一般数学

(1)

文部省検定済教科書

数学学習指導研究会編

文部省検定済

昭和24年10月10日　高等学校数学科用

一般数学

(1)

中等学校教科書株式会社

—苦難を乗り越え
豊かな明るい社会を作ろう
正しい論拠と推論
そして　正しい理解と記録
これが必要である——

はじめの言葉

諸君は，今高等学校の生徒として，大きな希望をもち，はりきっていられることであろう。

しかし，その大きな希望とは何であろう。また，はりきって勉強する目標は何であろう。それは，中学校から高等学校へと進んで，さらに人格をみがき，個性をのばし，技能を身につけて，りっぱな社会人になることである。

中学校では，同じ教科書を用い，誰もがほとんど同じコースによって，数学を学んできた。しかし，高等学校では，個性によって，將來の方針をたて，適当に選択して，数学を学ぶことになっている。

一般数学は，中学校で習った数学の発展として，今までに学んだことに，廣い見とおしと，まとまりとをもたせることをねらっている。また，数学についての一般的知識や，技能ばかりでなく，眞実を求めようとする人間的なはたらきをめざしている。数学といえば，計算をしたり，図形の性質をおぼえたりすることと思うかもしれない。このような考えをもっているものは，まず，次の目次をみよ。その考えの当っていないことに氣づくであろう。

この書物では，諸君の生活や社会のはたらきがとりあげられている。そこで，数学が社会でどんな役割をはたしているかを知るのである。社会の現状を知るだけではなく，

よりよい生活をめざし，文化人としての教養を高めることをねらっている。社会の進展をねらって働きかけていく生活をとりあげている。

さて，現在のわが國のようすを考えてみよう。個人生活，社会生活，また経済や政治や思想などどれにも日本再建のために解決しなければならない大きな問題がある。これらの問題は，大人の人たちだけの問題として，捨てておけない。どれも，私たちの問題である。その解決に向かって努力していくことが，諸君の生活ではないだろうか。

とかく日本人は，古い習慣に引きずられて，その進歩改善のあとがあまりみられないといわれている。また，すべてを勘に頼って，判断や計画を論理的にしようとしないといわれている。これらは，自然現象や社会現象を数量的に観察したり，記録したり，また，根拠を明らかにし，すじみちをたてて，推論したりする生活態度が欠けているからだと考えられる。

日本人は，町・國などの政治や，いろいろな團体，機関などを運営する時にも，自分の意見を明らかにして態度を定めるということをしない。また，他人の意見などを十分に理解し批判することなく，うのみにして，受け賣りをする傾向があるといわれている。また，一方では，自分の意見を頑強に主張して，他人の言葉にほとんど耳をかさない人も少なくない。これは，目的に應じて必要な資料を集め

たり，推論の根拠を確かめるために，資料が信頼できるかどうかを調べたりする心がけが足りないからだと考えられる。

しかし，このような生活態度は，一日も早く改めなければならない。すなわち，自然現象や社会現象は，これを数量的にとらえ，確かな資料にもとづいて，推論をしていくようにしなければならない。また，数量や図形を用いて，批判したり，表現したりして，問題を明らかにし，計画を確かなものとしなければならない。このようにして，はじめて，他人からの協力や支持を得て，生活を向上させ，社会をよりよいものとしていくことができるのである。

このように考えると，数学は数量や空間についての知識や技能を用いて，私たちの生活を研究し，推論の根拠やすじみちを明らかにして，よりよい社会を建設していくものであるといえる。この書物によって学ぶ時には，單に，書いてあることを読んだり，とりあげてある問題を解決したりすることだけで終ってはならない。ものごとの見方，考え方，表わし方を学んで，諸君の生活の上に起ってくることをとりあげ，これを解決していくことも重要であることを忘れてはならない。

数学の特殊な技能や知識を学ぶことも大切であろう。しかし，これにもまして，よりよい生活をきずこうとして，社会に働きかけていく創造的な生活に必要な見方，考え方

が重要である。これが，この書物のおもなねらいである。将來，数学を特別に必要とする方面に進もうとするものは，それに必要な数学的な知識や技能を，さらに学習するようにしてもらいたい。

諸君が，この書物について，学習していくのに，重要であると思われることをあげておこう。

1. この書物は，三つの單元からできている。各單元は，さらに，いくつかの課に分れている。各單元には，それぞれの目標があり，各課では，それらを具体的にとりあげている。

学習に当っては，その目標をはっきりと定めて，自発的に計画をたて，その目標を達成するように努めなければならない。

各單元のねらっている目標のおもなものは，各單元の終りに，「單元のまとめ」として示してある。そのうちの数学的なもの（これをⅡとしてまとめてある）だけに重きをおいて，学習を考えてはならない。

2. 各單元でとりあげている事柄を，理解するだけでは役にたたない。これらについての知識を確実なものとし，技能を身につけるには，既に学んだことと連関させ，系統づけることが大切である。また，一般化して他の事柄に適用し，さらに生活の向上に役だてる心がけも大切である。

3. 各課の終りには，二種の練習がある。奇数番目のものは，その課で学んだ事柄に関するものについてであり，知識や技能を確かなものとするのに役だつ。偶数番目のものは，既に学んだ事柄のうちから，重要だと思われる知識や技能についての練習である。

4. 各單元の終りにテストがある。このテストを使って單元で学んだことを確かめたり，研究の足らないことをみつけたりする。

5. 学習の中途でも，また，学習の終った後でも，目標を忘れずに，繰り返し考えてみることが必要である。この「はじめの言葉」も，一回限りでなく，何回も読んで，その意味を味わってみるとよい。

諸君が，生活に数学を役だてるには，この書物で学んだことをもとにして，さらに進んだ研究をすることが大切である。進んだ研究をするというのは，自分で問題をみつけて，これを解決することである。

自発的に研究する時に，重要だと思われることを，次にあげておこう。

1. まず，研究の目的をはっきりと定めて，問題を明らかにしてかからなければならない。たとえば農家が農業経営をよりよくしたいと考えたとする。経営のどこに問題があるかを明らかにしないで，むやみに労力をかけても，それはむだな骨折りといわなければならない。作付計画が悪かったのではないか，肥料についてのよりよいくふうはな

いか，労力を能率よく使うには，どうしたらよいかなどと調べる目的を明らかにしなければならない。また，この農業が多角経営という條件でおこなわれるのか，または共同経営という條件でおこなわれるのかなど，その問題を解決するに当っての條件も明らかにしなければならない。

問題が明らかになると，次に，研究の実際的な仕事にかかる。

2. これまでに得られた経験や資料にもとづいて，解決の見とおしをたてる。この場合に，全体をみて，概算をしたり，見積りをしたり，あるいはこれまでの経験を一般化したりなどすることが大切である。

3. 研究に必要な資料を集めるには，社会に対するするどい感覚と，たゆみのない努力が必要である。また，資料が適切であるか，信頼できるか，正しいかなども考えなければならない。資料のうちには，研究しようとしている問題にそのままあてはまり，研究の基礎として用いられるものがある。しかし，なかには，そのままでは，研究の基礎として用いられないものがある。このような場合には，集めた資料をもとにして，研究の基礎を作らなければならない。

4. 研究は，希望的判断におちいることなく，確実な根拠にもとづいて，正しい推論をおこない，確かな見とおしをもつようにしなければならない。また，研究の結果が，

事実に照らし合わせて，実際と異なる場合には，推論のすじみちばかりでなく，推論の根拠にまで，さかのぼって調べてみることが必要である。

また，研究の結果が，考えている問題の解決となるか，あるいは，あとにどんな問題が残っているかなども，考えてみる必要がある。

5. 個別的な知識は，そのままではあまり役にたたない。それを系統づけて，まとまったものとしてこそ，わかったこととわからないこととを明らかにすることができるのである。また，新しい問題へと発展していくこともできるのである。

6. 研究は，いくつかの段階に分れるのがふつうである。この解決ができるまで，ねばり強く研究をつづけていくことが大切である。一度失敗したからといって，失望してはならない。失敗は成功を生みだす母である。失敗の体験を生かしてこそ，成功のあかつきを見ることができるのである。この大きな努力のいる研究を，苦しいものとしてでなく，むしろ限りない喜びとして，研究にかりたてるものは，学問を愛する止むに止まれぬ人間精神である。このような研究的態度をめざして，努力をつづけなければならない。

目　次

問題練習一覧表

本書を使用される先生方に

編集の趣旨　数学は，一般に数や図形についての理論や計算を指導するものであると考えられていた。戦前から数学は，数や図形についての科学という立場をすてて，生徒の生活に直結したものでなければならないということが叫ばれた。生徒の強い関心をひくもの，直接に社会的な機能につながるものであってほしいと要望された。

ところが，教育基本法や学校教育法が施行せられて，新しい教育制度が実施せられ，教育の目標が確立された。文化人としての教養を高め，向上発展を目ざして，社会の進展をねがい，社会に働きかけていく生徒の生活そのものを指導しなければならないことが，ますます明らかにされてきた。

このように，生徒の生活そのものを指導していくことは，どのようにしてできるだろうか。それには，生活とは何であるか。また，生活において数学は，どんなはたらきをしているかなどを明らかにしなければならない。

人間の生活としての活動の大切な一面として自分の意見や行動を決定していくことが考えられる。また，その決定にしたがって，自分の意見を主張したり，行動したりすることが考えられる。しかし，その意見や行動が数量的に正しく，適切な資料にもとづいて，論理的に考えておこなわれるのでなかったとしたら，どうであろうか。また，單なる思いつきや，勘によっておこなわれるとすれば，どうであろうか。そのような生活態度は，決して合理的なものではない。すなわち，生活は，計算や測定や推論の裏づけ

があって，はじめて價値あるものとなるのである。

また，各自の行動が，眞に計画的であるということは，どのようなことであろうか。それは，その行動に，数量的な計画やしめくくりが，しっかり考えられているということである。たとえば，家計の收支や，学校の経営，國家予算の運営など，およそ，社会のあらゆる営みは，計量的な計画なしには，全く不可能であろう。社会の多くの人々が，協力できるのも，社会が計画にもとづいてきっちり計画的に動いているからである。

このように考えると，私たちの生活は，数量の裏づけがあってはじめて，生活としての本來のはたらきがおこなえるものといえよう。しかも，その場合に，生活とその裏づけをしている数量のはたらきとは，本來二つのものを一つにはり合わせたものというようなものではない。一つのものの表裏であると，考えなければならない。すなわち，生徒の生活と，数量のはたらきという二つのものが別々にあり，後者を切り離して指導し，それを前者に適用すれば，それで生活の指導ができるというものではない。これらは一体のものとして指導されてこそ，生徒の全人格にふれた教育がおこなわれると考えられるのである。

生徒が学習をするということは，生徒が上に述べたような意味の生活をおこなうことである。また学習指導とは，いいかえれば，生活指導である。このように考えてくると，数学科の学習指導の目標が，どのようなものでなければならないかということが，おのずから明らかになるであろう。すなわち，生徒が有意義な数学的生活経験をもつことが，数学科の学習活動である。いいかえれば，日常生活において生徒が，数量的に表現し，数量的に判断し，

数量的に行動することが，数学科の学習であるといえるのである。

このような学習によって，生徒に，どのような成長を望むことができるであろうか。生徒の日常生活において，数量的の表現がだんだん深められていけば，それらの現象についての数量的な関係に対して，次第に目が開けてくるであろう。やがて，ものごとの間にある数量的な関係を洞察し，これらの知識に体系が與えられて，ものをより高い立場にたって，みていくことができるようになる。また一面，自然界や社会から得られるいろいろな観念に，数量的な意味を定め，一定の概念にまでまとめあげるであろう。

このようにして，蓄積された概念や知識は，ついに自然や社会の現象の問題解決に用いられ，より高次の能力へと進展していくものと考えられる。このような成果は，大きな成長がもたらせられたことを示すものではないだろうか。

一般数学の指導目標は，次のような数量的なはたらきを主流とした日常の生活体験をねらって，生徒の生活そのものを指導していくものであるといえよう。

(a) 数量的な表現をさせる。

(b) 数量的な関係を洞察させる。

(c) 数量的な意味を見出させる。

(d) 数量や空間についての概念を構成させる。

(e) 確実な根拠にもとづいて，正しい推論をおこない，確かな見とおしをもったり，計画をたてたりさせる。

(f) 個々別々の知識を，体系にまとめて，より高い立場に立ってものを見るようにさせる。

(g) 教養として，数学的な知識や理解を身につけ，また，こ

れを尊重するようにさせる。

本書は，上のような立場を根拠として，生徒が自ら社会の機能に目を開き，自らの生活をよりよいものへと，発展していけるようにと考えて作られた。このようなことを考えての学習指導は，どのようにおこなわれるものであろうか。次にこれを説明しよう。

1. まず，生徒にどのような生活経験をもたせるかを考えて單元を選ばなければならない。これは生徒の興味や關心，地域の特性，社会の要求を考えて定めるべきものである。しかも指導者の教育的信念と強く結びつけて，指導が考えられなければならない。また，單元による指導の目標がたえず指導者に意識せられて，眞に生徒の全生活に向かっていくように心がけなければならない。

2. 單元の学習は，それが單なる知識・技能の習得や，概念の理解に止ってはならない。生徒の生活する態度，心構え，習慣から，關心，理想にまで働きかけるものでなくてはならない。したがって，おのおのに対して，具体的な目標を設定し，これらが具体的な生活経驗として，現われていなければならない。そして，その学習がおこなわれた後には，そのような目標について，生徒がどれほど成長したかを，評價することが大切である。

3. 單元を構成している生徒の生活経驗は，数量的なはたらきに裏づけられたものである。これが，どのような重要さで，單元の中に排列されるかを考えて，指導の方法を考えねばならない。

4. 生徒の学習活動を予想して，必要な準備をする。生徒の生きた学習活動の中に，数学的なはたらきが，生徒の能力として蓄積されるように指導の流れを考えねばならない。

5. 学習の評價が，態度や習慣にまで及ぶものとすれば，その

方法が筆答形式だけに止っていてはならないことは明らかである。計画的な観察，面接，レポートなど，さまざまな評價の方法がくふうされなければならない。

このように單元学習をしていけば，生徒は日常生活で当面する実務や消費生活について，数量的な洞察をし，問題を構成し，解決をしていくようになるであろう。このようにして，生活はよりよいものとなり，社会の進展に寄與することができるようになるのである。

本書においては，各單元について，このような学習の目標が十分に達成されるよう，配慮したつもりである。これらは，各單元の終りにかかげた「單元のまとめ」，「單元のテスト」や，次の使用法によって，大体を知ることができよう。そのくわしいことは本書の本文と，発行される予定の趣意書とによって，知っていただきたい。

使用法

1. 單元の学習が生徒をめぐる地域や環境の相違によって，その興味や關心の程度に相違のあることは，止むを得ないであろう。たとえば，農家の経營の問題は，都会の生徒にとっては，あまり關心をひく問題でないかも知れない。しかし農村問題は，わが國の社会の構造や，はたらきを知る上からみて，都会の生徒にも，研究する必要があると考えられる。

要は，せまい職業的，技術的な意味からではなく，教養の豊かな社会人としてもたなければならない社会的な感覚を啓発することをねらって，指導することが望ましい。

2. 教科書の單元は，その展開の一つの標準を示したものである。指導に当っては，この標準に強く拘束される必要はない。殊

に生徒の能力には，個人差があるのがふつうであるから，その能力に應じて，展開の深浅を考慮するのが望ましい。

3. 各單元の終りには，二種のテストがある。前のものは，その單元でねらっている目標が達成されたかどうかを調べるもので，後のものは，既習のものについてのテストである。本文や「單元のテスト」などを参照して，各單元の学習指導の目標を確立してほしい。なお，指導目標を達成することができたかどうかを，調べる評價の方法をくふうしてほしい。

4. 各課の終りには，二種の練習問題がある。奇数番目のものは，その課で学んだ事柄に関係したものである。偶数番目のものは，既習のもののうちで，重要と思われるものや，後の單元に関係があるとみられる問題を含むものである。

5. この書物の指導時間と，指導内容は，次のように割り当ててある。指導内容の欄にあげた①，②などの番号は，一般数学指導内容にかかげてある「生活経験」の番号である。これを参照せられたい。

單元 課	指導時間 週	指導時間 時間	指導内容	單元 課	指導時間 週	指導時間 時間	指導内容
第I單元	(15)	(75)		第III單元	(10)	(50)	
第一課	4	20	①②⑥⑦	第八課	5	25	①③④⑪
第二課	4	20	⑥	第九課	3	15	⑤⑦⑪
第三課	4	20	⑤	第十課	2	10	⑦⑪
第四課	3	15	②	合計	35	175	
第II單元	(10)	(50)					
第五課	4	20	①⑧				
第六課	4	20	⑤⑧⑨				
第七課	2	10	⑧⑩				

第I單元 確からしさ

私たちの生活，國の政治など，およそすべての営みは，確かなよりどころをもとにして，考えられなければならないものである。

しかし，よりどころとしようとすることが，いつも100%に確かなものであるとはいえないところに私たちの苦心がある。ここに確からしさ，いいかえると，どの程度に確かであるか，その程度を測るものが考えられなければならない。これを考えて，はじめて私たちの生活はいうまでもなく，私たちの社会が一歩一歩確実な足どりで再建されていくのである。

第一課　確からしさと推論

世の中のことがみな確かなものであれば，どんなに安心なことであろう。たとえば，次の日曜日には必ずよいお天氣になることがわかっているとしたら，遠足の計画などをたてるのに，どんなに都合のよいことか。しかし，確かと思ったことが案外に確かでなかったために，思わぬ困難にあった経験は，誰にでもあろう。

確かなことだけを，よりどころにすれば，私たちの生活はきわめて安全なものであろう。しかし，今日は健康であるからといっても，明日は事故が起って命を失わないとはいえない。では，明日のことはといえば，わからないというのが一番確かであろう。私たちが，全く確かなことだけを，よりどころにしようとすれば，恐らく明日の生活の計画さえもたてることができないであろう。だからといって，計画なしにその日ぐらしをすることはできない。

全く確かなこととはいえないにしても，かなり確かなこともあれば，ほとんど頼りにならないほど不確実なものもある。だから確かでないにしても，どれくらい信頼できるか，その確からしさを考える必要がある。確からしさはどのようにして表わすことができるだろうか。

私たちの生活を堅実なものにするには，確かでないものは，より確かなものとするようにくふうすることが望まし

い。一足の靴をつくる時，足の寸法を測ったり，型を写したりするのは，できあがった靴が足に合うようにするためである。できあがった靴が足に合うかどうかを確かめるには，実際にはいてみればすぐわかることである。しかし，はいてみてからわかるようでは困るから，足の寸法を測ったり，型をとることを考えるのである。

一般に確からしさを保証するには，実際にためして確かめるのが最も確実であろう。しかし，実際にためしてみることのできない場合もあれば，ためす前に，見とおしをつける必要のあることもある。このような時，その確からしさを保証するものが推論である。また，その確からしさの保証を他人に傳え安心させるのも推論である。

推論で，確からしさを保証するためには，どんなことに注意しなければならないか。また，少しでも確からしさをますようにするためには，どのようにすればよいか。

確からしさを考え，正しい推論によって私たちの生活を合理化しよう。

第一章　確かと確からしさ

1.　確かなことか

よく晴れた日の翌日は，よい天氣であることが多いが，時にはこの予想の当らないこともある。だから，今日よく晴れているから明日も確かによい天氣であるときめる人はないであろう。しかし，今日太陽が西に沈んで暗くなれば翌日は太陽が東から出て，また明るくなるという経驗には今まで一度のくるいもなかった。夕方西に沈む太陽を見てこれで永久に夜は明けないだろうと心配するものは一人もあるまい。

私たちは，今まで確かであったことは，今後も確かなことと思っているが，はたして確かなことであろうか。私たちの大部分のものは元氣で毎日学校へかよっている。今日まで幾日も，幾月も病氣で休んだことのない人も多い。では，このように今まで元氣であった人が，今後も健康であることは確かなことであろうか。

問 1.　元氣で通学していた人で，急に病氣になって休んだものがないか。また，どんな時にそのようなことが起るか。

問 2.　今日まで元氣だった人は，明日も元氣でいることは確かなことであるか。

問 3.　次の表は，ある学年の生徒について，一年間の欠席

のようすを調べたもので病氣で休んだ日数別にしてある。

病氣日数	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10以上
人数	73,	32,	27,	15,	9,	10,	5,	8,	4,	6,	24

(1) 休まなかった生徒は全体の何パーセントに当るか。

(2) 病氣欠席の日数が5日以下の人を，ふだん健康なものとすると，そのうち何パーセントの人が一年のうち1日も休まなかったか。

問 4. 私たちの組のものについて，前年の病氣欠席の日数を調べて，上と同じ表をつくってみよう。その表によると，いつも元氣であるとみられる人のうち，何パーセントのものが一日も休まなかったか。

このような調べから，今まで元氣であったものでも，今後も健康であることは確かであるとはいえない。このように確かでないことを，ぼんやりいつまでも元氣でいられるものと思って，用意のない生活をしていると，病氣になった時に困ったり，あわてたりしなければならない。

問 5. 一家の働き手が急に病氣になっても，治療や生活に困難しないようにするには，ふだんから，どのようなことに心掛けておらねばならないか。これについて皆で話し合ってみよ。

問 6. 健康保険はどのような目的でつくられた制度であるか。また，どのような機構で運営されているか。これ

を書物について読んだり，係りの人たちに話を聞いたりして調べよ。

私たちの生命について考えてみよう。

重い病氣にかかっている人は別として，健康な私たちが明日も生きていることは確かなことであろうか。明日も生きていることは確かなことのように考えて，不用意な生活をしていないだろうか。

問 7. 一家の働き手が急になくなって，生活に困っている家がないか。その困難はやむを得ない事情によるものか，また，その困難を少しでも軽くする方法がなかったか。これらについて皆で話し合ってみよ。

問 8. 私たちがなお一年間生きていることは確かなことのように思われる。それを確かめるには，どんなことを調べればよいか。

問 9. 兵庫縣の人口は，昭和22年の國勢調査では約 360万で，同じ年の死亡者は約45,500人であった。この縣では死亡者は全人口の何パーセントか。また，千人について何人の割合か。 1.26% 12人

このような統計に数えられている死亡者の多くは，病弱な人か老人だけであろうか。健康な若い人の生命は確かなものであろうか。私たちの身近な人たちの中にも，一週間か二週間のわずかな間だけ床についていてなくなる人もあ

れば，事故などのために一命を失う人もある。私たちの生命もまた確かなものであるとはいえないことがわかる。

問10. 生命保險は，私たちの生活に対してどんな役割をしているか。また，ふつう生命保險といわれているものにどんな種類があるか。それらの制度について調べてみよ。

家は私たちを雨風から守ってくれるだけでなく，私たちの生活のよりどころである。学校で勉强して帰れば樂しく休めるところである。この大切な私たちの家に災害のないことは確かなことであろうか。

日本の家屋は，火災に対して非常に危險であり，防火の必要が強く叫ばれている。火災による家屋の損失は，年々大変な数にのぼっている。火災の話をきいたり，新聞記事を見たりしても，ひとごとのように思っていないだろうか。

問11. 安全であると思っていた家が燒けると，すぐに生活の不安におそわれる。社会は，この不安をできるだけなくするために，どんなことをしているか。

火災を少なくすることは，私たちの家を守るためだけでなく，わが國を再建するためにもきわめて大切な事柄である。

問12. 火災は私たちの注意によって，もっと少なくすることができるといわれている。次の統計によってそのわ

けを考えよ。また，この統計を利用して，有効な防火宣傳のポスターをつくれ。

昭和二十二年度中火災原因

原因	件数	原因	件数	原因	件數
火ばち	343	タバコ	1,281	機械まさつ	249
こたつ	804	煙突	1,141	その他	692
こんろ	312	汽車の煤煙	210		
火消つぼ	142	ガス	89	小計	16,495
乾燥場	134	漏電	1,017		
かまど	1,681	電燈	142	放火	422
風呂場	373	電熱器	826	自然発火	273
いろり	366	油引火	627	雷	164
ストーブ	324	セルロイド	25	不明	1,452
取灰	1,446	フィルム	20		
たき火	2,947	火薬	21	小計	2,311
燈火	367	火あそび	729		
マッチ	111	薬品	76	合計	18,806

（國家消防廳調）

火災を全くなくすることができれば，私たちの家はかなり安全なものとなるだろう。しかし，現実には不注意のために多くの火災が発生している。

問13. 火災を少なくするために，私たちはどのようなことに協力することができるか。また，不幸にして火災が起った時に，それによる困難をできるだけ小さくするには，どのようなことに気をつけておればよいか。皆で話

しあってみよ。

問14. 火災保険は，私たちの生活に対して，どのような役割をしているか。また，火災保険はどのような機構で運営されているか。これらについて調べよ。

生命や社会の現象については，ふつう確かなことのように思われるものでも，確かなものであるとはいえないことがわかった。では自然現象についてはどうであろうか。自然現象についての研究では，長さや重さや時間，あるいは温度などの測定がもとになっている。この測定値がはたしてきっちりと定まったものであろうか。

問15. 教室の幅をできるだけ正確に測って，その測定値を他の人のものと比べてみよ。また，幾回も繰り返して測り，その測定値が一致するかどうか調べよ。

問16. 測定値が一致しない場合に，どれか一つは確かで，他のものは全く当てにならないといえるか。測定値の一致しない理由について話し合ってみよ。

問17. 下の直線の長さを，できるだけくわしく，何回か測ってみよ。測定値が一致したか。

直線の長さをくわしく測る時には，次の事柄に注意するがよい。

(1) 目盛が正しく，はっきりと刻まれていて，へりが正しく直線になっているものさしを使う。

(2) 金属や竹などのものさしでは，目盛のあるへりの薄いものを使い，透明なものさしならば，目盛を下側にして測る。

(3) ものさしのへりを直線にかさねるより，ごく僅かずらして，正しく平行にあてる。

(4) ものさしのはしは，なるべく使わない。

(5) 目は読む目盛の正しく上方におく。

(6) 何回も測る時には，前の測定値を考えないで，目盛のはしを読む。

問18. このような注意の必要なわけを考えよ。また，長さを測った時，その測定値の一致しないのは，測り方が悪かったり，不注意であったりするためばかりであると考えられるか。上にあげた事柄に注意してもう一度，前のページの直線の長さを測ってみよ。

真の値　測定値

長さを測る場合だけでなく，重さを測る時でも，時間を測る時でも，幾回も測定すると，その測定値が一致しないのがふつうである。しかも，量の大きさを正しく知るために，くわしく測ろうとすればするほど，その測定値は一致しない。

このような場合に，その量の大きさを表わすものとして，それらの測定値の平均を用いる。

問19. くわしく測って測定値の平均を計算すると，その値は，量の大きさをきっちり表わすと考えられるか。

自然現象の研究のもとになっている測定値もまた，全く確かなものであるとは考えられない。これまでは，量を測る時に用いるものさしやはかりなどの計器はくるいのないものとして考えてきたが，その計器でさえも確かに正しいとはいえないから，それを使って測った量はなおさらのことである。

しかし，全く確かなものは全然ないのではない。たとえば，一つの菓子皿に盛られたりんごの数とか，今この教室にいる人数などのように，一つ一つ数えあげたものの数は，全く確かである。しかし，日本の人口などとなると，いつでも正確に知ることができるとはいえないであろう。

全く確かなものもないわけではない。しかし，自然現象についても，社会現象についても，確かなものはきわめて少ないといえるであろう。私たちがふつう確かなものと思っているものは，たいてい確からしいものなのである。確かでないものを確かなことのように考えると，思わぬ困難に出合うから，確かでないことに対しては，確かでないものと考えてその対策を考えておかなければならない。

2. 確からしさ

私たちが健全な生活をするために，見とおしをつけたり，

計画を立てたりする時，確かなもののほかに，確からしいものも，そのよりどころにしなければならない。しかも，全く確かであるといえなくても，ある程度の確からしさがあれば，これを生活のよりどころとして十分に間に合うものが少なくない。

たとえば，数キロメートル離れた駅で予定の汽車に乗るために，家を出る時刻を見るには，時計に僅かのくるいがあっても十分に役に立つ。駅までの距離も何十何メートルまでくわしく知る必要もない。

しかし，列車を運轉する人にとっては，2分も3分もくるっている時計では役に立つまい。線路工事をするのに何十メートルも誤りがあったのでは，仕事の計画にくるいができるだろう。

