

$$AC = BD \qquad (5)$$

$$\triangle ABC = \triangle DCB \qquad (6)$$

$$\angle ACB = \angle CBD \qquad (7)$$

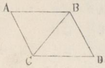
考定第三十四定理

平行辺形の、相對せる辺、及ひ角は、互に等きものなり、且径（斜線ともいふ）は、夫を等く分つ者なり

解　平行辺形は相對せる辺、平行せる所の、四辺圖なり、且径或は斜線は、其相對せる角を結ぶ直線なり

ABCDを平行辺形に命し、其經はBCなり、圖の相對せる辺、

第三十四圖



$\llcorner ABC = \llcorner BCD$ (1.29) (1)

$\llcorner ACB = \llcorner CBD$ 〃 (2)

$BC = CB$ (3)

(1.26)

$AB = CD$ (4)

$AC = BD$ (5)

$\llcorner BAC = \llcorner BDC$ (6)

$\llcorner ABD = \llcorner ACD$ (7)

$$\text{先知}\left\{\begin{array}{lr} AB = CD & (4) \\ BC = CB & (3) \\ AB+BC = DC+CB & (8) \\ \llcorner ABC = \llcorner DCB & (1) \end{array}\right.$$

(1.4)

$\therefore \triangle ABC = \triangle DCB$ (9)

又ひ角、相互に等くして、径BCは夫を等分せる者なり、

（證）ABとCDか平行して、BCか夫に會せる故に(1.29)に因れは、代る角ABC BCDか、互に等し(1)なり、而して、ACとBDか平行して、BCか夫に會せる故に代る角ACB CBDか、互に等し(2)なり、今ABCの三角に於て、ABC ACBの二角各か、BCDの三角に於る、BCD CBDの二角各に等く且BCの一辺か、ABC BCDの二ッの三角に普通なる故に、(1.26)に因りて他の辺の各か、各に等く、及ひ残る一角か、残る一角に等く、即(4)(5)(6)なり然る時にABCの角は、BCDの角に等く、CBDの角か、ACBの角に等きは、(1)(2)に擧たる故に、全角ABDか全角ACDに等き(7)なり、且BAC BDCの角の等きは(6)に擧たり、是に因りて、平

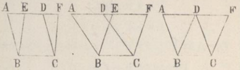
行辺形の相對する辺及ひ角等きを知るなり、又徑ヶ夫を等分して、(4)(3)(8)(1)を先知なる故に、(1.4)に因りて、ABCの三角一の、DCBの三角に等きなり、爰に於てBC一の、ACDBの平行辺形を等く分つを知る、夫故に平行辺形の相對云云

考定第三十五定理

同し平行線の間に何れも一底線上の平行辺形は、互に等き者なり

ABCD、EBCFの平行辺形をして同し平行線AF、BCの間にあつて、BCの一底線上にあらしめよ、ABCDの平行辺形は、EBCFの平行辺形に、等かるへし、

第三十五圖



$\text{Par.}ABCD = 2\triangle BDC$　(1.34)　(1)

$\text{Par.}DBCF = 2\triangle BDC$　〃　(2)

$\text{Par.}ABCD = \text{Par.}DBCF$　(3)

$AD = BC$　(1.34)　(4)

$EF = BC$　〃　(5)

$AD = EF$　(6)

$AD \pm DE = \pm DE + EF$　(7)

$$\text{先知}\left\{\begin{array}{lll} AE = DF & & (8) \\ AB = DC & 〃 & (9) \\ EA + AB = FD + DC & & (10) \\ \llcorner EAB = \llcorner FDC & (1.29) & (11) \end{array}\right.$$

(1.4)

$$EB = FC \qquad (12)$$

$$\triangle EAB = \triangle FDC \qquad (13)$$

$$\text{Tar.}ABCF - \triangle EAB = \text{Tar.}ABCF - \triangle FDC \qquad (14)$$

$$\text{Par.}ABCD = \text{Par.}EBCF \qquad (15)$$

（證）若第一の圖の如く、DE点ニ一致する時ハ、(1.34)に因て、ABCD DBCF の平行辺形の各々、BDC の三角の二倍なる事明かなる(1)(2)の如し、故に(3)にして、二ッの平行辺形互に等きを知るなり

然れとも、若第二第三の圖の如く、DE点の一致せさる時ハ、ABCD ハ平行辺形なる故に、(1.34)に因て(4)なり、同理に因て(5)なり、故に(6)を得、第二の圖に於てハ、(6)の両節へ DE を加へ、第三の圖に於てハ、(6)の両節より DE を減し、然る時ハ和或ハ差の AE ハ、和或ハ差の DE に等く及ひ(9)(10)(11)を先知なる故ニ、(14)に因れハ底線の等き(12)にして、EAB の三角ハ、FDC の三角に等きを知る(13)なり、今 ABCF の四辺圖より、EAB の三角を減し、又同し四辺圖より、FDC の三角を減し(14)なり其残り互に等きを以て、ABCD の平行辺形ハ、EBCF の平行辺形に等き(15)なり、夫故ニ同し平行線の間云云

考定第三十六定理

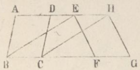
同し平行線の間にありて、等き底線上の平行辺形ハ、互に等き者なり

ABCD EFGH の平行辺形をして、同し平行線 AH BG の間にあつて、等き底線 BC FG の上にあらしむれハ、ABCD の平行辺形ハ、EFGH の平行辺

形に等かるへし

BE CHを結ぶ

第三十六圖



先知 BC = FG (1)

