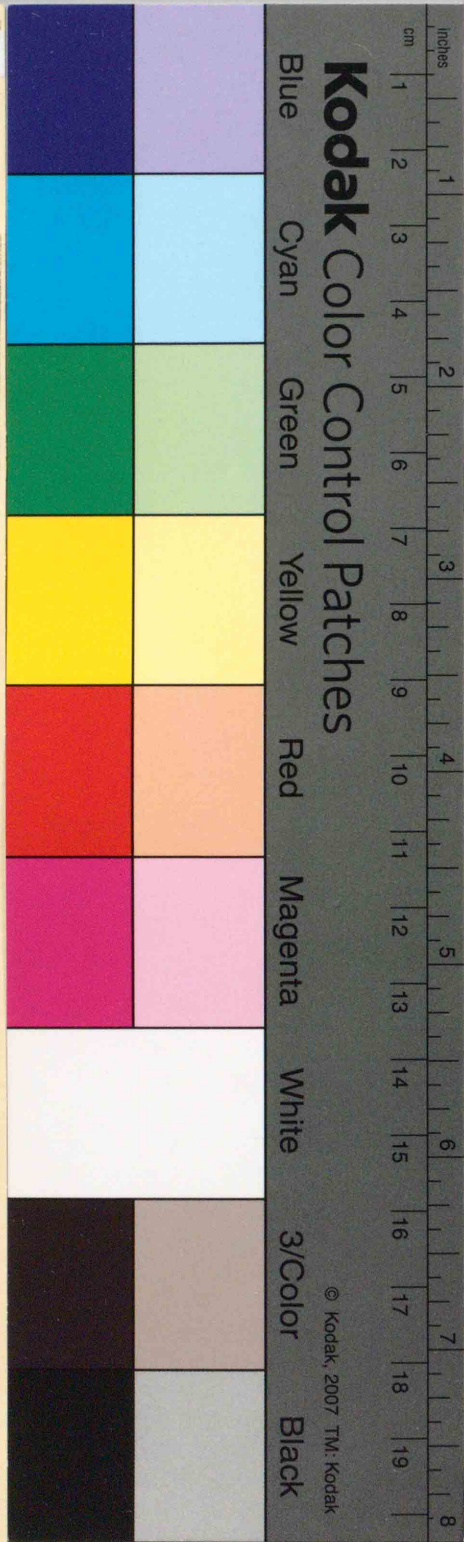


43233

教科書文庫

4
410
41-1944
0130
449364



Kodak Gray Scale

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



© Kodak, 2007 TM: Kodak



教科書文庫  
4  
410  
41-1944  
0130449364

# 數學

4

第一類

広島大学図書

0130449364

中學校用





教科書文庫  
4  
410  
41-1944  
0130449364

文部省檢定済  
昭和十九年七月二十日 中學校・實業學校理數科用

# 數學

中學校用

4

第一類

広島大学図書  
0130449364  


中等學校教科書株式會社



# 目次

## 1. 系列ノ考察

1. 區分求積[1]	...	...	...	...	1
2. 區分求積[2]	...	...	...	...	5
3. 數列	...	...	...	...	8
4. 極限	...	...	...	...	13
5. 等比數列	...	...	...	...	17
6. 無限小數	...	...	...	...	24
7. 種々ノ問題	...	...	...	...	28

## 2. 連續的變化

1. 速サト距離	...	...	...	...	31
2. 速サト距離ノ圖表	...	...	...	...	36
3. 微分	...	...	...	...	40
4. 積分	...	...	...	...	44
5. 增加率・和ノ極限	...	...	...	...	48
6. 拋物線ニヨル近似	...	...	...	...	52
7. 近似式・誤差	...	...	...	...	55

広島大学図書  
0130449364  




8. 種々ノ函數ノ微分ト積分 ... 59

9. 種々ノ問題 ... .. 64

3. 統計ト確率

1. 見込ノ立テ方 ... .. 66

2. 確率 ... .. 72

3. 數學的確率 ... .. 77

4. 場合ノ數 ... .. 82

5. 確率ノ計算 ... .. 85

6. 分布表ノ考察 ... .. 89

7. 種々ノ問題 ... .. 94

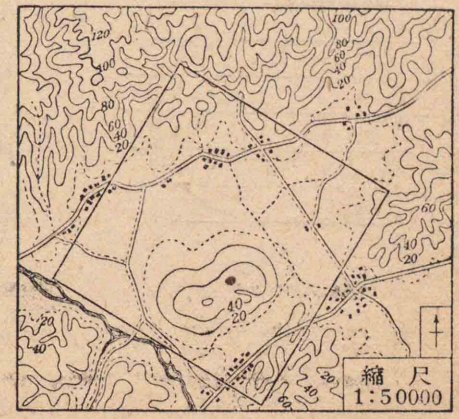
### 1. 系列ノ考察

#### § 1. 區分求積 [1]

不規則ナ圖形ノ面積ヤ體積ノ求メ方ヲ考究シヨウ。

飛行場ノ設營ナドデ、凹凸ノアル土地ノ地均シヲシヨウトスル場合ニハ、土ノ過不足ガ問題ニナル。

右ノ地圖ノウチ、正方形デ示シタ部分ヲ或ル高サニ均シテ、土ノ過不足ヲナルベク少クシタイトイフトキ、ドノヤウニシテ、ソノ高サヲ算出シタラヨイデアラウカ。



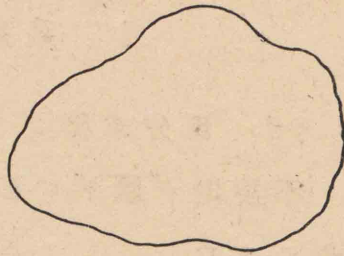
先ヅ、次ノ問題カラ考ヘヨウ。

問 1. 次ニ示スヤウナ圖形ノ面積ヲ求メ

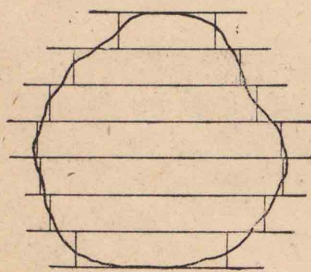


ル方法ヲ考ヘヨ。

種々ノ方法ヲ考ヘ、ソ  
レゾレドノヤウナ場合  
ニ都合ガヨイカヲシラ  
ベヨ。



問 2. 次ノ圖ハ、不規則ナ曲線デ圍マレタ  
平面圖形ノ面積ヲ求メルーツノ方法ヲ示ス。

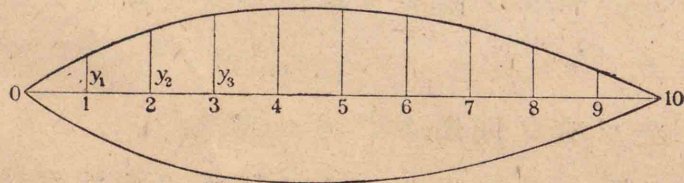


ドノヤウナ方法デア  
ルカヲ考ヘヨ。

マタ、コノ方法デ面積  
ヲナルベク精シク測ル  
ニハ、ドノヤウニスレバ

ヨイカ。

問 3. 次ノ圖ハ、船ノ吃水線ヲ通ル平面デ  
船ヲ切ツタ切口ヲ示ス。



切口ノ對稱軸ヲ10等分シ、各分點 1, 2, 3, ...,  
8, 9 デ軸ニ垂線ヲ立テ、吃水線マデノ長サヲ  
 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_8, y_9$  トスル。

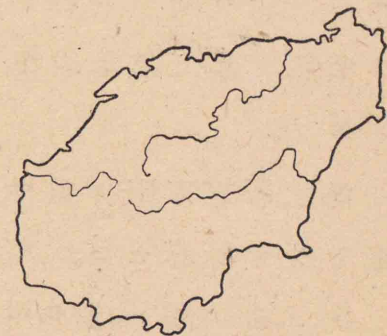
對稱軸ノ長サ  $a$  及ビ  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_8, y_9$  ヲ用  
ヒテ、上ノ斷面積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。



1. 右ハ海南島

ノ略圖デア  
ル。

種々ノ方法デ、ソ  
ノ面積ヲ計算セヨ。



縮尺 1:500 000

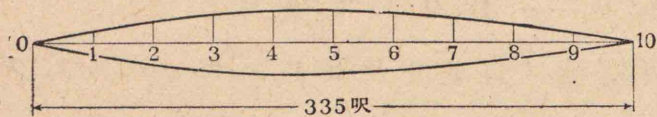
2. 本節ノ始メ  
ノ地圖ノウチ、正方  
形デ示シタ部分ノ

南寄リニ小高イ所ガアル。コノ部分ノ等高  
線ヲ擴大シテ書ケ。次ニ、標高 20 m 以上ノ部  
分ノ土積ヲ概算セヨ。

3. 直徑 10 cm ノ圓ヲ書イテ、ソノ面積ヲ  
精シク測ツテミヨ。



4. 次ノ圖ト表ハ、或ル船體ヲソノ吃水線ヲ通ル平面デ切ツタ切口ノ形ヲ示ス。

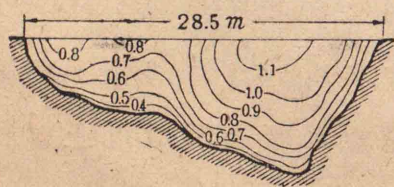


コノ船ノ吃水線ガ水面ノ上1呎ノ高サニアルトスレバ、コノ上ナホドレ程ノ重サノ貨物ヲ積ミ込ムコトガデキルカ。

海水35立方呎ノ重サヲ1噸トシテ計算セヨ。

分點番號	縦線(呎)
1	7.0
2	15.1
3	19.3
4	20.3
5	21.0
6	20.0
7	16.5
8	11.5
9	6.0

5. 次ノ圖ハ、或ル川ノ断面圖デアル。曲

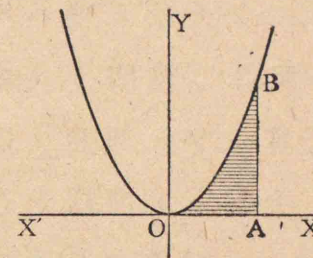


線ハ等速線デ、數字ハソノ線上ノ各點ニ於ケル流速ヲ示ス。(單位ハ米/秒)

コノ川ヲ流レル水量ハ毎秒何程カ。コレヲ概算セヨ。

§ 2. 區分求積[2]

拋物線  $y = x^2$  ト、 $x$  軸上ノ點  $A$  ヲ通ツテ  $y$  軸ニ平行ナ直線トノ交點ヲ  $B$  トスル。コノトキニ出來ル圖形  $OAB$  ノ面積ハドノヤウナ式デ表ハサレルカヲシラベヨウ。



先ヅ、前節デ考ヘタ不規則ナ曲線デ圍マレタ圖形ノ面積ヲ求メル方法ヲ適用シテミヨウ。

問 1.  $OA$  ノ長サヲ  $a$  デ表ハシ、コレヲ10等分スル各分點及ビ  $A$  ニ於ケル  $y$  ノ値ヲ順ニ  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_9, y_{10}$  デ表ハス。

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_9, y_{10}$  及ビ  $a$  ヲ用ヒテ  $OAB$  ノ面積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。

問 2. 前問デ  $OAB$  ノ面積ヲ表ハス近似式トシテ

$$\frac{a}{10}(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_9 + y_{10})$$

ヲ用ヒルト、ソノ誤差ハドレ程デアルカヲ圖



ノ上デシラベ,且ツソノ限界ヲ圖上ニ表ハス方法ヲ工夫セヨ。

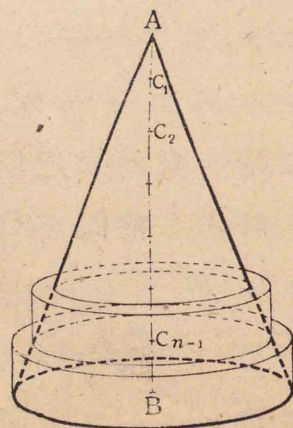
次ニ, OA ノ等分數ヲ多クスルト,ソノ誤差ハドノヤウニ變ハルカヲシラベヨ。

問 3. 前問デ  $a=1$  トシテ OAB ノ面積ヲ計算シ,ソノ誤差ノ限界ヲ示セ。

次ニ,上ト同様ナ方法デ OAB ノ面積ヲ求メテ,ソノ誤差ガ 0.01 ヨリ小サクナルヤウニスルニハ, OA ヲ何等分スレバ十分デアルカヲシラベヨ。

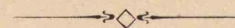
問 4. 直圓錐ノ高サヲ  $a$ , 底面ノ半徑ヲ  $b$  トスル。

高サ AB ヲ  $n$  等分シ,  
ソノ分點  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{n-1}$  ヲ通ツテ底面ニ平行ナ平面デコノ直圓錐ヲ切る。コレラノ切口ノ圓ト直圓錐ノ底トヲ底面トシテ,各ノ高サガ



$\frac{a}{n}$  デアル  $n$  箇ノ直圓柱ノ體積ノ和ハ,ドノヤウナ式デ表ハサレルカ。

マタ,コノ式ヲ直圓錐ノ體積ヲ表ハス近似式トスルト,誤差ノ限界ハドノヤウニナルカ。コレヲ圖ノ上デ示ス方法ヲ考ヘヨ。



1. 問 2 ノ方法デ,  $y=\sqrt{x}$  ノ表ハス曲線ト  $x$  軸及ビ點  $(4,0)$  ヲ通ツテ  $y$  軸ニ平行ニ引イタ直線トデ圍マレル面積ノ近似値ヲ求メヨ。

2. 問 2 ノ方法デ,  $y=\frac{1}{2}x(10-x)$  ノ表ハス曲線ト  $x$  軸トデ圍マレル面積ノ近似値ヲ求メヨ。

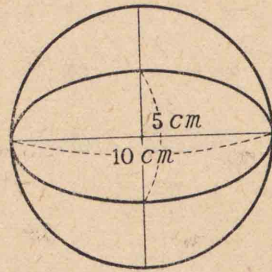
3. 前問デ,原點ト點  $(10,0)$  トノ間ヲ  $n$  等分シテ面積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。

4. 問 2 ノ方法デ,  $y=2x^2$  ノ表ハス曲線ト  $x$  軸及ビ直線  $x=a$  デ圍マレル面積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。



コレト問2ノ圖形OABノ面積ヲ表ハス近似式トノ間ノ關係ヲシラベヨ。

5. 直径10cmノ圓ノ面積ノ近似値ト、長徑ガ10cm、短徑ガ5cmノ橢圓ノ面積ノ近似値トノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカ。



圓ノ直径ト橢圓ノ長徑トヲ同數ニ等分スル場合ニツイテ考ヘヨ。

### §3. 數列

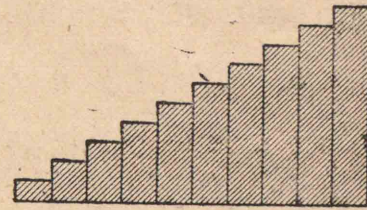
前節ノ問3デハ、次ノ和ヲ求メルコトガ必要デアツタ。

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

$1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2, 10^2$ ノヤウニ、或ル規則デ次ニ出來ル數ガアルトキ、ソノ和ヲ求メルコトハ、屢、必要ニナル。

