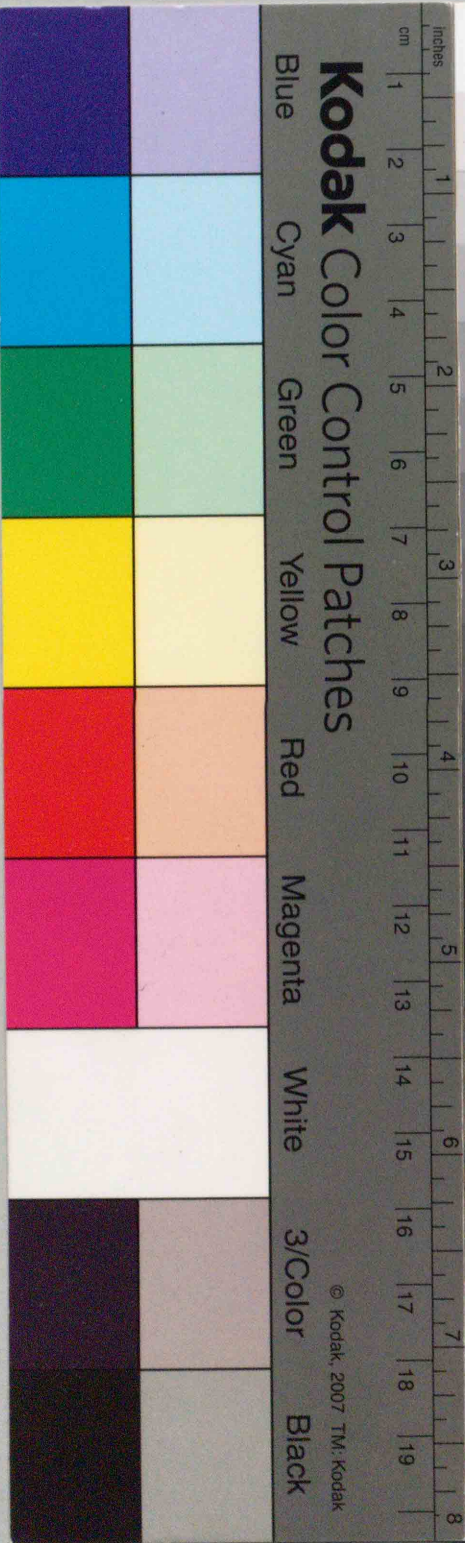


40232

教科書文庫

4
411
51-1933
20000 179814

\$.8
1933.

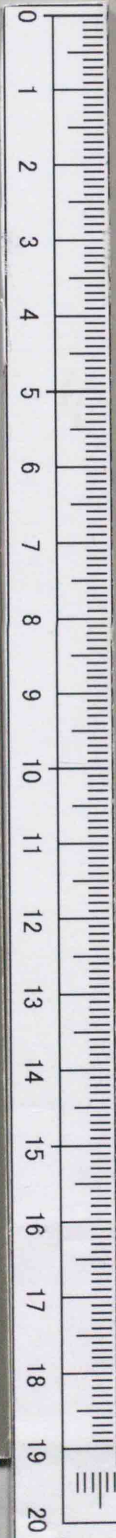


Kodak Gray Scale

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



© Kodak, 2007 TM: Kodak



5a
411
AB8

教科書文庫
4
411
51-1933
2000079814

資 料 室

文部省検定済
昭和八年十二月一日・師範學校數學科

師範
教育
新制算術・代數

下 卷

元 田 傳 著



広島大学図書

2000079814



株式會社

興文社

關 孝 和

我が國古來の數學者中最著名なる關孝和先生(皇紀2302-2368)は上野國藤岡に生れ、幼より數理に長じ神童と稱せらる。長じて徳川幕府に仕へ勘定吟味役、御納戸組頭となれり。數學上の發明頗る多く、其中最著名なる點竄術は今日の代數學及微積分學の如きものなり。

萬有引力の發見者たる英國の數學者ニュウトンと獨逸の數學者ライブニッツとが微積分學の發明につき争ひ居たりし頃、我が日本に於ては關孝和先生の獨創力により既に微積分學が發明せられたりしなり。



序

曩ニ師範學校算術代數教科書ヲ公ニシ、全國多數ノ師範學校ニ於テ採用セラレタルハ著者ノ光榮トスル所ナリ。此度師範學校規程ノ改正ニ伴ヒ、新ニ本書ヲ編纂シ、新教授要目ノ趣旨ヲ普及シ一層適切有效ナラシメンコトヲ期シタリ。

今編纂上特ニ留意セル諸點ヲ示セバ次ノ如シ。

- I. 算術、代數ヲ綜合シテ授ケ、算術ノ根本義ヲ代數ニヨリ説明シ、代數ノ理法ヲ算術ニ活用シ、學習上二重ノ時間ヲ費スヲ避ケ、而モ兩々相俟チテ明確ナル數理思想ヲ養成センコトヲ期シタリ。
- II. 整數、小數、分數及諸等數ニ關スル計算ハ數學學習ノ根底ナル故ニ第一篇乃至第四篇ニ於テ一通リ之ヲ授ケ、然ル後、算術、代數ヲ融合セル一般學習ニ入ルコトトセリ。
- III. 設問ニヨリ絶エズ心性ノ啓發ニ努メ、學習態度ヲシテ常ニ工夫創作的ナラシムルヲ期シタリ。サレド創作ノ根底ハ習熟ニアルヲ思ヒ、一事項ヲ教授セル毎ニ例題ヲ設ケ更ニ諸例題ヲ概括スル意味ニ於テ問題ヲ課シ、最後ニ總括的設問ニヨリ。

既習事項ヲ徹底的ニ整理統括セシム。

- IV. 計算ノ熟達ハ單ニ實務上必要ナルノミナラズ
數學ニ興味ヲ生ゼシムル第一歩ナレバ特ニ暗算
及簡便計算ニ注意シ、計算ノ熟達ヲ期シタリ。
- V. 應用問題ハ主トシテ生徒並ニ一般社會ノ實生
活ニ關スルモノヨリ之ヲ選擇シ、學習ニ興味アラ
シムルト同時ニ新聞及統計等ニ注意セシメ、他口
小學校教授上問題作成ノ資料ヲ統計及新聞上ノ
事實ニ求ムルノ習慣ヲ養ハシムルヲ期セリ。
- VI. 新制度量衡法ノ實施ニ伴ヒ、度量衡ニ關スル教
材ハめーとる法ヲ主トシ、其他ハ最小限度ニ於テ
之ヲ加ヘタリ。
- VII. 第六篇整式四則ノ一部、複雑ナル多項式ノ乗除
ヲ第八篇ニ廻シ、又方程式ノ一般解法ヲ授クル以
前ニ於テ、事實問題ノ方程式解法ヲ試ミシメタル
等、學習者ノ心理過程ヲ顧慮シ、教材ノ配列ニ斟酌
ヲ加ヘタリ。
- VIII. 第十六篇既習教材ノ總括ニ於テハ量ト數トノ
關係及數ノ系統ヲ明ニシ、特ニ函數觀念ノ養成ニ
意ヲ用ヒタリ。
- IX. 增課教材ハ第十七篇及第十八篇ニ收メ、基本教

材ノ補充ニ於テモ新教材(順列、組合、二項定理及確
率)ノ提供ニ於テモ遺憾ナキヲ期シタリ。

- X. 函數思想ヲ中心トシテ、數學ノ諸分科及他教科
トノ聯繫ヲ計ラシメ、諸所ニぐらふヲ挿入セ
リ。

本書固ヨリ全シトセズ、實地教授者諸氏ノ批評忠
告ニヨリ訂正補填シ以テ他日ノ完成ヲ期ス。

昭和八年八月

著者識ス

下卷目次

第十五篇 日用諸算 [1—64]

第一章 整數,小數及分數ノ四則應用問題.....	1
第三十問題.....	12
第二章 步合算.....	21
第三章 利息算.....	35
第三十一問題.....	52
第四章 年金算.....	57
第三十二問題.....	62

第十六篇 總括,不等式,極大,極小 [65—118]

第一章 既習教材ノ總括.....	65
量ト數,數ノ系統,代數式,函數	
第二章 不等式.....	84
第三十三問題.....	89
第三十四問題.....	92
第三章 極大,極小.....	94
第三十五問題.....	102
第四章 算術問題ト方程式.....	104

綜合法及解析法,代數的解法ト算術的解法
 第五章 問題構成法.....111

增 課 教 材

第十七篇 基本教材ノ補充 [119—173]

第一章 代數式119
 第二章 方程式132
 第三章 開立及算術問題ノ總括雜題.....148

第十八篇 順列,組合,二項定理 及確率 [174—215]

第一章 順列及組合.....174
 第三十六問題187
 第二章 二項定理190
 第三十七問題194
 第三章 確率.....196
 第三十八問題213

附 錄 問題ノ答,複利表,對數表

第 十 五 篇

日 用 諸 算

日用諸算ニ關スル教材ハ既ニ第一篇乃至第四篇及第十三篇中ニ於テ取扱ヒタリ。本篇ニ於テハ更ニ整數,小數及分數ヲ總括シテ應用問題ノ解法ヲ組織的ニ示シ且,歩合算及年金算ニツキテ記述セリ。

第 一 章

整數,小數及分數ノ四則應用問題

253. 歸一問題

例 1. 某師範學校ノ庭球部ニ於テ第一學期ニぼーる六打ヲ使用シ,ぼーる代 11.4 圓ヲ支拂ヘリ。一箇年間ニ 18.5 打ヲ使用スルモノトセバ,此庭球部ニテ一箇年間ニ支拂フベキぼーる代幾何トナルカ。

解. 6 打ノ價 11.4 圓
 1 打ノ價 $\frac{11.4}{6}$ 圓

18.5打ノ價 $\frac{11.4}{6}$ 圓 $\times 18.5 = 35.15$ 圓

答 35.15圓

例2. 時計ノ兩針ガ三

時ト四時トノ間ニ重
ナル時刻如何.

解. 長針ガ短針ヨリ

55分劃多ク行クニ

ハ60分ヲ要ス,長針

ガ短針ヨリ1分劃多ク行クニハ $\frac{60}{55}$ 分ヲ要

ス.

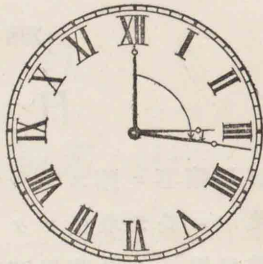
故ニ15分劃多ク行クニハ $\frac{60}{55}$ 分 $\times 15 = 16\frac{4}{11}$ 分

答 3時 $16\frac{4}{11}$ 分

歸一問題解法ノ要點ハ先ヅ單位量ノ値ヲ見出ス
ニアリ.

例題

1. 人夫8人13日ノ賃錢197.6圓ナリ. 然ラバ人夫52人4日間ノ賃錢何程ナルカ.
2. 時計ノ兩針ガ2時ト3時ノ間ニ於テ相重ナル時刻ヲ求メヨ.
3. 8時ト9時トノ間ニ於テ兩針ガ直角ヲナス時



長短針ノ差
 $\frac{12}{11}$

刻如何.

4. 9人ニテ14日間ニ成就スル仕事ヲ6日ニテ成サンニハ人夫幾人ヲ要スルカ.

254. 還元ノ問題

例. 或數ニ20ヲ加ヘ,7ヲ乘ジ,8ヲ以テ割リ,其商ヨリ15ヲ減ジ残り6ナリト云フ. 其數ヲ問フ.

解. $6 + 15 = 21$

$21 \times 8 = 168$

$168 \div 7 = 24$

$24 - 20 = 4$

答 4

解法ノ要點ハ問題ニ除トアルハ乘ジ,乘トアルハ除シ,減トアルハ加ヘ,加トアルハ減ズル如ク逆ノ計算ヲ行ヒ,元ニ還スニアリ.

例題

1. 或數ヲ2ニテ除シ,180ヲ加ヘ, $\frac{2}{3}$ ヲ乘ジタルニ320トナレリ. 其數ハ何程カ.
2. 或人初ニ預金ノ半分ヲ引出シ,次ニ180圓ヲ預入レ,次ニ當時ノ預金ノ $\frac{1}{3}$ ヲ引出シタルニ殘金320圓アリト云フ. 元ノ預金ハ何程カ.

3. 或人商業ヲナシ、其資本金ノ $\frac{1}{4}$ ヲ失ヒ、次ニ180圓ノ利ヲ得、之ヲ資本ニ組入レ、其總額ノ $\frac{1}{3}$ ト100圓トヲ以テ商品ヲ仕入レタルニ、殘リ220圓アリト云フ。最初ノ資本金ヲ問フ。

255. 消去ノ問題

例. 甲乙二數アリ、甲ノ4倍ト乙ノ2倍トノ和ハ48ナリ、又甲ト乙トノ和ハ15ナリト云フ。甲乙二數ヲ求ム。

解. 甲ノ四倍ト乙ノ四倍トノ和ハ 15×4 ナリ。
 甲ノ四倍ト乙ノ二倍トノ和ハ48ナリ
 故ニ 乙ノ二倍ハ $15 \times 4 - 48$ ナリ。
 故ニ 乙ハ $(15 \times 4 - 48) \div 2 = 6$ ナリ。

甲ハ $15 - 6 = 9$

答 $\begin{cases} \text{甲} & 9 \\ \text{乙} & 6 \end{cases}$

解法ノ要點ハ二種ノ數ノ中何レカーツヲ消去スルニアリ。

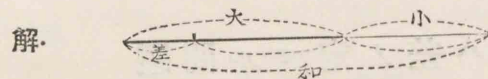
例題

1. 甲乙二數アリ、甲ノ4倍ト乙ノ2倍トノ和ハ43ニシテ、甲ノ3倍ト乙ノ1倍トノ和ハ33ナリ。此二數ヲ求ム。

2. 農夫アリ、13日間ノ賃錢トシテ米二俵ト金二圓五十錢ヲ得、25日間ノ賃錢トシテ米四俵ト金二圓九十錢ヲ得タリト云フ。農夫一日ノ賃錢及米一俵ノ價如何。
3. 工女アリ、毎日一定ノ時間働クベキ約束ニテ雇ハレ、6日ト夜業2時間ノ給料トシテ4圓48錢、7日ト夜業5時間ノ給料トシテ5圓44錢ヲ得タリ。夜業1時間ノ給料ヲ求ム。

256. 和ト差ノ問題

例. 二數ノ和ハ $352\frac{3}{5}$ ニシテ、差ハ $50\frac{3}{4}$ ナリ、二數各如何。



$352\frac{3}{5} - 50\frac{3}{4} = 301\frac{17}{20}$ 小ノ二倍

$301\frac{17}{20} \div 2 = 150\frac{37}{40}$ 小ナル數

$352\frac{3}{5} - 150\frac{37}{40} = 201\frac{27}{40}$ 大ナル數

答 $\begin{cases} \text{大} & 201\frac{27}{40} \\ \text{小} & 150\frac{37}{40} \end{cases}$

此種ノ問題解法ノ要點ハ

$$\frac{\text{和} + \text{差}}{2} \dots\dots \text{大ナル數}$$

$$\frac{\text{和} - \text{差}}{2} \dots\dots \text{小ナル數}$$

ナルコトナリ。

例題

1. 三百五十二圓六十錢ヲ甲乙二人ニ分配シ、甲ニハ乙ヨリモ五十圓七十五錢多ク分チタリ、各ノ所得何程カ。
2. 水夫アリ、36 軒ノ河ヲ下ルニハ 3 時間、上ルニハ 9 時間ヲ費スト云フ。静水ナラバ一時間ニ幾軒ヲ漕グカ。

257. 和或ハ差ノ定マル問題

例. 甲ハ乙ノ2.5倍ヲ所持シ、兩人ノ所持金ノ和ハ252圓ナリ、各ノ所持金ヲ求ム。

解. $1 + 2.5 = 3.5$ 兩人ノ所持金ノ和ハ乙ノ所持金ノ3.5倍ナリ。

$$252 \text{圓} \div 3.5 = 72 \text{圓} \quad \text{乙ノ所持金}$$

$$27 \text{圓} \times 2.5 = 180 \text{圓} \quad \text{甲ノ所持金}$$

答 { 甲 180 圓
乙 72 圓

一數ガ或一定數ノ幾倍ニ當ルカト考フルヲ解法ノ着眼點トス。

例題

1. 若干ノ資本金ヲ以テ商業ヲ營ミシニ、共 $\frac{2}{5}$ ノ利益ヲ得テ元利合計 252 圓トナレリト云フ。資本金ヲ求ム。
2. 若干ノ資本金ヲ以テ商業ヲ營ミシニ、共 $\frac{2}{5}$ ヲ損失シ殘金 252 圓トナレリ。最初ノ資本金ヲ求ム。
3. 甲ハ乙ノ4倍ノ金ヲ所持シタリシニ、各10圓ヲ得テ甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ノ3倍トナレリト云フ。最初ノ所持金ハ各何程カ。

解.