FG = EH (1.34) (2)

BC = EH (3)

EB = CH (1.33) (4)

Par. EBCH = Par. ABCD (5)

Par. EFGH = Par. EBCH (6)

Par. ABCD = Par. EFGH (7)

(證)(1)は先知なり、(1.34)に因りて平行辺形の相對する辺等き故に(2)なり、因て(3)を得今BC EHは平行して而して直線BE CHに因て同方を結ぶ且(1.33)に因りて等き平行二直線の両端を結ぶ二直線も自然に等く平行する故に、EB CHも等く且平行して(4)なり爰に於てEBCHも平行辺形なる明なり而してABCDの平行辺形と共に、平行線BG AHの間にありて一底線BC上にある故に、(5)なり同理に因て(6)を得故にABCDの平行辺形はEFGH(1.35)乃平行辺形に等きを知る(7)なり夫故に同し平行線乃間云云

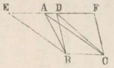
考定第三十七定理

同し平行線の間にある、一底線上の三角は、互に等き者なり

ABC DBCの三角をして、同し平行線AD BCの間にありて、一底線BC上にあらしむれば、ABCの三角は、DBCの三角と等かるへし

ADを両方に引延し、而して(1.31)に因て、BよりBEを、CAに平行に書き、又CよりCFを、BDに平行に書く

第三十七圖



$$\text{Par. EBCA} = \text{Par. DBCF} \quad (1.35) \quad (1)$$
$$\tfrac{1}{2}\text{Par. EBCA} = \triangle ABC \quad (1.34) \quad (2)$$
$$\tfrac{1}{2}\text{Par. DBCF} = \triangle DBC \quad 〃 \quad (3)$$
$$\triangle ABC = \triangle DBC \quad (4)$$

(證) EBCA DBCFの各々平行辺形なり、而して同し平行線BC EFの間にあつて、一底線BC上にあるを以て、(1.35)に因ては(1)なり、且EBCAの平行辺形を、其徑ABは等分する故に、(1.34)に因ては(2)なり、又DBCFの平行辺形を、其徑DCは等分する故に(3)なり、併(A.7)に因ては、等き物の半は、等きなり、故にABCの三角は、DBCの三角に等きを知る(4)なり、夫故に同し平行線の間（云云）

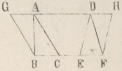
考定第三十八定理

同し平行線の間にあつて、等き底線上の三角は、互に等きなり

ABC DEFの三角をして、同し平行線BF ADの間にあつて、等き底線BC EF上にあらしむれは、ABCの三角は、DEFの三角と等このを處し

ADを両方に引延し、(1.31)に因て、BよりBGを、CAに平行に書き、FよりFHを、EDに平行に書く

第三十八圖



$$\text{Par.}GBCA = \text{Par.}DEFH \quad (1.36) \quad (1)$$

$$\triangle ABC = \tfrac{1}{2}\text{Par.}GBCA \quad (1.34) \quad (2)$$

$$\triangle DEF = \tfrac{1}{2}\text{Par.}DEFH \quad 〃 \quad (3)$$

$$\triangle ABC = \triangle DEF \quad (4)$$

(證）GBCA DEFH の圖の各ゝ平行辺形なり、而して同し平行線 BF GH の間にありて、等き底線 BC EF 上にある故に、(1.36)に因て(1)なり、且 GBCA の平行辺形を其経 AB にて等分する故に、(1.34)に因れば(2)なり、又 DEFH の平行辺形を、其徑 DF にて等分する故に(3)なり、併等き物の半は互に等きなり、是に因て ABC の三角は、DEF の三角と等きを知る(4)なり、夫故に同し平行線の間 云云

考定第三十九 定理

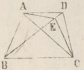
一底線の一方に於て、等き三角は、同し平行線の間にある者なり

ABC DBC の等き三角を、一底線 BC の一方にあらしむれば、此二ッの三角は同し平行線の間にあるべし

AD を結ぶ、爰に於て AD は BC に平行なり、然れども若平行せずとすれば、A より AE を BC に平行に畫き、EC を結ぶ

(證）(1.37)に因る時は、ABC EBC の二ッの三角は同し平行線 BC AE の間に有て、一底線 BC の一方にある故に(1)なり、且 ABC の三角は、DBC の三角と等きは先知にして(2)なり、故に又 DBC の三角は、EBC の三角に等きを知る(3)なり、大の小に等きは理に於

第三十九圖



$\triangle ABC = \triangle EBC$ (1.37) (1)

先知 $\triangle ABC = \triangle DBC$ (2)

$\triangle DBC = \triangle EBC$ (3)

$\triangle DBC > \triangle EBC$ (4)

てあらざるなり、是に因て、AEゟBCに平行ならざるなり、同法に於て、亦て他の線の、BCヲ平行ならざる證を立ることを得べし、故に只ADのミBCに平行となるなり、因てADのBCと平行を夫故ヲ一底線の一方に於る云云

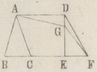
考定第四十定理

一直線の一方に於て、等き底線上の、等き三角は同じ平行線の間にある者なり

一直線BFの一方に於て、等き底線BC EF上の、等き三角ABC DEFは同じ平行線の間にある者なり

ADを結ぶ差に於てADゟBFと平行を然らずとし若平行せずと思はゞ、AよりAGをBFに平行に畫くべし、而してGFを結ぶ

第四十圖



$\triangle ABC = \triangle GEF$ (1.38) (1)

