平面幾何學教授書目錄

多角形及圓之相關（并）筭法

附録

問題

平面幾何學教授書巻首

畧説

第一　平面幾何ハ平面上限部ノ位置・形勢・大度・相關・性質ヲ論スル所以ノ一學科ナリ之ヲ講究スルニハ先ツ點・線・面ヲ明ニスルヲ要トス

第二　點ハ單位置ヲ指スモノニシテ度無シ

第三　線ハ方向及長度ヲ指スモノニシテ幅無シ

遇フ處ノ如キ皆是點ナリ

第四　直線ハ其終始同方向ニ延ク所ノモノナリ

第五　曲線ハ恒ニ異方向ニ延キ一小部タモ直ナラサルモノナリ

第六　折線ハ直線ノ幾分部ニ屈折セル者ナリ

是ニ由テ之ヲ觀レハ直線ハ兩點間ノ最近徑ナリ故ニ凡ソ兩點間ノ距離ヲ測ルハ恒ニ直線ヲ以テス

凡ソ線ニ直曲折等ノ字ヲ冠スル了無ク單ニ線ト称スル者ハ皆是直線ヲ指言スルナリ

第七　平行線ハ二線以上同一方向ニ延ク所ノ者ナリ故ニ之ヲ引長シテ無窮ニ至ルモ絶テ相遇フ可カラサルナリ

第八　正交線ハ此ノ線彼ノ線ニ交ハルニ其方向正ニ矩ニ合スルモノナリ而シテ正交両線ニ就テ此ヲ彼ノ垂線ト称ス

第九　斜交線ハ両線相交ハル偏傾シテ矩ニ合セサルモノナリ

第十　角ハ両線相遇ヒ為ス所ノ隅角ナリ其両線ヲ角邊ト称シ角ノ尖頭ヲ角点ト呼フ

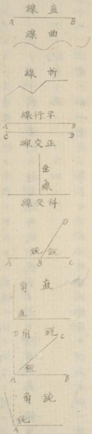
第十一　角度即角ノ大小ハ角邊間ノ濶ノ廣狭ヲ以テ之ヲ別ツ是ニ由テ之ヲ観レハ角ハ相交両線ノ状勢即傾向ノ位置ヲ定ムル所以ノ者ナリ

角ヲ三類ニ別チ以テ其大小ヲ大別ス曰ク直曰ク鋭曰ク鈍

第十二　直角ハ正交線為ス所ノ角ナリ

第十三　鋭角ハ斜交線為ス所ノ角ニシテ直角ヨリ小ナル者ナリ

第十四　鈍角ハ斜交線為ス所ノ角ニシテ直角ヨリ大ナル者ナリ



是ニ由テ之ヲ観レハ此ノ線ノ彼ノ線ニ相過フヤ此ノ線ノ両旁ニ成ル所ノ各角（両角）等シケレハ倶ニ是レ直ニシテ此線ハ彼ノ線上ノ垂線タリ若シ等シカラサレハ一ハ是レ鋭二ハ是レ鈍ニシテ此彼斜交線タルナリ

第十五　凡ソ圖ニハABC等ノ字母ヲ其要点ニ置キ以テ記ト為ス所シ

テ之ヲ指名スル皆此字毋ヲ以テス其法左ノ如シ
點ハ其記ノ字毋ヲ以テ之ヲ指ス線ハ其各端ニ在ル字毋ヲ列記シ以テ之ヲ指ス前図ノ直線ノ如キ之ヲAB線ト稱ス角ハ其角点ノ記ヲ以テ之ヲ指ス前図ノ鈍角ノ如キ之ヲA角ト稱ス但同一角点ニ二角以上在ルキハ其角点ノ記ヲ中位ニ在ラシメ角邉ノ他ノ両字ト偕ニ並記シ以テ之ヲ指ス前図ノ斜交線所成ノ鋭角ハ之ヲDBC角ト為シ鈍角ハ之ヲABD角ト為スヘキカ如シ

第十六　二角ノ和一直角ト等シケレハ二角彼此餘角ヲ相為ス例ヘハ前図ノCAB角DAB角ノ和ヲ一直角ト等シト為レハCAB角ハDAC角ノ餘角ニシテDAC角ハCAB角ノ餘角ナルカ如シ（鋭角ノ図ヲ看ヨ）

第十七　二角ノ和二直角ト等シケレハ二角彼此補角ヲ相為ス例ヘハ前図（斜交線ノ図ヲ看ヨ）DBC角ABD角ノ和ヲ二直角ト等シト為レハDBC角ハABD角ノ補角ニシテABD角ハDBC角ノ補角タルカ如シ

第十八　面ハ長ト幅トヲ以テ擴張スルモノナリ

第十九　平面ハ其面内何方向ニ限ラス両点間ニ延ク所ノ直線毎ニ面ニ密符シテ毫モ間隙無キモノナリ

第二十　幾何ノ平面形ハ直線或ハ曲線或ハ直曲両線ヲ以テ限界スル所ノ面ナリ

第二十一　角形ハ直線ヲ以テ限界スル所ノ平面形ナリ其界線ヲ邉ト稱ス

第二十二　角形ハ亦邉形ト称ス蓋シ其角ト邉ト同数ナルヲ以テナリ而シテ其邉或ハ角ノ数ニ因テ幾邉形或ハ幾角形ト称ス例ヘハ三邉ノ者ヲ三邉形或ハ三角形ト称シ五邉ノ者ヲ五邉形或ハ五角形ト呼フカ如シ

角形ノ最簡ナル者ヲ三角形ト為ス而シテ他何角形ニ論ナク三角形ニ因リテ解剖シ得ルナリ

第二十三　三角形ハ三辺三角ヲ有スル所ノ角形ナリ之ヲ種別シテ七ト為ス

〔第一〕不等邊三角形　三邊線度皆不等ナル三角形ヲ云フ

〔第二〕等脚三角形　兩邊線度相等ナル三角形ヲ云フ

〔第三〕等邊三角形　三邊線度皆相等ナル三角形ヲ云フ

〔第四〕直角三角形　三角ノ中一角直ナル三角形ヲ云フ

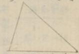
〔第五〕鈍角三角形　三角ノ中一角鈍ナル三角形ヲ云フ

〔第六〕銳角三角形　三角皆銳ナル三角形ヲ云フ

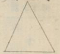
〔第七〕等角三角形　三角ノ度皆相等ナル三角形ヲ云フ

等角三角形ハ亦等邊三角形ニシテ等邊ハ亦等角ナリ

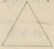
不等辺三角形



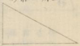
等脚三角形



等辺三角形



直角三角形



鈍角三角形

銳角三角形

等角三角形

第二十四　四邊形ハ四邊四角ヲ有スル所ノ角形ナリ之ヲ大別シテ二ト為ス曰ク平行辺方形曰ク不等辺四辺形

第二十五　平行辺方形ハ對辺兩々平行スル所ノ四辺形ナリ之ヲ種別シテ二ト為ス

〔第一〕直角方形（或ハ單ニ直角形ト称ス）直角ヲ有スル平行辺方形ナリ又之ヲ分テ二ト為ス曰ク長方形曰ク正方形是ナリ

長方形ハ此ノ對辺相等ニシテ彼ノ對辺相等ナルモ此彼不等ナル直角形ナリ」正方形ハ四辺皆相等ナル直角形ナリ

〔第二〕斜角方形　斜角ヲ有スル平行辺方形ヲ云フ又之ヲ分テ二ト為ス曰ク長菱形、曰ク菱形、是ナリ

長菱形ハ此ノ對辺相等シクシテ彼ノ對辺相等シキモ此彼不等ナル斜角方形ナリ

菱形ハ四辺皆相等ナル斜角方形ナリ

第二十六　不等辺四辺形ハ四邊線度皆不等ナル四辺形ナリ之ヲ種別シテ二ト為ス

〔第一〕不平行辺方形　對辺平行セサル四辺形ヲ云フ

〔第二〕兩辺平行不等辺方形　此對辺ハ平行シ彼ノ對辺ハ平行セサル不等辺方形ヲ云フ

第二十七　對角線ハ四邊以上ノ角形ノ相對兩角点ヲ聯亘スル所ノ直線ナリ

第二十八　角形ノ周邊ハ其各邊線ノ和ナリ

第二十九　角形ノ底線ハ基礎ト想定スル所ノ邊線ナリ

第三十　一点ヨリ線ニ至ルノ距離ハ点ヨリ線ニ直垂スル線ナリ

第三十一　角形ノ高ハ底線ト之ニ對スル角或ハ邊トノ間ノ距離ナリ

第三十二　圜ハ始無ク終無キ曲線ノ圍繞スル平面形ニシテ其界線ノ諸点ハ面内真中点ヲ距ル咸ナ相等シキモノナリ

第三十三　圜心ハ圜ノ真中点ニシテ圜界ハ其界ヲ為ス曲線ナリ

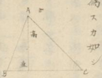
第三十四　圜径ハ圜心ヲ貫キ亘リテ圜界ニ限ラレタル直線ニシテ半径ハ圜心ヨリ圜界ニ至ルノ直線ナリ

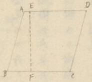
第三十五　圜弧ハ圜界ノ一部タルヘキ曲線ナリ

第三十六　相等線ハ兩以上ノ線皆其長度ノ等シキモノナリ相等形ハ兩以上ノ平面形其状勢ニ拘ラス皆其面度ノ等シキモノナリ

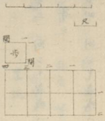
第三十七　凡ソ角形ハ其各角点ノ記タル字母ヲ並記シ以テ之ヲ指言ス」例ハ左図ノ三邉形ハ之ヲABC形ト為シ四邉形ハ之ヲABCD形ト為スカ如シ」圏ハ其圏界ノ記タル三字母ヲ並記シ以テ之ヲ指言ス例ハ左圖ノ圏ハ之ヲABC圏ト為スカ如シ

第三十八　凡ソ角点圏心ニ在ル所ノ角ノ度ハ角邉夾截スル所ノ弧ヲ以テ度ル可シ例ヘハAOB角ハAB弧ヲ以テ度ルヘキカ如シ是ニ由テ兩以上ノ角度ヲ較度スルニハ角点ニ圏心ヲ置ケル等圏ノ弧ヲ以テス可シ」





第三十九　大度ノ數値ハ他ノ大度ニ比較スルヨリ見ハル、者ニシテ即是倍數ナリ例ヘハ五尺ノ線ハ一尺ノ線ニ比較シテ始メテ一尺ノ五倍即五尺ナルヲ見ルカ如シ又八歩ノ面ハ一歩（方一間）ノ面ニ比較シテ始メテ一歩ノ八倍即八歩ナルヲ見ルカ如シ



斯ノ如ク他ノ大度ヲ度リテ以テ數値ヲ定ムル所ノ者ヲ其基度ト稱フ例ヘハ線ニ於テハ寸、尺、間等ノ如ク面ニ在テハ方寸、方尺、方間（即歩）等ノ如シ

是ニ由テ凡ソ直角方形ノ面積ハ縦横邉線ノ基度ノ數ノ乗積ナルヲ知ル可シ

自明法（解明ヲ須タスシテ自カラ明ナル法術ナリ）

第一　此一点ヨリ彼一点ニ至ルノ直線ヲ作ルノ法ヲ求ム

第二　一直線ヲ引長シテ任意ノ距離ニ到ラシムルノ法ヲ求ム

第三　一点ヲ心ト為シ定長度ノ線ヲ半径ト為シ圜界ヲ作ルノ法ヲ求ム

自明説（證明ヲ須ヰスシテ自カラ明ナル理義ノ定説ナリ）

第一　同シキ者或ハ等シキ者ト等シキ所ノ者ハ亦互ニ相等シ

第二　同シキ者或ハ等シキ者ヲ他ノ等シキ者ニ加フルノ和ハ亦相等シ

第三　同シキ者或ハ等シキ者ヲ他ノ等シキ者ヨリ減スルノ差ハ亦相等シ

第四　同シキ者或ハ等シキ者ヲ等シカラサル者ニ加フルノ和ハ亦相等シカラス

第五　同シキ者或ハ等シキ者ヲ等シカラサル者ヨリ減スルノ差ハ亦相等シカラス

第六　同シキ者或ハ等シキ者ノ二倍ハ亦相等シ

第七　同シキ者或ハ等シキ者ノ半ハ亦相等シ

第八　全ハ分ヨリ大ナリ　第九　全ハ其分ノ和ト等シ

第十。恰モ相符シテ剰缺無キモノハ全ク相等シ

第十一　直角ハ皆相等シ　第十二　直線ハ二点間ノ最近径ナリ」

第十三　二点間ニハ二直線現存シ能ハス

畧説


角


R.
直角


圜


垂線


三角形


平行線

AB×BC或ハAB·BC　AB BC両線ヲ縦横線ト為シ作ル所ノ直角形、之ヲAB・BC矩内直角形ト称ス

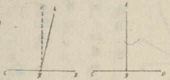
AB^2　AB線ヲ一辺ト為シ作ル所ノ正方形、之ヲAB上ノ正方形或ハAB之正方形ト称ス

平面幾何學教授書第一巻

第一題　定説

一直線、他一直線ニ遇フヤ其兩旁ニ成ル所ノ兩角或ハ兩直角タリ或ハ其和、兩直角ニ等シ

例ハAB線CD線ニB點ニ於テ相遇フニAB若シCD上ニ直垂スルトキハABC角ABD角ハ倶ニ是レ直ナリ即両直角ヲ成セルナリ（界・一三）



AB若シCDニ斜交スルトキハ其ABC角ABD角ノ和両直角ト等シ

其故如何試ニ交點BヨリBE線ヲ出シCD上ノ垂線ト為セ然ルトキハCBE EBDノ兩角ハ即兩直角タリ而シテABD角ABC角ノ和ハCBE EBD兩角ノ和ト相符シテ缺剰無シ（明説・一〇）

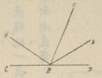
故ニABD角ABC角ノ和ハ兩直角ニ等シ

系說　由是觀之ABC角ABD角ノ如キハ互ニ補角ヲ相爲ス（界、一七）

第二題　定說

一直線内ノ一點ヨリ同傍ニ出ル所ノ數線爲ス所ノ諸角ノ和ハ二直角ニ等シ

例ヘハCD線内B點ヨリ出ル所ノBA BE BH線爲ス所ノDBA ABE EBH HBCノ和ハ二直角ニ等シ



證

$\llcorner DBA+\llcorner ABE=\llcorner DBE$

$\llcorner EBH+\llcorner HBC=\llcorner EBC$

（明說、九）

$\llcorner DBA+\llcorner ABE+\llcorner EBH+\llcorner HBC=\llcorner DBE+\llcorner EBC$

（明說、二）然ルニ

$\llcorner DBE+\llcorner EBC=2R{\cdot}L$

（本、一）∴

$\llcorner DBA+\llcorner ABE+\llcorner EBH+\llcorner HBC=2R{\cdot}L$

系說一　是ニ由テ推究スレハ衆直線一點ニ輻遇シ爲ス所ノ衆角ノ和即一點周傍ノ總角ハ四直角ニ等シ

系說二、

圜心ニ於テ成ス所ノ角ハ之ニ對スル所ノ弧ヲ以テ度ル可キヲ以テ弧ハ亦圜心ニ在ル角ヲ以テ度ル可シ（界、三八）故ニ全圜界ハ四直角ヲ以テ半圜界ハ二直角ヲ以テ一象限（四分圜界ヲ象限ト爲ス）ハ一直角ヲ以テ各之ヲ度ルヘシ圜界ヲ三百六十ニ平分シ之ヲ度ト名ツケ以テ弧度ヲ度定ス故ニ一象限ハ九十度ニ當ル之ニ資テ角ヲ度ル故ニ一直角ハ亦九十度ニ當ル

第三題　定說

此ノ一直線彼ノ二直線ト一点ニ於テ相遇フニ其爲ス所ノ二角ノ和若シ二直角ト等シケレハ彼ノ二直線ハ是レ同一線ヲ爲スナリ

例ヘハAB線BD BE二線トB點ニ於テ相遇フニ其爲ス所ノABD ABE二角ノ和若シ二直角ニ等シケレハDB BEハ是レ同一直線タルナリ

試ニDB BEヲ同一直線ナラスト為シDBヲ引長シテDBCヲ作リ之ヲ一直線ト假想セヨ然ル片ハABD ABC二角ノ和ハ二直角ト等シカル可シ(本二)然ルニ設定ニ據レハABD ABE二角ノ和ハ既ニ二直角ト等シキヲ以テABD ABC二角ノ和ハABD ABE二角ノ和ト等シカラサル可カラス今其各等者ヨリ公適角ABDヲ減去スレハ残ABC角ABE角亦相等シカラサル可カラス(明説・三)果シテ然ラハBE BCハ現ニ相恰符シテ一線ト為ルヘシ圖ノ如ク相離ル可カラス若シ相離ルヽト為シカ則チ是全ハ分ニ等シト云フノ義ナリ豈此理アランヤ故ニDBハBEト同一直線ヲ為スノ外他理無シ

第四題　定説

凡ソ二直線相交過スルヤ其為ス所ノ對尖角ハ兩々相等シ

例ヘハAB CD二線E點ニ於テ相交ル片ハ對尖兩角AEC BED相等シク又對尖兩角AED BEC相等シ

證

$\angle AEC = z$, $\angle AED = y$

$\angle BED = x$

$z+y=2R\angle$

$y+x=2R\angle$

(本・二)$\therefore$

$z+y=y+x$

$\therefore$

$z=x$

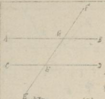
(明説・三)即

$\angle AEC = \angle BED$

AED角ノBEC角ト相等シキハ同法ヲ以テ之ヲ證明シ得ヘシ

第五題　定説

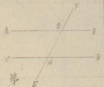
一直線、平行二直線ヲ串過スル片ハ串線ノ同一旁ニ在ル兩内角ハ二直角ニ等シ（平行線ノ間ニ在ル角ヲ内角ト称シ平行線ノ間ニ在ラサル角ヲ外角ト呼フ）



例ヘハEF線、平行兩線AB CDヲ串通スル片ハ串線EFノ同一旁ニ在ル内二角BGH GHDノ和ハ二直角ニ等シ

證、AB、CDハ平行線ナルヲ以テ串線EFノABニ於ルノ傾向ハ正ニCDニ於ルト相同シ因テFGB角ハGHD角ト等シ此各角ニ

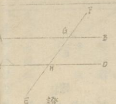
BGH角ヲ加フレハ $\angle FGB+\angle BGH=\angle GHD+\angle BGH$ 然ルニ $\angle FGB+\angle BGH=2R\llcorner$（本・一）∴ $\angle BGH+\angle GHD=2R\llcorner$



第六題　定説

一直線、平行兩直線ヲ串通スル𪜈ハ其内錯角（串線ノ双方ニ隔在スル兩角ヲ云フ）互ニ相等シ

例ヘハEF線、平行兩線ABCDヲ串通スル𪜈ハ内錯角AGH GHD相等シク、又CHG角ハHGB角ニ等シ



證、$\angle FGB=\angle GHD$（本・五・證説）然ルニ $\angle FGB=\angle AGH$（本・四）∴ $\angle AGH=\angle GHD$

CHG角ノHGB角ト等シキノ證明ハ亦同法ヲ以テ之ヲ得ヘシ

系説一　平行線ノ串線同方ノ内外隔角ハ兩々相等シ（本・五説）

系説二、平行線ノ外錯角ハ兩々相等シ

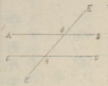
證

$\angle AGH=\angle FGB$ 又 $\angle AGH=\angle CHE$ ∴ $\angle FGB=\angle CHE$ 而シテ $\angle AGF=\angle EHD$ ナルハ同法ヲ以テ之ヲ證明スヘシ

第七題　定説

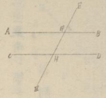
一直線、他ノ二直線ヲ串過スルニ其串線ノ同一旁ニ成ル所ノ兩内角ノ和二直角ト等シクレハ二直線ハ是レ平行線タルナリ

例ヘハEF線、ABCD二線ヲ串過スルニEF線ノ同一旁ニ成ル所ノ $\angle BGH$ $\angle GHD$ ノ和、二直角ニ等シト為レハABCDハ是レ平行線タルナリ



證、二直線倶ニ他一直線ニ遇ヒ同傾向ヲ保ツ𪜈ハ其二直

線ハ是同方向ニ延ケル者ニシテ即チ平行線タルナリ(界・七)茲ニ



$\angle FGB+\angle BGH=2R\cdot L$
(本・二)

$\angle BGH+\angle GHD=2R\cdot L$
(設定)∴

$\angle FGB+\angle BGH$
$=\angle BGH+\angle GHD$
∴
$\angle FGB=\angle GHD$
(明説、三)∴
$AB\parallel CD$

系説一、一直線、他ノ二直線ヲ串過スルニ其内錯角等シケレハ其二直線ハ是レ平行線タルナリ

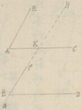
系説二、一直線、他ノ二直線ヲ串過スルニ其串線ノ同方内外隔角等シケレハ是レ平行線タルナリ

系説三、一直線、他ノ二直線ヲ串過スルニ其外錯角等シケレハ其二直角ハ是レ平行線タルナリ

第八題　定説

二角其邊線各、相平行スル者ハ其度等シ然ラサレハ補角ヲ相為ス

例ヘハEAC角EBD角有リ其EAハFBニ平行シACハBDニ平行セリト為レハEAC角ハFBD角ト等シ又EAC角DBG角アリ其EAハBGニ平行シACハBDニ平行セリト為レハEAC DBG両角ハ互ニ補角ヲ相為ス



證
$AE\parallel BH$
∴
$\angle EAC=\angle HKC$
(本六・系二)又
$AC\parallel BD$
∴
$\angle FBD=\angle HBD$
∴
$\angle EAC=\angle FBD$

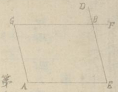
又
$\angle DBG+\angle FBD=2R\cdot L$
然ルニ
$\angle FBD=\angle EAC$
∴
$\angle DBG+\angle EAC=2R\cdot L$

即チ$\angle DBG$ハ$\angle EAC$ノ補角タリ$\angle EAC$ハ$\angle DDG$ノ補角タルナリ

第九題　定説

凡ッ平行辺方形ノ對角ハ両々相等シ

例ヘハ平行辺方形AEBGノA角ハGBE角ニ等シクG角ハE角ニ等シ

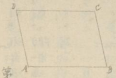


證、試ニEBヲ引テDニ、GBヲ引テFニ迫ラシメヨ然レハ
$\llcorner DBF=\llcorner GBE$（本·四）亦 $\llcorner DBF=\llcorner GAE$（本·八）∴ $\llcorner GBE=\llcorner A$ $\llcorner G$及$\llcorner E$ノ相等シキ亦同一理ナリ

第十題　定説

凡ソ平行辺方形所容四角ノ和ハ四直角ト等シ

例ヘハ平行辺方形ABCDノA·B·C·D四角ノ和ハ四直角ト等シ



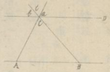
證、$AD \parallel BC$ ∴ $\llcorner A+\llcorner B=2R·L$（本·五）又 $\llcorner D+\llcorner C=2R·L$ ∴ $\llcorner A+\llcorner B+\llcorner C+\llcorner D=4R·L$