最初乙ハ(甲-乙)ノ $\frac{1}{3}$ 倍ナリ。

次ノ乙ハ(甲-乙)ノ $\frac{1}{2}$ 倍ナリ。

ト考フレバ容易ニ解答ヲナシ得ベシ。

258. 部分差ト全體差ノ問題

例1. 或學校ニ於テ甲乙兩組同時ニ校門ヲ出發

旅人算
{ 進かけ算
{ 出合}

シ同一目的地ニ向テ發足ヲナザントスルニ當リ、甲組ハ或事故ノタメニ定刻ニ後ル、コト3分ニシテ出發セリ。而シテ乙ハ毎分66米ノ速サニテ進行シ居ル故、甲ハ毎分72米ノ速サニテ進行セリ、幾分ノ後追ヒ付クカ。

解. $66^* \times 3 = 198^*$ 甲ガ出立ノ際ノ甲乙ノ隔リ。
 $72^* - 66^* = 6^*$ 甲乙1分間ニ歩ム距離ノ差。
 此差ガ積リテ198米トナル時ハ甲ガ乙ニ追ヒ付ク時ナリ。故ニ198米ノ中ニ6米ガ幾ツ含まル、カラ求ムレバ可ナリ。
 $198^* \div 6^* = 33$ 答 33分

驗算

$66^* \times 36 = 2376^*$ 追付カレルマデノ乙ノ行程。
 $72^* \times 33 = 2376^*$ 追付クマデノ甲ノ行程。

過不足算

例2. 果實若干個ヲ兒童ニ分チ與フルニ1人ニ5個宛與フレバ2個餘リ、6個宛與フレバ7個不足ス。兒童及果實ノ數各如何。

解. 5個宛ノ場合ト6個宛ノ場合トニ於テ
 $2個 + 7個 = 9個$ ノ差ヲ生ジタリ、即、1人ニ於ケル1個宛ノ差ガ積リテ9個トナリシモノナル故ニ9個ノ中ニ1個ガ幾ツ含まル、

両方不足の場合ハ差の和を考へて解ス
 過ナリ

カラ求ムレバ其數ハ即、兒童ノ數ニ等シ。

故ニ $9^{\text{間}} \div 1^{\text{間}} = 9$
 $5^{\text{間}} \times 9 + 2^{\text{間}} = 47^{\text{間}}$
 答 9人、47個

鶴龜算

例3. 鶴龜合セテ其頭數18、足數50ナリ、鶴ト龜トノ頭數ヲ問フ。

多クは鶴ト少クは龜ト
 鶴ト龜トノ頭數ノ和ヲ知ルニ
 鶴ト龜トノ足數ヲ知ルニ
 鶴ト龜トノ頭數ヲ求ムル方法ヲ示ス

解. 今鶴ノミ18羽ト假定セバ其足數ハ
 $2^* \times 18 = 36^*$

然ルニ實際ハ50本アル故ニ
 其差ハ $50^* - 36^* = 14^*$

此14本ハ龜ヲ鶴ト見做ス時ニ、一頭毎ニ生ズル差 $4^* - 2^* = 2^*$ ガ積リテナレルモノナリ、故ニ
 $14^* \div 2^* = 7$ ハ龜ノ頭數
 $18 - 7 = 11$ ハ鶴ノ頭數

例4. 父ハ33歳、母ハ28歳ニシテ子ハ8歳ナリ。

今ヨリ幾年後ニ父母ノ年ノ和ハ子ノ年ノ5倍トナルカ。

解. 父母ノ年ノ和ガ子ノ年ノ5倍ニ等シクナリタル時ノ

子				1	1
和ガ子ノ年ノ5倍ニ等シクナリタル時ノ				1	1
父母ノ年ノ和				1	1
子				1	1
父母				1	1

毎年1777年ヲ和ルニテアルカラシ差一定ナル

$(28-8) \div (5-1)$ 子ノ年ヲ一ツノ直線ニテ表ハセバ、父母ノ年
 $8 + (28-8 \times 5) \div (1 \times 5-1)$ ノ和ハ同長ノ五直線ヲ以テ表ハスコトヲ得。
 今之ヨリ逆ニ子ノ年ヨリ1歳宛減ジ父母ノ
 年ノ和ヨリ5歳宛減ズルナラバ常ニ子ノ年
 ノ五倍ハ父母ノ年ノ和ニ等シカルベシ。然
 ルニ實際ハ父母ハ二人ニテ二歳宛年ヲ増シ
 來レル故ニ之ヲ逆ニ考ヘテ元ニ戻スニハ二
 歳宛減ゼザルベカラズ。故ニ(33年+28年)ト
 (8年×5)トノ差ハ毎年ノ差(1年×5-2年)ガ
 積リテナレルモノナリト考フルヲ得。故ニ
 毎年ノ差ガ全體ノ差ノ中ニ幾ツ含マル、カ
 ヲ求ムレバ其數ハ即、求ムル年數ニ等シ、故ニ
 $\{(33年+28年)-8年 \times 5\} \div (1年 \times 5-2年) = 7$

答 7年後

驗算. $33年 + 7年 + 28年 + 7年 = (8年 + 7年) \times 5$

此種ノ問題解法ノ要點ハ全體ノ差ト部分ノ差
ニ着目スルニアリ。

例 題

1. 甲乙兩人相距ルコト 420 軒ナル兩地ヨリ同時
ニ相向ヒテ出發シ、毎日甲ハ 36 軒、乙ハ 34 軒ツツ歩
ミタリト。兩人ハ幾日後相會スルカ。

2. 拾錢白銅貨ト五錢白銅貨ト合セテ 14 枚アリ。
其金高ハ 1 圓ナリ、各貨幣ノ枚數ヲ問フ。
3. 紙ヲ子供ニ與フルニ一人ニ 3 枚ヅツトスレバ
8 枚餘リ、5 枚ヅツトスレバ 2 枚不足スト、子供ノ
數及紙數ヲ求メヨ。
4. 父ハ 32 歳、母ハ 28 歳子ハ 8 歳ナリ。今ヨリ幾年
ノ後ニ父母ノ年ノ和ハ子ノ年ノ 3 倍トナルカ。
5. 籠ノ中ニ梨子 80 個ト林檎 50 個トアリ、毎回梨子
4 個ト林檎 6 個トヲ取出ス時ハ、幾回ノ後籠ノ中
ナル梨子ノ數ガ林檎ノ數ノ 3 倍トナルカ。

259. 分數ニ關スルーニノ例題

例 1. $\frac{3}{8} - 1\frac{5}{12}$ ノ何レニテ割ルモ、商トシテ整數ヲ
得ル様ナル數ノ中最小ナルモノヲ求ム。

解. $1\frac{5}{12}$ ヲ假分數ニ直シ兩者ヲ通分スレバ

$$\frac{9}{24}, \frac{34}{24}$$

分子ノ最小公倍數ヲ求ムレバ $9 \times 34 = 306$

∴ $\frac{306}{24}$ 約シテ $\frac{51}{4}$ ハ求ムル數ナリ。

驗. $\frac{51}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{51}{4} \times \frac{8}{3} = 34$

$$\frac{51}{4} \div \frac{17}{12} = \frac{51}{4} \times \frac{12}{17} = 9$$

例 2. $5\frac{1}{3}$ 米, $4\frac{4}{7}$ 米ナル甲乙二條ノ紐ヨリ截屑ヲ生ズルコトナク, 且成ルベク長キ等長ノ紐ヲ截取ラントス. 各ヲ幾ツニ等分スベキカ. 又其截リタル一部分ノ長サヲ問フ.

解. 截リタル部分ノ長サハ $5\frac{1}{3}$, $4\frac{4}{7}$ ノ何レヲ割ルモ其都度整数ノ商ヲ得ル數ナルヲ要ス.

通分スレバ $\frac{16 \times 7}{21}$, $\frac{32 \times 3}{21}$

分子ノ最大公約數ハ 16,

∴ $\frac{16}{21}$, 即, $\frac{16}{21}$ 米ハ一部分ノ長サ

$$\frac{16}{3} \div \frac{16}{21} = \frac{16}{3} \times \frac{21}{16} = 7$$

$$\frac{32}{7} \div \frac{16}{21} = \frac{32}{7} \times \frac{21}{16} = 6$$

答 甲ヲ 7 等分, 乙ヲ 6 等分,

一部分ノ長サ $\frac{16}{21}$ 米

例 題

1. $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{9}$, $1\frac{5}{12}$ ノ何レニテ割ルモ整数商ヲ得ル數ノ

中最小ナルモノヲ求ム.

2. 12 , $\frac{8}{15}$, $1\frac{1}{9}$ ノ何レヲ割ルモ商トシテ整数ヲ得ル

數ノ中最大ナルモノヲ求ム.

第三十問題

1. 矩形ノ地面アリ, 長サ 36 米, 幅 24 米ナリ. 今四隅ニ杭ヲ建テ, 尙各邊ニ 3 米置キニ杭ヲ建テントス, 杭幾本ヲ要スルカ.

2. 長サ 24.6 米ノ廊下ノ片側ニ 20 人ノ發明家ノ肖像ヲ掲ゲントス. 各肖像ノ幅ハ何レモ 0.6 米宛ニシテ, 各肖像ノ間隔ヲ一樣ニセントス. 幾米ヅツ隔ツベキカ. 但, 兩端ノ肖像ト壁ノ端トノ距離ヲモ各肖像ノ間隔ニ等シクセントス.

3. 一隊ノ兵卒, 長サ 300 米ノ列ヲナシ, 1 分時ニ 60 米ノ速サニテ長サ 360 米ノ橋ヲ全ク通過スルニハ幾分時ヲ費スベキカ.

4. 一箇中隊ノ兵員ノミニテ 150 人アリトシ, 之ガ四列縦隊トナリ, 前列ト後列トノ距離ハ 1.3 米ヲ保チ, 一分間ニ百十四歩, 歩幅 0.75 米ノ速歩ニテ, 100 米ノ橋ヲ全ク通過スルニハ幾分ヲ要スルカ.

5. 或人若干圓ヲ有シ, 初メ其五分ノ一ヲ費シ, 次ニ殘リノ三分ノ一ヲ費シタルニ, 殘金 16 圓アリタリト云フ. 最初ノ所持金ヲ求ム.

6. 甲乙丙三人アリ, 各若干圓ヲ所有ス. 最初甲ヨリ乙丙へ各人ノ所有金ニ等シキ額ヲ與へ, 次ニ乙ヨリ甲丙へ其時ノ各人ノ所有金ニ等シキ額ヲ與

へ、最後ニ丙ヨリ甲乙二人へ其時ノ各人ノ所有金ニ等シキ額ヲ與へタルニ、各人ノ所持金ガ何レモ100圓ニナレリト云フ。最初ノ各人ノ所有金ヲ問フ。

7. 甲乙兩人アリ、日々甲ハ48軒、乙ハ33軒ヲ行ク。今兩人ガ某地ニ到ラントシ、乙ハ五日先發シタルニ同時ニ着シタリトイフ。目的地マデノ距離何程カ。
8. 甲乙兩人アリ、日々甲ハ48軒、乙ハ33軒ヲ行ク。今兩人ガ某地ニ到ラントシ同時ニ出發シテ乙ハ甲ヨリ五日遅レテ着セリ。目的地マデノ距離如何。
9. 甲ガ七時間ニテ行ク距離ヲ乙ハ八時間ニ行クトスレバ、乙ガ出發シテ二時間ノ後ニ甲ガ追ヒ行カバ何時間ニテ追付クベキカ。
10. 或ル競走場ヲ甲ハ七分ニテ一周シ、乙ハ八分ニテ一周ス、此二人ガ同時ニ同所ヲ發シテ反對ノ方向ニ廻ラバ何分ニシテ出會フカ。
11. 九時ト十時トノ間ニテ兩針ガ120度ノ角ヲナスハ何時カ。
12. 五時ト六時トノ間ニテ兩針ガ60度ノ角ヲナス

ハ何時カ。

13. 時計ノ長針ト短針トガ一度直角ニナリテヨリ次ニマタ直角ヲナスマデニハ、幾分ヲ要スルカ。
14. 兄弟二人アリ、兄ハ38歳、弟ハ28歳ナリ。幾年ノ後ニ兄ノ歳ガ弟ノ歳ノ $\frac{5}{4}$ 倍トナルカ。
15. 兄弟二人アリ、今年ハ兄ハ38歳、弟ハ28歳ナリ。幾年カ前ニハ、兄ノ歳ハ弟ノ歳ノ3倍ヨリモ2歳多カリシト云フ。幾年前ナリシカ。
16. 三人ノ女工アリ、甲ハ6日間ニ95反、乙ハ8日間ニ98反、丙ハ3日間ニ40反ヲ織ル。此三人共ニ働キテ24日間ニハ幾反ヲ織ルカ。
17. 或ル仕事ヲ甲ハ6日ニ仕上ゲ、乙ハ8日ニ仕上グベシ。今甲乙共ニ3日働キテ、残りノ仕事ヲ乙一人ニテ爲ストキハ幾日ヲ要スルカ。
18. 甲ハ十二日、乙ハ十五日ニテナス仕事ヲ二人協力シテ三日働キ、後丙加ハリテ二日後ニ成就セリト云フ。丙一人ナラバ幾日ニナスカ。
19. 男一人ナラバ十二日間、女一人ナラバ十五日間、子供一人ナラバ二十日間ノ糧米ハ男一人、女一人、子供二人ニテ幾日間ヲ支へ得ルカ。
20. 水槽アリ、甲乙二管ニテ水ヲ注入スルニ、甲ニテ

ハ四時間、乙ニテハ六時間ニテ満水ス。又丙管ハ三時間ニテ満水ヲ排出スト云フ。今甲、乙、丙ノ三管ヲ同時ニ開クトキハ何時間ニテ満水スルカ。

21. 紙ヲ兒童ニ分與スルニ其中ノ三人ニ7枚宛、其他ノ兒童ニ6枚宛與フレバ4枚餘リ、其中ノ一人ニ6枚、其他ノ兒童ニ7枚宛與フレバ過不足ナシト云フ。兒童及紙ノ數各幾何ナルカ。

22. 紬若干反アリ、之ヲ一反2圓50錢ノ木綿ト交換スレバ反數ハ13反増シ、一反6圓50錢ノ甲斐絹ト交換スレバ反數ハ3反減ズト云フ。紬ノ反數及一反ノ價幾何ナルカ。

23. 基石若干個アリ、之ヲ正方形ニ竝ベントスルニ6個餘リタリ、依テ更ニ一
● ● ● ● ● ○
邊ノ數ヲ一個増シテ試ミタルニ5個不足セリ。基石ノ數幾何ナルカ。

24. 基石若干個アリ、之ヲ正方形ニ竝ベントスレバ26個餘リタリ、依テ一邊ノ數ヲ二個増シタル正方形ヲ作リタルモ2個餘リ。基石ノ數ヲ求ム。

25. 8.7米ノ反物ニテ兄弟二人ノ着物ヲ仕立ツルニ

兄ノ分ハ弟ノ分ヨリモ1.1米多ク入用ナリト云フ。各幾米ヅツナルカ。

26. 或池ノ周圍ヲ廻ルニ、二人ガ同時ニ同所ヲ出發シ反對ノ方向ニ廻ラバ四分ニテ出會ヒ、同方向ニ廻ラバ二十分ニテ會スト云フ。各ガ池ヲ一周スル時間ヲ求ム。

27. 長サ10米ノ紐ヲ三筋ニ切り、最モ長キモノヲ他ノ二筋ニ比較シタルニ、一ツヨリハ70種長ク他ヨリハ40種長シト、各ノ長サヲ求ム。

28. 甲乙二船アリ、若干軒ノ河ヲ甲ハ上ルニ3時間、下ルニ1.2時間ヲ費ス、乙ハ上ルニ4時間ヲ費サバ下ルニ何時間ヲ要スベキカ。

29. 或機械ヲ甲ハ乙ニ原價ノ五分ノ一ヲ利シテ賣リ、乙ハ丙ニ買價ノ五分ノ一ヲ損シテ四百八十圓ニテ賣却セリト云フ。然ラバ原價幾何ナルカ。

30. 金1,350圓ヲ甲、乙、丙三人ニ分ツニ、甲ニハ乙ノ2.5倍、乙ニハ丙ノ1.5倍ヲ與ヘタリ。三人ノ所得ハ何程カ。

31. 甲ハ乙ノ三倍ノ金額ヲ所有シ、後ニ甲ハ15圓、乙ハ105圓ヲ得タルニヨリ、甲ト乙トノ所有金ハ相等シクナレリ。最初各幾何ヲ所有シタルカ。

32. 甲水槽ニハ20立アリ,乙水槽ニハ19立アリ,甲ヨリ乙ニ何立ヲ移セバ乙ノ量ガ甲ノ量ノ四倍ニナルカ.
33. 東西兩校ノ生徒數相等シキモノアリ,若シ東校ヨリ西校へ150人ヲ移ストキハ,西校ノ生徒數ハ東校ノ2.5倍トナルベシト云フ. 現在ノ兩校ノ生徒數各幾人ナルカ.
34. 甲ハ乙ノ二倍ノ出金ヲナシ共同ニテ炭ヲ買ヒ,甲ハ26俵,乙ハ10俵ヲ取リタリ. 依リテ甲ヨリ乙ニ6圓ヲ拂ヒタリ. 炭一俵ノ價何程カ.
35. 麥ノ價ハ米ノ價ノ10分ノ7ナリ. 若シ米ノミ一疋ニツキ28錢安クナルトキハ,米91立ト麥128立トノ價ハ相等シト云フ. 米,麥一疋ノ價各幾何ナルカ.
36. 今年ハ父ノ年ハ子ノ年ノ4倍ナルガ,16年後ニハ父ノ年ハ子ノ年ノ2倍ヨリ2歳多クナルト云フ. 本年ノ父ト子トノ年ヲ求ム.
37. 五錢白銅貨ト二十錢銀貨ト合セテ30個アリ,共額4圓5錢ナリ. 各幾個ナルカ.
38. 或人ノ日給1圓ニシテ夜勤ヲナス時ハ更ニ25錢ヲ給セラル. 此人2週間ニ15.5圓ヲ得タリ. 夜

- 業ヲナセシ日數ヲ問フ.
39. 甲ナラバ9時間,乙ナラバ6時間ニナスベキ仕事アリ. 初メ甲ガ從事シ,後ニ乙ガ代リテ從事シテ此仕事ヲ完成セリ. 二人ノ働キシ時間總計7時間ナリ. 各幾時間從事シタルカ.
40. 或人ガ鷄卵三百個ヲ大小二種ニ分チ,大ハ一個4錢ニ,小ハ一個2錢8厘ニ買ヒタルニ,一個平均3.36錢ニ當レリ. 各幾個ヲ仕入レタルカ.
41. 上鉛筆五打ノ價ト下鉛筆六打ノ價トハ相等シク,上鉛筆ノ一打ハ下鉛筆一打ヨリ8錢高シト云フ. 各一打ノ價幾何ナルカ.
42. 上茶六疋ト下茶四疋トノ代金合セテ96.6圓ニシテ,上茶下茶一疋ヅツノ代金合セテ18.9圓ナリト云フ. 各一疋ノ代價何程カ.
43. 上茶十疋ト下茶七疋トノ價合セテ152.5圓ニシテ,上一疋ノ價ハ下一疋ノ價ヨリ2.5圓高シト云フ. 各一疋ノ價ヲ問フ.
44. 白米26俵ト30立ノ價トシテ金313.83圓ヲ得,同ジ米18俵ト14立ノ價トシテ金216.15圓ヲ得タリ. 米ノ値段及一俵ノ容量ヲ問フ.
45. 林檎ノ大小二種合セテ500個ノ中,大ハ其 $\frac{1}{4}$ ヲ

賣リ,小ハ共 $\frac{1}{3}$ ヲ賣リタルニ,残り合計 350 個アリ.
始ニハ各幾個アリシカ.

46. 或人毎月 80 圓ヅツ費セシニ 4 ケ月ニテ若干ノ
負債ヲ生ゼシヲ以テ,其後ハ毎月 60 圓ヅツ費セシ
ニ 6 ケ月ニテ之ヲ償却セリ,此人ノ月收入ヲ問フ.

47. $5\frac{1}{2}$ 米, 11 米, $7\frac{1}{3}$ 米ナル三條ノ紐ヨリ截屑ヲ生
ズルコトナク,且,成ルベク長キ等長ノ紐ヲ截取ラ
ントス,各ヲ幾ツニ等分スベキカ. 又其截リタル
一部分ノ長サヲ求ム.

48. 甲乙丙三頭ノ馬アリ. 速サハ毎分甲ハ 480 米,
乙ハ 600 米,丙ハ 720 米ナリ. 今一周 2,000 米ノ馬場
ノ周圍ヲ同方向ニ廻ルニ三頭同時ニ同所ヲ出發
シテヨリ幾何時ノ後再,出發點ニ於テ一所ニナル
ベキカ.

第二章

歩合算

250. 歩合 (割合)

甲數ノ乙數ニ對スル比ノ値ヲ歩合ト
云ヒ,甲數ヲ歩合高,乙數ヲ元高ト云フ.

例ヘバ 10 圓ノ資本金ニ對シテ 2 圓ノ利益ヲ得タ
リトセバ,利益ノ資本ニ對スル比ノ値ハ $\frac{2}{10} = 0.2$ ニシ
テ 0.2 ハ歩合, 2 圓ハ歩合高,資本 10 圓ハ元高ナリ.
故ニ歩合(r),歩合高(a),元高(b)ノ間ニハ次ノ關係アリ.

$$\text{歩合} = \frac{\text{歩合高}}{\text{元高}} \quad r = \frac{a}{b}$$

$$\text{歩合高} = \text{元高} \times \text{歩合} \quad a = br$$

$$\text{元高} = \frac{\text{歩合高}}{\text{歩合}} \quad b = \frac{a}{r}$$

注意 1. 歩合高及ビ元高ハ夫々比ノ前項後項ニ當リ,
歩合高ハ元高ヨリ小ナルヲ常トス.

注意 2. 歩合ハ割合ト同意義ナリ.