先知 $\triangle ABC = \triangle DEF$ (2)

$\triangle DEF = \triangle GEF$ (3)

$\triangle DEF > \triangle GEF$

(證)(1.38)に因る時は、ABC GEFの二ツの三角は同じ平線線、BF AGの間にあつて等き底線BC EF上にあるを以て(1)なり、且ABCの三角は、DEFの三角に

等きも、先知なる故(2)なり、是に因て DEF の三角ハ、GEF の三角に等き(3)なり、大の小に等きハ、理に於てあらざるなり、故に AG ハ BF と平行せざるなり、同法に於て只 AD のミ BF に平行して、他の線ハ決て、平行せざる適證を得べし

故に AD ハ BF に平行も、夫故ニ一直線の一方に於て（云云）

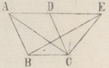
考定第四十一定理

若同し平行線の間に於て、平行辺形及ひ三角が、共に一底線上にある時ハ、平行辺形ハ三角の二倍なるべし

ABCD の平行辺形、及ひ EBC の三角をして、同し平行線 BC AE の間に於て、一底線 BC 上にあらしむれバ、ABCD の平行辺形ハ、EBC の三角の二倍なるべし

AC を結ぶ

第四十一圖



$$\triangle ABC = \triangle EBC \quad (1.37) \quad (1)$$

$$\text{Par.}\,ABCD = 2\,\triangle ABC \quad (1.34) \quad (2)$$

$$\text{Par.}\,ABCD = 2\,\triangle EBC \quad (3)$$

（證）(1.37)に因る時ハ、ABC EBC の二ツの三角ハ、平行線 BC AE の間に於て、一底線 BC 上にある故に(1)なり、又(1.34)に因れバ、ABCD の平行辺形を其径 AC が等分する故に、ABC ACD の二ツの三角ハ互に等しきに因て、ABC ACD の二ツの三角を集むれバ、ABC の三角の二倍を得るを以て(2)なり、是より於て、ABCD の平行辺形ハ、EBC の三角の二倍

を知る(3)あり、夫故ニ若同し平行線云云

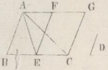
考定第四十二問題

一角を定直線角に等くなし、定三角ニ等き、平行辺形を畫く事

ABCを定三角ニ命し、Dを定直線角に命せ、今一角をDニ等くなし、ABCの定三角ニ等き、平行辺形を畫く事を求む

(1.10)ニ因て、BCをEニ於て等分し、AEを結び、(1.23)ニ因て直線CEのE点ニ於てCEFの角をD角ニ等くなし、(1.31)ニ因てAよりAGをFCニ平行ニ畫き、CよりCG線EFニ平行ニ畫く

第四十二圖



（先知）$BE = EC$ (1)

$\triangle ABE = \triangle AEC$ (1.38) (2)

$\triangle ABC = 2\triangle AEC$ (3)

$\mathrm{Par.}\,FECG = 2\triangle AEC$ (1.41) (4)

$\mathrm{Par.}\,FECG = \triangle ABC$ (5)

(證) FECGハ平行辺形なり、且(1)ハ先知ある故ニ(1.38)ニ因れハ、同し平行線BC AGの間ニありて等き底線BE EC上の三角ハ互ニ等しき故ニ(2)あり、又(3)なる事ハ明なり、(1.41)ニ因れハ、同し平行線の間ニ於て、平行辺形及ひ三角ハ共ニ一底線上ニある時ハ、平行辺形ハ三角ニ二倍あるを以て(4)を得、(3)(4)相消して、FECGの平行辺形ハ、ABCの三角ニ等きを知る

(5)なり夫故にFECGの平行辺形ヵ定三角ABCに等く且其CEFの一角を定角Dに等く畫き得たり

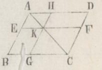
考定第四十三定理

或る平行辺形の徑に着て其上に成立所の二ッの平行辺形の餘りは互に等きなり

ABCDを平行辺形に命し其徑はACなり、EH FGの平行辺形ヵACに着て、ABCDの上ゟ成立即ACヵ二ッの平行辺形を通過するを謂なり、而してBK KDは全圖ABCDの上に成立所の平行辺形の、他の平行辺形なる故に餘りと名付、而して餘りのBKヵ餘りのKDに等きなり、

(證)(1.34)に因るを、ABCDは平行辺形にして、其徑ACは是を等分する

第四十三圖、



$$\triangle ABC = \triangle ADC \quad (1.34) \quad (1)$$

$$\triangle AEK = \triangle AHK \quad 〃 \quad (2)$$

$$\triangle KGC = \triangle KFC \quad 〃 \quad (3)$$

$$\triangle AEK + \triangle KGC = \triangle AHK + \triangle KFC \quad (4)$$

$$\text{Com.}\,BK = \text{Com.}\,KD \quad (5)$$

故に(1)なり及びAEKHは平行辺形にして其徑AKは是を等分する故に(2)なり同理に因て(3)なり(2)(3)を集めて(4)なり今(1)より(4)を減する時は餘りのBKヵ餘りのKDに等きを知る(5)なり夫故に或る平行辺形の徑に着云云