第十一題　定説

凡ソ三角形所容三角ノ和ハ二直角ト等シ

例ヘハ三角形ABCノA·B·C三角ノ和ノ如キ是レ二直角ト等シ

證、試ニAC及BCヲ各々引長シC角點ヲ過キABト平行スル所ノCD線ヲ作リ之トAC BCノ兩引長線ト相為セル角ヲa·b·c（図如）ト命スベシ然レハ



$\llcorner A=\llcorner a$ $\llcorner B=\llcorner b$（本六·系二）$\llcorner c=\llcorner C$（本·四）∴ $\llcorner A+\llcorner B+\llcorner C=\llcorner a+\llcorner b+\llcorner c$ 然ルニ $\llcorner a+\llcorner b+\llcorner c=2R·L$（本·二）∴ $\llcorner A+\llcorner B+\llcorner C=2R·L$

第十二題　定説

三角形ノ一邊ヲ引長シ茲ニ成ス所ノ外角ハ其相隔ノ二内角ノ和ト等シ

例ヘハ三角形ABCノAB邊ヲ引長シテDニ到レハ茲ニ成ス所ノCBD角ハ其相隔ノ二内角ノ和ト等シ

證、試ニB角點ヨリAC邊ニ平行スルBE線ヲ作レ然トキハ

$\angle DBE=\angle A$（本六・系二）

$\angle EBC=\angle C$（本・六）

$\therefore \angle DBE+\angle EBC=\angle A+\angle C$（明説・二）

然ルニ

$\angle DBE+\angle EBC=\angle CBD$

$\therefore \angle CBD=\angle A+\angle C$

系説一、三角形ノ外角ハ其相隅内角ノ各一ヨリモ毎ニ大ナリ

系説二、兩三角形此形ノ二角遍ヒニ彼形ノ二角ト等シケレハ彼此ノ第三角（即自餘ノ一角）亦相等シ（明説・三）之ヲ互相等角ノ兩三角形ト為ス

系説三、兩三角形此形ノ一角若シ彼形ノ一角ト等シケレハ此ノ餘二角ノ和ハ彼ノ餘二角ノ和ト相等シ（明説・三）

系説四、三角形ノ一角直ナレハ自餘兩角各〻鋭ニシテ其和一直角ナリ

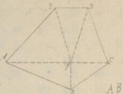
系説五、凡ソ三角形ノ較小兩角ハ各〻必ス鋭角ナリ

系説六、三角形ハ三個角倶ニ鋭タルヲ得可シ而モ一個角ノ外、直或ハ鈍タルヲ得可カラス

第十三題　定説

何角形ニ論無ク本形總内角ノ共度ハ邊數減二ノ二倍數ノ直角ト等シ

例ヘハ五角形ABCDEノ五内角ノ和ノ如キ是レ六直角即 $2(5-2)R\cdot L$ 即 $2\cdot3\cdot R\cdot L$ ナリ



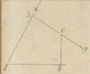
證、試ニ形内任一點ヨリ各角點ニ至ルノ五線ヲ作ル則チ五三角形ヲ成ス此ノ各形内角ノ和ハ皆二直角ニ當ルヲ以テ之ヲ相併スレハ十直角ナリ是レ本形（五角形）總内角トF点周傍總角トノ和タルヤ視テ即チ知ル可シ因テ此ヨリF点周傍總角即チ四直角（本二・系二）ヲ減スレハ殘餘即六直角ハ是レ本形（五角形）總内角ノ共度タル亦知ル可シ今Sヲ以テ邊數ニ代用スレハ

總内角ハ$2(5-2)\cdot R\cdot L$ト為ル是レ何邊形ニ限ラス皆通ス

第十四題 定説

一角若シ此ノ角邊各、彼ノ角邊ト遞ヒニ垂線ヲ相為スキハ其度等シ其度等シカラサレハ補角ヲ相為ス

例ヘハBAD角トBCE角或ハBCD角ト其角邊若シD及Bニ於テ正交セリト為セハ則チBAD角ハBCE角ニ等シクDCB角ト補角ヲ相為ス



證

$\angle BAD+\angle ABC+\angle BCD+\angle CDA=4R\cdot L$

$\therefore$ AC形ハ四邊形

然ニ

$\angle ABC+\angle CDA=2R\cdot L$

$\therefore$

$\angle DAB+\angle BCD=2R\cdot L$

即補角ヲ相為ス

既ニ

$\angle DAB+\angle BCD=2R\cdot L$

又

$\angle BCE+\angle BCD=2R\cdot L$

$\therefore$

$\angle DAB+\angle BCD=\angle BCE+\angle BCD$

各邊ヨリ公通ノ角$\angle BCD$ヲ減スレハ

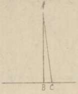
則

$\angle DAB=\angle BCE$

第十五題 定説

一直線外ノ一点ヨリ本線ニ到ルノ垂線ハ止タ一條能ク之ヲ作ル可シ

例ヘハBC線外ノ一A点ヨリハBC線上ニ一垂線ノ外作ル能ハズ

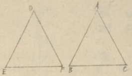


證、試ニAB AC二條ノ垂線ヲ作リ得ルト假想セヨ則チ先ツABハ垂線ナルヲ以テABC角ハ直角ナリ次ニACモ垂線ナルヲ以テACB角亦直角タルサル可カラス果シテ然ラハ三角形ABCノ二角併セテ二直角ナル可キヲ以テ第三角BACハ當ニ無究小即虚無タルヘシBAC角既ニ虚無ナレハAB ACハ全ク恰符シテC點B點ト一致シ圖ノ如ク二條ヲ現セス便チ一條ト為ル故ニ線外一點ヨリハ一垂線ノ外本線上ニ落スコト能ハス

系説、一直線内ノ一點ニハ止タ一條ノ線之ニ正交スルヲ得ル

第十六題 定説

兩三角形、此ノ二邊線各々彼ノ二邊線ト遞ニ等シクシテ其股間ノ角又等シケレハ兩形全ク相等シ（即边角倶ニ此彼各々遞ニ相等シ）



例ハ兩三角ABC DEFニ於テABハDEトACハDFト各々等シクA角ハD角ト等シケレハABC形ハ全クDEF形ト等シ

證、試ニ三角形ABCヲ三角形DEF上ニ重ネA點ヲD點ニAB邊ヲDE邊ニ各々相符セシメヨ則チAB DE相等シキヲ以テB點ハE點ト一致スAB DE既ニ相符シA角D角相等シキヲ以テAC必スDFト相符シ且ツ其度等シキヲ以テC點必スF點ト一致ス然ルニB點既ニE點ト相符スルヲ以テ底線BC EF相恰符ス即チ相等シ是ニ於テ兩形全ク相等シ

第十七題　定説

兩三角形此ノ二角各々彼ノ二角ト遞ニ等シクシテ其兩角所夾ノ邊又等シケレハ兩形全ク相等シ

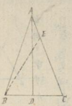
例ヘハ兩三角形ABC DEFニ於テB角ハE角ト、C角ハF角ト各々等シクシテBC边ハEF边ト等シケレハABC形ハ全クDEF形ト等シ

證、試ニ三角形ABCヲ三角形DEF上ニ重ネB點ヲE點ト、BC边ヲEF边ト各々相符セシメヨ則チBC EF相等シキヲ以テC點必スF點ト一致ス而シテB角E角相等シキヲ以テBA边ハED边ト同方向ヲ取リA點ハ必スDE線內ニ在ルヘシ又C角F角相等シキヲ以テCA边ハFD边ト同方向ヲ取リA點ハ必スFD線內ニ在ルヘシ一A點ニシテDE DF二線內ニ在ルヲ以テ此A點ハ必ス二線相交ノ處即D點ニ在ルヘレ是ニ兩形全ク相恰符ス乃チ兩形全ク相等シ

第十八題　定説

等脚三角形ノ兩底角ハ其度相等シ

例ヘハ三角形ABCノ兩辺AB AC相等シケレハB角C角相等シ



證 試ニA角ヲ兩平分シテ底BCニ到ルノ線ヲ作リABD ACD兩形ヲ作レ則チ此兩形ハ第十六題ノ兩三角形ト同情勢タルヲ以テ彼此全ク相等シ故ニB角C角正ニ相等シ

系説一、三角形ノ兩角若シ等シケレハ等角ニ對スルノ辺相等シ

令試ニAB AC相等シカラスAC大ナリト假定シBE線ヲ作リBE EC相等シト想ヘ則チEBC形ハ等脚三角形ナルヘキヲ以テEBC角當ニACB角ト等シカルヘシ然ルニABC角元来ACB角ニ等シト設定セリ故ニABC角當ニEBC角ト等シカラサルヘカラス是レ全ト分ト相等シト云フニ當ルヲ以テ非理ナリ是ニ由テ之ヲ推セハAB AC不等ナル㕝ハ必不相等

系説二、等脚三角形ノ頂角ヲ兩平分スルノ線ハ兼テ底線ヲ兩平分ス又底線上ニ垂線タリ

系説三、等脚三角形ノ底線ヲ兩平分シテ頂角點ニ到ルノ線ハ必ス頂角ヲ兩平分ス

系説四、等辺三角形ハ即チ等角三角形ニシテ等角ナレハ等辺ナリ

第十九題 定説

凡ソ三角形ノ大辺ハ必ス大角ニ對ス

例ヘハ三角形ABCニ於テAC辺若シAB辺ヨリ大ナレハABC角ハACB角ヨリ大ナリ

證 試ニ大辺ACニ小辺ABト等シキ距離ADヲ取リBDヲ聯亘セヨ則チABD角猶且C角ヨリ大ナリ而况ヤABC角ニ於テヲヤ

$\angle ABD = \angle ADB$（本・二八）而

$\angle ADB > \angle C$（本一二、系一）∴

$\angle ABD > \angle C$

系說、凡ソ三角形ノ大角ハ必ス大辺ニ對ス

例ヘハ三角形ABCノB角ヲA角ヨリ大ナリト為レハAC辺BCヨリ大ナリ

令試ニBC AC相等シト為ンカ則チA角B角相等クルヘシ（本一八）是レ設定ニ悖ル故ニ然ラス若シ又BCヲACヨリ大ナリト為ンカ則チA角ハB角ヨリ大ナルヘシ（本題）是レ亦設定ニ反ス故ニ亦然ラス是レニ由テ觀レハBCハACニ等シキヿ能ハス亦ACヨリ大ナル能ハス即チACヨリ小ナルノ外他理ナシ

第廿題　定說

凡ソ三角形ノ兩辺ノ差ハ毎ネニ自餘一辺ヨリ小ナリ

證、

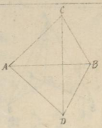
$$AB+BC>AC$$

$$\frac{AB=AB}{BC>AC-AB}$$

註、大小兩者ヨリ各〻相等者ヲ減スレハ大者ノ殘ハ尚ホ小者ノ殘ヨリ大ナリ（明說五）上式ノ第一ハ凡ソ直線ハ二點間ノ最短徑ナ

第二十一題　定說

兩三角形、此ノ三邊線各〻彼ノ三邊線ト遞ヒニ等シケレハ則チ此ノ三個角各〻彼ノ三個角ト等シ



例ヘハ兩三角形ABC ABDニ於テ甲ノAB邊乙ノAB邊ニ等シク

$AC=AD$
$BC=BD$

ト為レハ

$\angle CAB=\angle DAB$
$\angle ACB=\angle ADB$
$\angle ABC=\angle ABD$

タルナリ

證、試ニ兩形ノ最大邊ABヲ相符シテ之ヲ反對セシメCDヲ聯亘セヨ

則チ

$AC=AD$
$\therefore$
$\angle ACD=\angle ADC$
（本・一八）

$CB=BD$
$\therefore$
$\angle BCD=\angle BDC$
$\therefore$
$\angle ACD+\angle BCD$
$=\angle ADC+\angle BDC$

即

全$\angle ACB=$全$\angle ADB$

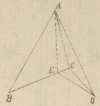
而

$AC=AD$
$BC=BD$
$\therefore$
$\angle CAB=\angle DAB$
$\angle CBA=\angle DBA$
（本・一六）

第二十二題　定說

兩三角形、此ノ兩邊線各、彼ノ兩邊線ト遂ヒニ等シキモ其股間ノ角不等ナレハ第三邊亦不等ニシテ而シテ其角大ナル者ハ第三邊隨テ大ナリ

例ヘハ兩三角形ABC ACDニ於テAB邊ハAD辺ニ此ノACハ彼ノACニ各等シキモ而モBAC角、DAC角ヨリ大ナリト為レハBC邊ハ隨テCD邊ヨリ大ナリ



證、試ニ如圖兩△ヲ接置シAEヲ以テBAD角ヲ平分シEDヲ聯且セヨ則チ

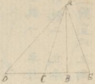
$$AB=AD$$
$$AE=AE$$
$$\angle BAE=\angle DAE$$
$$\therefore$$
$$BE=ED$$
（本一六）而
$$BE+EC=BC$$
$$\therefore$$
$$BC=EC+ED$$
然ニ
$$CE+ED>CD$$
（明說二三）$\therefore$
$$BC>CD$$

系說、一直線ノ正中點ニ落ルノ垂線ハ其線内ノ何點ニ限ラス每ニ其他ノ兩端ヨリノ兩距離相等シ（本題ノ図ニ於テBDヲ聯且シ等脚三角形BADヲ作リ以テ本義ヲ推考スヘシ）

第二十三題　定說

一點ヨリ一直線ニ到ルノ線ニ即チ垂線ハ其最短線タリ垂線ノ趾點ヲ距ル最遠タル者ハ其最長線タリ而シテ垂線ノ趾點ヲ距ル相等ナル兩者ハ其相等線タルナリ

例ヘハAヲDE線外ノ一點、ABヲ垂線、BDヲBCヨリ大、BC BEヲ相等ナリト為セハ〔第一〕ABハACヨリ小〔第二〕ADハACヨリ大〔第三〕AC AEハ相等ナリ



證、

〔第一〕
$$\angle ABC=R\angle$$
而
$$\angle ACB<R\angle$$
（本一二系四）
$$\therefore$$
$$AB<AC$$

〔第二〕
$$\angle ACB<R\angle$$
而
$$\angle ACB+\angle ACD=2R\angle$$
$$\therefore$$
$$\angle ACD>R\angle$$
而
$$\angle D<R\angle$$
$$\therefore$$
$$\angle D<\angle ACD$$
$$\therefore$$
$$AD>AC$$

〔第三〕
$$AB, BC\ 各々=AB, BE$$
$$\angle ABC=\angle ABE$$
$$\therefore$$
$$\triangle ABC=\triangle ABE$$
$$\therefore$$
$$AC=AE$$

系說、同一點ヨリ相等兩斜線ヲ出シ一直線ニ到ラシムレハ其兩交點ハ原點ヨリスル垂線ノ趾點ヲ距ル正ニ相等シ

第二十四題　定說

凡ッ平行辺方形ハ其對辺兩々相等シ

例ヘハ平行辺方形ABCDニ於テ$AB=DC$ $AD=BC$

證、
$AB \parallel DC$
$\therefore$
$\angle ABD = \angle BDC$
（本、六）
$AD \parallel BC$
$\therefore$
$\angle ADB = \angle DBC$
既ニ
$\angle ABD = \angle BDC$
$\angle ADB = \angle DBC$
而
BD＝兩△通辺
$\therefore$（本、一七）
$AB=DC$
$AD=BC$

系説一、平行辺方形ノ一角若シ直角ナレハ本形ハ是直角形ナリ

系説二、凡ッ平行辺方形ノ兩隣角ノ和ハ二直角ニ等シ

［附言］以上兩系ヲ證明スルニハ四辺形内角ノ和ハ四直角ナルニ着意スヘシ

第二十五題　定説

四辺形ノ對辺若シ兩々相等シケレハ則兩々平行シ平行辺方形タルナリ

例ヘハ四邊形ABDCニ於テABハDCニACハBDニ各等シケレハABハDCニACハBDニ各平行シテABDC形ハ平行辺方形タルナリ

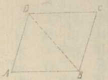
證、
$AB=CD$
$AC=BD$
CB＝兩△通辺
$\therefore$（本、二二）
$\angle ABC = \angle DCB$
$\angle ACB = \angle DBC$
既ニ
錯$\angle ABC$＝錯$\angle DCB$
$\therefore$（本七、系二）
$AB \parallel CD$
又
錯$\angle ACB$＝錯DB
$\therefore$
$AC \parallel BD$
$\therefore$
$ABDC$＝平行辺方形

系説　對角線ハ平行辺方形ヲ兩平分ス

第二十六題　定説

平行相等兩線ノ同位ノ端末ヲ聯亘スルノ兩線ハ亦平行シ其度等シ而シテ成ル所ノ者ハ平行辺方形ナリ

例ヘハABハDCニ平行シ又其度等シト為セハ其同位ノ端末ヲ聯亘スル兩線AD BCハ亦平行シテ其度等シ而シテABCD形ハ平行辺方形ナリ

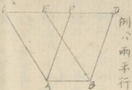


證、
AB//DC
∴
錯∟ABD＝錯∟BDC
然
AB邊＝DC辺
BD＝兩△通辺
而
既ニ
∟ABD＝∟BDC
∴
AD＝BC
∟ADB＝∟CBD
（本・二二）
錯∟ADB＝錯∟CBD
∴
AD//BC
∴
ABCD＝平行辺方形

第二十七題　定説

同底上同平行線内ニ在ル多平行辺方形ハ其面積皆等シ

例ハ両平行辺方形ABEC ABDFノ如キ同底AB上同平行線AB CD内ニ在ル者ハ其面積相等シ

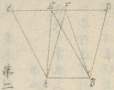


證、
CE＝FD
∴
CE＝AB, FD＝AB
（本・二四）∴
CF＝ED
（明・三）
BE＝AC, AF＝BD
∴
△ACF＝△BED
（本・二二）∴
ABDC形－△ACE
＝ABDC形－△BED
然
ABDC形－△BED＝ABEC形
ABDC形－△ACF＝ABDF形
∴
ABEC形＝ABDF形

第二十八題　定説

同底上同平行線内ニ在ル多三角形ハ其面積皆等シ

例ハ同底AB上同平行線AB EF内ニ在ル両三角形ABE ABFノ如キ其積相等シ



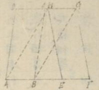
證、試ニEFヲ双方ニ引長シEC FDヲ各ABニ等シクシAC BDヲ聯互セヨ則チ相等ノ平行辺方形ABEC ABDFヲ成ス（本・二七）然ルニ三角形ABEハABEC形ノ半三角形ABFハABDF形ノ半（本・二五・系）ナルヲ以テ其両三角形ハ積相等シ

第二十九題　定説

等底上同平行線内ニ在ル多平行辺方形ハ其面積皆等シ

例ハ相等底AB EF上同平行線AF DG内ニ在ル両平行辺方形ABCD EFGHノ如キ其積相等シ（裏面ノ図ヲ看ヨ）

證、試ニAH BGヲ各聯互セヨ則チAB EF相等シクEF HG相等シキヲ以テ



AB HG相等シ既ニAB HG相等シク且ツ平行スルヲ以テABGH形ハ平行辺方形ナリ（本二六）此平行辺方形ハ平行辺方形BDニモ平行辺方形FHニモ亦等シキ（本二七）ヲ以テ平行邊方形BDハ亦平行辺方形FHニ等シ

系說、　等底上同平行線内ニ在ル多三角形ハ其面積皆等シ

第三十題　定說

同底或ハ等底上同平行線内ニ在ル三角形及平行辺方形ハ其面積三角形ハ平行辺方形ノ半ニ當ル

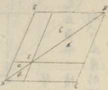
例ヘハ同底AB上同平行線内ニ在ル三角形ABC及平行辺方形ABDEノ如キ其面積三角形ABCハ平行辺方形ABDEノ半ニ當ル（等底ハ之ニ由テ類推シテ知ルヘシ）

證　試ニ對角線BEヲ以テ三角形ABEヲ作レ則チ此三角形ハ平行辺方形ABDEノ半（本二五系）ニシテ又三角形[illegible]等積ナリ（本二八）故ニ三角形ABCハ平行辺方形ABDEノ半ニ當ル

第三十一題　定說

凡ソ平行辺方形ノ對角線旁ノ兩餘方形ハ其面積相等シ

例ヘハ平行辺方形ABCDノ對角線旁ノ兩餘ノ方形AE ECノ如キ其積相等シ



證

$\triangle ABD=\triangle DBC$

$\triangle a=\triangle b$

$\triangle c=\triangle d$

（本二五系）∴

$\triangle a+\triangle c=\triangle b+\triangle d$

又

$\triangle ABD-(\triangle a+\triangle c)=\triangle DBC-(\triangle b+\triangle d)$

殘ル＝

$AE\text{形}=\triangle ABD-(\triangle a+\triangle c)$、

$EC\text{形}=\triangle DBC-(\triangle b+\triangle d)$、

∴

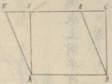
$AE\text{形}=EC\text{形}$

第三十二題　定說

同底上同平行線内ニ在ル平行辺方形中其全周ノ長度ハ直角形ヲ最短ナル者トス

例ヘハ同底AB上同平行線AB FC内ニ在ル兩平行辺方形ABCD ABEFノ如キAC形

ヲ直角形ト為セハ周辺、BF形ヨリ小ナリ



證、

$AD \perp DE$

$\therefore$

$AD \angle AF$

（本二三）

$BC \perp CD$

$\therefore$

$BC \angle BF$

$\therefore$

$AD+BC \angle AF+BF$

$AB+DC=AB+FE$

加之

$AD+BC+AB+DC$

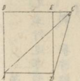
$\angle AF+BE+AB+FE$

第三十三題　定説

凡ッ三角形ノ積ハ其高底相乗ノ半ヲ以テ度ル可シ

例ヘハ三角形ABCノ高ヲADト為セハ其積ハAD ABノ相乗ノ半ナリ

證、試ニ直角形ABEDヲ作レ則チABC形ノ積ハABED形ノ積ノ半ナリ（本三〇）然ルニABED形ノ積ハAD ABノ相乗積ナルヲ以テ三角形ABCノ積ハ其半（界三九）即 $\frac{1}{2}AD \times AB$ ナリ



兩辺平行四辺形ノ積ハ平行兩辺之和半ト其垂線距離トノ相乗積ヲ以テ之ヲ度ル可シ

例ヘハABDC形ノ如キABCDヲ平行辺、EFヲ其垂線距離即高ト為レハ本形ノ積ハAB CDノ和半トEFトノ相乗積ナリ

試ニBCヲ以テ本形ヲ兩三角形ニ分テ則チ下ノ如クシテ本證ヲ得

$\triangle ABC=\frac{1}{2}AB \times EF$

（本三三）

$\triangle CBD=\frac{1}{2}CD \times EF$

加之

$\triangle ABC+\triangle CBD$

$=\frac{1}{2}AB \times EF+\frac{1}{2}CD \times EF$

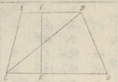
$=\frac{1}{2}(AB+CD) \times EF$

然ルニ

$\triangle ABC+\triangle CBD=ABDC$形

$\therefore$

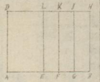
$ABDC$形$=\frac{1}{2}(AB+CD) \times EF$



第三十題　定説

兩直線ノ一ヲ幾分シ其各分線及不分線矩内ノ各直角形ノ和ハ原兩線矩内ノ直角形ト等シ

例ヘハAB ADノ兩線ノ一ABヲE.F.Gニ於テ之ヲ四分スレハ其各分線及



AD線矩内ノ四直角形ノ和ハAB AD矩内ノ直角形ト等シ

證、EL EK GI BHハ皆是AD線ト等シキヲ以テAL EK FI GHノ四直角形ハ即チAD·AE AD·EF AD·FG AD·GBノ四形ナルヲ以テ之ヲ併スレハ則チ直角形AH（即チAD·AB形）ヲ成スヤ観テ即知ルヘシ