先ヅ、簡單ナ規則デ次々ニ出來ル數ノ列ニツイテシラベヨウ。

問1. 1カラ10マデノ整數ノ和ヲ求メル簡便ナ方法ヲ工夫セヨ。



一般ニ、 $n$ ヲ正ノ整數トシ、1カラ $n$ マデノ整數ノ和ヲ求メル式ヲ作レ。

或ル規則デ次々ニ作ラレル數ヲ順ニ列ベタモノヲ數列トイフ。

マタ、コレラノ數ノ各、ヲ數列ノ項トイヒ、順ニ初項、第二項、第三項、……ナドトイフ。

數列バカリデナク、圖形ノ列ナドモ考ヘルコトガデキル。

ハヘテ或ル規則ニヨリテ次々ニ作ラレルモノノ列ヲ系列トイフコトガアル。

問2. 次ノ數列ハ、ドノヤウナ規則デ作ラレテキルカ。マタ、ソノ第 $n$ 項ヲ書ケ。

(1) 2, 4, 6, 8, 10, ……

(2) 1, 3, 5, 7, 9, ……



(3) 40, 35, 30, 25, 20, ……

問 3. 第  $n$  項が  $n$  の値に拘らず  $\frac{n(n-1)}{2}$  で表ハサレルヤウナ數列ノ初メノ 5 項ヲ書ケ。

問 4. 初メノ  $n$  項ノ和ガ  $n$  の値に拘らず  $n^2$  ニナルヤウナ數列ヲ作りタイ。初メノ 3 項ヲ書イテミヨ。

一般ニ、コノ數列ノ第  $n$  項ハドノヤウナ式で表ハサレルカヲ考ヘヨ。

問 5. 前問ノ結果ヲ利用シテ、1 カラ  $n$  マデノ整數ノ和ヲ求メル式ヲ作レ。

數列ノ各項ガソノ前ノ項ニ一定ノ數ヲ加ヘテ得ラレルトキ、コレヲ 等差數列 トイヒ、加ヘル一定ノ數ヲコノ數列ノ 公差 トイフ。

問 6. 初項ガ  $a$ 、公差ガ  $d$  デアル等差數列ノ第  $n$  項ヲ  $a_n$  トシ、初メノ  $n$  項ノ和ヲ  $s_n$  トスルト

$$a_n = a + (n-1)d, \quad s_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

デアル。コレヲ證明セヨ。

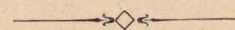
數列ノ第  $n$  項ヲ  $n$  ノ式で表ハシタモノヲ、數列ノ 一般項 トイフ。

問 7. 初メノ  $n$  項ノ和ガ  $n^3$  で表ハサレルヤウナ數列ノ初メノ 3 項ト一般項トヲ書ケ。

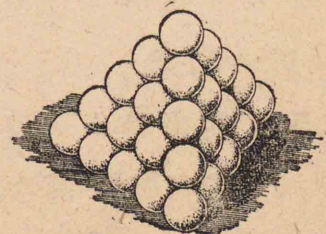
問 8.  $3n^2 - 3n + 1$  ノ  $n = 1, 2, 3, \dots, n$  ト置イテ全部ヲ加ヘルト  $n^3$  ニナル。コノコトヲ用ヒテ、次ノ式ヲ證明セヨ。

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

問 9. 前節問 2 デ OA ヲ  $n$  等分シタトスル。圖形 OAB ノ面積ヲ表ハス近似式ヲ  $a$  ト  $n$  トで表ハシ、デキルダケ簡單ニセヨ。



1. 右ノ圖ノヤウニ、三角錐狀ニ球ガ積ンデアル。上カラ 1 段目、2 段目、3 段目、……ノ球ノ箇數ヲ書キ列ベヨ。





2. 次ノ數列ハ、ドノヤウナ規則デ出來テ  
キルカ。コレニ續ク2項ヲ書ケ。

(1) 3, 9, 15, 21, ……

(2) 2, -3, -8, -13, ……

(3)  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{9}$ , ……

(4) 2, -6, 18, -54, ……

(5)  $1\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{1}{4}$ ,  $3\frac{1}{8}$ ,  $4\frac{1}{16}$ , ……

3. 次ノ數列ノ一般項ヲ作レ。マタ、初メ  
カラ第二十項マデノ和ヲ計算セヨ。

(1) 1, 5, 9, 13, ……

(2) 100, 93, 86, 79, ……

(3) 2.3, 3.9, 5.5, 7.1, ……

4. 初メノ  $n$  項ノ和ガ次ノ式デ表ハサレ  
ルヤウナ數列ヲ作レ。

(1)  $n^2+2$     (2)  $n^2+2n-3$     (3)  $n^3-n^2$

5. 前節問4ノ結果カラ、直圓錐ノ體積ヲ  
表ハス近似式ヲ導ケ。次ニ、コレト直圓錐ノ  
體積ノ公式トヲ比較セヨ。

6. 底面積ガ  $M$  デ高サガ  $h$  デアル角錐ノ  
體積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。

7. 1ノ圖ノヤウニ球ガ積ミ重ネテアツ  
テ、 $n$  段目マデアルトスル。球ノ總數ヲ求メ  
ル式ヲ作レ。

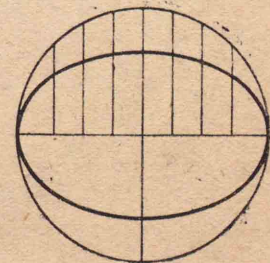
#### §4. 極 限

前節マデニ得タ結果カラ、種々ノ面積・體積  
ヲ表ハス公式ヲ導イテミヨウ。

問1. 前節問9デ求メタ近似式デ、 $n$ ヲ増  
シテイクト、ソノ値ハドノヤウニ變ツテイク  
カヲシラベヨ。

次ニ、ソノ結果カラ圖形OABノ面積ヲ求メ  
ル式ヲ導ケ。

問2. 橢圓ノ面積ヲ表  
ハス近似式ノ作り方カラ  
考ヘテ、コノ面積ヲ長徑・短  
徑ノ半分  $a, b$  デ表ハス公  
式ヲ導ケ。





問 3. 數列ノ一般項ガ次ノ式デ表ハサレルトキ,番號  $n$ ヲ限リナク増スト,項ノ値ハドノヤウニ變ツテイクカヲ考ヘヨ.

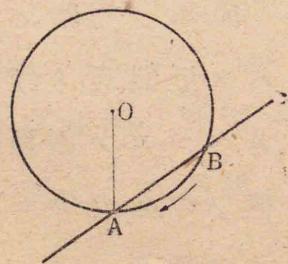
- (1)  $2n-1$     (2)  $\frac{1}{n}$     (3)  $\frac{n}{n+1}$   
 (4)  $\frac{n^2}{2n+1}$     (5)  $\frac{n}{n^2+1}$     (6)  $\frac{n^2-4}{3n^2+n}$

限リナク續ク數列ヲ 無限數列 トイフ.

無限數列デ,一般項ノ番號ヲ限リナク増ストキ,項ノ値ガ或ル値ニ限リナク近ヅクコトガアル.コノ値ヲ無限數列ノ 極限值 マタハ 極限トイフ.

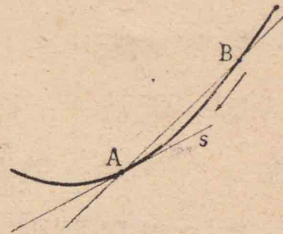
極限ハ數列バカリデナク,種々ノ場合ニ考ヘラレル.

問 4. 右ノ圖デ,A,Bハ圓  $O$ ノ周上ノ二點デアル. Aヲ固定シテ Bヲ Aニ近ヅケルト,直線 ABハ Aノマハリヲ回轉スル.



Bガ限リナク Aニ近ヅクトキ,直線 ABノ位置ハドノヤウニ變ツテイクカ.

一般ニ,一ツノ曲線上ノ點 Aニ於ケル接線ヲ  $s$ トスルト,コノ曲線上ノ動點 Bガ限リナク Aニ近ヅクトキ,直線

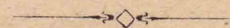


ABハ限リナク  $s$ ニ近ヅク.コノ場合ニ,接線  $s$ ハ, Bガ限リナク Aニ近ヅクトキノ 直線 ABノ極限デアルトイフ.

問 5.  $x$ ノ値ガ限リナク  $0$ ニ近ヅクトキ,次ノ函數  $y$ ノ値ハドノヤウニ變ツテイクカ.

- (1)  $y = \frac{(a+x)^2 - a^2}{x}$     (2)  $y = \frac{1}{x}$   
 (3)  $y = \frac{4}{3 - \frac{1}{x}}$     (4)  $y = \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$

$x$ ノ値ガ或ル値  $a$ ニ限リナク近ヅクトキ,函數  $y$ ノ値ガ或ル値  $b$ ニ限リナク近ヅクコトガアル.コノ場合ニ,  $x$ ガ限リナク  $a$ ニ近ヅクトキノ  $y$ ノ極限值(マタハ極限)ハ  $b$ デアルトイフ.





1. 前節5ノ近似式カラ直圓錐ノ體積ヲ表ハス公式ヲ導ケ。マタ、同様ノ方法デ角錐ノ體積ヲ表ハス公式ヲ作レ。

2. 半徑 $r$ ノ圓ノ面積ハ $\pi r^2$ デアルコトヲ基ニシテ、球ノ體積ヲ表ハス公式ヲ作レ。

3. 無限數列ノ一般項ガ次ノ式デ表ハサレルトキ、ソノ極限ハアルカドウカ。

$$(1) \frac{n^2}{2} \qquad (2) \frac{n^2}{100} - 200n$$

$$(3) \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \qquad (4) \frac{700n+500}{n^2}$$

$$(5) \frac{4n-3}{5n+2} \qquad (6) \frac{(n+2)(n+3)}{n^2}$$

$$(7) \frac{n^2+1}{n-1} \qquad (8) \frac{(n-2)(5n-6)}{(6n+1)(4n+3)}$$

4. 前問ニ示スヤウナ分數式デ、 $n$ ガ限リナク増ストキノ極限ガアルカドウカヲ簡單ニ判定スル方法ヲ考ヘヨ。

5.  $x$ ガ限リナク0ニ近ヅクトキ、次ノ函數 $y$ ノ極限ハアルカドウカ。

$$(1) y = \frac{(a+x)^3 - a^3}{x} \qquad (2) y = \frac{1}{x} \left( \frac{1}{2+x} - \frac{1}{2} \right)$$

$$(3) y = \sqrt{3+x} + \sqrt{3} \qquad (4) y = \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}$$

6.  $x$ ノ値ガ限リナク大キクナルトキ、次ノ函數 $y$ ノ極限值ハアルカドウカ。

$$(1) y = \frac{x^2}{2} \qquad (2) y = \frac{(x+1)(2x+1)}{x^3}$$

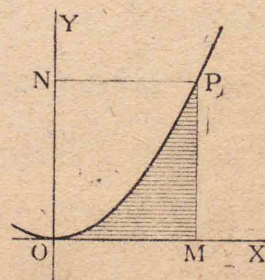
$$(3) y = \frac{4x-3}{5x+2} \qquad (4) y = \frac{x+1}{x^2+1}$$

$$(5) y = \sin x$$

### § 5. 等比數列

曲線 $y=x^2$ ノ上ニ一點 $P$ ヲトリ、 $P$ カラ兩軸ニオロシタ垂線ヲ $PM$ ,  $PN$ トスル。

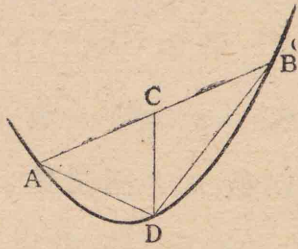
ココニ出來タ圖形 $OMP$ ノ面積ハ、數列ノ和ノ極限トシテ求メルコトガデキタ。ココデハ、ソレト異ナツタ方法デコレヲ求メテミヨウ。





問 1. 拋物線  $y = x^2$  ガアル。一ツノ弦

AB ノ中點 C カラ  $y$  軸  
ニ平行ナ直線ヲ引キ, 曲  
線トノ交點ヲ D トスル。

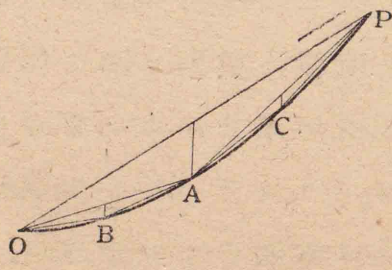


弦 AB ノ  $x$  軸上ノ正  
射影ノ長サト CD ノ長  
サトノ間ニハ, ドノヤウナ關係ガアルカヲシ  
ラベヨ。

問 2. 前問デ, AB ノ  $x$  軸上ノ正射影ノ長  
サヲ  $h$  トシ, 三角形 ABD ノ面積ヲ  $h$  デ表ハセ。

前頁ノ圖デ, 弦 OP ヲ引キ, ソノ上ニ問 1 デ  
述ベタ方法デ三角形ヲ作り, ソノ頂點ヲ A ト  
スル。

次ニ, 弦 OA, AP  
ノ上ニ同ジ方法デ  
三角形ヲ作り, ソノ  
頂點ヲ B, C トスル。



更ニ, 弦 OB, BA, AC, CP ノ上ニ同ジ方法デ三

角形ヲ作ル。コノヤウニシテドコマデモ三  
角形ヲ作ツテイクト, 各段階デ作ラレル三角  
形ノ箇數ハ次ノヤウニナル。

1, 2, 4, 8, ………

問 3. 上デ作ツタ各段階ゴトノ三角形ノ  
面積ノ和ヲ計算セヨ。次ニ, ソレラノ和ハド  
ノヤウナ數列ヲ作ルカヲシラベヨ。

上ニ掲ゲタ三角形ノ箇數ノ列ノヤウニ, 各項ガ  
ソノ前ノ項ニ一定ノ數ヲ掛ケテ得ラレル數列ヲ  
等比數列 トイヒ, 掛ケル一定ノ數ヲコノ數列ノ  
公比 トイフ。

問 4. 初項ガ  $a$ , 公比ガ  $r$  デアル等比數列  
ノ一般項ヲ書ケ。

次ニ, 初メノ  $n$  項ノ和ヲ求メル公式ヲ作レ。  
コノタメニハ, 次ノ掛算ノ結果ヲ用ヒヨ。

$$(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1})$$

問 5. 問 3 デ考ヘタ第一段階カラ第  $n$  段  
階マデノ三角形ノ面積ノ總和ヲ表ハス式ヲ  
作レ。



次ニ、コノ式カラ圖形OMPノ面積ヲ表ハス式ヲ導クニハ、ドノヤウニシタラヨイカ。ソノ方法ヲ考ヘヨ。

問6. 初項ガ1, 公比ガ $-1$ デアアル等比數列ガアル。初メノ $n$ 項ノ和ハ、 $n$ ヲ増シテイクトドノヤウニ變ツテイクカ。

無限數列ノ初メノ $n$ 項ノ和ガ、 $n$ ヲ限リナク増スト、或ル定マツタ値ニ限リナク近ヅクコトガアル。コノ極限值ヲ無限數列ノ和トイフ。

無限數列

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, \dots$$

ノ和ガアルトキ、ソノ和ヲ次ノ式デ書キ表ハス。

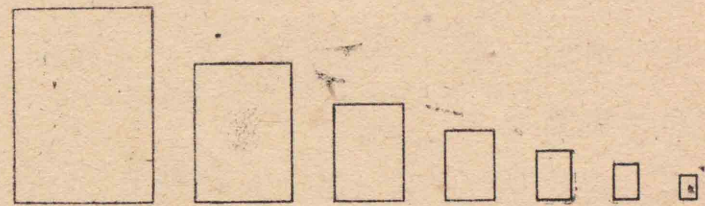
$$a+ar+ar^2+ar^3+\dots+ar^{n-1}+\dots$$

問7. 無限等比數列デ、ソノ和ガアルノハドノヤウナ場合デアアルカヲシラベヨ。

マタ、ソノ場合ニ、無限等比數列ノ和ヲ求メル公式ヲ作レ。



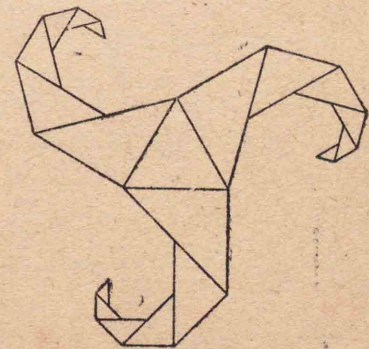
1. 二邊ノ比ガ $\sqrt{2}:1$ ノ矩形ガアル。コノ矩形ヲ半分ニ切ツテ元ノ矩形ト相似ナ矩形ヲ作ルコトガデキル。コノヤウナ操作ヲ繰リ返シテ、次々ニ矩形ヲ作ツテイクト、一ツノ矩形ノ列ガ出來ル。