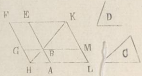
考定第四十四問題

定直線を一辺となし定直線角に等き一角を有なしめ定

三角に等き平行辺形を畫く事

AB を定直線に、C を定三角に、及ひ D を定直線角に命す、而して直線 AB を一辺となし、D に等き角を有たしめ、三角 C に等き平行辺形を畫くことを求む

(1.42)に因て、D 角に等き、EBG の角を有つて、三角 C に等き、BEFG の平行辺形を畫て而して BE と AB を一直線ならしめ、FG を H に引延し、A より AH を BG 或は EF に平行に畫き、HB を結ぶ、然る時は直線 HF は平行直線 AH EF の上に落る故に、(1.29)ゟ因て AHF HFE の角を集めて二直角に等し、故に BHF HFE の角を集めて二直角より小なり、若直線を二直線の上に落し、其直線の一方に於て、相對する二ッの内角を合せて是を集めて二直角より小なる時は、二直線の小なる角の方を引延す時は、終に會すへし (A.12)ゟ挙たり、故に HB FE を引延す時は、終に會すへし、因てこれを引延し其會を所謂 K と名付け、K より KL を、EA 或は FH に平行に畫き、HA GB を L M の点に迄引延して



第四十四圖

$\text{Com.}\,LB = \text{Com.}\,BF$ (1.43) (1)

$\text{Par.}\,BF = \triangle C$ (2)

$\text{Par.}\,LB = \triangle C$ (3)

(證) HLKF は平行辺形なり其径は HK なり、而して LB BF は餘なり、故に (1.43) に因れば (1) なり、

(2)は先知なる故に(3)を得、而して(1.15)に因てGBEの角はABMの角に等し、且GBEの角をD角に等く組立たるを以て、ABMの角もの、D角に等きなり、夫故に直線ABを一辺となし、D角に等きABMの角を有る、三角Cに等き、LBの平行辺形を畫き得たり

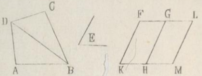
考定第四十五問題

定直線角に等き角を有つ、定直線圖に等き、平行辺形を畫く事

ABCDを定直線圖に命し、Eを定直線角に命し今E角に等き角を有つ、ABCDに等き平行辺形を畫く事を求む

DBを結ぶ而して(1.42)に因てE角に等き、HKFの角を有つ、ABDの三角に等きFHの平行辺形を畫く又(1.44)に因て直線GHを一辺と

第四十五圖



$$\text{先知}\left\{\begin{array}{ll}\angle FKH=\angle E & (1)\\ \angle GHM=\angle E & (2)\end{array}\right.$$

$$\angle FKH=\angle GHM \qquad (3)$$

$$\angle FKH+\angle KHG=\angle KHG+\angle GHM \qquad (4)$$

$$\angle FKH+\angle KHG=2R \quad (1.29) \qquad (5)$$

$$\therefore \angle KHG+\angle GHM=2R \qquad (6)$$

$$\angle FGH=\angle GHM \quad (1.27) \qquad (7)$$

$$\angle FGH+\angle HGL=\angle LGH+\angle GHM \qquad (8)$$

$$\angle LGH+\angle GHM=2R \quad (1.29) \qquad (9)$$

$$\angle FGH+\angle HGL=2R \qquad (10)$$

なし、E角に等き GHM の角を有つて DBC の二角に等き GM の平行辺形を畫く

（證）(1) (2) を先知なるが故に (3) を得、(3) の兩節に KHG の角を加へて (4) となるが (1.29) に因れば (5) なるが故に、KHG GHM の角を集めて、二直角に等き (6) あり、(1.14) に因れば直線 GH の、二直線 KH HM と H 點にて會し、GH に對せざる方よりもみて、隣角を集めて二直角に等からしむ、故に KH は HM と一直線となるべし、次に (1.27) に因れば、直線 GH の平行直線 FG KM に會し代る角相等き (7) あり、(7) の兩節へ、HGL の角を加へ (8) あり、

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Par. FH} = \triangle \text{ABD} & (10) \\ \text{Par. GM} = \triangle \text{DBC} & (12) \end{array}\right\} \text{先知}$$

$$\text{Par. FKML} = \text{Tar. ABCD} \quad (13)$$

(1.29) に因れば (9) あり、故に LGH GHM の角を集めて二直角に等き (10) なり、(1.14) に因れば FG を GL と直線となるべし、而して FK は GH に、GH は LM に平行に組立なる故に (1.30) に因れば FK を LM に平行あり、而して FL KM の平行なる故に、FKML を平行辺形なり、(11) (12) を先知なる故に、FKML の平行辺形を ABCD の四辺圖に等き (13) なり、夫故に KML の平行辺形の定角 E に等き、FKM の角を有つて、定直線圖 ABCD に等しく畫き得たり

（系）（證）定直線角を有つ、定直線圖に等き平行辺形を、定直線に付合る事は前法に因て明なり、（題中一辺を定直線に等く之件ある時を）定直線角に等き角を持しめたる最初の三角 ABD に等き平行辺形の一辺を定直線に等からしめて付合るを為し、即 (1.44)

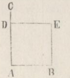
に因て施し得べし

考定第四十六問題

定直線上に方を畫く事

AB を定直線に命し、夫の上に方を畫く事を求む

第四十六圖



$AB = DE$ (1.34) (1)

$AD = BE$ 〃 (2)

$AB = AD$ (3)

$\llcorner BAD + \llcorner ADE = 2R$ (1.29) (4)

$\llcorner BAD = R$ (5)

$\therefore \llcorner ADE = R$ (6)

$ABE = R$ (1.34) (7)

$\llcorner BED = R$ 〃 (8)