苐三十六　定說

一直線ヲ任一點ニ於テ兩分スレハ全線ノ正方形ハ兩分線之兩正方形ト兩分線矩内ノ直角形二倍トノ和ニ等シ

例ハAB線ヲ任點Cニ於テ兩分スレハAB^2ハAC^2 CB^2及$2AC·CB$ノ和ニ等シ。

證、先ツAB上ニ正方AD形ヲ作リCヨリCHヲ作リBDニ平行シAFヲACニ等シクシFヨリFGヲ作リABニ平行セシムヘシ則チAB FG EDハ皆相平行シBD CH AE又皆相

シテ即チ直角ナリ是ニ由テ左ノ如ク考證シ得ヘシ

$AC=FI,\ AF=CI$

然ルニ

$AC=AF$

$\therefore$

$AC=AF=FI=CI$

$AB=AE,\ AC=AF$

$\therefore$

$BC=EF$

而

$EF=HI=DG$

$BC=GI=HD$

$\therefore$

$BC=GI=DH=EF$

$=HI=DG$

故ニ

AI形$=AC^2$

ID形$=BC^2$

CG形$=AC\times CB$

FH形$=AC\times CB$

併之

AD形$=AC^2+BC^2+2AC\cdot CB$

而

AD形$=AB^2$

$\therefore$

$AB^2=AC^2+BC^2+2AC\cdot CB$

又代數式ヲ以テ之ヲ證ス可シ即チ全線ヲwトシ之ヲa及bニ分テハ$w^2=a^2+b^2+2ab$

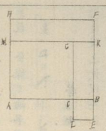
系說、全線ヲ兩平分スレハ全線上ノ正方形ハ分線上ノ正方形ノ四倍ナリ

蓋シ$a=b$.　$w^2=4a^2$

苐三十七題　定說

兩直線之較線上ノ正方形ハ兩原線之兩正方形ト兩原線矩内ノ直角形二倍トノ較ニ等シ

例ハABヲ兩線中ノ大者BCヲ其小者ト為セハ其較ハACニシテAC^2ハ$AB^2$$BC^2$ノ和ヨリ$AB\cdot BC$ノ二倍ヲ減スル者ニ等シ



證 先ッAB上ニ正方形AFヲ作リCB上ニ正方形BLヲ作リ又AC上ニ正方形ACGMヲ作リ而シテMGヲ引テKニ至リBF辺ニ達セシムヘシ則左ノ如ク考證シ得

$$GC=AC,\ CL=CB$$
∴
$$GL=GC+CL=AC+CB=AB$$
$$GE\text{形}=AB\cdot BC$$
$$AH=AB,\quad AM=AC$$
∴
$$MH=BC$$
而
$$MK=AB$$
∴
$$HK\text{形}=AB\cdot BC$$
乃
$$GE\text{形}+HK\text{形}=2AB\cdot BC$$
而
$$\text{全}AHFELC\text{形}=AB^2+BC^2$$
故
$$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC$$

代數ニ據テ

$$AB=a,\ BC=b,$$
則
$$AC=d=a-b$$
∴
$$d^2=a^2+b^2-2ab$$

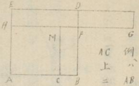
系説 凡ソ一直線ノ半線上ノ正方形ハ全線上ノ正方形ノ四分之一ナリ

第三十八題 定説

兩直線上ノ兩正方形之較ハ兩線和較矩内ノ直角形ニ等シ

例ハABヲ兩線中ノ大者ACヲ其小者ト為シAB上ニ正方AD形ヲAC上ニ正方AM形ヲ作レハ其較ハ則チ$(AB+AC)\times(AB-AC)$ナリ

證 試ニHMヲ引長シFニ於テBD辺ヲ過キGニ止メFGヲMCニ等シカラシメ直角形GDヲ作レ則チ左ノ如ク考證シ得ベシ



$$AE=AB$$
$$AH=AC$$
∴
$$AB-AC=EH$$
$$EH=DF=BC$$
而
$$AC=CM=FG$$
∴
$$FC\text{形}=DG\text{形}$$
然ニ
$$AB=ED=HF$$
∴
$$AB+AC=HG$$
∴
$$EC\text{形}=EF\text{形}+FC\text{形}$$
$$=HG\cdot HE$$
$$=(AB+AC)(AB-AC)$$
然ルニ
$$AD\text{形}-AM\text{形}=EF\text{形}+FC\text{形}$$
$$=EG\text{形}$$
即
$$AB^2-AC^2=(AB+AC)(AB-AC)$$

代數ニ據テ

$$AB=a,\ AC=b$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

第三十九題 定説

凡ソ直角三角形ノ斜辺線之正方形ハ直角旁両辺線之両正方形ノ和ニ等シ

例ハABC形ヲB角直ナル直角三角形ト為スⅡハAC上ノ正方形ハAB上ノ正方形及BC上ノ正方形ノ和ニ等シ（$AC^2=AB^2+BC^2$）

證　試ニ各辺線上ニAE BG AIノ各正方形ヲ作リ又CD BHヲ瞵直シAHニ平行スルBIヲ作レ則チ左ノ如ク證明シ得

ABC角ABE角CBF角ハ皆是直ナルヲ以テCBE線及ABF線ハ倶ニ是直線タルナリ（本、三）由テ覩レハ三角形DACハ正方形AEト皆ニ同底DA上同平行線DA EC間ニ在ルヲ以テDAC形ハAE形ノ半ニ等シ（本、三〇）類推スレハBAH形ハAJ形ノ半ニ等シ変ルニDAB角HAC角ハ倶ニ直ナルヲ以テ相等シ之レニ各〻BAC角ヲ加フレハ合成ノDAC角BAH角亦相等シ而シテ此ノ両辺DA AC各〻両辺BA AHト逐〻ニ等シ故ニ

$$\triangle DAC=\triangle BAH$$

（本、一六）∴

正方AE形＝直角AJ形

類推スレハ

BG形＝CJ形

∴

AL形＋BG形
＝AJ形＋CJ形
＝AJ形

然ニ

AE形$=AB^2$　BG形$=BC^2$

AI形$=AC^2$

∴

$$AB^2+BC^2=AC^2$$

即

$$AC^2=AB^2+BC^2$$

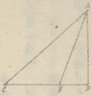
系說、両個ノ直角三角形若シ其斜辺及餘一辺彼此各〻等シケレハ則チ両形全ク相等シ

第四十題　定説

鈍角三角形ノ鈍角所對ノ辺線上正方形ハ鈍角旁両辺線上ノ両正方形ヨリ大ナルコ鈍角旁ノ一辺ト其引長部ニシテ其對角點ヨリスル垂線ニ限ラル分部トノ両線矩内ノ直角形二倍ナリ

例ハABC形ヲB角鈍ナル鈍角三角形ト為シCBヲ引長シDニ到リA角

ヨリスル垂線ADニ遇ハシムルハ則チ $AC^2=CB^2+AB^2+2CB\cdot BD$ ナリ



證、

$$CD=CB+BD$$

$$CD^2=CB^2+BD^2+2CB\cdot BD$$

（本、三六）

之ニ AD^2 ヲ加フレハ

則チ

$$AD^2+CD^2=CB^2+BD^2+AD^2+2CB\cdot BD$$

然ニ

$$AD^2+CD^2=AC^2$$

$$BD^2+AD^2=AB^2$$

（本、三九）

故ニ

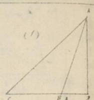
$$AC^2=CB^2+AB^2+2CB\cdot BD$$

第四十一題　定説

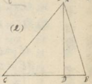
凡ソ三角形、其鋭角所對ノ辺線上ノ正方形ハ自餘両辺線之両正方形ヨリ小ナルヿ両辺題（前）ノ一ト其辺或ハ引長ノ辺上ニ所對角ヨリスル垂線ノ趾點ヨリ鋭角頂（前）ニ近ル距離トノ両線矩内ノ直角形二倍ナリ

例ハ三角形ABCノ如キC角ヲ所指ノ鋭角ト為シA角ヨリCB辺或ハ引長ノCB辺上ニ垂線ADヲ落セハ則チAB上ノ正方形ハCB AC之両正方形ヨリ小ナルヿCB CD矩内ノ直角形二倍ナリ（即 $AB^2=CB^2+AC^2-2CB\cdot CD$）

(1)



(2)



證

$$BD=CD-CB\ (1)$$

$$BD=CB-CD\ (1)$$

$$BD^2=CD^2+CB^2-2CB\cdot CD$$

（本、三七）

之ニ AD^2 ヲ加フレハ

則

$$AD^2+BD^2=AD^2+CD^2+CB^2-2CB\cdot CD$$

然ニ

$$AD^2+BD^2=AB^2$$

$$AD^2+CD^2=AC^2$$

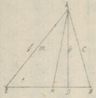
故ニ

$$AB^2=AC^2+CB^2-2CB\cdot CD$$

第四十二題　定説

凡ソ三角形任一角ヨリ其對辺正中點ニ至ルノ直線上ノ正方形二倍及其半辺線上ノ正方形二倍ノ和ハ自餘両辺線之両正方形ノ和ニ等シ

例ハ三角形ABCノ如キMヲCBノ正中點ト為セハ則チ $2AM^2+2CM^2=AC^2+AB^2$



CB上ニ垂線ADヲ作リ

$AD=p$
$AC=b$
$AB=c$
$CB=2a$
$AM=m$
$MD=x$

ト命スレハ

則

$$CM=a,\ CD=a+x$$

$$DB=a-x$$

ニ

加 $p^2+(a-x)^2=c^2$

之 $p^2+(a+x)^2=b^2$

$$2p^2+2x^2+2a^2=b^2+c^2$$

然ニ

$$p^2+x^2=m^2$$

故ニ

$$2m^2+2a^2=b^2+c^2$$

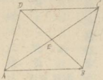
即

$$2AM^2+2CM^2=AC^2+AB^2$$

第四十三題　定說

凡ソ平方辺方形、其兩對角線ハ自カラ互相兩平分ス〔第二〕而シテ其兩正方形ノ和ハ四辺線上ノ四正方形ノ和ニ等シ〔第三〕

例ハ平行辺方形ABCDノ如キ兩對角線AC BDハ各Eニ於テ相平分ス而シテAC BD之兩正方形ハAB BC CD DA之四正方形ニ等シ



$AB = CD$

錯$\angle ABE$ = 錯$\angle CDE$

錯$\angle BAE$ = 錯$\angle DCE$

$\therefore$

$AE = CE$

$BE = DE$

〔二　第〕

$2AE^2+2ED^2=AD^2+DC^2$ (1)

$2AE^2+2EB^2=AB^2+BC^2$ (2)

加之

$4AE^2+2EB^2+2ED^2$

$=AB^2+BC^2+AD^2+DC^2$

然ニ

$EB^2=ED^2$

$\therefore$

$4AE^2+4ED^2=AB^2+BC^2+CD^2+DA^2$

而

$4AE^2=AC^2$　$4ED^2=BD^2$

故ニ

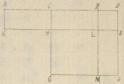
$AC^2+BD^2=AB^2+BC^2+CD^2+DA^2$

(1)ハΔACDニ、(2)ハΔACBニ就テ其AC BDヲ各Eニ於テ平分セラル、ヲ以テ〔本四二〕ニ據ル

第四十四題　定說

一直線ヲ[illegible]引長スレハ其全線（原線及引長）及引長部ノ兩線[illegible]直角形[illegible]原半線上ノ正方形トノ和ハ原半線及引長部ノ和線上ノ正方形ニ等シ

例ハAB線ヲ引長シテDニ迄リABヲCニ於テ平分スレハAD DB矩内ノ直角形及CB上ノ正方形ノ和ハCD上ノ正方形ニ等シ」



證、CD上ニ正方形DGヲ、BD上ニ正方形BEヲ作リBL ELヲ各引長シMニHニ到リ更ニELヲ引長シテ直角形AEヲ完成セヨ則チ

$AE=AD\cdot DB$

$GL=CB^2$

$DG=CD^2$

而

$AC=CB$

$\therefore$

$AH=CL$

然ニ

$CL=LF$

〔本三二〕$\therefore$

$AH=LF$

$\therefore$

$$\underbrace{AE=CL+LF+BE}_{之ニGLヲ加フレハ}$$

則

$AE+GL=DG$

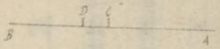
即

$AD\cdot DB+CB^2=CD^2$

第四十五題　定說

一直線ヲ平等ニ兩分シ更ニ原線ヲ不等ニ兩分スレハ不等兩分線矩内ノ直角形及兩分點間ノ一分線上ノ正方形ノ和ハ平分線（即原半線）上ノ正方形ニ等シ」

例ハAB線ヲCニ於テ兩平分シ更ニDニ於テ兩分スレハAD BD矩内ノ直



角形及CD之正方形ノ和ハAC之正方形或ハBC之正方形ニ等シ

證

$AD=AC+CD$

$BD=AC-CD$

$\because$

$BC=AC$

$\therefore$

$AD\cdot BD=AC^2-CD^2$

之ニCD^2ヲ加フレハ則チ

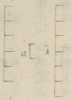
$AD\cdot BD+CD^2-AC^2$

平面幾何學教授書第一巻畢

平面幾何學教授書第二巻

界說

第一　比ハ同類ノ兩者ヲ相比シ其値ヲ定ムル所以ナリ故ニ幾何學ニ於テハ同類ノ兩幾何即兩大度例ヘハ線ト線角ト角面ト面ノ如キヲ相比スル即是比ナリ（數學教授書第五巻ニ就テ比ノ解說ヲ參看セヨ）例ヘハABナル兩線各ニaナル公度（同シ基度）ヲ有シテAハma・BハnaナルI之ヲ比スレハ則チ左ノ如クナルナリ



$$A:B=\frac{A}{B}$$
$$=\frac{ma}{na}$$
$$=\frac{m}{n}$$

設ニ

$m=6$

$n=5$

ナレハ

$$\frac{A}{B}=\frac{6a}{5a}=\frac{6}{5}$$

第二　比例ハ相等兩比ノ相配式ナリ（數學教授）

例ヘハA・B・C・Dナル四幾何若シ$\frac{A}{B}$ト$\frac{C}{D}$ト相等ナレハ則チ

$A:B::C:D$ 或ハ $A:B=C:D$ ヲ為ス此ノ如キ四幾何ヲ有比例ノ幾何ト称ス

第三　比例式ノ左比ニ兩率ヲ初耦ト稱シ右比（第三第四兩率）ヲ次耦ト呼フ

第四　比例式ノ第一第三兩率ヲ比例ノ兩前率ト稱シ其第二第四ヲ比例ノ兩後率ト呼フ（此他比例ニ係ル名称ハ數學教授書第五巻ノ比例解説中ニ在リ）

第五　兩幾何ノ等倍者ハ原兩幾何ニ同數ヲ乗シタル積ナリ例ヘハ mA mB ハ A、B ノ等倍者タルカ如シ

第六　三幾何若シ甲於乙猶乙於丙ナル𪜈ハ之ヲ連比例ノ幾何ト称シ而シテ乙ヲ甲丙間ノ比例中率ト名ツケ丙ヲ第三連比例率ト呼フ（四幾何為ス所ノ比例ハ連比例ニ對シテ之

連比例式 $A:B::B:C$

第七　比例式ヲ變シテ兩前率ヲ一耦トシ兩後率ヲ他耦ト為スヲ更理推之ト謂フ

第八　比例式ヲ変シテ前率ヲ後率トシ後率ヲ前率ト為スヲ反理推之ト謂フ

例ハ比例式 $A:B::C:D$ 更理推之 $A:C::B:D$ 又 $A:B::DC$ ナルカ如シ

第九　兩形ノ各角彼此遞ニ相等シキモノ之ヲ互相等角形ト為ス

第十　兩形ノ各辺彼此遞ニ相等シキモノ之ヲ互相等邊形ト為ス

第十一　互相等角形ニシテ相等角旁ノ辺彼此比例ヲ相為スモノ之ヲ相似形ト為ス而シテ此種ノ両形ニ於テ同位ノ辺ヲ相當辺ト称シ等角ヲ相當角ト呼フ

⊻ 互相等角形　⌉ 互相等辺形　∞ 相似形

第一題 定説

四幾何若シ其第一、第二相等シク第三、第四相等シケレハ則是有比例タルナリ

例ヘハ A, B, C, D 若シ $A=B$ $C=D$ ナレハ $A:B::C:D$ ナリ」

證 $\frac{A}{B}=1$ $\frac{A}{D}=1$ ∴ $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ 即 $A:B::C:D$

第二題 定説

凡ソ比例式ノ幾何其外両率ノ乗積ニ等シ、

例ヘハ $A:B::C:D$ ニ於テハ $A\times D=B\times C$ ナリ」

證 $A:B=\frac{A}{B}$ $C:D=\frac{C}{D}$ 然ルニ $A:B=\frac{A}{B}$ $C:D=\frac{C}{D}$ ∴ $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ $B\times D$ ヲ之ニ乗スレハ 則 $A\times D=B\times C$

系説一、両幾何ノ乗積若シ他両幾何ノ乗積ト等シケレハ則是有比例タルナリ」

例ヘハ $A\times D=B\times C$ ナレハ $A:B::C:D$ ナリ」

證、$A\times D=B\times C$ 両辺ヲ $B\times D$ ニテ除スレハ 則 $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ ∴ $A:B=C:D$

系説二、比例ノ第四率ヲ求ムルニハ第一率ヲ以テ第二第三ノ両率乗積ヲ除スレハ即チ得益シ」A ヲ以テ $A\times D=B\times C$ ヲ除スレハ $D=\frac{B\times C}{A}$ ト為レハナリ

第三題 定説

連比例ノ外両率ノ乗積ハ比例中率ノ平方積ニ等シ

例ヘハ A, B, C 連比例タレハ $A\times C=B^2$ ナリ」

證、$A:B::B:C$ ∴ $A\times C=B^2$ （木、二）

第四題　定説

二幾何ハ其等倍者ト同比タリ因テ二幾何及其等倍者ハ比例式ヲ為ス」

例ヘハ AB ヲ二幾何ト為セハ $A:B=mA:mB$ 因テ $A:B::mA:mB$ ナリ」

證

$A:B=\frac{A}{B}$

$mA:mB=\frac{mA}{mB}$ 而 $\frac{A}{B}=\frac{mA}{mB}$ ∴ $A:B=\frac{mA}{mB}$ 乃 $A:B::mA:mB$

第五題　定説

凡ソ比例式ハ反理推之ヲ得可シ

例ヘハ $A:B::C:D$ 反理推之 $B:A::D:C$ ト為ス可シ」

證

$A:B::C:D$ ニ於テ $B\times C=A\times D$（本二）∴ $B:A::D:C$（本二・系一）

第六題　定説

[illegible]ハ其諸比自等シ因テ比例式ヲ為ス

例ヘハ $A:B=P:Q$ $E:F=P:Q$ ナレハ $A:B=E:F$ 乃 $A:B::E:F$ ナリ」

證

$A:B=P:Q$ ハ $\frac{A}{B}=\frac{P}{Q}$ 而 $E:F=P:Q$ ハ $\frac{E}{F}=\frac{P}{Q}$ ∴ $\frac{A}{B}=\frac{E}{F}$ ∴ $A:B=E:F$ 乃 $A:B::E:F$

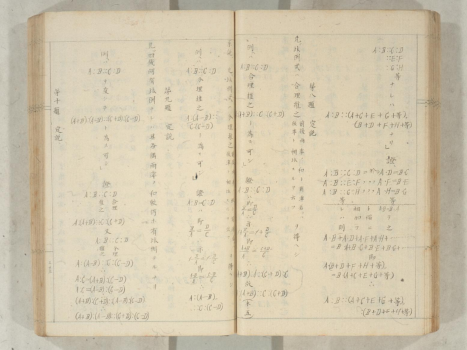
系説ノ両比例式若シ此式ノ一比彼式ノ一比ト等シケレハ則チ彼此ニ殘ル所ノ両比又等シ因テ比例式ヲ為ス

例ヘハ $A:B::C:D$ $M:N::P:Q$ ニ於テ若シ $A:B=M:N$ ナレハ則 $C:D=P:Q$ 因テ $C:D::P:Q$ 何者 $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ $\frac{M}{N}=\frac{P}{Q}$ 然ニ $\frac{A}{B}=\frac{M}{N}$ ∴ $\frac{C}{D}=\frac{P}{Q}$

第七題　定説

凡ソ衆幾何有比例ナレハ則チ一前率㆓於其後率㆒猶㆔諸前率之和㆓於其諸後率之和㆒ナルナリ

例ヘハ A.B.C.D.E.F.G.H 等ノ衆幾何アリテ有比例即チ



$A:B::C:D::E:F::G:H$ 等ナレハ $A:B::(A+C+E+G+\text{等}):(B+D+F+H+\text{等})$ ナリ」

證、

$A:B::C:D$ ニ於テ $A\cdot D=B\cdot C$

$A:B::E:F$ 〃〃 $A\cdot F=B\cdot E$

$A:B::G:H$ 〃〃 $A\cdot H=B\cdot G$

等　　等

$A\cdot B=B\cdot A$ ヲ之ト倶ニ相加フレハ則

$A\cdot B+A\cdot D+A\cdot F+A\cdot H+\cdots\cdots$
$=B\cdot A+B\cdot C+B\cdot E+B\cdot G+\cdots\cdots$

即

$A(B+D+F+H+\text{等})=B\cdot(A+C+E+G+\text{等})$

$\therefore$

$A:B::(A+C+E+G+\text{等}):(B+D+F+H+\text{等})$

第八題　定說

凡ッ比例式ハ合理推之（前後兩率ノ和ト前率若ハ後率ト相比スルヲ云フ）ヲ得ヘシ

例ヘハ $A:B::C:D$ 合理推之 $:(A+B)::C:(C+D)$ ト為ス可シ」

證 $A:B::C:D$ ハ即 $\frac{B}{A}=\frac{D}{C}$ $\therefore$ 亦 $1+\frac{B}{A}=1+\frac{D}{C}$ 即 $\frac{A+B}{A}=\frac{C+D}{C}$ $\therefore$ $(A+B):A::(C+D):C$ 故 $:(A+B)::C:(C+D)$ （本五）