コレラノ矩形ノ面積ノ和ハ、矩形ノ數ガ増スニツレテ、ドノヤウニ増シテイクカ。

先ツ、式ニツイテコレヲシラベ、次ニ矩形ヲ適當ニ繼ギ合ハセテコレヲ明ラカニセヨ。

2. 右ノ模様ノ三角形ヲドコマデモ繼ギ足シテイクト、ソノ面積ノ和ハドノヤウニ増シテイクカ。種種ノ方法デ考ヘヨ。





3. 次ノ等比数列ノ一般項ヲ書ケ。

(1) 2, -4, 8, -16, ……

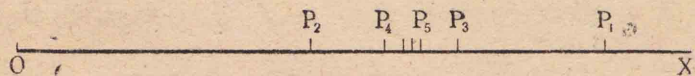
(2) 1, 0.5, 0.25, 0.125, ……

(3) 1,  $\sqrt{2}$ , 2,  $\sqrt{8}$ , ……

(4)  $\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ ,  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ,  $-\sqrt{\frac{2}{27}}$ , ……

4. 前問ノ数列デ, 初項カラ第二十項マデノ和ヲ概算セヨ。

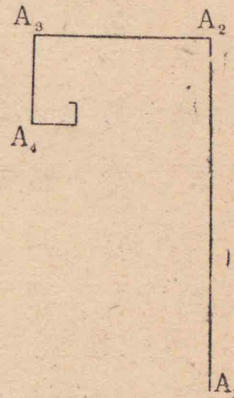
5. 直線 OX ノ上ヲ, 運動スル點 P ガアル。P ハ初メ O カラ X ニ向カッテ 10cm 進ミ, 次ニ 5cm 戻ル。更ニマタ, X ニ向カッテ 2.5cm 進ミ, 1.25cm 戻ル。



コノヤウニ, X ニ向カッテ進ンデハソノ距離ノ半分ダケ戻リ, 戻ッテハソノ距離ノ半分ダケ進ム。

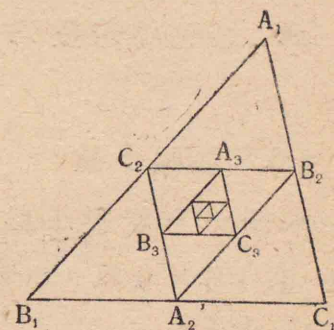
P ノ次々ノ位置ニ於ケル O カラノ距離ハ, ドノヤウニ變ツテイクカ。

6. 一ツノ動點ガ一點  $A_1$  カラ真直ニ  $A_2$  マデ 100m 進ミ, 次ニ左ニ直角ニ曲ツテ  $A_3$  マデ 50m 進ミ, マタ左ニ直角ニ曲ツテ  $A_4$  マデ 25m 進ンダ。



コノヤウナ運動ヲ續ケルト, コノ動點ハドノヤウナ點ニ近ヅイテイクカ。

7. 三角形  $A_1B_1C_1$  ノ三邊ノ中點ヲ  $A_2, B_2, C_2$  トシ, 次ニ三角形  $A_2B_2C_2$  ノ三邊ノ中點ヲ  $A_3, B_3, C_3$  トスル。



コノヤウニシテ, 次々ニ三角形ヲ書イテイクト, ソレハ次第ニ小サクナルガ, ドノヤウナ點ニ近ヅクカ。

8. 次ノ無限等比数列ノ和ガアレバ, コレヲ求メヨ。

(1) 初項 1, 公比  $\frac{1}{2}$  (2) 初項 1, 公比  $-\frac{1}{2}$



(3) 初項  $\sqrt{2}$ , 公比  $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

(4) 初項  $\sqrt{2}$ , 公比  $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

9. 次ノ無限數列ノ和ハアルカドウカ。

(1) 0.2, 0.13, 0.002, 0.0013, 0.00002, ……

(2) 2, -2, 2, -2, 2, ……

(3)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \dots$

10. 無限等差數列ノ和ハアルカドウカ。

## §6. 無限小數

本節デハ無限小數ニツイテ考究シヨウ。

割り算デ分數ヲ小數ニ直ストキ、商ノ數字ガ循環シ、ドコマデモ割り切レナイコトガアル。コノヤウナ小數ヲ 循環小數 トイフ。

循環小數ヲ書キ表ハスニハ、次ノ記號ヲ用ヒル。

$$0.1818\dots = 0.\dot{1}8, \quad 0.1666\dots = 0.1\dot{6}$$

問 1. 1ヲ3デ割ルト、部分商ハ次ノヤウニナリ、ドコマデモ續ク。

$$0.3, \quad 0.03, \quad 0.003, \quad \dots$$

コノヤウニ分數ヲ小數ニ直ストキ、ドコマデモ割り切レナイ場合ニ、部分商ノ作ル無限數列ト元ノ分數トノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカ。

問 2. 次ノ分數ヲ小數ニ直セ。

$$\frac{2}{9}, \quad \frac{1}{99}, \quad \frac{7}{97}, \quad \frac{1}{17}, \quad \frac{6}{55}$$

問 3. 次ノ循環小數ヲ分數ニ直セ。

$$0.\dot{0}3, \quad 0.2\dot{5}, \quad 0.3\dot{6}$$
  
$$0.5\dot{8}2, \quad 0.32\dot{4}, \quad 0.82\dot{5}$$

2以上ノ整數デ、因數ニ分解デキナイモノヲ素數 トイフ。

問 4. 有限小數ヲ既約分數ニ直ストキ、ソノ分母ニハ、ドノヤウナ素因數ガ含マレルカヲ考ヘヨ。

マタ、コレニヨツテ分數ガ有限小數ニ等シイノハ、ドノヤウナ場合デアアルカヲシラベヨ。

開平法ニヨツテ  $\sqrt{2}$ ヲ求メルト、小數第七位マデノ數字ハ、次ノヤウデアアル。



$$\sqrt{2} = 1.4142135$$

コノ計算ヲ續ケルト、遂ニハ開キ切レテ有限小數ニナルカドウカ。マタ、循環小數ニナルカドウカヲシラベヨウ。

コノタメニハ、 $\sqrt{2}$ ガ分數ニ等シイカドウカヲシラベレバヨイ。

今、假リニ $\sqrt{2}$ ハ分數ニ等シイトシテ

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad (a, b \text{ハ正ノ整數})$$

デアルトスルト

$$a^2 = 2b^2$$

デナケレバナラナイ。

問 5. 上ノヤウナ等式ヲ成リ立タセル  $a$ ,  $b$ ガアルカドウカヲシラベ、 $\sqrt{2}$ ハ有限小數ニナルカドウカ、マタ、循環小數ニナルカドウカヲ考ヘヨ。

整數  $a$ ガ整數  $b$ デ割り切レルトキ、 $a$ ヲ  $b$ ノ倍數 トイヒ、 $b$ ヲ  $a$ ノ約數 トイフ。

幾ツカノ數ニ共通ナ倍數ヲソレラノ公倍數トイヒ、共通ナ約數ヲ公約數トイフ。

幾ツカノ數ノ正ノ公倍數ノウチ、最小ノモノヲ最小公倍數 トイヒ、公約數ノウチ、最大ノモノヲ最大公約數 トイフ。

マタ、二數ノ最大公約數ガ1デアルトキ、ソレラハ互ニ素デアル トイフ。



1. 初項ガ  $\frac{108}{1000}$  デ、公比ガ  $\frac{1}{1000}$  デアル無限等比數列ノ和ヲ既約分數デ表ハセ。

次ニ、割り算ニヨツテソノ分數ヲ小數ニ直シテミヨ。

2. 次ノ循環小數ヲ分數ニ直セ。

$$0.\dot{7}, \quad 0.\dot{1}2\dot{5}, \quad 0.5\dot{4}\dot{5}$$

$$7.\dot{2}\dot{4}, \quad 0.6\dot{0}\dot{9}, \quad 0.2\dot{3}\dot{4}$$

3. 100 以下ノスベテノ正整數ノ素因數分解表ヲ作レ。

4. 次ノ式デ  $x$ ヲ正ノ整數トスル。コノ分數ヲ既約分數ニ直ストキ、分母ガ1トナルヤウナ  $x$ ノ最小値ヲ定メヨ。

$$(1) \frac{13x}{17} \quad (2) \frac{36x}{126} \quad (3) \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5x}{2 \cdot 3^3 \cdot 7}$$



5. 次ノ二數ノ最小公倍數及ビ最大公約數ヲ求メヨ。

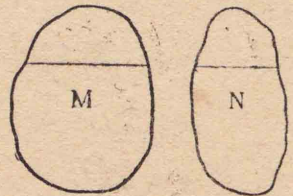
(1) 34, 51            (2) 38, 57

(3) 1558, 3854

6.  $\sqrt{3}$  ハ分數ニ等シイカドウカヲシラベヨ。

### §7. 種々ノ問題

1. 曲線デ圍マレル二ツノ圖形 M, N ガアル。一定ノ直線 XY ニ平行ナ直線ヲ引クトキ, M ノ内部ニアル部分ノ長サト N ノ内部ニアル部分ノ長サトノ比ガ常

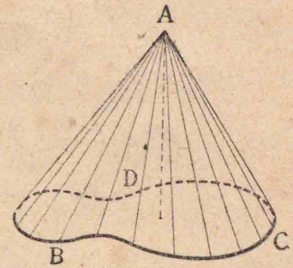


ニ 3:2 ニ等シイナラバ, M ト N トノ面積ノ間ニハ, ドノヤウナ關係ガアルカ。

一般ニ, コノ比ヲ  $a:b$  ニスルト, コノ關係ハドノヤウニナルカヲ考ヘヨ。

2. 面積  $M\text{cm}^2$  ノ平面圖形 BCD ガアル。コ

ノ平面カラ  $k\text{cm}$  ノ距離ニアル點 A ト BCD ノ周上ノ各點トヲ結ブ直線ハ一ツノ面ヲ作ル。コノ面ト平面圖形 BCD トハ一ツノ立體ヲ圍ム。



コノ立體ノ體積ハ, 底面積ガ  $M\text{cm}^2$  デ, 高サガ  $k\text{cm}$  ノ直角錐マタハ直圓錐ノ體積ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

3. 橢圓ガ長徑マタハ短徑ノマハリヲ一回轉スルトキニ出來ル立體ヲ, 回轉橢圓體トイフ。

長徑・短徑ガ  $2a, 2b$  デアル橢圓ガ回轉スルトキニ出來ル二ツノ回轉橢圓體ノ體積ヲ求メヨ。

4. 次ノ數列ノ第  $n$  項ヲ求メヨ。

1, 2+3, 4+5+6, 7+8+9+10, ……

5. §5.2 ノ三角形ノ頂點ハドノヤウナ點ニ近ヅイテイクカヲシラベヨ。



6. 3で割って1が残り正の整数ヲ大キサノ順ニ並べルト,ドノヤウナ數列ガ得ラレルカ。ソノ一般項ヲ書ケ。

マタ,3で割って2が残り正の整数ニツイテハドウカ。

7.  $a, b$  ハイヅレモ3で割ルト1カマタハ2が残り數デアル。 $ab$ ヲ3で割ルト何ガ残りカ。

8. 齒數ガ  $p, q$  デアル甲,乙ニツノ齒車ガ嚙ミ合ツテキテ,甲ノ或ル齒ト乙ノ或ル齒トガ一度嚙ミ合ツテカラ再ビ嚙ミ合フマデニ,ソレゾレ  $x$  回, $y$  回回轉シタトスル。

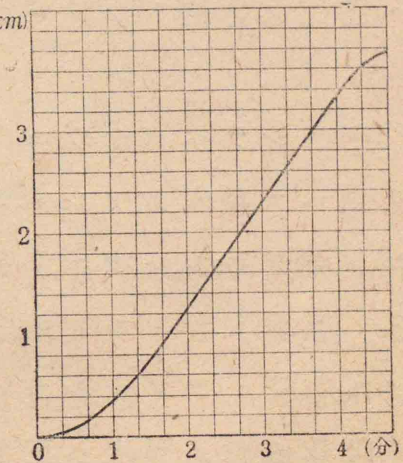
$x, y$  ハ互ニ素デアリ, $p, q$  ハソレゾレ  $y, x$  デ割リ切レルコトヲ證明セヨ。

## 2. 連續的變化

### § 1. 速サト距離

例ヘバ,列車ガ走ルトキ,ソノ速サハ一樣デナク,時々刻々ニ變化スル。コノヤウナ運動ニ於ケル各時刻ノ速サニツイテ考究シヨウ。

問 1. 右ハ甲驛 (km)ヲ出發シテ乙驛ニ向カフ或ル列車ノ進行ヲ表ハス圖表デ,時間ハ發車ノ時カラ測リ,距離ハ甲驛カラ測ツテアル。



發車後1分ゴトノ平均ノ速サヲ求メヨ。

問 2. 前問ノ列車ガ,發車シテカラ2分間ノ平均ノ速サト,20秒間ノ平均ノ速サトデハ,ドチラガ大キイカ。圖表ノ上デクラベル方法ヲ考ヘヨ。



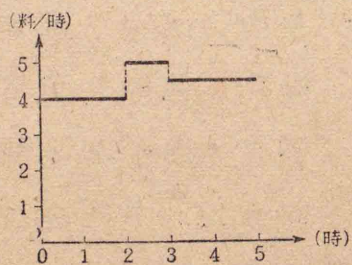
問 3. - 問 1 ノ列車ノ發車 1 分後ニ於ケル速サヲ圖上デ求メヨ。 マタ、各時刻ノ速サヲ圖上デ求メル方法ヲ考ヘヨ。

問 4. 問 1 ノ圖表ヲ、兩軸上ノ單位ノ長サノ等シイモノニ直シテ書ケ。 次ニ、ソノ圖表カラ各時刻ノ列車ノ速サヲ求メル方法ヲ考ヘ、前問ノ方法トノ違ヒヲシラベヨ。

上デシラベタヤウニ、時間ト距離トノ關係ヲ表ハス圖表ガアレバ、圖上デ速サヲ求メルコトガデキル。 次ニ、時間ト速サトノ關係ヲ表ハス圖表ガアルトキ、進行距離ヲ圖上デ求メル方法ニツイテシラベヨウ。

問 5. 右ノ圖表ハ、正午ニ甲地ヲ出發シ、乙地ニ向カツテ進ム或ル  
人ノ速サト時間トノ關係ヲ表ハス。 時間ハ正午ヲ基準ニシテアル。

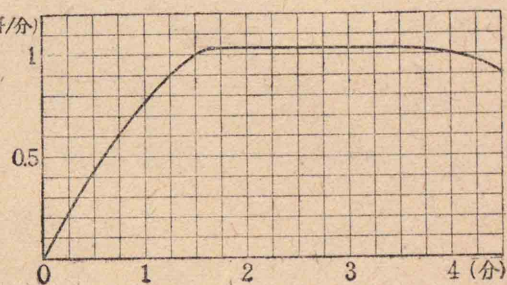
コノ人が正午カラ午



後二時マデノ間ニ進ム距離ハ、圖表ノ上デハドノヤウナ量トシテ現レテキルカ。

マタ、午後二時カラ同四時マデノ間ニ進ム距離ニツイテハドウカ。

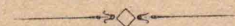
問 6. 右ノ圖表ハ、甲驛ヲ出發シテ乙驛ニ向カフ列車ノ速サト時間トノ關係ヲ表ハス。



コノ圖上デ、列車ガ發車後 4 分間ニ進ム距離ヲ近似的ニ求メヨ。

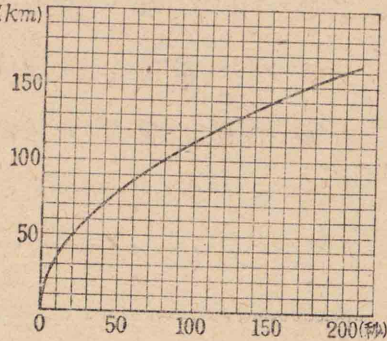
マタ、發車シテカラ各時刻マデノ進行距離ヲドノヤウニシテ求メタラヨイカヲ考ヘヨ。

問 7. 前問ノ圖表ヲ、兩軸上ノ單位ノ長サノ等シイモノニ直シテ書ケ。 次ニ、ソノ圖表ヲ用ヒテ、列車ノ進行距離ヲ求メル方法ヲ考ヘ、前問ノ方法トノ違ヒヲシラベヨ。





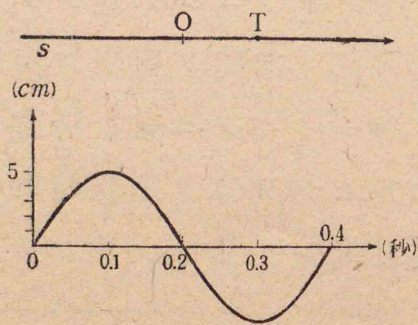
1. 右ノ圖表ハ、 $(km)$   
 或ル飛行機ガ一定  
 ノ速サデ上昇スル  
 トキノ機上ニ於ケ  
 ル視界半徑ト時間  
 トノ關係ヲ表ハス。