(1.11) に因て、A 点より AC を AB に直角に畫き、AD を AB と等くなし、而して D 点より DE を AB に平行に畫き、B 点より BE を AD に平行に畫く

（證）ADEB は平行辺形なる故に、(1.34) に因れば (1)(2) なり、又 (3) は先知なる故に、AB DE AD BE の四直線互に等きに因て、ADEB の平行辺形は等面なり、而して (1.29) に因れば、直線 AD の平行二直線 AB DE の上に落る故に (4) なり、(5) は先知なる故 (6) を得、(1.34) に因る時は平行辺形の相對する角は等きなり、故に (7)(8) を得、爰に於て BAD ADE ABE BED の各々直角なるに因て、ABED の圖は矩形なり、且其等面なるを前に知たり、(D.30) に因て方形なり、而して定直線 AB 上に畫き得たり

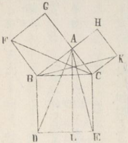
（系證）一直角を持つ平行辺形は其角凡て直角なり

考定第四十七定理

或る直角三角ニ於て直角ニ對する辺上の方ハ直角を有する二辺各の上ニ畫く方の和ニ等きなり

ABCを直角三角ニ命し、BACニの直角を有つ、BC上ニ画く方ハBA AC各の上ニ画く方の和ニ等きなり

第四十七圖



$\llcorner DBC = \llcorner FBA$ (1)

$\llcorner DBA = \llcorner FBC$ (2)

$AB = BF$ (3)

$BD = BC$ (4)

$AB + BD = FB + BC$ (5)

(1.4)

$AD = FC$ (6)

$\triangle ABD = \triangle FBC$ (7)

$\text{Par.}BL = 2\triangle ABD$ (1.41) (8)

$\square.GB = 2\triangle FBC$ 〃 (9)

$\text{Par.}BL = \square GB$ (10)

$\text{Par.}CL = \square HC$ (11)

$\therefore \square BDEC = \square GB + \square HC$ (12)

(1.46)ニ因てBC上ニBDECの方を畫き及ひBA AC各の上ニGB HCの方を画く、而してA点よりALをBD或ハCEニ平行ニ画きAD FCを結ぶ

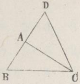
(證)BAC BADの角の各ニの直角なるか故ニ、二直線AC ACハ直線ABと共ニA点ニ會し、ABニ對する方ニ於て隣角を集めて、二直角ニ等き故ニ、(1.14)ニ因きてCAとAGニの一直線となる屋し、同理ニて因てABとAHの一直線となる屋し、而してDBC FBAの角の各ニの直角なる故ニ(1)あり、(1)の両節エABCの角を加ふる時ハ(2)を得且(3)(4)(5)ハ先知なる故ニ、(1.4)ニ因きて底線の等きハ(6)、二ツの三角同形なる(7)あり且、BLの平行辺形及ひABDの

三角の平行線BD ALの間に於て、一底線BDの上にある故に、（1.41）に因まて〻（8）あり又GBの方及びFBCの三角の、平行線FB GCの間に於て、一底線FBの上にある故に（9）あり、而して等き物の二倍なる互に等き故に（10）を得、同法に於てAE BKを結び（11）を顕し得べし、爰に於てBDECの全方なるBLの矩形とCLの矩形の和なる故に、GB HCの二方の和に等きを知る（12）あり、併BDECの方なる直線BC上に畫きし方あり、GB HCの二方は直線BA AC各の上に畫きし方なる故に、BC辺上の方ハBA AC各の上の方の和に等きあり、夫故に或る直角三角に於て云云

[illegible]定第四十八定理

若三角の一辺の上に畫く方の他の二辺各の上に畫く方の和と等き時は其二辺に因て有つ角は直角なり、ABCの三角の一辺BCの上に畫く方の、他の辺BA AC各の上に畫く方の和と等き時は、BACの角は直角なる應し

（1.11）に因てA点よりADをACに直角に畫き、ADをABに等くなし、DCを結ぶ



第四十八圖

先知 $AD = AB$ (1)

$AD^2 = AB^2$ (2)

$DA^2 + AC^2 = BA^2 + AC^2$ (3)

先知 $\angle DAC = R$ (4)

(1.47)

$DC^2 = DA^2 + AC^2$ (5)

先知 $BC^2 = BA^2 + AC^2$ (6)

$DC^2 = BC^2$ (7)

$DC = BC$ (8)

$DA = BA$ (1)

$DA + AC = BA + AC$ (9)

$DC = BC$ (8)

(1.8)

$\angle DAC = \angle BAC$ ⑽

$\angle DAC = R$ (4)

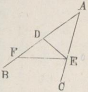
$\angle BAC = R$ ⑾

(證)(1)は先知なるが故に、其各の上に畫く方も相等き(2)なり、其兩節へACの上の方を加へ(3)を得、且DACの角を直角に組立たる故(4)なり、(147)に因て(5)を得、又(6)は先知なるが故(3)(5)(6)を考定して(7)を得、故に(8)なる事明なり、(1)(9)(8)を知るとすれば、(1.8)に因て(10)を得、(4)を以て交換して、BACの角は直角なるを知る(11)なり、夫故に若三角の一邊云云

第一巻用法

第一　定頂角を有する、三角を畫き其底角の一を他の底角の三倍と爲ん事を欲す

ABCを定角に命し、AB中にD点を設け、ACよりAEをADに等く切り、DEを結び、DBよりDFをDEに等く切り、FEを結ぶ、爰に於て AFEの三角は、欲する所の三角なり