どの程度に確からしさを考える必要があるかは，その時と場合によって定まるものである。確からしいものに対しては，それがどの程度まで信頼できるか，その確からしさの度合について考えることが必要である。

まず，測定値の確からしさは，どのようにして表わすことができるかを考えよう。

問20. 学校から駅までの道のりを手軽に測るのにどんな方法があるか。また，その方法で測った距離はどの程度に信頼できるか。

問21. 学校の校舎の高さを目測してみよ。また，友だち

の目測した値と比べて，どの程度まで信頼できるかを考えよ。

問22. 上の場合に，何メートルぐらいと測った人より，何メートル何十センチと細かく測った人の値が，よけいに信頼できるといえるか，また，そのわけを考えよ。

問23. 砲丸投げの鉄球を手に持ってみて，その重さを推測してみよ。また，その重さをはかりで測って，どれくらいの違いがあったかを調べてみよ。

このような調べから，概測した時の値の信頼度は，その値が，けた数の多いものであるか，少ないものであるかによって定まるのではなく，実際の値との違いが大きいか，小さいかによって表わされるものであることがわかる。

あるものに対する測定値とその大きさとの差を，その測定値の**誤差**という。

問24. 前問ではかりで測った重さを正しいものと考えると，概測した値の誤差はどれだけか。また，それはその重さの約何割にあたるか。

問25. 黒板の長さを目測によって測れ。また，その値の誤差はどれだけかを調べよ。

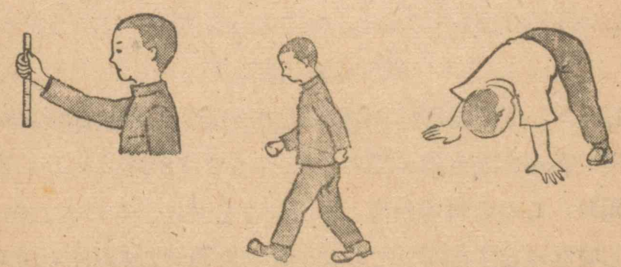
問26. いろいろなものの長さを目測して，自分の目測はどの程度に信頼できるかを調べてみよ。

問27. いろいろなものを手に持ってその重さを測り，どれぐらいの確からしさで推定できるかを調べよ。

このような概測では，その値が実際の大きさと，かなり相違があるといえる。しかし，私たちの日常生活において概測を活用すれば，だいたいのようすを知ったり，見当をつけたりするのに便利である。概測をした時には，その確からしさの程度を考えていることが大切である。

問28. 長さや重さなどの概測は，実際の生活では，どのように使われているか。

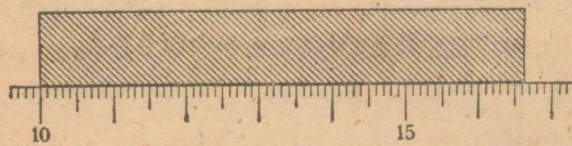
問29. 野外で距離や高さを概測するのに，その確からしさを増すのにどのような方法が用いられているか。またそれらの方法を用いた時に，概測した値はどの程度に信頼できるか。これらについて調べよ。



概測は手軽に実行でき，だいたいの見当をつけるのに便利である。しかし，その値の確からしさの程度が小さく，その上にどれくらいの誤差があるかが，はっきりわからない。

ものさしを用いて，直接に長さを測る場合には，どれくらいの誤差があるだろうか。

問30. 次の図は，ものさしを用いて長さを測っているところを示す。このものの長さはいくらか。また，その測定値はどの程度に信頼できるか。



このように測ったとしても，そのものの長さを知ることができない。ものさしが正しいものとすれば，その長さは$6.6cm$よりは長く$6.7cm$よりは短いことは確かである。すなわち，その長さを $x\,cm$ とすれば，次の不等式が成り立つ。

$$6.6 < x < 6.7$$

したがって，測定値を$6.6cm$とすれば，その誤差は$1mm$以内であることも確かである。

問31. この教科書の縦と横の長さを測れ。ものさしを正しいものとすれば，その長さはどの範囲にあるといえるか。

問32. ある物の長さを測ったら$86cm$あった。この測定値は，そのものの長さより大きいか小さいかはわからない。しかし，その誤差は$1cm$を越えないという。そのものの長さはどの範囲にあるか。また，その長さを $x\,cm$ として，その範囲を不等式で示せ。

問33. ある物の重さを測ったら $4.73\,kg$ であった。この測定値の誤差が $10\,g$ 以内であるとすれば，その重さは，どんな範囲にあるか。

問34. 測定値の確からしさは，その誤差がどの範囲にあるかによって表わすことができる。そのわけを説明せよ。

長さを直接ものさしを当てて測る場合には，ものさしの最小目盛まではその測定値が信頼できる。すなわち，正しいものさしを使って，注意深く測れば，その測定値の誤差は，最小1目盛の大きさを越えないものと考えてよい。しかし，長さを直接に測るにしても，間接に測るにしても，測る操作によって誤差が生まれるから，一回だけの測定値から，その確からしさを求めることができない。くわしく測る時に，何回も測定を繰り返すと，測定値のそろい具合によって，その確からしさを推定することができる。（第四課をみよ。）

問35. 右の表は，甲，乙二組で，ある道路の幅を測ったときの記録である。どちらの平均が確かであると考えられるか。

回数	甲　組	乙　組
1	$1.56\,m$	$1.62\,m$
2	1.63	1.58
3	1.59	1.60
4	1.62	1.59
5	1.66	1.62
平均	1.61	1.60

測定値の確からしさは，その誤差が，どの範囲にあるかによって表わされる。したがって，

たとえば長方形の面積を二辺の長さから計算によって求める場合などには、二辺の測定値がどれほどに確からしいものであるかを考えなければならない。もしも面積を表わす数値のけた数をむやみに多く求めたち，その計算は無意味であるというよりも，確からしさを考えなかったという誤りをおかしているといえる。長方形の二辺の測定値の確からしさから，その面積の確からしさを推定することは，第四課で研究することにしよう。

精密さが尊ばれる自然科学や数学の研究では，いつも，誤差がどの程度であるかについて注意し，また，それを少しでも小さくするために苦心し努力している。これは確からしさを明らかにし，進んでその確からしさを少しでも増すことにほかならない。

次に，生命などの確からしさについて考えてみよう。個個の人についてみると，若くて死ぬ者もあれば，年をとってなお元氣で活動している者もある。また，個々の家庭についてみると，数年あるいは十数年もの間，みんな健康で，幸福に暮している家庭もあれば，短い期間，相ついで不幸が起る氣のどくな家庭もある。このように考えると，生命の確からしさは，全くとらえようのないものであるといえる。村や町について調べると，一箇年間に死亡する人の数が，どの年をとってもあまり違わないことは，だれでも氣

がつくであろう。ではさらに多数の人数について調べるとどうであろうか。

問36. 右の表は，わが國の人口と死亡者の数を示している。人口や死亡数を折れ線グラフに書き表わせ。

年次別人口及び死亡数

年次	人口	死亡
昭和10年	6925万	116万
11	7026	123
12	7125	121
13	7222	126
14	7288	127
15	7311	118
16	7394	114

（総理廳統計局調）

問37. 昭和10年を基準とする人口及び死亡数の指数を求めて，それをグラフに書き表わせ。また，その図からどんなことがわかるか。

人口が多くなれば，死亡者も多くなると考えられる。生命の確からしさを調べるには，死亡数そのものをみるよりも，死亡数の人口に対する割合をみる方がよい。

問38. 前の表によると，死亡数は人口の何パーセントに当るか。また，人口千につき何人の割合であるか。

死亡者の率のように小さな割合は，百分率すなわち 100 に対していくらの割合であるかで表わす代りに，1000 に対していくらの割合であるかで表わすことがある。これを千分率といい，記号‰（パーミルと読む）を用いて書き表わす。AのBに対する千分率 P‰は，次の公式によって計算される。

$$P=\frac{A}{B}\times 1000$$

問39. 各年における死亡数の人口に対する割合を千分率でいえ。

問40. 割合が百分率で表わされている時，これを千分率で表わすにはどうすればよいか。また，千分率で表わされているものを百分率になおすには，どうすればよいか。

問41. 次の____の部分に適当な数を入れよ。

(1) 18‰は____%である

(2) 0.3%は____‰である

(3) 2分5厘は____‰である。

(4) 48‰は，歩合で表わすと____である。

わが國全体としてみると，死亡する人の割合は，年々に多少の変化はあるが，だいたいにおいて一定しているとみられる。では縣別に調べるとどうであろうか。

問42. 右の表は昭和22年における中國地方の人口と死亡数を示している。各縣について，死亡する人の割合を千分率で表わせ。また，それらを比べてみるとどんなことがわかるか。

縣別人口及び死亡数(昭和22年)

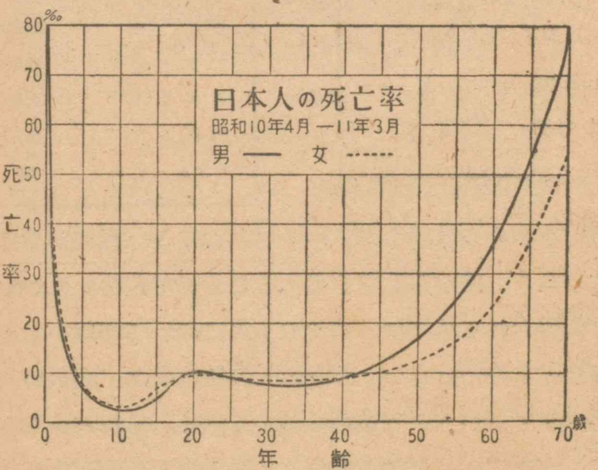
縣名	人口	死亡数
鳥取	587,606 人	9,205 人
島根	894,267	14,914
岡山	1,619,622	25,933
廣島	2,011,498	30,727
山口	1,479,244	24,254

(総理廳統計局調)

個々の人についてみると，生命の確からしさはわからない。しかし，多数の人については，死亡する人の割合がだいたい一定しているとみられる。したがって，この割合を

用いて，私たちの生命の確からしさを表わすことができるであろう。たとえば，若い人の生命は老人の生命よりも確かであると予想される。これは年齢別に死亡する人の割合を調べてみればわかるであろう。ある年齢の多数の人について死亡する人の割合を，その年齢の**死亡率**という。年齢別の死亡率についても，年々多少の変化はあるが，だいたい一定しているとみられる。

次のグラフは，日本人の死亡率が，年齢によってどのように変るかを示すものである。



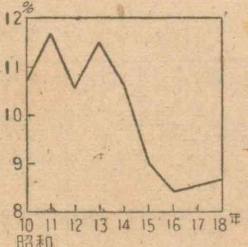
問43. 17歳の男女の死亡率はそれぞれどれぐらいか。また死亡率が一番低いのは何歳ぐらいか。

問44. 20歳ごろにグラフの山がある。これはどんなことを示すか。また，私たちはどんなことに心掛ければよい

かについて，皆で話し合ってみよ。

問45. このグラフによると，乳児（満1歳未満）の死亡率がきわめて高いことがわかる。最近では乳児の死亡率はだんだん低くなってきているが，それでも，欧米の文明國に比べると遙かに高い。乳児の死亡率を低くするには，どのようなことに注意しなければならないか，書物で読んだり，医師の話を聞いたりして，皆で研究せよ。

乳児死亡率の推移



列國の乳児死亡率（昭和12年）

日本	10.6%
アメリカ	5.4
イギリス	6.1
フランス	6.5
スウェーデン	4.6

同じ事柄を多数のものについて調べると，傾向がある程度にわかり，確からしさを考えることができる。しかし統計から得られる法則は，個々のものについての確からしさを表わすものではない。17歳の人の死亡率が，50歳の人の死亡率より低いという法則は確かである。それだからといって，ある17歳の青年の生命は，50歳の人の生命よりも確かであるとはいえない。個々の人についてはその人の健康のようすなどで異なり，生命が一様に確かであるとはいえない。したがって，その法則によっては，個々の人の生命について，ほとんど知ることができないのである。しか

し，多数についてみると生命の確からしさを考えることができるのである。それだけでも 私たちの社会生活をよりよくするために，いろいろと役立っているのである。

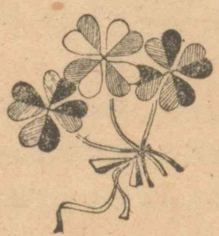
たとえば生命保険では，死亡率をもとにして保険料が定められている。もしも多数の人について調べても死亡率がいちじるしく変るようでは，保険会社は，保険料を算定したり，保険金の支拂いの予想をつけたりすることができないのである。

これと同じようなことは，火災保険についても考えられる。多数の家について調べた統計から，家屋の火災に対する確からしさをとらえ，これをもとにして，その制度が計画され，運営されているのである。

問46. 火災保険について，料金の保険金額に対する割合は，地域によってどのように違っているかを調べよ。また，その違っているわけについて考えよ。

個々のものについては，その確からしさをとらえようのない場合でも，統計的な法則によって，確からしさを考えるよりどころができる。確からしさについて考えないで，何でも確かなものと考えたり，確かめることを忘れたりして，不用意な生活をしている人がある。また，当てにならないものとあきらめて，無計画な生活をしている人もある。このような生活をやめて，確からしさをもとにして，生活をさらに健全なものとしていくのは，社会として望ましい

ことである。いろいろな保険の制度は，確からしさをもとにし，おおぜいの人の協力によって，私たちの確かでないものに対する不安を少なくし，また，万一の場合には，その不幸を少しでも軽くすることをねらっているのである。



第二章　推　　論

1. 推論の意味

私たちは，いろいろなことについて見とおしをつけたり，計画を立てたりしなければならない。予想の確からしさが大きいほど，私たちの生活は健全なものとなる。その確からしさは，どのようにして増すことができるのであろうか。また，その確からしさは，どのようにして保証されるのだろうか。

遠足の計画について，それが適当であったかどうかを確かめるには，実際に遠足をおこなった後に反省してみれば一番はっきりするであろう。明日の天候を予想した時，その予想が確かであるかどうかは，明日になってみれば確実に確かめることができる。このように予想の確からしさを確かめるには，実際にそのことが起ってみれば，一番確実に確かめることができる。

しかし，私たちの生活において，その場になってはじめてその確からしさがわかったのでは，役に立たない場合が多い。このような時には，確からしさをどのようにして確かめるのであろうか。

問 1. 次の場合には，どんな方法で確かめているか。

(1)　くつが足に合うかどうかをみる時。

(2)　布地が服をつくるだけの長さがあるかどうかをみる

時。

(3) 農作物の新しい品種が，その土地に適するかどうかを調べる時。

(4) 新しい薬品がある病氣の治療に有効であるか，また人体に害を及ぼす心配がないかを調べる時。

(5) 地球がまるいといわれていることを確かめる時。

私たちの生活では，あることを確かめることは，欠くことのできないものである。確かめてみることによって，生活が一層合理化されていくのである。確かめる方法としては，次の三つのものが考えられる。

(a) 実際の場にあたってから調べる。

(b) 実験してみる。

(c) 資料にもとづいて計算したり推定したりして判断する。

問 2. 次の確かめ方は上の三つのどれに当るか。

a (1) ある田地の米の收穫予想を，とり入れが終ってから收穫高で調べる。

b (2) 米の收穫予想を他の田の收穫高と比べてみる。

c (3) 米の收穫予想を稻の作柄から確かめる。

c (4) 米の收穫予想を坪刈りして確かめる。

c (5) 米の收穫予想を，氣温・日照・雨量・肥料などから確かめる。

問 3. 次の確かめ方は，上の三つからみてどんな方法か。

b a (1) 結核に感染したかどうかをツベルクリン反應でみる。

b (2) 結核の病狀をレントゲン写眞で調べる。

a (3) 結核の病狀を死体解剖によって確かめる。

b (4) B.C.G. の効果を動物実驗によって確かめる。

b c (5) B.C.G. の効果をツベルクリン陽轉率（陰性の人のうち陽性に変った人の割合）で調べる。

上に述べた三つの確かめ方は，別々におこなわれるものとは限らない。また一つの確かめ方は，見方によってどの場合であるとも考えられる。たとえば一枚の田の收穫高を調べたとしよう。それをその田だけの問題としてみれば (a) の場合に当る。それによって，他の田の予想をも確かめる時には，(b) の場合に当る。また，一枚の田の收穫高によって，全体の予想高を検討するには，計算や推論も必要である。B.C.G. の動物実驗は，B.C.G. の人体に対する予防効果をみるためのものである。しかし，そのままでは予防効果の実驗といえないかも知れない。今までの経驗によって，実驗動物と人体との結核発病の関係がわかっているから，それはりっぱに人体に対する予防効果の実驗となる。

このように実驗と推論とは，確からしさを保証し，私たちの生活を合理化する上に大切なものである。実驗はその事柄についての事実としてよりも，推論に結びつき，他の

事柄の確からしさを保証して，はじめて役立つものである。実際の経験もまた，推論と結びつき，一般的な法則を生む資料として，実験の結果と同じように大切なものである。ことわざに「失敗は成功の母」といわれるのもこのことである。したがって，推論は，今までの経験によって得た結果から，他の事柄にも当てはまる一般的な法則を生むはたらきをもっているといえる。

昔，アルキメデスが王様から，新しくつくらせた金の王冠に混ぜものがあるかどうかを確かめるように頼まれた。その王冠は一部分切り取ることも，きずをつけてもいけないといわれた。アルキメデスはいろいろ考えたあげく，金属は種類によって比重が異なることに氣がついた。そこで王冠の比重と純金の比重を比べて，その王冠が純金ではないことを見破った。アルキメデスは，純金の比重よりも，王冠の比重が小さいことから，推論によって王冠に混ぜものはいっていることを確かめたのである。このように推論を用いると，実際に試みないでも確かめることができるのである。

問 4. 次の事柄は直接に確かめることができるか。またできない時にはそれを確かめるにはどのようにすればよいか。

(1) 小川に橋をかけるのに，あり合わせの板の長さで間に合うかどうか。また，その橋を人が通っても折れないかどうか。

(2) あぶら虫を駆除するのに．D. D. T. の油剤が有効かどうか。また，それの濃さがキャベツの苗を枯らさないかどうか。

(3) ある飛行機によって太平洋を無着陸横断できるか。

(4) ある小舟に10人以上のおとなが乗りこんでもよいか。

このように推論は確からしさを保証するのに大切な役目をすることがわかる。では推論によって確かと考えられたことは，全く確かなものであろうか。推論は今までにわかっている事柄をもとにして，まだ経験してみない事柄を推定するものである。したがって，その推定が実際とくい違うこともあり得る。

さくら・かき・くりなどが秋に葉の落ちるのを見て，葉の廣い木は，どれも秋になると落葉すると推定したとする。つばきの木などを見たら，その推定の誤りであることがわかるであろう。

このように推論によって確かだと思われることが，本当に確かであるかどうかを試すのも実験である。その実験によって推論した通りの結果が得られれば，その推論は確かなものとして，一般の場合にも当てはまるものと考えられる。また，その推論した結果と違うことがわかれば，その実験の結果を新しい事実として，より確かな推論が生まれてくる。

私たちの知識はこのようにしてだんだんに廣がり深まり，より確かなものとなっていくのである。

簡単な事柄について，推定した法則が，確かであるかどうかは，直接に実験して確かめてみることができる。知識が深まるにつれて，推定した法則を実験して確かめるために，いろいろなくふうが必要となる。この時には，どんな実験をすれば，その法則を確かめることができるかについて考えなければならない。すなわち，その法則を正しいものとすれば，どんな結果になるかを推論しなければならない。このように推論と実験とが互いに助け合って，私たちの知識が確かなものとなり，また，いろいろな学問が進歩していくのである。

2. 推論の根拠

私たちは確かなものを求め，確からしいものを確かめようとする。また，確かと思われることの確かさを他人に傳えたり，他人から確からしさの保証を求めようとする。このような時に，推論は実験とともに，その確からしさを保証する役目をはたしている。また，推論は，今までの経験から他の未知な事柄の確からしさを推定したり，確かと思われる事柄をもとにすると，どんな結果になるはずであるかを判断したりするのに役立つものである。しかし，推論によって保証されたことが，実際に確かなものであるためには，推論の根拠が確かな事柄でなければならない。自然現象や社会現象の研究で，観察や実験が重んぜられ，統計調査がおこなわれる。これは，推論の根拠を実際に即したものにしようとしてのことである。現実を無視した薄弱な根拠に立っている推論は，空理空論とか，机上論とかいわれる。これは，少しも確からしさを保証するものではない。

では推論の根拠はどんなものでなくてはいけないのだろう。

問 5. 次の場合に，推論の根拠としてどんなことが用いられるか。

⑴ 田の收穫高を予想するのに，作柄をみてきめる時。

⑵ 田の收穫高を予想するのに，坪刈りによってきめる時。

⑶ ある縣について，この一年間の出生兒の数を推定する時。

⑷ ある縣について，5年後の人口を推定する時。

ある事柄について予想をする時には，直観的に推定することもできるであろう。しかし，その予想を確かなものとするには，推論の根拠とする実際の資料が必要であろう。また，その予想を，より確かなものとするためには，その資料に深い注意を拂わなくてはならない。坪刈りをする時に，どこを刈るかとか，どんな形に刈るかを考えなければならない。また，人口を推定する時には，前年の出生と死

亡の数だけで十分であるかとか，過去数年間の人口の変化を調べなくてもよいかとか，いろいろと考えなければならない。

推論によって確からしさを保証するには，その根拠となる資料について，次のようなことについて考えなければならない。(第三課参照)

(a) 判断しようとする目的に対して適切であるか。

(b) 判断をくだすために，十分まに合うか。

(c) その資料は実際にもとづいたものであるか。

(d) どの程度に信頼できるか。

推論を実際の資料にもとづいてする時には，その結論は人によって変らないものであろうか。5年後の人口を推定する場合について考えよう。推定された人口は，皆が同じであるとはいえない。この場合に，ある推論だけは正しく，他が全く誤りであるとしてよいだろうか。今までの出生数や死亡数のような資料は，推論の根拠として明示されている。しかし，産業の推移や衛生状態など，社会状態もまた人口と関係のある事柄であろう。これに対してある人はあまり変らないと考え，他の人はかなり変化があると考えたとする。これを明示しないで，しかも推論の根拠としているからには，予想人口もまた違ってくるのは当然である。

推論をする場合に，その根拠として明示された事柄だけでなく，その他の事柄も推論の根拠として用いられている

ことがある。同じ資料を使いながら違った結論が生まれてくるのは，明示されていない事柄が，人によって違うためである。社会において，同じ事柄に対して，違った意見の発表されることがある。しかし，それが討議によって一致してくることがある。これは，明示されていない事柄が討議によって明らかになり，一致してきたからである。水掛け論になり，見解の相違として意見が一致しない場合は，それが反対になった場合である。

私たちは，討議する場合に，推論の根拠をできるだけ明示するようにしなければならない。明示されない事柄をできるだけ少なくするように苦心しているのは，裁判であろう。裁判では，いろいろな証拠は，明示された事柄として，推論の根拠に用いられる。しかし，その証拠は，いろいろに解釈されることがある。これをなるべく少なくし，明示された事柄だけから推論して，正しい判決をくだそうとして，論争され審議されるのである。この明示されない事柄を明示されたものとするために，いろいろ苦心されることについての話がある。

昔，ある人が殺人のかどで訴えられた。完全な証拠は何一つなく，その上に目証者もいなかった。この被告の弁護人は，その無罪を主張して，次々と証拠の不十分であることを述べた。「被告が殺人罪を犯したことに対して，少しも疑いをさしはさむ余地がないという確信がもてない限り，被告を有罪としてはいけない。今

この室に殺されたといわれている一人がはいってきても，諸君は疑う余地がないといわれますか。あの入口を見て下さい。」といった。その時一同の者が入口を見たので，弁護人は，「皆さんは疑いをもっている。だから被告は無罪にしなければならない。」と主張した。しかし判決は有罪であった。それは裁判官の一人が，被告が決して入口の方を見なかったことに氣がついたからである。

すなわち，被告が入口を見なかったことは，自分の殺した人がはいってくるはずがないと思うことによって，殺人を自認したことになったからである。

推論はある事柄をもとにして，結論を導き出すのである。根拠になっているもののうち，あるものは，実際の資料にもとづいたものであり，仮定として明示されたものもあり，また明示されないものもある。明示されないものを少なくすることは，單に結論をはっきり定めるためにだけ大切なものではない。明示されていると，もし推論から出た結論が事実に反した場合に，その仮定に対して検討を加え，より確かな根拠に立ちかえることができるのである。こうして推論による確からしさの保証を，一層有効なものとすることができるのである。

私たちが用いる言葉についても同じことがいえる。言葉の意味があいまいであったのでは，それを用いて推論をしても，その結論は何にも役に立たないのである。数学などで，直線とか円などをきっちりと定めるのは，このような

あいまいさをさけるためである。

問 6. 次の言葉の使い方を比べてみよ。

(1) 数学で用いる「長方形」とふだん用いる「しかく」

(2) 数学で用いる「垂直」とふだん用いる「まっすぐ」

(3) 数学で用いる「角」とふだん用いる「かど」

(4) 数学で用いる「中点」とふだん用いる「まん中」

根拠として用いる事柄を明らかに定めることは，ややもすると，物事を一面からだけしかみないようなことになることがある。推論のすじみちはよくわかるが，なんとなく納得(なっとく)のできない場合があるが，これは一面的な考え方をした場合に多い。しかし，このような場合には，推論の根拠を明示して，よりよい根拠を見出すようにすることを忘れてはならない。

最も早く発達し，また嚴密な学問であるといわれている数学では，特に推論の根拠が明らかにされ，また，用語の意味がはっきり定められている。用語の意味を定める文章を定義といい，全体を通して推論の根拠として用いられる事柄を明示した文章を公理という。また，個々の場合に用いる根拠は，必ず仮定として明示されている。（第Ⅲ單元参照）

このような推論では，その根拠を正しいものとする限りにおいて，その結論は確かなものであるといわざるを得ない。この意味で，数学は確かなものといえる。しかし，私

たちが現実の生活に対して，数学を用いる時，それだけで確かであると考えてはならない。現実の生活において確からしさを保証するものは，推論とともにその根拠である。根拠が確かであってこそ，推論によって生まれた結論の確からしさが保証されるのである。

また，現実の生活においては，一つの結論を出すために，数学だけでなく，いろいろな事柄を根拠として用いなければならない。これを明示しないで，ただ数学を用いたとしたら，生まれてくる結論を信用することができないばかりでなく，いろいろ違った結論がでてくる。宣傳に迷わされることなく，自ら正しい判断をするためには，推論の根拠をはっきり見定めなければならない。また，自分の意見や判断を他人に傳える時には，推論の根拠を明らかにし，その推論の仕方を示さなければならない。

問題練習 1.

1. 次のことは，はっきり確かなことか，あるいは確からしいことか。

(1) にわとりが卵をあたためると，ひながかえる。

(2) 富士山の高さは，3776 m である。

(3) 長方形の面積は，縦と横の長さの積である。

(4) 同じ線路上を，同時に両方から汽車は走っていない。

(5) 人は誰でも，いつかは必ず死ぬ。

(6) A君は，B君に便りをしたが，返事がこなかった。これは，B君が返事をしなかったからである。

2. 次のことの確からしさをみるには，どんなことを調べればよいか。

(1) 台風がくる心配があるのは，8, 9, 10の 3 箇月である。

(2) 夕やけがあると，あくる日は晴である。

(3) 國有鉄道の軌道の幅は 3 フィート 6 インチである。

3. スイッチをひねってみたが，電燈がつかなかった。

(1) その部屋だけの故障かどうかをみるには，どうするか。

(2) 電球の故障かどうかをみるには，どうするか。

(3) ソケットの故障かどうかみるには，どうするか。

(4) コードの故障であることを推定するには，どのような根拠が必要か。

4. ある家庭の毎月の収入・支出の変化は次の表のようであった。

月別家計収入・支出表

	収　入(円)	支　出(円)	殘　高(円)
5 月	7,345	6,950	395
6 月	8,217	7,894	323
7 月	8,325	8,028	297
8 月	8,978	8,725	253
9 月	9,532	9,348	184

(1) この家の家計は，収入がふえていることから，樂になったと判断してよいか。

(2) 殘高がへっていったことから，家計が苦しくなったと判断してよいか。

(3) 家計が苦しくなったか，樂になったかをみるには，このほかに，どんな資料がいるか。

5. 右の表は，わが國の最近の総人口・出生数・死亡数を示したものである。

この表から出生・死亡・自然増加の千分率を求めよ。

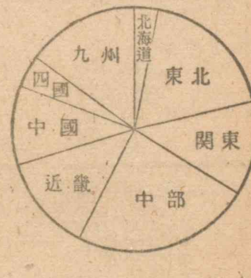
わが國の人口と出生・死亡数

昭和	総人口 (万人)	出生数 (万人)	死亡数 (万人)
8	6,724	212	119
10	6,925	219	116
12	7,125	218	121
14	7,288	190	127
16	7,394	221	114
18	7,591	227	122
20	7,200	169	218

（総理廳統計局調）

問題練習 2.