初メノ50秒間ニ視界半徑ハ每秒平均何料  
 ノ割合デ増スカ。マタ、次ノ50秒間デハドウ  
 カ。

2. 前問ノ飛行機ガ上昇シ始メテカラ30  
 秒ゴトノ各時刻ニ於イテ、視界半徑ガ増ス割  
 合ハ何程カ。コレヲ圖上デ求メヨ。

3. 右ノ圖デ  $T$  ハ直線  $s$  (原點  $O$ ) ノ上ヲ動  
 ク點デアアル。圖  
 表ハ  $T$  ノ座標ト  
 時間トノ關係ヲ  
 表ハス。

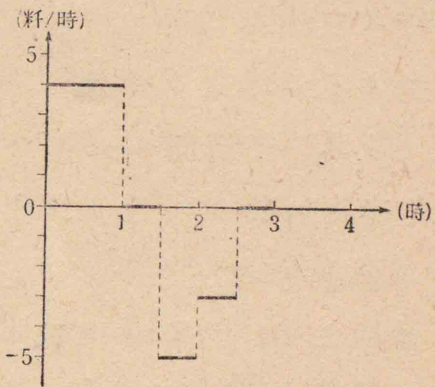


基準ノ時刻及  
 ビ0.1秒後、0.2秒

後、0.3秒後ノ速サハソレゾレ何程カ。

4. 下ノ圖表ハ、或ル街道ヲ歩イタ人ノ速  
 サヲ表ハス。時間ハ正午ヲ基準ニシテアル。

コノ人ノ出發後  
 1時間ゴトノ行程  
 ヲ求メヨ。

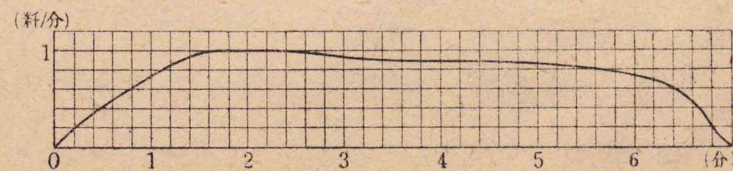


次ニ、コノ人ハ午  
 後一時、二時、三時ニ  
 ハ出發點カラ何程  
 ノ距離ノ所ニ居タ  
 カヲシラベヨ。

5. 下ノ圖ハ進行スル自動車ノ速度計ヲ  
 讀ンデ作ツタ圖表デアアル。

發車後各時刻マデノ進行距離ハ、圖ニハド  
 ノヤウニ現レテキルカ。

マタ、コノ自動車ノ全行程ヲ概算セヨ。





## § 2. 速サト距離ノ圖表

本節デハ、時間ト距離トノ關係ヲ表ハス圖表カラ、時間ト速サトノ關係ヲ表ハス圖表ヲ作ル方法及ビ逆ニ、後者カラ前者ヲ作ル方法ニツイテ考究シヨウ。

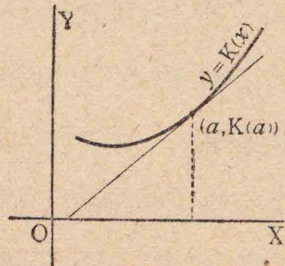
問 1. 前節問 4 デ作ツタ圖表カラ、列車ノ各時刻ニ於ケル速サヲ表ハス圖表ヲ作レ。

曲線  $y=K(x)$  ガアルトキ、ソノ上ノ點  $(a, K(a))$  デ引イタ接線ノ勾配ヲ、コノ點ニ於ケル曲線ノ勾配トイフ。

ココデ記號  $K(x)$  ハ  $x$  ノ函數ヲ表ハシ、 $K(a)$  ハ  $x$  ガ  $a$  ニ等シイトキノコノ函數ノ値ヲ表ハス。

函數  $y=K(x)$  ガアルトキ、兩軸上ノ單位ノ長サヲ等シクトツテソノ圖表ヲ書ク。コノ圖表上ノ各點ニ於ケル勾配ハ點ノ横座標  $x$  ノ函數デアル。コノ函數ヲ  $K(x)$  ノ導函數トイフ。

問 2. 前節 3 ノ點 T ノヤウナ動點ガアルトキ、時間  $x$  ト動點ノ座標  $y$  トノ關係ヲ表ハ



ス式ヲ  $y=K(x)$  トスルト、 $K(x)$  ノ導函數ハ T ニツイテ何ヲ表ハスカ。

問 3. 導函數ノ正負ト、元ノ函數ノ値ノ増減トノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカ。マタ、導函數ノ値ハ、ドノヤウナ場合ニ 0 トナルカ。種々ノ函數ノ圖表ニツイテシラベヨ。

問 4. 前節問 5 ノ圖表カラ、歩行者ノ甲地カラノ距離ト時間トノ關係ヲ表ハス圖表ヲ作レ。

問 5. 前節問 7 デ作ツタ圖表カラ、列車ノ甲驛カラノ距離ト時間トノ關係ヲ表ハス圖表ヲ作レ。

問 6. 前問デ、甲驛ノ手前 5km ノ所ニアル丙驛カラノ列車ノ距離ヲ表ハス圖表ヲ作レ。

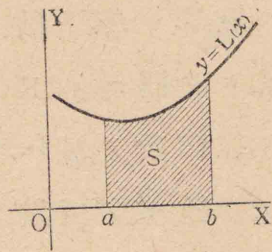
マタ、甲驛ノ先キ 2km ノ所ニアル丁驛ニツイテ同様ノ圖表ヲ作レ。

上デシラベタヤウニ、速サヲ表ハス圖表カ



ラ距離ヲ求メルコトハ、或ル圖形ノ面積ヲ求  
メルコトニ歸着スル。

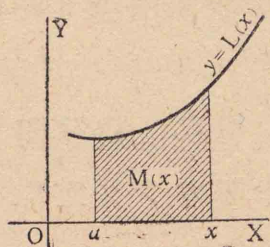
曲線  $y=L(x)$  ガアルトキ、  
コノ曲線ト  $x$  軸及ビ二直線  
 $x=a, x=b$  ノ圍ム面積  $S$  ヲ  
 $a$  カラ  $b$  マデノコノ 曲線  
下ノ面積 トイフ。



$y$  ガ負トナル場合ハ暫ク考ヘナイ。

問 7.  $a$  ヲ固定シタ場合ニ、面積  $S$  ヲ  $b$  ノ  
函数ト考ヘルコトガデキ  
ル。

$a$  カラ  $x$  マデノ曲線  
 $y=L(x)$  ノ下ノ面積ヲ  $M(x)$   
デ表ハストキ、 $L(x)$  ト  $M(x)$   
トノ關係ヲシラベヨ。



導函数ニ對シテ元ノ函数ヲ 原始函数 トイ  
フ。

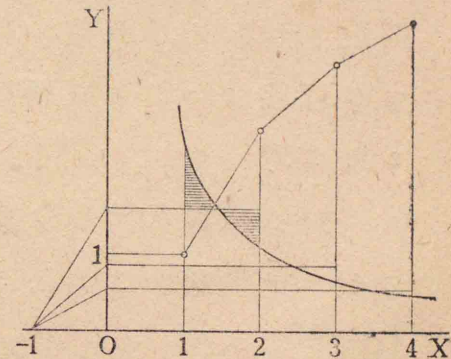
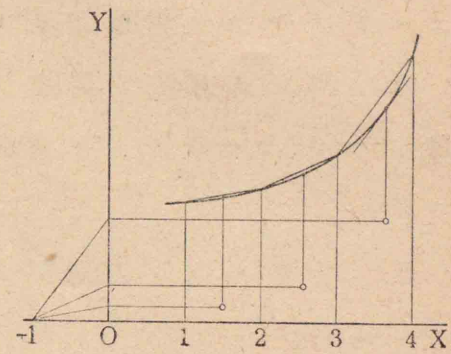
問 8. 函数ガアルトキ、ソノ原始函数ハ確  
定スルカドウカラ考ヘヨ。

問 9. 次ノ圖ハ、函数ノ圖表カラソノ導函

數ノ圖表ヲ作ル  
一ツノ方法ヲ示  
ス。

ドノヤウナ方  
法デアルカ。

問 10. 右ノ圖  
ハ、函数ノ圖表カ  
ラソノ原始函数  
ノ圖表ヲ作ルー  
ツノ方法ヲ示ス。  
ドノヤウナ方  
法デアルカ。



1. 前節 1 デ、視界半徑ハ時間ノ函数デア  
ル。コノ函数ノ圖表ヲ作レ。
2. 前節 4 デ、歩行者ノ速サハ時間ノ函数  
デアル。コノ圖表ヲ作レ。
3. 函数  $K(x)$  及ビ  $K(x)+a$  ノ導函数ノ間



ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカヲ考ヘヨ。

4. 問10ノ方法デ、函數  $y=1-x$  ノ原始函數ノウチ、 $x=0$  ノトキ0トナルモノノ圖表ヲ作レ。

5. 定數ハ函數ノ特別ナモノトミルコトガデキル。

函數  $y=2$  ノ導函數ノ圖表ヲ作ツテミヨ。

マタ、函數  $y=0$  ノ原始函數ハドノヤウニナルカヲ考ヘヨ。

6. 同ジ函數ノ二ツノ原始函數ノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカヲ考ヘヨ。

### § 3. 微分

函數ガ式デ表ハサレテキルトキソノ導函數ヲ表ハス式ノ求メ方ヲ考究シヨウ。

問1. 真空中デ物ヲ落スト、始メノ  $x$  秒間ニ凡ソ  $4.9x^2 m$  落ちルトイフ。落ち始メテカラ  $\frac{1}{10}$  秒間、 $\frac{1}{100}$  秒間及ビ  $h$  秒間ノソレゾレノ平均ノ速サヲ求メヨ。

マタ、落ち始メテ  $\frac{1}{2}$  秒経ツテカラノ、上ト同様ナ平均ノ速サヲ求メヨ。

問2. 前問デ考ヘタコトヲ基ニシテ、物體ガ落ち始メテカラ (1)  $\frac{1}{2}$  秒経ツタトキ (2)  $a$  秒経ツタトキ (3) 落ち始メノトキノ速サヲ求メヨ。

マタ、落ち始メテカラ  $x$  秒経ツタトキノ速サハ  $x$  ノ函數ト考ヘラレル。コノ函數ヲ式デ表ハセ。

$x, y$  ノ小サナ増加ヲ表ハスノニ、記號  $\Delta x, \Delta y$  ヲ用ヒルコトガアル。函數  $y=K(x)$  デ、 $x$  ノ値ガ2カラ  $\Delta x$  ダケ増シタトキノ  $y$  ノ増加ヲ  $\Delta y$  デ表ハセバ  $\Delta y=K(2+\Delta x)-K(2)$  デアル。

コノトキ  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ハ、 $x$  ガ2カラ  $\Delta x$  ダケ増ス間ノ  $y$  ノ平均ノ増加率デアル。

マタ、 $\Delta x$  ヲ限リナク0ニ近ヅケルトキノ  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ノ極限值ハ、 $x=2$  ニ於ケル  $y$  ノ増加率デアル。

増加率ハ圖表ノ上デハ勾配デ表ハサレル。隨ツテ導函數ハ増加率ヲ  $x$  ノ函數トミタモ



ノデアル。

また、函数  $y=K(x)$  ノ導函数ヲ求メルニハ、  
 $\Delta x$  ヲ限リナク 0 ニ近ヅケルトキノ

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{K(x+\Delta x)-K(x)}{\Delta x}$$

ノ極限值ヲ求メレバヨイ。

或ル函数ノ導函数ヲ求メルコトヲ、ソノ函数ヲ  
微分スル トイフ。

函数  $y=K(x)$  ノ導函数ヲ次ノ記號デ表ハス。

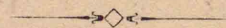
$$y', \quad K'(x), \quad \frac{dy}{dx}$$

問 3. 次ノ函数ヲ微分セヨ。

$$(1) y=x^2 \quad (2) y=3-2x$$

$$(3) y=x^2+x \quad (4) y=\left(\frac{1}{2}-3x\right)^2$$

問 4. 一邊ガ  $h$  cm ノ正方形ノ厚紙ガアル。  
コノ四隅カラ正方形ヲ切り落シテ箱ヲ作り、  
容積ヲ最モ大キクシタイ。ドレダケノ大キ  
サノ正方形ヲ切り落シタラヨイカ。



1. 次ノ函数ヲ微分セヨ。

$$(1) y=x \quad (2) y=ax+b$$

$$(3) y=x^3 \quad (4) y=x^2-x^3$$

$$(5) y=(x+1)^n \quad (6) y=x^4$$

2. 函数  $y=2x-x^2$  ノ圖表トソノ導函数  
ノ圖表トヲ書キ、ソノ間ノ關係ヲシラベヨ。

3. 曲線  $y=x(3-x)^2$  ノ勾配ヲシラベ、コノ  
曲線ヲ書ケ。

4. 矩形ノ厚紙ノ縦横ヲ  $a$  cm,  $b$  cm トスル。  
コノ四隅ヲ切り落シテ箱ヲ作り、ソノ容積ヲ  
最モ大キクシタイ。ドレダケノ大キサノ正  
方形ヲ切り落シタラヨイカ。

5. 圓形ノ厚紙カラ扇形ヲ切り取ツテジ  
ヤウゴヲ作り、ソノ容積ヲ最モ大キクシタイ。  
扇形ノ中心角ヲ何程ニスレバヨイカ。

6. 次ノ函数ノ導函数ヲ  $K'(x), L'(x)$  デ表ハ  
セ。

$$(1) y=K(x)+a \quad (2) y=aK(x)$$

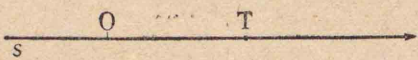
$$(3) y=K(x)+L(x) \quad (4) y=K(x)-L(x)$$



## § 4. 積 分

函数ガ式デ表ハサレテキルトキ,ソノ原始函数ヲ求メル方法ヲ考究シヨウ。

問 1. 直線  $s$  (原点  $O$ ) ノ上ヲ動く點  $T$  ガアツテ,時間  $x$  (秒) ト  $T$  ノ速サ  $y$  (米/秒) トノ間ニ次ノ關係ガアル。

$$y = 100 - 9.8x$$


$T$  ノ座標  $z$  (米) ヲ  $x$  ノ式デ表ハセ。但シ,  $x=0$  ノトキ  $z=2$  デアル。

問 2. 函数  $y=2x$  ノ原始函数ノウチ

(1)  $x=0$  ノトキ 0 トナルモノ

(2)  $x=1$  ノトキ  $-7$  トナルモノ

ヲ求メヨ。

或ル函数ノ原始函数ハ無限ニ多クアルガ,ソノウチノ一ツガワカレバ,他ノモノハコレニ定數ヲ加ヘテ得ラレル。

函数  $L(x)$  ノ原始函数ヲ  $\int L(x) dx$  デ表ハス。コノウチノ一ツガ  $M(x)$  デアルトキ

$$\int L(x) dx = M(x) + (\text{定數})$$

ト書ク。

或ル函数ノ原始函数ヲ求メルコトヲ,ソノ函数ヲ積分スルトイフ。

問 3. 問 1 デ  $x=5$  ノトキカラ  $x=10$  トナルマデノ間ニ  $T$  ガ動く距離ヲ求メヨ。

曲線  $y=L(x)$  ガアル。

$x$  軸上デ  $x=a$  カラ

$x=b$  マデノ部分ヲ細

カク等分シ,各部ノ長サ

ヲ  $\Delta x$  デ表ハシ,ソノ分

點ノ座標ヲ順次ニ  $x_1, x_2,$

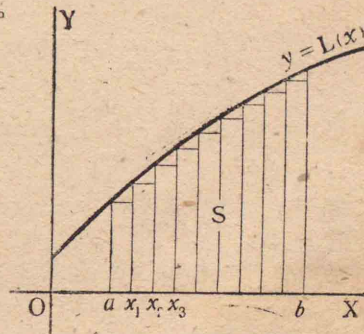
$\dots, x_{n-1}$  トシテ,次ノ和

ヲ考ヘル。

$$S' = L(a)\Delta x + L(x_1)\Delta x + L(x_2)\Delta x + \dots + L(x_{n-1})\Delta x$$