系說、凡ッ比例式ハ分理推之（前後兩率ノ較ト前率若ハ後率ト相比スルヲ云フ）ヲ得ヘシ

例ヘハ $A:B::C:D$ 分理推之 $A:(A-B)::C:(C-D)$ ト為ス可シ」

證 $A:B=C:D$ ハ即 $\frac{B}{A}=\frac{D}{C}$ $\therefore$ 亦 $1-\frac{B}{A}=1-\frac{D}{C}$ 即 $\frac{A-B}{A}=\frac{C-D}{C}$ $\therefore$ $A:(A-B)::C:(C-D)$

第九題　定說

凡ッ四幾何有比例ナレハ其各偶兩率ノ和較仍ホ有比例タルナリ

例ヘハ $A:B::C:D$ ヲ変シテ $(A+B):(A-B)::(C+D):(C-D)$ ト為ス可シ」

證 $A:B::C:D$ 合理推之 $A:(A+B)::C:(C+D)$ 又 $A:B::C:D$ 分理推之 $A:(A-B)::C:(C-D)$ $\therefore$

$A:C=(A+B):(C-D)$
$A:C=(A-B):(C-D)$
$(A+B):(C+D)::(A-B):(C-D)$ $\therefore$
$(A+B):(A-B)::(C+D):(C-D)$

第十題　定說、

凡ソ四幾何有比例ナレハ各自ノ方積方根倶ニ有比例タルナリ

例ヘハ

$A:B::C:D$

ハ

$A^n:B^n::C^n:D^n$

或ハ

$\sqrt[n]{A}:\sqrt[n]{B}::\sqrt[n]{C}:\sqrt[n]{D}$

ト為ス可シ

證

$A:B::C:D$

ハ即

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$$

$$\frac{A^n}{B^n}=\frac{C^n}{D^n}$$

或ハ

$$\sqrt[n]{\frac{A}{B}}=\sqrt[n]{\frac{C}{D}}$$

即

$$\frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}}=\frac{\sqrt[n]{C}}{\sqrt[n]{D}}$$

∴

$A^n:B^n::C^n:D$

或ハ

$\sqrt[n]{A}:\sqrt[n]{B}::\sqrt[n]{C}:\sqrt[n]{D}$

第十一題　定説

凡ソ衆比例ノ其相當率ノ乘積仍ホ有比例タルナリ

例ヘハ

$A:B::C:D$

$X:Y::M:N$

ノ如キハ

$A\cdot X:B\cdot Y::C\cdot M:D\cdot N$

ト為ス可シ

證

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$$

$$\frac{X}{Y}=\frac{M}{N}$$

∴

$$\frac{A\cdot X}{B\cdot Y}=\frac{C\cdot M}{D\cdot N}$$

∴

$A\cdot X:B\cdot Y::C\cdot M:D\cdot N$

第十二題

設ヒ兩比例ノ後各率ヲ以テ其ノ相當率ヲ除セルノ商仍ホ有比例タルナリ

例ヘハ

$A:B::C:D$

$E:F::G:H$

ヲ以テ

$\frac{A}{E}:\frac{B}{F}::\frac{C}{G}:\frac{D}{H}$

ヲ作ス可シ

證

$A\cdot D=C\cdot B$ (1)

$E\cdot H=G\cdot F$ (2)

(2)ヲ以テ(1)ヲ除スレハ

則

$\frac{A}{E}\cdot\frac{B}{F}::\frac{C}{G}\cdot\frac{D}{H}$

∴

$\frac{A}{E}:\frac{B}{F}::\frac{C}{G}:\frac{D}{H}$

第十三題　定説

四幾何有比例ナレハ任同一數ヲ以テ初耦ニ或ハ次耦ニ或ハ兩前率ニ或ハ兩後ニ乘シ或ハ除シ得ル所ノ者仍ホ有比例タルナリ

證

$A:B::C:D$

$A\cdot D=B\cdot C$

$aA\cdot D=aB\cdot C$ (イ)

∴

$aA:aB::C:D$ (一)

$A:B::aC:aD$ (二)

$aA:B::aC:D$ (三)

$A:aB::C:aD$ (四)

又

$A\cdot D=B\cdot C$

$\frac{A\cdot D}{a}=\frac{B\cdot C}{a}$ (ロ)

∴

$\frac{A}{a}:\frac{B}{a}::C:D$ (五)

$A:B::\frac{C}{a}:D$ (六)

$\frac{A}{a}:B::\frac{C}{a}:D$ (七)

$A:\frac{B}{a}::C:\frac{D}{a}$ (八)

---

aハ任何數即整數或ハ分數タリ故ニ(イ)式ヲ因數ニ分解シ之ヲ比例式ニ變成スレハ則チ一二三四ヲ得又(ロ)式ヲ因數ニ分解シ比例式ニ變成スレハ(五)(六)(七)(八)ヲ得

第十四題　定説

三幾何有比例ナレハ則チ第一於第三猶第一之平方積於第二之平方積ナルナリ

例ハA, B, C若シ$A:B::B:C$ナレハ$A:C::A^2:B^2$ナリ」

證 $A \times C = B^2$ （本・三）ヲ乗スレハ之ニA則 $A^2C = A \cdot B^2$ $\therefore$ $A:C::A^2:B^2$

第十五題 定説

兩個ノ平行邊方形等積ナレハ此形ノ底及高ノ兩線外二率タリ彼形ノ底及高ノ兩線内二率タリテ比例式ヲ相為ス

例ヘハ兩形$ABCD$ $HLNM$ヲ等積ノ平行邊方形ナリト為ス時ハ則チ$AB:LN::MK:BF$ヲ為ス」

證 $AB \cdot BF = LN \cdot MK$ （壹界・三九）故ニ $AB:LN::MK:BF$

第十六題 定説

等高ノ兩平行辺方形ハ其底線ト比例ヲ相為ス

例ハAC EGヲ等高ノ平行辺方形ト為セハAC形於EG形猶底AB於底EFナルナリ

證 $AB:EF::AB:EF$ 然ルニ $CK = GL$ $\therefore$ $AB \cdot CK : EF \cdot GL :: AB:EF$ （本・一三）ニ $AB \cdot CK = AC$形 $EF \cdot GL = EG$形 $\therefore$ AC形$:EG$形$::AB:EF$

系説一、等高ノ兩三角形ハ其底線ト比例ヲ相為ス

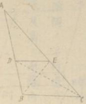
系説二、同底上或ハ等底上ノ兩三角形ハ其高ト比例ヲ相為ス

系説三、同底上或ハ等底上ノ兩平行辺方形ハ其高ト比例ヲ相為ス

第十七題 定説

凡ソ三角形其底線ト平行スルノ線ヲ作リ以テ両辺ヲ両分スレハ其四分線有比例タルナリ反言スレハ一線ヲ作リ以テ三角形ノ両辺ヲ両断スルニ其四分線有比例タレハ所作ノ線ハ必ス底線ト平行ス

例ヘハ三角形ABCノ底線BCト平行セルDEヲ作リ両辺ヲ両分シAD DB及AE ECノ四分線ト為セハAD於DB猶AE於ECナルナリ反言スレハDE線ヲ以テ両辺ヲ両分スルニ若シAD於DB猶AE於ECナレハDEハ底BCト平行ス



證、試ニDC EBヲ各、聯亘シ両三角形BED CDEヲ作レハ則チ

$DE \parallel BC$

∴

$\triangle CDE = \triangle BED$

然ルニ

$\triangle AED : \triangle BED :: AD : DB$

$\triangle AED : \triangle CDE :: AE : EC$

（本六・系一）

∴

$AD : DB :: AE : EC$

〔反言〕

$AD : DB :: \triangle ADE : \triangle BDE$

$AE : EC :: \triangle ADE : \triangle DEC$

（本六・系一）

然ルニ

$AD : DB :: AE : EC$

∴ $\triangle ADE : \triangle BDE :: \triangle ADE : \triangle DEC$

∴

$\triangle BDE = \triangle DEC$

故

$DE \parallel BC$

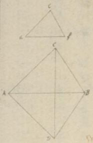
系説一、両三角形、互相等角ナレハ其彼此相當角旁両辺ハ比例ヲ相為ス因テ三角形ハ互相等角ナレハ自カラ相似形タリ

系説二、両三角形其一角互ニ相等シク其角旁両辺若シ比例ヲ相為ス片ハ則チ両形ハ互相等角ニシテ相似形タリ

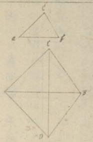
第十八題 定説

両三角形此形ノ各辺遞ニ彼形ノ各辺ト毎両有比例ナレハ則チ両形ハ互相等角ニシテ相似形タルナリ

例ヘハ両三角形abc ABCニ於テAC於CB猶ac於cb或ハac於ab猶AC於AB或ハab於bc猶AB於BCナル片ハ両形ハ互相等角ニシテ相似形タルナリ



證、試ニ底ABノ反對ニBAD角ヲ作リa角ニ等シクシ又ABD角ヲ作リb角ニ等シクスヘシ則チ



$\angle D=\angle C$（壹一六）系二）

$\therefore$ $\triangle ABD \backsimeq \triangle abc$

$\therefore$ $dc:ab::AD:AB$

而

$ac:ab::AC:AB$

（定説）

$\therefore$ $AD:AB::AC:AB$

因テ

$AD=AC$

ヘレス根拠

$BD=CB$

故

$\triangle ABD=\triangle AB'C$

二（壹二）

$\therefore$ $\triangle abc \backsimeq \triangle ABC$

而

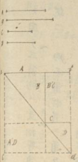
$\triangle abc \backsim \triangle ABC$

第十九題　定説

四直線有比例ナレハ則チ外両率線矩内ノ直角形ハ内両率線矩内ノ直角形ニ等シ

例ハA、B、C、Dノ四線若シA於B猶C於DナレハAD形BC形相等シ

證、試ニA及Bヲ直角旁両辺トシ又C及DヲモE為シ両直角三角形ヲ作リ圖ノ如クB及Cノ二線直角ヲ為スヘノ之



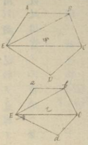
線ト為シ蓋シA於B猶C於Dナルヲ以テ両三角形ハ互相等角（本一七系二）ニシテ其相接両鋭角ノ和一直角ヲ為ス之ニ加フルニB及Cノ為セル一直角ヲ以テスレハ則チ二直角ヲ為スニ因ルナリ（壹、三）而シテ此adハ是レ平行辺方形cbノ對角線タルヲ以テB·C及A·Dハ即チ其両餘方形タリ故ニ相等シ（壹、三二）

系説、三直線有比例ナレハ則チ第一及第三ノ両線矩内ノ直角形ハ第二線之正方形ニ等シ

第二十○題　定説

相似両多辺形ヲ直線ヲ以テ同勢ニ分剖シ同數ノ三角形ト為スキハ其彼此相當ノ三角形ハ毎ニ相似形タリ

例ハ両辺形ABCDE abcdeノ如キ圖ノ如ク各三形ニ分テハABE形ハabe形トBEC



形ハbcc形ト、ced形ハcca形ト各相似タルナリ自餘何邊形ニ論無ク是ニ由テ類推スヘシ

證、相似形ノ等角旁両辺ハ彼此両々有比例タリト云フヲ主眼ト為シ之ヲ考證スル如左

$\angle EAB = \angle eab$
因
$EA : AB :: ea : ab$
∴
$\triangle EAB \simeq \triangle eab$
而
$\triangle EAB \backsim \triangle eab$
系二（本一七）
∴
$\angle ABE = \angle abe$
而
$\angle ABC = \angle abc$
∴
$\angle ABC - \angle ABE = \angle abc - \angle abe$
即
$\angle EBC = \angle ebc$
而
$AB : BE = ab : be$ (イ)
然
$AB : BC = ab : bc$
之推理又
$BC : AB = bc : ab$ (ロ)
(イ)又(ロ)ノ相當率ヲ乘スレハ
則
$BC : BE = bc : be$
∴
$\triangle EBC \backsim \triangle ebc$

系説、凡ソ相似形ノ相當線ハ相當辺ト比例ヲ相為ス

第二十一題

両多角形相似ナレハ則チ其周辺ハ相當辺ト比例ヲ相為ス又其積ハ相當辺上ノ正方形ト比例ヲ相為ス

例、ハABCDE形abcde形（前圖）ヲ相似ナリト為セ

$AB : ab ::$ 四周ノ比
又
$ABCDE : abcde :: AB^2 : ab^2$

證

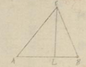
$AB : ab :: BC : bc$
$AB : ab :: CD : cd$
$AB : ab :: DE : de$ 等々
∴
$AB : ab :: AB + BC + CD + DE$ 等 $: ab + bc + cd + de$ 等
（本・七）
$EAB : eab : ABCDE : abcde$
∴
$A : B = \frac{A}{n} : \frac{B}{n}$
又
$EAB : eab : AB^2 : ab$
∴
$ABCDE : abcde :: AB^2 : ab^2$

第二十二題　定説

両三角形相似ナレハ其相當辺線上ノ正方形ト比例ヲ相為ス

例、ハ両三角形ABC DEFノ相似形ト為セハABC形於DEF形猶AB^2於DE^2ナルナリ

證、試ニ相當辺AB DEニ就テAB上ニ垂線CLヲ作リ又DE上ニ垂線EMヲ作レハ則チ両三角形ABC DEFハ相似ナルニ因リテ左ノ如キ両比例ヲ為ス



$AB : DE :: LC : MF$
$AB : DE :: AB : DE$
$AB^2 : DE^2 :: AB \cdot LC : DE \cdot MF$
（本・一二）因テ
$AB^2 : DE^2 :: \frac{AB \cdot LC}{2} : \frac{DE \cdot MF}{2}$
（本・一三）而
$\frac{AB \cdot LC}{2} = \triangle ABC$
$\frac{DE \cdot MF}{2} = \triangle DEF$
（壹・三三）故ニ
$\triangle ABC : \triangle DEF :: AB^2 : DE^2$

第二十三題　定說

兩三角形其一角相等シケレハ其積ハ等角夾兩辺矩内直角形ト比例ヲ相為ス

例ハ兩三角形ABC def ニ於テA角d角等シケレハdef形於ABC形猶de.df於AB.ACナリ

證　試ニABニ就テdeト等シキAe部ヲ取リACニ就テdfト等シキAf部ヲ取リef及fBヲ聯亘セヨ則チA角d角等シキヲ以テ

$\triangle Aef = \triangle def$

而

$Aef,\ ABf$ —— 等高△

$ABf,\ ABC$ —— 〃〃〃

∴

$Aef : ABf = Ae : AB$

$ABf : ABC = Af : AC$

（本一六系二）

各相當率ヲ乘シ同率ヲ約去スレハ

則

$Aef : ABC \therefore Ae \cdot Af : AB \cdot AC$

即

$def : ABC \therefore de \cdot df : AB \cdot AC$

第二十四題　定說

一直線ヲ以テ三角形ノ一角ヲ兩平分シ兼テ對辺ヲ兩分スレハ則其分線互ニ其隣接ノ辺線ト比例ヲ相為ス

例ハ三角形ABCニ就テCD線ヲ以テC角ヲ兩平分シDニ於テAB辺ヲ兩分スレハAD於DB猶AC於CBナルナリ

證　試ニACヲ引長シCEヲCBニ等クシBEヲ聯亘セヨ

則チ

$\triangle BCE$ …… 等脚△

∴

$\angle E = \angle CBE$

∴

外$\angle BCA = 2\angle E$

而

$\angle BCA = 2\angle ACD$

∴

$\angle E = \angle ACD$

∴

$DC \parallel BE$

（壹七系二）因テ

$AD : DB \therefore AC : CE$

（本一七）而 $CE = CB$

故

$AD : DB \therefore AC : CB$

第二十五題　定說

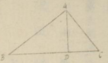
直角三角形其直角點ヨリ斜辺上ニ到ルノ垂線ヲ作レハ左ノ三況ヲ為ス

〔一〕垂線ハ原形ヲ兩相似形ニ分ツ此分形ハ亦各原形ト相似ヲ相為ス

〔二〕垂線ハ斜辺ノ兩分線間ノ比例中率タリ

〔三〕斜辺ノ両分線ハ其隣接両辺線上ノ両正方形ト比例ヲ相為ス

例ヘハABC形ヲA角直ナル三角形ト為シAヨリBC辺上ニ垂線ADヲ作レ



則チ

〔一〕

$\triangle ABD \sim \triangle CAD$ (1)

$\triangle ABD \sim \triangle ABC$ (2)

$\triangle CAD \sim \triangle ABC$ (3)

〔二〕

$BD:DA::AD:CD$

〔三〕

$CA^2:BA^2::CD:BD$

ヲ為ス

證

〔一〕

分形$\angle B$＝原形$\angle B$

直$\angle ADB$＝直$\angle CAB$

$\therefore$

$\angle DAB=\angle ACB$

因テ

$\triangle ABD \sim \triangle ABC$ (2)

類推スレハ

則

$\triangle CAD \sim \triangle ABC$ (3)

$\therefore$

$\triangle ABD \sim \triangle CAD$ (1)

〔二〕

$\triangle BDA \sim \triangle ADC$

因テ

$BD:AD::AD:CD$

〔三〕

$BC:BA::BA:BD$

$\therefore$

$BA^2=BC\cdot BD$ (1)

又

$BC:CA::CA:CD$

$\therefore$

$CA^2=BC\cdot CD$ (0)

(1)ヲ以テ(0)ヲ除セハ

則

$$\frac{CA^2}{BA^2}=\frac{CD}{BD}$$

$\therefore$

$CA^2:BA^2::CD:BD$

平面幾何學教授書第二巻畢

平面幾何學教授書第三巻

界說

第一　圓ノ弦。ハ弧ノ両端ヲ聯亘スル所ノ直線ナリ

第二　缺圓。ハ弦ト弧トヨリ成ル所ノ一面形ナリ

第三　分圓。ハ両半徑ト弧トヨリ成ル所ノ一面形ナリ

第四　觸線。ハ一直線、圓界ニ抵リ之ヲ引長スルモ圓界ヲ割ラサル者ナリ

第五　觸點。ハ觸線、圓界ニ抵ルノ點ナリ

第六　割線。ハ圓界ヲ両點ニ於テ通過スル所ノ直線ナリ

例ヘハEFハ弦、EGFハ缺圓、BCDハ分圓、HLハ觸線、Dハ觸點、MNハ割線ナルカ如シ

缺圓ノ弦線若シ全徑ナレハ之ヲ半圓。ト稱スAGBノ如キ是ナリ

第七　容圖角形ハ圖外ノ角形ニシテ其邊線皆觸線タル者ナリ」

第八　角形所容圖ハ角形内ノ圖ニシテ其界線總邊線ニ觸ルヽ者ナリ」

第九　圖内所容角形ハ圖内ノ角形ニシテ其角點皆圖界ニ抵ル者ナリ」

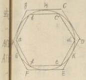
第十　容角形圖ハ角形外ノ圖ニシテ其界線總角點ヲ通過スル者ナリ」

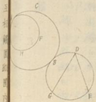
第十一　整角形ハ其邊皆等シク角亦皆等シキ者ナリ

第十二　互相觸圖ハ兩圖ノ界線相抵リ相截過セサル者ナリ

第十三　負圖角ハ兩弦線圖ノ界線内一點ニ相遇ヒ成ス所ノ角ナリ

第十四　負弧角ハ缺圖ノ弧線内一點ヨリ其界弦ノ兩端ニ亘ル兩線成ス所ノ角ナリ



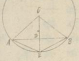


例ヘハABCDEF形ハ容圖六角形、GHK圖ハ角形所容圖、abcdef形ハ圖内所容六角形、AB[illegible] AF[illegible]ハ互相觸圖、[illegible]圖内ノGD[illegible]角ハ負圖角、[illegible]

ナルカ如シ

第一題　定説

弦線ニ正交スル所ノ半徑ハ其弦及弦之弧（其弦所限ノ弧ヲ弦之弧ト云フ）ヲ各〻兩平分ス



例ヘハ半徑CE弦ABニDニ於テ正交スル片ハ弦AB及弧ABハ各〻兩平分セラルヽ」

證、試ニAC CBヲ各〻聯亘セヨ則チ是レ半徑ナルヲ以テ相等シ而シテCDハAB上ノ垂線ナルヲ以テAD BD相等シ（壹二三・系）即ABハCEノ為ニ平分セラル」兩分圖CBE CAEニ就テ其CE線ニ於テ之ヲ折リ分圖CBEヲCAE上ニ反重セリト想像セヨ然レハAD DB既ニ等シクCB CA又等シキヲ以テB點必スA點ニ合一ス）ヘシ夫レ圖界ハ其各點心點ヲ距ル毎ネニ等シ是ニ由テ弧AE EB自ラ恰符ス既ニ

恰符ス其長度等シキヤ晰ケシ故ニAB弧ハCEノ為メニ平分セラル

系說一、弧ノ正中點ヨリスル半徑ハ其弧之弦ニ正交シテ之ヲ兩平分ス

系說二、弦ノ正中點ヲ過ルノ正交線ハ圜心及其弦之弧ノ正中點ヲ通過ス

第二題　定說

圜心ニ在ルノ等角ハ等弦ニ對ス

例、ハACE角ECB角相等シト為レハAE弦ハEB弦ニ等シ

證、ACE ECB兩形ハ等脚三角形ニシテ全ク相等ナルニ因テAE EB相等シ

第三題　定說

同圜或ハ等圜內ノ等弦ハ中心ヲ距ル相等シ

例、ハAB EFヲ相等弦トスレハ則C心ヨリスル垂線CG CH即距離正ニ相等シ

證、試ニCA CEヲ聯直セヨ此線ハ倶ニ半徑ナレヲ以テ相等シ而シテ

$$AG = \frac{1}{2}AB$$
$$EH = \frac{1}{2}EF$$
（本・二）而
$$AB = EF$$
$$\therefore AG = EH$$
而
$$直\llcorner CGA = 直\llcorner CHE$$
$$\therefore \triangle AGC \cong \triangle EHC$$
（壹四九・系）因テ
$$CG = CH$$

系說一、同圜或ハ等圜內ノ弦線、心點ヲ距ル等シキ者ハ其度等シ

系說二、同圜或ハ等圜內ノ弦線、心點ヲ距ル愈、近キ者ハ其度愈、大ナリ

第四題　定說

圜ノ觸線ハ觸點ヨリスル所ノ半徑ト直角ヲ相為ス

例、ハAC線B點ニ於テ圜ニ觸レリト為レハ半徑BEハAC上ニ垂線タルナリ

證、E心ヨリ觸線ACニ到ルノEA ECヲ作レ則チB點ハAC線ノ圜界ニ接ル惟一ノ點ナルヲ以テEA ECノ如キB點外ニ到ル線ハ皆是EBヨリ大ナリ是ニ由テEBハE點ヨリACニ到ル諸線ノ最小者ナル見ルヘシ故ニEBハACニ直垂ス（壹・二三）

第五題　定說

同圜或ハ等圜ノ等弦ハ等弧ニ張ラル等弧ハ等弦ヲ張ル

試ニ兩等圜ニ等弦ヲ作リ此圜ヲ彼圜上ニ重スルニ心點ヲ相合シ弦（或ハ弧）ノ兩端ヲ各相符着セシメリト想像セヨ然レハ則チ兩圜相等シキヲ以テ界線全ク相符シ剩缺無カル可シ由テ觀レハ等弦等弧ニ張ラレ等弧等弦ヲ張ルノ理即知ル可シ