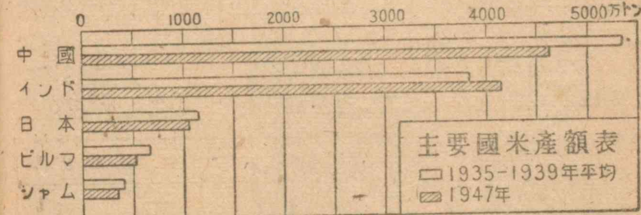
1. 昭和22年度の米の収穫高は，約 58,752,000 石であった。それを地方別に示すと，次の円グラフのようになる。

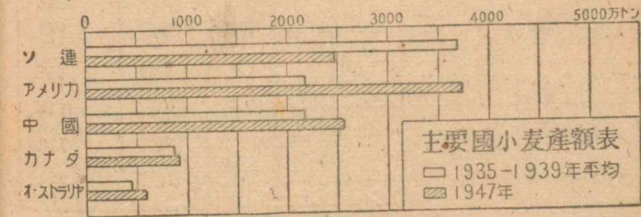


(1) 地方別の収穫高は，わが國全体のものの何パーセントに当るか。

(2) 各地方別の収穫高は，およそどれくらいか。

2. 次のグラフは，世界のおもな國の米・小麦の産額を示したものである。





(1) 米，小麦の 1947 年の各國の産額をグラフから読み

取り，おのおのについて多い順に並べよ。

(2) 1935〜1939年平均に比べて，1947年の產額の方が多かった國及び少なかった國はどこか。また，それぞれ何パーセントの增減に当るか。

3. 次の計算をして，答を万の位まで求めよ。

		2,086,341
475,492	36,875	1,390,877
657,912	1,156,094	5,498
38,395	915,287	976,322
+ 98,096	+ 640,376	+ 59,816
1269895		

31,745,673	85,734,680	398
10,916,536	52,991,451	49,062
239,440	1,530,791	34,175
7,864,927	33,158,324	201,960
+ 91,204	+ 4,805,267	+ 1,028,524

696,543	78,013,261	40,811,637
− 403,971	− 9,541,470	− 920,751

173,986	26,495,234	52,175,340
− 89,092	− 7,580,277	− 29,085

4. 下の表について，xの値に対する三つの式の値を計算せよ。

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
$2x-3$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5
x^2-3x+5	23	15	9	5	3	3	5	9
$3x^2+x-1$	23	9	1	-1	3	13	29	51

2x−3
2×(−3)−3=−9
2×(−2)−3=−7
2×(−1)−3=−5
2×0−3=−3
2×1−3=−1
2×2−3=1
2×3−3=3
2×4−3=5

3x²+x−1
3×(−3)²+(−3)−1=23
3×(−2)²+(−2)−1=9
3×(−1)²+(−1)−1=1
3×0²+0−1=−1
3×1²+1−1=3
3×3²+3−1=29
3×4²+4−1=51

第二課　確からしさと確率

宝くじ・住宅くじなどいろいろなくじが賣り出されている。百万円当せんのニュースを見たり，住宅を当てて，樂しい住み家を手に入れた人の話をきくと，今度もくじを買ってみようかと思ったり，一等に当ったらどうしようと樂しい夢をえがくこともある。しかし，くじに当ることは，どの程度に確からしいことであろうか。

ある所に，百万円に当るようにと，財產の大部分を投じて，多数の宝くじを買い求めた人があった。しかし，案外に当らなくて，困ったということである。くじをたくさん買えば，どれかに当るかも知れないが，出した金額だけは賞金としてもらえるものであると，期待してよいであろうか。

確からしさを考えないですることは，堅実であるとはいえない。くじのような場合に，確からしさを何によって表わすか。何によって測ることができるか。これについて調べよう。

第二回住宅くじ賣出し
総額六千万円を十日から

都の第二回住宅くじ総額六千万円を十日から月末まで賣り出す、一枚二十円三百万本で賞金は五十万円三本、残念賞五万円二七本、十万円三〇本など、賞品は土地付住宅一五本、ミシン一五本、男子服地三〇〇本などでくじ引きは十二月六日なお第一回住宅くじ四千万円は十月一ぱいで完全に賣切れ、二百万本のスピードくじ中二万本の住宅抽選券から特等土地付十二坪住宅（港区麻布本村町に建設中）八本を選ぶくじ引会は十日午前十時から浅草國際劇場で行う両住宅くじの賣上げ純益金四千万円は都内小中学校千五百八十教室の建設資金にあてられる

x²−3x+5
(−3)²−3×(−3)+5=23
(−2)²−3×(−2)+5=15
(−1)²−3×(−1)+5=9.
0²−3×(0)+5=5
1²−3×1+5=3
2²−3×2+5=3
3²−3×3+5=5
4²−3×4+5=9

第三章　確率の意味

1. 確からしさの表わし方

一人一人の生命について考えると，その確からしさが，どの程度であるかは，ほとんど知ることができない。しかし，同じ狀態にある多数の人について観察すると，それらの人について一年間の死亡率は，だいたい定まっている。これをもとにすると，それらの人のうち，どれくらいの人が死ぬかを推定することができる。たとえば，17歳の人の死亡率が，年7.6‰であるとわかっている場合には，17歳の人が，10万人のうちに，

$$100,000\text{人}\times .0076=760\text{人}$$

くらいは，この一年間に死亡するものと考えてよい。

東京都における
腸チフス患死者

年次	患者	死者
昭和17年	3131	440
〃 18年	6904	821
〃 19年	7107	895
〃 20年	2540	359
〃 21年	2253	282

（東京都調）

問 1. 右の表は，東京都における腸チフスの患者と死者とを示している。この表によると腸チフスにかかると，その患者の死亡する確からしさは，どの程度であると考えられるか。また，多数の腸チフス患者がでた時に，その患者に対して，どれほどの割合で死亡者がでるものと予想されるか。

問 2. 昭和22年におけるわが國の乳幼兒の死亡率は，次の表に示した通りであった。これをもとにして考えると，1万人の乳兒のうち，満1歳になる前に，何人くらいは死亡するものと推定されるか。また，その殘ったもののうち，満2歳になるまでに，何人くらいは死亡するものと推定されるか。

乳幼兒死亡率

年齢	死亡率
0歳	87.3‰
1	37.8
2	12.2
3	14.8
4	7.4

(総理廳統計局調)

多数のものについて調べた時に，そのうちである事柄の起る割合がだいたい一定であるとみられることがある。この場合に，その割合によって，その事柄の起ることが，どの程度に確かであるかを知ることができる。

一般に，同じような條件のもとで調べた統計で，資料の総数Nのうち，ある事柄Aの起っているものがa個あるとする。この場合に，aのNに対する割合，いいかえると，

$$p=\frac{a}{N}$$

を，その條件のもとで事柄Aの起る**統計的確率**という。また，簡單に事柄Aの起る確率ということもある。これは，その條件を明示しなくても，誰にでもわかる場合である。

今までに述べたことから，事柄Aの起る確率は，その事柄が起る確からしさの程度を表わすものであるといえる。しかし，統計的確率では，その値は資料によって定まるのである。したがって，資料が適切でないものであったり，信頼できないものであったりしては，それから計算された確率は推論の役に立たない。

問 3. 右の表は，昭和 22 年における廣島・島根両縣のジフテリア患者と死者を示している。この統計だけから，廣島縣では，島根縣よりもジフテリアにかかる危險が多いと推定してよいか。

廣島・島根両縣におけるジフテリア患死者

縣名	患者	死者
島根	517人	27人
廣島	659	31

（厚生省調）

問 4. 昭和 22 年におけるわが國の出生兒は，男子が，1,395,461 人，女子 1,319,457 人であった。この資料をもとにすると，生まれる兒が男である確率はどれだけか。また，女である確率はどれだけか。

問 5. 次の表は，わが國の出生男女各 10 万人が，年とともに死亡減少していくようすを示したものである。これは，昭和 1〜5 年の死亡率をもとにして推定したものである。

生　命　表　（一部）

年齢	男	女	年齢	男	女
0 歳	100,000	100,000	60 歳	42,283	45,819
10	76,786	78,053	70	24,306	31,544
20	72,845	73,069	80	7,080	12,538
30	66,721	66,215	90	454	1,159
40	61,693	60,312	100	1	2
50	54,349	54,285			

（総理廳統計局調）

(1) 本年 20 歳の男が 50 歳まで生きる確率はどれだけか。

(2) 本年20歳の男が50歳まで生きない確率はどれだけか。

(3) 本年 10 歳の女が 50 歳まで生きることと，20 歳の男

が 60 歳まで生きることとを比べて，どちらの方が確かであると思われるか。

問 6. 80 歳の男の死亡率が，年 16.6% であるとする。80 歳の男が，これから一年間だけ生きている確率はどれだけか。

問 7. ある事柄の起る確率が p で，起らない確率が q であると，p と q との間にどんな関係があるか。

個々のものについては，どの程度に確かであるかがわからない。しかし，同じ事柄がたくさんある場合には，その統計的確率によって，どの程度に確かであるかを測ることができる。たとえば，ここに幾枚かのトランプがあり，それがどんな札を集めたものかはわからないものとする。それをよくまぜてから，勝手に 1 枚抜き出す時に，それが絵札であることの確からしさについて考えてみよう。いま 1 回だけ抜き取って，その札が絵札であったとか，絵札でなかったとかで，その確からしさを推定することはできない。確からしさを考えるには，抜きとった札を元にかえして，トランプを切りまぜ，再び取り出して見るというように，これを幾回も繰り返してみて，そのうち絵札の出た割合がどれくらいであったかによって，はじめて，その確からしさを推定することができるのである。いいかえると，この割合によって，確からしさを測ることができるのである。

もしトランプの中に絵札が何枚はいっているかがあらか

じめわかっておれば，何回も実際に繰り返して実験してみる必要はないだろう。推論によって，その割合を推定することができる。かりにトランプが 10 枚あって，そのうちの 2 枚は絵札であることがわかっているものとすると，どの札も同じように抜き出されることが予想されるから，何回も繰り返し実験すれば，その中の 2 割くらいは絵札を抜き出すと推定することができる。いいかえると，絵札の出る確率は .2 であると推定される。

同じように起ると考えられる N 通りの場合のうちで，事柄 A が a 通りの場合に起る時には，事柄 A の起る確率は，幾回も繰り返し，実験してみるまでもなく，次のような値になることが推定される。

$$p=\frac{a}{\mathrm{N}}$$

このように，起る場合の数をもとにして，推論によって定められた確率を，事柄 A の起る**数学的確率**という。また，單に事柄 A の確率ともいう。

問 8. 1 組 52 枚のトランプにはどんな札がはいっているか。これをよくまぜて勝手に 1 枚とり出す時に，次の確率はどれだけになるか。

(1) ダイヤの札が出る確率 $\frac{1}{4}$

(2) 絵札が出る確率 $\frac{3}{13}$

(3) 7 の札が出る確率 $\frac{4}{52}$ $\frac{1}{13}$

問 9. 1枚の貨幣を投げた時，表の出る確率はどれだけか。

問10. さいころを投げた時に，1の目の出る確率はどれだけか。

問11. 10 本のくじのうち，3 本が当りくじであるとする。このくじを 1 本引いて当る確率はどれだけか。

問12. 48 人の組に対して，32 足の運動ぐつが配給になった。これをくじ引きで分配すると，当る確率はどれだけか。また，当らない確率はどれだけか。

問13. 10 本のうち 3 本が当るくじと，15 本のうち 5 本が当るくじとがある。当る確からしさはどちらが大きいか。

問14. 10 本のうち 4 本が当るくじと，25 本のうち 10 本が当るくじとがある。この二組のくじについて，当る確からしさを比べよ。

問15. 当る確率の大小と，当る確からしさとの関係をいえ。

問16. 当る確率が 1 であるくじはどんなものか。また，当る確率が 0 であるくじはどんなものか。

宝くじの賞金

等級	金額	本数
特等	100万円	1
一等	10万円	9
二等	1000円	200
三等	100円	1万
四等	20円	20万

問17. ある宝くじでは，10 万通を 1 組とし，10 組に対して，右のような賞金がつけてあった。このくじを 1 枚もつ人が

(1) 四等に当る確率はどれだけか。

(2) 何等かに当る確率はどれだけか。

(3) 当らない確率はどれだけか。

宝くじなどでは，何等かに当ると，それぞれ賞金がもらえる。一本についてどれくらいの金額はもらえるものと期待してよいだろうか。まず，簡単なくじの場合について考えよう。

問18. 当ると a 円もらえるくじがある。このくじで当る確率が 1 ならば，いくらもらえると期待してよいか。また当る確率が 0 ならば，いくらもらえると期待してよいか。

問19. 上の場合に，当る確率が.5 であるとする。いいかえると，当ることと，当らないことが同じ程度に確かである時には，どれだけの金額をもらえると期待してよいか。

たとえば，100 万本のくじがあって，その当る確率が.2 であり，当ると 20 円もらえるものとする。このくじを何本も引けば，そのうち約 2 割は当りであると考えられる。a 本引くと，$.2\times a$ だけ當ると考えられる。したがって，もらえる金額の総計は，$(.2\times a\times 20)$ 円である。これから，1 本についてもらえると期待できる金額は，$(.2\times a\times 20\div a)$ 円とみられる。いいかえると，もらえる金額は，1 本につき 20 円の 2 割であるといえる。このようなことから，当る確率が p で，当ると s 円もらえる時には，くじを 1 本引いて，もらえると期待される金額は s 円 $\times\, p$ であると考えてよい。

問20. 50 本のうちで，15 本が当りで，当ると 100 円もらえるくじがある。このくじを 1 本引いて，どれだけの金額を期待してよいか。

問21. さいころをふって，1 の目が出たら，10 円もらえるとする。この時に，期待される金額はいくらか。

一つのくじで一等に当る確率は p_1 で，賞金では a_1 円，二等に当る確率は p_2 で，賞金は a_2 円，三等に当る確率は p_3 で，賞金は a_3 円であるとする。一等から期待される金額は a_1 円 $\times p_1$ であり，二等，三等から期待される金額はそれぞれ a_2 円 $\times p_2$，a_3 円 $\times p_3$ である。このくじで期待される金額を合わせると次のようになる。

$$(a_1\times p_1+a_2\times p_2+a_3\times p_3)\text{円}$$

この式で計算される金額を，**このくじの賞金の期待値または期待金額**という。

問22. 100 本のくじのうち，一等は 3 本，二等は 15 本あって，賞金は一等 50 円，二等 10 円である。このくじの賞金の期待金額はいくらか。

問23. 問17の宝くじの賞金の期待値はいくらか。

問24. この宝くじは 1 枚 50 円である。この宝くじをたくさん買った時に，もらえる賞金は，くじを買うのに使った金額をつぐなうと考えてよいか。

2. 場合の数

5本のうち，3本の当りくじがある。このくじを2本引く時，2本とも当る確率はどれだけであろうか。一般に，ある事柄Aの起る確率を求めるには，起り得る場合の総数Nと，そのうち事柄Aの起る場合の数 a とを数えなければならない。では上のくじを2本引く時に，起り得る場合はどれくらいあるだろう。これを数える方法について考えよう。

問25. 5本のくじに1から5までの番号がつけてあるとする。これを2本引いた時，何番と何番とのくじが出るかによって，幾通りの場合があるかを調べよう。まず，次にあげた事柄について考えよ。

(1) 1の番号の出る場合は幾通りあるか。

(2) 1の番号は出ないで，2の番号が出る場合は，幾通りあるか。

(3) 1，2 の番号は出ないで，3の番号が出る場合は幾通りあるか。

(4) その他にどんな組合わせのものがあるか。

問26. 上のくじで，1番，2番，3番が当りであるとする。2本とも当りとなるのは，どの場合であるか。

問27. 5本のくじのうち，3本が当りであるとする。そのくじを2本引いて，2本とも当る確率はどれだけか。

問28. 甲，乙二つのさいころを投げて，出た目の数の和

が5になる確率はどれだけか。次の順序で考えよ。

(1) 二つのさいころの目の出方は，みんなで幾通りあるか。

甲の目は1であるとして，乙の目の出方で幾通りの場合ができるか。これを書け。

甲の目は2であるとして，乙の目の出方で幾通りの場合があるか，これを書け。

起り得る場合は，みんなで幾通りあるか。これを書け。

(2) 目の数の和が5となるような出方は，みんなで幾通りか。上で書いたものから選び出せ。

(3) 求めようとする確率をいえ。

問29. 1から5までの番号をつけた札が1枚ずつある。この5枚の中から勝手に2枚をとって左右に並べるとする。左の札の番号よりも，右の札の番号の大きい確率はいくらか次の順序で考えよ。

(1) 2枚の札の並べ方は，みんなで幾通りあるか。

左の札は1であるとして，右の札の番号で幾通りの場合ができるか。これを書け。

左の札は2であるとして，右の札の番号で幾通りの場合ができるか。これを書け。

起り得る場合は，みんなで幾通りあるか。これを書け。

(2) 問題にあるような並べ方は，みんなで幾通りあるか。上で書いたものから選び出せ。

(3) 求めようとする確率をいえ。

問30. これまでの問題では，場合の数をどのような方針で分類し，また，どうして数えたか。

確率を求めるには、場合の数を数えねばならない。場合の数が少ない時には、一つ一つ数えあげて，場合の数を知ることができる。しかし，場合の数が多くなると、簡単な法則を作っておき，これに従って計算しなければならない。今までに調べたところでは，次の法則が用いられている。

二つの事柄 A, B があって，事柄 A の起り得る場合の数は a 通りで，そのおのおのが事柄 B の起り方で b 通りの場合にわかれたとする。二つの事柄 A, B を同時に考えた時に，起り得る場合の総数は，ab* 通りである。

この法則は，次のように三つ以上の事柄についても，おし廣めて用いることができる。

問31. 一つのさいころを 3 回投げる時，目の出方に幾通りの場合があるか。次の順序で考えよ。

(1) 一回目と二回目の目の出方で幾通りの場合にわかれるか。

(2) 一回目と二回目の目の出方がきまっているとして，第三回目の目の出方で幾通りの場合にわかれるか。

(3) 求める場合の数はどれだけか。

* ab は $a \times b$ を略して書いたもので，数学では二つの文字の間の記号×は，このように省くことが多い。

問32. 「か」「た」「な」「し」の四文字のうちから三文字をとり，これを並べて幾通りの言葉をつくることができるか。次の順序で考えよ。

(1) はじめの二文字で幾通りの場合にわかれるか。

(2) はじめの二文字ができると，第三の文字で幾通りの言葉ができるか。

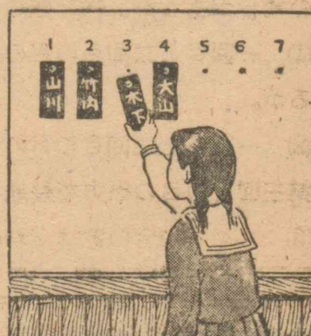
(3) 求める言葉の数はどれだけか。

上の問のように，n 個の異なるものから，r 個を取り出し，これを 1 列に並べたものを，**n 個のものから r 個取る順列**という。この順列の総数を，n 個のものから r 個取る順列の数といい，記号で ${}_nP_r$ と書き表わす。

問33. ${}_4P_2$，${}_4P_3$，${}_3P_3$ はそれぞれどれだけか。

問34. 10 個のものから，2 個取る順列の数を記号で書け。また，それを計算せよ。

問35. 10 個のものから，3 個取る順列の数を記号で書け。また，それを計算せよ。



n 個のものから r 個取る順列の数 ${}_nP_r$ を計算する法則を考えよう。

問36. n 人の人の名札があって，そのうちから r 枚をとって右のような名札かけにかけるとする。そのかけ

方の総数は，どんな記号で書き表わされるか。

問37. ${}_nP_r$ を計算する法則を，次の順序によって考えよ。

(1) 1の所にどの札をかけるかによって，幾通りの場合にわかれるか。

(2) 次に，1の所にどの札かをかけたとして，2の所にかけるのに幾通りの方法があるか。また，1と2の所を同時に考えると，幾通りの場合にわかれるか。

(3) さらに，1，2の所にどの札かをかけたとして，3の所にかけるのに幾通りの方法があるか。また，1から3の所までかける方法は幾通りあるか。

(4) このように，つぎつぎにかけていくと，最後に r の所にかける札は，何枚のうちから取り出すことになるか。

(5) 1から r まで全部かける方法は，幾通りあるか。

このように考えると，${}_nP_r$ は次の公式によって計算されることがわかる。

$$ {}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1) \qquad (1) $$

問38. 上の式の右辺は，何個の数の積で表わされているか。

問39. 次の記号の意味をいえ。また，公式(1)によってその数を計算せよ。

$$ {}_5P_2 \quad {}_{12}P_2 \quad {}_4P_4 \quad {}_7P_1 \quad {}_{10}P_4 \quad {}_8P_5 \quad {}_6P_3 \quad {}_5P_5 $$

問40. n 個の異なるものを，すべて1列に並べる順列の

10.000
56.
49.44

総数は

$$ {}_nP_n = 1\times2\times3\times\cdots\cdots\cdots\times(n-1)\times n $$

と書ける。これを説明せよ。

1から n までの整数の積を $n!$ で書き表わし，これを **n の階乗**と読む。

問41. 次の等式が成り立つことを確かめよ。

$$ {}_nP_r\times(n-r)! = n! \qquad {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

問42. $0!$ は，もともと意味のない記号である。しかし，上式が $r=n$ の時にも使えるようにするには，$0!$ はどんな数を表わすものと約束すればよいか。

問43. 10本のくじのうち，7本が当りであるとする。このくじをつぎつぎに3本引く時に，3本とも当る確率はどれだけか。次のようにして考えよ。

(1) くじに1から10まで番号があるものとして，3本のくじの番号が出てくる順序は幾通りであるか。

(2) 1から7までは当りであるとすれば，3本とも当るのは，どんな順序に番号がでる場合か。

問44. 20本のうち5本が当るくじを，つぎつぎに3本引く時に，3本とも当る確率はどれだけか。また，3本とも当らない確率はどれだけか。

上の二つの問の場合には，3本のくじの番号がどんな順に並ぶかは，実は考えないでよいことである。ただどんな

番号が組合わされて引かれるかだけを考えればよいのである。いいかえると，並ぶ順序はどんなになっていてもよいが，ただどんなとり合わせになっているかだけを考えればよいのである。このように n 個の異なるものから r 個を一組として取ったものを，**n 個のものから r 個取る組合わせ**という。この組合わせの総数を，n 個のものから r 個取る組合わせの数といい，記号で ${}_nC_r$ と書き表わす。

問45. A, B, C, D の四文字から二文字を取る組合わせを残らず書け。また，二文字を取る順列と比べてみよ。

問46. A, B, C, D の四文字から三文字を取る組合わせを残らず書け。また，三文字を取る順列と比べてみよ。

問47. ${}_4C_2$, ${}_4C_3$ 及び ${}_3C_2$ は，それぞれどれだけか。

n 個のものから r 個取る順列の数は ${}_nP_r$ であるが，この順列を作るには，まず，n 個のものから r 個取る組合わせを作り，次にそれを1列に並べるとよい。すなわち，組合わせの違いによって ${}_nC_r$ 通りの場合に分けられ，そのおのおのの組合わせは，r 個のものの並び方によって，$r!$ 通りの順列にわかれる。

したがって，次の等式の成り立つことがわかる。

$$ {}_nP_r = {}_nC_r \times r! $$

${}_nC_r$ を求めるには，次の公式によって計算すればよい。

$$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} \quad \text{すなわち，} \quad {}_nC_r = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} \qquad (2) $$

問48. 次の記号の意味をいえ。また，公式 (2) によって，その数を計算せよ。

${}_5C_2$ 10　${}_5C_3$ 10　${}_8C_4$ 70　${}_{10}C_3$ 120　${}_{20}C_2$ 190　${}_7C_5$ 21　${}_{15}C_{14}$ 15　${}_8C_8$ 1

問49. 問 43 のくじを同時に3本引く時，3本とも当る確率はどれだけか。次のように考えよ。

(1) くじに番号があるものとして，3本のくじの番号の組合わせで幾通りの場合が起り得るか。

(2) 3本とも当るのは，当りくじの中だけから3本引く場合である。その場合の数はどれだけか。

問50. 上の結果と問43の結果とを比べてみよ。また，それから，くじの引き方についてどんなことがいえるか。

問51. 15本のくじのうち，5本が当りである時，3人が1本ずつ引いて3人とも当る確率はどれだけか。また，3人とも当らない確率はどれだけか。

問52. 10本のくじのうち，1本は一等で，2本は二等である。このくじを2本引く時，次の確率はどれだけか。

(1) 2本とも当らない確率

(2) 一等と二等とに当る確率

(3) 1本だけ当って，それが二等である確率

問53. 1枚の貨幣を5回投げる時，表が2回，裏が3回出る場合の数は幾通りか。また，このようなことの起る確率はどれだけか。

問54. 10枚の貨幣を同時に投げる時，4枚だけ表の出る

確率はどれだけか。また，表と裏とが同数出る確率はどれだけか。

問55. 3枚の貨幣を投げて，表が1枚出れば1円，2枚出れば2円，3枚出れば3円もらう約束をした。この時の期待金額はいくらか。また，1回ごとに2円ずつ拂う約束をすると，この人は損をするか。得をするか。

第四章　確率の計算

1. どれかに当る確率

ある年齢の人の1年間に死亡する確率が1.5%であると，これから1年間は生きている確率は98.5%である。くじの当る確率が .2 であれば，当らない確率は .8 である。

一般に，ある條件のもとで，事柄 A の起る確率を p，起らない確率を q とすれば，次の等式で示される関係がある。

$$p+q=1$$

このような，確率についての法則を利用すれば，場合の数を特に数えなくても，推論によって，確率を計算することができる。

問 1. さいころを投げた時，1の目の出ない確率はどれだけか。

問 2. 10本のくじのうち3本が当りである。このくじを2本引く時，2本とも当らない確率はどれだけか。また，少くとも，1本が当る確率はどれだけか。

問 3. 15本のうち5本の当りくじがある。このくじを2本引く時，少なくとも1本が当る確率はどれだけか。

問 4. 25本のくじのうち，5本は一等で，10本は二等である。このくじを1本引く時，どれかに当る確率はどれだけか。

問 5. 前問の場合に，一等に当る確率と二等に当る確率は，それぞれどれだけか。また，それらと，どれかに当る確率との間に，どんな関係があるか。

1本のくじを引いた時，一等に当ることと二等に当ることとは，同時に起ることができない。このように，二つの事柄 A_1 と A_2 とが同時に起ることができない場合には，A_1 の起る確率が p_1 で，A_2 の起る確率が p_2 であると，A_1 と A_2 のどれかが起る確率 p は，p_1 と p_2 との和に等しい。

すなわち，　　$p=p_1+p_2$

問 6. 場合の総数をNとし，そのうち A_1 の起る場合の数を a_1，A_2 の起る場合の数を a_2 として，上の等式の成り立つことを確かめよ。

問 7. 三つの事柄 A_1，A_2，A_3 があって，そのうちのどの二つの事柄も同時に起ることができないとする。A_1，A_2，A_3 の起る確率をそれぞれ p_1，p_2，p_3 とすれば，A_1，A_2，A_3 のどれかが起る確率はどんな式で計算されるか。

問 8. あるくじで，一等，二等，三等に当る確率は，それぞれ 2%，5%，13%である。一等か二等かに当る確率はどれだけか。また，三等までのどれかに当る確率はどれだけか。