$AD = AE$ (1)

(1.5)

$\angle ADE = \angle AED$ (2)

$FD = DE$ (3)

$\angle DFE = \angle DEF$ (4)

(1.32)

$\angle DFE + \angle DEF = \angle ADE$ (5)

$\angle DFE + \angle DEF = \angle AED$ (6)

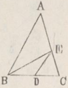
$2\angle DFE = \angle AED$ (7)

$3\angle DFE = \angle AEF$ (8)

證 (1)を先知なる故に、(1.5)に因て(2)を得、(3)を先知なる故、(1.5)に因て(4)を得又、(1.32)に因れバ三角の外角ハ是に對する二ッの内角に等きを以(5)を得追て(6)(7)(8)を得AFEの三角の定項角BACを有して、FEの底に於て、其一角AEFハ他の一角AFEの三倍を得なり

第二 ABCの三角の底線BCに於て、D点を設け、DEをACに迄、ABに平行に畫き、BDに等く為を欲す

BよりABCの角を等分し、Eに於てACに會する處き直線BEを畫き又、ABに平行して、Dに於てBCに會する所のEDを畫く時ハBDのDEに等かる處し



$$\angle ABE = \angle DEB \qquad (1)$$

先知 $$\angle ABE = \angle DBE \qquad (2)$$

$$\underset{(1.6)}{\angle DEB = \angle DBE} \qquad (3)$$

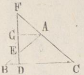
$$DE = DB \qquad (4)$$

證 ABとDEを平行に畫きたる故に、(1.29)に因れバ代る角相等き故に(1)なり、(2)を先知なる故ゟ(3)を得、(1.6)に因れバ三角の底角等き時ハ二等辺なり故(4)なるを知る

等三 二等辺三角の底線BDCに、角線FDを畫き而してAB辺をEに於て切り、CA辺をFに迄引延す然る時ハEAFの三

角ヵ、二等辺なるを詳解すべし

FD線に並、AGをBCに平行に畫く



$\angle FGA = \angle FDC$ (1.29)　(1)

$\angle FGA = R$　(2)

$\angle EGA = R$　(3)

$\angle GAE = \angle ABC$ 〃　(4)

$\angle GAF = \angle BCA$ 〃　(5)

$\angle GAE = \angle GAF$　(6)

(1.26)

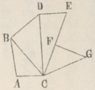
$AF = AE$　(7)

(證)AG BCハ平行線なり、FDの是に會す故に内角外角相等き(1)なり、FDCハ直角なる故に(2)(3)を得又平行線へABヵ會す故に代る角等き(4)なり、平行線へFCヵ會す故に内角外角に等き(5)なり、二等辺三角の底角等き故に(6)なり、今FGA EGAの二ツの三角に於て、AG線ハ普通なり、(2)(3)(6)を先知とする時ハ、即二ツの三角に於て二角一辺各相等し、故に(1.26)に因てハ他の辺各ヵ各に等きを知る(7)なり、爰を以てEAFの三角ハ二等辺なり

第四　直角の二等辺三角を畫く、其三辺各の自乘の和を、定三角ABCの、各辺自乘の和に等からしめん事を欲す

BDをBCに垂線に畫き、ABに等くなし、CDを結ぶ又DEをCDに垂線に畫き、ACに等くなし、CEを結び、CEをFに於て等分し、FGをCEに垂線に畫き、CFに等くなして、CGを結ぶ爰に於てCFGヵ望む所の三角なるべし

第五　三角の角を等分する所の直線は必ず一点に會す者なり



$$AB^2+BC^2=BD^2+BC^2=CD^2 \quad (1.47) \quad (1)$$

$$AB^2+BC^2+AC^2=CD^2+DE^2=CE^2 \quad (2)$$

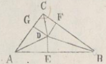
$$CE^2=4CF^2=CF^2+FG^2+CG^2 \quad (3)$$

$$AB^2+BC^2+AC^2=CF^2+FG^2+CG^2 \quad (4)$$

（證）ABはBDに等き故に、(1.47)に因れば(1)なり、ACはDEに等き故に(2)なり、CEをF於て二分せし故に(3)なり、(2)(3)交換して(4)を得、即直角の二等辺三角の各辺上の方の和は、ABCの三角の各辺上の方の和に等きなり

ABCを三角に命し、A及びBに於る角を直線AD BDに因て等分する時は、Dに於て會す而してCDを結ぶ處に於てCDは又ACBの角を等分す庵し

DよりDE DF DGを、AB BC CAに、垂線に畫し



$$\angle EBD=\angle FBD \quad (1)$$

$$\angle DEB=\angle DFB \quad (2)$$

(1.26)

$$DE=DF \quad (3)$$

$$DE=DG \quad (4)$$

$$DF=DG \quad (5)$$

$$DF^2+FC^2=CD^2 \quad (1.47) \quad (6)$$

$$DG^2+GC^2=CD^2 \quad 〃 \quad (7)$$

$$DF^2+FC^2=DG^2+GC^2 \quad (8)$$

$$FC=GC \quad (9)$$

(1.8)

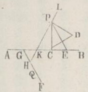
$$\angle FCD=\angle GCD \quad (10)$$

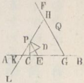
（證）BDE BDFの二ツ乃三角ニ於て、(1)(2)ハ先知ニして、DB線ハ普通なり、故ニ二角一辺の各等きを知る時ハ、(1.26)ニ因れバ(3)を得、同法ニ因て(4)を得故ニ(5)なるハ明なり、(1.47)ニ因れハ(6)(7)を得故ニ(8)なり、爰ニ於て(5)を知れバ(9)ならざるを得ず、今CGD CFDの三角ニ於て、CDハ普通なり、(5)(9)を已ニ知る時ハ、三辺皆等きを知るを以て、(1.8)ニ因れバ(10)を得故ニ直線CDハACBの角を二分するなり、