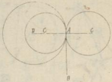
第六題　定說

一直線ニ當ラサル三點ハ必ス一圜界線ノ之ヲ通過ス可キナリ

例ヘハA.B.Cノ如キ一直線ナラサル三點ハ必ス圜界ABCニ通過セラル

證、試ニAB BCヲ各聯亘シ又AB上正中ノ垂線FD及BC上正中ノ垂線GEヲ作リHニ相交ラシメヨ則チHハABノ兩端A.B又BCノ兩端B.Cヲ距ル皆相等シ（壹二(三)系）即[illegible]皆相等シ故ニH心ヨリスル圜界ABCハ當ニA.B.Cノ三點ヲ通過スヘキヤ明ナリ（首界・三二）

第七題　定說



互相觸圜ノ各心點及觸點ハ必ス一直線ニ當ル

例ヘハC心ノ圜、D心ノ圜トA點ニ於テ相觸レリト爲セハACADハ必ス一直線タルナリ

證、試ニ觸線ABヲ作レ則是レ兩圜ノ觸線タルナリ因テCAB角DAB角ハ倶ニ是レ直ナルヲ知ル可シ（本・四）故ニACADノ一直線タルヤ晰ナリ（壹・三）

系說、兩圜內ニ相觸ルヤ其心點ノ相距ハ兩半徑ノ差ニ等シ兩圜外ニ相觸ルヽヤ其心點ノ相距ハ兩半徑ノ和ニ等シ

第八題　定說

負圜角ハ其角邊所夾ノ半弧ヲ以テ度ル可シ（角點圜心ニ在ルノ角ハ其角邊所夾ノ弧ヲ以テ之ヲ度ル（首界・三八）故ニ本題ノ義ハ負圜角ハ角邊同弧ヲ夾ミテ角點圜心ニ在ル所ノ角ノ半ニ當ルト云フニ同シ）

例ヘハ負圜角ADBノ如キ其度、AB弧ノ半ニ當ル

證、試ニ半徑BCヲ作リ乙ノ如ク角邊若シ心C點ヲ過サル時ハ更ニ半徑AC及全徑DEヲ作レ則左ノ如ク證明スヘシ

（甲）

$CD=CB$

$\therefore \angle D=\angle B$（壹・一八）

然ニ

外$\angle ACB=$內$(\angle D+\angle B)$

即

$\angle ACB=2\angle ADB$

$\therefore \frac{1}{2}\angle ACB=\angle ADB$

（乙）

減$\angle ECB=2\angle EDB$

之$\angle ECA=2\angle EDA$

$\angle ACB=2\angle ADB$

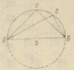
$\therefore \frac{1}{2}\angle ACB=\angle ADB$

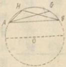
ACB角ハAB弧ヲ以テ度ル故ニACB角ノ半即ADB角ハAB弧ノ半ニ當ルヤ明カナリ

第九題　定說

缺圜ノ負弧角ハ缺圜、半圜ナレハ是直、半圜ヨリ大ナレハ是銳、半圜ヨリ小ナレハ是鈍ナリ

例ヘハACB形ヲ半圜、AEB形ヲ半圜ヨリ大ナル缺圜、AGB形ヲ半圜ヨリ小ナル缺圜ト為セハ





$\angle ACB=R\cdot\llcorner$

$\angle ADB=R\cdot\llcorner$

$\angle AEB<R\cdot\llcorner$

$\angle AFB<R\cdot\llcorner$

$\angle AGB>R\cdot\llcorner$

$\angle AHB>R\cdot\llcorner$

證、

$\angle ACB=\frac{180^\circ}{2}$

$\angle ADB=\frac{180^\circ}{2}$

即

$\angle ACB=R\cdot\llcorner$

$\angle ADB=R\cdot\llcorner$

$\angle AEB<\frac{180^\circ}{2}$

$\angle AFB<\frac{180^\circ}{2}$

即

$\angle AEB<R\cdot\llcorner$

$\angle AFB<R\cdot\llcorner$

$\angle ADB>\frac{180^\circ}{2}$

$\angle AHB>\frac{180^\circ}{2}$

即

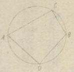
$\angle AGB>R\cdot\llcorner$

$\angle AHB>R\cdot\llcorner$

各缺圜ヲ補テ全圜ヲ作レハ本巻八題及第一巻第二題系說ニ據テ上式ヲ得

第十題　定說

圜內所容四邊形ノ相對兩角ノ和ハ二直角ニ等シ



例ヘハ圜內所容四邊形DCノ相對兩角ハ如キ其和二直角ナリ

即

$\angle C+\angle D=2\cdot R\llcorner$

$\angle A+\angle B=2\cdot R\llcorner$

證、

$\frac{1}{2}($弧$ADB+$弧$ACB)=180^\circ$

然ニ

$\angle C=\frac{1}{2}$弧ADB

$\angle D=\frac{1}{2}$弧ACB

$\angle C+\angle D=\frac{1}{2}($弧$ADB+$弧$ACB)=180^\circ=2R\cdot\llcorner$

類推スレハ

$A+\angle B=2R\llcorner$

第十一題　定說

圜ノ觸線及弦線所成ノ角ハ其弦之弧半ヲ以テ度ル可シ

例ヘハ觸線AB及弦線AD所成之BAD角ノ如キ其度、AD弧度ノ半ニ等シ

證、試ニ觸點ニ到ルノ半徑AC及AD弦ニ正交スルノ半徑CEヲ作レ則チ

$\angle BAD+\angle DAC=90^\circ$（本・四）

$\angle C+\angle DAC=90^\circ$（壹・三・系四）∴

$\angle BAD+\angle DAC$

$=\angle C+\angle DAC$

公通ノDACヲ減スレハ則

$\angle BAD=\angle C$

而ルニ

$\angle C=$弧AE

弧AE$=\frac{1}{2}$弧AD（本・一）

故ニ

$\angle BAD=\frac{1}{2}$弧AD

第十二題　定說

圜ノ觸線及弦線所成ノ角ハ其相背缺圜ノ員弧角ニ等シ

例ヘハABヲ觸線、ADヲ所設弦線ト爲セハBAD角ハACD角ニ AD角ハ ED角ニ等シ

證、

$\angle ACD=\frac{1}{2}$弧AED（本・八）

$\angle BAD=\frac{1}{2}$弧AED（本・二）∴

$\angle BAD=\angle ACD$

類推スレハ

$\angle AD=\angle AED$

第十三題　定說

圜ノ平行兩弦或ハ觸線及之ニ平行スル弦線所夾ノ弧ハ其度相等シ

例ヘハAB CD弦相平行シ又觸線EF、弦CD相平行セリト爲レハAC弧ハBD弧ニ等シクCG弧ハDG弧ニ等シ

證、試ニADヲ聯亘シ〔第一〕又DGヲ聯亘セヨ〔第二〕然レハ

〔第一〕

$\angle BAD=\angle ADC$（壹・六）然ルニ

$\angle BAD=\frac{1}{2}$弧DB

$\angle ADC=\frac{1}{2}$弧AC（本・八）∴

AC弧$=$DB弧

〔第二〕

$\angle GDC=\angle DGF$（壹・六）然ルニ

$\angle DGF=\frac{1}{2}$弧DG（本・二）

$\angle GDC=\frac{1}{2}$弧CG（本・八）∴

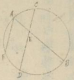
CG弧$=$DG弧

第十四題　定說

圜ノ兩弦相交所成ノ角ハ其度、兩弦所夾兩弧ノ和半ニ等シ

例ヘハAB CDノ兩弦、E點ニ於テ相交リ所成ノBED角ノ如キ其度、AC BD兩弧ノ和半ニ等シ

證、試ニCDニ平行スルAFヲ作レ則チEAF角（即BAF）ハBED角ニ等シ（壹六・系一）



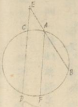
而
$\angle BAF=\frac{1}{2}$弧BDF
然ルニ
弧BDF＝弧FD＋弧DB
而
弧FD＝弧AC
（木・一三）∴
弧BDF＝弧(AC＋DB)
∴
$\angle BED=\frac{1}{2}$弧(AC＋DB)

此他BEC角ノ度ハBC AB両弧度ノ和半ニ等シキ亦同法ヲ以テ證明ス可シ

第十五題　定說

圜ノ両割線規外ニ相交リ所成ノ角ハ其度両割線所夾両弧ノ差半ニ等シ」例ヘハ両割線BE ED E點ニ相交リ所成ノBED角ハBD AC両弧ノ差半ニ等シ」

證、試ニEDニ平行スルAFヲ作レ則チAED角（即BED）ハBAF角ニ等シ（壹六・系一）



而
$\angle BAF=\frac{1}{2}$弧BF
然ルニ
弧BF＝弧BD－弧FD
而
弧FD＝弧AC
（木・一三）∴
弧FB＝弧(BD－AC)
∴
$\angle BED=\frac{1}{2}$弧(BD－AC)

第十六題　定說

圜ノ觸線及割線所成ノ角ノ度ハ其所夾両弧ノ差半ニ等シ

例ヘハ觸線CD及割線CB所成ノBCD角ノ度ハ其所夾両弧BD ADノ差半ニ等シ」

證、試ニCDニ平行スルAEヲ作レ則チ

$\angle BCD=\angle BAE$
（壹六・系二）而
$\angle BAE=\frac{1}{2}$弧BE
然ルニ
弧BE＝弧BED－弧ED
而
弧ED＝弧AD
（木・一三）∴
弧BE＝弧(BD－AD)
∴
$\angle BCD=\frac{1}{2}$弧(BD－AD)

第十七題　定說

圜ノ両弦相交リ互ニ相両分スレハ此ノ両分線矩内ノ直角形ハ彼ノ両分線矩内ノ直角形ニ等シ」例ヘハAB CD両弦E點ニ相交ハレハ則チAE×EB＝CE×ED

證、
AD CBヲ各聯亘スレハ
則
$\angle EBC=\frac{1}{2}$弧AC
$\angle EDA=\frac{1}{2}$弧AC
∴
$\angle B=\angle D$
類推スレハ
$\angle A=\angle C$
而
對尖$\angle AED$＝對尖$\angle CEB$
∴
$\triangle AED \backsim \triangle CEB$
因テ
AE：ED＝CE：EB
故ニ
AE·EB＝CE·ED
（貳・一九）

系說、圓ノ全徑、一弦ニ正交シテ兩分セラルヽ片ハ全徑ノ兩分線矩內、直角形ハ弦ノ半線上ノ正方形ニ等シ

第十八題　定說

圓外ノ一點ヨリ本圓ニ觸線ヲ作リ又同點ヨリ凹規ニ到ルノ割線ヲ作レハ則チ割線及其規外分線矩內、直角形ハ觸線上ノ正方形ニ等シ

例ヘハDEC圓外ノA點ヨリ觸線AD及割線ACEヲ作レハ則チ $AC \times AE = AD^2$

證、試ニED DCヲ聯亘セヨ則チ兩三角形ADE ACDニ於テ

$$\angle AED = \angle ADC$$

∵

$$\angle AED = \tfrac{1}{2}弧CD$$

（本・八）

$$\angle ADC = \tfrac{1}{2}弧CD$$

（本・二）

而

$$此形\angle A = 彼形\angle A$$

∴

$$\triangle ADE \cong \triangle ACD$$

而

$$\triangle ADE \backsim \triangle ACD$$

因テ

$$AE:AD::AD:AC$$

故ニ

$$AC \times AE = AD^2$$

系說、圓外ノ一点ヨリ凹規ニ到ルノ兩割線ハ其規外分線ト反比例ヲ相為ス（例ヘハA、B、A′、B′ノ四數何若シA於B猶B′於A′ナ [illegible]）

例ヘハ兩割線AE AFノ如キハ分線AC ABト反比例ヲ相為ス

即チ

$$AE:AF::AB:AC$$

或ハ

$$AC:AF::AB:AE$$

證

$$AC \times AE = AD^2$$

$$AB \times AF = AD^2$$

因テ

$$AC \times AE = AB \times AF$$

∴

$$AE:AF::AB:AC$$

或ハ

$$AC:AF::AB:AE$$

附言　圓外一點ヨリスル觸線及同點ヨリ出テ圓心ヲ過ルノ割線ノ規外分部ヲ知ル片ハ本定說ニ據テ圓徑ヲ求ムルノ術ヲ得左ノ如シ

例ヘハADヲ觸線（上圖）Amヲ圓心Oヲ過ルノ割線ト為セハ本定說ニ據テ

$$Am \times An = AD^2$$

ヲ得、今

$$AD = 20寸$$

$$An = 2寸$$

$$Am = d + 2$$

即

$$nm = d \text{（全徑）}$$

ト假定スレハ

$$2(d+2) = 20^2$$

$$2d + 4 = 400$$

$$d = 198$$

ヲ得即全徑一百九十八寸

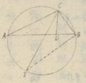
第十九題　定說

圓內所容三角形ノ兩邊線矩內、直角形ハ自餘一邊上ニ對角ヨリスル垂

線及圜径ノ両線矩内ノ直角形ニ等シ

例、ハABC形ヲ圜内所容三角形、CDヲAB上ノ垂線、CEヲ圜徑ト為セハ則チ
AC BC矩内ノ直角形ハCD CE矩内ノ直角形ニ等シ

證、試ニBEヲ聯亘セヨ則チB角直ナル三角形EBCヲ成ス（本・九）



而 $\angle CDA = R\cdot L$ $\angle A = \angle E$ （本九・系）因テ $\angle ACD = \angle ECB$ （壹一三系一）∴ $\triangle ACD \veeeq \triangle ECB$ 因テ $\triangle ACD \backsim \triangle ECB$ ∴ $AC:CD::CE:CB$ ∴ $AC \times CB = CD \times CE$

系説、圜内所容三角形ノ三邊線度ノ連乗積ハ其面積二倍及圜徑線度ノ乗積ニ等シ

第二十題　定説

三角形ノ一角ヲ両平分シ其對邊ニ到リ之ヲ両分スル線ヲ作レハ其線上ノ正方形及両分線矩内ノ直角形ノ和ハ自餘両邊線矩内ノ直角形ニ等シ

例ハ三角形ABCノC角ヲ平分シDニ到テAB邊ヲ両分スル所ノCD線ヲ作レハCD上ノ正方形及AD DB矩内ノ直角形ノ和ハAC BC矩内ノ直角形ニ等シ

證、試ニ三角形ABCヲ容ルヽノ圜ヲ作リCDヲ引長シテ圜界ニEニ遇ハシメAEヲ聯亘セヨ則チ

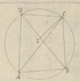
$\triangle ACE \veeeq \triangle CDB$ ∵ $\angle E = \frac{1}{2}$弧$AC = \angle B$ $\angle ACE = \angle DCB$ 乃 $\angle EAC = \angle BDC$ （壹一三系二）故ニ $AC:CE::CD:CB$ 然ニ $CE = CD + DE$ ∴ $AC:CD+DE::CD:CB$ 因テ $CD^2 + CD\cdot DE = AC\cdot CB$ 然ニ $CD\cdot DE = AD\cdot DB$ （本・一七）故ニ $CD^2 + AD\cdot DB = AC\cdot CB$

第二十一題　定説

圜内所容四邊形ノ両對角線矩内ノ直角形ハ其両對邊矩内ノ直角形両個ノ和ニ等シ

例ハ四邊形ABCDヲ圜内所容角形ト為セハ則チ両對角線AC BD矩内ノ直角形ハ對邊AB DC矩内ノ直角形及對邊、AD BC矩内ノ直角形ノ和ニ等シ

證、試ニCヨリCEヲ作リDCE角ヲACB角ニ等シクセヨ則チ



$\triangle DEC \backsimeq \triangle ABC$

$\therefore$

$\angle BAC = \frac{1}{2}$弧$BC = \angle CDE$

$\therefore$

$AB:AC = DE:DC$ (1)

（貳一七系二）

又

$\triangle ADC \backsimeq \triangle BEC$

$\therefore$

$\angle DAC = \frac{1}{2}$弧$DC = \angle EBC$

$\angle DCE = \angle BCA$

各角ニECAヲ加フレハ

則

$\angle DCA = \angle BCE$

$\therefore$

$AD:AC = BE:BC$ (2)

(1)(2)兩式ヲ乘率ノ相等式ニ乘シ相加フレハ

則

$AB \cdot DC + AD \cdot BC = (DE+BE) \cdot AC$

然ニ

$DE+BE=BD$

$\therefore$

$AB \cdot DC + AD \cdot BC = AC \cdot BD$

系說、圜內所容四邊形若シ其兩隣邊相等シケレハ則チ其等邊之一ニ於隣接對角線ニ猶餘對角線ニ於不等兩邊之和ナルナリ

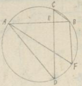
例ヘハ前圖ニ於テ$BC=AB$ト爲レハ$AB \cdot DC + AD \cdot BC$ハ$AB \cdot DC + AB \cdot AD$即$AB \times (DC+AD)$ト爲ル故ニ$AB \cdot (DC+AD) = AC \cdot BD$因テ$AB:AC::BD:DC+AD$ヲ得

第二十二題　定說（

圜內ニ兩弦線正交シ互ニ相兩分スレハ則其各分線上ノ正方形ノ和ハ圜徑上ノ正方形ニ等シ

例ヘハABCDヲEニ於テ正交スル所ノ兩弦線トシAFヲ圜徑ト爲レハ則チAE上、EB上、EC上、ED上之四正方形之和ハAF上ノ正方形ニ等シ

證、試ニCB BF AD DFヲ各聯亘セヨ則チ



$\angle ABF = R \cdot L = \angle AED$

（本・九）$\therefore$

$BF /\!/ CD$,　$CB=DF$（本・一三）

$\angle CEB = R \cdot L$

$\therefore$

(1) $CE^2+EB^2=CB^2=DF^2$

又

$\angle AED = R \cdot L$

(2) $AE^2+ED^2=AD^2$

(1)(2)ヲ相加フレハ則チ

$CE^2+EB^2+AE^2+ED^2$

$=DF^2+AD^2$

然ニ

$\angle ADF = R \cdot L$

$\therefore$

$DF^2+AD^2=AF^2$

故ニ

$CE^2+EB^2+AE^2+ED^2=AF^2$

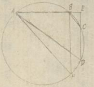
第二十三題　定說

圜外一點ヨリ出テ凹規ニ至ルノ兩割線互ニ直角ヲ爲ストハ則チ其兩線之兩正方形及規外兩分線之兩正方形ノ和ハ圜徑之正方形ニ等シ

例ヘハAE EDヲEニ於テ直角ヲ爲スノ兩割線トシAFヲ圜徑ト爲レハ則チ

EA ED之兩正方形及EB EC之兩正方形ノ和ハAF之正方形ニ等シ

證、試ニAD DF BF BCヲ各聯亘セヨ則チ



$\angle ABF = R \cdot L = \angle E$（本・九）$\therefore$

$BF \parallel CD$

$BC = FD$

而

$\angle ADF = R \cdot L = \angle AED$

$\therefore$

(1) $AE^2 + ED^2 = AD^2$

(2) $EB^2 + EC^2 = BC^2 = DF^2$

(1)(2)ヲ相加フレハ則

$AE^2 + ED^2 + EB^2 + EC^2 = AD^2 + DF^2$

$AD^2 + DF^2 = AF^2$

$\therefore$

$AE^2 + ED^2 + EB^2 + EC^2 = AF^2$

第二十四題　定說

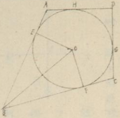
凡ソ三角形ノ各邊ノ正中點ニ正交スルノ各線ハ必ス同一點ニ輻交ス

證、三角形ノ三角點ハ一直線ニ當ラサルヲ以テ必ス惟一ノ某圓界ニ通過セラル(本・六)今其圓ヲ作レリト想像セヨ則チ三角形ノ三邊ハ其圓ノ弦タリ因テ各邊ノ中點ニ正交スルノ線ハ卽各弦ノ中點ニ正交スルノ線タルヲ以テ皆同圓ノ心ヲ通過ス（本・一・系・二）卽皆同一點ニ輻交ス

第二十五題　定說

容圓四邊形ノ相對兩邊線ノ和ハ彼此相等シ

例ヘハO心ノ圓ヲ容ルヽ所ノ四邊形ABCDノ如キ其相對兩邊AB CDノ和ハ相對兩邊AD BCノ和ニ等シ



證、試ニO心ヨリ觸點E・Fニ到ルノOE OF兩線ヲ作リ又OBヲ聯亘セヨ則チE角F角ハ倶ニ是直ニシテ(本・四)OE OF等シクOBハ兩形OEB OFBノ共用邊ナリ故

$\triangle OEB \cong \triangle OFB$（壹三九系）

$BE = BF$ --------(1)

類推スレハ則

$AE = AH$ --------(2)

$CG = CF$ --------(3)

$DG = DH$ --------(4)

(1)(3)ヲ相加フレハ則

$BE + CG = BF + CF$ ··(a)

(2)(4)ヲ相加フレハ則

$AE + DG = AH + DH$ ··(b)

(a)(b)ヲ相加フレハ則

$BE + AE + DG + CG$

$= BF + CF + AH + DH$

卽

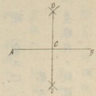
$AB + CD = BC + AD$

第一題　求法

有限直線ヲ兩平分スルノ法ヲ求ム

例ヘハABヲ所設線ト為シ之ヲ兩平分セント欲ス

法、先ツA端ヲ心ト為シABノ半以上ノ半徑ヲ以テ圜界ヲ作リ次ニB端ヲ心ト為シ同前ノ半徑ヲ以テ圜界ヲ作リ後ニ兩弧相交ノ兩點D.E間ニ直線DEヲ作ルヘシ則チ此DE線、C點ニ於テAB線ヲ截リ之ヲ兩平分ス

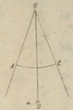


證、（壹二二、系）

第二題　求法

所設一角ヲ兩平分スルノ法ヲ求ム

例ヘハABCヲ所設角ト為シ之ヲ兩平分セント欲ス



法、先ヅBヲ心ト為シ任半徑ヲ以テ弧ヲ作リA、ニ於テC ニ於テ兩邊ニ交ハラシメ次ニA、C各點ヲ心ト為シ同一半徑ヲ以テ弧ヲ作リ相交ラシメ後ニ交點Dヨリ角點Bニ至ルノ直線ヲ作ルヘシ則チ此線ABC角ヲ兩平分ス

證、（壹・二一）

第三題　求法

一直線内ノ所設一點ニ到ルノ垂線ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハAB線内ノC點ニ一線ヲ垂レント欲ス

法、C點ヲ距ル相等シキD及Eノ兩點ヲ線内ニ設ケ各〻之ヲ心ト為シ任半徑ヲ以テ等圜ノ弧ヲ作リFニ相交ヘラシメFCヲ聯亘セヨ則チ此FC線ハ是所求ノ垂線ナリ

證、（壹二二・系）

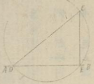
又法、任點Oヲ心ト為シ半徑OCヲ以テ圜界ヲ作リABニCニDニ交過セシメD點ヨリ全徑DEヲ作リ其交點EヨリECヲ聯亘セヨ則チ此ECハ所求ノ垂線ナリ