問 9. 10本のくじのうち3本が当りである。このくじを2本引く時，2本とも当るか2本とも当らぬ確率はどれだけか。これから，1本だけ当る確率を計算せよ。

問10. 前問の場合に，2本のうち1本だけ当る確率を，場合の数から直接に計算して，前問の結果と比べよ。

問11. 問9のくじを3本引く時，少なくとも2本当る確率はどれだけか。

問12. 一組52枚のトランプからかってに1枚引く時，それがダイヤか，または，絵札である確率はどれだけか。次のように考えよ。

(1) ダイヤが出る確率

(2) ダイヤ以外の絵札の出る確率

問13. 20本のうち6本が当りで，当ると10円もらえるくじがある。このくじを2本引く時，

(1) 2本とも当ることによる期待金額はいくらか。

(2) 1本だけ当ることによる期待金額はいくらか。

(3) この場合における期待金額はいくらか。また，1本引く時の期待金額と比べてみよ。

2. くじを引く順序と当る確率

配給品をくじ引きで分配する時に，誰から先に引くかが議論されることがある。くじは引く順序によって当る確率が違うものであろうか。簡単な例について，この問題を考えてみよう。

問14. 10本のくじのうち3本が当りである。このくじを，甲，乙2人が順に1本ずつ引く時，

(1) 甲が当った時，乙の当る確率はどれだけか。

(2) 甲が当らなかった時，乙の当る確率はどれだけか。

(3) 甲が当る確率と，上の二つの確率とを比べよ。

このように，最初の人が当ったら，その後で引く人に当る確率は小さくなり，最初の人が当らなかったら，後で引く人の当る確率は大きくなる。しかし，最初の人は当ることもあり，当らないこともあるのは，いうまでもない。最初の人がくじを引かない前に考えると，2回目に引く人の当る確率は，上の二つの確率のどれでもない。

では，最初の人がまだ引かない時に，2回目に引く人の当る確率は，どのようにして知ることができるだろうか。

問15. 前問で，乙の当る確率は，次の二つの確率

(1) 甲も乙も当る確率

(2) 甲が当らなくて，乙の当る確率

の和である。そのわけを説明せよ。

まず，(1) の確率を求めよう。

問16. 甲と乙がどのくじを引くかによって，起り得る場合の数は ${}_{10}P_2$ であることを説明せよ。それらの場合のうち，甲の当るのは幾通りか。また，甲，乙がともに当るのは幾通りか。

このように考えると，

$$\text{甲の当る確率}=\frac{\text{甲の当る場合の数}}{\text{場合の総数}}$$

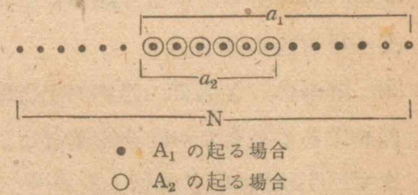
$$\begin{array}{l}\text{甲が当ったとし}\\\text{て乙の当る確率}\end{array}=\frac{\text{甲，乙ともに当る場合の数}}{\text{甲の当る場合の数}}$$

であって，甲，乙ともに当る確率は，この二つの確率の積に等しいことがわかる。

一般に，ある條件のもとで起り得る二つの事柄 A_1 と A_2 があって，A_1 の起る確率が p_1，A_1 がすでに起って，なお A_2 の起る確率が p_2 であるとする。この條件のもとで，A_1，A_2 がともに起る確率 p は，p_1 と p_2 の積に等しい。すなわち，

$$p=p_1\cdot p_2$$

問17. 起り得る場合の数をNとし，そのうち，A_1 の起る場合の数は a_1，A_1 が起ってなお A_2 が起る場合の数は a_2 であるとする。この時には，p_1，p_2，p はどんな式で書けるか。また，これから，上に述べたことが正しいことを確かめよ。



問18. 問15の場合の確率を，上の関係を使って計算せよ。

問19. 乙の当る確率はどれだけか。また，甲の当る確率と比べよ。

問20. 15本のうち5本が当りであるくじがある。このくじを甲，乙が順に1本ずつ引く時に，甲の当る確率はどれだけか。また，乙の当る確率はどれだけか。

くじ引きで，最初に引いた人が当ったか当らなかったかがわかると，2回目に引く人が当る確率は，最初に引く人が当る確率よりも小さくなったり，大きくなったりする。しかし，最初に引く人が引かない時には，最初に引く人が当る確率も，2回目に引く人が当る確率も同じである。

問21. 10本のうち1本が当るくじを，甲，乙，丙の順に1本ずつ引く時に，3人の当る確率はいずれも.1である。これを計算によって確かめよ。

問22. 一組52枚のトランプから，1枚ずつ続いて2回取り出す時，2枚とも絵札である確率を求めよ。

問23. 前問の場合で，はじめに取り出した札を元にかえして，きりまぜてから2回目を取り出すものとすれば，確率はどれだけか。

上の場合に，2回目に絵札の出る確率は，1回目にどんな札が出ても変らない。このように，二つの事柄 A_1, A_2 があって，事柄 A_1 が起るか起らないかが，事柄 A_2 の起る確からしさに関係がない時に，二つの事柄 A_1 と A_2 は**互に独立である**という。

問24. 次の二つの事柄は独立であるか。

(1) 甲，乙二つのさいころを投げる時，甲の1の目の出ることと，乙の1の目の出ること。

(2) 1組のくじを続けて1本ずつ引く時，はじめに当ることと，2回目に当ること。

(3) 甲，乙二組のくじを1本ずつ引く時，甲のくじに当ることと，乙のくじに当ること。

(4) 一つのさいころを投げる時，1の目の出ることと，2の目の出ること。

二つの事柄 A_1 と A_2 とが互に独立である時には，A_1 の起る確率を p_1，A_2 の起る確率を p_2 とすれば，二つの事柄 A_1，A_2 がともに起る確率 p は，p_1 と p_2 との積で表わされる。すなわち，

$$p=p_1 \cdot p_2$$

問25. 上の関係が成り立つことを説明せよ。また，この法則と問17の前に述べた法則との違いを調べよ。

問26. 二つのさいころを投げる時に，ともに1の目の出る確率はどれだけか。

問27. 一つのさいころを3回投げる時に，3回とも1の目の出る確率はどれだけか。

問28. 二つのさいころを投げる時，1の目と2の目の出る確率はどれだけか。

問29. 上の場合，同じ目の出る確率はどれだけか。

問30. 5人の友だちがいる時，それらの人が今後10年間に死ぬ確率は，いずれも8%であるとする。5人ともそろって10年間生きている確率はどれだけか。また，1人だけ死ぬ確率はどれだけか。

問31. 甲，乙2組のくじがあって，甲の当る確率は10%，

乙の当る確率は5%である。甲に当った人は乙を引くことができ，乙に当ると 1,000 円の賞金がもらえる。甲のくじを1本引く時に期待できる金額はいくらか。

問32. 甲，乙の順にさいころを1回ずつ投げて，1の目が出ると相手から a 円をもらう約束をした。甲と乙との間に損得があるかどうかを考えよ。

問33. 甲のくじは10本のうち3本は当りくじで，当ると10円もらえる。当らない時には乙のくじを引くことができる。乙のくじは10本のうち1本は50円の当りで，4本は10円の当りである。甲のくじに当る方がよいか，当らない方がよいか。また，甲のくじを1本引く時の期待金額はいくらか。

3. 正しいさいころと正しくないさいころ

個々の場合については，確からしさのとらえようのないことでも，多数のものについて調べると，その確からしさを確率によって表わすことができた。また，ある場合には，推論によって，確率の大きさを計算することができた。

しかし山田君という特定の個人について，なお実際に1年間生きるかどうかについては，その確からしさを確率でいうことはできない。山田君と同じ年齢の人，同じような状態の人を多数考える時にだけ，意味がある。このように確率は，ただ一つのことや，繰り返すことのできないものについては，意味のないものである。同じようなものがたくさん観察される場合や，同じことを繰り返しおこなうことができる場合にだけ，確からしさを保証するものである。

統計的確率が確からしさの保証として信頼できるためには，その資料が適切で，信頼のおけるものでなければならない。資料が適切であることは，資料の数の多いことと同じではない。たとえば，表日本の冬期における晴雨の日数を推定するのに，日本の各地で調べた資料をみんなとることは，適切とはいえない。條件の違うものもはいってくるから，確からしさの推定には役に立たなくなる。また，これと反対に，資料の数の少ない時には，偶然に，偏った資料が集まることも考えられる。したがって，それから求めた統計的確率は，確からしさの保証としての信頼が薄くなる。たとえば，ある土地の5月における降雨日数を推定するのに，前年の資料だけを用いるとする。前年は，たまたま，雨の多い年であったかもしれないから，これから推定したものは，あまり確かであるとはいえない。

このように，統計的確率では，どんな資料を用いるか，また，それから計算した確率の信頼の度合などについて，深く考えてみなければならない。適当にとった資料から得られる統計的確率は，生命現象や社会現象の研究などの多くの方面で，私たちの役に立っている。

数学的確率は推論によって導かれたものである。しかし，

その結果は実際の事柄について，いつでも信頼できるものであろうか。たとえば，あるさいころを3回投げた時，続いて3回とも1の目が出たとする。私たちはこのさいころの正しさについて疑問を持つだろう。いいかえると，推論によって確からしさが保証されている時に，現実の経験がこれとくい違ってきたとする。この場合には，推論の途中に誤りがなければ，推論の根拠に対して検討する必要がある。

問34. さいころについての確率を計算する時に，その根拠として，どんなことを仮定したか。

問35. さいころを3回投げる時，3回とも1の目の出る確率はどれだけか。

問36. 上の場合に，目が 1, 4, 3 の順に出る確率はどれだけか。

3回とも1の目の出る確率は約 .5% であるから，3回とも1の目の出ることは，決して起り得ないことではない。しかし，平均して 1,000 回のうちに5回ぐらいしか起らないと考えられることであるから，きわめてまれにしか起らないことであるといえる。

では，3回とも1の目が出た時，私たちの推論の根拠が，このさいころに対しては，適当でなかったといえるだろうか。すなわち，このさいころでは，特に1の目が出やすいくせがあるものと判断してよいであろうか。問36によれば

目が 1, 4, 3 の順に出る確率もやはり約 .5% である。しかし，このような目の出かたをしたからといって，そのさいころの正しさを疑う人は，おそらくないであろう。このように，同じ確率を持っている事柄でありながら，その一方が起れば変だと思い，他方が起ればあたりまえだと考えるのはなぜだろうか。実は，一方は 1, 1, 1 と同じ数が3回続いて出たから変だと感じたのであって，2, 2, 2 と出ても 3, 3, 3 と出ても，同じように変だと感ずるであろう。他方は，1, 4, 3 とちがった三つの数が出たから，変に感じなかったのである。この理由について，さらに考えてみよう。

問37. さいころを3回投げる時，3回とも同じ目の出る確率はどれだけか。

問38. 前問の場合に，3回とも違った目の出る確率はどれだけか。

3回とも同じ目の出る確率は約3%であるから，きわめてまれであるとはいえなくても，かなりまれにしか起らないことである。したがって1の目が3回続いて出た時には偶然に起ったものと考えるより，このさいころには1の目が出やすいくせがあると考える方が適当であろう。「どの目の出る確率も等しく $\frac{1}{6}$ である。」という仮定に合うさいころを正しいさいころとするならば，このさいころは正しくないものと判断してもよいであろう。

これに反して，3回とも違った目が出る確率は約56%で

あるから，このようなことはしばしば起ると考えられる。その一例として，1, 4, 3の順に目の出ることもあり得るわけである。したがって，1, 4, 3の順に目が出ても，さいころの正しさについては問題が起らないのである。

しかし，確率が3％であることは，かなりまれにしか起り得ないと予想されることを示すが，それでも100回につき3回ほどの割合で起り得ることである。このまれなことが，偶然1の目で現われたものとみることもできよう。だから，このさいころが正しくないことをもっとはっきり確かめるためには，さらに実験してみる必要がある。

問39. さいころを4回投げた時，4回とも同じ目の出る確率はどれだけか。

問40. さいころを5回投げた時，そのうち4回は同じ目の出る確率はどれだけか。

上の計算からわかるように，さらに続けてそのさいころを振ったら，4回目か5回目にまた1の目が出たとする。こうなれば，そのさいころは正しくないものと判断しても，だいたい，誤りはないものと考えられる。

このように，確率を用いる場合には，結論が，現実の事柄と調和するかどうかを調べなければならない。現実が結論によって説明できにくい時には，その推論の途中に誤りがなければ，推論の根拠について考え直さなければならない。さいころが正しくないということは，いいかえると，

そのさいころに対しては，どの目の出ることも同じように確からしいとしたその仮定が，正しくないものともいえる。

さいころの場合には，それが正しくないものとして，とりかえることができる。しかし，現実の社会現象や自然現象の研究においては，推論の根拠を正しいものとし，現実を正しくないものとして捨てることはできない。また，それでは，正しいものの見方であるともいえない。推論の根拠を，現実の説明にうまく適合するように改めていくことこそ，正しい態度である。これでこそ，現実の社会現象や自然現象に対する予想を，より確かなものにすることができるのである。また，私たちの生活は，健全なものとなるのである。

問題練習 3.

1. 次の値を求めよ。

(1)　${}_{15}P_3$　${}_{20}P_4$　${}_{23}P_2$　${}_{8}P_4$　${}_{7}P_7$

(2)　${}_{10}C_4$　${}_{25}C_3$　${}_{12}C_{10}$　${}_{18}C_{15}$　${}_{48}C_{47}$

2. 一つのさいころを，続けて3回投げる時に，目の和が9となる場合は，みんなで，幾通りあるか。

3. トランプの中から，かってに4枚をとった時，次の場合が起る確率は，それぞれどれだけか。

(1)　4枚とも絵札である。

(2)　2枚はダイヤで，他の2枚はスペードである。

(3)　ダイヤ・ハート・スペード・クラブが，それぞれ1枚ずつである。$\frac{1}{13}$

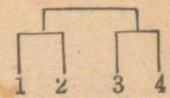
4. 電車は15分ごとに発車している。ある駅についてから，5分以内に電車がくる確率を求めよ。

5. 20本のうち，6本が当りであるくじと，10本のうち，3本が当りであるくじとがある。2本引いて2本とも当る確率は，どちらが大きいか。また，2本引いて1本だけ当る確率についてはどうか。

6. 20歳の友だちが5人いる。このうち，少なくとも4人が50歳まで生きている確率はどれだけか。50ページの表を用いて計算せよ。

7. 力の等しいと考えられる四つのチーム A, B, C, D

が右に示したトーナメントで試合をする時に，A, B が優勝試合をおこなう確率を求めよ。ただし，最初の組合わせは，くじびきできめるものとする。



8. あるくじでは，50万本につき，右のような賞金をつけてある。このくじを1本引く時の期待金額はいくらか。

1 等	100,000円	10本
2 等	5,000円	40本
3 等	100円	500本
4 等	20円	10,000本

9. 袋の中に10個の球がある。そのうち3個は赤である。この袋から，3個の球を取り出す時に，

(1)　赤球が全然出ない確率はどれだけか。

(2)　赤球が1個出る確率はどれだけか。

(3)　赤球が2個出る確率はどれだけか。

(4)　赤球が3個出る確率はどれだけか。

(5)　この袋から3個を取り出す場合，その中に赤球は何個あると期待できるか。

10. 親子くじがある。親くじは，1,000本のうち，1等50本，2等150本であって，これに当れば子くじを引くことができる。1等には，さらに，100円の賞金がついている。子くじは，200本のうち，1等は10本，2等は100本で，その賞金は，それぞれ，1本につき，1,000円，100円である。親くじを1本引く時の期待金額はいくらか。

問題練習 4.

1. 次の表は，昭和14年度における茶（紅茶と綠茶）の產額を示したものである。

⑴ この年の世界の茶の總產額はどれだけか。

⑵ 各國の產額は，世界の總產額のそれぞれ何パーセントに当るか。

⑶ 上で求めた割合をグラフに表わせ。

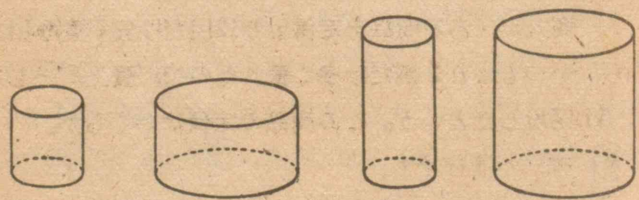
世界の茶の產額

國名	產額（千トン）
日本	57.5
中國	248.0
インド	217.4
セイロン	103.4
東インド	83.8
ソ連	11.2
その他	22.6

（日本國勢図会による）

2. 酒2升と茶5斤，茶4斤と砂糖16斤，砂糖10斤と米5升とは値段が同じであるという。酒6升は，米どれだけに当るか。

3. かん詰が四つある。(*b*)は(*a*)と高さが等しく，直径が2倍で，(*c*)は(*a*)と直径が等しく，高さが2倍である。(*d*)は高さも直径も(*a*)の2倍である。(*a*)，(*b*)，(*c*)，(*d*)の

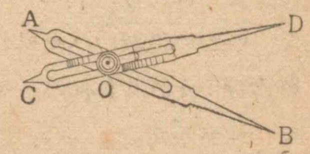


(*a*)　　(*b*)　　(*c*)　　(*d*)

表面積及び体積の比を求めよ。

4. 昭和23年8月の日銀券発行高の増加高は，約128億円であった。これとその前月に増加した分との比は約1.2である。この割合で12月末まで進むとすれば，8月以降年末までに，どれだけ増加することになるか。

5. 右の図は，比例コンパスといわれるもので，図形を一定の割合に拡大したり，縮小したりするのに用いられる。図で，O の位置は自由に変えることができる。図形を3倍に拡大する時には，AO : OB，及び CO : OD がどれだけになるようにすればよいか。また，2.5倍にする時には，どれだけにすればよいか。



6. 甲，乙二人の打者の成績を比べたら，打数は甲の方が11本多く，安打は乙の方が1本多くて，甲の打率は .25，乙の打率は .28であった。二人の打数と安打の数はどれだけか。ただし，打率は，安打の打数に対する割合である。

7. 商人が，ある商品を定價より12円だけ安く賣り出したら，いつもより2割だけ多く賣れたので，賣上高としては11％増したという。この商品の定價はいくらか。

8. 次の計算をせよ。

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4} \qquad \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4} \qquad 1\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}$$

$\frac{5}{12}+\frac{7}{24}\div\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$ $\left(\frac{5}{12}+\frac{7}{24}\right)\div\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$

$\frac{3}{7}\div\frac{1}{14}+\frac{13}{14}\times\frac{7}{13}$ $2\frac{1}{3}-1\frac{3}{4}+\frac{7}{24}\div\frac{5}{8}$

$\left(\frac{5}{12}-\frac{7}{24}\right)\times\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ $\left(\frac{3}{7}\div\frac{1}{14}-\frac{13}{14}\right)\times\frac{7}{13}$

$\frac{2}{3}\div\left(\frac{5}{12}-\frac{7}{24}\right)-1$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$

9. 次の計算をせよ。

(1) $3.5x-2.3x$ $2.4x+7-1.2x+4$

$21.1a-9-1.3a$ $\frac{7}{8}p+2-\frac{3}{4}p$

$-2.2x+.8x-3.1x$ $-5x-2x+3x$

(2) $2x\times3y$ $4x\times(-7y)$ $5a\times(-8a)$

$6a\div2a$ $12a\div4a$ $5m\div3m$

$\frac{2}{3}\times\left(-\frac{2}{5}n\right)$ $\left(-\frac{ab}{3}\right)\times\frac{a}{2}$ $\frac{7}{8}ab^2\times\left(-\frac{4}{5}a^2b\right)$

$\frac{3x^3}{2y}\times(-6y)$ $\frac{3a}{b}\times\frac{b^2}{5a}$ $\frac{12ab^2}{3c}\times\frac{5a}{3b}$

(3) $\frac{9ab}{3b}$ $\frac{a^2bc}{ab^2c}$ $-\frac{24m^2n}{8mn^2}$

$\frac{27p^4q^3}{x}\times\frac{x^2}{-9p^2q^3}$ $\frac{-72a^3}{bc}\div\frac{8a}{b^3c^5}$

(4) $\left(\frac{-ab}{x^2y}\right)^2\times\left(\frac{-3y}{ab^3}\right)\div\left(\frac{y}{b^2}\right)^2$

$\left(\frac{a^2b}{-xy}\right)^2\div\frac{ab^3}{2x}\div\left(\frac{-y}{4b^2}\right)^2$

第三課　確からしさと統計

私たちが，自分一家や社会・國家の將來を考えて計画をたて，合理的に仕事をすすめていくためには，その推論の根拠が実際的でしかもできるだけ確かなものでなければならない。來年の家計の予算をたてるには，今までの家計の決算や物價の変動などの研究がもとになり，火災警報を出すには，空氣の濕度や風速と火災件数との関係についての調査がもとになる。主食の配給計画には，前年の主食の收穫量の調査がもとになり，日本経済の復興計画には，現在までの日本の産業・金融・人口などの調査がもとになる。しかもこれらの根拠となるものは，数量的にはっきりしておらなければ，あまり役に立たない。たとえば，空氣がかわけば火災が起りやすいというだけでは，どんな狀態の時火災警報を出したらよいかがきめられないし，今年は昨年より米が多くとれたというだけでは，主食増配の量がきめられない。そこで，私たちは，いろいろなことを調査して，それを数量的にまとめる研究をする必要がある。これが，これから研究しようとしていることである。

國民が，國の政策を理解し，これに協力したり，これを改善したりするために，政府やその他の機関は，ずいぶん手数をかけて，いろいろな統計資料を発表している。私たちは，これらの資料を，自分の生活の上に，社会の改善の

ために，うまく利用しなければならない。もし適当な資料がない場合には，自分らの手で有効な資料をつくって利用しなければならない。資料を集め，これを整理して，必要な結果を求めるにはどうしたらよいか。これを他人に傳えるにはどうしたらよいか。資料が得られた時に，それを調べるにはどんな見方をしたらよいか。これからこのような問題について研究してみよう。

第五章　資料の集め方と整理

1. よい資料

私たちは，いろいろな問題を研究する時，官廳その他の機関で調査した資料を利用することが多い。このようにすでに集められている資料を利用するには，どんな点に注意したらよいだろうか。

まず第一に，自分の研究目的に対して適切な資料を手に入れることが必要である。たとえば，ある都市の人口を調査しようとしたとする。調べ方によって，次のようにいくつかの場合が考えられるから，そのうちのどの資料が最も適当であるかを考えなければならない。

(1) ある日の眞夜中，たとえば昭和22年10月1日午前0時に，その都市にいたすべての人の数を調べたもの。

(2) 人々が仕事に出ている時間，たとえばある日の正午に調べた実人口。

(3) 役所の帳簿によって調べた人口。

(4) 食糧公團の配給台帳によって調べた人口。

問 1. 大きな都市では，上の四つの資料による人口はかなり違った数が出るだろうと思われる。それはどんなわけか。また，(1) (2) (3) (4) のうちで，どの人口が一番多く，どの人口が一番少ないと予想されるか。

問 2. これらのものが全部調査できるものとすると，次

の問題では，それぞれどの資料が最も適当か。

⑴　その都市の住宅の数が，人口に対して十分であるかどうかを研究する。

⑵　主食配給所の位置や数が適当かどうかを研究する。

⑶　住宅区域・商業区域・工場区域の配置や交通施設が適当であるかどうかを研究する。

問 3. 失業者が多いことは，社会の不安を増し，個人の生活をおびやかすといわれる。このような不安を除くために失業者の数を調べるには，次の資料のどれが一番よいであろうか。

⑴　この一年間に会社や工場を解雇された人の数。

⑵　公共職業安定所に求職を申し込んだ人の数から，実際に就職できた人の数を引いたもの。

⑶　働くことのできる人で，現在何も仕事をしていない人の数。

このようにして目的に合った資料が得られたならば，次にはその資料が信頼できるものかどうかを調べなければならない。そのためには，次の事柄に注意するがよい。

⑴　誰が計画をたてて，調査したか。

⑵　どんな時期に調べたか。

⑶　どんなところで，どんな範囲について調べたか。

⑷　調べる事項をどうきめてどんな調査票を用いたか。

⑸　どんな方法で調べたか。

問 4. 統計資料には，官廳の調べたもの，新聞社の調べたもの，個人で調べたものなどいろいろある。一般的にいって，次の点からみると，どれが信頼できるだろうか。

⑴　調査に必要な資材や人員のそろっている点。

⑵　調査の整理に必要な資材や人員のそろっている点。

⑶　特別な目的のために，結果がゆがめられていない点。

日ごろから調査を目的としている官廳その他のところで，調査の仕事になれていて，十分な設備・費用・人員をもっているところの調査は，それだけ信頼度が高いはずである。また，ある政策や主義主張などに関係なく調査したものの方が，信頼度が高いはずである。実際について調べてみよう。

官廳などに資料をもらいにいった場合に，いつも誰にも同じものをくれるだろうか。その際に，資料の集め方や整理の仕方などについて，説明してもらうとよい。

問 5. ある地方に定住している人口を調べるのに，次のどちらの時期に調べた資料が適当と考えられるか。

⑴　出かせぎ・帰省などによる臨時移動の少ない時期。

⑵　調査する人が仕事のしやすい時期。

問 6. 表日本と裏日本の雨量の比較をしようと思って，次の土地の雨量を調べた。これでよいであろうか。

廣島，岡山，神戸，和歌山，名古屋，富山，金沢，新潟，秋田，弘前。

問 7. 都市と農村の結核患者数を比較するのに，都市の

例として東京都・大阪府をとり，農村の例として青森縣・宮崎縣をとるといったように府縣單位でとるのと，市や村を單位としてとったのとどちらが適當であろうか。

問 8. 調査事項をきめ，調査票をつくる場合に，次の三つの注意が必要であるといわれている。なぜだろうか。

(1) だれにでも容易に答えられること。

(2) 何を答えればよいかがはっきりしていること。

(3) 正直にこころよく答えられること。

問 9. 財産や收入についての調査で，次の二つの資料があるとすれば，どちらの信頼度が高いだろうか。

(1) 課税の申告書から集計したもの，

(2) その人の利害に直接関係した目的には，決して流用しないことを保証して調査したもの。

問10. 次の資料は，1926 年 12 月 17 日に，ソビエットでおこなった人口調査の年齢別人口表の一部である。

ソビエット連邦年齢別人口の一部（1926年12月17日現在）

年齢	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
男	892,685	297,886	464,911	380,091	307,800	650,405	423,248	302,973	311,938	198,215	773,835
女	1,281,665	269,702	454,087	370,379	321,909	897,604	467,078	356,495	386,539	210,592	1,147,725
年齢	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
男	187,979	294,568	264,141	188,480	454,934	221,472	224,812	165,403	90,712	378,630	
女	179,863	311,207	279,483	208,125	638,144	221,308	250,182	196,329	100,992	625,194	

（統計学汎論による）

この表で見ると，50歳，55歳，60歳，65歳，70歳の人口がその近くの年齢の人口よりも急に增している。なぜだろうか。

問11. 何か大きな事件が起ると，新聞社は，有名な人たちからその事件に関する感想を集めて，これを新聞紙上に発表することがある。この場合に，その意見が國民の世論であるといってよいであろうか。また，それはどんな人たちの代表的意見とみることができるか。最近の実例について考えてみよ。

調査事項がきまった場合に，それを全部について調べないで，一部について調べ，それで全体を推測することがある。このような時には，この一部の資料が全体を代表しているかどうかについて注意しなければならない。

2. 資料の集め方

研究する問題によっては，今までに資料が集められていなかったり，あっても不十分であったりすることがある。このような時には，自分で資料を集めなければならない。この場合にも，研究目的に適した，信頼できる資料を得るためには，前の節で考えた注意事項はたいていそのまま役に立つ。実際調査の計画をたてる時には，いつでも，「だれが，どんな事項を，いつ，どこで，どんな方法で，調査するか。」を，はっきりきめてかからなければならない。

問12. 最近おこなわれた國勢調査について，上の五つの事項がどうなっていたかを調べよ。

私たちは次の問題についての資料を集めてみよう。

学校の始業時刻は，あまり早すぎては遠くから通学する人が困るし，遅すぎては朝の時間がむだになり，帰りが遅くなって困る。そこで大部分の人に無理のないように，しかも，なるたけ早く課業がはじめられるように，始業時刻をきめたい。どんな資料を集めて判断したらよいだろうか。