251. 歩合ノ書キ方及唱ヘ方

歩合ハ通例之ヲ小數ニテ書キ表ハシ,

其唱へ方ハ十分ノ一ヲ單位ト見做シ之ヲ割ト唱へ、其十分ノ一、百分ノ一、千分ノ一等ヲ夫々分、厘、毛ト唱フ。

即、歩合ノ 割、分、厘、毛ハ
夫々小數ノ 分、厘、毛、絲ニ當ル。

例へバ 0.2, 0.05, 0.064, 0.2564ヲ夫々二割、五分、六分四厘、二割五分六厘四毛ト唱フ。歩合ハ又之ヲ 10, 100, 1000 等ヲ分母トスル分數ニテ表ハスコトアリ。例へバ 0.2, 0.05, 0.025ヲ夫々 $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{25}{1000}$ ニテ表ハシ、夫々十分ノ二、百分ノ五、千分ノ二十五ト唱フ。

又西洋ニ於テハ通例 $\frac{1}{100}$ ヲ單位ト見做シ、0.05, 0.2, 0.025ヲ夫々 5%, 20%, 2.5%ト記ス。英國流ノ讀方ニテハ夫々五「ばーせん」と、二十「ばーせん」と、二「ぼいんと」五「ばーせん」とニシテ、獨乙流ノ讀方ハ「ばーせん」とヲ「ぶろつえんと」ト云フ。百分ノ一ヲ單位トセル歩合ヲ百分率、又ハ百分比ト稱スルコトアリ。

例 題

1. 次ノ分數及小數ヲ歩合ニテ言ヒ表ハセ。

又之ヲ「ばーせん」とニテ言ヒ表ハセ。

$$\frac{3}{10}, \frac{25}{100}, \frac{35}{1000}, 0.32, 0.036$$

2. 原價 25圓ノ品物ヲ 28圓ニ賣ラバ、利益ハ原價ノ幾割ナルカ。

262. 歩合、歩合高、元高ノ計算

第260節ニ示セル關係ニヨリ三者ノ中何レカニツヲ知レバ他ノ一ツヲ求ムルヲ得。

歩合ヲ求ムルコト

例 1. 340圓ノ資本ニテ商業ヲ營ミ 68圓ノ利益ヲ得タリ。利益ノ資本ニ對スル歩合ヲ問フ。

解. $68 \div 340 = 0.2$ 答 二割

歩合高ヲ求ムルコト

例 2. 340圓ノ資本ニテ商業ヲ營ミ 8分ノ損ヲナセリ。此損失金幾何ナルカ。

解. $340 \times 0.08 = 27.2$ 答 27.2圓

元高ヲ求ムルコト

例 3. 若干ノ資本金ニテ商業ヲ營ミ 32.4圓ノ利益ヲ得タリ。此利益ハ資本金ノ 6分ニ當ルト云フ。資本金ヲ問フ。

解. $32.4 \div 0.06 = 540$ 答 540圓

問. 次ノ表ノ空欄ヲ補へ。

元 高	35人	38立		
歩 合 高	14人		8疋	15圓
歩 合		5割	0.4	0.025

例 題

1. 或學校ニ於テ 600 人ノ志願者中ヨリ 97 人ヲ入學セシメタリ。入學者ノ志願者ニ對スル歩合ヲ求ム。
2. 或農家ニテ今年ノ收穫ハ前年ニ比シテ一割五分ノ增收ナリ。而シテ前年度ノ收穫 8 疋ナリシト云フ。今年ノ增收高ヲ問フ。
3. 或人一ケ年ノ生活費 640 圓ヲ要ス、此生活費ハ收入ノ 8 分ニ當ルト云フ。此人ノ收入幾何ナルカ。

263. 合計高及殘高、外割

元高ト歩合高トノ和ヲ合計高、元高ヨリ歩合高ヲ引キタル殘リヲ殘高ト云フ。

例 1. 原價 100 圓ノ物品ノ定價ヲ原價ノ二割増トセバ定價ハ幾何トナルカ。

解. 原價ヲ 1 ト假定セバ歩合ハ 0.2 トナリ、從テ定價ハ $1+0.2$ ナル故所要ノ定價ハ

$$100 \times 1.2 = 120 \text{圓} \quad \text{ナリ.}$$

例 2. 定價 100 圓ノ物品ヲ定價ノ二割引キニ賣ラバ賣價幾何ナルカ。

解. 定價ヲ 1 ト假定セバ賣價ハ $1-0.2$ トナル故ニ所要ノ賣價ハ $100 \times (1-0.2) = 80$ 圓ナリ。

例 3. 二割ノ利ヲ得テ賣リタル物品ノ賣價 120 圓ナルトキハ利益金何程ナルカ。

解. 原價ヲ 1 ト假定スレバ賣價ハ 1.2 トナル、1.2 ガ 120 圓ニ當ル故ニ 0.2 ニ相當スル金額即、利益金ハ

$$120 \times \frac{0.2}{1.2} = 20 \text{圓}$$

此例ニ於テ、利益金 20 圓ハ原價 100 圓ノ二割ナリ。之ヲ賣價 120 圓ノ外二割ニ當ルト云フ。即、或數ノ外何割ヲ求ムルハ合計高ト歩合トヲ知リ歩合高ヲ求ムルニ同ジ。故ニ 120 圓ノ外二割ヲ求ムト云フモ本題ト同様ノ解ニ歸ス。外割ニ對シテ通常ノ歩合ヲ内割ト云フコトアリ。

即、S ヲ元高 (b) ト歩合高 (a) トノ和ト見做シ、a ノ b ニ對スル内 r 割ヲ、S ノ外 r 割ト云フ。故ニ或數 S ノ外 r 割ヲ求ムルニハ次ノ如クスレバ可ナリ、元高ヲ 1 トスレバ歩合高ハ r ニシテ $1+r$ ハ S ニ當ル故ニ

$$S \times \frac{r}{1+r} \text{ハ外}r\text{割ヲ求ムル公式}$$

$$S \times \frac{1}{1+r} \text{ハ外}r\text{割ノ結果ノ公式}$$

故 = 今金 224 圓ノ内一割二分,外一割二分及外一割二分引キノ結果ヲ求ムルニハ次ノ如クスレバ可ナリ.

$$224 \times 0.12 = 26.88 \text{圓 内割}$$

$$224 \times \frac{0.12}{1.12} = 24 \text{圓 外割}$$

$$224 \times \frac{1}{1.12} = 200 \text{圓 外割引ノ結果}$$

例 4. 原價ノ二割引キ = 賣リタル物品ノ賣價 80 圓ナルトキハ損失高幾何ナルカ.

解. 原價ヲ 1 ト假定スレバ賣價ハ 1-0.2 トナル, 1-0.2 ガ 80 圓 = 當ル故 = 0.2 = 相當スル金額即, 損失金ハ

$$80 \times \frac{0.2}{1-0.2} = 20 \text{圓}$$

- 例 1 ハ元高ト歩合ヲ知リ合計高ヲ求ムル計算,
- 例 2 ハ元高ト歩合トヲ知リ残高ヲ求ムル計算,
- 例 3 ハ合計高ト歩合トヲ知リ歩合高ヲ求ムル計算,
- 例 4 ハ残高ト歩合トヲ知リ歩合高ヲ求ムル計算ナリ. 以上ノ諸例ニヨリ歩合高,元高,歩合,合計高,残

高ノ間ニハ次ノ關係アリ.

$$\left. \begin{aligned} \text{合計高} &= \text{元 高} \times (1 + \text{歩合}) \\ \text{元 高} &= \text{合計高} \div (1 + \text{歩合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{残 高} &= \text{元 高} \times (1 - \text{歩合}) \\ \text{元 高} &= \text{残 高} \div (1 - \text{歩合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{歩合高} = \text{合計高} \times \frac{\text{歩合}}{1 + \text{歩合}} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{歩合高} = \text{残 高} \times \frac{\text{歩合}}{1 - \text{歩合}} \dots\dots\dots(4)$$

(1)ハ例 1 ヨリ, (2)ハ例 2 ヨリ, (3)ハ例 3 ヨリ, (4)ハ例 4 ヨリ夫々導カル.

例 題

1. 原價 250 圓ノ物ヲ 5 分ノ利ヲ得テ賣レリ. 賣價何程ナルカ.
2. 原價 35 圓ノ物ヲ 7 分ノ損ヲナシテ賣レリ. 賣價何程ナルカ.
3. 原價ノ 1 割 5 分増ニ付シタル定價ガ 28.75 圓ナル物品ノ原價ヲ求ム.
4. 定價ノ 1 割 2 分引キニ賣リタル物品ノ賣價ガ 94.16 圓ナル物品ノ定價ハ何程ナリシカ.
5. 7 分ノ利ヲ得テ賣リタル物品ノ賣價 224.7 圓ナル時ハ利益金何程ナルカ.
6. 1 割 5 分引キニ賣リタル物品ノ賣價 272 圓ナ

リ。割引高ヲ求ム。

7. 金 224 圓ノ内一割二分及ビ外一割二分ハ各幾何ナルカ

8. 玄米 7 疋ヲ舂キテ、白米 6.4 疋ヲ得タリ。内幾割耗ニ當ルカ。外幾割耗ニ當ルカ。

264. 租税

租税ニハ國税、府縣税、市町村税ノ別アリ。

國税ハ國家ノ費用ニ充ツルタメニ中央政府ガ徵收スルモノニシテ其主ナルモノハ地租、所得税、營業收益税、資本利子税、酒税、登録税、印紙税、消費税、相續税、關税等ナリ。

府縣税ハ府縣ノ費用ニ充ツルタメ各府縣ニテ徵收スルモノニシテ地租、所得税、營業收益税等ノ附加税及家屋税、營業税、雜種税(料理屋、湯屋、理髮人等ニ課ス)等アリ。

市町村税ハ市又ハ町村ノ費用ニ充ツルタメ各市町村ニテ徵收スルモノニシテ國税、府縣税ノ附加税、戸數割及特別税等アリ。

租税ノ課税標準額及税額ハ通例一錢未滿ヲ切り捨ツ。但、所得税、營業税、相續税ナドノ如ク課税標準額ニ於テ一圓未滿ヲ切捨ツルモノアリ。

例 題

1. 賃貸價格 342 圓ノ宅地ト、賃貸價格 853 圓ノ田地ト賃貸價格 250 圓ノ山林トヲ有スル人ノ一ケ年間ニ納ムル地租何程ナルカ。但、税率ハ賃貸價格ノ 100 分ノ 3.8 ナリ。

又問フ、或年ノ縣税附加税ハ地租本税ノ 3 割 5 分、村税附加税ハ地租本税ノ 4 割 8 分トセバ此人一ケ年間ノ納税額幾何ナルカ。

2. 月給 145 圓ノ人ガ一回ニ納ムル所得税額何程ナルカ。但、所得税ハ次ノ課税法ニヨリ年四回ニ分納ス。

第三種所得税ハ所得 1,200 圓以上ニ課ス。

俸給、手當等ノ勤勞所得ハ其收入 6,000 圓以下ナルトキハ其二割ヲ控除シタルモノガ 1,200 圓以上ナル時ニ課税ス。税率ハ 1,200 圓以下ハ 0.008, 1,200 圓ヲ超ユレバ其超過額ニ對シ 0.02, 1,500 圓ヲ超エ 2,000 圓迄ハ其超過額ニ對シ 0.03 ナリ。

手收
1000円 - 100(0)
1200 - 150
1500 - 24.37
2000 - 47.37
3000 - 118.12
5000 - 313.12
7000 - 518.12
10000 - 930.62
※別表ニシテ徴

注意。所得税ニハ次ノ三種アリ。

- 第一種 法人ノ所得。 $\frac{5}{100}$
- 第二種 公債、社債若ハ銀行預金ノ利子。 $\frac{4}{100}$
- 第三種 第二種ニ屬セザル個人ノ所得。 $\frac{5}{100}$

※外口ニ本店ヲ有シ日本ニ支店アリ
1700(1)ノ所得ハ1割

國債 復興貯蓄債卷ハ税ヲ付ナシ
社債ヲ持込ガ外國ニ於ル人ニ本店ガ日本ニ在ル時 $\frac{25}{100}$

3. 前題ノ納稅者ガ所得稅本稅ノ五割八分ノ市稅ヲ附加セラル、時ハ此人一ケ年間ノ納稅總額幾何ナルカ。

4. 家督相續ニヨリ不動産價格5,640圓ノ所有權ヲ取得シタル人アリ。此人登録稅何程ヲ納ムベキカ。稅率ハ不動産價格ノ千分ノ五トス。

265. 保險

保險ノ種類: (火災保險, 海上保險, 運送保險, 生命保險, 高價保險, 信用保險, 傷害保險, 盜竊保險) 等。

保險金額: 保險者ガ填補スベキ金額。

保險料(又ハ保險掛金): 被保險者ガ保險者ニ拂フ金額。

以上ハ主モニ私設會社ノ經營スルモノナレド次ニ示ス簡易生命保險ハ政府ノ事業ナリ。

簡易生命保險

保險金額ハ20圓以上450圓迄。

保險料ハ月額拾錢又ハ其倍數トス。保險料ヲ本トシテ保險金額ヲ算出ス。別表ハ保險料拾錢ノ場合ヲ示スモノニシテ, 保險料ガ若干倍トナレバ保險金額モ同數倍トナル。

保險金額支拂: 終身保險ハ被保險者ノ死亡ノ際,

簡易生命保險金額表ノ一部 (保險料十錢ノ場合)

申込當時ノ年齢		一八	一九	二〇	二一	二二	二三	二四	二五
終身保險	終身拂込	五・八	五・七	五〇・七	四九・七	四八・八	四七・九	四六・九	四五・九
	十年拂込	三・二	三・七	三・四	三・二	二・八	二・五	二・三	二・〇
	十五年拂込	三〇・八	三〇・三	二九・九	二九・五	二九・一	二八・七	二八・四	二八・〇
	二十年拂込	三六・八	三六・二	三五・七	三五・二	三四・八	三四・三	三三・八	三三・四
養老	十滿年	一〇・五	一〇・五	一〇・五	一〇・五	一〇・五	一〇・五	一〇・五	一〇・五
	十五年滿年	一六・三	一六・三	一六・三	一六・三	一六・三	一六・三	一六・三	一六・三
	二十年滿年	二二・三	二二・三	二二・三	二二・三	二二・三	二二・三	二二・三	二二・三
	三十年滿年	二八・九	二八・八	二八・八	二八・八	二八・八	二八・八	二八・八	二八・八
保險	十滿年	二八・四	二八・三	二八・二	二八・二	二八・二	二八・二	二八・二	二八・〇
	十五年滿年	一五・六	一五・六	一五・五	一五・五	一五・五	一五・五	一五・五	一五・五
	二十年滿年	三四・二	三四・〇	三三・九	三三・八	三三・七	三三・六	三三・五	三三・三
	三十年滿年	一七・四	一七・三	一七・二	一七・二	一七・二	一七・二	一七・二	一七・二
十年	二七・八	二七・七	二七・六	二七・六	二七・五	二七・五	二七・四	二七・四	

注意: 本表ノ外ニ三十五年滿期及四十年滿期ノ養老保險アリ。

養老保險ハ契約満期及其期間内ニ被保險者死亡シタル時ニ保險金額ヲ支拂フ。但、被保險者ノ死亡ガ保險證書作成ノ日ヨリ一年内ナル時ハ既收保險料ノ全額、一年六ヶ月以内ナル時ハ保險金額ノ半額ヲ支拂フ。(死亡ノ原因ガ虎列刺、赤痢、腸窒扶斯、痘瘡、發疹窒扶斯、猩紅熱、實布的利亞、ペスト又ハ不時災厄ナル時ハ其死亡ガ一年内ナルモ保險金全額ヲ支拂フ)

簡易生命保險ノ年齢計算ハ生レタル月ヨリ申込ノ月迄數へ、一年ニ滿タザル端數ハ、六ヶ月以下ハ切り捨テ、七ヶ月以上ハ一年ニ切り上グ。

例 題

1. 家屋ヲ5,000圓、家具ヲ6,000圓ニテ火災保險ニ附シ年一分ノ保險料ヲ四期ニ支拂フ時ハ每期ノ掛金何程ナルカ。
2. 49,000圓ノ貨物ヲ海外ニ送ルニ若シ途中ニテ船舶沈没シ貨物ヲ失フコトアルモ、保險料2%ヲ拂ヒテ尙貨物ノ價ダケノ保險金ヲ實收セントスルニハ保險金額ヲ幾何トスベキカ。
3. 或人其新築家屋ヲ保險金額1,500圓、保險料ノ歩合年一分八厘ニテ火災保險ニ附シ、五ケ年間掛金ヲナシタル時火災ニ罹リ契約ノ保險金ヲ受取リ

タルニ、夫迄ノ出金高ヨリ435圓丈不足ナリシト云フ。保險掛金總額及ビ家屋建築費各幾何ナルカ。

4. 大正三年十月生ノ人ガ昭和九年三月ニ簡易生命保險月額30錢ノ終身拂込ミノ終身保險ヲ申込ミタリトスレバ、此人ノ得ベキ保險金額ハ幾何ナルカ。又此人ノ拂込ミ金額ガ保險金額ト等シクナルハ此人幾歳ノ時ナルカ。
5. 大正二年二月生ノ人ガ昭和九年九月ニ簡易生命保險月額40錢、20年拂込ミ終身保險ニ加入シ昭和二十年十月死亡スル時ハ此人ノ拂込ミタル保險料及受取ルベキ金額幾何ナルカ。
6. 明治四十三年三月生ノ人ガ昭和九年七月ニ簡易生命保險25年満期全期間拂込ミ養老保險ヲ申込ミ、毎月50錢宛拂込ム時ハ此人ガ保險金ヲ受取ル時期及其金額ヲ問フ。
又此人ガ最高保險金額ヲ得ントセバ、毎月幾何ヲ拂込ムベキカ。而シテ其得ル最高保險金額ハ幾何ナルカ。
7. 二十歳二ヶ月ノ人、簡易生命保險毎月40錢終身拂込ミ終身保險ト毎月20錢全期間拂込ミ20年満

期養老保險ニ加入シ、若シ二ケ年後ニ死亡セバ幾何ノ保險金ヲ受取リ得ルカ。

若シ、此人一年八ケ月ニテ死亡セバ其受クル保險金額ヲ問フ。

又此人八ケ月後ニ死亡セバ其受クル保險金額ハ幾何ナルカ。

第三章

利息算

266. 利息、元金、期間、利率

金錢借用ノ場合ニ其報酬トシテ借用者ガ貸主ニ支拂フ金ヲ利息又ハ利子ト稱シ、借用シタル金錢ヲ元金、借用シタル日數ヲ期間ト稱シ、或期間ニ於ケル利息ノ元金ニ對スル歩合ヲ利率ト云フ。利率ニハ次ノ數種アリ。

年利率。 一ケ年間ニ於ケル利息ノ元金ニ對スル歩合ナリ。例ヘバ年利六分トハ一ケ年間ノ利率ガ六分ナリト云フ意ナリ。(六分ヲ六厘トモ云フ)

月利率。 一ケ月間ニ於ケル利息ノ元金ニ對スル歩合ナリ。例ヘバ月利一分トハ一ケ月間ノ利率ガ一分ナリトノ意ナリ。

日歩。 一日間ニ於ケル利息ノ元金ニ對スル歩合ト云フ意ナレドモ、通例元金 100 圓ニ對スル利息ヲ

以テ表ス。

例へバ日歩一錢五厘トハ元金 100 圓一日間ノ利息ガ一錢五厘ナリト云フコトナリ。

利息ノ制限。人民相互間ニ定メ得ベキ利率ハ次ノ制限アリ、之ヲ契約上ノ利率ト云ヒ、之ヲ超ユレバ裁判上此制限迄引直サル。

元金百圓未滿ハ年二割以下、千圓未滿ハ年一割五分以下、千圓以上ハ年一割二分以下。

人民相互間ニ利率ヲ定メ置カザル時ハ民法上ハ年五分、商法上ハ年六分トス、之ヲ法定利率ト云フ。

267. 單利法

例 1. 元金 700 圓、年利 5 分、3 ケ年間ノ利息ヲ求ム。

解. $700 \times 0.05 \times 3 = 105$ 圓 答 105圓

一般ニ元金 P, 利息 I, 利率 r, 期間 t ノ間ニハ

$$I = Prt$$

$$P = \frac{I}{rt}$$

$$r = \frac{I}{Pt}$$

$$t = \frac{I}{Pr}$$

ナル關係アリ。故ニ元金、利率、期間及利息中

元利 元金 \times (1 + 利率 \times 期間)
積利 元金 \times (利率 \times 期間)