證、（參・九）

［附言］所設點C若シ所設線ノ端ニ近倚セル𪜈ハ又法ヲ便利トス

第四題　求法

一直線外ノ所設一點ヨリ本線上ニ垂線ヲ作ルノ法ヲ求ム



例ヘハAB線外ノC點ヨリ本線上ニ垂線ヲ作ラント欲ス

法、C點ヨリ任斜向線ヲ作リABニDニ交ハラシメDCノ正中點ヲ心ト為シ半圜CDヲ作リABニEニ交ハラシメCEヲ聯亘セヨ則チ此CEハ所求ノ垂線ナリ

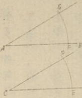
證、（參・九）

第五題　求法

一直線内ノ所設一點上ニ所設角ト等シキ一角ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハAB線内ノA點上ニC角ト等シキ一角ヲ作ラント欲ス

法、先ツA點ヲ心ト為シ任半径ヲ以テ弧ヲ作リABニFニ交ラシメ次ニC心ヨリ半径AFヲ以テ弧ヲ作リE.Dニ於テC角ノ各邊ニ交ハリ後ニF心ヨリ半徑EDヲ以テ弧ヲ作リA心ノ弧ニGニ交ハリAGヲ聯亘セヨ則チ所求角BAGヲ成ス



證、（參・二）

第六題　求法

所設一點ヨリ所設一線ト平行スルノ一線ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハA點ヨリBC線ト平行スルノ一線ヲ作ラント欲ス

法、ACヲ聯亘シACB角ヲ成シAC内ノA點上ニACB角ニ等シキCAD角ヲ為スヘク（本・五）AD線ヲ作レ則チ是所求ノ線ナリ

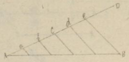
證、AD BCハACト同傾向ヲ為ス故ニ平行線ナリ（壹七・系一）

第七題　求法

所設一直線ヲ幾平分スルノ法ヲ求ム

例ヘハAB線ヲ五平分セント欲ス

法、先ツAB線ノ一端A點ヨリ位置長度ニ限無ク適宜ニAD線ヲ作リ次ニAD線ニ就テ適宜ノ長度Aaヲ基度ト為シ之ヲ度ルヿ五次遞次a.b.c.d.eノ如ク記ヲ作シeニ至リeBヲ聯亘シ各記ヨリeBニ平行スルノ線ヲ作リ皆ABニ交ハラシムヘシ則チ平行線ノ交點ハAB線ヲ五平分ス



證、（貳・一七）

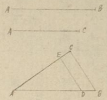
第八題　求法

所設二線ニ係ル第三連比例率線ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハABAC両線ニ係ル第三連比例率ヲ作ラント欲ス

法、任角度ニ両線ヲ置キCBヲ聯亘シAB内ニACト等シキAD部ヲ設ケDE線ヲ作リBCト平行セシムヘシ則チ所成ノAE部ハ是レ所求ノ線ナリ

證、（貳・一七）



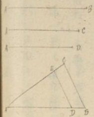
第九題　求法

所設三線ニ係ル比例第四率線ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハABACAD三線ニ係ル比例第四率ヲ作ラント欲ス」

法、先ツABAC両線ヲ任角度ニ置キ次ニAB上ニADヲ置キ後ニBCヲ聯亘シDEヲ作リ之ニ平行セシムヘシ則チ所成ノAE部ハ是レ所求ノ線ナリ」

證（貳・一七）



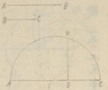
第十題　求法

所設二線間ノ比例中率線ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハABBC二線間ノ比例中率線ヲ作ラント欲ス

法、ABBCヲ接續シテ一直線ACト為シ之ヲ全徑ト為シテ半圜ADCヲ作リAC上ノ垂線ニシテB點ニ到ル者ヲ作リ（水・三）Dニ於テ圜界ニ交ハラシムヘシ則チ其BDハ是レ所求ノ線ナリ」

證、（参一七・系）



第十一題　求法

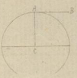
所設圜ノ心點ヲ省出スノ法ヲ求ム

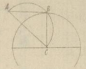
法、平行セサル任両弦ABCDヲ作リ各線ノ中點ニ到ルノ両垂線ヲ作ルヘシ則チ其交點Oハ是所求ノ心點ナリ」

證（参一・系）

第十二題　求法

所設圜ノ界線内或ハ規外ナル所設一點ヨリ觸線ヲ作ルノ法ヲ求ム





法、〔一〕所設點A若シ界線内ニ在ルトキハ半徑ACヲ作リ之ト直角ヲ相成スノ線ABヲ作ルヘシ則チABハ是レ觸線ナリ

證、（参・四）

〔二〕所設點A若シ規外ニ在ルトキハAヨリ圜心Cニ到ル線ヲ全徑ト為シ半圜界ヲ作リBニ於テ原圜界ニ交ハラシメBA線ヲ作ルヘシ則チABハ是レ觸線ナリ

證、（参・九及参・四）

第十三題　求法

所設一直線上ニ缺圜ヲ作リ其負弧角ヲシテ所設一角ニ等シカラシムル法ヲ求ム

例ヘハAB線上ニ缺圜ヲ作リ其負弧角ヲC角ニ等シカラシメント欲ス

法、ABノ兩端ニDAB DBAノ兩角ヲ作リ各C角ニ等シクシAE BEヲ作リ各AD BDト遇ヒニ直角ヲ為サシメE心ヨリAE（或ハBE）ヲ半徑ト為ルノ圜ヲ作ルヘシ則チ所成ノ缺圜AFBハ是レ負圜角ノC角ニ等シキモノナリ

證、（参・二及参八）

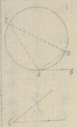
第十四題　求法

所設圜ヲ割テ所設角ト等シキ負弧角ヲ有スルノ缺圜ヲ成スノ法ヲ求ム

例ヘハ所設圜ヲ割テ缺圜ヲ成シ負弧角ヲC角ニ等シクセント欲ス

法、圜界ノ任點Aヨリ觸線ABヲ作リ觸點AニBAD角ヲ作リC角ト等シクスヘシ則チ所求缺圜AEDヲ成ス

證、（参・二及参・八）



第十五題　求法

所設一直線上ニ等邊三角形ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ハAB線ヲ一邊ト爲ルノ等邊三角形ヲ作ラント欲ス

法、線端A·Bヲ各心ト爲シ同半徑ABヲ以テ弧ヲ作リCニ於テ相交ハラシメCA CBヲ各聯亙スヘシ則チ所求ノ等邊三角形ABCヲ成ス

證　作法即以テ證ト爲スニ餘有リ（明說・一）

第十六題　求法

各邊線遞ニ所設三線ニ等シキ三角形ヲ作ルノ法ヲ求ム（所設三線ノ如キ其二線ノ和必ス餘一線ヨリ大ナラサル可カラス若シ大ナラサル片ハ三角形ヲ作ルコト能ハス）

例ハ各邊線遞ニAB CD EFノ三線ニ等シキ三角形ヲ作ラント欲ス

法、ABノB端ヲ心ト爲シ半徑CDヲ以テ弧ヲ作リ又A端ヲ心ト爲シ半徑EFヲ以テ弧ヲ作リGニ於テB心ノ弧ニ相交ハラシメGB GAヲ各聯亙スヘシ則チ所求ノ三角形ABGヲ成ス」證、（明說・一）

第十七題　求法

所設一直線上ニ正方形ヲ作ルノ法ヲ求ム

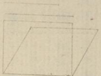
例ハAB線ヲ一邊ト爲ルノ正方形ヲ作ラント欲ス

法、先ツAB線ノ兩端A·Bニ到ルノ兩垂線」ヲ作リ（本・三）次ニAヲ心ト爲シ半徑ABヲ以テ弧ヲ作リ垂線ヲCニ於テ截過シ後ニCヨリCDヲ作リABニ平行セシムヘシ則チ所求ノ正方形ADヲ成ス」證、（壹・二六）

第十八題　求法

隣接兩邊線各所設兩線ニ等シキ平行邊方形（直角或ハ斜角）ヲ作ルノ法

ヲ求ム



法、直角方形ヲ作ラント欲セハ先ッ此ノ線ノ両端ニ到ルノ両垂線ヲ作リ次ニ其一垂線ニ就テ趾點ヨリ度リテ彼ノ線ト等シキ長度ヲ截取リ後ニ截點ヨリ出テ此ノ線ニ平行スルノ線ヲ作ルヘシ則チ所求ノ直角形ヲ成ス

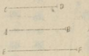
斜角方形ヲ作ラント欲セハ先ッ此ノ線ノ左端ニ斜交スルノ線ヲ作リ其角ヲ所欲角ト等シクシ(本・五)次ニ其斜線ニ就テ角點ヨリ度リテ彼ノ線ト等シキ長度ヲ截取リ其截點ヨリ出テ此ノ線ニ平行スルノ線及ヒ此ノ線ノ右端ヨリ出テ斜線ニ平行スルノ線ヲ作リ相遇ハシムヘシ則チ所求ノ平行邊方形ヲ成ス」

證、(壹・二六)

第十九題 求法

一邊線所設線ニ等シク積所設正方形ニ等シキ直角形ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハCD線ヲ一邊ト為ルノ直角形ニシテ其積AB上ノ正方形ニ等シキ者ヲ作ラント欲ス



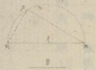
法、CD AB ニ係ル第三連比例率タルEF線ヲ作リ(本・八)而シテCD EFヲ縦横線ト為スノ直角形ヲ作ルヘシ(本・一八)則チ是所求ノ直角形ナリ」

證、(貳・三)

第二十題 求法

所設両正方形ノ差ニ等シキ一正方形ヲ作ルノ法ヲ求ム

例ヘハA線ヲ大正方形ノ一邊、B線ヲ小正方形ノ一邊ト為シ両形ノ差ニ等シキ一正方形ヲ作ラント欲ス



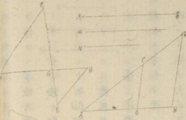
法、A線ヲ全径ト為シ半圓nmヲ作リnヲ心ト為シ半径B線ヲ以テ弧ヲ作リpニ於テ半圓弧ヲ截リpmヲ聯亘シpm上ニ正方形ヲ作ルヘシ(本・一七)則チ是所求ノ正方形ナリ」

證、（參・九及壹・三九）

第二十一題　求法

所設一線ヲ兩分シ兩分線ノ比ヲ所設兩線ノ比ト等シフスルノ法ヲ求ム

例ヘハAB線ヲ兩分シテ兩分ノ比ヲM N兩線ノ比ト等シナセント欲ス



法、A端ヨリ一線ヲ出シABト任角度ヲ為サシメ其線ニ就テACヲ截リM線ニ等シフシ又CDヲ設ケN線ニ等シフシDBヲ聯亘シCヲ通過シDBニ平行スル一線ヲ作リGニ於テABヲ截過スヘシ則G點ハAB線ヲ所求ノ比ニ兩分ス

證、（貳・一七）

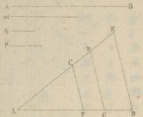
又法、A端ヨリM線ト等シキACヲ作リABト任角ヲ為サシメB端ヨリN線ト等シキBEヲ作リACト平行セシメCEヲ聯亘シ以テGニ於テABヲ兩分スヘシ則兩分線AG GBノ比ハ兩線M Nノ比ニ等シ

證、（壹・六及貳一七・系一）

第二十二題　求法

所設一線ヲ幾分シ諸分線ノ比ヲ所設諸線ノ比ト等シフスルノ法ヲ求ム

例ヘハAB線ヲ三分シ其三分線ヲ兩々取ル所ノ比ヲシテ各M・N・Pノ三線ヲ兩々取ル所ノ比ト遞ニ等シカラシメント欲ス



法、A端ヨリ一線ヲ出シABト適宜ノ角ヲ為サシメ其線ニ就テAC CD DEノ各分部ヲ設ケ遞次M・N・Pノ三線ニ等シカラシメ而シテEBヲ聯亘シD及CヨリEBニ平行スルDG CFヲ作リ以テABヲ三分スヘシ則三分線AF FG GBハ是所求ノ分線タルナリ

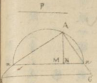
證、（貳・一七）

第二十三題　求法

一正方形ヲ作リ所設一正方形トノ比ヲ所設兩線ノ比ニ等シフスルノ法ヲ求ム

例ヘハP線上ノ正方形ト比シテM N兩線ノ比ニ等シカルヘキ正方形ヲ作ラント欲ス

法、M N兩線ヲ接續シテ一直線ト為シ之ヲ全徑ト為ルノ半圜mnヲ作リ接點ニ正交線ヲ作リテ圜界ニAニ交ハラシメAnヲ聯亘シ引テCニ至リACヲP線ニ等シフシCヨリnmニ平行スルノ線ヲ出シ又Amヲ聯亘シ引テBニ至リnmノ平行線ニBニ遇ハシムヘシ則チ所求正方形ノ邊ABヲ得



證、

$Am^2:An^2::AB^2:AC^2$（貳・一七）

$Am^2:An^2::M:N$（貳・二五）∴

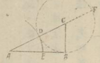
$AB^2:AC^2::M:N$（貳・六）

第二十四題　求法

所設一線ヲ外中比ニ分截スルノ法ヲ求ム（一線ヲ大小ニ兩分シテ全於大分猶大分於小分ナラシムルヲ外中比ニ分ツト謂フ蓋シ連比例ノ中率及第三連比例率ヲ作為セハナリ）

例ヘハAB線ヲEニ於テ兩分シAB於AE猶AE於EBナラシメント欲ス

法、ABノB端ニ到ルノ垂線ヲ作リCニ於テ之ヲ截テABノ半ニ等シフシC心ヨリ半徑CBノ圜ヲ作リCAヲ聯亘シDニ於テ圜界ニ截ラレ又A心ヨリ半徑ADノ弧ヲ作リ以テEニ於テABヲ截ルヘシ則チE點ハ是レABヲ外中比ニ分ツノ點ナリ



證

$AF \cdot AD = AB^2$（參・一八）∴

$AF:AB = AB:AD$

推分之理

$AF-AB:AB::AB-AD:AD$

然ニ

$CB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}DF$

∴

$AB = DF$

因テ

$AF-AB = AF-DF = AD = AE$

故ニ

$AE:AB = EB:AE$

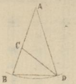
推反之理

$AB:AE = AE:EB$

第二十五題　求法

所設一線ヲ等邊ノ一ト為シ底角各頂角ノ二倍大ナル等脚三角形ヲ作ルノ法ヲ求ム

法、先ツ所設線ABノA端ヲ心ト為シ半徑ABノ弧ヲ作リ次ニABヲCニ於テ外中比ニ分チ（本・二四）大分線ACヲ半徑ト為シB心ヨリ弧ヲ作リ以テA心ノ弧ヲDニ於テ截過シBD DAヲ各聯亘スヘシ則チ所求ノ等脚三角形ABDヲ成ス（即B角ハA角ノ二倍ナリ



證、試ニDCヲ聯亘シ三角形DBCヲ成セ則チAC BD相等シク

$AB:AC::AC:BC$（作為）$\therefore$

$AB:BD::BD:BC$ 而

全形 $\angle B=$ 分形 $\angle B$ $\therefore$

$\triangle ABD \sim \triangle BDC$（貳一七系二）

然ニ

$\triangle ABD$ ------ 等脚 $\therefore$

$\triangle BDC$ ------ 等脚

乃 $BD=DC$

然ニ $BD=AC, \therefore DC=AC$

因テ $\triangle ACD$ ------ 等脚

乃 $\angle CDA=\angle A$

然ニ 外 $\angle BCD=\angle CDA+\angle A$（壹・二三）而

$\angle BCD=\angle B$ $\therefore$

$\angle B=\angle CDA+\angle A=2\angle A$

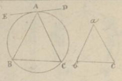
〔附言〕三角形ABDノ底ノ兩角各A角ノ二倍ナルヲ以テ三角ノ和ハ即チA角ノ五倍ナリ然ルニ三角形ノ三角ノ和ハ二直角即チ百八十度ナルヲ以テA角ハ二直角ノ五分之一即チ三十六度ニ當ル故ニAB線圜ノ半徑ナレハBDハ三十六度ノ弧之弦ナリ是ニ由テ之ヲ觀レハ此ノ如キ弦ヲ環接シテ圜弧ヲ張ル𪜈ハ則チ整十角形ヲ作成ス可シ

第二十六題　求法

所設三角形ト互相等角ノ三角形ヲ所設圜ニ容ルヽノ法ヲ求ム

例、ハ三角形abcト互相等角ノ三角形ヲABC圜ニ容レント欲ス」

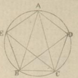
法、圜界ノ任點Aニ抵ルノ觸線EDヲ作リ（本・一三）觸點Aニ於テb角ニ等シキDAC角及C角ニ等シキEAB角ヲ作リ（本・五）角邊ノC・B端ヲ各圜界ニ交ハラシメ而シテ其CBヲ聯亘スヘシ則チ所求ノ三角形ABCヲ成ス」

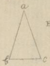


證、（參・一二）

第二十七題　求法

所設圜ニ整五角形ヲ容レント欲ス





法、先ツb・c各角、a角ノ二倍ナル等脚三角形abcヲ作リ(本・二五)次ニ三角形abcト互相等角ノ三角形ABCヲ所設圜ニ容レ(本・二六)後ニB、C各角ヲ平分スルノ線ヲ作リ各々DニEニ於テ圜界ニ交ハラシメBE EA AD DCヲ各々聯亘スヘシ則チ所求ノ整五角形AEBCDヲ成ス」

證、(参・五及参界・一二)

[附言]整五角形ノ角點ハ其容角形圜ノ界線ヲ五平分ス因テ其各邊ハ全周ノ五分之一即七十二度ノ弧之弦ナリ

第二十八題　求法

所設圜ニ整六角形ヲ容ルヽノ法ヲ求ム

法、全徑ABヲ作リ其一端Bヨリ半徑BCト等シキBD弦ヲ作リ又A點ヨリ半徑AC(即BC)ト等シキAE弦ヲ作リ而テD及E點ヨリ各々DF EGノ全徑ヲ作リDE AF FG GBヲ各々聯亘スヘシ則チ所求ノ整六角形AEDBGFヲ成ス

證、三角形BCDハ等邊三角形ナリ即亦等角三角形ナリ

故ニ
$\angle BCD=\frac{2}{3}R\cdot L$
類推スレハ
$\angle ACE=\frac{2}{3}R\cdot L$
∴(壹・六)
$\angle ACF=\frac{2}{3}R\cdot L$
$\angle BCG=\frac{2}{3}R\cdot L$
而
$\frac{2}{3}R\cdot L=60^\circ$
∴
弧$BD=60^\circ$
弧$AE=60^\circ$
弧$AF=60^\circ$
弧$BG=60^\circ$
∴
弧$DE=60^\circ$
弧$GF=60^\circ$
因テ
$AE=ED=DB=BG=GF=FA$

（內角FAE AED EDB等ノ相等シキヿハ其邊所夾ノ弧等シキヲ視ハ則チ明カナルヘシ）

[附言]是ニ由テ六十度ノ弧之弦ハ半徑ニ等シキヲ知ル可シ

第二十九題　求法

所設圜ニ容ル可キ整十五角形ノ一邊ヲ作ルノ法ヲ求ム

法、半徑CBヲEニ於テ外中比率ニ分チCEヲ大分トス(本・二四)B點ヨリ大分線CEニ等シキBD弦（即整十角形ノ邊）ヲ作リ又B點ヨリ半徑CBニ等シキBA弦（即整六角形ノ邊）

ヲ作リADヲ聯亘スヘシ則チADハ是レ所求整十五角形ノ邊ナリ

證、

弧$BD=\frac{1}{10}$全周（本二五・附）

弧$BA=\frac{1}{6}$全周（本・二八）

弧BA−弧BD=弧AD

即

$\frac{1}{6}$周$-\frac{1}{10}$周$=\frac{1}{15}$周

即

弧$AD=\frac{1}{15}$周

$=24^{\circ}$

第三十題　求法

所設圓内ニ任何邊ノ整角形ヲ容レ又其相似ノ容圓整角形ヲ作ルノ法ヲ求ム

法、所設圓ノ全周ヲamb・bnc・cod等々ノ如ク所欲邊數ト同數ニ平分シ其各弧之弦ヲ作ルヘシ則チ其諸弦、環圓スル所ノabcd形ハ是レ所求ノ圓内所容整角形ナリ又各弧ノ中點m・n・o等ニ觸線ヲ作ルヘシ則チ其諸觸線環圓スル所ノABCD形ハ是レabc形ト相似ナル容圓整角形ナリ

證、（第一）角形abcdハ等邊形ナリ何トナレハ其各邊線ハ同圓ノ等弧之弦ナレハナリ（參・五）又是レ等角形ナリ何トナレハ其各角ハ同圓ノ等缺圓ノ員弧角ナレハナリ（參・八）故ニabcd形ハ整角形ナリ（參界・一一）而シテ其各角點皆圓界ニ在ルヲ以テ是レ圓内所容整角形タルナリ（參界・九）

（第二）心點OヨリABノ觸點mニ至ルノ線即半徑ヲ作レハ是レABニ（參・四）亦abニ（參・系）垂線タリ因テABabハ相平行ス類推スレハBC bC亦相平行ス故ニABC角ハabc角ニ等シ（壹・八）是ニ由テ之ヲ推セハabcd形及ABCD形ノ相當角皆相等シ故ニ兩形ハ是互相等角タルナリ

今又半徑on及OB線ヲ作レハ則チ所成ノ兩個ノ直角三角形一ハmニ於テ他ハnニ於テ直角ヲ有チOBハ共用邊ニシテom邊ハon邊ニ等シキヲ以テ兩形全ク相等シ（壹三九・系）因テ相當角BOm BOn自カラ相等シ由テ觀レハOB線ハ正ニmbn弧ノ中點ヲ通過スヘシ然ルニm及nハ各amb弧及bnc

弧ノ中點ナルヲ以テabcノ角點ハ必スmbn弧ノ中點ニ在リ因テ圜心OヨリABCノ角點ニ到ルノ線ハ又必スabcノ角點ヲ通過ス推考スレハOC線ハC點ヲ過キOD線ハd點ヲ過ル等即チ圜心ト外形ノ角點トヲ聯亘スルノ線ハ毎ニ内形ノ相當角點ヲ通過スルヿヲ確知ス可シ之ヲ反推スレハ内形ノ角點ニ中ルノ半徑ハ之ヲ引長スレハ必ス外形ノ相當角點ヲ通過スルヲ知了ス可シ是ニ於テ相似兩三角形abo ABO（abハABニ平行スルヲ以テ相似ナリ下同シ）皆ニ就テ(一)式ヲ得兩三角形bco BCOニ就テ(二)式ヲ得而シテ(一)(二)兩式ヨリ(三)式ヲ成シ(貳・六)類推シテ(四)式(五)式等ヲ得是ニ至テabcd‥形及ABCD‥形ハ互相等角タルノミナラス其相當角旁兩邊彼此毎ニ比例ヲ相為スヿ明ナリ故ニ兩形ハ是相似形タルナリ(貳・一・一)

(一)$Ob:OB::ab:AB$
(二)$Ob:OB::bc:BC$
(三)$ab:AB::bc:BC$
(四)$bc:BC::cd:CD$
(五)$cd:CD::$ 等：等