木村君の学校の生徒は，電車や自轉車を利用して通学しているものもあるが，多くは徒歩で通学している。電車は15分ごとにくる。始業時刻を7時から9時までの間で，みんなの通学につごうがよく，しかも，なるたけ早くしたい。そのためにどんな資料を集めたらよいか。私たちも，このような調査について話し合ってみよう。

問13. 下の項目は，木村君たちが話し合いできめたものである。

(1) 自分の起床時刻	一週間の平均	(休日は除く)
(2) お母さんの起床時刻	〃	(〃)
(3) 家を出る時刻	〃	(〃)
(4) 通学に要する時間	〃	(〃)
(5) 家に着く時刻	〃	(休日と土曜日を除く)
(6) 徒歩か，自轉車か，電車か		
(7) 自分の家のある場所		

私たちの学校で調査するとしても，これだけの調査が必要か。このほかに調査する項目があるかについて話し合ってみよ。

問14. 上の調査はどんな時期に，どのくらいの期間にわたって調べたらよいであろうか。

問15. この調査は，学校で生徒にきいて調べるか，または各家庭にいって調べるか。この二つの方法の長短について考えてみよ。

問16. どんな方法で調べたら，最も信頼できる結果が得られるだろうか。次の各項について考えよ。

(1) 調査用紙には，どれだけの事項をどんな順序に書くようにするか。

(2) 学校全部の生徒について調べるか。または，一部の生徒について調べて全体の代表とするか。

(3) 後の場合に，どれくらいの生徒をどんな方法で選んだらよいだろうか。

(4) 調査票に記入するのは，クラスのものが手分けをしてきいて記入するか。答えるものに自分で書いてもらうか。

(5) 人に記入してもらうとすれば，記入事項がはっきりしていてだれにもわかりやすく，でたらめやまちがいの記入がないようにしなければならない。そのために調査票をつくる時，どんな注意がいるか。

(6) 調査票の用紙は何枚必要か。その集計はどのようにしておこなうか。集計に必要な用紙は何枚か。全体で費用はだいたいいくらかかるか。

3. 統計の整理

木村君たちは，全校生徒について調査することとし，調査日の2週間前に全校生徒に調査のことを知らせ，その準備を頼んでおいた。調査日には，木村君のクラスのものが手分けをして各クラスにいって，各生徒に直接にきいて調査票に記入をした。この結果を整理して，適当な始業時刻をきめようというので，これから整理にとりかかる。私たちも木村君たちといっしょに考えてみよう。

木村君たちの学校の生徒数は350人であるが，実際に調査ができたのは335人分であった。

調査事項の中で，(1)から(6)までのように，結果が数で表わされるものの整理を先に考えよう。ここでは，通学に要する時間について考える。

問17. 木村君のクラスの報告によると，通学に要する時間は近い者で5分から，一番遠い者で1時間50分まであった。この間の時間を約10個の区間に分け，しかも各区間の中央の時間が計算に便利な数になるようにするには，どんな分け方をしたらよいか。

木村君たちは次のように，区分して整理をした。

通学に要する時間

通学時間	5分	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	計
人数		2	6	28	82	78	63	32	18	7	17	2	335

この区分をする時に，さかい目のものは，どちらに入れるかを，はじめに考えておく必要がある。くわしい測定などによって得られたものであるような場合には，一番下の位の半單位のところで切る。これはさかい目に落ちる数が少なくて，便利だからである。

調査票を調べて，各区間に落ちる人数を数える時には，「正」を書いたり，「𝍸」を書いたりして記入し，数えおとしや重複がないようにしなければならない。

集計の終ったものは，これを一つの表にまとめる。この場合に，次の点に注意する必要がある。

(1) 表題をはっきり書く。

(2) 書き込んだ数字が見やすいようにくふうする。

(3) 脚註に，調査の日時，場所，調査した人，その他の注意事項を書く。

(4) 表中の空欄には——をひく。ふつう——は，その欄に当るものがないことを示す。その欄に当るものがあるはずであるが，不明の場合には？，他の数に比べてその数があまり少なくて，表に出てこなかった時は0を書く。

木村君のクラスでは，調査の結果を次の通りに整理した。

(1)　自分の起床時刻（1週間の平均，休日を除く）

時刻	5時00分	5.20	5.40	6.00	6.20	6.40	7.00	7.20	7.40		計
人数		1	12	23	96	113	67	18	5		335

整理者　木村・山本

(2)　母の起床時刻（1週間の平均，休日を除く）

時刻	4時00分	4.20	4.40	5.00	5.20	5.40	6.00	6.20	6.40	7.00		計
人数		5	23	70	132	80	12	11	—	2		335

整理者　大山・木下

(3)　家を出る時刻（1週間の平均，休日を除く）

時刻	6時00分	6.20	6.40	7.00	7.20	7.40	8.00		計
人数		2	18	52	148	113	2		335

整理者　山田・木川

(4)　通学に要する時間（1週間の平均，休日を除く）

時間	5分	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	計
人数		2	6	28	82	78	63	32	18	7	17	2	335

整理者　山下・川上

(5)　家に着く時刻（1週間の平均，休日と土曜日を除く）

時刻	3時40分	4.00	4.20	4.40	5.00	5.20	5.40	6.00	6.20	6.40	7.00		計
人数		4	12	30	133	98	42	6	5	3	2		335

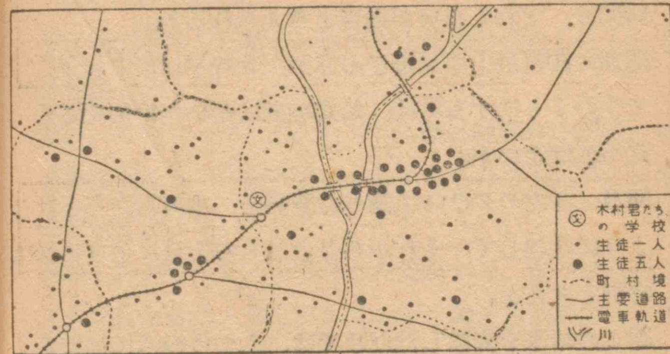
整理者　上山・村田

(6)　通学方法

	徒歩	自轉車	電車	計
人数	202	52	81	335

整理者
小山・西川

(7)　自分の家のある場所



備考

調査日　昭和24年9月10日——16日の一週間の平均（ただし休日を除く，家に着く時刻の場合には土曜日も除く）学校の始業時刻は，午前8時，終業時刻は午後3時ないし4時（ただし土曜日は正午に終る）

調査場所　○○高等学校の全通学区にわたり，全生徒について調査する。

通学方法整理につき注意　ある道のりを徒歩で歩きそれから電車を利用する者は，電車利用者中に数えた。

調査者　○○高等学校△△学級生一同

問18. 木村君たちが整理した(1)——(6)の表には，必ず終りに計335人が書いてある。これはどんな役にたつか。

問19. 上の表によると，お母さんたちは，平均して何時に起床されるか。生徒は平均して何時に家を出るか。お

母さんたちが起床せられてから，生徒が家を出るまでの時間は，どれくらいが適当と考えられるか。

問20. 80%以上のお母さん方が，5時半以前に起きないですむようにするには，始業時刻はだいたい何時ごろに定めればよいか。

問21. 各自のクラスで調べた資料を，木村君たちと同じように整理して，それから自分たちの学校に適する始業時刻を考えよ。

調査の結果を表にしただけでは，ふつうの人にはわかりにくいし，また，調べるにも不便である。

調査によって得られた結論を人に説明したり，調査の結果の概略をはっきりつかんで研究したりするには，これをグラフに表わすのも一つの方法である。

問22. グラフにはどんな種類があるか。

(1) 大きさを直接に図の上で比べることのできるように表わすグラフには，どんなものがあるか。

(2) 大きさよりも，相互の比率を主にして表わすグラフには，どんなものがあるか。

(3) 体温などのように時間とともに変る量の変化のようすを示すグラフには，どんなものがあるか。

問23. 学校の通学区域を示す地図の上に，各町村ごとの生徒数を書き表わしたい。どのようにすればよいか。各自のクラスで調査した資料にもとづいて，この地図をつくれ。

各区域に関係した量を，地図の上に書き表わしたものを**統計地図**という。

問24. 次のページに示したものも統計地図の一種で，放送管区別のラジオ聴取者数を示したものである。この地図を読んでみよ。

問25. 各自のクラスで調査した資料から，次の二つのことを学校全体の人々にわかりやすく傳えるためには，どんなグラフを書けばよいか。また，それを書け。

(1) 通学に要する時間は，どんなになっているか。

(2) お母さんが起床されてから，生徒が家を出るまでの時間は，どれくらいになっているか。

問26. 次の資料及び 99 ページの資料を適当なグラフによって表わせ。

(1) 産業別賃銀（昭和22年7月分）

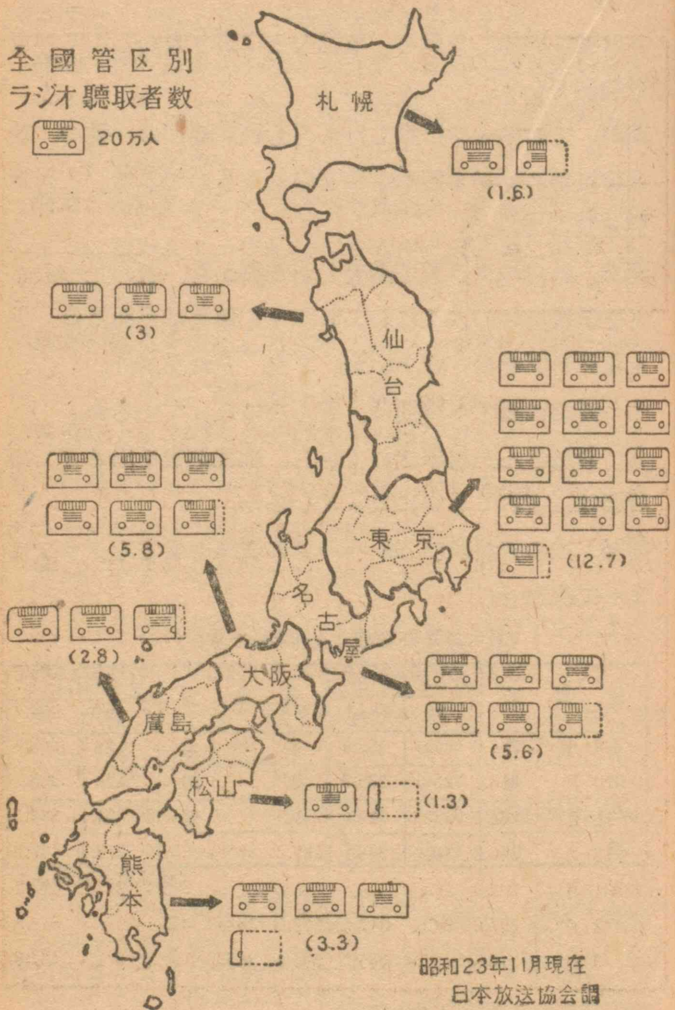
産業別	一人一日当り平均現金給與額(円) 男	女	産業別	一人一日当り平均現金給與額(円) 男	女
全産業	81.56	35.27	交通業	78.52	50.36
工場	76.36	33.15	商業	74.29	35.91
ガス・電氣・水道	88.52	51.38	船舶	61.11	—
鉱山	92.71	41.87			

（総理廳統計局調）

問27. 東京と大阪の，生活費を比べるのに，

(1) 家計簿をつける世帯を一定の條件のもとにとった資料（経済安定本部の家計調査）

全國管区別
ラジオ聴取者数



昭和23年11月現在
日本放送協会調

(2)　勤労者家計調査（昭和22年7月）

収入	実収入	12,337.08	支	住居費	360.41
	その他	6,965.58		光熱費	359.00
	合計	19,302.66		被服費	990.40
支出	主食物費	3,051.06		その他	2,976.45
	副食物費	2,174.33		実支出外支出	7,949.51
	調味料その他	1,441.50	出	合計	19,302.66

世帯人員平均4.4人　（東京都調）

(3)　東京都消費者價格指数

（昭和21年8月——22年3月平均指数＝100）

年	月	総指数	主食	副食	食料計	衣料	光熱	住居	その他
22	3月	138.8	134.0	143.1	140.1	149.2	114.8	129.4	138.4
	4月	140.6	111.8	147.1	134.9	162.0	115.9	136.2	163.0
	5月	173.6	195.7	162.4	171.1	211.8	133.9	150.8	173.7
	6月	205.6	258.7	183.8	207.6	247.5	152.7	172.6	195.3
	7月	242.5	363.7	190.6	245.2	276.1	251.9	160.1	235.3
	8月	229.3	264.7	204.7	224.5	247.5	251.9	162.2	253.4
	9月	254.0	245.4	230.9	236.0	284.3	328.8	197.2	340.4
	10月	263.8	244.3	236.8	240.0	329.9	345.2	192.5	363.1
	11月	268.1	282.3	222.4	241.9	320.5	360.6	204.1	392.0
	12月	290.3	341.5	236.1	267.2	330.9	353.4	218.3	412.2
23年	1月	294.3	290.2	249.6	263.1	372.4	375.4	212.8	437.2
	2月	307.0	340.5	247.6	276.2	387.7	353.8	237.8	412.5
	3月	312.3	407.9	245.2	290.8	347.3	326.8	241.1	452.6

（総理廳統計局調）

(2) 家計簿をつける世帯を任意に選んでとった資料（総理廳統計局の消費者價格調査）

とで，どちらが役に立つか。各自にその方法を調べてから考えよ。

問28. 東京と大阪とで，收入の同じ人が，どのように金を使っているかを比べるには，上のどちらの資料が適当であるか。

問29. 次は，わが國の人口の累年統計の一部である。大正8年にはじめて，一せい國勢調査がおこなわれ，それまでの人口は，出生，死亡の届出の累計によって計算したものである。このことは，次の表のどんなところにあらわれていると思うか。グラフを書いて調べてみよ。

わが國の総人口

年次	人口	年次	人口
明治30年	人 43,228,863	大正9年	人 57,918,662
〃 35年	46,042,769	〃 11年	59,459,773
〃 40年	48,821,096	昭和2年	64,001,061
大正元年	52,524,227	〃 7年	68,925,323
〃 6年	56,337,448		

（総理廳統計局調）

第六章　統計の見方

1. 資料の示す傾向

私たちは，「今年は去年よりも暖かい。」とか，「生徒の体位が次第によくなった。」とかいうことがある。これは，毎日の氣温だけを調べてのことではない。また，一人一人の身長や体重だけを調べてのことでもない。今年の氣溫の傾向と，去年の氣温の傾向とを比べてのことであろう。また生徒の身長や体重などの傾向を比べてのことであろう。

また，私たちは，「今日は暑い。」とか，「あの人は背が高い。」とかいうことがある。暑いとか，高いとかいえるのは，何かと比べてのことである。もしも「今日は暑い。」と判断したのは，例年に比べてのことであるとする。いわば，何年間かはわからないにしても，何年間かにおけるこのころの氣溫の傾向と比べて，今日の氣溫が高いと判断したのである。また，「あの人は背が高い。」と判断したのは，一般の成年女子に比べてのことであったとする。いわば，一般の成年女子の身長の傾向と比べて，あの人は背が高いと判断したのである。

このような比較ができるためには，その傾向を数として表わすことが必要である。いうまでもなく，これは資料によって定まるものであり，資料の傾向として定まるものである。

資料の傾向をどうしてとらえるか。これがこれからの研究問題である。

問 1. 上の例のように，傾向をぼんやりと考え，これを用いていることがある。このような例を日常の会話の中から集めよ。その場合に，どんな資料についての傾向を予想しているか。これについてみんなで話し合ってみよ。

私たちの友だちについて，背が高いとか低いとかを判断するには，まず，わが國の18歳の男子として背が高いというのか，また，この組の生徒として背が高いというのかを考えなければならない。

問 2. 18歳の日本人としてと考える時には，判断するためにどんな資料が必要であるか。また，この組の生徒として考える時には，どんな資料がいるか。

組の生徒として高いか，低いかを判断する場合について考えよう。この場合に，組の者の身長の傾向を数によって示す必要がある。どんな資料によって，どんなに処理すれば，その数が得られるかについて考えてみよう。

右の表は，ある組の生徒の身長について調べた資料を整理したものである。

身長の度数分布表

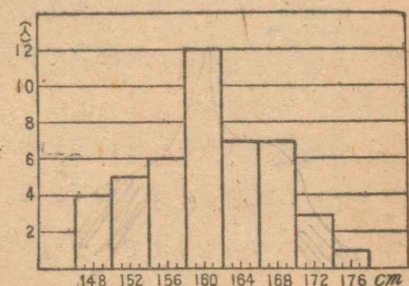
身　　長	人数
148 (146cm以上 150cm未満)	4
152	5
156	6
160	12
164	7
168	7
172	3
176	1

このように，統計で調べるものが数量で表わされる時，これを変量という。この場合に身長が変量である。

変量をいくつかの等しい幅の区間に分けた時，各区間（たとえば 146cm より150cm まで）にはいる個数を，その区間に対する**度数**という。度数を前ページの表のように整理したものを**度数分布表**という。

身長の度数分布表は，一人一人の生徒の身長そのままの記録よりも，全体のようすを見るのに便利である。これをグラフに表わせば，なお一層はっきりわかる。次のグラフはそれを示したものである。

このグラフでは，区間の幅を底とし，その区間の度数をその上に書いた長方形の面積で表わしてある。このようなグラフを**度数分布柱状グラフ**（ヒストグラム）という。



問 3. 背が高いといわれる人の身長は，何センチメートルぐらいからであろうか。また，背が低いといわれる人の身長は，何センチメートルぐらいからであろうか。上のグラフについて考えよ。

問 4. 前問できめられた数値は，このクラスの傾向を示すものであり，いわば傾向を代表するものである。これ

を簡単に代表値ということにする。したがって，代表値としては，次のような性質を持ったものが望ましい。

(1) 全体のうちの大部分のものが，その数値に近いこと。

(2) それより大きいものも，小さいものも，大体同じぐらいあること。

このような性質をもつ数値として，ふつうに次の三つのものが用いられている。このほかに，相乗平均などの用いられることもある。（第Ⅱ單元　第五課参照）

1. 相加平均　これは，すべての値を加え合わせて，その総個数で割ったものである。ただ，平均ということもある。

2. 中位数　全体を変量の大小の順に並べた時に，その中央にある数値である。総個数が偶数の時は，中央の二つの数値の平均をとる。

3. 最頻値（並み数）その値を中心にとった区間の度数が最も多いと期待できるものである。

問 5. 代表値として平均が用いられるのにどんな例があるか。

問 6. クラスの代表者を選挙できめる時，票がいくつかにわかれた場合に，誰を代表ときめるか。これは代表値として上の三つのうちどれをとっているのか。

問 7. クラスの人が身長の順に一列に並んで，両端から

一人ずつ出て列からぬけていく。クラスの人数が奇数だと，最後に一人残るわけである。この人の身長をクラスの身長の代表値ときめたら，これは，どんな代表値をとったことになるか。

まず102ページの表について，平均値の求め方を考えよう。この表だけでは，一人一人の身長はわからないが，ふつう一つの区間に属する人の身長は，たとえば 146*cm* 以上 150*cm* 未満の人の身長は，皆その区間の中央の値 148*cm* であるものと考える。

問 8. 上のように考えて，平均の身長を求めよ。

問 9. 146*cm* 以上 150*cm* 未満の人の身長を 148*cm* とみなすと最大限どれだけの違いがあるといえるか。またこの区間に属する四人の身長の和を 148*cm* ×4とみなすと，最大限どれだけの違いがあるといえるか。各区間についても同じようなことを考えると，上に求めた平均には，最大限どれくらいの違いがあるといえるか。

一つの区間に属する人の中には，その中央の値よりも大きな人もあれば，小さな人もある。問 8 で求めた平均値に上で計算したような大きな違いがあることはごくまれである。

問10. 次のページに示したのは，あるクラスの身長の度数分布表である。その平均値を求めよ。また，今までに問題としていたクラスと，どちらの組の身長が高いとい

えるか。

身長の度数分布表

身長	148 (146 cm 以上 150 cm 未満)	152	156	160	164	168	172	176	180
人数	2	4	6	16	11	6	0	3	1

平均は次のような方法で計算すると簡単である。まず，平均に近いと思われる仮の平均をつくり，それに対する偏差の平均を求めて，仮の平均を修正するのである。次の計算はその方法を示したものである。

体重	度数 人数	区間の中央値	仮の平均52.5 kgとの偏差	積
40 kg 未満	194	37.5	−15	−2910
40 kg 以上	1393	42.5	−10	−13,930
45 kg 以上	4454	47.5	−5	−22,270
50 kg 以上	5627	52.5	0	0
55 kg 以上	2888	57.5	5	14,440
60 kg 以上	817	62.5	10	8,170
65 kg 以上	131	67.5	15	1,965
70 kg 以上	22	72.5	20	440
75 kg 以上	7	77.5	25	175
計	15,533			−13,920

$$\text{偏差の平均}=\frac{-13920}{15533}=-.9$$

$$\text{平均}=52.5-.9=51.6$$

問11. この方法で平均が求められる理由を説明せよ。また，もっと途中の計算を簡単にする方法はないか。

次に中位数を 102 ページの表について考えよう。はじめからの人数を次々に加えていった表をつくると，次のようになる。

身長	人数	次々に加えた人数（累積度数）
148 (146 cm — 150 cm)	4	4
152	5	9
156	6	15
160	12	27
164	7	34
168	7	41
172	3	44
176	1	45
計	45	

上の表によると，中位数に当る23番めの人は，158 cm～162 cm の区間にあることがわかる。

問12. 中位数のある区間では，各変量が等間隔にならんでいるものとする。このようにきめると，中位数は，次のように計算して求めることができる。

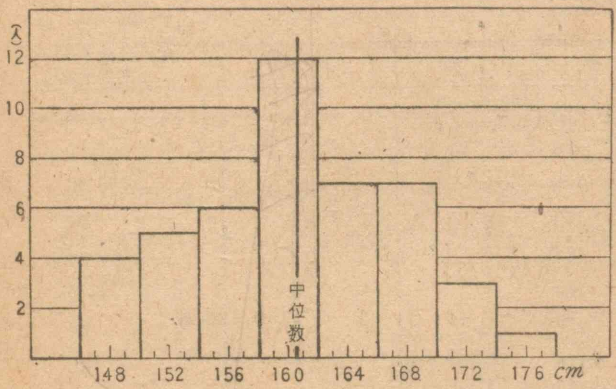
$$158+4\times\frac{8}{12}$$

この理由を説明せよ。

問13. 次のページのグラフで，総度数は何によって表わされるか。また，各区間までの累積度数は何によって表わされるか。

中位数が求められたとして，中位数を示す横軸上の点

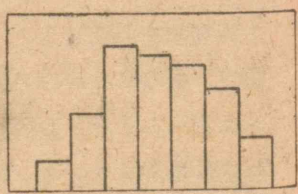
で，横軸に垂線を立てると，この垂線は全体の面積をどのように分けているか。



次に最頻値はどうして求めたらよいだろう。

最頻値がどんな区間にあるかは，度数分布表を見ればすぐわかる。しかし，最頻値は，区間の中央にどんな値をとって，区切りをするかによって定まるものである。ところが，区間の中央にとる値によって，また，その区間の幅によって，度数分布表が多少変るのがふつうである。

たとえば，度数分布グラフが次に示したような場合には，中央よりも少しずれた値の方がよさそうである。



最頻値として大略の値でよいならば，最頻値の現われている区間の中央の値をとってもよい。

しかし，くわしい値が必要な場合には，グラフが山のような形

の曲線であると，次の式で計算される。これはピヤソンという学者が実験的に求めたものである。

平均値m，中位数d，最頻値fとすると

$$m-f=3\ (m-d)$$

mとdが知れている時には，この式からfを求めるのである。

次に，これらの三つの値のうち，どれが代表値として便利であるかを考えてみよう。

問14. 度数分布表やそのグラフから，だいたいの値がすぐ見当をつけられるのは，どれか。計算しやすいのはどれか。

度数分布のグラフが，だいたい対称な山のような形をした曲線になる場合には，三つの代表値は，だいたい一致する。この場合には，資料の傾向を示すものとしてどれをとっても大差がないといえる。この場合には，計算に便利な平均値をとるのがふつうである。

しかし，平均値は，資料の中の一，二の例外的なものの値によって，いちじるしく左右され，全体の傾向を示すものとして適当でないこともある。たとえば，ある部落の大多数の家庭は貧しいが，一軒の大金持ちがあったとする。この時に，この部落の資産状態をみるのに，平均をとると，資産はかなり大きなものになる。したがってその部落の資産の傾向を示すものとしては，この平均値は不適当であるといえる。

また，ある年齢の女子に合う足袋の文数を調べる時には，全体の傾向を示すものとして，その平均値よりは，最頻値の方が適当であるとみられる。

資料の傾向を示す代表値として，主として平均値・中位数・最頻値について調べてきた。この三つのうちで，どれが傾向を示すものとして適当であるかは，研究しようとする問題の目的によって判断されることである。

2. 資料のちらばり具合

今までは，資料の示す傾向を，一つの代表値によって表わすことにしていた。しかし，資料の全体の傾向は，代表値だけでなく，資料のちらばり具合を考えれば，なお一層明らかになる。また，代表値が，資料の傾向を示すものとして，どの程度に信頼できるかを調べるためにも，資料のちらばり具合は重要なものである。

たとえば，甲，乙二人が別々に同じ木の高さを20回ずつ測って，右の表のような値を得たとする。甲乙二人の平均にはあまり違いはないが，この度数分布表を見ると，甲の方は平均に近い数に集中している。これから，甲の測定値の方が乙のものよりも，信頼度が高いといえる。

測定値の度数分布表

測定値	度数	
	甲	乙
19.6m		2
19.7		1
19.8	1	3
19.9	4	2
20.0	8	4
20.1	6	3
20.2	1	2
20.3		2
20.4		1
平均	20.01	19.99

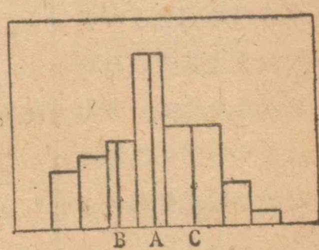
資料のちらばり具合を表わすものとして，度数分布表とこれをグラフにした度数分布グラフが用いられる。しかし，これらは，二組の資料について，ちらばり具合を比べるには不便である。傾向を一つの代表値で表わしたように，ちらばり具合も，一つの数で表わすことができれば便利である。

(1) 範囲　資料がちらばる範囲，すなわち資料のうちで一番大きなものと，一番小さなものとの差が，その一つとして考えられる。

問15. 前のページの表にある甲，乙二人の測定値について，その範囲をいえ。

資料の範囲の大小は，ちらばり具合を見る一つのめやすになるものである。しかし，資料のうちにある例外的な値によって左右される不便がある。

(2) 四分偏差　このような不便を除くために，資料の中央の50%がはいっている範囲をもって，資料のちらばり具合を測ることがある。度数分布グラフで，中位数の位置をAとすると，Aに立てた横軸の垂線は，グラフで囲まれた面積を二等分する。その左側の部分の面積をさらに二等分する垂線の位置をB，右側の部分をさらに



四分偏差

二等分する垂線の位置をCとすると，BからCまでの間には，全体の50%がはいっている。

このB，Cの長さの半分を**四分偏差**という。この四分偏差が資料のちらばり具合を表わすものとして用いられることがある。

問16. 上のB，Cの位置を計算するにはどのようにすればよいか。中位数の計算方法を参考として考えよ。102ページの表について，その四分偏差を求めよ。

範囲や四分偏差は資料のちらばり具合を表わすものとして考えやすいものである。ある資料をもとにして，同じ種類の事柄を予測する時に，その傾向を示すものとして，ふつう平均値が用いられる。その確からしさを推定するには，範囲や四分偏差は，信頼の度が小さいものであるといわれる。特に，資料の数が少ない時には，これらのものはあまり利用されない。

(3) 平均偏差・標準偏差 平均が資料の全体の傾向をどの程度に代表しているかをみるために，平均に対する個々の資料の値の偏差を調べよう。

甲（平均20.01）			乙（平均19.99）	
x	偏差 x-M	度数 f	偏差	度数
19.6			−.39	2
19.7			−.29	1
19.8	−.21	1	−.19	3
19.9	−.11	4	−.09	2
20.0	−.01	8	+.01	4
20.1	+.09	6	+.11	3
20.2	+.19	1	+.21	2
20.3			+.31	2
20.4	20	146	+.41	