ノ三者ヲ知レバ他ノ一ヲ求ムルヲ得。

次ニ元利合計ヲ S トセバ $S = P + Prt$ 故ニ

$$S = P(1 + rt)$$

例 2. 年利 9 分、元金 300 圓、3 年 4 ケ月間ノ元利合計ヲ問フ。

解. $S = 300 \times (1 + 0.09 \times 3\frac{1}{3}) = 390$ 圓 答 390 圓

例 3. 元金 700 圓、日歩 1 錢 2 厘、一月十日ヨリ三月十一日マデノ利子ヲ求ム。

解. 平年ナラバ期間 60 日、

故ニ $0.012 \times 7 \times 60 = 5.04$ 答 5.04 圓

閏年ナラバ期間 61 日、

故ニ $0.012 \times 7 \times 61 = 5.124$ 答 5.124 圓

注意. 700 圓ハ 100 圓ノ 7 倍ナル故ニ 1 錢 2 厘ヲ 7 倍スレバ 700 圓 1 日ノ利息ヲ得。

例題

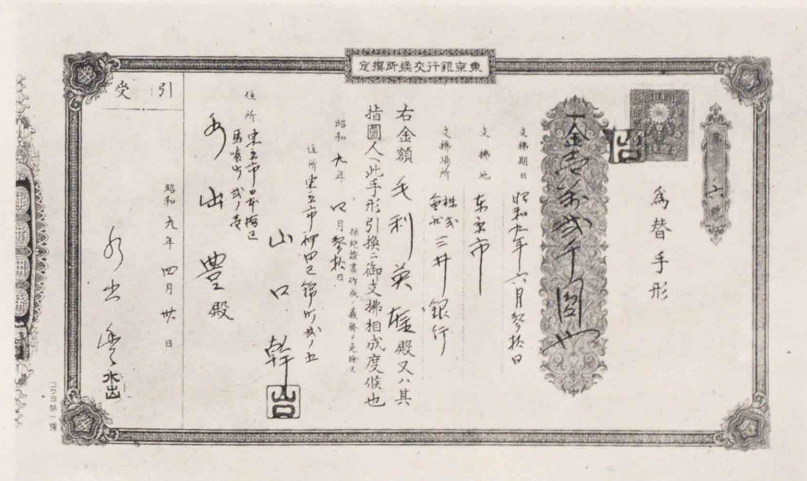
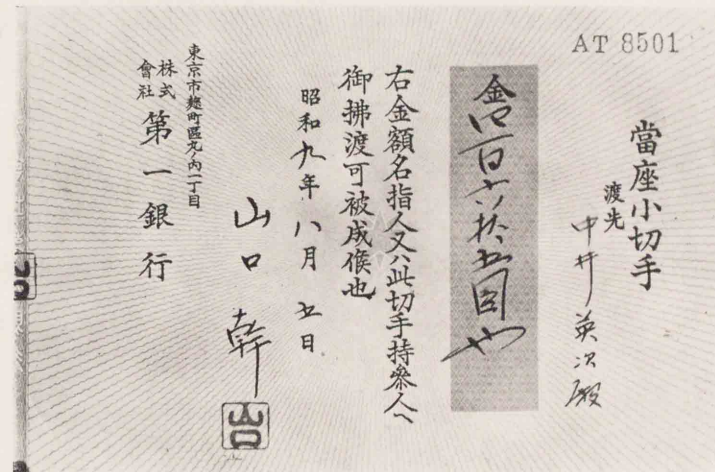
1. 日歩 1 錢 2 厘ハ年利率幾何ニ當ルカ。
2. 年利 8 分 4 厘ハ日歩幾何ニ當ルカ。
3. 年利 6 分 2 厘、元金 720 圓、期間 3 ケ月ノ利息ヲ求ム。
4. 元金 250 圓、期間 6 ケ月ニテ利息 6.25 圓ナル時ハ年利率幾何ナルカ。
5. 年利 7 分ニテ元金 2,800 圓ヲ預ケ置クコト若干月ノ後利子 49 圓ヲ受取レリト。期間ヲ問フ。

- 6. 日歩1錢8厘,元金860圓,25日間ノ利息幾何ナルカ.
- 7. 日歩2錢ニテ若干金ヲ25日間預ケシニ利息3.5圓ヲ受取レリ. 元金幾何ナルカ.
- 8. 年利6分ニテ若干圓ヲ4ヶ月間貸シ,元利合計510圓ヲ受取レリト. 元金幾何ナルカ.
- 9. 年利6分ニテ元金500圓ヲ若干月間貸シ,元利合計510圓ヲ得タリ. 何ヶ月間貸シタルカ.
- 10. 年利若干ニテ元金500圓ヲ5ヶ月間貸シ,元利合計510圓ヲ得タリ. 年利ヲ問フ.
- 11. 金100圓ヲ二口ニ分チ50圓ハ年利5分ニテ,他ノ50圓ハ日歩1錢4厘ニテ三月十日ヨリ五月十六日迄預ケタリ. 元利合計各幾何トナルカ.
- 12. 或人金150圓ヲ四月十日ニ年利3分ニテ郵便貯金トシ,十月十六日ニ至リ悉皆ヲ引出サバ元利合計幾何ナルカ.

郵便貯金ノ利子ハ十五日マデノ貯金ニハ其月ヨリ,十六日後ノ貯金ニハ其翌月ヨリ拂戻ノ前月迄附シ,拾錢未滿ノ金高ニハ利子ヲ附セズ. 利子ノ合計一錢未滿ハ切捨ツルモノトス.

268. 手形

爲替手形. 甲ガ乙ニ一定ノ金額ヲ支拂フベキ義務アル時ニ其支拂ヲ丙ニ委託スル信用證券ナリ.



故ニ爲替手形ニハ振出人、受取人、支拂人ノ三者アリ。
 手形ノ引受。爲替手形ノ受取人ガ支拂人ニ手形ヲ呈示シタル時ニ支拂人ガ支拂ヲ承諾スルコトヲ云フ。

手形は現金として通用は、い。

約束手形。甲ガ乙ニ一定ノ金額ヲ支拂フベキコトヲ約束スル信用證券ナリ。故ニ約束手形ニハ振出人(即、支拂人)、受取人ノ二者アルノミ。故ニ此手形ハ振出人ヨリ見レバ支拂手形、受取人ヨリ見レバ受取手形ナリ。

小切手。銀行ニ當座預金アル人又ハ特約アル人ガ銀行ニ支拂ヲ委托スル信用證券ナリ。

現金として通用は、い。

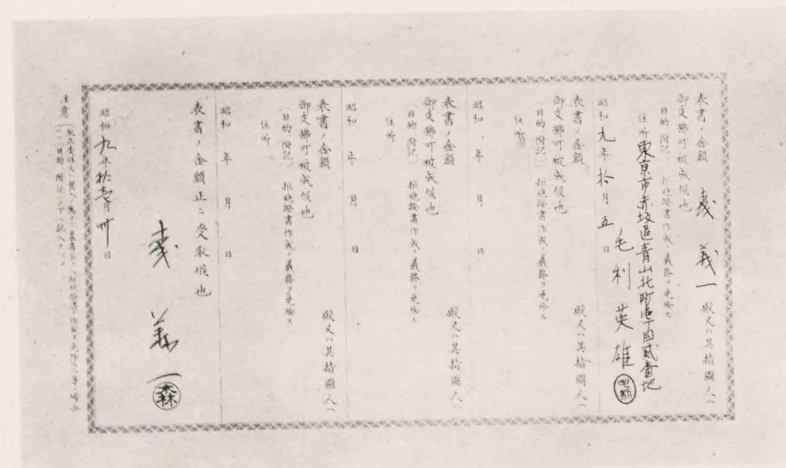
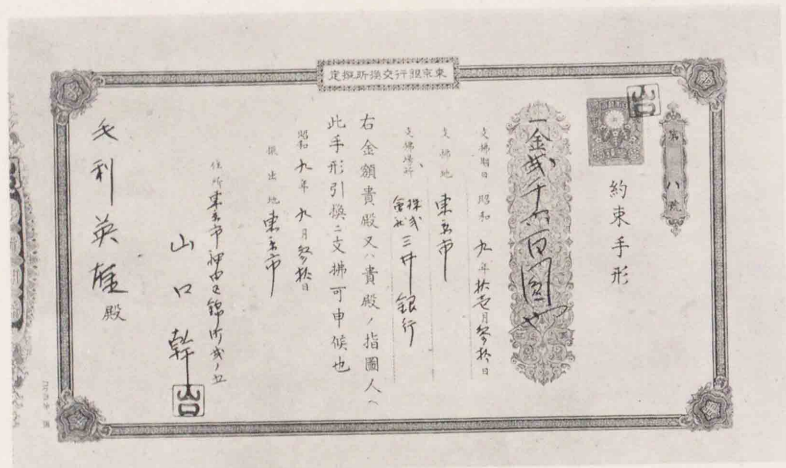
手形ノ裏書。手形ハ之ニ裏書ヲナシテ他人ニ譲リ渡スコトヲ得。裏書ヲナシタル人ハ譲リ渡シタル人ニ對シテ手形ノ支拂ニツキ保證ノ責任アリ。

手形ノ支拂。ニ一覽拂、定期拂、一覽後定期拂ノ別アリ。一覽拂トハ支拂ノ期日ヲ定メズ、受取人ノ請求次第何時ニテモ支拂ハルベキモノナリ。

日附定期拂、日付未定定期拂、行方見ても定期拂、日付未定定期拂。

郵便爲替證書。ハ一覽拂ノ爲替手形ト同性質ノモノナリ。即、振出人ハ爲替ヲ組ミタル地ノ郵便局ニシテ、支拂人ハ送金先ノ地ノ郵便局ナリ。

外國爲替相場。外國在住ノ者トノ間ニ授受スル



爲替ノ券面金額ト邦貨トノ換算ノ割合ヲ示スモノナリ。

割引

所定ノ期日ニ支拂フベキ金額ヲ其期日前ニ支拂ヲナストキニ、其時ヨリ期日迄ノ利息ヲ引去ルコトヲ割引ト云ヒ、其引去ル金額ヲ割引高、其時支拂フ金額ヲ現價、割引ヲナス利息ノ歩合ヲ割引歩合ト云フ。

割引ニ眞割引ト銀行割引トノ二種アリ。

眞割引 實際支拂ヲナス日ヨリ所定ノ期日迄ノ間ニ現價ガ生ム利子ニ相當スル金高ヲ引キ去ルヲ眞割引ト云フ。故ニ所定ノ金額ヲ p 、現價ヲ a 、割引歩合ヲ r トスレバ、割引高ハ ar ナル故ニ

$$p - ar = a, \quad p = a + ar = a(1+r)$$

$$\therefore a = p \times \frac{1}{1+r} \quad \text{現價ノ公式}$$

$$ar = p \times \frac{r}{1+r} \quad \text{割引高ノ公式}$$

銀行割引 實際支拂ヲナス日ヨリ所定ノ期日迄ノ間ニ所定ノ金額(所定ノ期日ニ支拂フベキ金額)ガ生ム利子ニ相當スル金額ヲ引キ去ルヲ銀行割引ト云フ。故ニ所定ノ金額ヲ p 、現價ヲ b 、割引歩合ヲ r

トセバ
 $A = \text{額面}$
 $a = \text{支拂金額}$
 $r = \text{割引歩合}$
 $A = a(1+r)$
 $a = \frac{A}{1+r}$
 $a = A(1-r)$
眞割引

割引高ハ pr ニシテ

現價ハ $b = p(1-r)$ ナリ。

例. 割引歩合年8分, 3ヶ月後ニ支拂フベキ金510圓ノ現價及割引高幾何ナルカ。

解. 年0.08ナル故ニ3ヶ月間ニハ0.02ナリ。

眞割引 $510 \times \frac{1}{1.02} = 500$ 圓……現價

$$510 - 500 = 10$$
圓……割引高

又ハ $510 \times \frac{0.02}{1.02} = 10$ 圓……割引高

銀行割引 $510 \times 0.02 = 10.2$ 圓……割引高

$$510 - 10.2 = 499.8$$
圓……現價

注意 1. 眞割引ハ外割引ニ當リ、銀行割引ハ内割引ニ當ル。

注意 2. 割引ヲナシタル日ヨリ所定ノ期日マデニ現價ガ生ム利子ト現價トノ和ガ丁度額面高ニ等シクナル様ニナスモノガ眞割引ナル故ニ眞割引ハ合理的ノ方法ナレドモ、實地計算上割算ヲ行フ不便ト割引期間短キトキハ銀行割引ト大差ナキヲ以テ世間ニ實際行ハル、ハ多クハ銀行割引ナリ。故ニ單ニ割引ト云ハバ銀行割引ヲ意味ス。

例題

1. 額面500圓ノ約束手形ヲ支拂期日ヨリ2ヶ月前

= 銀行ニテ現金ニ引換ヘントス。 割引歩合ヲ年
6分トセバ現價及割引高ヲ求ム。 眞割引、銀行割
引兩様ニ算出セヨ。

2. 割引歩合日歩1錢4厘、六月十日ニ支拂ハルベ
キ券面640圓ノ爲替手形、四月十日ニ於ケル現價
ヲ問フ。(銀行割引)

3. 三月十四日振出シ3ヶ月拂ノ約束手形450圓
ヲ四月三十日ニ銀行ニ持參シ、日歩3錢ニテ割引
セバ割引高幾何ナルカ。(銀行割引)

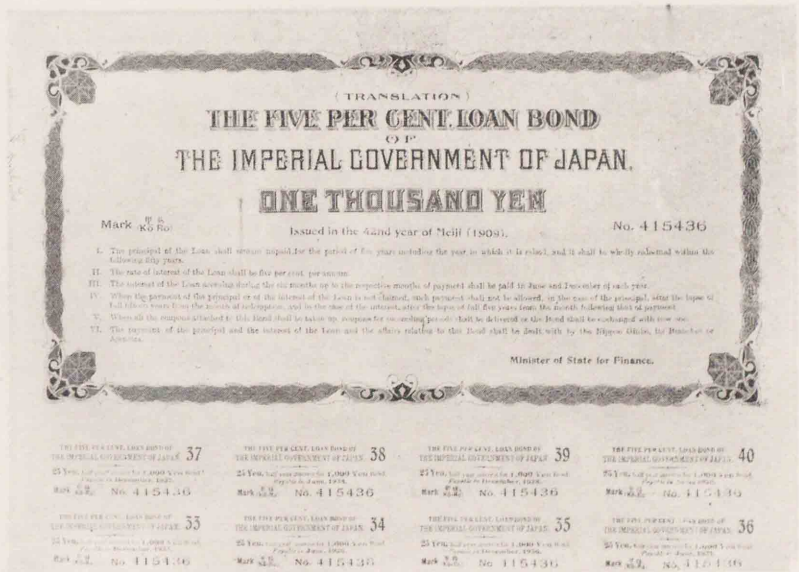
4. 桑港參着(一覽拂)爲替相場我ガ100圓ニ對シテ
24弗 $\frac{1}{2}$ ナル時、我ガ1,500圓ヲ同地ニ送ラントシテ
外國爲替手形ヲ振出スニハ額面ヲ幾何トスベキ
ガ。

5. 倫敦參着爲替相場我ガ1圓ニ對シ1志 $6\frac{3}{4}$ 片
ナルトキ、額面33磅5志ノ外國爲替ヲ振出スニハ
我ガ幾圓ヲ要スルカ。

6. 割引歩合年1割、満期日ハ今ヨリ3ヶ月後ナル
或金額ノ眞割引ト銀行割引トノ差75錢ナリ 其
金額ヲ求ム。

269. 公債株式

公債證書 政府、府、縣、市、町、村等ニテ借入レタル負



債ヲ公債ト云フ。從テ國債、府縣債、市町村債等ノ別アリ。此際債權者ニ渡ス證書ヲ公債證書ト云フ。

國債ニ内債ト外債トアリ。内債トハ國內ニ於テ募集シタルモノニシテ、外債トハ外國ニ於テ募集シタルモノヲ云フ。

公債ノ利子ハ年二回或ハ四回ニ支拂ヒ、公債證書ニ附屬セル利札ト引換ニ渡サル。

公債ノ元金及利子ハ支拂期日ヨリ所定ノ期間内ニ其支拂ヲ請求スベキモノトス。

社債。株式會社等ノ負債ヲ社債ト云ヒ、其際發行シタル借用證書ヲ社債券ト云フ。

株券。株式會社ガ株主ニ其出資ノ證トシテ渡ス證書ヲ株券ト云フ。

利益配當ノ歩合。株主ハ株券ニ對シ利益配當ヲ受ク。其配當金ノ株券拂込高ニ對スル歩合ヲ配當ノ歩合ト云フ。

額面高。トハ公債證書株券等ノ記載金額ヲ云フ。

時價又ハ市價。ハ公債株券ノ賣買相場ナリ。

金利又ハ利廻リ。トハ公債證書ノ利子又ハ株券ニ對スル配當金ノ時價ニ對スル歩合ヲ云フ。



月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	月	年	月	日	額
日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日	日
												金	拂		
												五	込		
												百	金		
												圓	額		
												昭和五年	年		
												六月	月		
												一日	日		
												額	額		
												收	印		

例題

1. 額面 100 圓, 5 分利附ノ公債證書 15 枚ヲ有スル人ハ半年毎ニ利子ノ收入幾何ナルカ.
2. 東京市公債額面 100 圓, 年利 6 分ノモノヲ時價 90 圓ニテ 1,800 圓ダケ買フトキハ毎年利子ノ收入何程ナルカ.
3. 或公債額面 100 圓ニ付 98 圓ニテ買ヒ年々利子ノ收入 500 圓ヲ得ルニハ幾圓ダケ買入ルベキカ. 但, 年利 5 分トス.
4. 横濱正金銀行株 100 圓拂込ノモノ 200 株ヲ有スル人, 年 1 割 2 分ノ利益配當ヲ受クルトキハ半年ノ收入何程ナルカ.
5. 一株 50 圓拂込ノ日本郵船株 30 株ヲ有スル人半期ニ利益配當 60 圓ヲ得タリ. 年利率何程ニ當ルカ.
6. 額面 50 圓ノ某會社株ヲ市價 68 圓ニテ 45 株買ヒシニ其年ノ配當率ハ 1 割 7 分ナリシト. 然ラバ買價ニ對スル利廻リハ幾何ニ當ルカ.

270. 複利法

利息計算ニ於テ一定期毎ニ利子ヲ元

金ニ繰込ム計算法ヲ複利法ト云フ。

例 1. 年利 5 分, 一ケ年毎ノ複利ニテ元金 600 圓
4 ケ年間ノ元利合計幾何ナルカ.

解. 第一年末ノ元利合計 $600^{\text{圓}} \times (1+0.05)$
 第二年末ノ元利合計 $600^{\text{圓}} \times (1+0.05) \times (1+0.05)$
 $= 600^{\text{圓}} \times (1+0.05)^2$
 第三年末ノ元利合計 $600^{\text{圓}} \times (1+0.05)^2 \times (1+0.05)$
 $= 600^{\text{圓}} \times (1+0.05)^3$
 第四年末ノ元利合計 $600^{\text{圓}} \times (1+0.05)^3 \times (1+0.05)$
 $= 600^{\text{圓}} \times (1+0.05)^4$
 $= 729.30^{\text{圓}}$ (錢未滿切捨)

一般ニ元金ヲ P , 利率ヲ r , 期間ヲ n , 元利合計ヲ A トスレバ

$$A = P(1+r)^n$$

例 2. 年利 6 分, 半年毎ノ複利ニテ元金 700 圓, 2 年間ノ元利合計及利子幾何ナルカ.