コノ和  $S'$  ハ,曲線ガ上ノ圖ニ示スヤウニ  $x$  軸ノ上方ニアル場合ニハ,曲線下ノ面積  $S$  ヲ近似的ニ表ハス。

$\Delta x$  ヲ限リナク 0 ニ近ヅケルトキノ上ノ和  $S'$





ノ極限ヲ  $\int_a^b L(x) dx$  デ表ハシ、コレヲ求メルコトヲ  $L(x)$  ヲ  $a$  カラ  $b$  マデ積分スル トイフ。

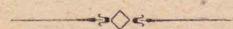
前頁ノ場合ニハ  $S = \int_a^b L(x) dx$  デアル。

マタ、上ノ  $S$  ノヤウナ和ノ極限ヲ求メル演算ヲ定積分 トイヒ、原始函数ヲ求メル演算ヲ不定積分 トイフ。

問 4. 函数  $y = 15 - 2x$  ヲ積分セヨ。マタ、コレヲ 1 カラ 7 マデ積分セヨ。

問 5.  $\int L(x) dx = M(x) + (\text{定数})$  デアルトキ  $M(x)$  ヲ用ヒテ  $\int_a^b L(x) dx$  ヲ表ハセ。

問 6. 拋物線  $y = 2(x-1)(5-x)$  ト  $x$  軸トノ圍ム面積ヲ計算セヨ。



1. 函数  $y = 2x - 3x^2$  ノ原始函数ノウチ

- (1)  $x = 0$  ノトキ 0 トナルモノ
- (2)  $x = 0$  ノトキ 1 トナルモノ
- (3)  $x = 1$  ノトキ 1 トナルモノ

ヲ求メヨ。

2. 次ノ函数ヲ積分セヨ。

- (1)  $ax + b$
- (2)  $2x^2$
- (3)  $px^2 + qx + r$

3.  $\int L(x) dx = M(x) + (\text{定数})$  デアルトキ

$\int_a^b L(x) dx = [M(x)]_a^b$  デアルコトヲ證明セヨ。

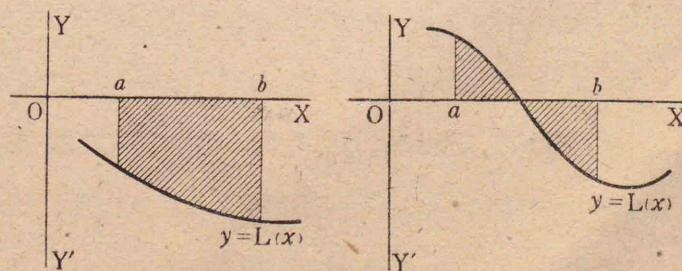
但シ、 $[M(x)]_a^b$  ハ  $M(b) - M(a)$  ヲ表ハス。

4. 次ノ函数ヲ  $-3$  カラ  $3$  マデ積分セヨ。

- (1)  $ax + b$
- (2)  $3x^2$
- (3)  $x^2 + 6x + 2$

5. 曲線  $y = x - x^2$  ヲ書キ、0 カラ 1 マデノ、コノ曲線下ノ面積ヲ計算セヨ。

6. 曲線  $y = L(x)$  ノ全部マタハ一部ガ、下ノ圖ニ示スヤウニ  $x$  軸ノ下方ニアル場合ニ、 $\int_a^b L(x) dx$  ハ圖上デハ何ヲ表ハスカヲ考ヘヨ。





また、この場合ニモ3デワカツタコトガ成リ立ツカドウカヲシラベヨ。

### § 5. 増加率・和ノ極限

前節マデニ考ヘタヤウニ、距離ガ時間ノ函數デアルトキ、コレヲ微分スレバ速サヲ得、逆ニ速サガ時間ノ函數デアルトキ、コレヲ積分スレバ距離ヲ得ル。

コノコトヲ、距離ヲ時間ニツイテ微分スレバ速サトナリ、速サヲ時間ニツイテ積分スレバ距離ニナルトイフ。

コレト同様ナ關係ハ、他ノ種ノ量ニツイテモ考ヘルコトガデキル。

問 1. 標高  $x$  m ノ地點ノ視界半徑ヲ  $y$  km トスルト、大體次ノ關係ガアル。

$$y = 5\sqrt{\frac{x}{2}}$$

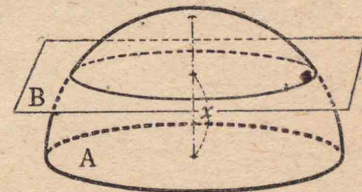
標高ガ 200 m, 500 m, 1000 m ノトキノ視界半徑ノ増加率ハ、ソレゾレ何程ニナルカ。但シ、コノ計算ニハ、次ノ等式ヲ利用スルトヨイ。

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A-B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$$

問 2. 次ノ直線ト拋物線トデ圍ム面積ヲ計算セヨ。

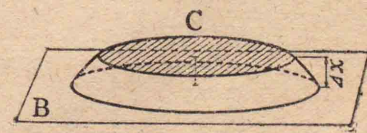
$$y = 2x + 8, \quad y = x^2$$

問 3. 右ノ圖デ、半球ノ半徑ヲ  $r$  トシ、ソノ底面 A ニ平行ナ平面 B ヲトリ、底面カラ



ノ距離ヲ  $x$  トスル。半球ノ A, B 間ニアル體積ハ  $x$  ノ函數デアル。ヨツテコレヲ  $T(x)$  デ表ハス。

次ニ、底面 A カラノ距離ガ  $x + \Delta x$  デアル平行平面 C ヲトリ、半球ノ B, C 間ニハサマレタ部分ノ體積ヲ  $\Delta T$  デ表ハス。



$\Delta T$  ハ B ニヨル球ノ切口ヲ底トシ、 $\Delta x$  ヲ高サトスル直圓柱ノ體積ト、C ニヨル切口ヲ底



トシ、 $\Delta x$  ヲ高サトスル直圓柱ノ體積トノ中間ニアル。コノ關係カラ  $T'(x)$  ヲ求メル方法ヲ考ヘヨ。

問 4. 前問ノ結果カラ半徑  $r$  ノ球ノ體積ヲ  $r$  デ表ハス公式ヲ導ケ。

問 5. 次ノ函數ヲ微分セヨ。

$$(1) y = \frac{1}{x} \qquad (2) y = \sqrt{x}$$

$$(3) y = \sqrt{x^3} \qquad (4) y = x^5$$

問 6. 次ノ函數ヲ積分セヨ。

$$(1) y = \frac{1}{x^2} \qquad (2) y = \sqrt{x}$$

$$(3) y = \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad (4) y = x^4$$

1. 直徑  $6\text{cm}$  ノ球形ノゴム風船ヲ直徑  $10\text{cm}$  ノ球ニ膨マシタ。コノ間ノ風船ノ體積ノ平均ノ増加率ヲ求メヨ。

次ニ、コノ風船ノ直徑ガ  $8\text{cm}$  ノトキノ増加率ハ何程カ。

2. 溫度  $0^\circ$  ノトキ長サ  $y_0\text{cm}$  ノ鐵棒ガ、溫度  $x^\circ$  ノトキ  $y\text{cm}$  ニナツタトスルト、次ノ實驗式ガアル。

$$y = y_0(1 + ax + \beta x^2)$$

但シ  $a = 1.09 \times 10^{-5}$ ,  $\beta = 1.70 \times 10^{-8}$

(1)  $0^\circ$  ト  $30^\circ$  ノ間ノ平均ノ線膨脹率

(2)  $0^\circ$  ノトキノ線膨脹率

(3)  $30^\circ$  ノトキノ線膨脹率

ヲ求メヨ。

3. 次ノ二ツノ曲線ガ圍ム圖形ノ面積ヲ求メヨ。

$$y = \frac{x^2}{4}, \qquad y = 2\sqrt{x}$$

4. 拋物線  $y^2 = x$  ト直線  $x = a$  トテ圍ム平面圖形ガ、 $x$  軸ノマハリヲ一回轉スルトキニ出來ル立體ノ體積ヲ求メヨ。

5.  $n$  ガ  $0, 1, 2, 3, 4, -1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$  ノトキ、函數  $y = x^n$  ノ導函數ヲ求メ、指數ト係數トノ關係ヲシラベテ、コレヲ一ツノ式ニマトメヨ。



6. 前問デ得タ結果カラ種々ノ $n$ ノ値ニ對シ $\int x^n dx$ ヲ求メル式ヲマトメテ書ケ。

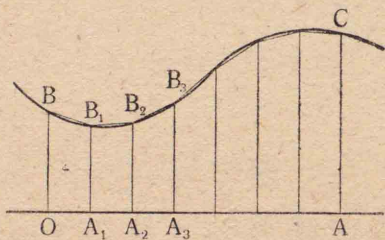
7. 函數 $y = x + \frac{1}{x}$ ノ極大極小ヲ求メヨ。

8.  $1l$ 入りノ蓋ノナイ圓筒形ノブリキ罐ヲナルベク少イ材料デ作りタイ。底ノ直徑ト高サトノ比ヲドノヤウニスレバヨイカ。

### § 6. 拋物線ニヨル近似

次ノ圖ニ示ス面積 $OACB$ ヲ近似的ニ求メルノニ、前章デ考ヘタノハ次ノヤウナ方法デアツタ。

$OA$ ヲ幾ツカニ等分シ、各分點 $A_1, A_2, \dots$ デ $OA$ ニ垂線ヲ立テ、曲線トノ交點ヲ $B_1, B_2, \dots$ トスル。 $B, B_1, B_2, \dots, C$ ヲ順次ニ結ンデ出來ル折線ト $BO, OA, AC$ トノ圍ム面積ヲ計算スル。



ココデハ折線ノ代リニ拋物線ノ弧ヲ用ヒテ面積ヲ近似的ニ求メテミヨウ。

問 1. 三點 $(0, 6), (2, 12), (4, 10)$ ガアル。拋物線 $y = px^2 + qx + r$ ガコノ三點ヲ通ルヤウニ $p, q, r$ ノ値ヲ定メヨ。

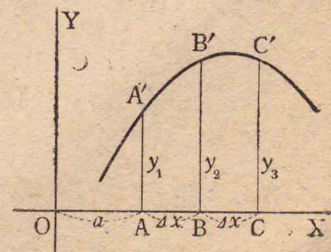
次ニ、 $0$ カラ $4$ マデノコノ拋物線下ノ面積ヲ計算セヨ。

問 2. 三點 $A', B', C'$ ハ $x$ 軸ノ同ジ側ニアツテ、ソノ座標ハ次ノヤウデアルトスル。

$$(a, y_1), (a + \Delta x, y_2), (a + 2\Delta x, y_3)$$

拋物線 $y = px^2 + qx + r$ ガコノ三點ヲ通ルヤウニ $p, q, r$ ヲ定メヨ。

次ニ、 $a$ カラ $a + 2\Delta x$ マデノコノ拋物線下ノ面積ヲ求メ、コレヲ $y_1, y_2, y_3$ ト $\Delta x$ トデ表ハセ。



問 3. 前問ノ結果ヲ用ヒテ、本節ノ初メニ掲ゲタヤウナ圖形ノ面積ヲ近似的ニ求メル方法ヲ考案セヨ。



問 4. 半徑 10 cm ノ半圓ヲ書キ,ソノ直徑ヲ 20 等分シテ,折線ニヨル近似ト拋物線ニヨル近似トヲ用ヒテ面積ヲ求メヨ。

次ニ,ソレラノ誤差ヲ比較セヨ。



1. 拋物線ノ弧デ近似スル方法ヲ用ヒテ,第四頁 4 ニアル圖形ノ面積ヲ計算セヨ。

2.  $y=K(x)$  ガ二ツノ函數  $y=x$ ,  $y=x^2$  ノウチノイヅレデアツテモ,  $a$  カラ  $a+b$  マデノ曲線  $y=K(x)$  ノ下ノ面積ハ,次ノ式デ表ハサレル。コレヲ證明セヨ。

$$\frac{b}{6} \left\{ K(a) + 4K\left(a + \frac{b}{2}\right) + K(a+b) \right\}$$

3. 前問ト同様ノコトハ,  $K(x) = px^2 + qx + r$  ニツイテモ成リ立ツコトヲ示セ。

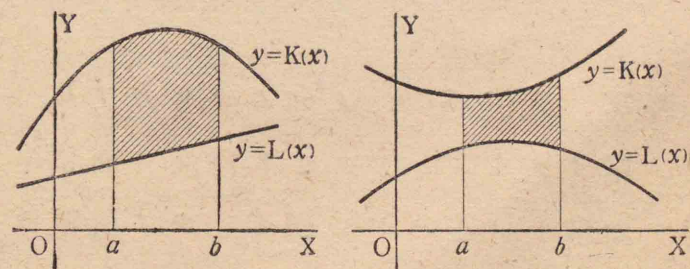
マタ,コレカラ問 3 ノ結果ヲ導ケ。

4.  $T'(x)$  ガ  $x$  ノ二次式デアルトキ,次ノ式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$T(b) - T(a) = \frac{b-a}{6} \left\{ T'(a) + 4T'\left(\frac{a+b}{2}\right) + T'(b) \right\}$$

5. 前問ノ結果カラ,次ノ面積・體積ヲ求メル簡單ナ方法ヲ考案セヨ。

- (1) 角錐臺
- (2) 圓錐臺
- (3) 平行平面ニヨツテ切り取ラレル球ノ部分
- (4) 曲線  $y=K(x)$ ,  $y=L(x)$  及ビ直線  $x=a$ ,  $x=b$  ノ圍ム面積。但シ,  $K(x)$ ,  $L(x)$  ハイヅレモ一次マタハ二次ノ式トスル。



### § 7. 近似式・誤差

近似式ノ求メ方ハ,既ニ學ンダトコロデア  
ル。ココデハ微分ニヨツテコレヲ求メル方  
法ヲ考究シヨウ。



問 1.  $x$  の絶対値が小さいとき  $\frac{1}{x+1}$  の近似式として前を求めたモノは  $1-x$  デアツタ。曲線  $y = \frac{1}{1+x}$  と直線  $y = 1-x$  との間ニハドノヤウナ関係ガアルカヲシラベヨ。

問 2. 前問デワカツタコトカラ、 $x$  の値ガ 3 に近イトキ、函数  $y = \sqrt{1+x}$  ノ値ヲ近似的ニ表ハス一次式ヲ作レ。

次ニ、 $x$  の値ガ 3 カラ  $\Delta x$  ダケ増ストキノコノ函数ノ増加  $\Delta y$  ヲ、近似的ニ表ハス式ヲ作レ。

問 3. 直径 8cm ノゴムマリガアル。ゴムノ厚サヲ 1mm トスルト、内側ノ面積ト外側ノ面積トノ差ハドレ程カ。ソノ近似値ヲ簡單ニ求メル方法ヲ考ヘヨ。

誤差ニ關スル計算デハ、上ニ考ヘタ近似的ナ方法ヲ用ヒル場合ガ少クナイ。コレニツイテ考究シヨウ。

問 4.  $A$  ノ近似値  $a$  ガアルトキ、ソノ誤差ヲ  $\Delta x$  デ表ハシ、ソノ限界ヲ  $\delta$  トスルト

$$A = a + \Delta x, \quad |\Delta x| \leq \delta$$

デアアル。次ノ計算デ、 $A$  ノ代リニ  $a$  ヲ用ヒルトキノ誤差ヲ、 $a$  ト  $\Delta x$  トデ近似的ニ表ハス方法ヲ考ヘヨ。

$$A^2, \quad \frac{1}{A}, \quad \sqrt{A}$$

次ニ、ソノ誤差ノ限界ヲ求メヨ。

近似値ヤ測定値ヲ乗除スル場合ニハ、各ノ値ト誤差ノ限界トノ比ガ略、等シイノガヨイ。

$A$  ノ近似値  $a$  ガアルトキ、 $\frac{A-a}{a}$  ヲ相對誤差トイフ。コレニ對シテ今マデニ考ヘタ誤差ヲ絕對誤差トイフ。

問 5. 前問デ、近似値  $a$  ノ相對誤差ノ限界ヲ  $\delta$  トスルト、各計算ニ於ケル相對誤差ノ限界ハドノヤウニナルカ。





1.  $x$ ノ絶対値ガ小サイトキ,次ノ函數ノ値ヲ近似的ニ表ハス $x$ ノ一次式ヲ作レ。

$$(1) \left(x + \frac{7}{2}\right)^3 \quad (2) \frac{1}{\sqrt{x+5}}$$

2.  $x$ ノ値ガ  $-3$ ニ近イトキ,前問ノ函數ノ値ヲ近似的ニ表ハス $x$ ノ一次式ヲ作レ。

3. 曲線  $y = \sqrt{3x}$ ノ上ノ點  $(1, \sqrt{3})$  及ビ  $(3, 3)$ ニ於イテ引イタ接線ノ方程式ヲ作レ。

4. 曲線  $y = K(x)$ ノ上ノ點  $(a, K(a))$ デ引イタ接線ノ方程式ヲ書ケ。

次ニ,  $x$ ノ値ガ  $a$ カラ  $\Delta x$ ダケ増シタトキノ函數  $K(x)$ ノ増加  $\Delta y$ ヲ,近似的ニ表ハス式ヲ作レ。