例を，さきほどあげた甲，乙二人の木の高さの測定値にとって調べよう。

この偏差が全体として小さいほど，平均値が資料の傾向をよく示し，資料が，あまりにちらばっていないといえる。

この平均に対する偏差の全体を示す数として，どんなものをとればよいだろう。

問17. 平均に対する偏差の平均は，どんな値になるか。上の例で計算してみよ。一般に，どんなことがいえるか。

平均に対する偏差の全体を表わすものとして，ふつう次のようなものが用いられている。

(1) 平均に対する偏差の絶対値の平均……**平均偏差**

(2) 平均に対する偏差の自乗の平均の平方根……**標準偏差**

番号	区間	度数
1	x_1	f_1
2	x_2	f_2
3	x_3	f_3
⋮	⋮	⋮
n	x_n	f_n
	計	N

i 番めの区間の中央の値を x_i，この区間の度数を f_i，総個数をNとし，また，平均偏差を d，標準偏差を s とする。

平均をMとすると，$d, s,$ は，次の等式によって表わすことができる。

$$d=\frac{1}{N}\left\{f_1|x_1-M|+f_2|x_2-M|+\cdots\cdots+f_n|x_n-M|\right\}$$

標

$$s=\sqrt{\frac{1}{N}\left\{f_1(x_1-M)^2+f_2(x_2-M)^2+\cdots\cdots+f_n(x_n-M)^2\right\}}$$

問18. 112 ページの表について，平均偏差及び標準偏差を求めよ。

平均偏差は，数の計算に便利であるが，標準偏差の方はやや複雑である。しかし，標準偏差の方が理論的に調べる時に便利であるから，多くはこれを用いている。

標準偏差には，なお次のような性質がある。

グラフが山形で対称形に近い時は，$M-s$ と $M+s$ との間にある度数は，総度数のだいたい68%，約$\frac{2}{3}$である。また，$M-2s$ と $M+2s$ との間にある度数は，総度数のだいたい95%で，$M-3s$ と $M+3s$ の間にある度数は，総度数の99%である。

この性質があるので，標準偏差は，資料のちらばりぐあいを示すとともに，平均値の確からしさを表わすものとして，最もよいと考えられる。

問19. 問18で計算した標準偏差にもとづいて，上に述べた事柄を確かめてみよ。

標準偏差を計算する時は，よく計画をたて，くふうをしながら計算をすることが必要である。

次のページの表は，その一つの方法を示したもので，番号①.②は計算の順序を示したものである。

①，②の途中で，全部が，たとえばある数kで割りきれる場合には，kで割ってから，②と同じようにすすめばよい。その時は，S, Tの値がそれぞれ $\frac{1}{k}$, $\frac{1}{k^2}$ となって出てくる。この点には特に

注意する必要がある。

区間	度数	仮の平均 aとの差 ①	平均の計算 ②	偏差の二乗 ③
x_1	f_1	x_1-a	$f_1(x_1-a)$	$f_1(x_1-a)^2$
x_2	f_2	x_2-a	$f_2(x_2-a)$	$f_2(x_2-a)^2$
x_3	f_3	x_3-a	$f_3(x_3-a)$	$f_3(x_3-a)^2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
x_n	f_n	x_n-a	$f_n(x_n-a)$	$f_n(x_n-a)^2$
計	N		S ④	T ⑥

$$M=a+\frac{S}{N} \quad ⑤ \qquad s^2=\frac{T}{N}-\left(\frac{S}{N}\right)^2 \quad ⑦$$

問20. 102 ページの身長の度数分布表により，身長の平均とその標準偏差を求めよ。また，$M-s$ と $M+s$ との間に，全数の約$\frac{2}{3}$がはいるかどうかを確かめよ。

3. 長期間の傾向

今までに考えたのは，ある一定期間内に起った度数の全体についての傾向であったといえよう。これによって，現在の状態が，だいたいどんなであるかがわかる。ところが，時には，その傾向のわかりにくいことがある。たとえば，米の収穫高や反当りの収量などを予測することは，食糧問題を研究するために，どうしても必要なものである。とこ

ろが，それらは，年々の天候などにも左右されて増減し，グラフに書いてもじぐざぐになるのがふつうである。このような場合に，各年の特殊な影響を除いた長期の傾向をみることが必要になる。これには，どうしたらよいだろう。

例として，5月の氣溫の變化を調べてみよう。5月ごろは，次第に夏に近づくのであるから，だんだん暖かくなってくることが予想される。ところが實際には，暑い日も寒い日もあって，氣溫のグラフもじぐざぐになっている。

問21. 次のページの表は，某地の5月1日より5月31日までの毎日の平均氣溫を示している。この表にもとづいて，氣溫の變化を示すグラフを作れ。

初めの3日間について，平均の氣溫を求めよ。これを2日の氣溫と考えると，前後の變動が，ある意味で平均されたと考えられる。このように考えて，次々に3日間の氣溫の平均を求め，これをそのまん中の日の氣溫として，グラフを作れ。

また，7日間の平均を求めて，同じようにグラフを作れ。はじめに書いたグラフと比べて，どんなところが違っているか。

このように，一定の期間を定めて，次々に平均を計算し，その平均を中央の時における値としていくことがある。この方法を，**移動平均法**という。

移動平均法を用いると，變化がなだらかになり，グラフ

某地の5月1日から5月31までの毎日の平均氣溫表(C)

月 日	與えられた統計(A+B)	3日ごとの移動平均(A′)	7日ごとの移動平均(A)	差 (A+B)−(A) =(B)
5月1日	11			
2	12.5	12.5		
3	14	13.3		
4	13.5	13.5	12.6	.9
5	13	13	13.0	0
6	12.5	12.5	13.4	−.9
7	12	12.7	13.7	−1.7
8	13.5	13.5	14.4	−.9
9	15	15	15.0	0
10	16.5	16.5	15.6	.9
11	18	17.3	16.3	1.7
12	17.5	17.5	16.6	.9
13	17	17.0	17.0	0
14	16.5	16.5	17.4	−.9
15	16	16.7	17.7	−1.7
16	17.5	17.5	18.4	−.9
17	19	19.0	19.0	0
18	20.5	20.5	19.6	.9
19	22	21.3	20.3	1.7
20	21.5	21.5	20.6	.9
21	21	21.0	21.0	0
22	20.5	20.5	21.4	−.9
23	20	20.7	21.7	−1.7
24	21.5	21.5	22.4	−.9
25	23	23.0	23.0	0
26	24.5	24.5	23.6	.9
27	26	25.3	24.3	1.7
28	25.5	25.5	24.6	.9
29	25	25.0		
30	24.5	24.5		
31	24			

は，なめらかな線に近づく。これは前後の平均を用いて，その時における特殊な影響が除かれたからであるとみられる。これによって，私たちは長期の傾向を知ることができるのである。

問22. 問21で求めた長期変動に対する毎日の平均氣溫の偏差をグラフに書け。5月ごろは，三寒四溫といわれるが，これはグラフの上に表われているか。

問23. 次の表は，わが國の米の反当り收穫高の累年変化を示したものである。

米の反当り收穫高（單位石）

年　次	反当り收穫高	年　次	反当り收穫高	年　次	反当り收穫高
明治35	1.30	大正 6	1.77	昭和 7	1.85
36	1.62	7	1.77	8	2.23
37	1.79	8	1.96	9	1.63
38	1.32	9	2.02	10	1.79
39	1.60	10	1.76	11	2.10
40	1.69	11	1.93	12	2.06
41	1.78	12	1.76	13	2.05
42	1.78	13	1.82	14	2.16
43	1.58	14	1.89	15	1.92
44	1.76	15	1.76	16	1.73
45	1.67	昭和 2	1.96	17	2.11
大正 2	1.66	3	1.89	18	2.02
3	1.88	4	1.86	19	1.97
4	1.83	5	2.06	20	1.35
5	1.90	6	1.70	21	2.16

（農林省調）

前のページの表から，5箇年移動平均をおこなって，長期の傾向と短期の変動とを，グラフの上に表わせ。

問24. 次の表は，東京都小賣物價指数の累年変化を示したものである。季節の影響は12箇月ごとに繰り返される

東京都小賣物價指数（大正三年七月＝100）

年	1　月	2　月	3　月	4　月	5　月	6　月	7　月
昭和12年	169.8	170.7	171.0	171.9	171.9	171.4	172.4
13年	184.6	190.4	192.7	197.6	197.6	196.9	199.3
14年	211.2	214.1	213.0	217.0	221.0	220.5	220.5
15年	247.4	250.6	254.4	259.3	262.7	262.7	266.5
16年	259.5	259.6	260.8	262.2	263.7	264.2	263.6
17年	268.1	268.5	269.3	269.2	269.3	270.0	270.4
18年	274.4	278.5	281.5	287.0	286.0	287.3	287.6
19年	299.6	299.9	305.2	313.7	314.8	314.7	318.7
20年	360.0	368.8	374.1	383.8	402.7	405.6	420.3
21年	877.8	1078.0	1634.6	2162.0	2556.4	2829.6	2[illegible]41.0
22年	3954.5	4013.9	4135.2	4524.8	4773.1	4858.7	6019.4

年	8　月	9　月	10　月	11　月	12　月	年平均
昭和12年	173.9	177.6	179.2	179.9	182.4	174.3
13年	203.1	204.3	207.8	209.7	211.9	199.7
14年	222.7	232.3	234.8	235.7	240.3	223.6
15年	265.0	264.5	262.0	260.7	261.1	259.7
16年	263.6	263.0	263.0	263.6	267.6	262.9
17年	271.1	271.4	271.8	274.1	273.3	270.5
18年	288.2	290.7	292.4	295.0	295.8	287.0
19年	320.8	334.9	339.7	347.0	348.0	321.4
20年	431.3	431.2	433.6	434.7	827.1	439.7
21年	2899.4	3133.4	3356.4	[illegible]464.3	[illegible]791.1	2560.3
22年	6811.6	7958.6	8758.8			

（日本銀行統計局調）

ものとみなして，12箇月移動平均を用いて，季節の変動と長期変動とに分けてみよ。12箇月平均をとる時には，実際は13箇月とり，両端の月の分を$\frac{1}{2}$ずつとり除いて12で割って計算し，これを13箇月の中央の月とせよ。

4. 統計的な関係

統計表には，いくつかの欄を設けてある。資料をその各欄の項目によって分類してあるのがふつうである。一方の欄が変量であって，他方の欄にその各区間の数が示してある表については，第1節と第2節で研究した。一方の欄が時間であって，他方の欄にその時の統計量を示したものについては第3節で研究した。この節では，これ以外の形の欄をもったものについて研究しよう。

問25. 次のページの上の表は，おもな都道府縣の人口を示したものである。男女の比について，全体として，どんな傾向があるといえるか。

また，男の数を横座標に，女の数を縦座標にとって，グラフの上に，各都道府縣に対する点をとると，これらの点は，どんな具合に並ぶか。この並び具合と，男女の比との関係を考えよ。

問26. 次のページの下の表は，飲食物費の全家計費中に占める割合を，収入別に表わしたもので，大正15年の家計調査の結果をもとにして計算したものである。給料生

府縣別人口（昭和22年10現在；2百万以上の都道府縣）

府縣名	男	女	女100人に対する男の数
北海道	1,934,179人	1,918,642人	101人
茨城	974,289	1,039,446	94
埼玉	1,022,869	1,077,584	95
千葉	1,018,295	1 094,622	93
東京	2,553,174	2,447,603	104
神奈川	1,115,111	1,103,009	101
新潟	1,162,475	1,255 796	93
長野	989,167	1,070,843	92
靜岡	1,141,788	1,211,217	94
愛知	1,520,405	1,602,497	95
大阪	1,646,888	1,687,771	98
兵庫	1,505,493	1,551,951	97
廣島	979,359	1,032,139	95
福岡	1,571,291	1,606,843	98

（総理廳統計局調）

飲食物費の割合（大正15年）

収入別	給料生活者	労務者	農業者
60円未満	43.31%	50.23%	50.23%
80 〃	37.95	44.94	50.89
100 〃	36.67	41.99	46.63
120 〃	35.11	38.14	45.34
140 〃	33.45	36.96	43.18
160 〃	32.47	36.36	40.28
180 〃	31.43	34.18	41.04
200 〃	30.06	31.84	36.81
200円以上	28.26	32.35	36.24

（総理廳統計局調）

活者，労務者，農家のおのおのについて，全体としてどんな傾向があるか。

また，収入を横軸にとり，その収入に対する飲食物費の割合を縦軸にとって，その表をグラフに表わせ。このグラフは，どんな形になるか。これは，どんな傾向を表わすか。また，このことは，社会的にどんな意味をもっているか。

第一表　身長と胸囲

身長＼胸囲	cm 69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	計
148cm							1									1
150	1															1
152	1				1	1			1							4
154						1										1
156		1			2						1					4
158					1	1	1		1	1		1		2		8
160				1		1		1	1		1	3		1		9
162					1	1		1		1	3		1			8
164						1		1	1		2	1			1	7
166					1			1					1			3
168				1			1				1	1	1			5
170							1			1					1	3
172																0
174											1					1
176																0
178															1	1
計	2	1	0	2	6	6	4	4	4	3	9	6	3	3	3	56

第二表　体重と胸囲

体重＼胸囲	cm 69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	計
36kg	1															1
38																0
40					1											1
42	1	1			1	1										4
44				1	1		1		1							4
46				1		2		1		1						5
48						2	2			1	1					6
50					3			2	3		2					10
52						1	1	1			2	3				8
54											2	2	1	2		7
56										1	1	1		1		4
58											1		1		1	3
60													1			1
62															1	1
64																0
66																0
68															1	1
計	2	1	0	2	6	6	4	4	4	3	9	6	3	3	3	56

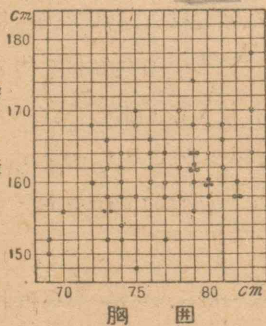
ここにあげた表は，高等学校１年生のある組について調べた，身長と胸囲及び体重と胸囲の間に，どんな関係があるかを示したものである。

問27. 上の第一表には，身長が159cm以上161cm未満の人は何人いるか。胸囲が75cm以上77cm未満の人は何人いるか。また，第二表で，体重51.0kg胸囲74.0cmの人は，どの欄に記入されているか。

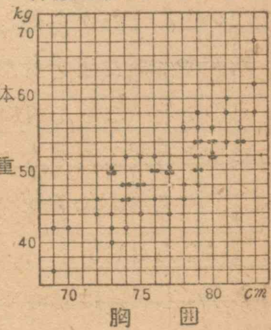
これらの表は，いずれも，二つの見出し欄をもった度数分布表であると考えられる。これを，相関表といい，二つの量，たとえば，体重と胸囲の間に，どんな統計的な関係があるかを見つけるのに役立つ。

この関係を，もっと見やすくするためには，次に示したようなグラフを作るとよい。このようなグラフを，相関図表という。

身長と胸囲の相関図表



体重と胸囲の相関図表



問28. この二つの図表を比べて，胸囲と体重に関して，どんな関係があるといえるか。また，身長と胸囲についてはどうか。

胸囲と体重のように，一方の量が増すと，それにつれて他の量も全体的に増す（または減る）時，この二つの量の間に相関関係があるという。これに反して，一方が増しても，他方が全体としてあまり変化がない時，相関関係がうすいという。

問29. 日常に経験することで，この相関関係の考え方を使っているものがあるか。みんなで話し合ってみよ。また，それが実際に相関関係があるかどうかを，資料にもとづいて調べてみよ。

私たちは，この章で，いろいろな統計表の見方を研究してきた。しかし，このような見方も，第五章で考えたように，資料がいかにして集められ，どのように整理されたものであるかについて，十分批判した上でなければならない。そうでないと，それから得られた結論は，意味を失ってしまう。新聞や雑誌などを読んで，いろいろな知識を得る時にも，そのもとになった資料が，どうして集められ，どのように整理されたものであるか，ということについて，批判を加え，その資料の許す範囲で，結論の價値を考えていかなくてはならない。

このようにして，はじめて私たちは，いろいろな統計資料を，生活の上に生かしていくことができる。

第七章　調査の方法

1.　一部調査と全体調査

近ごろ新聞社などが世論調査をしている。これは，ある一つの政策とか，処置とかに対する國民の意見がどんな割合で,賛成,不賛成にわかれるかを調査するのである。こういう調査の結果が，國民の意見を正しく表わしておれば，政治をするにも世の中の動きを推測するにも,たいへんよい参考になる。ところが，世論調査は，すべての人について調べたものではない。したがって，その結果を，そのまま國民の意見とみることは危険である。これがどの程度に全國民の意見を表わしているかを考えてみなければならない。

統計を正しく使っていくには，いつもその確からしさを考えなければならない。このことは，第一章で学んだことであるが，ここでは，調査の方法とその結果の信頼性について，もうすこし深くつっこんで考えてみよう。

世論調査のように，一部の人についてだけ調査し，それから全体を推定する調査の方法を，**一部調査**という。これに対し，國勢調査のように，調べようと思うすべてのものについて調査する方法を，**全体調査**という。

問 1.　一部調査と全体調査との得失を，次の点で比べよ。

(1)　調査に，手数や費用のかからないのは，どちらか。

(2)　結果がよく全体のようすを表わしていると思われるのは　どちらか。

問 2.　全体調査として，國がおこなうものには，どんなものがあるか。一部調査として國がおこなうものには，どんなものがあるか。役場などの統計係にたずねて，クラスの人たちに報告せよ。

問 3.　次の調査は，一部調査とみられるか，全体調査とみられるか。

(1)　18歳の高等学校生徒の体位をみるために，全國の高等学校生徒の身体検査の結果を用いる。

(2)　18歳の日本人の，体位をみるために，上の調査をする。

(3)　10歳の日本人の体位をみるために，全國の小学校の生徒の身体検査の結果を用いる。

このように全体調査といっても，少数の一部が調査にもれることもあるし，全体について調べたものでも，他の目的に使うと，一部調査とみなされることもある。

問 4.　ある町の生計費は1箇月にどれくらいかかるかを調査するために，家計簿をつけてもらい，それを集めて研究することにする。全体調査の方法によると，どんな困難が予想されるか。一部調査の方法によると，どんな点がむずかしいか。

ある事柄を調査する時，全体調査の方法によると最も確からしい結果が得られると思われるが，そうでないことも

ある。また，手数や費用がかさむだけでなく，場合によっては，全体調査の不可能なこともある。たとえば，商品として賣り出すマッチの品質をみるのに，すべての箱を調べることはおよそできないことである。また，世論調査を全体調査によるとしたら，その整理ができたころには，世の中の事情が変って，その結果は役に立たないものになる。このような場合には，どうしても一部調査によって，全体を推定するよりほかはない。このようなことから，一部調査の方法をできるだけ信頼できるものにし，その確からしさをわきまえて，これを用いようとする考えが，最近きわめて有力になってきた。

どのようにすれば，一部調査によって，より確かな結果を得ることができるか。簡單で身近かな例について考えてみよう。

問 5. 菓子屋さんの店先で，菓子を選ぶ時に，それがほんとうに自分の好みに合っているかどうかを，少したべてみて調べることにする。この場合に，その見本の取り方として，次のどちらが信用されるか。またその理由をいえ。

(1) その菓子を入れてある容器の中から，自分で少し取り出す。

(2) 店の人が見本用として並べてあるものを取る。

問 6. 農家の人が自分の田の收穫の見込みをたてる時に，どんな見本を取って調べるか。また，その見本は，どのようなことに注意して取ったらよいか。

次にあげるのは，農林省が昭和 22 年におこなった作付面積實測調査の時に，實測する土地を選ぶ方法を説明したものである。

(1) 昭和 22 年度産米及びさつまいもの收穫調査要綱によって，8月1日現在の作付面積が各筆（一まとまりの田畑として申告してあるもの）ごとに申告してある。この申告された面積が，實測したものとどれくらい違うかを調べて，全國の實際の作付面積を求めるのが目的である。

(2) そのために，昭和9年の農林統計による各府縣の作付面積を基礎にとる。

(3) 一つの府縣から，村を選ぶ。その時，その府縣の中を，平坦地・山間地・都市周辺のように，地理的・経済的條件が同じになるような大地帶に分ける。この中で，同じくらいの大きさの作付面積をもっている村を，順次に一群としていく。たとえば，作付面積が 50 町歩までのところを A 群，50 町歩から 100 町歩までのところを B 群，100 町歩から 150 町歩までのところを C 群というように，各群にまとめる。

(4) 一つの群の中の村に通し番号をつけて，村の番号を豆に書き，その豆をよくまぜて，目をつぶって，一つまたは二つの豆を取り出す。その番号に當った村を調査する村と定める。

(5) 調査することに定めた村では，その村の作付面積の申告にもとづいて，全部の筆に通し番号をつける。いま，その村の番号，すなわち豆の番号が 30 番であるとする。それから何番おきに筆をぬけという指令を上の方から出す。たとえば，それが400番とすると，30番の筆，430番の筆，830番の筆というように筆をとる。これを調査実測する筆と定める。

(6) 該当する番号のものが実際になくても，そのままにして，そのむねを報告する。

(7) 調査の結果によって実測した面積を各群別に加え，その申告面積との比を求める。この比によって，各群の申告総面積を修正する。これを総計して，全國のものを出す。

問 7. 上に述べた方法で，(3) のように各群に分けるのは何故か。また，(7) のように，各群ごとに計算するのは何故か。他の方法よりもこの計算法が，(3) の分け方に卽している理由を考えよ。

問 8. 上に述べた方法で，(5) のようにして見本を選ぶのは何故か。

見本を選ぶ時に，結果に影響があると考えられるいろいろな要素によって，調査の單位をいくつかの群に分けることが多い。この群を**階層**といっている。

問 9. 新聞・雑誌に出ている世論調査の報告を集めよ。

それが，どんな階層に分けて調べたものか，また，その階層の分け方が，調査の問題に対して適当であるかどうか。これらについて話し合ってみよ。

問10. 一つの階層の中からどれだけの見本を取るかは，どうして定めるか。上の例について考えよ。

2. 一部調査とその確からしさ

次の記事は，週刊朝日，昭和 22 年 12 月 14 日号に出ていたもので，新内閣に対する賛否や要望などの世論調査について，その方法を説明した部分の記事を要約したものである。

(1) 日本を 14 の地区に区分して，8,000 票を，それぞれの区分の人口に比例して割り当てる。

(2) 市町村の選定は，六大都市を別にし，残りを一覽表などから機械的に，必要な数だけ引きぬく。実際には，205 市から 57 市，1,754 町から 177 町，8,355 村から 363 村を抜き出した。

(3) これらの市町村を，地図上にしるしてみると，平均のとれた分布を示す。

(4) 調査の対象になる人は，有権者名簿から機械的にぬいてくる。男女別に名簿のあるところは，その半数ずつを取る。

問11. 上のような調査の場合に，全体調査の結果が，ど

のようなところに生かされているか。一部調査の方法がおこなわれるようになると，全体調査のようなものは無用になるか。

一部調査では，その結果の確からしさは，階層の分け方や見本の取り方など，調査の方法の計画が適当であるか否かによってかなり違ってくる。その計画を適切なものとし，結果の信頼度を増すために，既に調査されたもので，調査の目的とする事項に関係の深い資料の統計を参考にし，時には，その計画のために，予備調査のおこなわれることがある。また，実際の調査をおこなった後で，その結果の信頼度が，予定された程度に保たれているかどうかを確かめるために，調査事項と関係の深いもので，すでにわかっている事柄を同時に調査することもある。

問12. 上の記事では，調査の結果に対する信頼度を調べるのに，どんなものをめやすにとっているとみられるか。

上の記事では，解答者に，昭和 22 年4月の選挙で，どの政党に投票したかを調べている。それと実際の選挙の結果とは，次の表のようになっている。

	社会	民主	自由	國協	共産	諸派	無所属	忘れた	答えない
4月選挙	26%	25%	26%	7%	4%	5%	%	—%	—%
調査結果	35	22	26	3	2	1	3	5	3

そのあとに「法則上 10 %までの差は，正確さに悪影響

がない。」と書いてある。

問13. 上の結果は，10%以内の差にはいっているか。

この世論調査で調べた事項のうち，二，三の結果をあげると次のようである。

第一問　あなたは新内閣を支持しますか。

支持する	25%
支持しない	54%
意見なし	21%

第二問　あなたは連立内閣を望みますか。それとも，単独内閣を望みますか。

連立内閣	39%
単独内閣	42%
判断がつかない	19%

問14. 上の数字に，10%の差があるとみて，全有権者の考えは，新内閣を支持しているとみてよいか。また，単独内閣を望んでいると考えてよいか。

一部調査で得た数値を，そのままで信用するすることは誤りである。これは，前問からわかったことであろう。

一部調査の見本が定められて，これを調査する時に必要な注意は，すでに学んだ全体調査の時と同様である。一部調査では，少数の見本についての調査をもとにして，全体を推定するのであるから，その資料は，特に信頼度の高いものでなければならない。また，見本の一部が調査からもれ

たりすると，調査の計画がくるってくるから，それから推定された結果の確からしさは保証できないものとなる。一部調査では，それが正しくおこなわれた場合でも，その結果は，ある程度の誤差をともなっているものである。一部調査で得た数値に誤差のあることを忘れて，それをそのまま全体の調査の結果のように思いこむことは危險である。

問15. 私たちは，世論調査のようなものをどのようにみていけばよいか。これからの社会で，世論調査は，どのような役割をはたしていくか。書物を読んだり，専門家の意見をきいたり，自分たちで考えたりしてみんなで話し合ってみよ。

問16. 世論調査のほかに，一部調査としては，どんな調査がおこなわれているか。また，そのような調査は，私たちの社会をよくしていく上に，どのような役割をはたしているか。これらについて研究せよ。

問17. 私たちが，一部調査や世論調査をうけた時，どのような心がまえで，それに接すればよいか。また，私たちの態度は世の中をよくしていく上に，どのような影響があるか。みんなで話し合ってみよ。

——統計は民主政治の鏡。正しく使えば未來の闇をてらす燈台。誤って使えば人を迷わす鬼火——

問題練習 5.