解. 利率ハ年 6 分ナルガ故ニ半年ニハ 3 分ナリ.

又半年ヲ一期トスルガ故ニ二ケ年ハ四期トナル. 故ニ

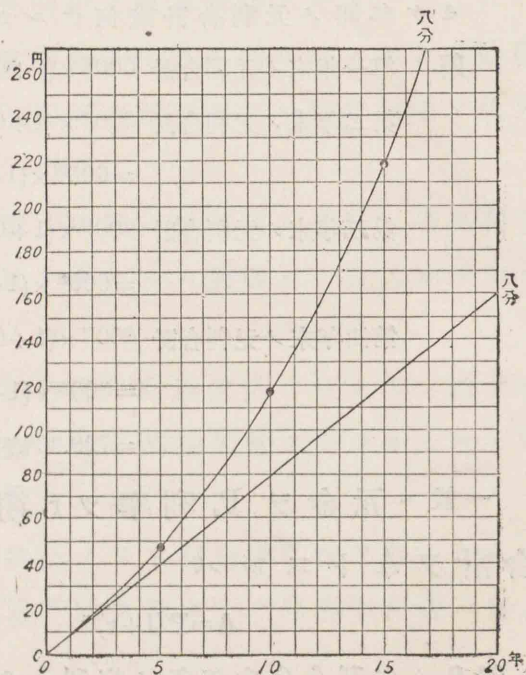
$$\text{元利合計} = 700^{\text{圓}} \times 1.03^4 = 787.85^{\text{圓}}$$
 (厘以下切捨)

$$\text{利子} = 787.85^{\text{圓}} - 700^{\text{圓}} = 87.85 \text{ 圓}$$

注意. 複利法ノ計算ニハ既成ノ複利表ヲ用フルモノトス.

設問. 右ノ

圖表ハ
元金百
圓ノ利
息ガ期
間ニ伴
ヒ變化
スル有
様ヲ示
ス.(年利
八分ノ
場合)



(1) 何レ

ガ單利ニシテ何レガ複利ナルカ.

(2) 卷末複利表ト比較セヨ.

(3) 複利表ニヨリ年利五分及六分ノ場合ニ於ケ

ル利息ノ變化ノ狀況ヲ此圖ノ中ニ記入セヨ.

271. 預金ノ利子勘定

例. 某銀行ニ當座預金ヲナシタル人アリ. 四月十日ニ金 500 圓, 七月十五日ニ金 350 圓ヲ預入レ, 十月十日ニ 450 圓ヲ引キ出シ, 一月十五日ニ金 280 圓ヲ預入レ, 三月卅一日ニ悉皆ヲ引出ストキハ元利合計何程ヲ受取ルベキカ. 但, 利子ハ日歩 1.2 錢, 預入レノ翌日ヨリ支拂ノ前日マデ利子ヲ附シ, 毎年五月卅一日及十一月三十日ヲ計算期トシ, 其日迄ノ利子ヲ計算シテ元金ニ加フルモノトシ, 元金一圓未滿ノ端數ニ對シテハ利子ヲ附セズ, 利息ノ錢位未滿ハ切り捨ツルモノトス.

解. 前節ノ方法ハ純理論的ノ複利計算ニシテ, 如何程少額ノ元金ニ對シテモ利子ヲ附スルコトニナル故ニ, 本節ノ如ク定期ニ其都度利子ヲ勘定シ端數ヲ處理スル場合ニハ適用セラレズ. 斯ノ如キ場合即, 銀行預金, 郵便貯金等ノ計算ニハ所定ノ用紙ヲ用ヒ, 次ノ如ク計算ス.

月	日	摘要	預入高	拂出高	現在高	日數	積數	利息
4	10		500.00		500.00	51	25,500.00	3.06
6	1	前期越高	500.00					
		利子	3.06		503.06	45	22,635.00	
7	15		350.00		853.06	86	73,358.00	
10	10			450.00	403.06	52	20,956.00	
							116,949.00	14.03
12	1	前期越高	403.06					
		利子	14.03		417.09	46	19,182.00	
1	15		280.00		697.09	74	51,578.00	
							70,760.00	8.49
3	31	利子	8.49		705.58			

答 705.58 圓

上ノ計算ノ説明.

預入高、拂出高及現在高ハ特ニ説明ヲ要セズシテ明ナルベシ、現在高ニ日數ヲ乘ズンバ積數ガ得ラル。

積數ノ意味及利子計算ノ方法

例ヘバ積數 25,500 圓トハ 500 圓 51 日間ノ利子ハ 25,500 圓 1 日ノ利子ニ等シト云フ意味ニ考ヘ、此 25,500 圓ガ 100 圓ノ 255 倍ニ當ル故ニ日歩 1.2 錢ヲ 255 倍シテ利子 3.06 圓ヲ得。又積數 116,949 圓ノ場合ノ利子 14.03 圓ハ 503 圓 45 日、853 圓 86 日、403 圓 52 日間ノ利子ノ合計ガ 116,949 圓 1 日ノ利子ニ等シト云フ意味ニ考

ヘタルモノナリ。

例題

1. 年利 6 分、半年毎ノ複利ニテ元金 240 圓三年間ノ元利合計何程ナルカ。
2. 年利 5 分、一年毎ノ複利ニテ元金 300 圓五年三ヶ月間ノ元利合計ヲ求メヨ。
3. 年利 4 分、一年毎ノ複利ニテ四年間ノ元利合計 551.906 圓トナレリ。此元金ヲ求ム。
4. 某銀行ニ當座預金ヲナシタル人アリ。四月五日ニ金 600 圓、八月三十一日ニ金 350 圓ヲ預入レ、十月一日ニ金 400 圓ヲ拂出シ、一月十日ニ金 250 圓ヲ預入レ三月三十一日ニ悉皆ヲ引キ出サバ元利合計何程ヲ受取ルベキカ。但、利子ハ日歩 1.3 錢ニシテ年二回ノ計算期日、利子計算ニ關スル日數ノ計算及端數ノ取扱ヒ方ハ第 271 節ノ例ニ同ジ。

272. 利息算ニ於ケル對數ノ應用

複利法ノ公式

$$A = P(1+r)^n$$

ニ於テ A, P, r, n ノ中何レカ三者ヲ知ルトキハ他ノ一ツヲ求ムルヲ得。而シテ期間數 n ヲ求ムルニハ對

數計算ヲ要ス。其他ヲ求ムルニモ對數ヲ應用スレバ便宜ナリ。

例 1. 元金 400 圓ヲ年利 5 分, 1 年毎ノ複利ニテ若干年間貸シ置キタルニ元利合計 651.57 圓トナレリト。幾年間貸シ置キタルカ。

解. $651.57 = 400 \times 1.05^n$

$$\log 651.57 = \log 400 + n \log 1.05$$

$$n = \frac{\log 651.57 - \log 400}{\log 1.05}$$

$$[\text{對數表ニヨリ}] = \frac{2.8139 - 2.6021}{0.0212} = 10(\text{約})$$

答 十ヶ年

注意. 複利表, 對數表等ハ或桁以下ハ四捨五入ヲ行ヒテ作レルモノナレバ, 是等ノ諸表ヲ用フル計算ハ多少ノ誤差ヲ生ズルモノナレドモ, 其誤差ハ極メテ微細ニシテ實用上ニ差支ナキモノナリ。

例 2. 年利 5 分, 1 年毎ノ複利ニテ元金 100 圓, 50 ヶ年後ノ元利合計ヲ求ム。

解. 元利合計ヲ A トスレバ

$$A = 100 \times (1.05)^{50}$$

$$\log A = \log 100 + 50 \log 1.05 = 3.0600$$

$$\therefore A = 1148$$

答 約 1,148 圓

例 3. 元金 300 圓, 1 年毎ノ複利ニテ 4 ヶ年間ニ元利合計 364.6 圓トナレリ。年利率何程ナルカ。

解. $300(1+r)^4 = 364.6$

$$\log 300 + 4 \log(1+r) = \log 364.6$$

$$\log(1+r) = \frac{\log 364.6 - \log 300}{4}$$

$$= \frac{2.5618 - 2.4771}{4}$$

$$= 0.0212$$

$$\therefore 1+r = 1.05 \quad \therefore r = 0.05$$

答 年利 5 分

例題

(對數表ヲ利用セヨ)

1. 年利 5 分, 1 年毎ノ複利ニテ元金ト利息ト相等シクナルハ幾年後ナルカ。
2. 元金 5,680 圓, 半年毎ノ複利ニテ元利合計 21,273.4 圓トナレリ。期間幾年ナルカ。但, 年利ヲ 9 分トス。
3. 年利若干, 半年毎ノ複利ニテ金 310 圓ヲ貸付ケ置キタルニ滿 6 ヶ年ニシテ元利合計 504.325 圓餘トナレリ。年利率ヲ求ム。
4. 年利 6 分, 1 年毎ノ複利ニテ 12 ヶ年間ニ元利合

計約1,006圓トナレリ。元金ヲ求ム。

第三十一問題

1. 次ノ表ハ我邦ノ歳出及國債ノ概數ヲ示スモノナリ。

年次	歳出	國債
大正二年	573,634,000 ^圓	2,581,000,000 ^圓
昭和六年	1,476,875,000 ^圓	7,053,000,000 ^圓

昭和六年ハ大正二年ニ比シ其歳出及國債ニ於テ幾割ノ増加ヲ來シタルカ。

2. 或人商業ニ於テ利益四割八分ヲ得タレドモ、其利益金ノ二割ハ雜費ニ支出シタリト云フ。純益ハ何割ニ當ルカ。
3. 元價100圓ノ品ニ2割ヲ増シテ定價トナシタレドモ定價ノ2割引ニ賣リタリト云フ。損失又ハ利益幾何ナルカ。
4. 甲商人船一艘ヲ買入レ、1割8歩ノ利ヲ得テ之ヲ59,000圓ニテ乙ニ賣リ渡セリト云フ。甲ノ買價幾何ナルカ。
5. 或商人ガ2割5分ノ損ニテ2圓34錢ニ賣リタル品物ノ元價ハ幾何ナルカ。
6. 或物品ヲ定價ノ2割引ニ賣ルモ尙原價ノ2割

ヲ利スルニハ定價ヲ幾割増トナシ置クベキカ。

7. 定價ニ賣レバ1箇ニツキ60錢ノ利益アル品物8個ヲ定價ノ八掛半ニ賣リタル利益ト、21箇ヲ定價ノ二割引ニ賣リタル利益ト相等シト云フ。此品物一箇ノ定價ヲ問フ。(2割引ト云フ代リニ八掛ト云ヒ、1割5分引ト云フ代リニ八掛半ト云フ。)
8. 元價2,880圓ノ地面ヲ賣リテ400圓ヲ利セントス、掛値ヨリ1割8分ヲ引キテ尙豫定ノ利益ヲ得ンニハ掛値ヲ幾何トスベキカ。
9. 甲商人品物ヲ買ヒ之ヲ2割増ニテ乙ニ賣リ、乙ハ之ヲ1割増ニテ丙ニ賣リ、丙ノ買價ハ6圓60錢ナリト云フ。甲ノ買價ハ幾何ナリシカ。
10. 壹圓ニ5.7立ノ白米ガ壹圓ニツキ0.6立ダケ下落セリ。白米下落ノ歩合ヲ問フ。
11. 或人地所ヲ8,000圓ニテ買ヒ、買價ノ二分ニ當ル口錢ヲ拂ヒ、後之ヲ10,000圓ニ賣リテ又賣價ノ二分ニ當ル口錢ヲ拂ヘリ。此人ノ得タル純益ハ買價ノ幾割ニ當ルカ。
12. 或輸入品ノ關稅ハ25%ナリ。而シテ物品ノ15%ハ破損シテ免稅トナリ816圓ヲ課セラレタリ。物品ノ總價ヲ問フ。

13. 玄米1石17圓替ニテ8.72石ヲ買ヒ、外4分耗ニ春キテ得タル白米ヲ1立ニツキ19錢ニ賣ラバ此人ノ損又ハ益幾何ナルカ。
14. 巴里參着爲替相場我ガ一圓ニツキ8法89參ノ時、24,675法ヲ巴里ニ送ルニ我ガ幾圓ヲ要スルカ。
15. 日歩1錢5厘、預入ノ翌日ヨリ拂出ノ前日迄利子ヲ附シ、毎年五月末日及十一月末日ニ其日迄ノ

利息ヲ計算シ元金ニ加フルモノトシ、元金1圓未滿ニハ利子ヲ附セズ、利息ノ錢位未滿ハ切り捨ツルモノトシテ右ノ預金帳ノ金額

九月卅日	八月廿五日	七月二日	六月一日	四月卅日	三月十五日	二月廿八日	一月十日	十二月一日	月日
		壹元	元	元	元	元	元	元	預入
		〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	引出
		三〇〇〇		六〇〇〇		八〇〇〇		一〇〇〇〇	残高

- 全部ヲ九月三十日ニ引出サバ元利合計幾何トナルカ。
16. 5分利附額面100圓ノ公債ヲ90圓ニ買フト、6分利附ノ額面100圓ノ公債ヲ105圓ニ買フト何レガ利廻ヨキカ。
17. 或人某電燈株ヲ1株75圓ニ買ヒ年九分ノ配當金ヲ得テ利廻ハ年六分ニ當ルト云フ。一株ノ拂

- 込金額幾何ナルカ。
18. 某株券70株ヲ買ヒタルニ年一割ノ配當ヲ受クレバ金利ハ七分ニ當ルト云フ、買價ヲ問フ。但、一株ノ拂込金額ハ60圓ナリ。
19. 5圓拂込ミノ權利株ヲ1圓ニテ買ヒ、1株ニツキ32圓ノ拂込ミヲナシテ年1割ノ配當ヲ得タリ。利廻幾何ニ當ルカ。
20. 某會社社債ガ次ノ要項ニヨリ募集セラレタリ。此利廻ハ如何ニシテ算出セラレタルモノカ。
- 利 率 年七分五厘
 發行價額 額面百圓ニ付九十八圓
 償還期限 一年据置後二年間ニ隨時償還
 利 廻 八分三厘三毛強
21. 一株22.5圓拂込ミノ日本漁業株30株ヲ800圓デ買ヒ、一株ニツキ17.5圓ノ拂込ミヲナシ、年一割二分ニ當ル配當ヲ得タリ。金利ハ幾何ニ當ルカ。
22. 四分利附ノ公債額面5,000圓ヲ所有スルト、之ヲ4,800圓ニ賣リ拂ヒテ直チニ銀行ニ預ケ、年四分五厘ノ利子ヲ得ルト、孰レガ有利ナルカ。
23. 割引歩合年9分、滿期日ハ今ヨリ四ヶ月後ナル或金額ノ眞割引ト銀行割引トノ差45錢ナリ。其

金額ヲ求ム。

24. 田地二ヶ所ヲ各1,200圓ニ賣リタルニ、一ハ二割ノ利ニ當リ、一ハ二割ノ損ニ當レリ。差引キ損益高ヲ求ム。

25. 年6分ノ利ニテ5年間1,000圓ヲ預クルニ、單利法ニヨルノト半年ヲ一期トスル複利法ニヨルノトデハ、最後ノ元利合計ニ何程ノ差ヲ生ズルカ。

26. 金500圓ヲ年利6分、1年毎ノ複利ニテ期間3ヶ年ノ約束ニテ借入レシガ、1年ノ後ニ其一部分ヲ返シタル爲メ期限ニハ元利合計280.9圓トナレリト云フ。1年後ニ返シタル金高ハ幾何ナルカ。

27. 金若干圓ヲ2年間銀行ニ預ケタルニ其元利合計26,460圓トナレリ。若シ更ニ1ヶ年間多ク預ケ置ク時ハ元利合計27,783圓トナルベシト云フ。初メ預ケタル金高及ビ利率ヲ求ム。但、利子ハ1年毎ニ元金ニ繰入ル、モノトス。

第四章 年金算

273. 年賦積立 (貯金) *年金均賦ハ逆ノ戻源ニアル*

例1. 年利率 r 、1年毎ノ複利ニテ毎年始ニ a 圓宛貯金スル時、第 n 年末ニ於ケル元利合計 A ヲ求ム。

解. 初年始貯金第 n 年末元利合計 $a(1+r)^n$
第2年始貯金第 n 年末元利合計 $a(1+r)^{n-1}$
.....
第 n 年始貯金第 n 年末元利合計 $a(1+r)$
 $\therefore A = a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^n$

此式ノ右邊ハ初項 $a(1+r)$ 、公比 $(1+r)$ ナル等比級數ナル故ニ

$$A = a(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Handwritten note: $a \frac{r^2 - 1}{r}$?

是即、貯金ニ關スル公式ナリ。

設問1. 年利5分、1年毎ノ複利ニテ毎年始ニ金100圓宛貯金スル時ハ第10年末ニ於ケル元利合計幾何ナルカ。

設問 2. 年利率 r , 一年毎ノ複利ニテ毎年末 a 圓宛貯金スル時ハ第 n 年末ニ於ケル元利合計如何.

例 2. 年利率 r , 1 年毎ノ複利ニテ毎年始ニ等額ノ貯金ヲナシ, n 年間ニ元利合計ヲ A 圓ナラシメントス. 毎年ノ貯金額ヲ求ム.

解. 毎年ノ貯金額ヲ a 圓トスレバ例 1 ニヨリ

$$A = a(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\therefore a = \frac{Ar}{(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}$$

設問. 年利 5 分, 1 年毎ノ複利ニテ毎年始ニ等額ノ金ヲ積ミ立テ, 10 年間ニ元利合計約 1 萬圓ナラシメントス. 毎年ノ積立金額ヲ求ム.

274. 年金

年金トハ永久又ハ或期間一定ノ期日ニ一定ノ金額ヲ受取ルモノニシテ前者ヲ永續年金, 後者ヲ定期年金ト云ヒ, 其一定ノ金額ヲ年金額ト云フ.

例 1. 本年度ヨリ毎年末 a 圓宛受取ル永續年金ノ現價ヲ求ム. 年利率ヲ r トス.

解. 毎年末ニ a 圓ノ利子ヲ生ムベキ元金ヲ求

ムルニ同ジ. 故ニ所要ノ現價ヲ P トスレバ

$$P = \frac{a}{r}$$

例 2. 今ヨリ n 年間, 毎年末ニ a 圓宛受取ル定期年金ノ現價ヲ求ム. 年利率ヲ r トス.

解. 第 1 年末ニ受取ル a 圓ノ現價ハ $a \times \frac{1}{1+r}$ 圓

第 2 年末ニ受取ル a 圓ノ現價ハ $a \times \frac{1}{(1+r)^2}$ 圓

.....
第 n 年末ニ受取ル a 圓ノ現價ハ $a \times \frac{1}{(1+r)^n}$ 圓

所要ノ現價ハ是等ノ和ナリ, 之ヲ P トセバ

$$P = \frac{a}{1+r} + \frac{a}{(1+r)^2} + \dots + \frac{a}{(1+r)^n}$$

右邊ハ初項 $\frac{a}{1+r}$, 公比 $\frac{1}{1+r}$ ナル等比級數ナル故ニ

$$P = \frac{a\{(1+r)^n - 1\}}{r(1+r)^n} \text{ 又ハ } \frac{a}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}$$

是即, 定期年金ノ現價ノ公式ナリ.