第六　二定点を通して二直線を畫き、位置を定めし直線と、等辺三角形を為すを欲す

PQを二定点ニ命し、ABを位置を定めし直線ニ命す、PQを通して二直線を畫き、ABと等辺三角形を為すことを求む

PCをABニ垂線に畫き、PCの上ニ、PDCの等邊三角を画き、而して直線PEニ因て、CPDの角を等分し、ABニEニ於て會すQを通して直線FQGを、PEニ平行ニ畫き、ABニGニ於て會すPを通して直線LPHを、PDニ直角ニ畫き、Hニ於





$\angle CPD = \frac{2}{3}R$　(1.32)　(1)

$\angle CPE = \frac{1}{3}R$　(2)

$\angle DPK = R$　(3)

$\angle KPE = \frac{2}{3}R$　(4)

$\angle CEP = \frac{2}{3}R$　(5)

$\angle HGK = \angle KEP$　(1.29)　(6)

$\angle GHK = \angle KPE$　〃　(7)

てFGに會して、LHおよびFGの求る所の直線なる應し
（證）PCDの三角の角ハ、互に等き故に、(1.32)に因て(1)なり、其
半なる(2)なり、(3)は先知なり、因て(1)(2)(3)比較すれば、
(4)なる明なり、又PCEは直角三角におゐて、(2)なる故に、
(5)あらざるを得ず、今(4)(5)に因てKPEの三角は等面な
るを知るに、而してFGとPEは平行なるを以て、(1.29)に因り
て(6)(7)を得、故にPQを通る二直線と、ABとに因て、GHK
の等辺三角形を為す事を得たり

第一巻例題

第一　定直線の上に、二等辺三角を畫き其等しき辺の各を、底線の二倍となさんと欲す

第二　二圏互に切合時は、其交点を結ぶ直線は其中心を結ぶ直線に因て、直角に平分せらる者なり

第三　垂線は最短なる直線なり、定点より畫き得べし、且垂線に近き直線は遠き直線より次第に短なり、而して垂線の両邊に於て只二個の等き直線を畫き得る者なり

第四　定直線より近、定点より直線を畫き定直線角に等き角を為さんと欲す

第五　二邊及び其一邊に對する角を定むる時は三角形畫き得べし併其定めたる邊の長短に從て畫き能はざることをも便解を爲し

第六　中心を定直線に有て二個の定点を通過する圏を畫く形求む

第七　定直線を斜線となし方を畫くを求む

第八　ABCの三角のAC邊に直角にして底線ABにD点に於て會を爲し、DCを畫き、DCに於てDEをACに等くなし、CEをFに於て等分して然る時は其DF BFを集めて「F点はABCの三角の内に畫かず、D点は底を外るゝ事なからしむ」AC BCより大なり

第九　三角の二邊の差は殘る一邊より小なり

第十　ABをしてCDをBに於て直角に等分し或るE点よりC点に迄ECを畫き是を引延しABにFに於て會せしむ而してEF DFの差はAB線に於て會を爲くE及びDより畫く或る他の二線の差よりも大なる事を解明爲し

第十一　四邊圖の斜線の和は四邊の和より小なり

第十二　一邊と是に隣たる一角及他の二辺の和或は差を定めて三角を畫くを求む

第十三　一点より定三直線を（長不等なり）畫き其端の距離を互に等くなして一線上にあらしめん事を求む

第十四　三角の頂角を等分する線が、又底線を等分する時は、此三角は二等辺なり

第十五　定点を通して、二個の定直線に會し、互に等き角をなさしむる、直線を畫く事を求む

第十六　定点より畫く直線に、他の二個の定点より畫く垂線をして等からしめん事を求む

第十七　二個の底角、及び周圍を定めて、三角を畫く事を求む

第十八　三角の邊を直角に等分する直線は、凡て一点に會する

第十九　平行二直線の間に畫く直線の、平行線に會す時は、其線を等分せし点を通して、平行線に會す他の線は、又其点に因て等分とせる者なり

第二十　平行辺形の斜線は、互に等分する者なり

第二十一　菱形は、平行辺形の斜線、直角に等分するものなり

第二十二　袴腰形或は梯形の、斜邊の中央の点を結ぶ線は、二個の平行線の和を、半斷する者に等し

第二十三　平行邊形の、斜線等しき者は、矩形なり

第二十四　二等邊三角より、是と底線を等ふする、袴腰形を切て、其三邊を等ふせん事を欲す

第二十五　互に斜線に因て等分とせる四邊圖は、平行辺

形なり

第二十六　ABCの三角の底線BCに、平行にDE線を書き、DEに於てAB ACに會す今DE線をしてBD CEの和或は差に等くなるを求む

第二十七　C点に於て折半なる、直線ACBの、A C Bより三個の平行線を書き、D F Eに於て他の直線に會する時は、直線ABCの一方、或は相對する方に於て、CFはAD BEの和の折半或は差の折半に等しき者なり

第二十八　ABCDの平行辺形あり、A点を通して、随意に書く直線へ、C点よりの距離（距離は垂線と等き者なり）は其線に平行辺形の外或は内を通過するに随て、B Dよりの距離の