1. 自治会で，こずかいの使い方について討議をするために，実態調査をすることになり，委員会が作られた。この委員には，次のような注文がついている。

(a) こずかいでまかなっているのは，どの範囲のものか。

(b) こずかいとして，いくらもらっているか。

(c) 各自は，これをどんな割合に分けて使っているか。

これらの点を，各人について調べて明らかにしたい。この調査のために，

(1) どんな項目について，調べればよいか。

(2) いつからいつまでの期間について，調べるとよいか。

(3) どんな調査票を用意すればよいか。

鉄道貨物発送（單位千トン）

月＼年	昭和 20	21	22	23
1		6230	7397	8652
2		6870	7568	8946
3		7196	9434	9862
4		8094	9289	9788
5		8539	9653	10420
6		8140	9405	10105
7		8070	9514	10068
8		8237	9272	10083
9	5778	9083	9044	10408
10	6352	9088	9872	
11	6979	8521	9408	
12	6835	7814	8925	

（東洋経済調）

(4) この調査の結果は，どんな表にまとめるとよいか。

2. 最近のわが國の鉄道貨物の発送トン数は，前のページの表に示すようである。

(1) 長期の傾向を調べるために，12箇月移動平均法を用い，これをグラフに示せ。

(2) 季節的変動を調べるには，どのようにするか。また，季節的な変動をグラフに示せ。

3. 次の表は，5個の貨幣を20回ずつ投げた時に，表(おもて)の出た度数である。区間の幅を3とし，たとえば 49, 50, 51 をまとめて1区間とするように，区間の区切りを定めて，度数分布表及び度数分布図表を作れ。

51	55	51	54	45	50	50	54	48	55	57	51	50	48	52
53	54	47	53	51	45	50	57	46	52	48	52	42	53	58
43	41	47	55	51	59	48	52	49	52	42	46	51	41	43
51	54	48	53	57	51	50	38	52	50	54	43	55	58	58
51	49	46	49	57	48	58	58	44	53	53	41	53	46	48
53	56	51	54	48	52	53	60	51	36	39	61	55	57	38
53	49	51	54	47	58	57	57	60	47	46	46	58	51	61
51	55	48	47	45	48	50	48	51	46	44	46	48	51	57
48	48	54	51	41	52	49	49	37	59	63	41	48	51	49
41	52	51	54	47	54	50	47	51	46	44	46	47	55	53

4. 上の度数分布表によって，次の計算をせよ。

(1) 平均値・中位数は，それぞれどれだけか。

(2) 度数分布の標準偏差はどれだけか。

(3) 平均値を中央にして，標準偏差の2倍の幅の中には，全体の何パーセントがはいっているか。

36.1
37.1
38.2
39.1
41.6
42.2
43.3
44.3
45.3
46.10
47.8
48.15
49.7
50 8
51.20
52.9
53.11
54.10
55.7
56.1
57.8
58.7
59.2
60.2
61.2
63.1

5. 次の表は，1箇年の平均降水量を示すものである。適当な区間の区切りを定め，降水量の度数分布表を作れ。また，それから降水量の平均値及び標準偏差を計算せよ。

わが國各地の降水量（mm）

地名	降水量	地名	降水量	地名	降水量	地名	降水量
鹿児島	2156	岡山	1093	甲府	1253	福島	1200
宮崎	2542	浜田(島根)	1620	長野	984	仙台	1154
熊本	1762	西郷(鳥取)	1832	福井	2395	盛岡	1174
長崎	1916			金沢	2526	山形	1230
佐賀	1754	神戸	1330	富山	2284	秋田	1791
大分	1625	大阪	1332	新潟	1781	青森	1366
		和歌山	1472				
高知	2664	橿原(奈良)	1408	横浜	1711	函館	1181
徳島	1669	京都	1544	東京	1565	札幌	1057
多度津（香川）	1139	彦根	1660	銚子	1664	帯廣	953
松山(愛媛)	1350	津	1754	水戸	1461	釧路	1091
		名古屋	1629	熊谷	1304	稚内	1162
下関	1615	岐阜	1943	宇都宮	1570		
廣島	1524	浜松	1938	前橋	1266		

（理科年表　昭和23年版による）

6. 前問の表を用いて，わが國各地の降水量のありさまを示す統計地図を作れ。

問題練習 6.

1. ある人の家は見積り價格 300,000 円である。いま，この9掛を保險金額とし，100,000 円につき 300 円の割合で，保險料がきまったとする。保險料はいくらか。

2. 次の表は，正君のお父さんの郵便貯金通帳の一部を写し取ったものである。

年　月　日	預　金	拂　出
昭和23年4月10日	2,000	
〃　6月25日		500
〃　12月15日	1,000	

昭和24年3月末の元利合計はいくらか。普通郵便貯金の利率は年2分7厘6毛で，預け入れたり，引き出したりすると，その金額に対しては，出し入れした月の利息はつけない。

3. ある信託銀行の利率は次の通りである。10,000 円預け入れると，おのおのの場合に，期間後にいくらの利子がつくか。

期間5年以上のもの	年5分
期間2年以上のもの	年4分6厘
期間1年のもの	年4分4厘

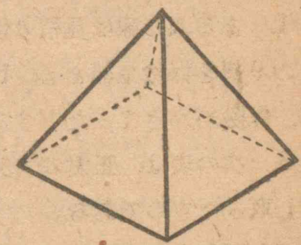
4. 額面 100 円の5分利附公債を 90 円 35 銭で買った。この利まわりはいくらか。

5. ある紡績会社の社債（額面 100円，利率年5分5厘）を 85 円 50 銭で買ったところ，満3箇年後に償還になった。年何分の利まわりになるか。

6. エジプトにある最大のピラミッドは，底面の一辺が約 230 m の正方形で，高さが約 140 m もあるという。

(1) ピラミッドのような形を何というか。

(2) このピラミッドの側(そく)りょうの長さは約何メートルあるか。



(3) このピラミッドの 2,000 分の1の模型を作ってみよ。

(4) このピラミッドの模型を粘土で作ると，必要な粘土の体積はどれくらいか。

7. 底面の半径が $3cm$，高さが $7cm$ の直円すいを作ってみよ。この形をした容器に水を入れると，約何立方センチメートルはいるか。

8. 底面の一辺が $5cm$，高さが $8cm$ の正三角すいがある。この正三角すいの体積はどれだけか。

9. 次の計算をせよ。

$490+(-835)-(267)$　　　$(-623)+93-(-1234)$

$(-2.4)-(-6.3)+4.8$　　　$8.1-(-5.3)-(7.9)$

$(-.56)-(-.29)-(-.82)$　　　$.76-(-.83)+(-.51)$

$\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)$　　　$\left(-\frac{5}{6}\right)+\frac{3}{4}+\left(-\frac{7}{24}\right)$

$\left(-\frac{9}{11}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{7}{9}\right)$　　　$\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{5}{8}\right)-\left(-\frac{9}{20}\right)$

$.01\times10.1\times(-1)$　　　$(-5)\times(-2)\times0$

$(-840)\div(-24)\times16$　　　$(645)\times28\div(-42)$

$(-144)\div(-12)\div3$　　　$(-3.6)\div.4\div(-.02)$

$(-.76)\div.38\times(-.45)$　　　$.81\div(-.27)\times.96$

$\left(-\frac{3}{4}\right)\div\frac{3}{20}\div\left(-\frac{8}{25}\right)$　　$\left(-\frac{9}{42}\right)\times\frac{7}{27}\div\left(-\frac{5}{12}\right)$

$\frac{7}{24}\times\left(-\frac{8}{15}\right)\div\left(-\frac{3}{28}\right)$　　$\left(-\frac{5}{12}\right)\div\frac{3}{14}\div\left(-\frac{8}{35}\right)$

$\left(3\frac{2}{7}+2\frac{3}{14}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-4\frac{1}{5}\right)\times1\frac{4}{21}$

$\left(8\frac{1}{3}+.28\right)\times\left(-4\frac{7}{32}\right)\div.9$

10. (1)　次の括弧内の式の和を求めよ。

$(4x+7y+3\ ,\quad -3x+2y-4)$

$(-7x+y+32\ ,\quad 3x+6y-42)$

$(4a-3b-c\ ,\quad a+b+4c)$

$(-2x+2y-1\ ,\quad x+\frac{2}{3}y-3)$

$(6.3x+2.5y-.5z\ ,\quad 1.5x-9.3y-4z)$

$\left(-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}y\ ,\quad -\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}y\right)$

$(5x+3y+z,\quad 3x-2y+3z,\quad x-3y-5z)$

$(p^3+3p^2-4p-6,\quad -2p-p^3,\ p^3-1,\ 3p^2+2+2p)$

(2)　次の括弧内の式の差を求めよ。

$(-17x^2-14x+15\ ,\quad 16x^2+12x-9)$

$(-6a^3+7a^2-4a,\quad a^2+2a+3)$

$(x^3+3x^2+3x+1,\quad -2x^3-2x^2+x-6)$

$\left(\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}c\ ,\quad -\frac{1}{6}a-\frac{2}{3}b+\frac{5}{4}c\right)$

$\left(\frac{2}{3}p-\frac{1}{5}q+1\ ,\quad -\frac{1}{2}p+\frac{2}{3}q-7\right)$

第四課　確からしさと測定値

私たちの生活を合理化するためには，長さや重さなどの計量は欠くことのできないものである。温度・氣圧，ガスや電氣の使用量，明るさ・濕度・カロリーなど，文明が進むにつれて，ますます多種多様の量が測られ，私たちの生活は合理化され，いっそう便利で安全なものとなる。

いろいろな法則のうち，最も確かだと考えられるものは，自然現象についての法則であろう。これらは，自然現象を数量的に考察することによって発見せられた。また，これらを数量的に表現することによって，いっそう深く自然を理解し，利用し，制していくことができるのである。

私たちの生活を合理化し，自然を研究していくのに根底となっている計量の確からしさは，どのようにして表わしたらよいだろうか。

面積や速さなどは，長さや時間などの測定値をもとにして計算される。測定値から計算された結果の確からしさは，どのようにして推定するのか，また，推定値をもとにして計算するには，どのようにすればよいか。このようなことについて，これから研究しよう。

第八章　測定値の意味

1.　測定値の性格

物の長さは，物さしで測って，何メートル何センチメートルあるといい，重さははかりを使って測り，何キログラムあるという。このように，ある量の大きさを測ることは，その量と單位にする量との割合を調べることである。

問 1.　測定値を表わす時，單位の名をつけるのはなぜか。

問 2.　昔の人たちにも，長さや重さを測る必要があった。

⑴　昔の人たちは，長さの單位としてどんなものを用いたか。それが私たちの使っている單位にまで，どのようにして變ってきたか。また，それは，どんな必要によって発展してきたか。これらを調べて，クラスに発表せよ。

⑵　重さの單位についても，同じことを調べよ。

問 3.　日常の生活では，長さや重さのほかに，どんな量を測定しているか。また，その時に用いる單位は，どのように定めてあるか。

測定値が，量の大きさを表わすものとして信頼できるものであり，誰にとっても，また，どんな地域でも，通用するものであるためには，單位がはっきりと定められていなければならない。單位が定められていても，測る時に使う物さしやはかりが正しくなければ，その測定値は信用することができない。長さを測る‘物さし’，液体や穀類などの量を

測る‘ます’，目方を測る‘はかり’のことを度量衡(こう)という。度量衡が正しく作られ，誰にも安心して使えるようにするため，度量衡法という法律で，いろいろなことが定められている。度量衡の計器で，精密なものは商工省中央度量衡検定所で，普通のものは各地方廳の検定所で検定されている。品物を賣買する時などには，必ずこの検定に合格した計器を使わなければならないことになっている。

問 4.　度量衡法にはどんなことが定められているか。また，そのようなことが定められているわけについて話し合え。

問 5.　物さし・ます・はかりには，検定に合格したしるしとして，どんな証印がつけてあるか。これを調べよ。

問 6.　度量衡についての計器のほかに，検定の証印のついているものに，どんなものがあるか。これを調べよ。

度量衡やその他の計器は，できるだけ正しいものであることが望ましい。しかし，ごくわずかな誤差は，どうしても避けることができない。また，使う目的によっては，ある程度の誤差があってもよいと考えられる。

問 7.　体重などを測るには，どの程度に正しいはかりが必要か。また，普通の医薬品などを測るには，どの程度に正しいはかりが必要か。

問 8.　.5 cm 程度まで正しく測るには，どんな物さしを用いるか。また，.1 mm 程度まで正しく測るには，どんな

計器を用いるか。

このように，測定値の確からしさを考える時には，まず，計器の正しさが問題となる。しかし，ここでは，計器は正しいものとし，測定値の確からしさについてだけ調べることにしよう。

問 9. 下の直線の長さを測れ。その測定値はどの程度まで確かなものと考えられるか。

24.5 < 眞の値 < 25

問10. このような直線の長さを，できるだけ正確に測るには，どんな注意がいるか。

問11. 教室の内側の周囲を，何人かで別々に測って，その長さを比べてみよ。この周囲の本当の長さはどれくらいであると考えられるか。また，測定値のちらばりぐあいをみよ。

上の実験からわかるように，同じ物について，その長さを幾回も繰り返して測ると，その値は必ずしも一致しない。これは，実測値が，量の大きさをそのままに表わしているものではないことを示している。

実際の測定においては，実測値の平均を，その量の大きさとして用いる。これもまた，誤差をもっていることはいうまでもない。といっても，個々の実測値のうち，どれをとるとも定められないから，何かこのような値を用いないわけにはいかない。

問12. ある物の長さを5回測って，次のような値を得た。測定値をどれだけと考えればよいか。

23.86cm　23.88cm　23.88cm　23.87cm　23.86cm

問13. 数回の測定によって，その量の大きさを推定する方法と，統計における少数の見本による一部調査とを比べて，どんな点が似ているか。どんな点が違っているか。これについて話し合ってみよ。

2. 測定値の確からしさ

測定値の確からしさは，その誤差で表わされる。これについては，第一課で学んだところである。このことを，もう少し深く調べることにしよう。

私たちは誤差を次の式で定めることにする。

測定値－眞の値＝誤差

上の等式で，眞の値とは，量の大きさを示すものとして考えたものである。しかし，私たちが知ることのできるのは，眞の値ではなくて測定値だけである。眞の値は計算の便宜から考えたものである。

問14. 物の長さを，最小目盛がミリメートルである物さしで測ったとする。ミリメートル未満の端下を省略して，小さな方の目盛で読んだとすれば，その測定値の誤差の符号は何か。また，大きな方の目盛で読んだとすれば，

誤差の符号は何か。

私たちは，量の大きさの眞の値を知ることができないから，誤差もまた，知ることはできないものである。しかし，誤差がどの範囲にあるかは知ることができる。

問15. 前問で，誤差は，端下を切り捨てた時には，どの範囲にあるか。また，切り上げた時には，どの範囲にあるか。

問16. 問14において，端下を目分量で読んだとする。誤差の符号や範囲について，どんなことが考えられるか。

誤差の符号はわからないが，その絶対値は，一定の値 d よりも小さいことがわかるのが普通である。この場合における d を，その**誤差の限界**という。誤差 x の限界が d であると，x のある範囲は，次の不等式で示される。

$$-d<x<d$$

測定値は，ふつう誤差の限界が最後の位の数字で1になるように書く。たとえば，重さが 3.8 kg であると書けば，その誤差の限界は .1 kg であり，3.84 kg と書けば，その誤差の限界は .01 kg である。こうしたことを表わす必要から，測定値として 2. kg, 2.0 kg, 2.00 kg などと書くことがある。これは，明らかに，違ったことを表わしている。

問17. 次の測定値の誤差の限界はどれだけか。また，その眞の値は，どの範囲にあるか。

65. km　　8.73 m　　4.90 m^2　　.028 l　　15.60 cm

測定値の誤差の限界が，末位の1でない時には，ふつう次のように，測定値の後に符号±をつけて，誤差の限界を書きそえる。

$$2.8 \pm .05 cm$$

これは，測定値 2.8 cm の誤差の限界が .05 cm であることを示している。

問18. 次の測定値では，眞の値はどの範囲にあるか。

9.15±.03 cm　　4.76±.02 kg　　28°33′±4′

くわしい値がわかっている時でも，概略の値でまに合う場合には，ある適当な位まで求めて端下をまるめる。いいかえると，端下の部分は切り上げたり，切り捨てたり，あるいは四捨五入したりする。まるめて作った数値を，もとのものの**近似値**という。近似値の確からしさも，その誤差によって表わすことができる。

問19. 近似値の誤差は，どんな式で定めるとよいか。

問20. ある位で切り捨てた時，近似値の誤差は，どの範囲にあるといえるか。また，切り上げた時，あるいは四捨五入した時には，どうか。

問21. 数をまるめる時，ある位のところで切り捨てるのと，切り上げるのと，四捨五入するのとでは，どれが最も誤差が少ないといえるか。

問22. 四捨五入して次の数ができたとする。もとの数はどの範囲にあるか。これを不等式で書き表わせ。

3.025<x<3.035　9.895<x<9.905　.75995<x<.76005

1.35<x<1.45　23.5<x<24.5

1.4　　3.03　　9.90　　24.　　.7600

0.05　0.005　0.005　0.5　0.00005

測定値や近似値の確からしさは，誤差の限界で表わされる。したがって，その小さなほど測定値や近似値が信用され，また，正しいものである。しかし，1 *m* ぐらいの物を，98.4 *cm* まで測ったのと，数センチメートルの物を 4.6 *cm* まで測ったのとでは，どれも誤差の限界は 1 *mm* である。といって，この二つの測定値を同等とみることはできない。測り方のくわしさが違うからである。これは，第一の場合には，測定値が 3 けたの数であり，第二の場合には，2 けたの数であることからわかる。また，誤差が長さの何パーセントに当るかを計算してみれば，もっとはっきりしてくる。

問23. 上の二つの場合について，誤差の，その長さに対する割合を求めよ。

測定値のくわしさをみるには，次の式で定められる**相対誤差**を調べればよい。

$$相対誤差=\frac{誤差の絶対値}{眞の値}$$

相対誤差は，多くの場合に百分率で表わされる。相対誤差に対し，前に考えた誤差を**絶対誤差**といって，これを区別することがある。相対誤差は測定値のくわしさを表わし，絶対誤差は測定値の正しさを表わす。

相対誤差についても，その値を知ることができない。しかし，限界がわかれば，その測定値のくわしさを知ること

絶対誤差 — 正しさ
相対誤差 — くわしさ

ができる。相対誤差の限界としては，ふつうに絶対誤差を測定値で割り，適当な位で切り上げたものを用いている。

問24. 次の測定値について，相対誤差の限界を求めよ。

3.14　　1.73　　.058　　7.28±.005

ある距離を測った時に，その値を 2.5 *km* と書けば，誤差が 100 *m* 以内であることを示し，また，2.50 *km* と書けば，誤差は 10 *m* 以内であることを示している。しかし，この二つの測定値をメートル単位で書いたとする。どちらも 2,500 *m* となって，測定値の確からしさを区別することができない。2,500 *m* が第一の測定値を表わすものと考えれば，2 個の 0 は單に位取りを示すだけのものである。もし，第二の測定値を表わすものと考えれば，十の位の 0 は測定値の正しさを示すものであるが，末位の 0 は測定値の正しさに関係がない。一般に，測定値については，正しさやくわしさを示す 0 と，位取りだけを示す 0 とを区別する必要がある。

正しさやくわしさを表わすのに有効な数字を**有効数字**という。

問25. 次の測定値の有効数字はいくけたか。

5.04 *m*　　.280 *g*　　.0056 *cm*　　.3020 m^2　　4.000 *l*

有効数字のけた数をはっきり示すには，第一有効数字が一の位にあるようにして，次のように書く。

有効数字が 2 けたの時　$2500=2.5\times1000=2.5\times10^3$

有効数字が3けたの時　$2500=2.50\times100=2.50\times10^2$

問26. 次の数の有効数字は，どれも3けたである。これを前のページに示したように書け。

730　　10200　　8400　　5000　　41000

問27. 2けたの有効数字をもつ測定値の相対誤差は，どの範囲にあると考えられるか。また，1％以内の誤差で測るには，測定値として，いくけたの有効数字のものが必要であるか。

問28. 円周率のくわしい値は，　$\pi=3.14159265\cdots\cdots$である。誤差が1％以内の近似値としては，どんな値をとればよいか。また，その近似値の相対誤差は何パーセントとすればよいか。

問29. 次の各組の二つの測定値について，どちらが正しいか。また，どちらがくわしいか。

(1) 地球の表面積　5.1010×10^8 km²
　　本州の面積　2.28×10^5 km²

(2) ある人の体重　53.4 kg
　　水素原子の重さ　$1.6618\times\frac{1}{10^{24}}$ g

(3) 月の赤道半径　1738 km
　　月の比重　3.34

第九章　測定値の取り扱い

1. 測定値の加・減

測定値には，常に誤差があると考えられる。これをもとにして計算した場合に，その結果にもまた誤差がある。その結果の確からしさをどのようにして推定するか。また，測定値を用いて計算する時には，不必要な計算をさけるために，どんな注意が必要であるか。これについて考えよう。

問 1. 地図上で道のりを測ったら，A から B まではまっすぐな道で 4.3 km，Bから C までは曲った道で 7 km あった。

(1) 上の二つの測定値の誤差はどれほどか。

(2) A から B を通って C までの道のりを (7＋4.3) km とすれば，その誤差はどれくらいか。

(3) AB間の道のりと，BC間の道のりとの差を (7－4.3) km とすると，その誤差はどれくらいか。

二つの測定値について，その和や差を求めると，結果の誤差の限界は，二つの測定値の誤差の限界の和になる。前問の計算をするために，一方を 7 km とし，他方を 4.3 km として計算したのでは，4.3 km の 3 までも正しく測ったことに対して，あまりむくいられていない。いいかえると，4.3 km と 3 まで正しく測っても，7 km があったのでは，3 まで測ったことがむだに近いのである。このような場合

には，両方とも，km の位までとか，100 m の位までとかに定めておけば，むだがない。このようなことから，次のことがいえる。

測定値の和や差を計算する時には，正しさをそろえて加減するのがよい。また，和や差を計算するのに必要な測定値を得るためには，正しさをそろえるように，あらかじめ考えておいて測定するがよい。

問 2. 次の近似値は，いずれも四捨五入をして求めたものである。これを用いて次の式の計算をせよ。また，その値の誤差の限界はどれだけか。

$\sqrt{2}=1.414$，$\sqrt{3}=1.732$，$\sqrt{5}=2.236$，$\sqrt{7}=2.646$

(1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{2}+\sqrt{7}$　(3) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{7}-\sqrt{5}$　(5) $\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}$　(6) $\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}$

問 3. 近似値の誤差の限界がいずれも d であるとする。二つの近似値をよせたり，また，引いたりして出した結果について，誤差の限界をいえ。また，三つの近似値をよせたり引いたりして出た結果について，その誤差の限界をいえ。

問 4. 次の式を小数第三位まで計算せよ。

(1) .16666＋.04166＋.00833＋.001388

(2) $\frac{1}{2}+.0833-.0069$

(3) $\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}-\frac{1}{11}$

2. 測定値の乗・除

長方形の面積 A を求めるために，その二辺 a，b を測って，次の値を得た。

$$a=12.4\pm.1\ m \qquad b=62.6\pm.1\ m$$

この場合に，$A=ab$ として計算された面積について，その確からしさを考えてみよう。

問 5. 辺 a の長さは，最大限どれだけと考えられるか。最小限どれだけと考えられる。また，a の測定値の相対誤差はどれだけか。

辺 b についても，同じことを調べよ。

問 6. a，b の正しい値を 12.4 m，(62.6＋.1) m であるとして，A＝12.4×62.6 の相対誤差はどれだけか。また，これと，b＝62.6 の相対誤差とを比べよ。

問 7. a，b の正しい値を，(12.4＋.1) m，62.6 m であるとして，A＝12.4×62.6 の相対誤差はどれだけか。また，これと，a＝12.4 の相対誤差と比べよ。

問 8. a，b の正しい値を，それぞれ，次のようなものとして，上と同じように調べてみよ。

(1) $a=(12.4-.1)\,m$　　$b=(62.6-.1)\,m$

(2) $a=(12.4+.1)\,m$　　$b=(62.6+.1)\,m$

問 9. 面積 A の正しい値はどんな範囲にあるといえるか。また，A＝12.4×62.6＝776.24 の相対誤差の限界はどれだけか。また，これと a 及び b の測定値の相対誤差

の限界とを比べよ。

以上のことからわかるように，二つの測定値の積を求めると，その相対誤差の限界は，二つの測定値の相対誤差の限界の和になる。

したがって，測定値の積を計算する時には，くわしさをそろえてからかけ合わせるとよい。また，積を計算するのに必要な測定値を得るためには，くわしさをそろえるように，あらかじめ考えておいて測定するとよい。

問10. ある鉄球の重さ a を測ったら 7.08 kg あった。鉄の比重 b として 7.56 を用いて，この鉄球の体積 V を次の式によって計算するとする。その値 V は，どの程度に信頼できるか。上にならって調べてみよ。

$$V=\frac{a}{b}$$

除法の場合についても，二つの測定値のくわしさをそろえて割ればよい。たとえば，有効数字がともに3けたの測定値について乗除の計算をした時には，積や商の有効数字も3けただけとると考えてよい。

一般に，くわしさのほぼ等しい二つの測定値について，乗除の計算をした時には，その結果も同じ程度のくわしさであるとみてよい。

問11. 底辺が 26.8 m，高さが 15.7 m の三角形の土地の面積は，どれくらいであるとすればよいか。また，その相対誤差の限界を調べよ。

問12. 昭和22年10月の調査では，わが國の人口総数は 78,627,000 で，そのうち市部に住む人口は 25,857,739 であった。市部に住む人口の，総人口に対する割合を，有効数字3けたまで求めるには，どのように計算すれば簡單か。

問13. 円の周の長さを求めるために，直径を測って 12.5 cm を得た。円の周の長さを計算する時に，π の値として，どんな近似値が適当であるか。また，その理由を説明せよ。

問14. 正方形の一辺の長さを測って $(8.31\pm.02)\,cm$ を得た。この正方形の面積は，どれだけとするのが適当か。その理由も説明せよ。

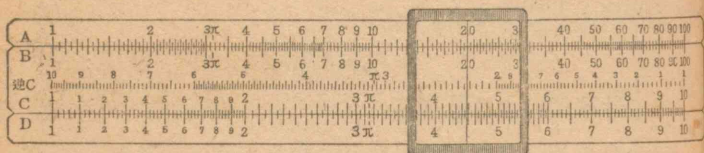
3. 計算尺による計算

二つの，3けたの測定値をかけると，積は5けたか6けたの数となる。しかし，はじめの3けたぐらいしか信頼できないのである。これをふつうにかけざんしたのでは，かなりむだな労力を費すことになる。これは，除法についてもいえることである。そして，乗除の計算は，なかなか手数のかかるものであるから，簡單に結果が求められ，しかも必要な程度の確からしさが保たれるような計算方法があれば，きわめて便利である。文明が進むにつれ，数の計算がますます必要となったので，いろいろな計算法や計算機

械がくふうされた。有効数字が3けた程度の測定値についての乗除の計算に対しては，上の目的に最もよく適するものに計算尺がある。

計算尺は，比較的容易に手に入れることができるし，また，概略の計算のためには，附録にあるものから容易に作ることができるから，その使い方を学んで，私たちの便利な道具としよう。(計算尺の原理については附録を参照せよ。)

計算尺には，いろいろな目盛がつけてある。次の図に示したものでは，目盛の左端に，上から順に A，B，逆 C，C，D と書いてある。この目盛を，上から順に A 尺……，D 尺という。



問15. 同じ目盛がつけてあるのは，どれとどれか。また，逆 C 尺と C 尺とは，どんな関係にあるか。

計算尺は，三つの部分からできていて，外側の固定した尺を台尺，中央のすべらす尺を内尺，ガラス板の部分をカーソルといい，カーソルのガラスに入れてある中央の線をカーソル線という。

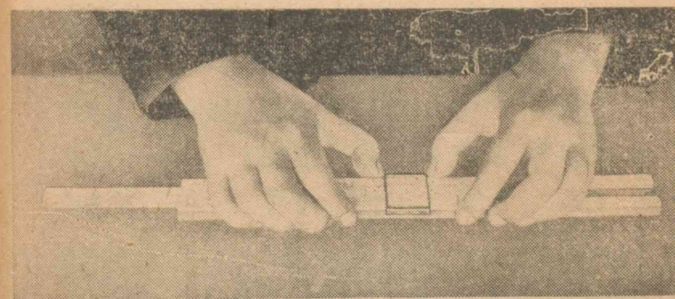
(a) 目盛の読み方

計算尺の目盛は，ふつうの物さしの目盛と異なっている。

計算尺を使うには，まず，その目盛になれることが大切である。C 尺，D 尺について，目盛の読み方を練習しよう。

問16. C 尺と D 尺で，数字の記してあるのはどんな目盛のところか。

問17. 1から2までの目盛で，長い線で示してあるものは，どんな数に当るものか。やや長い線で示してあるものはどうか。最小の目盛はどれだけに当るか。



計算尺は，上の図に示したように持って操作するがよい。カーソルは，押す方の手のおや指の爪で静かに押し，反対側の手のおや指の爪で加減しながら動かす。

問18. D 尺の次の目盛に，カーソル線を合わせよ。

(1) 1.6　1.3　1.8　1.2　1.7　1.4　1.9　1.6

(2) 1.35　1.54　1.05　1.26　1.83　1.49　1.72　1.02

問19. 2から4までの目盛で，長い線で示してあるものはどんな数に当るか。やや長い線で示してあるものはどうか。また，最小目盛はどれだけか。

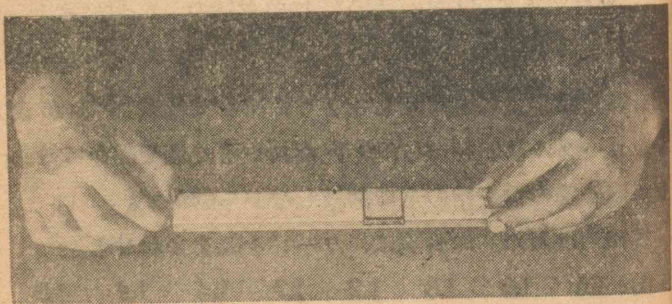
問20. 4から右端の10までの目盛についても，同じように調べよ。

問21. D尺の次の目盛に，カーソル線を合わせよ。

(1)	2.5	3.6	3.2	2.2	2.9	3.8	3.5	2.7
(2)	5.5	7.5	4.6	8.3	9.9	6.2	4.1	8.7	6.4
(3)	2.54	3.48	3.14	2.72	2.08	3.96	2.26	3.52
(4)	5.25	7.55	9.45	4.75	7.15	6.85	8.35	5.65