5. 長サ  $150\text{ cm}$ ノ單振子ガアル。コノ長サヲ  $1\text{ cm}$ 伸縮スルト,ソノ周期ハドノクラキ増減スルカ。

6.  $A$ ノ近似値  $a$ ノ誤差ノ限界ヲ  $\delta$ トシ,ソノ相對誤差ノ限界ヲ  $\delta'$ トスル。次ノ式ノ計算デ, $A$ ノ代リニ  $a$ ヲ用ヒルト,誤差ノ限界

ト相對誤差ノ限界トハ,ドノヤウニナルカ。

$$A^3, \quad \frac{1}{A^2}, \quad \frac{1}{\sqrt{A}}$$

7. 矩形ノ金屬板ガアル。ソノ面積ヲ計算スルタメニ,長サト幅トヲ測ツタトコロガ,  $11.5\text{ m}$ ト  $36\text{ cm}$ デアツタ。モシ,長サヲ糶ノ位マデ測ルトスレバ,面積ノ誤差ノ限界ハドレ程ヨクナルカ。測定値ノ誤差ノ限界ハ終ノ位ノ  $0.5$ デアルトスル。

8. 半徑ガ略,  $30\text{ cm}$ ノ圓ノ面積ヲ求メルトキ,誤差ガ  $1\%$ 以内デアルヤウニスルニハ,半徑ヲドレ程ノ精密サデ測リ,圓周率ノ近似値トシテハドノ値ヲ用ヒレバヨイカ。

## § 8. 種々ノ函數ノ微分ト積分

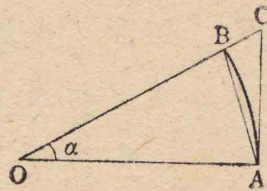
問 1.  $\sin x$ ノ導函數ハ  $\Delta x$ ガ限リナク  $0$ ニ近ヅクトキノ,  $\frac{\sin(x+\Delta x) - \sin x}{\Delta x}$ ノ極限值ニ等シイ。

コノ極限值ヲ求メルニハ,  $a$ ガ  $0$ ニ近ヅク



トキノ  $\frac{\sin a}{a}$  ノ極限值ガワカレバヨイコトヲ示セ。

問 2. 右ノ圖デ, OAB ハ中心角ガ  $a$  弧度ノ扇形デアル。マタ, AC ハ OA ニ垂直デアル。



$\triangle OAB$ ,  $\triangle OAC$  ト扇形 OAB トノ面積ノ大小關係ヲ利用シテ,  $a$  ガ 0 ニ近ヅクトキノ,  $\frac{\sin a}{a}$  ノ極限值ヲ見出セ。

問 3. 次ノ函數ヲ微分セヨ。マタ, 積分セヨ。

(1)  $y = \sin x$                       (2)  $y = \cos x$

問 4. 次ノ二ツノ函數ノ導函數ヲ求メテ, ソノ間ノ關係ヲシラベヨ。

(1)  $y = \sin x, \quad y = \sin 2x$

(2)  $y = \cos x, \quad y = \cos 2x$

(3)  $y = K(x), \quad y = K(2x)$

$K(2x)$  ノ導函數ヲ表ハスニハ  $\{K(2x)\}'$  マタハ

$\frac{d}{dx}K(2x)$  ト書ク。  $K'(2x)$  ハ  $K'(x)$  ニ於イテ  $x$  ヲ  $2x$  ニ置キ換ヘタモノヲ表ハスコトニスル。

一般ニ,  $y = K(ax)$  ノ形ノ函數ヲ微分スル方法ニツイテ考ヘヨウ。

$x$  ノ函數  $z = ax$  ヲ補助ニ用ヒルト,  $y$  ハ次ノヤウニ表ハサレル。

$$y = K(z)$$

$x$  ノ値ヲ  $\Delta x$  ダケ増ストキノ  $z$  ノ値ノ増加ヲ  $\Delta z$  デ表ハシ, ソノトキノ  $y$  ノ値ノ増加ヲ  $\Delta y$  デ表ハス。

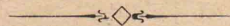
問 5. 次ノ式デ,  $\Delta x$  ヲ限リナク 0 ニ近ヅケルトキノ極限ヲ考ヘテ,  $\{K(ax)\}'$  ヲ求メル式ヲ導ケ。

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

問 6. 前問ノ結果ヲ用ヒテ, 次ノ函數ヲ微分セヨ。マタ, 積分セヨ。

(1)  $y = \sin ax$

(2)  $y = \cos ax$





1. 次ノ函數ヲ微分セヨ。

$$(1) y = \frac{1}{x+1} \quad (2) y = \frac{1}{x-2}$$

$$(3) y = \frac{1}{x+b} \quad (4) y = \sqrt{x+1}$$

$$(5) y = \sqrt{x-2} \quad (6) y = \sqrt{x+b}$$

2. 問5ト同様ナ方法デ、 $\{K(x+b)\}'$ ヲ求メル式ヲ導ケ。

3. 次ノ函數ヲ微分セヨ。

$$(1) y = (2x+3)^2 \quad (2) y = (4-3x)^3$$

$$(3) y = \frac{1}{\left(\frac{3x}{2}+1\right)^2} \quad (4) y = \sqrt{1-\frac{x}{3}}$$

$$(5) \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{5}-4x}}$$

4. 問5ト同様ナ方法デ、 $\{K(ax+b)\}'$ ヲ求メル式ヲ導ケ。

5. 3ノ函數ヲ積分セヨ。

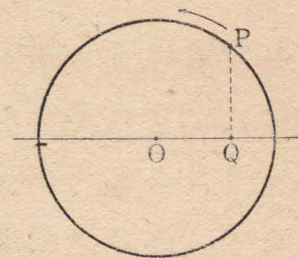
6.  $\int K(x) dx = L(x) + (\text{定數})$ デアルトキ、次ノ積分ヲ求メル式ヲ作レ。

$$(1) \int K(x+b) dx \quad (2) \int K(ax) dx$$

$$(3) \int K(ax+b) dx$$

7. 點Pハ半徑10cmノ圓周上ヲ每秒50cmノ速サデ運動スル。

コノ圓ノ一ツノ直徑ノ上ニ投ズルPノ正射影Qノ運動式ヲ作り、次ニ、ソノ速サヲ表ハス式ヲ求メヨ。



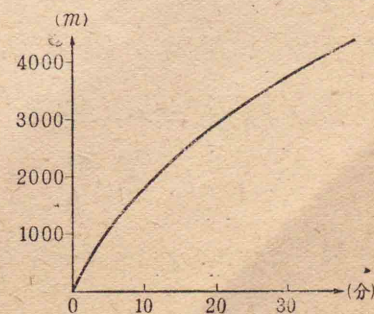
### §9. 種々ノ問題

1. 次ノ圖表ハ、或ル運動ニ於ケル時間  $x$  (分)ト距離  $y$  (m)トノ

關係ヲ示ス。コノ關係ヲ式デ表ハシタモノガ

$$y = K(x)$$

デアルトキ、コノ圖表

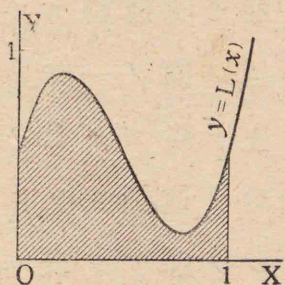




ノ勾配ト導函數  $K'(x)$  ノ値トノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカ。

2. 函數  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) ノ圖表ヲ書キ、コノ函數ノ原始函數ノウチ  $x=1$  ノトキ0トナルモノノ圖表ヲ作レ。

3. 曲線  $y=L(x)$  ガ右ノ圖ノヤウナ形デアル場合ニ、0カラ1マデノコノ曲線下ノ面積ヲ次ノ式デ表ハストキノ、誤差ノ限界ハ何カ。



$$\frac{1}{n} \left\{ L(0) + L\left(\frac{1}{n}\right) + L\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + L\left(\frac{n-1}{n}\right) \right\}$$

4.  $\sqrt{x}$  ヲ微分スル方法ヲ考ヘヨ。

5. ニツノ正ノ數  $A, B$  ノ近似値  $a, b$  ガアツテ、ソノ誤差ノ限界  $\delta, \epsilon$  ガ  $a, b$  ニクラベテ小サイ場合ニハ、 $A+B, A-B, AB, \frac{A}{B}$  ノ代リニ  $a+b, a-b, ab, \frac{a}{b}$  ヲ用ヒルトキノ誤差ノ限界ハ、ソレゾレ  $\delta+\epsilon, \delta-\epsilon, a\epsilon+b\delta, \frac{a\epsilon+b\delta}{b^2}$  デアルトシテヨイ。コレヲ證明セヨ。

6. ニツノ正ノ數  $A, B$  ノ近似値  $a, b$  ガアツテ、相對誤差ノ限界ガ  $\delta', \epsilon'$  デアルトスル。 $AB, \frac{A}{B}$  ノ代リニ  $ab, \frac{a}{b}$  ヲ用ヒルトキノ、相對誤差ノ限界ハ共ニ  $\delta'+\epsilon'$  デアルトシテヨイ。コレヲ證明セヨ。

7.  $K(x+a)=L(x)$  デアルトキ、ニツノ曲線  $y=K(x), y=L(x)$  ノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカ。

マタ、ソノ關係カラ  $L'(x)=K'(x+a)$  デアルコトヲ證明セヨ。

8.  $K(-x)=L(x)$  デアルトキ、ニツノ曲線  $y=K(x), y=L(x)$  ノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカ。

マタ、ソノ關係カラ  $L'(x)=-K'(-x)$  デアルコトヲ證明セヨ。



### 3. 統計と確率

#### § 1. 見込ノ立テ方

將來ニ起ルベキ事柄ヤ未知ノ事柄ニツイテ、數量的ニ見込ヲ立テルコトヤ豫想ヲ下スコトニツイテ考究シヨウ。

問 1. コノ學校デ行事ノ計畫ヲ立テルニ際シ、十月初旬カマタハ十一月初旬ノ1日ヲ運動會ニアテルコトニシタトスル。二ツノ時期ノウチ、雨ノ降ル虞ノ少イノハドチラデアルカヲ、ドノヤウニシテ判斷シタラヨイカ。

問 2. コノ學校ニ近イ或ル地域デ、住民約8000ノウチ、十歳未滿ノ幼年者ト六十歳以上ノ老年者ノ概數ヲ知ル必要ガ起キタトスル。ドノヤウナ方法デ計算シタラヨイカ。

問 3. 次ノ表ハ、内地ニ於ケル交通事故ノ統計デアル。コレカラ、汽車・電車・自動車ノ事故ガ起キタトキノ人命ニ及ボス危險ノ程度ヲ比較スルコトガデキルカ。

年次	汽 車			電 車			自 動 車		
	件數	死	傷	件數	死	傷	件數	死	傷
昭和 3	1326	777	707	6593	519	5122	2,9236	617	1,9518
" 4	1238	719	636	6832	503	4992	3,0525	837	2,1675
" 5	1368	775	749	6645	535	4912	3,6273	853	2,5094
" 6	1225	701	614	5968	527	4275	4,4133	937	2,9080
" 7	1189	623	629	5551	619	3801	4,7049	1100	3,2272
" 8	1282	683	768	4904	543	3735	4,1490	1233	2,9299
" 9	1240	701	868	5075	563	3596	4,4898	1420	3,1416
" 10	1301	770	780	4986	550	3589	4,1654	1598	3,0573
" 11	1211	756	627	4705	525	3594	3,6720	1584	2,8146

問 4. 右ノ表ハ、昭和元年カラ同十一年マデノ腸チフス患者ノ死亡統計デアル。

多數ノ腸チフス患者ガ發生シタ場合ニ、ソノウチカラドレクラキノ割合デ死亡者ガ出ルカ。ソノ豫想ヲコノ統計ニ

年次	患者	死亡者
昭和 1	4,3951人	8879人
" 2	3,7554	7332
" 3	4,2063	8200
" 4	3,7345	7503
" 5	4,1434	7827
" 6	3,8259	7599
" 7	3,5519	6501
" 8	3,8529	7232
" 9	4,2595	7731
" 10	3,8357	6843
" 11	3,6938	6467

ヨツテ下スコトガデキルカ。

問 5. 次頁ノ表ハ、昭和十年ニ施行サレタ



國勢調査ニヨル東京府及ビ新潟縣ノ年齢別人口デアル。コノ分布ノ様子ヲ圖ニ示シ、ソノ異同ヲシラベヨ。

地 方 年 齡	東 京 府			新 潟 縣		
	總 數	男	女	總 數	男	女
0—4	78,1352	39,6651	38,4701	28,9253	14,6248	14,3005
5—9	66,1833	33,4874	32,6959	26,5754	13,3887	13,1867
10—14	60,8648	31,4515	29,4133	23,0785	11,8732	11,2053
15—19	77,7682	42,4876	35,2806	16,4467	8,5452	7,9015
20—24	77,6644	41,2556	36,4088	14,9311	7,2702	7,6609
25—29	61,3712	32,4052	28,9660	14,0648	6,8122	7,2526
30—34	50,6016	27,0869	23,5147	12,3410	6,1148	6,2262
35—39	40,1735	21,8458	18,3277	10,3919	5,1073	5,2446
40—44	31,1790	17,0073	14,1717	9,5518	4,7186	4,8332
45—49	26,5056	14,2150	12,2906	9,4840	4,6395	4,8445
50—54	21,2556	10,9320	10,3236	9,4661	4,5408	4,9253
55—59	17,4581	8,6639	8,7942	8,4145	3,9535	4,4610
60—64	11,4716	5,4375	6,0314	6,2327	2,7957	3,4370
65—69	7,8050	3,3925	4,4125	4,4909	1,9276	2,5633
70—74	4,6792	1,9061	2,7731	2,6347	1,0382	1,5965
75—79	2,4674	8972	1,5702	1,6232	6007	1,0225
80以上	1,4082	4330	9752	9651	2987	6664

上ノヤウナ表ヲ、度數分布表 マタハ單ニ分布表 トイフ。

統計ノ結果ヲ用ヒル場合ニハ、ソノ資料ガ目的トスル問題ニ適當シタモノデアルカ否カニ注意スルコトガ大切デアル。

マタ、割合ニ關スル計算ヤ比較ヲナスタメニハ、實數ノ表カラ比率ノ表ヲ作ツテオクト便利デアル。

問 6. 下ニ示ス大正十四年、昭和五年ノ内地ノ年齢別人口ヲ基ニシテ、昭和十年ノ年齢別人口ヲ推計スル方法ヲ工夫セヨ。

次ニ、ソノ推計ノ結果ト下ニ示ス昭和十年ノ年齢別人口トヲ比較セヨ。

年 次 年 齡	大正十四年	昭和五年	昭和十年
0—4	826,4583	901,1155	932,8501
5—9	692,4432	776,7055	853,1419
10—14	673,5030	680,1045	768,5247
15—19	588,5277	653,9604	664,0917
20—24	506,0527	553,1506	607,1071
25—29	439,2471	483,5634	524,0083
30—34	371,6087	421,3665	463,2637
35—39	344,9377	358,4833	404,5846
40—44	322,1765	328,6478	340,6011