系説一、凡整角形ハ必ス一圜内ニ容ル可シ

證、圜内ニ整角形ヲ容ルヽニハ其邊數ト同數ニ所設圜界ヲ平分シ各弧之弦ヲ作レハ即チ得既ニ之ヲ作リ得レハ又半徑ヲ變シテ作ル所ノ圜内ニ同邊數ノ整角形ヲ容ルヽヿヲ得ヘシ是ニ由テ之ヲ推セハ凡整角形ノ角點ハ皆惟一ノ圜界線内ニ在ルヤ明ナリ

系説二、凡整角形ハ必ス一圜ヲ容ル可シ

證、ab bc cd等ハ皆同圜ノ等弦ナルヲ以テ圜心ヲ距ル皆等シ(參・三)故ニOヲ心ト為シ心弦ノ距離(Otノ如キ)ヲ半徑ト為スノ圜ヲ作レハ則チ界線必ス各弦ニ觸ル

（附言）圜心Oハ圜内外整角形ノ**心點**タル可シ心點ヨリ一邊(ABノ如キ)ノ兩端ニ到ルノ線成ス所ノ角(AOBノ如キ)ヲ**中心角**ト為ス而シテ心點ヨリ邊線上ニ到ルノ垂線ヲ**中半徑**ト称シ心點ヨリ角點ニ到ルノ線

ヲ角中半徑ト呼フ

系說三、凡整角形ノ中心角ハ四直角ヲ邊數ト同數ニ平分スルモノニ等シ故ニnヲ邊數ト爲セハ中心角ハ$\frac{360^\circ}{n}$ナリ

系說四、凡整角形ノ邊ヲ張ル所ノ弧ヲ各〻兩平分シ其弧之弦（即原半弧之弦）ヲ作レハ則チ邊數、原形ニ倍スル整角形ヲ成ス可シ

〔附言〕系四ニ據レハ正方形ヨリシテ整八角形、整十六角形、整三十二角形等ヲ作リ得、整六角形ヨリハ整十二角形、整二十四角形等ヲ作リ得、整十角形ヨリハ整二十角形、整四十角形等ヲ作リ得、整十五角形ヨリハ整三十角形、整六十角形等ヲ作リ得、然ルニ整七角形、整九角形、整十一角形、整十三角形、整十四角形、整十七角形、整十八角形、整十九角形等ノ如キハ幾何作法ヲ以テハ蓋シ之ヲ作リ得可カラス

平面幾何學教授書第四卷畢

平面幾何學教授書第五卷

第一題　定說

凡圜ノ面積ハ半徑線度及半圜界線度ノ相乘積ニ等シ

證、AB、BD、等ノ如ク圜界ヲ小部ニ分チCA、CB、CD、等ノ半徑ヲ作ル𪜈ハACB BCD等ノ分圜形ヲ成ス因テ視レハ此ノ如キ分圜ヲ集合スレハ全圜ヲ成ス可キヿ明ナルヘシ今AB弧ヲ極テ小ナリト爲セハ直線ト相親似ス可キヲ以テ之ヲ直線ト想定スルヲ得既ニ之ヲ直線ト爲ス𪜈ハACB BCD等ハ是レ三角形ニシテAB邊BD邊ハ其高ト撰フ無キニ至ル故ニACB形ハ$\frac{AC\cdot AB}{2}$ニシテBCD形ハ$\frac{BC\cdot BD}{2}$ナリ然ルニBCハACト等キヲ以テ$\frac{BC\cdot BD}{2}$ハ$\frac{AC\cdot BD}{2}$ナリ而シテ其兩三角形即兩分圜ノ積ノ和ハ$\frac{AC\cdot(AB+BD)}{2}=AC\times\frac{1}{2}(AB+BD)$即半徑ト AD弧ノ半トノ乘積ナリ是ニ由テ之ヲ推セハACB BCD等ノ分圜ヲ集合シテ

全圜ヲ成スニ至ルモノハ和即全圜積ハ半径ACトAB BC等ヨリ全圜界ニ及フマテノ衆弧ノ和半即全圜界ノ半トノ乘積ニ等キヤ知ル可シ

第二題　定說

凡ツ兩圜其界及半径ハ彼此有比例タリ又積及半徑上ノ正方形モ彼此有例例タリ

例ヘハCAヲ大圜ノ半徑、Cヲ其積caヲ小圜ノ半徑、cヲ其積ト為ストキハCA於ca猶大圜界於小圜界ナリ又C於c猶CA之正方形於ca之正方形ナリ

證、［第一］大圜界ノ一部AB弧ヲ取リ其m倍ハ正ニ全圜界ヲ成スモノト為シ半徑CA CBヲ作リ小圜界ヲaニ於テbニ於テ通過セシムヘシ則チab弧ノm倍ハ亦必ス小圜ノ全周ヲ成スモノタルヘシ何トナレハAB弧モab弧モ其度数正ニ同シケレハナリ今AB弧ab弧ヲ極メテ小ナリト想定（本一ノ證説）スルトキハ相似兩三角形ACB acbヨリシテ比例(一)式ヲ得其後耦ニmヲ乘スレハ比例(二)式ヲ得其$m\cdot AB$ハ即チ大圜ノ全周ニシテ$m\cdot ab$ハ即チ小圜ノ全周ナルヲ以テ(二)式ハ即チ大圜半徑於小圜半徑猶大圜界於小圜界ナルモノナリ

$$CA : ca :: AB : ab \quad (一)$$

$$CA : ca :: m\cdot AB : m\cdot ab \quad (二)$$

$$C : c :: CAB : cab \quad (イ)$$

$$CAB : cab :: CA^2 : ca^2 \quad (ロ)$$

$$C : c :: CA^2 : ca^2 \quad (ハ)$$

第二分圜CABハ大圜Cノ分部タリ分圜cabハ小圜cノ分部タリテ其比相稱フ者ナルヲ以テ(イ)式ヲ為ス然ルニCAB cabハ既ニ之ヲ三角形ト想定セルヲ以テ其相似形タルヨリシテ(ロ)式ヲ為ス（貮二〇）其(イ)(ロ)兩式ヨリシテ(ハ)式ヲ得即是大圜積於小圜積猶大圜半徑上ノ正方形於小圜半徑上ノ正方形ナルモノナリ

系說、凡ツ兩圜其積及全徑上ノ正方形ハ彼此有比例タリ

第三題　定說

半徑線度一ナル圜ニ在テハ其積ト半圜界トハ數値正ニ相同シ

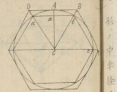
證、Rヲ以テ任何圜ノ半徑トシπヲ以テ半徑一ナル圜ノ半圜界ト爲セハ則チ凡ソ兩圜、其界及半徑ハ此彼有比例（本・二）ナルヲ以テ半徑Rナル圜ノ半圜界ハπRナルヘシ今mヲ以テ半徑Rナル圜ノ積ニ命スレハ則チ $m=\pi R^2$（本・一）ナリ故ニ半徑一ナル圜ニ在テハ $R=1$ ナルヲ以テ $m=\pi$ ナルナリ

第四題　求法

半徑線度一ナル圜ニ容リ又之ヲ容ル、兩整六角形ノ積ヲ推筭スルノ法ヲ求ム

法、圜内所容整六角形ノ積ハ三ノ開平啇ヲ三倍シ二ヲ以テ之ヲ除スレハ則チ得、容圜整六角形ノ積ハ三ノ開平啇ヲ二倍スレハ即チ得

證、如圖圜内所容及容圜整六角形ヲ作リ觸點Aニ中ルノ半徑即チ外形ノ中半徑及角中半徑ヲ作レ則チ内形ノ邊ハ皆半徑ACニ等シキヲ以



テ其周邊ハ半徑ノ六倍即チ全徑ノ三倍ナリ又外形ノ角中半徑CB CDハ各内徑ノb角d角ヲ過キ其角中半徑Cb Cdト相符シ（本圖ハ第四巻第三十題ノ者ト等シト想為スヘシ）外形ノ中半徑ACハbd弦ニ正交シテ之ヲ兩平分ス又外形ハCBヲ半徑ト為スノ圜ニ容ル可キ（肆三〇・系(一)）ヲ以テ其邊BDハCBニ等シ而シテ内形ハ三角形cbd即 $\frac{1}{2}bd\cdot ca$ ノ六倍ニシテ外形ハ三角形CBD即 $\frac{1}{2}BD\cdot AC$ ノ六倍ナル可キヿ得テ知ル可シ是ニ於テ

$$ca:bd::CA:BD$$

然ニ

$$CA=Cd=\text{半徑}=bd=1$$

$$\therefore$$

$$Cd:1::1:BD \quad (5)$$

而

$$ca^2+ad^2=cd^2$$

（壹・三九）

$$ca^2+\frac{1}{4}=1$$

$$\because$$

$$cd=1,\ ad=\frac{1}{2}$$

$$\therefore$$

$$ca=\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

之ヲ(4)式ニ代入スレハ

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}:1::1:BD$$

$$\therefore$$

$$BD=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

故ニ

$$\Delta cbd=\frac{1}{2}ca\cdot bd=\frac{1}{4}\sqrt{3}$$

$$\Delta CBD=\frac{1}{2}CA\cdot BD=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

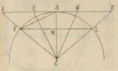
今pヲ以テ内形ニPヲ以テ外形ニ命スレハ則チ

$$p=6\times\frac{1}{4}\sqrt{3}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$P=6\times\frac{1}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$$

第五題　求法

圜内所容及容圜、整角形ノ面積ヲ知リ以テ其二倍邊數ノ圜内所容及容



圜整角形ノ面積ヲ推算スルノ法ヲ求ム

法、邊數二倍ノ圜内所容整角形ハ既知ノ兩面積ヲ相乘シ之ヲ平方ニ開ケハ即チ得」邊數二倍ノ容圜整角形ハ元圜所容形ノ面積ト既得ノ圜内所容形ノ面積トヲ相併セ之ヲ以テ既知面積ノ相乘積二倍ヲ除スレハ即チ得

證、pヲ以テ既知ノ圜内所容形ノ積ニ、Pヲ以テ同邊數ノ容圜形ノ積ニ命シ又p'ヲ以テ邊數二倍ノ圜内所容形ノ積ニ、P'ヲ以テ其相似容圜形ノ積ニ命スヘシ又KAL弧ヲ全圜界ノ四分之一或ハ五分之一等ニ恰當スル者トシCヲ圜心ト為スヘシ則チKL弦ハ圜内所容整角形ノ一邊ニシテ三角形KCLノ全形ニ於ルノ部分ハKAL弧ノ全圜界ニ於ルノ部分ト其比相同シカルヘシ而シテ屬點Aニ中ルノ半徑ACヲ作リ又CG、CEヲ作リ以テACB、ACD各角ヲ兩平分シKAヲ聯亘スレハ則チ三角形ACKハ邊數二倍ノ圜内所容形ノ幾分之一ニ恰當シ三角形ECGハ邊數二倍ノ容圜形ノ同幾分之一ニ恰當スルヤ知ルヘシ今aヲ以テLCK形ノ積ニ、bヲ以テBCD形ノ積ニ、xヲ以テACK形ノ積ニyヲ以テECG形ニ命シnヲ以テ原兩形ノ邊數ト為セハ則チ

$$na=p$$
$$nb=P$$
$$2nx=p'$$
$$2ny=P'$$

而

$$CM\cdot MK=a \quad (1)$$
$$CA\cdot AD=b \quad (2)$$
$$CA\cdot MK=2x \quad (3)$$

（壹．三三）

(1)(2)ノ各邊ヲ相乘スレハ則

$$(CM\cdot MK)\cdot(CA\cdot AD)=ab \;\text{-----}\; (4)$$

然ニ

$\triangle CMK$及$\triangle CAD$ハ相似

因テ

$$CM:MK::CA:AD$$
$$\therefore$$
$$CM\cdot AD=CA\cdot MK$$

(3)式ニ據レハ此兩邊ヘ倶ニ$2x$ニ等シ

$$\therefore$$

(4)ハ

$$2x\cdot 2x=ab$$

兩邊ニn^2ヲ乘スレハ

$$4n^2x^2=na\cdot nb$$
$$=p\cdot P$$

乃チ

$$2nx=\sqrt{p\cdot P}$$

即

$$p'=\sqrt{pP}$$

（貳．二四）

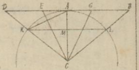
$$AE:ED::CA:CD$$
$$::CM:CK$$
$$::CM:CA$$

因テ

$$AE:AE+ED$$
$$::CM:CM+CA$$

今$AE+ED$ハADニ等シキヿニ着目シテ前偶ニCAヲ、後偶ニMKヲ乘スレハ則チ

$$AE\cdot CA:AD\cdot CA$$
$$::CM\cdot MK:(CM+CA)\cdot MK$$



而

$$AE \cdot CA = \triangle CEG = y$$
$$AD \cdot CA = \triangle CBD = b$$
$$CM \cdot MK = \triangle CKL = a$$
$$(CM+CA) \cdot MK = \triangle CKL + 2\triangle CAK = a + 2x$$

故ニ

$$y : b :: a : a + 2x$$

前耦ニ$2n$ヲ乘シ後耦ニnヲ乘スレハ

$$2ny : 2nb :: na : nd + 2nx$$

即

$$p' : 2p :: p : p + p'$$

因テ

$$p' = \frac{2pp}{p+p'}$$

第六題　求法

半徑線度一ナル圓ノ面積ノ畧近數ヲ推筭スルノ法ヲ求ム

法、第四題ノ圓内所容及容圓整六角形ノ兩面積ヲ以テ第五題ノ法ニ據リ漸次邊數二倍ノ圓内所容及容圓整角形ノ兩面積ヲ求メ其兩數ノ小數多位相同シキニ至ルトキ即チ取テ以テ圓積ノ畧近數ト定ムヘシ、次ニ揭クル所ノ六千一百四十四角形ノ如キ其内外兩形ノ面積數小數五位ニ迄ルマテ正ニ相同シ故ニ其相同數即チ3.14159ハ以テ圓積ト畧定スルヲ得

邊數	圓内所容角形積	容圓角形積
6	$\frac{3}{2}\sqrt{3}=2.59807621$	$2\sqrt{3}=3.46410161$
12	$3=3.0000000$	$\frac{12}{2+\sqrt{3}}=3.2153904$
24	$\frac{6}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}=3.1058286$	3.1596602
48	3.1326287	3.1460863
96	3.1393554	3.1427106
192	3.1410328	3.1418712
384	3.1414519	3.1416616
768	3.1415568	3.1416092
1536	3.1415829	3.1415963
3072	3.1415895	3.1415929
6144	3.1415912	3.1415927

證、圓内所容角形ノ邊數愈〻增加スレハ其面積自カラ愈〻增大シテ愈〻圓積ニ就近ス然レ𪜈圓積ニ勝ルヿ絕テ無シ又容圓角形ノ邊數愈〻增加スレハ其面積ハ反テ自カラ愈〻減小シテ愈〻圓積ニ就近ス然レ𪜈圓積ヨリ小ナルニ至ルヿ絕テ無シ是ニ由テ之ヲ觀レハ圓積ハ其所容及容圓兩多角形ノ積ノ間ニ在リテ其各多角形トノ差ハ兩多角形自カラノ差ヨリモ小ナリ故ニ3.14159ノ如キハ畧近ノ圓積ト

定ムルヲ得

〔附言〕第三題ニ云ク半径線度一ナル圜ハ其面積ト半圜界トハ數値相同シト由テ観レハ半径線度一ナル圜ノ半周界ハ3.1415912ヨリハ大ニシテ3.1415927ヨリハ小ナリ因テ本題所取ノ数ヲ以テ既ニ精密ナル者ト断定シテ可トス若シ尚ホ更ニ精密ナル者ヲ求メントスル片ハ本法ニ據テ尚許多ノ小數ヲ算出スヘシ然レ圧是レ敢テ實際ニ効無キモノナリ蓋シ其數ハ3.141592653589793――――ヨリ百位ニ至ルモ盡期無ケレハナリ

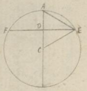
小位多位ノ數ハ實算上ニ不便ナルヨリシテ3.1416ヲ用ヰルヿ既ニ慣例ト為レリ蓋シ此數ハ尋常實算ニ用ヰテ毫モ缺ク所ナク十分ニ精細ナルノ驗効有レハナリ

代數式ニ於テハ此數ニπ字ヲ代ヘ他圜（半径一ト定メサル圜）ノ半徑ニR、全徑ニDヲ代用キルヲ例トス故ニ全徑Dナル圜ノ全周ハπDニシテ半徑Rナル圜ノ全周ハ2πRナリ

是ニ由テ之ヲ観レハ凡ッ圜ノ積ハ$\frac{1}{4}\pi D^2$或ハπR^2ナルヿ得テ知ルヘシ(本・二)

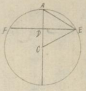
第七題　求法

半徑線度一ナル圜ニ於テ其一弧之弦線度ヲ知リ以テ其半弧之弦線度ヲ推筭スルノ法ヲ求ム



法、一ヨリ原弦線度ノ半數ノ平方積ヲ減シ其餘数ヲ平方ニ開キ其商ヲ二倍シ之ヲ二ヨリ減シ所餘ノ数ヲ再ヒ平方ニ開ケハ即チ得

試ニEF弦ヲ既知線度ノ弦ト為シ之ニ正交スルノ半径CAヲ作レハA點ハEF弧ヲ平分スルヲ以テAE弦ヲ作レハ是レ線度ヲ筭知セントスルノ弦ナリ今CEヲ聯亘シ以テ直角三角形CED AEDニ就テ本法ヲ證スル如レ左



$EF=2C$ ……ト假命ス

$CE=$半径1, $DE=C$

而

$DC^2=CE^2-DE^2=1-C^2$

因テ

$DC=\sqrt{1-C^2}$

又

$CA=$半径$=1$

$CA-DC=AD$

即

$AD=1-\sqrt{1-C^2}$

而

$AD^2=2-2\sqrt{1-C^2}-C^2$

$DE^2=C^2$

兩式ヲ相加フレハ則チ

$AD^2+DE^2=2-2\sqrt{1-C^2}$

然ニ

$AD^2+DE^2=AE^2$

$\therefore$

$AE=\sqrt{2-2\sqrt{1-C^2}}$

即是半弧之弦ヲ求ムルノ公式ナリ

實筭、圜ノ最大弦ハ即チ全径ナリ其半径線度一ナル圜ノ最大弦即チ百八十度弧之弦ハ二ナリ今之ヲ既知弦線度ト為シ公式ヲ應用スレハ

$2C=2$

而メ

$C=1$

因テ

$$弦90^\circ=\sqrt{2-2\sqrt{1-C^2}}$$
$$=\sqrt{2-2\sqrt{1-1}}$$
$$=\sqrt{2}=1.41421356$$

今又

$2C=1.41421356$

ト為セハ

$$C=.70710678$$
$$=\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

因テ

$$弦45^\circ=\sqrt{2-\sqrt{2}}$$
$$=\sqrt{2-1.41421356}$$
$$=.7653+$$

又更ニ

$2C=.7653+$

ト為シ依前計筭スル片ハ22°30′弧之弦線度ヲ得又其所得ノ弦線度ヲ2Cト為シ計筭スル片ハ11°15′ノ弦線度ヲ得此ノ如ク所得ノ數ヲ漸次2Cト為シ公式ヲ應用シ以テ計筭スル片ハ漸次前弧ニ半スル弧之弦線度ヲ推知シ得又他ノ弧度ヲ以テスルモ能ク公式ヲ應用ス可シ今六十度弧之弦ヨリ起筭推歩センニ其弦ハ即チ整六角形ノ一邊ナルヲ以テ半徑ニ等シ故ニ2C=1ト為リ漸次筭出スル所ノ弦線度ヲ得ル下表ノ如シ

弦之(60°	$=\frac{1}{6}$全周)$=$	1.0000000000
弦之(30°	$=\frac{1}{12}$全周)$=$	$.5176380902$
弦之(15°	$=\frac{1}{24}$全周)$=$	$.2610523842$
弦之($7^\circ 30'$	$=\frac{1}{48}$全周)$=$	$.1308062583$
弦之($3^\circ 45'$	$=\frac{1}{96}$全周)$=$	$.0654381655$
弦之($1^\circ 52' 30''$	$=\frac{1}{192}$全周)$=$	$.0327234632$
弦之($56' 15''$	$=\frac{1}{384}$全周)$=$	$.0163622792$
弦之($28' 7'' 30'''$	$=\frac{1}{768}$全周)$=$	$.0081812080$
弦之($14' 3'' 45'''$	$=\frac{1}{1536}$全周)$=$	$.0040906112$
弦之($7' 1'' 52\frac{1}{2}'''$	$=\frac{1}{3072}$全周)$=$	$.0020453068$
等	等	等

〔附言〕弧甚タ細小ナルニ至レハ其長度ト其弦ノ長度トハ其差細微ニシテ殆ト相同シキニ至ル何ヲ以テ之ヲ見ル曰ク前表所揭表ニ就テ七分一秒五十二微半即全周三千七十二分之一ノ弧之弦ヲ視ヨ其三千七十二倍ハ 6283183114 其半ハ 3.141592552 ニシテ半圓ヲ量ル 3.141592653 ト其差細微ニシテ尋常所求ノ 3.14159 ヨリモ尚ホ精細ナルヲ知ルヘシ七分一秒有餘ノ弧ニシテ猶且此ノ如シ況ヤ是ヨリ小ナルモノニ於テヲヤ

平面幾何學教授書第五巻　大尾

平面幾何學教授書附録

係第一巻問題

定説

(1) 一直線他一直線ニ遇ヒ成ル所ノ両角ヲ各両平分スルノ線ハ直角ヲ相為ス其證如何

(2) 三角形ノ一角點ヨリ其對邊ノ中點ニ到ルノ線ハ自餘二邊ノ和半ヨリ小ナリ其證如何

(3) 等脚三角形ノ底線ノ端末ヲ過キ等邊ヲ垂線ト為ルノ線ヲ作レハ此線ト底線トノ角ハ頂角ノ半ナリ其證如何

(4) 等脚三角形 ABC ノ頂角ヲ A トシ BA ヲ引長シ AD ヲ BA ニ等シウシ DC ヲ聯直スレハ成ル所ノ BCD 角ハ直ナリ其證如何

(5) 等脚三角形 ABC ノ底線 BC ニ垂線 DEF ヲ作リ E ニ於テ AB ヲ截リ CA ノ引

長部トDニ過ハシムレハ成ル所ノ三角形AEDハ亦等脚三角形ナリ其證如何

(6) B角直ナル直角三角形ノA角若シC角ノ二倍ナレハ則チBC邊ハAB邊ノ二倍ヨリ小ナリ其證如何

(7) 同底等積ノ三角形ノ周邊ハ等脚ヲ最小ナリト為ス其證如何

(8) 平行邊方形ノ對角線中角點ヲ距ル相等シキ二點ヨリ他二角ニ到ルノ線ヲ作レハ此四直線ハ平行邊方形ヲ相成ス其證如何

(9) 平行邊方形ABCDノ各邊ニ就テ各角ヨリ互ニ等シキAE BF CG DHノ分部ヲ截斷シAF BG CH DEヲ聯直スレハ此四線ハ平行邊方形ヲ相成スヘシ其證如何