設問 1. $P = \frac{a}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}$

ニ於テ n ガ無限ニ大ニナレバ $\frac{1}{(1+r)^n}$ ハ限リナク

0ニ近ヅクコトニ着目シ, 永續年金ノ現價ノ公式ヲ導キ出セ.

設問 2. 例 2 = 於テ毎年末ニ受取ル年金 a 圓ヲ其都度貯蓄シ置キタル場合ノ第 n 年末ノ元利合計ハ、現價 P 圓ヲ第 n 年末迄貸付ケ置キタル元利合計ト等シカルベキコトニ注意シ

$$a\{1+(1+r)+(1+r)^2+\dots+(1+r)^{n-1}\}=P(1+r)^n$$

ナル等式ガ成リ立ツコトヲ示シ、定期年金ノ現價ヲ求ムル公式ヲ導キ出セ。

設問 3. 今ヨリ 10ケ年間毎年末ニ 100 圓宛受取ル定期年金ノ現價ヲ求ム。 年利 5 分トス。

設問 4. 本年度ヨリ毎年末ニ 100 圓宛受取ル永續年金ノ現價ヲ求ム。 年利 5 分トス。

例 3. 今ヨリ m 年間据置キ、第 $m+1$ 年目ヨリ n 年間、毎年末ニ a 圓ヲ受取り得ル様ニセンニハ今幾何ノ元金ヲ預入ルベキカ。 年利率 r 、1 年毎ノ複利トス。

解. 第 m 年末ニ於ケル現價ハ $\frac{a\{(1+r)^n-1\}}{r(1+r)^m}$ ニシ

テ、之ガ今預ケタル P 圓 m 年間ノ元利合計ニ等シキヲ要スル故ニ

$$P(1+r)^m = \frac{a\{(1+r)^n-1\}}{r(1+r)^m}$$

$$\therefore P = \frac{a\{(1+r)^n-1\}}{r(1+r)^{m+n}}$$

是即、据置年金ノ公式ナリ。

設問 1. 今ヨリ 5ケ年間据置キ、第 6 年目ヨリ 10ケ年間毎年末ニ 100 圓ヲ受取り得ル様ニセンニハ今幾何ノ元金ヲ預入ルベキカ。 (年利 5 分)

設問 2. 今ヨリ 5ケ年間据置キ、第 6 年目ヨリ毎年末ニ 100 圓宛ノ永續年金ヲ得ンニハ今幾何ノ元金ヲ預入ルベキカ。 (年利 5 分)

275. 年賦償還

例. 金 P 圓ヲ年利率 r 、1 年毎ノ複利ニテ借入レ、其年ヨリ毎年末ニ等額ノ金ヲ償還シ、 n 年間ニ全部ヲ償還セントス。 毎年末ノ償還金額即、年賦償還金額ヲ求ム。

解. 年賦償還金額ヲ a 圓トスレバ

第 1 年末償還金、第 n 年末元利合計ハ $a(1+r)^{n-1}$

第 2 年末償還金、第 n 年末元利合計ハ $a(1+r)^{n-2}$

.....

第 n 年末ノ償還金、第 n 年末元利合計ハ a

是等ノ和 $a+a(1+r)+a(1+r)^2+\dots+a(1+r)^{n-1}$

$$= \frac{a\{(1+r)^n-1\}}{r}$$

ガ $P(1+r)^n$ ニ等シキヲ要スル故ニ

$$P(1+r)^n = \frac{a\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

$$\therefore a = \frac{P(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1}$$

是年賦償還金ノ公式ナリ。

設問. 金1,000圓ヲ年利5分,1年毎ノ複利ニテ借入レ,其年ヨリ毎年末ニ等額ノ金ヲ償還シ,10ケ年間ニ全部ヲ償還セントス. 毎年末ノ償還金額ヲ求ム.

第三十二問題

(成ルベク對數ヲ利用スベシ)

1. 元金80圓,年利6分,半年毎ノ複利ニテ3年半ノ元利合計及利子何程ナルカ.
2. 年利6分,1年毎ノ複利ニテ10ケ年間ニ元利合計358.17圓トナレリ. 元金ヲ求ム.
3. 半年毎ノ複利ニテ元金3,000圓,4ケ年間ノ元利合計4,266.303圓トナレリ. 年利率幾何ニ當ルカ.
4. 或人子供ノ教育資金トシテ,長男出生ノ年末ニ金250圓ヲ年利6分,1年毎ノ複利ニテ某銀行ニ預入レタリ. 其長男ガ中學校ヲ卒業セル年末ニ之ヲ引キ出シタルニ元利合計756.4圓トナレリ. 長男ノ中學校卒業ノ年齢ヲ問フ.

5. 子供ガ生ル、年ノ始ヨリ毎年始ニ金30圓宛貯金シ,年5分,1年毎ノ複利ニテ利殖スルモノトセバ,其子ガ20歳ニナル年末ニ於ケル貯金總額何程トナルカ.
6. 前題ニ於テ毎年始ノ代リニ毎年末トセバ如何.
7. 長子出生ノ年ヨリ毎年始ニ等額ノ金ヲ積立テ長子20歳ノ年末ニ積立總額約1,200圓ヲ得ントス. 毎年ノ積立金ヲ求ム. 年利5分トス.
8. 公債26億5千萬圓ヲ毎年元利共2億圓宛消却セバ,全部消却スルニ幾年ヲ要スカ. 但,年利4分.
9. 10年間繼續スベキ賞賜年金300圓ノ現價ヲ求ム. 但,年利ヲ5分トス.
10. 毎年末ニ100圓宛20ケ年間受取ル可キ年金ノ第八回分ヲ受取ル時,残り12年分ヲモ同時ニ受取ラントス, 總額幾何ナルカ. 但,年利4分トス.
11. 毎年60圓ヲ受取ルベキ永續年金ノ現價ヲ求ム. 年利ヲ5分トス.
12. 今ヨリ7ケ年間据置キ第八年目ヨリ20ケ年間毎年末ニ50圓宛受取リ得ル様ニセンニハ,今幾何ノ元金ヲ預ケ入ルベキカ. 年利4分トス.
13. 縣債20萬圓ヲ年利4分,1年毎ノ複利ニテ借入

レ、其年ヨリ毎年末ニ等額ノ金ヲ償還シ10ケ年賦ニ悉皆ヲ償還セントス。年賦金額ヲ求ム。

14. 市債二萬圓ヲ年利5分1年毎ノ複利ニテ借入レ、10ケ年間据置キ第11年目ヨリ毎年末ニ等額ノ金ヲ償還シ、5ケ年賦ニ全部ヲ消却セントス。年賦金額ヲ求ム。

第十六篇

總括、不等式、極大極小

第一章

既習教材ノ總括

276. 量ト數

太古矇昧ノ世、人類生存上何等ノ競争モナク隨所ニ其生活資料ヲ得ラレシ時代ニ於テハ特ニ量又ハ數ナルモノヲ考フル必要モナク、從テ數量ノ概念モナカリシナラン。サレド人口次第ニ増シ、相互生存上多少ノ競争ガ行ハル、ニ至レバ、其生活資料ノ收穫貯藏等ノ必要上、分量ナルモノヲ考フルニ至リ、爰ニ始メテ量ノ觀念ガ起リ、次イデ數概念ノ發達ヲ見ルニ至リシモノナルベシ。

數學上ノ量トハ其大小ヲ比較計量シ得ベキモノナルコトハ既ニ第一篇第六節ニオイテ述ベタリ。量ヲ計ルトハ二量ノ比ヲ求ムルコトニシテ、今二量A, Bノ比ヲ求ムルトキニBヲ單位量トスレバA:B

ノ値ハ即、 A ノ數値ナリ

而シテ A ガ B ノ整數倍ナルトキハ A ノ數値ハ整數ナリ。

A ガ B ヲ丁度整數度含マズ、 B ノ若干分ノ一ノ整數倍ナルトキハ A ノ數値ハ分數ナリ。

尙又 B ヲ幾等分カシタルモノヲ單位トシテ計ルモ、 A ガ丁度計リ切レヌトキハ A ノ數値ハ無理數ナリ。而シテ此最後ノ場合ハ二量 A, B ガ公約量ヲ有セザル場合ナルコトハ幾何學ニ於テ既ニ學ビタル所ナリ。

277. 數ノ系統

計量セラルベキ量ト單位量トノ間ニ公約量ガ存在スルカ否カニヨリ、其計ラレタル量ノ數値トシテ整數、分數又ハ無理數ヲ得ルコトハ前節ニ述ベタリ。本節ニ於テハ更ニ他ノ方面ヨリ整數、分數、無理數及他ノ數ノ設ケラレタル所以ヲ述べ、以テ數ノ系統ヲ明ニセントス。

I. 整數 (自然數)

箱ノ中ニアル林檎ノ數ヲ計ル場合ノ如ク物ノ個數ヲ數フルトキニハ $1, 2, 3, 4, \dots$ 等ノ整數ヲ得。整數ハ人智ノ發達ノ幼稚ナル時代ニ於テ自然ニ考へ

出サレタルモノナリトノ意味ニ於テ之ヲ自然數トモ云フ。

整數ニ加法及乘法ヲ施シタル結果ハ矢張り整數ナリ。

II. 分數

乘法ノ逆運算ナル除法ヲ行フニ當リ、被除數ガ除數ノ丁度整數倍ナラザルトキハ其商ハ整數ナラズ。數ノ範圍ガ整數ニ限ラル、ナラバ此場合ニ於テハ除法不可能ナリ。此不便ヲ除キ除法ヲシテ常ニ可能ナラシムルタメニ新ニ分數ガ設ケラル。小數ハ分母ガ 10 ノ冪數ナル分數ナリ。

III. 負數

加法ノ逆運算ナル減法ヲ行フニ當リ、被減數ガ減數ヨリ小ナル場合ニハ減法ハ不可能トナル。此不備ヲ補ヒ、減法ヲ常ニ可能ナラシムルタメニ設ケラレタルモノハ負數ナリ。

IV. 無理數

整數及分數ニ加、減、乘、除ノ四法及冪法ヲ施スモ其結果ハ矢張り整數、分數ナリ。サレド冪法ノ逆運算ナル開法ヲ行フニ當リテハ丁度開キ切レル場合ノ

外ハ其結果ヲ整數又ハ分數ニテ表ハシ得ズ。此不備ヲ補ヒ開法ヲシテ常ニ可能ナラシムルタメニ設ケラレタルモノハ即、不盡根數ナリ。即、 a ガ正數ヲ表ハストキニ $\sqrt[n]{a}$ ガ開キ切レストキハ之ヲ不盡根數ト云ヒ、 n 乗スレバ a トナル數ナリト定ム。不盡根數ハ圓周率及殆ンド總テノ三角函數、對數等ト共ニ無理數ト稱セラル。

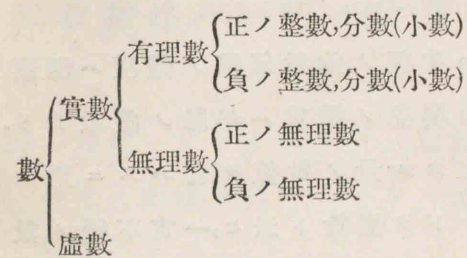
無理數ニ對シテ從來ノ整數、分數ヲ有理數ト云フ。無理數ハ之ニ如何程ニテモ近キ有理數即、近似値ヲ求メ得ルコトハ既ニ學ビタル所ナリ。

V. 虛數

a ガ正數ヲ表ハストキニ $\sqrt{-a}$ ハ之ヲ如何ニ考フベキカ。不盡根數ノ定義ニ從ヘバ2乗スレバ $-a$ トナル數ナラザルベカラズ。然ルニ從來ノ數ノ範圍ニ於テハ斯ノ如キ數ナシ。此不備ヲ補ヒ、開法ヲシテ一般ニ可能ナラシムルタメニ $\sqrt{-a}$ ハ之ヲ2乗スレバ $-a$ トナル數ナリト定メ、之ヲ虛數ト名ヅク。虛數ハ其大小等ヲ考フルヲ得ズ。虛數ニ對シテ是迄取扱ヘル數ヲ實數ト云フ。

上述ノ如クニシテ數ノ範圍ハ次第ニ擴張セラレ、從來ノ數ニ關スル諸法則ガ擴張セラレタル數ニモ

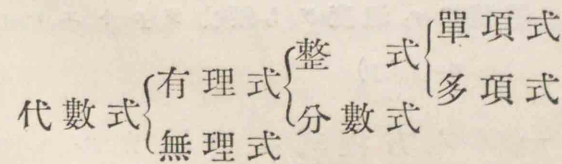
適用セラレ、加、減、乘、除及冪法、開法、對數法ノ七種ノ算法ヲ一般ニ行ヒ得ルニ至レリ。(七種ノ算法中未ダ講ゼザル開立ハ第308節ニ述ブ)上述ノ數ノ系統ヲ表示スレバ次ノ如シ。



計算單位
形式一般 } 計算式

278. 代數式

數字及文字ヲ演算ノ記號ニテ結合セルモノヲ代數式ト稱ス(第79節)ト云フ定義ニ出發シテ、是迄ニ學ビタル種々ノ代數式ヲ概括スレバ次ノ如クニナル。



279. 函數

一つノ量ガ他ノ量ノ變化ニ伴ヒテ變ズルトキハ, 此一つノ量ハ他ノ量ノ函數ナリト云フ。

例. 球ノ體積ハ半徑ノ函數, 氣體ノ體積ハ溫度ト壓力トノ函數, 嬰兒ノ體重ハ年齡ノ函數ナリ。斯ノ如ク變化スル量ノ數値ヲ表ハスニ用ヒラル、 x, y, z ナドヲ變數ト云ヒ, 一定不變ノ數ヲ表ハスニ用ヒラル、 c, k, r ナドヲ常數ト云フ。

一つノ量ガ他ノ量ノ函數ナルコトヲ示スタメニ即、一つノ變數ガ他ノ函數ナルコトヲ表ハスニ

$$y=f(x) \quad z=f(x, y)$$

ト記シ、 y ハ x ノ函數、 z ハ x ト y トノ函數ナルコトヲ示ス。

例. 氣體ノ體積ヲ v , 溫度ヲ t , 壓力ヲ p トスレバ、

$$v=f(t, p)$$

函數ハ一つノ方程式ニテ示サル、コ

トアリ。

例. $y=1.8x+32$ (攝氏溫度ヲ華氏ニ換算)

$$y=2\pi x \quad (\text{圓ノ周ヲ半徑ニテ表ハス})$$

$$y=\pi x^2 \quad (\text{圓ノ面積ヲ半徑ニテ表ハス})$$

ノ如キハ y ガ x ノ函數ナルコトヲ示ス。

函數關係ハ一定ノ言葉ニテ表ハスコトアリ。

例. 單價一定ナル物ノ價ハ其數量ニ正比例ス。

一定ノ距離ヲ行クニ要スル時間ハ其速サニ反比例ス。

圓ノ面積ハ半徑ノ二乗ニ比例ス。

ノ如キハ二量ノ函數關係ヲ言ヒ表ハスモノナリ。

是等ノ言葉ヲ次ノ記號ニテ示ス。

$$y \propto x, \quad y \propto \frac{1}{x}, \quad y \propto x^2$$

是等ヲ變數式ト云フ。變數式ノ讀ミ方ハ $z \propto \frac{x^2}{y}$ ヲ

$z \propto x^2$ ニ比例シ y ニ反比例ス、又ハ $z \propto x^2$ ト $\frac{1}{y}$ トノ如ク

變ズト讀ム。是等ノ關係ハ常數 c ヲ用フレバ

$$y=cx, \quad y=\frac{c}{x}, \quad y=cx^2, \quad z=c\frac{x^2}{y}$$

ル方程式ニテ表ハサル.

函数ハ之ヲぐらふニ表スコトニヨリ其變化ノ狀況ヲ直觀スルヲ得.

函数ハ變數ノ數ニヨリ一元函数, 二元函数及多元函数ト云ヒ, 又其式ノ次數(變數ニ關シテノ次數)ニヨリ一次函数, 二次函数, 三次函数等ト云フ.

280. 一元一次函数 $ax+b$ ノぐらふ

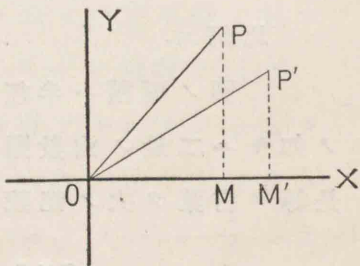
之ヲ論ズル前ニ $y=ax$ ノぐらふヲ考ヘン. $y=ax$

ニ於テ $x=0$ ナルトキ $y=0$

故ニ此ぐらふハ原點 O ヲ過ル.

今ぐらふ上ノ任意ノ二點 P, P' ヨリ x 軸ニ垂線

$PM, P'M'$ ヲ下セバ



$PM = a \cdot OM, P'M' = a \cdot OM'$

$\therefore \frac{PM}{OM} = \frac{P'M'}{OM'}$

$\angle PMO = \angle P'M'O$ (共ニ直角)

$\therefore \triangle POM \sim \triangle P'OM'$

$\therefore \angle POM = \angle P'OM'$

故ニ直線 OP ト OP' ハ重ナル. 故ニぐらふ上ノ點

ハ皆原點ヲ過ル同一ノ直線上ニアリ. 故ニ $y=ax$ ノぐらふハ原點ヲ過ル直線ナルヲ知ル. 次ニ $y=ax$ ト $y=ax+b$ トヲ比較スルニ下ノ表ノ如ク x ノ値ニ

拘ラズ縦線 y ノ差ハ常ニ b ナリ.

x	0, 1, 2, m
ax	0, $a, 2a, ma$
$ax+b$	$b, a+b, 2+a, ma+b$

故ニ $y=ax+b$ ノ

ぐらふハ $y=ax$

ノぐらふヲ其傾

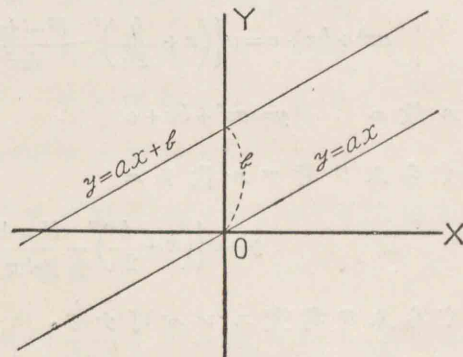
キ(ぐらふト x 軸

トノナス角)ヲ變

フルコトナク y

軸ニ沿ヒテ b ヲ

ケ移セバ得ラル.



故ニ $y=ax+b$ ノぐらふハ矢張り直線ナリ.

設問. 次ノ一次式ノぐらふヲ描キ x ノ係數ノ大小,

正負トぐらふノ傾斜ノ度及常數項ノ正負, 大小

トぐらふノ位置トノ關係ヲ究メヨ.

- 1. $3x$
- 2. $3x+2$
- 3. $3x-4$

- 4. $y = \frac{2}{3}x$
- 5. $y = \frac{2}{3}x+3$
- 6. $y = \frac{2}{3}x-4$

- 7. $y = -2x$
- 8. $y = -2x+5$
- 9. $y = -2x-3$

即, 上述ノ説明及練習ニヨリ次ノ結論ヲ得.

一元一次函數ノぐらふハ直線ニシテ, 變數 x ノ値ニヨリ如何程大ナル値ヲモ亦如何程小ナル値ヲモ取ルコトヲ得.

281. 一元二次函數 ax^2+bx+c ノぐらふ

因數分解を又時、常=曲線トナル

$$ax^2+bx+c = a \left\{ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2} \right\} \quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

ナル故 = $y = ax^2 + bx + c$ (1)

ノぐらふヲ考フル代リ =

$$y = a \left\{ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2} \right\} \quad (2)$$

ノぐらふヲ考究スレバ可ナリ.