45-49	305,5149	304,6263	311,2834
50-54	246,0903	283,0694	283,2875
55-59	199,0817	221,6103	257,1137
60-64	156,8341	172,2085	193,0611
65-69	129,4340	125,5830	138,7092
70-74	91,9180	92,6601	91,3423
75-79	52,3014	55,1718	56,1804
80以上	28,4529	32,9726	36,2640
計	5973,6822	6445,0005	6925,4148

1. 右ノ表ハ、大正十一年カラ昭和六年マデノ十年間ニ、落雷ニヨツテ出火シタ家屋ノ屋根ノ種類別調べデアル。

屋根ノ種類	落雷件數	出火件數
草葺	630	463
板葺	60	23
瓦葺	358	76
金屬葺	50	14
不詳	314	154

(1) 各種ノ屋根ニツイテ落雷シタトキニ出火スル危険ノ程度ヲ示セ。

(2) コノ表カラ、草葺屋根ニハ雷ガ落ち易イト判断シテヨイカ。

2. 人口 150 萬ノ地方デハ、二十歳以上四

十歳未満ノ男子ハ何程アルカヲ推定セヨ。

3. 右ニ示スノハ、昭和十一年ニ於ケル内地ノ不慮ノ傷害ニヨル死亡者ノ分布表デアル。

年齢階級	不慮ノ傷害死	年齢階級	不慮ノ傷害死
0-4	7211 <sup>人</sup>	45-49	1283 <sup>人</sup>
5-9	2672	50-54	1062
10-14	1218	55-59	1143
15-19	2040	60-64	1017
20-24	2533	65-69	828
25-29	2210	70-79	1433
30-34	1777	80-89	508
35-39	1600	90以上	26
40-44	1399		

各年齢階級ノ者ガ不慮ノ傷害デ死亡スル危険ノ程度ヲ比較セヨ。

4. コノ學校ノ各學年ノ生徒ノウチ、近視ノ者ノ數ヲシラベ、學年ニヨツテソノ數ガドノヤウニ變ツテイタクカヲシラベヨ。

世帯人員	世帯數		
	内地全部	市部	郡部
1	694 <sup>千</sup>	193 <sup>千</sup>	501 <sup>千</sup>
2	1481	473	1008
3	1870	579	1291
4	1905	533	1372
5	1826	448	1378
6	1597	343	1254
7	1243	237	1006
8	852	150	701
9	516	90	426
10	298	56	242
11以上	318	84	234
計	12600	3187	9413
人口	6276 <sup>萬</sup>	1468 <sup>萬</sup>	4808 <sup>萬</sup>

5. 右ノ表ハ、昭和五年ノ人員別世帯數ヲ示ス。三ツノ分布表ノ異同ヲシラベヨ。



6. 貨幣4箇ヲ何回カ机上ニ投ゲルウチ、4箇トモ表ノ出ル回数ハ、全回数ニ對シドノクラキノ割合ニナルカ、コノ豫想ヲ下シタイ。級ノ者ハ協力シテ豫想ヲ下シテミヨ。

他ノ出方(表3,裏1),(表2,裏2),(表1,裏3),(裏4)ニツイテモ同様ノ豫想ヲナセ。

## § 2. 確 率

昭和五年ノ内地人口ノ分布表ニヨルト、五十歳ノ男子ハ28,5734人デアリ、五年後ノ昭和十年ノ分布表デハ、五十五歳ノ男子ハ25,8825人トナツテキル。内外地間ノ人ノ出入リヲ無視スレバ、上ノ人数ノ差2,6909人ハ、五年間ニ死亡シタモノトミルコトガデキル。

コノ場合ニ五十歳ノ男子ガ五年以上生命ヲ保ツ確率ハ  $\frac{258825}{285734} = 0.91$  デアリ、五年ノ間ニ死亡スル確率ハ  $\frac{26909}{285734} = 0.09$  デアルトイフ。

コノ確率ハ、多數ノ五十歳ノ男子ニツイテ、

ソノウチノ何人クラキガ五年以上ノ生命ヲ保チ、何人クラキガ五年ノ間ニ死亡スルカノ豫想ヲ下スノニ役立ツ。

コノ確率ハマタ五十歳ノ男子ガ五年以上生キル見込ヤ、五年ノ間ニ死亡スル虞ノ程度ヲ表ハストイフコトモデキル。

問 1. 右ノ表ハ、大正十一年カラ昭和十二年マデノ十六年間ノ内地ニ於ケル出生ノ統計デアル。

生マレル子供ガ男デアル確率ト女デアル確率トヲ求めヨ。

問 2. 或ル事柄ノ確率ガ  $\frac{1}{2}$  デアル

トイフノハ、ドウイフコトヲ意味スルカ。

年次	男	女
大正 11	100,4022 <sup>人</sup>	96,5292 <sup>人</sup>
" 12	104,3599	99,9698
" 13	101,9988	97,8532
" 14	106,0827	102,5264
昭和 1	108,1793	102,2611
" 2	104,8946	101,1791
" 3	109,0702	104,5150
" 4	105,8666	101,8360
" 5	106,9511	101,5549
" 6	107,3385	102,9399
" 7	111,7954	106,4788
" 8	108,7688	103,3565
" 9	104,2736	100,1047
" 10	112,2867	106,7836
" 11	107,6197	102,5772
" 12	111,6154	106,4580



問 3. 次ノ表ハ、或ル年ノ第一期第一回ノ種痘ニ關スル内地全部ト甲・乙二地方トノ統計デアル。

地 方	公 種 痘 人 員		
	善 感	不 善 感	檢 診 未 了
(1) 内地全部	173,7482人	4,7781人	5,1654人
(2) 甲 地 方	3,1904	1452	1301
(3) 乙 地 方	3,7562	518	497

第一期第一回ノ種痘ヲ行ツタトキノ善感ノ確率ト不善感ノ確率トヲ、(1)、(2)、(3)ノ各、ニツイテ求メヨ。コレカラ、ドノヤウナコトガワカルカ。

信賴ノデキル確率ヲ得ルニハ、統計ノ資料ハ偏ツタモノデナイコトト、ソノ數ノ多イコトトガ望マシイ。マタ、資料ノ性質ヤコレヲ集メル時ト所ナドニ制限ガアルト、ソレカラ得ル確率ハ特殊ノ意味ヲモツコトガアル。

問 4. 次頁ノ表ハ、昭和十一年ノ内地ニ於ケル死亡ノ原因ニ關スル統計ノ一部デアル。

年 齡	總 數	肺 炎	氣管支炎	老 衰
.....	.....人	.....人	.....人	.....人
50—54	4,7449	2599	786	—
55—59	6,1523	3420	1227	—
60—64	7,0359	4035	1669	2628
.....	.....	.....	.....	.....
計	123,0278	11,2204	2,6120	9,1936

55歳—59歳ノ者ガ1年ノウチニ

- (1) 肺炎デ死亡スル確率
- (2) 氣管支炎デ死亡スル確率
- (3) 肺炎カ氣管支炎デ死亡スル確率
- (4) 肺炎ト氣管支炎以外ノ原因デ死亡スル確率
- (5) 老衰ニヨツテ死亡スル確率

ヲ求メヨ。

問 5. 或ル事柄ノ確率ガ、(1) 0デアル  
(2) 1デアル トイフノハ、ソレゾレドウイフコトヲ意味スルカ。

問 6. 或ル統計デ、資料ノ數ガ $n$ 箇アツテ、ソノウチ A, B, C ナドトイフ事柄ノ起ツテキ



ルモノガソレゾレ  $a$  箇,  $b$  箇,  $c$  箇ナドアル。  
 マタ, コレラノ事柄ノニツ以上ガ重複シテ起  
 ツテキルモノハナイ。

(1) Aノ起ル確率ト起ラナイ確率トノ關  
 係ヲ考ヘヨ。

(2) Bノ起ル確率, Cノ起ル確率及ビB, C  
 ノイヅレカガ起ル確率ノ間ノ關係ヲ考ヘヨ。



1. 前節1ノ統計カラ, ドノヤウナ確率ヲ  
 求メルコトガデキルカ。

2. 前節3ノ統計カラ, ドノヤウナ確率ヲ  
 求メルコトガデキルカ。コレヲ求メテ, ソノ  
 圖表ヲ作レ。

3. 前節問4ノ統計カラ, ドノヤウナ確率  
 ヲ求メルコトガデキルカ。

4. 次頁ニ示シタノハ, 昭和十一年ノ内地  
 ニ於ケル死亡數ノ年齢別分布表デアル。

各年齢階級ノ者ガ一年以内ニ死亡スル確

率(死亡率)ヲ求メ  
 テ, ソノ圖表ヲ作  
 レ。

5. 前節6デ  
 トツタ統計カラ,  
 4箇ノ貨幣ノ表  
 裏ノ五通りノ出  
 方ノ確率ヲ求メヨ。

年齢階級	死亡數	年齢階級	死亡數
0—4	38,8633人	45—49	3,7976人
5—9	3,3358	50—54	4,7449
10—14	2,5173	55—59	6,1523
15—19	5,5511	60—64	7,0359
20—24	6,0707	65—69	7,3599
25—29	4,6838	70—79	14,6091
30—34	3,6527	80—89	7,2352
35—39	3,4367	90以上	6295
40—44	3,3443		

### § 3. 數學的確率

統計ニヨラズニ見込ヲ立テルコトニツイ  
 テ考究シヨウ。

問1. 1箇ノ貨幣ヲ机上ニ投ゲルトキ, 表  
 ト裏ノドチラガ出易イト思フカ。統計ヲト  
 ラズニ, コノ見込ヲ立テテミヨ。

次ニ, ソノ見込ヲ確率デ表ハスニハ, 表ノ出  
 ル確率ト裏ノ出ル確率トヲ何程ツツニキメ  
 レバヨイカ。

問2. 1箇ノ貨幣ヲ2回投ゲルトキ, 表裏



ノ出方ハ幾通リアルカ。各ノ出方ノウチ、ドレガ出易ク、ドレガ出難イト思フカ。前問ト同様ニシテ見込ヲ立テヨ。

次ニ、ソノ見込ヲ表ハスニハ、二回トモ表ノ出ル確率及ビ表ト裏ガ一回ヅツ出ル確率ヲドノヤウニキメタラヨイカ。

問 3. 2 箇ノ貨幣ヲ一緒ニ投ゲルトキ、二ツトモ表ノ出ル確率及ビ表ト裏ガ一ツツ出ル確率ハドウカ。前二問ト同様ナ考ヘ方デ定メヨ。

問 4. 4 箇ノ貨幣ヲ投ゲルトキノ五通りノ出方ノ確率ヲ、前三問ト同様ナ考ヘ方デ定メヨ。

次ニ、コノ結果ヲ前節 5 ノ結果ト比較セヨ。

$n$  箇ノ基本トナル事柄ガアツテ、或ル前提ノモトニソレラノウチノイヅレカガ起リ、且ツ一ツダケ起ルトスル。コノトキ、モシ各ノ起ル見込ガ同等デアルト判断サレルナラバ、

各ノ事柄ノ確率ヲ  $\frac{1}{n}$  トキメテヨロシイ。

マタ、或ル事柄 A ガ基本ノ事柄  $a$  箇ヲ合ハセタモノデアルトキ、A ノ確率ヲ  $\frac{a}{n}$  トキメテヨロシイ。

問 5. 一番カラ五番マデ 5 本ノ籤ガアツテ、一番ハ當リ籤デアル。コレヲ甲・乙・丙ノ三人ガ順次ニ引クトキ、幾通りノ引キ方ガアルカ。總ベテノ場合ヲ擧ゲヨ。

次ニ、各人ノ當ル確率ヲ求メヨ。

問 6. 甲ノ籤ハ 5 本アツテソノウチ 2 本當リ、乙ノ籤ハ 6 本アツテソノウチ 1 本當ル。

- (1) 甲ヲ引イテ當ル確率
- (2) 乙ヲ引イテ當ル確率
- (3) 甲ト乙ヲ引イテ共ニ當ル確率
- (4) ドチラモ當ラナイ確率
- (5) 少クトモ一方ガ當ル確率

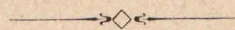
ヲ求メヨ。

本節ノ考ヘ方デキメタ確率ヲ 數學的確率



トイヒ、前節デ考ヘタヤツナ確率ヲ 經驗的確率  
トイフ。

問 7. 前節問 6 デ考ヘタト同様ナ關係ガ、  
數學的確率ニツイテモ成リ立ツカドウカラ  
考ヘヨ。



1. 骰子<sup>サイ</sup>ヲ振ツテ一ノ目ノ出ル確率ヲ考  
ヘルノニ、或ル人ハ「一ノ目ハ出ルカ出ナイカ  
ノ二ツニ一ツデアルカラ、ソノ確率ハ  $\frac{1}{2}$  デア  
ル」トイフ。コノ考ヘ方ハヨイカドウカ。

2. 某月賣出シノ彈丸切手ハ總數七百萬  
枚デ、當リ籤ハ一等 280 本、二等 1400 本、三等  
5,6000 本、四等 77,0000 本トナツテキタ。

コノ切手ヲ一枚買ツタ人ガイツレカニ當  
ル確率ヲ計算セヨ。マタ、當ラナイ確率ハ何  
程カ。

3. 前問ト同様ナ彈丸切手ノ賣出シガ二  
回アツタノデ、或ル人ハ各回ニ一枚ツツヲ求

メタ。次ノ確率ヲ計算セヨ。

- (1) 二枚トモ當ル確率
- (2) 一枚ダケ當ル確率
- (3) 少クトモ一枚當ル確率

4. 甲・乙・丙 3 箇ノ骰子ヲ投ゲルトキ、目ノ  
出方ハ幾通リアルカ。次ニ、一ノ目ガ一ツ、二  
ノ目ガ二ツ出ル確率ヲ求メヨ。

5. 袋ノ中ニ 3 箇ノ白球ト 4 箇ノ黒球ガ  
アル。コノ中カラ

- (1) 1 箇ヲ取出シ、ソレガ白デアル確率
- (2) 2 箇ヲ取出シ、二ツトモ白デアル確率
- (3) 4 箇ヲ取出シ、白ガ二ツ、黒ガ二ツデア  
ル確率

ヲ求メヨ。

6. 甲ノ袋ニハ白球 3 箇、黒球 5 箇ガアリ、  
乙ノ袋ニハ白球 4 箇、黒球 6 箇ガアル。

兩方ノ袋カラ二ツツツノ球ヲ取出ストキ、  
四ツトモ白デアル確率ヲ求メヨ。



## § 4. 場合ノ數

數學的確率ノ計算ニハ、場合ノ數ヲ求メルコトガ必要デアル。ココデハ、ソノ求メ方ヲ考究シヨウ。

問 1. 汽船ガ船名ヲ表示シヨウトスルトキニハ、四枚ノ信號旗ヲ船橋ノ上方ニ掲ゲルコトニナツテキル。

旗ハ 26 種アツテ、26 箇ノローマ字ヲ表ハス。同種ノ旗ヲ二枚以上用ヒテモヨイコトニスルト、コノ方法デ何隻ノ船名ヲ表ハスコトガデキルカ。

問 2. 前問デ、モシ同種ノ旗ヲ一枚シカ用ヒナイトスルト、何隻ノ船名ヲ表ハシ得ルコトニナルカ。

問 3. 前問デ同ジ四枚ノ旗ヲ異ナル順序ニ掲ゲタモノヲ一組ニスルト、全部デ幾組ノ組合セガデキルカ。

26 箇ノ異ナル物カラ 4 箇ヲトリ、順序ヲツケテ列メル仕方(順列)ノ數ヲ  ${}_{26}P_4$  デ表ハス。マタ、26 箇

ノ異ナル物カラ 4 箇ヲトツテ組ヲ作ル仕方(組合セ)ノ數ヲ  ${}_{26}C_4$  デ表ハス。

問 4. 次ノ値ヲ計算セヨ。

$${}_7P_1, {}_7P_2, {}_7P_3, {}_7P_4, {}_7P_5, {}_7P_6, {}_7P_7$$

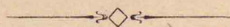
$${}_7C_1, {}_7C_2, {}_7C_3, {}_7C_4, {}_7C_5, {}_7C_6, {}_7C_7$$