(10) 平行邊方形ABCDノAB BC CDノ各邊上ニ等邊三角形ヲ作ルニABE CDFヲ形外ニBCGヲ形內ニ向テ作ル片ハEG FGノ和ハ兩對角線ノ和ニ等シ證如何

(11) 平行邊方形ノ對角線ノ一點ヨリ他二角ニ到ル線ヲ作リ以テ四三角形ヲ分成スレハ相對両三角形ノ和ハ原形ノ半ニ等シ其證如何

(12) 四邊形ノ四邊ノ和ハ両對角線ノ和ヨリ大ナリ其證如何

(13) 相對二角相等シキ四邊形ノ相對邊ヲ引長シ各相遇ハシムレハ等角ヲ相爲ス其證如何

(14) 直角三角形ノ一鋭角若シ他鋭角ノ二倍ナル片ハ大鋭角對スル所ノ邊線上ノ正方形ハ小鋭角對スル所ノ邊線上ノ正方形ニ三倍ス其證如何

(15) 三角形ノ頂角ヨリ底線上或ハ引長ノ底線上ニ垂線ヲ落シ之ヲ両分スレハ他二邊線上ノ両正方形ノ差ハ底線ノ二分線上ノ両正方形ノ差ニ等シ其證如何

(16) 直角三角形ノ直角旁一邊ノ中點ヨリ斜邊上ニ垂線ヲ作リ之ヲ両

分スレハ此両分線上ノ両正方形ノ差ハ他一邊線上ノ正方形ト等シ其證如何

(17) 直角三角形ノ斜邊ニ平行スル線ヲ作リ以テ直角旁二邊ヲ截断シ其各截點ヨリ相對ノ角ニ到ルノ線ヲ作レハ則チ此両線上ノ両正方形ノ和ハ斜邊線上ノ正方形及其平行線上ノ正方形ノ和ニ等シ其證如何

(18) 斜邊ABヲ共ニスルノ直角三角形ACB ADBアリ今CDヲ聯亘シ之ニ直垂スルAE BFヲ作レハ則 $CE+CF^2=DE^2+DF^2$ ナリ其證如何

(19) 両辺平行四辺形ノ不平行両辺ヲ各両平分シ分點ヲ聯亘スレハ則チ平行両辺上ノ両正方形及両對角線上ノ両正方形ノ和ハ不平行両辺上ノ両正方形ト聯亘線上ノ正方形ノ四倍トノ和ニ等シ其證如何

(20) 三角形ノ一角若シ二直角ノ三分之二ナレハ其對辺上ノ正方形ハ他両辺上ノ両正方形ノ和ヨリ大ナル丅此二辺線矩内ノ直角形ナリ其證如何

命數

(1) 高五十底線七十ノ三角形アリ問フ面積幾何

(2) 平行邊方形高七十五底線百五十ナルアリ問フ面積幾何

(3) 両邊平行四邊形アリ高三十ニシテ平行邊一ハ五十他ハ八十ナリ問フ此面積幾何

(4) 直角三角形アリ其直角旁二邊ノ長一ハ六十五ニシテ他ハ百五十六ナリ問フ斜邊幾何

(5) 直角三角形アリ斜邊二百二十一ニシテ直角旁ノ一邊八十五ナリ問フ他一邊幾何

(6) 直角三角形アリ直角旁一邊ノ長三千九百二十五ニシテ斜邊ト他

一邊トノ差六百二十五ナリ問フ斜邊及他一邊ノ長幾何

(7) 三角形アリ底線百五十、高百十二ニシテ一邊ノ長百四十ナリ問フ他一邊ノ長幾何

(8) 三角形アリ各辺ノ長遞次七百八十、七百二十八及六百七十六ナリ令各角ヨリ對邊上ニ到ルノ垂線ヲ作リ各之ヲ兩分スレハ分線ノ長各、幾何

(9) 三角形アリ各邊ノ長遞次八百四十五九百十及九百七十五ナリ令各角ヨリ對邊ニ至ルノ距離幾何

(10) 三角形アリ各邊ノ長遞次百六十九、百四十三及二百六十ナリ令各角ヨリ對邊或ハ引長ノ對邊ニ到ルノ垂線ヲ作レハ各幾何

(11) 邊五十ノ等邊三角形ノ面積幾何

(12) 三角形アリ各邊ノ長遞次六十五、七十及七十五ナリ問フ面積幾何

(13) 兩邊平行四邊形アリ其平行邊ノ長一ハ二百七十他ハ四百八十ニシテ不平行邊ノ長甲ハ百九十五乙ハ二百二十五ナリ高度幾何

(14) 三角形アリ底線百二十六他二邊八十一及ヒ六十三ナリ問フ頂角ヨリ底線ノ中點ニ到ルノ線ハ幾何

(15) 平行邊方形アリ其邊ノ長六十三及八十一ニシテ一對角線七十二ナリ問フ他對角線幾何

係第二巻問題

定說

(1) $A:B::C:D$ ハ變シテ $A^2:B^2::(A^2+C^2):(B^2+D^2)$ ト為ス可シ其證如何

(2) $A:B::B:C$ ハ變シテ $(A^2-B^2):A::(B^2-C^2):C$ ト為ス可シ其證如何

(3) 三角形ABCノ底線ACヲDニ於テ両分シAD DC AB BCヲ遞次E、F、G、Hニ於テ各〻両平分スレハEGハHFニ等シ其證如何

(4) 三角形ABCノ底線ノ一點DヨリAB AC二邊ニ遞〻ニ平行スルDE DFヲ作リテEニ於テACニFニ於テABニ交ラシメEFヲ聯亘スレハ三角形AEFハ両三角形FBD EDCノ比例中率タルナリ其證如何

(5) 三角形其頂角ヨリ底線上或ハ引長ノ底線上ニ垂線ヲ作リ以テ之ヲ截断スレハ底線両分線之和於ニ自餘二邊之和ニ猶三其二邊之較於ニ其両分線之較ナリ其證如何

(6) 両三角形ACB ADBノ共用ノ底線ABノ一點EヨリAC邊ニ平行スルEFヲ作リBC邊ニFニ於テ交ラシメ又AD邊ニ平行スルEGヲ作リBD邊ニGニ於テ交ラシメFG及CDヲ各〻聯亘スレハFGハCDニ平行ス其證如何

(7) 直角三角形ACB内ニ正方形ヲ容ル、ニ其一邊DEヲ斜邊ABト恰符セシムレハ其正方形ハAD EB矩内ノ直角形ト等積ナリ其證如何

(8) 三角形ABCノ各角ヨリ出テ形内ノ一點Oヲ過キ對邊ニ到ル各線AOD BOE COFヲ作リ以テ對邊ヲ両分スレハ則チAF·BD·CE=FB·DC·EAトナルナリ其證如何

命數

(1) 三十八、二十五及四百九十四ノ第四比例率幾何

(2) 九及七十五ノ第三連比例率ハ幾何

(3) 二十一及百八十九ノ比例中率ハ幾何

(4) 第二巻第十七題ニ於テAB百、AC百二十BC七十及AD六十五ナルトキハAE AC及DEハ各〻幾何

(5) 三角形アリ底線十四又十分之三餘二邊、一ハ十八他ハ十五ナリ頂角ヲ両平分スル線ノ為ニ分截セラレタル底線ノ分部各〻幾何

(6) 三角形アリ其三邊線度遞次千九百五十、千八百二十及千六百九十ナリ今各角ヨリ對邊ニ到ルノ垂線ヲ作レハ爲メニ兩分セラレタル各邊線ノ分部幾何

(7) 三角形アリ周邊二百ニシテ頂角ヲ兩平分スル線ニ兩分セラレタル底線ノ分部ハ三十及五十ナリ問フ他二邊各〻幾何

(8) 直角三角形アリ其直角旁二邊一ハ百二十他ハ百六十ナリ問フ直角ヨリ斜邊ニ到ルノ垂線幾何

(9) 直角三角形アリ直角旁二邊一ハ五百十他ハ六百八十ナリ問フ直角ヨリ斜邊ニ到ル垂線ニ兩分截セラレタル斜邊ノ兩分部各〻幾何

(10) 三角形アリ三邊線度遞次百十一、百七十五及百七十六ナリ問フ最小邊ノ中點ヲ過キ最大邊ニ平行スルノ直線ヲ作リ以テ本形ヲ兩分スレハ各分ノ積幾何

(11) 三角形アリ其周邊五十ニシテ其三邊ノ比五、十二、十三ナリ其面積幾何

(12) 三角形アリ底線七十七他二邊六十八及七十五ニシテ此形内ニ正方形ヲ容ル、ニ其一邊ヲ底線ト恰符セシムル𪜈ハ正方形ノ邊幾何ナルヤ

(13) 三角形アリ三邊遞次六十一、六十二及六十三ナリ問フ面積幾何

(14) 兩邊平行四邊形アリ其平行二邊一ハ百他ハ六十ニシテ其距離二十ナリ問フ他二邊ヲ引長シテ相交ラシムル𪜈ハ其交點ヨリ平行邊ニ迄ルノ兩距離各〻幾何

(15) 三角形ABCノA角ヨリ對邊BC上ニ垂線ADヲ作リ之ヲ度レハ十三ナリ又D點ヨリAB AC二辺上ニ各〻垂線DE DFヲ作リ之ヲ度ルニDEハ五、DFハ十又小數四十ナリ問フ三邊線各〻幾何

係第三巻問題

定説

(1) 同心二圜、外圜ノ弦ニシテ内圜ニ觸ルヽ者ハ皆相等シ其證如何

(2) 圜内ニ AB CD ナル二弦線 E ニ於テ交リ圜心 O ヨリ OA OB OC OD ヲ聯亘スレハ所成ノ AOC 角 BOD 角ノ和ハ AEC 角ノ二倍ニ當ル其證如何

(3) 四邊形 $ABCD$ ノ AB AC AD 相等シキ𪜈ハ BAD 角ハ CBD 角 CDB 角ノ和ノ二倍ト等シ其證如何

(4) 圜内所容三角形 ABC ノ各角ヨリ之ニ對スル邊ニ正交シテ圜界ニ到ルノ三線 AD BE CF ヲ作レハ EF 弧ハ A ニ於テ FD 弧ハ B ニ於テ ED 弧ハ C ニ於テ各〻両平分セラルヘシ其證如何

(5) 圜ノ全徑二條ヲ作リ其各両端ニ觸ルヽノ線ヲ引テ相交ラシメ両線ヲ以テ其相對ノ角ヲ聯亘スレハ此線必ス中心ヲ通過ス其證如何

(6) 圜界ノ A 點ノ觸線ト半直角ノ傾度ヲ有スルノ弦 AB ヲ作リ又 A 點ヨリ AB ト同傾度ヲ有スルノ二弦 AC AD ヲ作レハ AC AD 上ノ両正方形ノ和ハ AB 上ノ正方形ノ二倍ト等シ其證如何

(7) 三角形 ABC ノ両邊 BC AB 上ニ各〻垂線 AD CE ヲ作レハ $BC.BD$ 矩内ノ直角形ハ BA BE 線矩内ノ直角形ト等シ其證如何

(8) 直角三角形ノ直角旁両邊ヲ全徑ト為シ両圜ヲ作レハ其両界ハ斜邊ノ同一點ニ於テ交ルヘシ而シテ此點ヨリ各中心ヲ聯亘スルノ直線ヲ作レハ其各線ハ各圜ノ觸線タルナリ其證如何

(9) 圜界ノ一點ヨリ所容三角形ノ各邊或ハ其引長邊線ニ垂線ヲ作リ其各趾點ヲ聯亘スレハ即チ一直線トナル其證如何

(10) 半圜 $ACDB$ ノ全徑ヲ AB トシ AD BC ノ二弦線ヲ作リ P ニ於テ相交ラシムレハ $AB^2 = DA.AP + CB.BP$ トナル其證如何

(11) 圓徑ノ一點ヨリ兩線ヲ出シテ圓徑ニ平行スル弦ノ兩端ニ到ラシムレハ此兩線上ノ兩正方形ノ和ハ圓徑ノ兩分線上ノ兩正方形ノ和ニ等シ其證如何

(12) 外ニ於テ相觸ル、兩圓アリ今一直線ヲ作リテ各圓ニ觸レシムルトキハ其兩觸點間ノ分線ハ兩圓徑線ノ比例中率ナリ其證如何

命數

(1) 全徑五十ノ圓內ニ容ル、所ノ正方形ノ邊ハ幾何

(2) 邊五十ノ菱形アリ其長對角線八十ナリ問フ其所容圓ノ半徑ハ幾何ナルヤ

(3) 直角三角形ノ直角旁二邊五十及百二十ナルアリ其所容圓ノ半徑ハ幾何ナルヤ

(4) 圓外ノ一點ヨリ觸線及割線ヲ作ルニ觸線ハ十五ニシテ割線ノ規外ノ分部ハ九ナリ問フ割線ノ全長幾何

(5) 半徑五十ノ圓內ニ長八十ノ弦アリ今弦ノ兩端ニ於テ觸線ヲ作リ引テ遇フニ至レハ其長幾何ナルヤ

(6) 弧アリ其弦五百六十ニシテ其半弧ノ弦二百八十七ナリ問フ此圓ノ全徑幾何

(7) 圓內ニ二弦相交ルアリ甲弦ノ全長ハ八十ニシテ其分部ハ三十五及四十五ナリ而シテ乙弦ノ一分部ハ百〇五ナリト云フ問フ其全長幾何

(8) 心點ヲ隔テ平行スル二弦アリ一ハ九十六他ハ二十八ニシテ其相距六十二ナリ問フ此圓ノ半徑幾何

(9) 全徑四十ノ圓內ニ心點ヲ隔テ、平行スル二弦アリ其長三十二及二十四ナリ問フ二弦線ノ距離幾何

(10) 等脚三角形ノ底線四十八等邊二十六ナルアリ問フ其所容圓ノ半徑幾何

(11) 全徑五十ノ圓內所容等脚三角形アリ其等邊四十ナリ令其等邊ト圓トニ觸ルヽ一圓ヲ作レハ其全徑ハ幾何ナルヤ

(12) 圓內所容三角形ノ各邊遞次五十二、五十六及六十ナルトキハ其圓ノ全徑幾何

(13) 三角形アリ底線ハ三百六十九ニシテ他二邊ハ二百四十及三百七十五ナリ問フ頂角ヲ両平分シテ底線ニ到ルノ線ヲ作レハ其長幾何ナルヤ

(14) 圓外ノ一點ヨリ両觸線ヲ作ルニ其交角百二十度ニシテ長五十ナリ問フ圓ノ半徑幾何

(15) 半徑五十ノ圓アリ令正方形ヲ作ルニ其相對邊ノ一ヲ觸線ト為シ他ヲ弦線ト為ストキハ其邊ノ長幾何ナルヤ

(16) 外ニ於テ相觸ルヽ二圓アリ其半徑一ハ九他ハ四ナリ令両圓ニ公通觸線ヲ作レハ其觸點間ノ分線ハ長度幾何ナルヤ

(17) 甲乙丙ノ三家アリ其門ハ恰モ三角形ノ角點ニ於ルカ如ク其相距甲乙百三十六間乙丙百二十五間甲丙九十九間ナリ令三家共用ノ井ヲ堀リ各門ヨリノ距離ヲシテ皆等シカラシメント欲ス問フ其距離幾何又其位置如何

(18) 三角形アリ其各邊遞次百五十六、百六十八及百八十ナリ令各邊ノ引長部ト各原邊ニ觸ルヽノ三圓ヲ作レハ其半徑各ヽ幾何ナルヤ

(19) 半徑九ノ圓內ニ一弦ヲ隔テヽ等圓三個ヲ容ルヽアリ即チ弦ノ彼方ナル一圓ハ弦ト大圓ニ觸レ此方ナル両圓ハ自カラ相觸レ又各ヽ弦ト大圓トニ觸レリ問フ小圓ノ半徑幾何

(20) 三角形アリ其高百五十六ナリ令之ヲ全徑ト爲シ圜界ヲ作レハ底ニ觸レ他二邊ヲ截断ス其圜外ノ部一ハ二十五、一ハ百六十六奇零四ナリ問フ三邊各幾何

係第四巻問題

求法

(1) 所設一直線内ニ線外ナル所設二點ヨリ等距離ノ一點ヲ求メント欲ス其法如何

(2) 所設一點ヨリ出テ所設平行二直線ヲ通過スル一直線ヲ作リ平行線所夾ノ分部ヲシテ所設一直線ト等シクラシメント欲ス其法如何

(3) 所設一點ヨリ起リ所設二直線ト等傾ヲ成スヘキ一直線ヲ作ルノ法ヲ求ム如何

(4) 直角三角形ノ斜邊ト直角旁一邊トノ和或ハ差及ヒ自餘一邊ヲ知リ以テ本形ヲ作ルノ法如何

(5) 所設二直線間ナル所設一點ヲ通過シ二線ニ限ラレ點ノ爲ノ二両平分セラルヘキ一直線ヲ作ルノ法ヲ求ム如何

(6) 所設二點ヨリ所設直線内ノ點ニ到ルノ二線ヲ作リ元線ト等角ヲ爲サシメンント欲ス其點ヲ求ムルノ法如何

(7) 平行邊方形ノ任一邊内ノ一點ヨリ作ル所ノ線ヲ以テ本形ヲ両平分スルノ法如何

(8) 所設平行両線内ニ各、一點ヲ求ムルニ之ヨリ所設一點ニ到ルノ距離ヲ等シクシ其二點ヲ聯亘スルノ線ヲシテ他ノ所設定位直線ト平行セシムルノ法如何

(9) 所設両正方形ノ和ニ等シキ一正方形ヲ作ルノ法如何

(10) 所設五角形ト等積ノ三角形ヲ作ルノ法如何

(11) 三角形ノ頂角、底線及ヒ高ヲ知リ以テ本形ヲ作ルノ法如何

(12) 三角形ノ底線、頂角及ヒ他二邊ノ差ヲ知リ以テ本形ヲ作ルノ法如何

(13) 所設圓内ノ所設一點ヲ通過シテ所設一直線ト等シキ弦ヲ作ルノ法如何

(14) 所設直線内ノ所設一點ニ於テ之ニ觸レ線外ナル所設一點ヲ通過スル圓界ヲ作ルノ法如何

(15) 所設兩圓ニ觸ルヽノ一直線ヲ作ランヿヲ求ム如何

(16) 所設二點ヲ通過シ所設圓ニ觸ルヽノ圓界ヲ作ル如何

(17) 二直線アリ一點アリ令其二直線ノ一ト其點トヨリ等距離ナル一點ヲ他直線内ニ求メント欲ス其法如何

(18) 所設一直線内ノ一定點ニ於テ本線ニ觸レ又所設一圓ニ触ルヽノ圓界ヲ作ラント欲ス其法如何

(19) 所設一點ヲ通過シ又所設圓界線内ノ所設點ニ於テ之ニ触ルヽノ一圓ヲ作ラント欲ス其法如何

(20) 所設兩線ニ触レ又所設一點ヲ通過スル圓界ヲ作ルノ法如何

(21) 所設二線及ヒ所設一圓ニ触ルヽノ一圓ヲ作ラント欲ス其法如何

(22) 直角三角形ノ斜邊及ヒ其所容圓ノ半徑ヲ知リ以テ本形ヲ作ルノ法如何

(23) 三角形内ニ正方形ヲ容ルヽ法ヲ求ム如何

(24) 所設弧ヲ兩分スルニ其兩分弧ノ弦ノ比ヲ所設二直線ノ比ト等シカラシメント欲ス其法如何

係等五卷問題

(1) 圓内所容整八角形ノ積ハ其圓所容及容圓ノ兩正方形ノ邊線度ノ相乘積ト等シ其證如何

(2) 整五角形ノ對角線互ニ相交截スルモノハ其大部ハ本形ノ一邊ニ等シクシテ其大小兩部ハ即チ外中比ニ分タレタル者ナリ其證如何

(3) 凡ソ圓ノ半徑ヲRトスレハ其所容整十二角形ノ邊ハ$R\sqrt{2-\sqrt{3}}$ナリ其證如何

(4) 同上容圓整十二角形ノ邊ハ$2R(2-\sqrt{3})$ナリ其證如何

(5) 半圓ノ全徑ヲ兩分シ之ヲ各、全徑ト為シテ元半圓内ニ小半圓二個ヲ作トハ元半圓ノ積ヨリ小半圓ノ二個積ヲ減スルノ餘積ハ兩分線ノ比例中率線ヲ全徑ト為シタル圓ノ積ト等シ其證如何

命數

(1) 直角三角形アリ周邊ハ三百九十ニシテ直角ヨリ斜邊上ニ到ルノ垂線ハ六十ナリ問フ毎邊ノ長幾何

(2) 直角三角形アリ斜邊ハ五十ニシテ其所容圓ノ半徑ハ十ナリ問フ直角旁二邊各幾何

(3) 半徑五十ナル圓内ニ相觸三等圓ヲ容ルレハ其半徑ハ十ナリ問フ

(4) 三角形アリ其各邊遞ヒニ百〇四、百十二及百二十ナリ令本形ヲ容ルヽノ圓及本形内所容圓ノ半徑幾何

(5) 半徑一ナル圓ニ於テ二十二度三十分ノ弧之弦ハ其長度幾何

(6) 半徑五十ナル圓内所容整十二角形ノ面積幾何

(7) 同上容圜整十二角形ノ面積幾何

(8) 半径五十ナル圜内所容整二十四角形ノ面積幾何

(9) 同上容圜整二十四角形ノ面積幾何

(10) 半径七十ナル圜アリ其積幾何

(11) 全徑七十五ナル圜アリ其界線度幾何

(12) 全径二百五十ナル圜アリ其積幾何

(13) 圜界線度四千二百八十五ナル一圜アリ其半径線度幾何

(14) 圜界線度一千五百ナル一圜アリ其積幾何

(15) 半径十五ナル一圜アリ其象限ノ積幾何

(16) 積六十ナル一圜アリ其全径幾何

(17) 積六百四十ナル一圜アリ其界線度幾何

(18) 積一千九百六十三奇零五ナル一圜アリ其半径幾何

(19) 半径二十八ナル一圜アリ其圜界ノ八分之一ヲ以テ成ル所ノ分圜形ノ積ハ幾何

(20) 圜界ト全徑トノ線度ノ差八十ナル一圜アリ其積幾何

(21) 直角三角形アリ其直角旁二辺一ハ三百七十他ハ八百六十八ナリ問フ斜辺ヲ全徑ト為シ作ル所ノ圜ノ積ハ幾何

(22) 直角形アリ縦七横八ナリ令其周辺線ヲ界線ト為シ一圜ヲ作レハ其積幾何ナルヤ

(23) 圜界線度七十ナル圜アリ其所容正方形ノ積幾何

(24) 半径十ナル一圜アリ其六十度弧ヨリ成ル所ノ缺圜ノ積ハ幾何ナルヤ

(24) 半径四十ナル一圜アリ其九十度弧ヨリ成ル所ノ缺圜ノ積ハ幾何ナルヤ