(1) $a > 0$ ノ場合

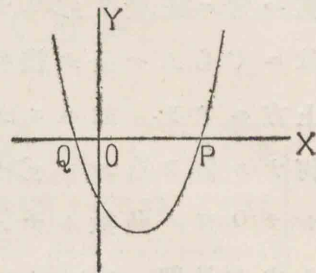
此場合 = x ノ絶對値ガ十分大ナル時ハ括弧 { } 内ノ式ノ値ガ正トナリ, 從テ $y > 0$ ナリ. 而シテ x ノ絶對値ガ増ス = 從ヒ y ノ値ハ如何程ニテモ大ニナリ得ル故ニ, ぐらふハ上方ニ開ク. 更ニ尙子細ニ考スレバ

1. $b^2-4ac > 0$ ノ場合

2) 常數項ノ置=ヨリ位置ヲ決定スル

此場合 $\frac{b^2-4ac}{4a^2} > 0$ ナル故 = 括弧 { } 内ノ値ハ

正負何レニモナリ, 從テ y ハ正負何レノ値ヲモ取リ得ル故ニ, ぐらふハ横軸ノ上下ニ跨ル. 今ぐらふト横軸トノ交リヲ P, Q トセバ



$x < OQ$ 及 $OP < x$ ナル場合 = $y > 0$

$OQ < x < OP$ ナル場合 = $y < 0$

$x = OQ$ 又 $x = OP$ ナル場合 = $y = 0$

此最後ノ場合ノ x ノ値ハ $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ナリ. *正場合ノ買場*

II. $b^2-4ac = 0$ ノ場合

此場合 = $y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ トナル故 = $x = -\frac{b}{2a}$ ナル場

合 = $y = 0$ トナリ, 其他ノ場

合ハ常ニ $y > 0$ 故ニ, ぐらふ

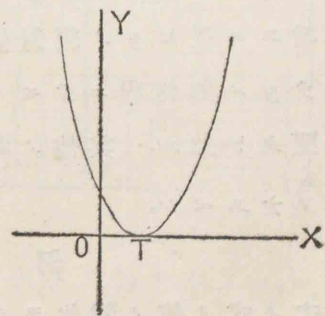
ハ横軸ノ上方ニアリテ唯

一度横軸ト出會フ. 即, 横

軸ニ切ス. 切點ヲ T トセ

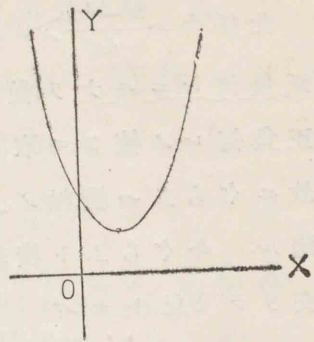
バ $x = OT$ ハ $ax^2+bx+c=0$ ガ

等根ヲ有スル場合ノ根ナリ.



III. $b^2-4ac < 0$ ノ場合

此場合ハ括弧{ }内ノ
 値ハ常ニ正, 從テ $y > 0$ ナル
 故ニぐらふハ全ク横軸ノ
 上方ニアリ. 故ニ x ガ如
 何ナル値ヲ取ルモ $y > 0$, 決
 シテ 0 又ハ負數トナルコ
 トナシ, 是即, $ax^2 + bx + c = 0$



ガ實根ヲ有セザル場合ナリ. (第十二篇第四章ぐら
 ふニヨル二次方程式解法參照)

(2) $a < 0$ ノ場合

$$y = a \left\{ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right\}$$

ニ於テ x ノ絶對値ガ十分大ナル時ハ括弧{ }内ノ
 値ガ正トナリ, 從テ $y < 0$ トナル. 而シテ x ノ絶對値
 ガ増スニ從ヒ y ノ絶對値ガ如何程ニテモ大ニナリ,
 從テ y ハ如何程ニテモ小ニナル故ニぐらふハ下方
 ニ開クヲ知ル. 其他ノ考究ハ(1)ノ場合ニ準ジ學者
 之ヲナスベシ.

例 題

次ノ式ノ値ノ變化ヲぐらふニヨリ吟味セヨ.

1. $x^2 + 2x - 4$

2. $-x^2 + 6x - 9$

3. $4x^2 - 8x - 5$

4. $3x^2 + 4x + 5$

282. 一元三次函数ノぐらふ 三実ヲ求ムル

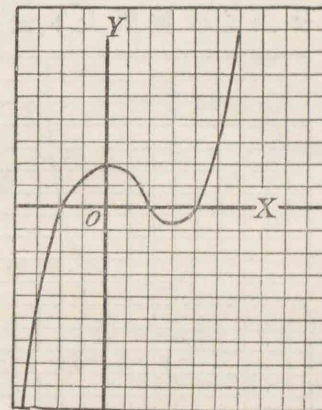
例. $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
x^3	-8	-3.37	-1	-0.13	0	0.13	1	3.37	8	27
$-2x^2$	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8	-18
$-x$	2	1.5	1	0.5	0	-0.5	-1	-1.5	-2	-3
y	-12	-4.37	0	1.87	2	1.13	0	-0.63	0	8

函数ノ値ノ變化ハ右ノ

圖ノ如シ. (横線ヲ2倍ニ
 廓大セリ)

注意. ぐらふガ x 軸ト交
 ル時ノ x ノ値ガ三次
 方程式 $x^3 - 2x^2 + 2 = 0$
 ノ根ナリ.



例 題

1. $x^3 - 3x^2 - x + 3$ ノぐらふ

ヲ描ケ.

2. ぐらふヲ描キ次ノ三次方程式ノ根ヲ求メヨ.

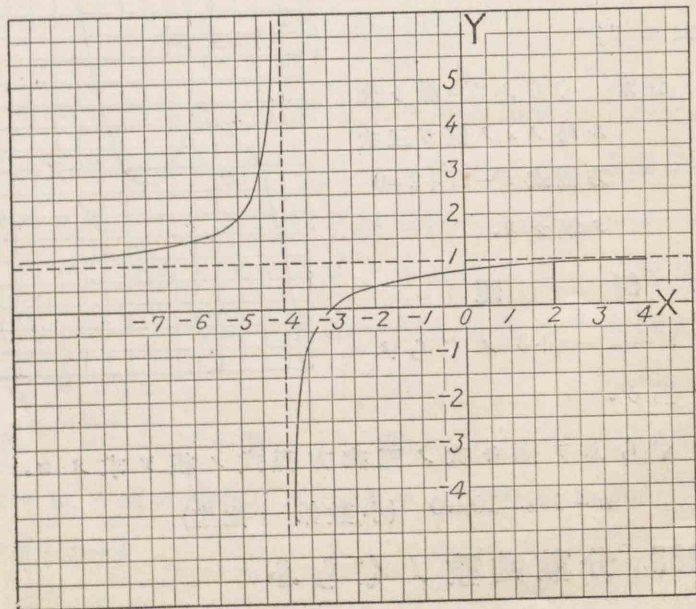
$x^3 - 10x - 10 = 0$ (小數第一位迄)

283. 分數函数ノぐらふ

例. $y = \frac{x^2+x-6}{x^2+2x-8} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+4)(x-2)} = \frac{x+3}{x+4}$

x	-6, -5, -4.5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...
x+3	-3, -2, -1.5, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...
x+4	-2, -1, -0.5, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...
y	$\frac{3}{2}, 2, 3, -\infty, 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \dots$

此表中ノ $-\infty$ ハ絶対値ガ限リナク大ナル負數ヲ表ハス記號ニシテ之ヲまいなす無限大ト云フ. 同様ニ絶対値ガ限リナク大ナル正數ハ $+\infty$ ニテ表ハシ之ヲぶらす無限大ト云フ.



變數 x ガ非常ニ小ナル値ヨリ次第ニ増シテ非常ニ大ナル値ヲ取ル時ニ分數函數 y ノ値ノ變化ノ狀況ハぐらふニヨリテ明ナリ. 今 $x=2$ ナル場合ヲ考フルニ, 此時ニハ $y = \frac{0}{0}$ ナル不定形トナル即, 分數式ガ定値ヲ有セザルコトニナル. 然ルニ

$y = \frac{x^2+x-6}{x^2+2x-8} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+4)(x-2)}$ ナル故ニ $x=2$ ナラザル時ハ y ノ値ハ既約分數 $\frac{x+3}{x+4}$ ノ値ニ等シ. 而シテ x ノ値ガ如何程 2 ニ近ヅクモ y ノ値ハ矢張り $\frac{x+3}{x+4}$ ノ値ニ等シク, 從テ y ノ値ハ $\frac{2+3}{2+4} = \frac{5}{6}$ ニ非常ニ近クナル. 即, x ノ値ガ限リナク 2 ニ近ヅクトキハ $\frac{x^2+x-6}{x^2+2x-8}$ ノ値ハ限リナク $\frac{5}{6}$ ニ近ヅク, 此事ヲ x ガ 2 ニ收斂スル時函數 $\frac{x^2+x-6}{x^2+2x-8}$ ノ極限值ハ $\frac{5}{6}$ ナリト云ヒ, 之ヲ記號ニテ次ノ如ク表ス.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2+2x-8} = \frac{5}{6}$

一般ニ變數 x ガ a ニ近ヅクニ從ヒ, 函數 $f(x)$ ト常數 b トノ差ガ如何程ニテモ小ニナリ得ル時ハ x ガ a ニ收斂スル時, 函數 $f(x)$ ノ極限值ハ b ナリト云ヒ, 之ヲ次ノ如キ記號ニテ表ス.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$

設問 1. x ガ 2 ニ收斂スルトキノ上ノ函數ノ極限

(2) (震動して收斂) (無限に大きくなる時発散) (或極限に近づく時收斂)

値ヲ78頁ノぐらふ上ニ於テ指示セヨ。
 設問2. x ガ1ニ收斂スルトキ, 次ノ二式ノ極限值ヲ求ム。

$$1. \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x^2 - 1} \quad 2. \quad 3 + \frac{1}{x-1} + \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 1}$$

284. 法則ノ發見及證明

算術代數ニ於テ加法, 減法, 乘法, 除法, 冪法, 開法, 對數法ナル七種ノ算法ヲ順次ニ學ビ, 數ノ範圍ヲ漸次ニ擴張シタリ。

而シテ比例, 歩合算, 利息算, 年金算, 因數分解, 方程式, 級數ナド種々ノ題目ノ下ニ數ノ間ニ存スル法則ヲ研究シタリ。

是等ノ法則ヲ證明スルニハ, 既ニ眞ナリト認メタル法則ニ基キテ演繹推理ヲ用ヒタリ。然レドモ數ノ間ニ存スル法則ヲ發見スルニハ, 一ツノ事實若シクハ二, 三ノ例ニ基キテ思ヒ着クガ如キ歸納法ニヨルコト多シ。

此思ヒ着キタル法則ガ眞理ナリト演繹法ニテ證明サレ, 又ハ次ニ述ブル數學的歸納法ニテ證明シ得レバ, 數學上ノ法則トナル。

285. 數學的歸納法

例1. $1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$ ヲ證明セヨ。

解. $n=k$ ナル時ニ此等式ガ成リ立テバ, $n=k+1$

ナル時ニモ成リ立ツコトヲ證明セン。

$$1+2+3+\dots+k = \frac{1}{2}k(k+1) \text{トセバ}$$

$$1+2+3+\dots+k+(k+1)$$

$$= \frac{1}{2}k(k+1) + (k+1)$$

$$= \frac{1}{2}k(k+1) + \frac{1}{2} \times 2(k+1)$$

$$= \frac{1}{2}(k+1)(k+2)$$

故ニ $n=k+1$ ナル時ニモ成リ立ツ。

$$\text{然ルニ } n=2 \text{ナル時} \quad 1+2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3$$

$$n=3 \quad " \quad 1+2+3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

ガ成リ立ツ故ニ $n=4, 5, \dots$ ナル時ニモ成リ

立チ一般ニ成リ立ツコトヲ知ル。

$n+1$ ノ場合ノ如ク或眞理ガ成リ立ツ特別ノ場合ヨリ推シテ, 一般ニ眞ナルコトヲ證明スルヲ數學的歸納法ト云フ。

例2. 1ヨリ起ル n 個ノ連續奇數ノ和ヲ求ム。

解. 先ヅ連續奇數 $1, 3, 5, 7, \dots$ ノ初メノ兩三個ノ和ヲ觀察スルニ

第一ハ

$$1 = 1^2$$

$$\text{初メノ二個ノ和ハ} \quad 1+3=4=2^2$$

$$\text{初メノ三個ノ和ハ} \quad 1+3+5=9=3^2$$

故 = n 個ノ和即, $1+3+5+7+\dots+(2n-1)=n^2$ ナリ
ト推定シ得.

然ル = $n=k$ ナル時 = 此等式ガ成リ立テバ, $n=k+1$
ナル時 = モ成リ立ツコトヲ證シ得.

$$1+3+5+7+\dots+(2k-1)=k^2 \quad \text{ニシテ 1 ヨリ}$$

$(k+1)$ 番目ノ奇數ハ $2k+1$ ナリ.

$$\begin{aligned} \text{故} = 1+3+5+7+\dots+(2k-1)+(2k+1) &= k^2+(2k+1) \\ &= (k+1)^2 \end{aligned}$$

然ル = 既 = 三個ノ和マデハ真ナルコトヲ知レリ.
故 = $3+1$ 即, 四個ノ和 = 於テモ亦真ナリ, 從テ五個, 六
個等一般 = 個數ノ如何ヲ問ハズ真ナリ.

例 題

數學的歸納法 = ヨリ次ノ等式ヲ證明セヨ. (1—5)

$$1. \quad 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$2. \quad 1\cdot 2+2\cdot 3+\dots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

$$3. \quad 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

$$\begin{aligned} 4. \quad 1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+\dots+n(n+1)(n+2) \\ =\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3) \end{aligned}$$

$$5. \quad (1+2+3+\dots+n)^2=1^3+3^3+\dots+n^3$$

6. n ガ任意ノ整數ナルトキハ, n^3+5n ガ 6 ニテ整
除セラル、コトヲ證明セヨ.

三学期

第二章 不等式

286. 不等式

實數ノ大小ハ既ニ第五篇第83節ニテ述ベタル數列

.....-3.....-2.....-1.....0.....1.....2.....3.....

ニ於テ何レヲ取ルモ、其數ハソレヨリ左ニアル數ノ何レヨリモ大ニシテ且、大ナル數ヨリ小ナル數ヲ引キタル結果ハ常ニ正數、小ナル數ヨリ大ナル數ヲ引キタル結果ハ常ニ負數ナルコト明ナリ。即、二數ノ大小ヲ判別スルニハ其差ノ正負ニヨル。是實ニ不等式ヲ論ズルニ當リ特ニ注意スベキ重要ナル事項ナリ。

例ヘバ $a-b > 0$ ナレバ $a > b$, 即、

$a-b > 0$ ト $a > b$ トハ同事實ヲ表ハス。

此理ハ $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ ノ證明等ニ於テ既ニ用ヒラレタリ。

リ。
$$a + b - 2\sqrt{ab}$$
$$(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab}$$
$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

$a > b, \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ ノ如ク不等號ヲ以テ表ハサレタル式ヲ不等式ト云フ。

注意. 不等式ヲ論ズル間ハ數ノ範圍ハ實數ニ限ル。

287. 不等式ニ關スル定理

I. 同數ヲ不等式ノ兩邊ニ加ヘ又ハ兩邊ヨリ減ズルモ、不等號ノ向キハ變ラズ。

例ヘバ $a > b$ ナレバ $a \pm c > b \pm c$

證明. $a+c-(b+c)=a-b > 0 \therefore a+c > b+c$
 $a-c-(b-c)=a-b > 0 \therefore a-c > b-c$

此定理ヲ應用シ、等式ノ場合ノ如ク

不等式ノ任意ノ項ハ其符號ヲ變ヘテ移項スルコトヲ得。

例. $5x-b > x+a$ ナルトキハ
 $5x-x > a+b$

II. 同數(m)ニテ不等式ノ兩邊ニ乗除ヲ行ヘバ

$m > 0$ ナレバ不等號ノ向キハ變ラズ。

$m < 0$ ナレバ不等號ノ向キヲ變ズ。

證明. $a > b$ トセヨ.

$ma - mb = m(a - b)$ = 於テ $a - b > 0$ ナル故ニ

$m > 0$ ナレバ $m(a - b) > 0$ $\therefore ma > mb$

$m < 0$ ナレバ $m(a - b) < 0$ $\therefore ma < mb$

設問. m ヲ以テ兩邊ヲ除スル場合ヲ證セヨ. 本定理ニ於テ $m = -1$ ナル特別ナル場合ヲ考フレバ次ノ結果ヲ得.

兩邊ノ符號ヲ變ズレバ不等式ハ其向キヲ變ズ.

注意. 符號ノ不明ナル式ニテ不等式ノ兩邊ヲ乘除スル場合ニハ其向キヲ決定スルコト能ハズ.

III. 同ジ向キノ不等式ヲ邊々相加フルトキハ不等式ノ向キハ變ラズ.

證明. $a > b$ 及 $a' > b'$ ナルトキハ

$$a - b > 0 \quad a' - b' > 0$$

$$\therefore (a - b) + (a' - b') > 0$$

$$\therefore a + a' - b - b' > 0$$

即, $a + a' > b + b'$

設問. 同ジ向キノ二ツノ不等式ヲ邊々相減ズル場合ハ其向キハ定マラザルコトヲ例示セヨ.

IV. 向キヲ異ニスル二ツノ不等式ヲ

邊々相減ズレバ被減式ト同ジ向キノ不等式ヲ得.

證明. $a > b, c < d$ トセヨ.

$$a - b > 0, \quad d - c > 0$$

$$\therefore (a - b) + (d - c) > 0$$

$$\therefore a - c - b + d > 0$$

$$\therefore a - c > b - d$$

設問. 向キヲ異ニスル不等式ヲ邊々相加フル場合ハ不等號ノ向キハ定マラザルコトヲ例示セヨ.

注意. 不等式ノ兩邊ヲ自乘スル場合, 二ツノ不等式ヲ邊々相除スル場合及數多ノ不等式ヲ邊々相乘ズル場合ニ於テハ兩邊ノ符號及絶對値ノ大小等ニ注意シ, 其場合ニ應ジテ不等號ノ向キヲ決定スベシ.

288. 不等式ノ證明

例 1. a, b, c ハ共ニ正ニシテ $a > b$ ナラバ

$$\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c} > 1 \text{ ナルコトヲ證明セヨ.}$$

證明. $a > b$ $\therefore ac > bc$ $\therefore ac + ab > bc + ab$

$$\therefore a(b+c) > b(a+c) \quad \therefore \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$$

又 $a + c > b + c$ $\therefore \frac{a+c}{b+c} > 1$

$$\therefore \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c} > 1$$

設問. a, b, c が正ニシテ

$$a < b \text{ ナラバ } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c} < 1 \text{ ヲ證セヨ.}$$

例 2. 二數ノ平方ノ和ハ其積ノ二倍ヨリ大ナルコトヲ示セ.

解. 二數ヲ a, b トセバ $a^2 + b^2 > 2ab$ ヲ證明セバ可ナリ.

$$(a^2 + b^2) - 2ab = (a - b)^2 > 0 \quad \therefore a^2 + b^2 > 2ab$$

設問 1. $a^2 + b^2 = 2ab$ ナルコトアリヤ.

設問 2. a, b が共ニ正ナル時ハ分數 $\frac{a}{b}$ ト其逆數トノ和ハ 2 ヨリ大ナルコトヲ證明セヨ.

例 3. 二ツノ正數ノ立方ノ和ハ其積ト和トノ乘積ヨリ大ナルコトヲ證明ヒヨ.

解. $a^3 + b^3 > ab(a+b)$ ヲ證明セバ可ナリ.