問 5.  $n$  箇ノ物カラ  $r$  箇トル順列ノ數ト組合セノ數ヲ求メル次ノ式ヲ證明セヨ。

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

$${}_nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots r}$$

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots r$  ヲ  $r$  ノ階乗トイヒ、 $r!$  デ表ハス。



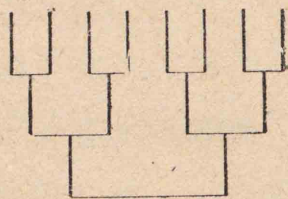
1. 電信符號ハ二種ノ記號・ト一トヲ幾ツカツツ並ベテ作ル。コノ方法デ 96 通りノ符號ヲ作ルニハ、一ツノ符號ニ用ヒル記號ノ數ヲ幾ツマデニスレバ十分デアルカ。コノ最小限ノ箇數ヲ求メヨ。

2. 或ル私設鐵道ニ停車場ガ 17 アル。片



道乗車券ト往復乗車券ト合ハセテ幾種類ノ切符ガ必要デアルカ。

3. 四ツノ學校カラ二組ツツノ蹴球選手ヲ出シテ仕合ヒヲスルコトニナツタ。同ジ學校カラ出タ組ハ優勝戰以外デハ合ハナイヤウニ組合セヲ作りタイ。幾通りノ作り方ガアルカ。



4. 將碁盤ノ罫ヲ邊トスル矩形ハ幾ツアルカ。

5.  $n$  箇ツツ二組ノ數

( $a$ ノ組)  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

( $b$ ノ組)  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$

ガアル。コレデ作ラレル積

$$(a_1+b_1)(a_2+b_2)(a_3+b_3)\cdots(a_n+b_n)$$

ヲ展開スルトキ、 $r$  箇ノ  $a$  ト  $n-r$  箇ノ  $b$  トノ積ハ幾通り出來ルカ。

6. 前問ノ結果ヲ用ヒテ、次ノ式ノ展開ヲ求メヨ。

$$(1) (a+b)^n \quad (2) (1-2x)^5 \quad (3) \left(x+\frac{3}{x}\right)^6$$

7.  ${}_nC_r$  ト  ${}_nC_{n-r}$  トノ關係ヲシラベヨ。

### § 5. 確率ノ計算

數學的確率ノ考へ方ハ、複雑ナ事柄ノ確率ヲ計算スル上ニ効果ガアル。

問 1. § 3. 問 6 (1), (2), (3) デ求メタ三ツノ確率ノ間ニハ、ドノヤウナ關係ガアルカ。

問 2. 次ニ示スノハ、二ツノ内地人口分布表ノ一部分デアル。

年齢	昭和五年人口	年齢	昭和十年人口
	男		男
49 歳	30,6342	54 歳	27,8099
50 歳	28,5734	55 歳	25,8825

コノ統計カラ、五十歳ト四十九歳ノ二人ノ男子ガ揃ツテ五年以上生キル確率ヲ、ドノヤウニキメタラヨイカ。

問 3. 或ル前提甲ノ下ニ起ル事柄 A ノ確率ハ  $\frac{a}{m}$  デ、甲ト關係ノナイ前提乙ノ下ニ起



ル事柄 B ノ確率ハ  $\frac{b}{n}$  デアルトスル。

コノトキ前提甲,乙ノ下ニ A, B ガ共ニ起ル確率ヲ, ドノヤウニキメタラヨイカ。

問 4. 10本ノ籤ノウチ當リ籤ハ 3 本アル。初メ甲ガ 1 本引キ, 次ニ乙ガ 1 本引クトキ

- (1) 甲ガ當ル確率
- (2) 甲ガ當ツタトシテ乙ノ當ル確率
- (3) 甲, 乙共ニ當ル確率

ヲ求メヨ。

次ニ, コノ三ツノ確率ノ間ノ關係ヲ考ヘヨ。

問 5. 統計ニヨルト, 生マレタ男子 10 萬人ノウチ一年以上生存スル者ノ數ハ 8,5990 人デ, コレガ女子ナラバ 8,7586 人デアルトイフ。

- (1) 男子ガ生マレタトシテ, ソノ子供ガ一年以上生存スル確率
- (2) 生マレル子供ガ男子デアツテ, 且ツ一年以上生存スル確率

ヲ §2. 問 1 ノ表ヲ使ツテ求メヨ。但シ, 死産ハナイモノトシテ考ヘヨ。

問 6. 甲ノ袋ニハ白球 3 箇, 黒球 5 箇ガアリ, 乙ノ袋ニハ白球 4 箇, 黒球 6 箇ガアル。別ニ 2 本ノ籤ガアツテ, ソレニヨリ甲, 乙イヅレカヲキメルコトニナツテキル。

籤ヲ引イテ, キマツタ方ノ袋カラ 1 箇ノ球ヲ取出ストキ, ソレガ白デアル確率ヲ求メヨ。

問 7. 生マレル子供ガ一年以上生存スル確率ヲ求メヨ。

問 8. 二ツノ事柄 A, B ガアツテ, コレラハ同時ニハ起ラナイ。A, B ノウチノイヅレカガ起ツタトキ, ソレニ續イテ第三ノ事柄 C ガ起リ得ルトスル。

A ノ確率ハ  $a$

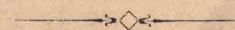
B ノ確率ハ  $\beta$

A ガ起ツタ後ノ C ノ確率ハ  $\gamma$

B ガ起ツタ後ノ C ノ確率ハ  $\gamma'$

デアル。

A, B ガ起ル前ノ C ノ確率ヲ求メヨ。





1. 五十歳ト四十九歳ノ二人ノ男子ノ一方ダケガ五年以上生キル確率ヲ求メヨ。

2. 生マレル子供ガ女子デアツテ、且ツ一年以上生存シナイ確率ヲ求メヨ。

3. 生マレル子供ガ一年以上生存シナイ確率ヲ求メヨ。

4. 或ル條件ノモトデ 100 發撃ツテ平均 78 發命中サセル射手ガアル。コノ射手ガ同ジ條件ノモトデ 2 發ヲ撃ツトキ、少クトモ 1 發ハ當ル確率ヲ求メヨ。

マタ、少クトモ 1 發ハ當ル確率ガ 99% ヲ超エルノハ、何發以上撃ツトキデアルカ。

5. 統計ニヨルト、東京ニ於ケル各月ノ平均降水日數ハ次表ノ通りデアル。

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
降水日數	7	8	13	13	13	15	13	13	16	14	11	9

東京ノ或ル學校デ、九月ニ一回、十月ニ一回行軍スルコトニナツテキルトシテ、二回ノウチ一回ダケ雨天トナル確率ヲ求メヨ。

## § 6. 分布表ノ考察

度數分布表ノ見方ヲ考究シヨウ。

問 1. 右ノ表ハ、或ル三ツノ地方ニ於ケル或ル年ノ壯丁ノ體重ノ分布ヲ示ス。

體 重	地 方		
	甲	乙	丙
40 kg 未滿	194	73	73
40 kg 以上	1393	628	676
45 kg 以上	4454	2520	3514
50 kg 以上	5627	4097	8434
55 kg 以上	2888	2660	8626
60 kg 以上	817	983	4158
65 kg 以上	131	214	1256
70 kg 以上	22	40	218
75 kg 以上	7	20	36
總 人 員	1,5533	1,1235	2,6991

コレラノ地方ノ壯丁ノ體重ヲ種々ノ見方デ比較セヨ。

問 2. 右ノ表ハ、昭和五年ニ調査シタ農業・工業・商業ニ従事スル男子ノ年齢別人口ヲ示ス。

コレラノ職業ト年齢トノ關係ヲ比較セヨ。

年 齡	農 業	工 業	商 業
0—14	千人 185	千人 132	千人 106
15—19	984	752	465
20—24	768	708	370
25—29	758	639	366
30—34	717	555	330
35—39	675	430	293
40—44	673	344	272
45—49	679	265	244
50—54	699	201	214
55—59	574	117	152
60—64	442	66	101
65—69	301	35	58
70以上	289	24	45
計	7743	4269	3014



問 3. 次ノ表ハ、或ル専門學校ノ生徒 302 名ノ視力ノ分布ヲ示ス。

左 右 眼	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0	計
0.0	25	2													27
0.1		28	8	2											39
0.2		5	9	4	1										20
0.3		1	3	8	1	1		1							15
0.4	1	1	1	1	2	2	2	3							13
0.5					1	1	1	1							4
0.6			1		2		2								5
0.7									1						1
0.8				1	1		1		1	1	1	2			8
0.9			1							3	4	3	1		12
1.0		1			1				2	1	8	7	3		23
1.2				1		1				4	7	69	10		92
1.5											1	10	26	2	39
2.0													2	2	4
計	26	38	23	17	9	5	6	5	3	10	21	92	43	4	302

コノ表カラドノヤウナコトガワカルカ。マタ、左眼ガ正視ノ者ノ右眼ノ視力ニツイテハ、ドノヤウナコトガイヘルカ。左眼ノ種々ノ視力ニツイテ同様ノコトヲ考ヘヨ。

次ニ、ソノ關係ヲワカリ易ク示ス方法ヲ工夫セヨ。

上ノヤウナ表ヲ 相關表 トイフ。

數値ノ集リ

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

ガアツテ、ソノ平均ヲ  $\bar{x}$  トスルトキ

$$x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$$

ヲ、各數値ノ平均ニ對スル 偏差 トイフ。

問 4. 數値ノ集リガ、ソノ平均ヲ中心トシテドノ程度ニ密集シテキルカヲ示ス簡單ナ方法ヲ工夫セヨ。

平均ニ對スル偏差ノ自乗ノ平均

$$\frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \}$$

ヲ  $\sigma^2$  デ表ハシ、ソノ平方根  $\sigma$  ヲ上ノ數値ノ集リノ標準偏差 トイフ。

標準偏差ノ計算ニハ便法ガアル。初メ平均ノ代リニ計算ニ都合ノヨイ他ノ値  $x'$  ヲ用ヒテ

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \{ (x_1 - x')^2 + (x_2 - x')^2 + \dots + (x_n - x')^2 \}$$

ヲ求メ、コレヨリ  $\sigma^2$  ヲ計算スルノデアル。

問 5. 問 3 ノ表カラ、左眼ノ各視力ニ對スル右眼ノ視力ノ平均ト標準偏差ヲ求メヨ。



マタ、右眼ノ各視力ニツイテモ同様ナ計算ヲセヨ。

次ニ、ソレラノ關係ヲ表ハス圖表ヲ作レ。

1. 右ノ表ハ、或ル三ツノ地方ニ於ケル昭和十一年ノ人員別世帯數ノ調べデアル。コレラノ分布状態ニドノヤウナ違ヒガアルカヲシラベヨ。

世帯人員	世帯數		
	甲地方	乙地方	丙地方
1	5611	6092	1,3763
2	1,2652	9573	2,9764
3	1,7591	1,1933	3,5403
4	2,1197	1,2831	3,4842
5	2,3585	1,3444	3,3797
6	2,3796	1,2976	3,0024
7	2,1152	1,1007	2,4042
8	1,7041	7660	1,6397
9	1,2417	4417	9893
10	8624	2274	5443
11以上	1,2094	1724	4929
計	17,5674	9,3975	23,8297
人口	106,2209	47,9393	117,3341

2. 級全體ノ者ノ體重ノ分布ハ、一學年ノトキニクラベテ現在デハ、ドノヤウニ變ツテキルカヲシラベヨ。

3. 次頁ノ表ハ、昭和十一年ニ死亡シタ者ノ死因ノ年齢別調べデアル。

年齢	腸チフス	腦膜炎	腦出血 ノ他	肺炎
0-4	92	2,2168	187	6,8151
5-9	245	3980	82	3258
10-14	565	2007	102	1497
15-19	1084	2001	196	2455
20-24	1062	1594	260	2850
25-29	834	1044	401	2557
30-34	735	672	878	2229
35-39	534	592	1736	2152
40-44	380	491	3164	1970
45-49	391	466	5477	2102
50-54	340	460	9257	2599
55-59	243	495	1,3874	3420
60-64	170	378	1,8004	4035
65-69	98	249	2,0087	4008
70-79	91	253	3,3944	6636
80以上	7	50	1,0500	2284
不詳	—	—	3	1
計	6871	3,6905	11,8152	11,2204

コレラノ病氣ト年齢トノ關係ヲシラベヨ。

4. 級全體ノ者ノ身長ト體重トノ相關表ヲ作り、身長ト體重トノ關係ヲシラベヨ。

5. 甲・乙兩人ハ同ジ物品ノ重サヲ10回ツツ計ツテ次ノ結果ヲ得タ。(單位ハ瓦)



甲	19.4	19.5	20.0	19.8	20.2	19.1	19.7	19.9	20.0	19.0
乙	20.9	19.5	18.4	19.6	19.7	19.9	18.8	18.7	19.2	20.0

ドチラノ測定ノ方ガ多ク信頼デキルト思フカ。

§ 7. 種々ノ問題

1. 右ノ表ハ、内地ノ出生男子10萬人ガ年ヲ經ルニ從ツテ死亡減少シテイク有様ヲ統計ニヨツテ推定シタモノデアル。

年齢	人數	年齢	人數
0	10,000 <sup>人</sup>	35	6,684 <sup>人</sup>
5	8,1788	40	6,4242
10	8,0141	50	5,7034
15	7,9100	60	4,4712
20	7,6189	70	2,6343
25	7,2486	80	8071
30	6,9441	90	531

コノ表ニヨリ、本年十歳ノ男兒ガ六十歳ニ達スル確率ト、達シナイ確率トヲ求メヨ。

上ノ表ヲ 生命表 トイフ。

2. 甲・乙二人ノ男子ガアツテ、甲ハ五十歳、乙ハ四十歳デアル。前問ノ表ニヨツテ、次ノ確率ヲ計算セヨ。

(1) 甲・乙共ニ今後少クトモ十年間生存スル確率

(2) 甲ハ生存シ、乙ハ生存シナイ確率

(3) 乙ハ生存シ、甲ハ生存シナイ確率

(4) 甲・乙共ニ生存シナイ確率

3.  $n$ 本ノ籤ノウチ、當リ籤ガ $p$ 本アル。

コレヲ初メニ引ク人、二度目ニ引ク人、三度目ニ引ク人ノ當ル確率ハ、ソレゾレ何程カ。

4. 甲射手ハ10發ノウチ8發ノ割合デ目標ニ命中サセ、乙射手ハ10發ノウチ6發ノ割合デ命中サセルトイフ。

兩人ガ同時ニ同ジ目標ヲ狙ツテ1發ヅツ射ツトキ、少クトモ1發當ル確率ハ何程カ。

5. 右ハ  $(a+b)^n$  ノ係數ヲ  $n=1, 2, 3, \dots$  ノ順序ニ求メテイク方法ヲ示ス。ドノヤウナ方法デアルカ。

	1	1					
	1	2	1				
		1	3	3	1		
	1	4	6	4	1		
		1	5	10	10	5	1

マタ、ソノ正シイコトヲ證明セヨ。



數 學

(中 學 校 用)

4

第一類

昭和19年7月13日印刷

昭和19年7月17日發行 定價49錢

著作權所有

著 作 者  
發 行 者

東京都神田區岩本町三番地  
中等學校教科書株式會社  
代表者 山本慶治

印 刷 者

大阪市西區阿波座中通二丁目四番地  
井下書籍印刷所  
代表者 井下精一郎  
(西大三五)

配 給 元

東京都神田區淡路町二丁目九番地  
日本出版配給株式會社

發 行 所

東京都神田區岩本町三番地  
中等學校教科書株式會社  
日本出版會會員番號117522

(略名) 中學數學一類4



広島大学図書

0130449364



中等學校教科書株式會社