問22. 計算尺でも，最小目盛未満の部分は目分量で読む。D尺の次の目盛に，カーソル線を合わせよ。

(1)	1.525	1.495	1.765	1.035	1.285	1.845
(2)	2.13	3.77	3.51	2.39	3.65	2.93
(3)	5.23	8.72	4.88	6.37	9.57	4.11



内尺は，上の図に示したように，一方の手の人さし指で押し，他方の手のおや指と人さし指ではさんで動かす。

問23. 問18，問21，問22 にある数値を示すD尺の目盛に，C尺の左端にある1を合わせよ。また，C尺の右端

にある 10 を合わせよ。

問24. カーソルを固定して，カーソル線の下に，問18，問21，問22 にある数値を示すC尺の目盛を合わせよ。また，逆C尺の目盛に合わせよ。

問25. 二人ずつの組にわかれて，一人はいろいろな数値を読み，他の一人は，次の方法でその目盛をとれ。

(1) D尺の目盛にカーソル線を合わせる。

(2) D尺の目盛にC尺の1を合わせる。

(3) カーソルを固定し，カーソル線にC尺の目盛を合わせる。また，逆C尺の目盛を合わせる。

問26. A尺，B尺についても，各自に研究せよ。

(b) 乗　法

問27. まず，D尺の2にC尺の左端の1を合わせよ。次に，C尺の次にあげた目盛にカーソル線を合わせて，カーソル線の下のD尺の目盛を読め。また，この時，C尺の目盛とD尺の目盛の間にどんな関係があるか。

2　3　4　1.5　2.5　3.2　4.6　1.3

問28. D尺の3にC尺の左端の1を合わせて，同じように調べてみよ。

問29. D尺の4にC尺の左端の1を合わせて，同じように調べてみよ。

このことから，計算尺で $a \times b$ を計算するには，まず，D尺の目盛 a にC尺の左端の1を合わせ，次に，C尺の目

盛 b にカーソル線を合わせて，その下のＤ尺の目盛を読むと，積 ab の有効数字がわかる。もし，Ｃ尺の目盛 b がＤ尺の目盛の部分をはずれている時には，Ｄ尺の目盛 a にＣ尺の右端にある 10 を合わせるとよい。この時，積の位取りは，概算によって定めるがよい。

〔例1〕 35×2.5 を計算せよ。

まず，上の積は概算によって 30×3=90 ぐらいであることがわかる。次に，Ｄ尺の 3.5 にＣ尺の左端の 1 を合わせ，Ｃ尺の 2.5 にカーソル線を合わせて，Ｄ尺の目盛を読むと 8.75 であるから，積の位取りは次のようにする。

$$35\times2.5=87.5$$

〔例2〕 23.5×.62 を計算せよ。

まず，概算によって積は 20×.6=12 に近い値であることがわかる。次に，Ｄ尺の 2.35 にＣ尺の左端の 1 を合わせると，Ｃ尺の 6.2 はＤ尺の目盛をはずれている。そこで，Ｄ尺の 2.35 にＣ尺の右端の 10 を合わせ直して，上の例のようにすれば 1.46 である。それで積は

$$23.5\times.62=14.6$$

であることがわかる。（端下を目分量で読むと，もっとくわしい値を知ることができる）

上の例では，目盛がはずれるために，内尺を合わせ直す必要があった。この手数をはぶくには，次のように逆Ｃ尺を用いるとよい。

Ｄ尺の 2.35 にカーソル線を合わせる。次に，内尺を動かして逆Ｃ尺の 6.2 をカーソル線に合わせ，Ｃ尺の左端の 1 の下にあるＤ尺の目盛を読んで 14.6 とする。

このように，乗法をおこなうには，逆Ｃ尺を使う方が便利である。逆Ｃ尺を使えば，$a\times b$ を次のように簡単に計算することができる。

Ｄ尺の目盛 a にカーソル線を合わせる。次に，内尺を動かして逆Ｃ尺の目盛 b をカーソル線に合わせる。この時，Ｃ尺の 1，あるいは 10 の下にあるＤ尺の目盛を読む。これで，積 ab の有効数字がわかる。

問30. 逆Ｃ尺を使って次の乗法をせよ。

2×4　　3×2.5　　4×6　　5×4　　2×5　　7×6

問31. 次の計算をせよ。

1.6×4.2	2.5×3.2	2.6×8.4	3.52×8.2
1.72×.43	.35×25	830×.69	3.52×3.3
25.4×.056	.345×2.78	3.12×2.24	3.45×7.85
6.75×3.06	.82×.536	112.5×.07568	

問32. 長方形の二辺が 535 m と 122 m である。この長方形の面積を求めよ。 65300 (m²)

問33. 一辺が 12.5 m の正方形の面積はどれだけか。 156.1 m²

問34. 直径が 2.15 m である円の周の長さを求めよ。円周率は目盛の π を用いよ。 6.75 m

問35. 半径が 2.5 m である円の面積を求めよ。

2.5×2.5×3.14 = 19.6 m²

10.03
3.25/1006

問36. 元金が 7,500 円で，利率が年4分4厘である1箇年の定期預金の利息を求めよ。 7500×0.044=330円

問37. 1 kg 35.7 円のお米が 7 kg 配給になった。その代金はいくらか。 35.7×7=249.9

(c) 除　法

除法は乗法の逆算である。次のようにC尺とD尺を使えば，$a \div b$ を容易に計算することができる。

D尺の目盛 a にカーソル線を合わせ，次に，内尺を動かしてC尺の目盛 b をカーソル線に合わせる。この時，C尺の1，あるいは10の下にあるD尺の目盛を読む。

これで，商 $a \div b$ の有効数字がわかる。位取りは乗法と同じく，概算によってきめる。

問38. 上のようにして，除法ができることを確かめよ。

$4 \div 2$ 2　$6 \div 1.5$ 4　$5 \div 3$ 1.67　$5.6 \div 7$ 0.8　$4.8 \div 1.2$ 4

$7.2 \div 2.4$ 3　$3.2 \div 8$ 0.4　$10 \div 5$ 2　$1 \div 4$ 0.25

〔例3〕 $1.53 \div 2.12$ を求めよ。

まず，有効数字を求めるために，D尺の 1.53 にカーソル線を合わせ，次に，C尺の 2.12 をカーソル線に合わせる。この時に，C尺の右端の10の下にあるD尺の目盛を読むと 7.22 を得る。

次に，位取りを概算し，$1.53 \div 2.12 = .722$ となる。

153 は 1.53 の 100 倍であるから　$153 \div 2.12 = 72.2$

.0212 は 2.12 の $\frac{1}{100}$ であるから　$153 \div .0212 = 7220$

この例のように，商 $a \div b$ の位取りが概算によって求めにくい時には，まず，a，b を一の位からはじまる数 a'，b' と考えて，$a' \div b'$ を概算によって定める。次に，a と a'，b と b' とを比べて，何倍であるか，あるいは何分の1であるかを考える。これをもとにして，商の位取りをきめるがよい。この方法は，積の位取りをきめる時にも有効である。

問39. 次の計算をせよ。

$42 \div 7$　$5.1 \div 2.8$　$4.5 \div 3.2$　$4.6 \div 5.1$　$765 \div 51$

$3.28 \div 17.4$　$1446 \div 32$　$12.4 \div .8$　$15.1 \div 21.6$

$9.43 \div .317$　$.825 \div .322$　$.338 \div 17.4$　$3.14 \div .0235$

問40. 次の分数を小数に直せ。

$\frac{1}{8}$　$\frac{1}{2.5}$　$\frac{1}{325}$　$\frac{1}{32.3}$　$\frac{1}{3.14}$　$\frac{1}{5.68}$

問41. 1インチは 2.54 cm である。1 cm は何インチか。

問42. 1 kg は .267 貫である。1貫は何キログラムか。 3.745kg

問43. 周の長さが 20 cm である円の直径を求めよ。

(d) 比例式の計算

a，b，c の値がわかっている時，比例式

$$a : b = c : d$$

が成り立つような d の値を求めよう。それには，次の等式に示すとおり，乗法と除法とをおこなえばよい。

$$d = \frac{b \times c}{a}$$

ある場合には，159 ページで調べたことから，次のように簡単に計算することができる。すなわち，

D尺上の目盛 b とC尺上の目盛 a とを合わせた時，C尺の目盛 c に合っているD尺の目盛を d とすれば，いつでも

$$a : b = c : d$$

である。目盛を合わせたり，読んだりするには，カーソル線を使うのがよい。

問44. 上のようにして比例式が計算できるわけを説明せよ。

問45. 次の x の値を求めよ。

$4 : 5 = 6 : x$ 7.5　$212 : 364 = 54 : x$

$2 : 7 = x : 34$ 9.71　$81 : 56 = x : 30$

問46. 次の表にある各金額の百分率を計算して，空欄に記入せよ。 50

	甲	乙	丙	丁	計
金額	円 134.21	円 89.40	円 249.31	円 72.98	円 545.90
百分率					100%

問47. 15 kg が4貫である。これをもとにして，次の表を完成せよ。

キログラム	7	12	22	25			
貫					1	6	13

問48. 内尺をある位置で固定した時，カーソル線の下にあるD尺の目盛と逆C尺の目盛との間に，どんな関係があるか。また，この関係を用いて，どんな計算が簡単にできるかを考えよ。

(e) 計算尺による計算と誤差

計算尺によると，乗除の計算は，きわめて手軽にできる。加減の計算には，そろばんがきわめて便利であるから，そろばんと計算尺とをじょうずに活用すると，私たちは能率よく，うまく計算することができる。

計算尺によって測定値の乗除をすると，誤差のために無意味な数字までも計算する心配がない。これは，有効数字だけが自然に求められるからである。このことは，ある程度以上にくわしい計算ができないことを意味する。これは計算尺の一つの弱点である。私たちは，計算尺でどの程度のくわしさの計算まではできるかを知っておれば，計算尺の長所を十分に生かして，私たちの生活に役立てることができる。

まず，計算尺の目盛は，どの程度まで読めるかを考えよう。

問49. 1から2までの間では，最小目盛はどれだけか。ここでは，最小目盛未満の端下を切り上げ，または切り捨てると，その相対誤差は何パーセントぐらいとなるか。

問50. 2から4，4から10までの間についても，上のように調べてみよ。

問51. ふつうの物さしで，最小目盛未満の端下を切り上げ，または切り捨てた時の誤差については，どんなことがいえるか。これと計算尺の目盛を読む場合と比べてみよ。

問52. 計算尺では，最小目盛未満の端下を目分量で読むと，相対誤差がどれくらいの範囲にあるか。

最小目盛の$\frac{1}{5}$程度までくわしく読むことができるとする。計算尺の目盛が正しければ，どこでも，相対誤差がだいたい .2%以下のくわしさで目盛を読むことができる。

問53. 次の計算を，計算尺によってせよ。後で筆算で計算し，これらを比べよ。また，その誤差について調べてみよ。

5.82×1.92　　3.71×6.22　　4.17×1.335

$9.35\div5.32$　　$1.53\div3.52$　　$6.3\div8.12$

計算尺は，だいたい有効数字が3けたの近似値の計算に適するものであることがわかる。したがって，4けた以上の有効数字をもつ測定値では，適当にまるめて目分量で読めるものに直してから計算をする。計算の結果は，もちろん，上に述べた程度のくわしさしかないのであるから，それ以上のくわしさを要求するような計算には，計算尺は適当でないといわなければならない。（計算尺も使い方をくふうすると，割合に簡単なくふうによって，もっとくわしい計算をするのに役立てることができる。各自に研究してみよ。）

問題練習 7.

1. 日常扱う数量で，10%くらいの誤差があってもよいものに，どんなものがあるか。また，1%くらいのくわしさで測らなければならないものに，どんなものがあるか。誤差があってはならないものに，どんなものがあるか。

2. 中部地方の各縣の常住人口は，次のようである。部地方全体の人口を1万以内の誤差でいえ。

中部地方の常住人口　（昭和23年8月1日現在）

新潟縣	2,435,451人	長野縣	2,079,682人
富山縣	998,349	岐阜縣	1,524,812
石川縣	947,772	靜岡縣	2,407,102
福井縣	733,374	愛知縣	3,226,116
山梨縣	815,485		

（総理廳統計局調）

3. 長方形の土地の縦，横の長さを測ったら，縦 17.4 m 横 10.7 m であった。面積はどれだけか。その結果の誤差を求めよ。ただし各測定値の誤差は末位の1以内である。

4. 鉄塊の体積と重さとを測ったら，それぞれ 67.6 cm^3, 531 g あった。これから密度を計算せよ。その結果はどの程度に信頼できるか。ただし，各測定値の誤差は末位の1以内である。

5. 三つの測定値の積の相対誤差は，各測定値の相対誤差の和を超えないとみてよい。そのわけを説明せよ。

6. 30 l ぐらいはいる直方体の箱がある。その容積を，1 l 以内の誤差で測るには，内のりの長さを，どの程度のくわしさで測ればよいか。

7. ある円柱形の容器の直径と高さとを測ったら，それぞれ 9.5 cm，8.2 cm あった。この容器の容積はどれくらいか。この時の計算に用いる π の近似値としては，どんな値が適当か。各測定値の誤差は 2 mm 以内である。

8. 四角な鉄板の縦・横・厚さを測ったら，それぞれ，次のようであった。この鉄板の体積を求めよ。各測定値の誤差は，末位の半單位以内である。

11.5 cm　　11.3 cm　　1.06 cm

9. 最近の石炭の生産高は，次の通りである。昭和5～9年の平均生産高を基準として，各年の生産指数を計算せよ。

石炭生産高

年次	生産高	年次	生産高
昭和5～9(平均)	31,173千トン	昭和 19	49,335千トン
16	55,602	20	22,335
17	54,179	21	22,523
18	55,539	22	29,335

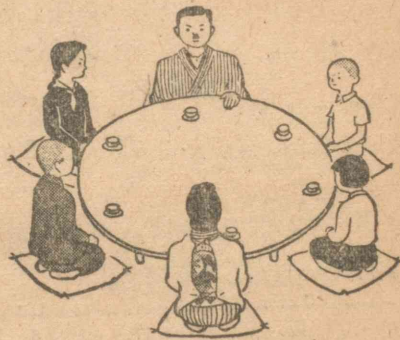
（石炭廳調）

10. 計算尺を用いて，次の換算表のあいているところを，うめよ。

ポンド(米)	1	$\frac{1}{2}$	6	2.5	16					75
キログラム						1	14	45	60	34

問題練習 8.

1. 父母と兄弟4人の子供が，丸いテーブルを囲むのに，父母は向かい合って座(すわ)るものとする。兄弟4人の並び方は幾通りあるか。

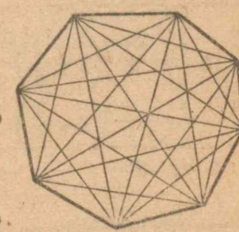


2. 甲，乙，丙，丁，戊の5人が町へいくのに，3人はバスに乗り，2人は歩くことになった。バスに乗るものと，歩くものとの分け方は，幾通りあるか。

また，バスに乗るものと歩くものとを，くじ引きできめるとすれば，この中の一人一人は，バスに乗る方と歩く方と，どちらのくじに当りやすいか。

3. 長さ 3 cm，5 cm，7 cm，10 cm の4本の棒がある。この中の三本で三角形を作ると幾種類の三角形ができるか。

4. 八角形の対角線の数を調べる時に，とりもらしたり，重複したりなどしないように数えるには，どんな方法が考えられるか。



辺の数が n である多角形の対角線の数は，どんな式に書き表わされるか。

5. 次の第一行の式にならって，あ.

の式の欠けているところを補え。

$$\begin{array}{lllll} 2\text{分}5\text{厘} & =2.5\% & = & .025 & =\frac{1}{40} \\ & = & = & & =\frac{1}{8} \\ & = & 3\frac{1}{3}\%= & & = \\ 1\text{割}8\text{厘} & = & = & & = \\ & = & = & 2.6 & = \\ & = & = & & =\frac{5}{4} \end{array}$$

6. 次の表で，p はＡのＢに対する割合を示している。欠けているところを補え。

A	28		23.1	12.5			350
B	108	48		9.3	.75	81	
p	%	8分	72.7%	%	3割2分	150%	1.75

7. 次の計算をせよ。

$2(x+1)-23$　　$-2(x-y)-2y$

$a(1-p)+ap$　　$3(x+4)-3(x-5)$

$x-7-(8-3x)$　　$-8x-9(7-x)$

8. 次の式の括弧をはずして整頓せよ。

$(x+3)(x+2)$　　$(x-1)(x-6)$　　$(x-5)(x+2)$

$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$　　$\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$　　$\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{3}{5}\right)$

$\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)$　　$(5+4x)(5-4x)$　　$\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)$

$(x-7)^2$　　$(2a-b)^2$　　$(x-2y)^2$

$(2x+2)^2$　　$(3x-2y)^2$　　$(4ab+c)(4ab-c)$

単元のまとめ

私たちが，この単元で，学んだことのうち，重要なものは，次のようである。

(I)

1. 世の中には，全く確かであるといいきれるものは少ない。しかし個々のものについては，どの程度に確かであるかがわからなくても，多くのものについて調べると，その確からしさを，推定することができ，これを，私たちの生活に役だてることができる。

2. 私たちは，今までの経験をもとにし，推論によって，知識や予想の確からしさを，保証したり，傳達したりする。

3. 同じようなものが多数にある場合や繰り返し起る場合には，確率によってその確からしさを測ることができる。

4. 統計は，世の中のことをみる有力な道具である。統計を用いるには，その資料に対して検討を加え，また，得られた結論の確からしさを考えることが必要である。

5. 自然は計量することによって，いっそうはっきり知ることができる。計量についても，その結果の確からしさを考えなければならない。

(II)

1. 場合の数の求め方

(a)　Ａが m 通りの方法で起り，そのおのおのの場合

について，Bがn通りの方法で起るとき，A，Bを同時に考えると，mn通りの方法で起る。

(b)　n個の異なるものからr個取る順列の数 ${}_nP_r$

(c)　n個の異なるものからr個取る組合わせの数 ${}_nC_r$

2.　確率の意味とその計算

(a)　数学的確率，統計的確率は，$p=\frac{a}{n}$で表わされる。だたし，場合の総数n通りのうち，その事柄の起るのは，a通りであるとする。

(b)　確率に関する加法法則　$p=p_1+p_2$

(c)　確率に関する乗法法則　$p=p_1\cdot p_2$

(d)　a_1円，a_2円，……もらえる確率が，それぞれ，p_1，p_2，……であるときの期待値 $(a_1p_1+a_2p_2+\cdots\cdots)$円

3.　資料のまとめ方，表わし方，見方

(a)　項目別に集計する。

(b)　区間に分けて度数を調べる。

(c)　資料の傾向を一つの数で表わす代表値として，相加平均のほかに，中位数，最頻値も用いられる。

(d)　資料の散らばりの度合は，標準偏差ではかられる。

(e)　長期の傾向をみる時には，移動平均法を用いる。

(f)　二種の資料の関係をみるのに，相関図表が用いられる。

(g)　統計を見易く表わすために目的に應じて，適当なグラフや図を用いる。

4.　測定値やその計算の結果の確からしさ

(a)　正しさは絶対誤差，くわしさは相対誤差で表わされる。

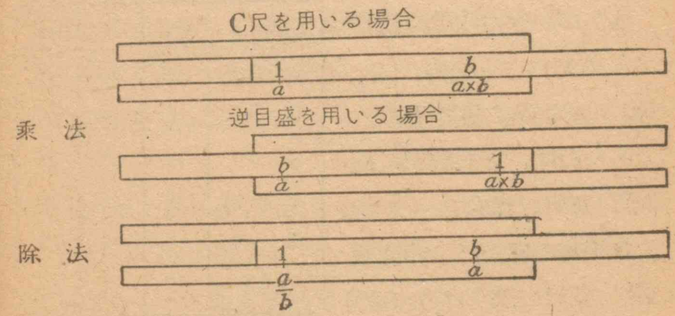
(b)　量xの測定値aの誤差の限界がdであれば

$$a-d<x<a+d$$

(c)　測定値の和や差の誤差は，各誤差の限界の和を超えない。測定値の積や商の相対誤差は，各相対誤差の限界の和を超えないと考えてよい。

(b)　測定値の加減には，正しさをそろえ，測定値の乗除には，くわしさ（または有効数字のけた数）をそろえる。

5.　計算尺の使い方



この單元のテスト

（I）

1.　次の各題の前文は正しいものとして，後の結論のうち，推論によって導かれるものに「正」をつけよ。

(a)　太郎が学校に來た日に，次郎も学校に來ていたか

ら，次郎は一日も学校を休まない。　（　　）

太郎と次郎の欠席日数は同じである。　（　　）

太郎は次郎より欠席日数は少なくない。（　　）

(b)　雨が降る時には，かえるがなく，だから

かえるがなくと，雨が降る。　（　　）

かえるは雨の降るのがすきである。　（　　）

かえるがなきやめば，雨は降っていない。（　　）

雨がやむと，かえるもなきやむ。　（　　）

2. ある新聞が，総選挙の一箇月前に，次の事項について，世論調査をして，その結果を発表した。

(a)　今度の選挙では，あなたは，どの政党に投票しますか。

(b)　この前の選挙では，あなたは，どの政党に投票しましたか。

調査の結果

	(a)	(b)	前の選挙の結果
A 政 党	32%	26%	23%
B 〃	20	28	30
C 〃	19	19	21
そ の 他	16	21	20
棄 権	3	5	6
わからない	10	1	—

この調査の方法が，計画通り正しく，おこなわれたものとして，次の四つの意見のうち，最も確からしいものは，どれか。

(1)　現在のところ，A 政党は最も支持者が多く，あとは，B，C，その他の順である。

(2)　選挙の結果投票数は，A，B，C 順である。

(3)　現在のところ，A 政党は最も支持者が多く，あとは，ほとんど同じである。

(4)　選挙の結果は，A 政党の投票数が最も多く，あとは，ほとんど同じである。

3. 次の言葉を適当な順序に並べて，文章を完成せよ。

(a)　推論，実験，資料，推論，となる，する，を得たり，を確かめたり，用いられる，の根拠，の結果，は，時に

(b)　正しさ，くわしさ，測定値，時には，時には，そろえ，そろえる，かける，加える，を，を，を，

(c)　を表わし，を表わす，は，は，資料，資料，ちらばり，平均値，標準偏差，の，具合，の傾向．

4. 男生徒 23 人，女生徒 25 人の学級から，くじびきで，3 人の委員を選ぶ時，3 人とも女生徒である確率はどれだけか。

5. 20 歳の男子が 30 歳まで生きる確率は 91.6%，40 歳まで生きる確率は 84.7% であるとする。20 歳の男子が 30 歳だいで死亡する確率を計算せよ。

6. 25 本のうち，当りが 10 本あるくじを，甲，乙の順に 1 本ずつ引く時，乙だけが当る確率はどれだけか。

7. 一つのさいころをふって，1 の目が出れば 1 円，2 の目が出れば 2 円……，6 の目が出れば 6 円もらうこととする。この時の期待金額はいくらか。

8. ある組の生徒の体重をはかって，次の結果を得た。

(a) この組の体重の平均値はどれだけか。

(b) この組の体重の中位数はどれだけか。

(c) この組の体重の標準偏差はどれだけか。

体重の度数分布表

体重 (kg)	人数	体重 (kg)	人数
38	1	46	5
39	1	47	4
40	1	48	3
41	2	49	1
42	2	50	2
43	5	51	2
44	7	52	—
45	8	53	1

9. わが國の最近10年間の米の実收高は，次の表の通りである。1年間の平均実收高を万石の位まで求めよ。

わが國の米の実收高

年度	実收高(單位石)	年度	実收高(單位石)
昭和 13	65,869,092	昭和 18	62,887,045
14	68,964,668	19	58,558,848
15	60,874,252	20	39,149,381
16	55,088,171	21	61,386,011
17	66,775,832	22	59,072,249

(農林省調)

10. 長方形の土地の縦，横の長さを測ったら，それぞれ，12.3 *m*，25.7 *m* であった。この土地の廣さは，どれだけといえばよいか。誤差は末位の半單位以內とする。

11. 計算尺で次の計算をせよ。

27.4×3.14　　685×897　　$13.75 \times .738$

$7640 \times .0532$　　42.38×24.7

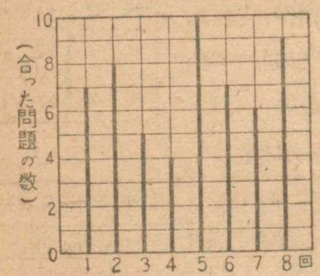
$29.8 \div 9.22$　　$5.45 \div 153$　　$.411 \div 89.6$

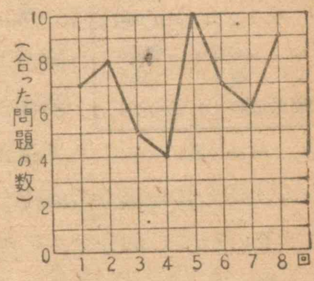
$40.37 \div 3.79$　　$14.65 \div .0306$

(II)

1. 底面の直径が 20 *cm*，高さが 15 *cm* の円柱がある。これと同じ底面で，体積がこの$\frac{2}{3}$倍である直円すいを作るには，高さをどれだけにすればよいか。

2. 次は，正君の数学のテスト8回の結果を二通りの方法で表わしたものである。





上のグラフをみて，次の□の中に適当な数を入れよ。

(1) 1回目には，□問ま違えた。

(2) □回目には完全に答えた。

(3) ま違いの一番多かったのは□回目である。

(4) 5問ま違ったのは□回目である。

3. 山川君は，20 *km* へだたった駅へ歩いていった。はじめは毎時 4 *km* の速さであったが，おそくなりそうなので，途中から毎時 6 *km* の速さで歩き，3 時間45 分かかっ

て駅についた。山川君は，何キロメートル歩いてから速さを変えたか。

4. 次の表は，世界のおもな國におけるラジオ受信機の数である。(1944～1945年)

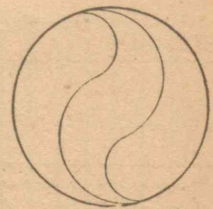
列國ラジオ受信機の台数

國名	台数(千台)
アメリカ	56,000
ドイツ	13,172
イギリス	9,085
フランス	5,105
日本	4,339
ソ連	3,938
世界総数	116,294

(毎日年鑑による)

世界の総数に対する各國の台数は，それぞれ何パーセントに当るか。また，他の國の台数は，日本の台数のそれぞれ何パーセントに当るか。

5. 右の図のような模様を書いてみよ。三つに仕切られた部分の面積を比べよ。この三つの部分を，三色にぬり分けたいと思う。赤・青・黄・緑の四色のクレオンを使うと，幾通りの違ったぬり分け方があるか。



6. 次の計算をせよ。

$2x+3(2x-4)$ $\qquad$ $2(3a+b)-3(2a-b)$

$3-2(3-4x)+7(x-2)$ $\qquad$ $5x-2(1+2x)-3(x-3)$

$-1.5(x-2y)+1.2(2x+3y)$ $\qquad$ $.25(2x+y)-.5(x-4y)$

$x-\frac{1}{4}y-\frac{2}{3}x-\frac{3}{8}y$ $\qquad$ $-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}y+\frac{5}{6}x-\frac{1}{2}y$

高数 1004

一般数学
(1)

昭和24年7月2日 発行
昭和25年2月5日 再版印刷
昭和25年2月9日 再版発行

定価 27円90銭

著作者 数学学習指導研究会
代表者 平田巧
東京都千代田区神田岩本町三番地
発行者 中等学校教科書株式会社
代表者 阿部眞之助
東京都板橋区志村町五番地
印刷者 凸版印刷株式会社
責任者 原喜平

APPROVED BY MINISTRY OF EDUCATION (DATE Oct. 24, 1949)

東京都千代田区神田岩本町三番地
発行所 中等学校教科書株式会社

赤 坂 昌 子

中等学校教科書株式会社