和、或は差に等き事を、詳解すへし

第二十九　許多の三角の、頂角を共にし、是に對して中央に位置する点を、各底線通過する時は、其点に因て二分となる底線は最小なり

第三十　方形の斜線を延し、其端より方の一邊に、平行に直線を書き、又他の一邊を延し、是に會して三角をなす此三角をして方形に等からしめん事を欲す

第三十一　考定第五圖に於て、BG CFはHに於て切合、FBG ABCの角、相互に等き時は、BHFの角はBACの角の二倍なり

第三十二　直角を三分することを求む

第三十三　直角三角の一鋭角を他の鋭角の三倍となさん

事を求む

第三十三　二等辺三角の底線を引延し、二ッの外角の和は、二直角より頂角丈け大なり

第三十四　二等邊三角と、等辺三角と共に一底線上に有て、其各の頂角点の距離、頂角点と底角点との、距離に等き時は、其底角は頂角の四分一、或は二倍半なるべし

第三十五　或る三角に於て、頂角を等分せる、一直線を画き又頂角より垂線を底線に迄畫く時は、底角の差は、頂角より画く二直線の間の角乃二倍なり

第三十六　二等辺三角の底線BCより、D点を取り、CAをEに延しく、CEをCDに等くなし、EDABはFに於て切合時は、AEFの角の三倍は、AFEの角丈け二直角より大なり、

第三十七　多邊圖の代る辺を延して會せしめ、此直線に有つ角の総計は、尚八直角を加ふる時は、其辺数丈けの二倍の直角に等き者なり

第三十八　ABCの三角に於て、A角は直角にして、B角はC角の二倍なる時は、CBの辺は、ABの辺の二倍なり

第三十九　方形の角点各より、同距離に、各辺に点を設けて、是を結ぶ時は、又新に方形をなすべし

第四十　ABCの直角三角の、二辺上の方形をADAEと命し、弦BCを引延し、是に垂線DFEGを畫く時は、BCはDFEGの和と等く、ABCの三角は、DBFECGの三角の和に、等き者なり

第四十一　平行邊形の、相對する邊を等分する点より、是に對する角を結ぶ線は、斜線を三分す

第四十二　頂角より底に近の垂線と、二邊の差及底の分線の一ツを定めて、三角を畫く事

第四十三　ADを了して、ABCの三角の底線BCに、垂線に畫き、B角をC角の二倍となし、B角の直角より小、或は大に随て、ABを引延し、或はABに於て、BEをBDに等く取り而してEDFの直線を畫き、「若B角の直角より大なる時はEDFの直線をDEFに變すへし」AOをFに於て切ふ、然る時はFA FC FDは互に等く、ABCの三角は、AEFの三角と等角なる者なり

第四十四　前第四十三の題に於て、B角の直角より大或は小に随て小なる邊ABは、底の分線の和、或は差に等しき事を詳解すへし

第四十五　定直線を平面三角の二辺に會せしめ、他の一辺に平行に畫くを求む

第四十六　平行辺形の斜線を等分する直線は、邊に會する時は、平行邊形を等分すへし

第四十七　直角三角の直角より二直線を畫き、其一線は底線を等分し、一線は底線と垂線なり、此二直線の間の角は、三角の二鋭角の差に等しなり

第四十八　三角の底線に一点を求む、此点より二邊に平行なる、等き二直線を畫きて、辺に止る者なり

第四十九　定直線の上に、定三角に等積、二等辺三角を畫くを求む

第五十　二等辺三角の周圍は、是に等き底線を有する、同積の凡ての三角の、周圍より小なり

第五十一　同し底、同し周圍を有する、諸三角の最大なる者は、二等辺三角なり

第五十二　ABCの三角の、AB線にD点を設け、ABCの三角に等き、ADEの三角を画き、其A角を等くす

第五十三　或る四邊圖の辺を等分し、而して等分せし点を結ぶ時は、新に平行辺形をなす、而して其積は原圖の積の半なり、又相對する等分の点を結ぶ線は互に等分する

こと明なり

第五十四　三角の一辺上の定点より、直線を畫き、是を等分する事を求む

第五十五　平行邊形の、徑の或る一点より、角に達二直線を畫く時は、二雙の等積三角に割得る者なり

第五十六　ABCDの野に、十字にAC BDの縄を引き、AC BDがCDと等き角をなし、而してAC ADとBC BDと等き角をなす、之に因て AB が CD と平行なるを、詳解すべし

第五十七　考定第四十七の圖に於て、BG CHを結ぶ時は、此二線は平行する事明なり

第五十八　同圖に於て、DB EGをFG KHに、MNに於て會して凾

く引延す時は、BFM GKNの三角は等角なり、而してABCの三角に等し

第五十九　同圖に於て GH KE FDを結ぶ時は、各三角形をなしてABCの三角に等し

第六十　ABCの三角に於て、A点を通る線へ、垂線BE CFを畫き、且Dを以てBCを等分する時は、DEをむすぶ線は、DFを結ぶ線に等しき者なり

幾何學原礎巻之一　終

版權免許
明治八年十二月五日

書肆
東京芝神明前　和泉屋市兵衛
同　大傳馬町三丁目　袋屋亀次郎
西京寺町四条上ル　田中治兵衛
大坂心斎橋南壹丁目　敦賀屋九兵衛
同所　秋田屋市兵衛
静岡江川町　本屋市蔵
發兌