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 - ab(a+b) &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a+b) \\ &= (a+b)(a-b)^2 > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a^3 + b^3 > ab(a+b)$$

上ノ諸例及次ノ例題ノ如キ式中ニアル文字ノ値ニ拘ラズ恒ニ成リ立ツ不等式ヲ絕對的不等式ト云

フ.

第三十三問題

(文字ハ總テ正數ヲ表ハスモノトス)

1. $a > b$ ナル時ニ下ノ不等式ヲ證明セヨ.

$$c < d \text{ ナラバ } \frac{a+c}{b+c} > \frac{a+d}{b+d}$$

$$\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1} > \frac{a+2}{b+2} > \dots > 1$$

次ノ各式ヲ證明セヨ. (2-7)

2. $a^2 + 3b^2 > 2(a+b)b$

3. $\frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2}$

4. $a^2 + b^2 + c^2 > bc + ca + ab$

5. $(a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$

6. $ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) > 6abc$

7. $a^3 + b^3 : a^2 + b^2 > a^2 + b^2 : a + b$

8. $\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} > \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}, \dots$ ノ中ノ最大ナルモ

ノヨリ小ニシテ, 最小ナルモノヨリ大ナルコトヲ示セ.

註. 最大ナルモノヲ $\frac{a}{b} = G$ トセバ $a = bG, c < dG, e < fG, \dots$

9. $x^2 - 6x + 23$ ハ x ノ値ニ係ラズ常ニ 14 ヨリ大ナルコトヲ示セ.

10. $n^3 + 1$ ト $n^2 + n$ トハ何レが大ナルカ.

又, 兩式ノ値ガ相等シキ場合ノ n ノ値ハ如何.

289. 不等式ノ解法

例 1. $5x - 12 < 3x + 7$ ヲ解ケ.

解. $2x < 19 \quad \therefore x < \frac{19}{2}$

即, x ガ $\frac{19}{2}$ ヨリ小ナル範圍ニ於テ如何ナル
値ヲ取ルモ所題ノ不等式ハ成立ツ.

注意. $x = \frac{19}{2}$ ナラバ $5x - 12 = 3x + 7$ トナル. 故ニ方程式
ハ不等式ノ特別ナル場合ナリト考ヘラル.

例 2. $x^2 + 2x > 3$ ヲ解ケ.

解. 兩邊ニ 1 ヲ加ヘ平方ニ括レバ

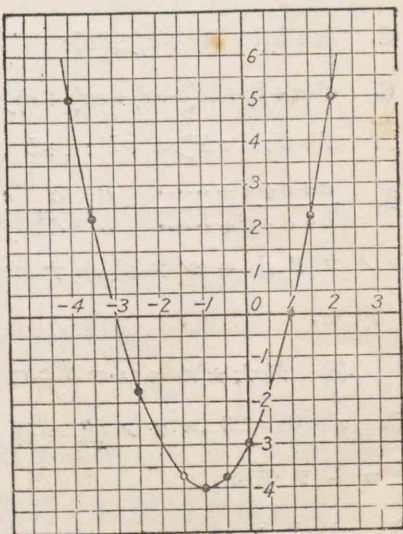
$$\begin{aligned} (x+1)^2 &> 4 \\ \therefore (x+1)^2 - 4 &> 0 \\ (x+3)(x-1) &> 0 \end{aligned}$$

此二因數ノ積ハ正數
ナルヲ以テ因數ノ各ハ
俱ニ正ナルカ或ハ俱ニ
負ナルヲ要ス.

$$\therefore \begin{cases} x+3 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \text{ 或ハ } \begin{cases} x+3 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$$

$$\text{即, } \begin{cases} x > -3 \\ x > +1 \end{cases} \text{ 或ハ } \begin{cases} x < -3 \\ x < +1 \end{cases}$$

故ニ x ハ 1 ヨリ大ナ



ルカ或ハ -3 ヨリ小ナルヲ要ス. 換言スレバ x ハ
 $+1$ ト -3 トノ間ニアラザル數ナルヲ要ス.

以上二例ニ示シタル如ク式中ノ未知數ノ値ガ或
限界内ニアル場合ニ限リ成立ツ不等式ヲ條件附不
等式ト云フ.

條件附不等式ヲ解クトハ其不等式ヲ
満足スル未知數ノ値ノ限界ヲ求ムルコ
トナリ.

設問. $x^2 + 2x > 3$, $x^2 + 2x = 3$ 及 $x^2 + 2x < 3$ ヲ解キ圖表ニ
ヨリ未知數ノ取り得ル値ヲ比較セヨ.

例 3. $\frac{x-1}{x^2-5x+6} > 0$ ヲ解ケ.

解. $\frac{x-1}{(x-2)(x-3)} > 0$ 兩邊ニ $\{(x-2)(x-3)\}^2$ ヲカケ
 $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$

左邊ノ値ガ正ナルタメニハ次ノ二ツノ場合アリ.

(a) 三因數俱ニ正ナル場合.

(a) $x-1 > 0 \quad x-2 > 0 \quad x-3 > 0$

$x > 3$ ナルヲ要ス.

(b) (一) $x-1 > 0, \quad x-2 < 0 \quad x-3 < 0$

(二) $x-2 > 0, \quad x-1 < 0 \quad x-3 < 0$

$$(三) x-3 > 0, x-2 < 0, x-1 < 0$$

(b)ノ三ツノ場合ヲ精査スルニ(二),(三)ハ成立タズ
シテ(一)ヨリ $2 > x > 1$ ナル條件ヲ得.

$$\text{答 } x > 3 \text{ 又ハ } 2 > x > 1$$

例 4. $4x+3y=10$ (1)

$$2y-3x > 1$$
 (2) ヲ解ケ.

解. (2)×3-(1)×2

$$-17x > -17 \quad \therefore x < 1$$

$$(2) \times 4 + (1) \times 3$$

$$17y > 34 \quad \therefore y > 2$$

$$\text{答 } x < 1, y > 2$$

第三十四問題

次ノ不等式ヲ解ケ. (1-14)

1. $2x+15 > 13x-18$

2. $12x-6+7x > 5x-36$

3. $\frac{x}{6}-2x < -\frac{3}{2}x-3$

4. $(x-3)(x-5) < 0$

5. $x^2-5x+6 > 0$

6. $x^2-3x+2 < 0$

7. $x^2+7x-18 < 0$

8. $2x-x^2+35 < 0$

9.
$$\left. \begin{aligned} 3x+5 &< 1-x \\ x+1 &< \frac{7-3x}{2} \end{aligned} \right\} \text{(兩式ヲ同時ニ満足スル } x \text{ ノ値ヲ求ム)}$$

10.
$$\left. \begin{aligned} 3x &> -x-4 \\ 2(x+1) &> 7-3x \end{aligned} \right\} \text{(同上)}$$

11.
$$\frac{1}{x^2-8x+13} < 0$$

12.
$$\frac{x}{x-1} > \frac{x-2}{x+1}$$

13.
$$\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x-4} > 0$$

14. $7x-2y=8, 3y+x > 5$

15. 某寄宿舎ニ於テ缺員ヲ生ジ從來ノ通り各室10人宛トスレバ最後ノ一室ガ10人未滿トナリ各室8人宛トセバ39人餘ルト云フ. 總人員及室數ヲ求メヨ.

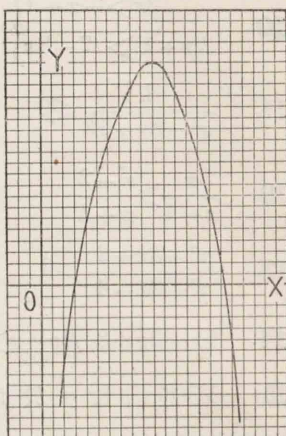
第三章

極大, 極小

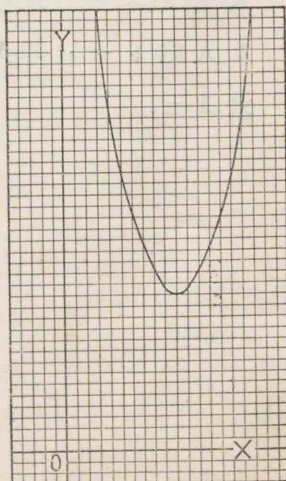
290. 極大, 極小

(數ノ範圍ハ實數ニ限ル)

今 $y=10-(x-5)^2$ ニ於テ變數 x ガ 5 ヨリ小ナル値ヨリ次第ニ其値ヲ増セバ函數 y ノ値ハ次第ニ増シ, $x=5$ ナル時 $y=10$ トナリ, 夫ヨリ x ガ増スニ從テ y ノ値ハ次第ニ減ズ. 此場合ニ y ノ極大値ハ 10 ナリト云ヒ, x ガ 5 ナル時ニ y ハ極大値ヲ取ルト云フ.



又 $y=(x-5)^2+7$ ニ於テ x ガ 5 ヨリ小ナル値ヨリ次第ニ其値ヲ増ス時ハ y ノ値ハ次第ニ減ジ, $x=5$ ニ至リテ $y=7$ トナリ, x ガ 5 ヲ越エテ次第ニ其ノ値ヲ増スニ從ヒ, y ハ次第ニ其値ヲ増スニ至ル. 此場合ニ y ノ極



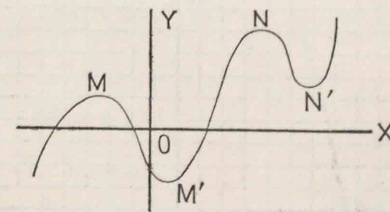
小値ハ 7 ナリト云ヒ, x ガ 5 ナル時ニ y ハ極小値ヲ取ルト云フ. 一般ニ

變數 X ノ値ガ連續シテ次第ニ増シ, 或ハ減ズル時ニ函數 y ノ値ガ連續的ニ増シ行キ, 後減ズルニ至ラバ此増ヨリ減ニ移ル瞬間即, 増シツメタル時ノ値ヲ y ノ極大値ト云フ.

又 y ノ値ガ連續的ニ減ジ行キ後増スコトアラバ, 其減ジツメタル時ノ値ヲ y ノ極小値ト云フ.

注意. 本書ニ於テ述ブル如キ簡單ナル函數ニ於テハ通例極大値ハ即, 最大値ニ, 極小値ハ即, 最小値ニ一致スト雖, 極大値ト最大値, 及極小値ト最小値トハ相異ナルモノ

ナリ. 又一ツノ函數ニシテ數多ノ極大, 極小ヲ有スルコトアリ.

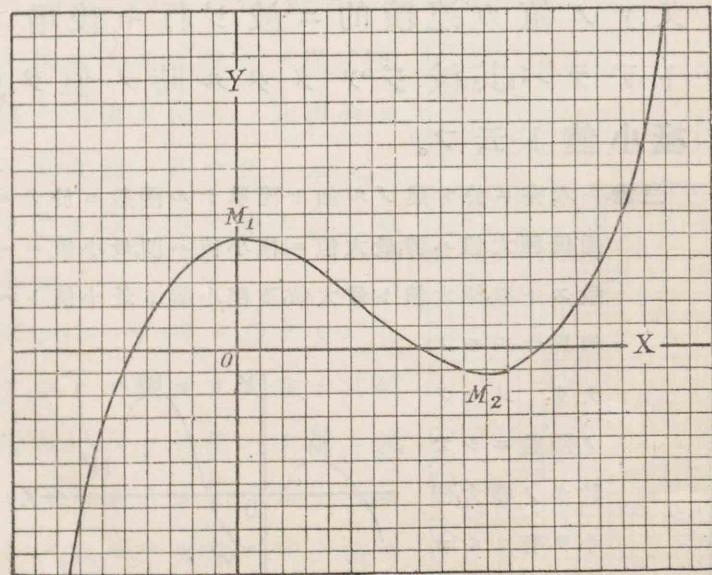


又極大値ガ極小値ヨリ小ナルコトアリ. 又極大, 極小ヲ有セザル函數モアリ.

例. 前頁ノぐらふニ於テ M, N ハ極大値, M', N' ハ極小値ナリ.

設問 1. $y=10x^3-17x^2+x+5$ ヲ横線ヲ 10 倍ニ廓大シテ共ぐらふヲ描ケバ次ノ如シ. 幾ツノ極大, 極小アルカ.

x	-0.7	-0.5	-0.3	0	0.3	0.5	0.7	1	1.1	1.2	1.5	1.8
y	-7.46	-1	2.9	5	4.04	2.5	0.8	-1	-1.16	-1	2	10.04



設問 2. $y=5x+8$ ナル函數ハ極大又ハ極小ヲ有スルカ.

設問 3. $y=x^3+1$ ハ極大, 極小ノ何レヲ有スルカ.

設問 4. 本章ニ於テ是迄示シタル各ぐらふニツキ極大又ハ極小ヲ指示セヨ.

例 1. $x^2-6x+11$ ノ極大又ハ極小ヲ求ム.

解. $x^2-6x+9+2=(x-3)^2+2$

x ノ値ヲ 3 ヨリ小ナル數ヨリ次第ニ増セバ此式ノ値ハ次第ニ減ジ, $x=3$ ノ時ニ式ノ値ハ 2 トナリ, 後 x ガ増スニ從ヒ, 次第ニ其値ヲ増ス. 故ニ $x=3$ ナル時ニ此式ハ極小値ヲ取り, 其値ハ 2 ナリ.

設問 1. $x^2+6x+11$ ガ極大値ヲ有セザルコトヲ式ニツキテ考ヘ, 又圖表ニヨリ之ヲ示セ.

設問 2. $(x-4)^2+1$ ノ極大又ハ極小ヲ求ム.

設問 3. $10-(2x-3)^2$ ノ極大値ヲ求ム.

設問 4. 設問 2 及 3 ヲ圖表示セヨ.

例 2. $23+12x-4x^2$ ノ極大値ヲ求ム.

解. $23+12x-4x^2=y$ トオケバ

$$4x^2-12x+y-23=0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-4(y-23)}}{4}$$

x ガ實數ナルタメニハ

$$36-4(y-23) \geq 0 \text{ ナルヲ要ス.}$$

即, $y \leq 32$ ナルヲ要ス.

\therefore 所題ノ式ノ極大値ハ 32, 此時ノ x ノ値ハ $\frac{3}{2}$ ナリ.

設問. $9x^2 - 6x + 2$ ノ極小値ヲ求メ且圖ニテ示セ

例 3. $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ ノ極大, 極小ヲ求ム.

解. $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = m$ トオケバ
 $(m-1)x^2 + (m+1)x + m-1 = 0$

x ガ實數ナルタメニハ

$$(m+1)^2 - 4(m-1)^2 \geq 0$$

即, $3m^2 - 10m + 3 \leq 0$ ナルヲ要ス

$$\therefore (m-3)\left(m - \frac{1}{3}\right) \leq 0$$

此不等式ガ成立ツタメニハ

$$3 \geq m \geq \frac{1}{3} \text{ ナルヲ要ス.}$$

$\therefore m$ ノ極大値ハ 3, 極小値ハ $\frac{1}{3}$ ナリ.

設問 1. 所題ノ式ガ極大及極小値ヲ取ル場合ノ x ノ値ハ夫々幾何ナルカ.

設問 2. $\frac{3x}{x^2 + x + 1}$ ノ値ハ常ニ 1 ヨリ小, -3 ヨリ大ナルコトヲ證明セヨ.

ルコトヲ證明セヨ.

291. 極大, 極小ノ重要定理

I. ニツノ正數ノ和ガ一定ナレバ其積ノ極大ハ二數相等シキ時ナリ.

證明. 和ヲ c トセバ二數ハ x 及 $c-x$ ニシテ其積ハ $x(c-x)$ ナリ.

$$x(c-x) = m \text{ トセバ}$$

$$x^2 - cx + m = 0$$

x ガ實數ナルタメニハ $c^2 - 4m \geq 0$

$\therefore m$ ノ極大ハ $\frac{c^2}{4}$ ニシテ此時ノ x ノ値ハ $\frac{c}{2}$, 從

テ他ノ一數モ $\frac{c}{2}$, 即, 二數相等シ.

設問. 次ノ不等式ノ左邊ノ因數ノ和ハ右邊ノ因數ノ和ニ等シキコトニ注意シ, 不等式ノ成立ツコトヲ證明セヨ. 但, 文字ハ總テ正數ヲ表ハス.

$$abc \dots < \frac{a+b}{2} \cdot \frac{a+b}{2} \cdot c \dots$$

斯ノ如ク數多ノ數ノ中ノ或二數ノ相加平均ヲ以テ其二數ニ置キ換フレバ其和ハ不變ニシテ其積ハ大ニナル. 此方法ヲ續ケ行ヘバ諸數ノ和ハ不變ニシテ其積ハ次第ニ大ニナリ, 遂ニ總テノ數ガ相等シクナリタル時ニ其積ハ極大トナル. 依テ次ノ定理ヲ得.

II. 數多ノ正數ノ和ガ一定ナレバ其積ノ極大ハ諸數ガ相等シキ時ナリ。

III. 二ツノ正數ノ積ガ一定ナレバ其和ノ極小ハ二數ガ相等シキ時ナリ。

證明. 積ヲ c^2 トセバ, 二數ハ x 及 $\frac{c^2}{x}$ ニシテ其和ハ

$$x + \frac{c^2}{x} \quad \text{ナリ.}$$

$$x + \frac{c^2}{x} = m \quad \text{トセバ}$$

$$x^2 - mx + c^2 = 0$$

x ガ實數ナルタメニハ $m \geq 2c$ $\therefore m$ ノ極小値ハ $2c$ ニシテ, 此時ノ x ノ値ハ c , 從テ他ノ一數モ c ナリ 即, 二數相等シキ時ニ其和ハ極小ナリ。

設問. $a+b+c+\dots > \sqrt{ab} + \sqrt{ab} + c + \dots$ ヲ證明セヨ。

斯ノ如ク數多ノ數ノ中ノ二數ヲ其相乘平均ヲ以テ置き換フレバ, 其積ハ不變ニシテ其和ハ小ニナル。次第ニ此方法ヲ續ケ行ヘバ, 其積ハ常ニ不變ニシテ其和ハ次第ニ小ニナリ, 遂ニ諸數悉ク相等シクナル時ニ其和ハ極小トナル。依テ次ノ定理ヲ得。

IV. 數多ノ正數ノ積ガ一定ナレバ其

和ノ極小ハ諸數ガ相等シキ時ナリ。

定理ノ應用

例 1. 相等シキ周ヲ有スル矩形ノ中ニテ面積ノ最大ナルモノヲ求ム。

解. 矩形ノ二邊ヲ x, y トセバ其周ハ $2(x+y)$, 面積ハ xy ナリ。 $2(x+y)$ ガ一定即, $x+y$ ガ一定ナル故ニ xy ノ最大ナルハ $x=y$ ナル時即, 矩形ガ正方形トナレル場合ナリ。

例 2. 相等シキ體積ヲ有スル直六面體ノ中, 表面積ノ最小ナルモノヲ求ム。

解. 三稜ヲ x, y, z トスレバ

表面積 $2(xy+yz+zx)$ ノ極小ナルハ

$xy+yz+zx$ ノ極小ナル時ナリ。

又體積 xyz ガ一定ナレバ

$x^2y^2z^2 = xyz \cdot xyz$ ガ一定ナリ。

故ニ表面積ノ極小ナルハ

$$xy = yz = zx$$

從テ $x=y=z$ ナル時ナリ。

即, 表面積ノ最小ナルハ立方體ナリ。

例 3. 相等シキ周ヲ有スル三角形中, 面積ノ最大ナルハ等邊三角形ナルコトヲ示セ。

解. 三邊ヲ a, b, c トシ, 周ノ半分ヲ s トセバ, 面積

ハ

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{ニシテ其極大ハ}$$

$$(s-a)(s-b)(s-c) \quad \text{ガ極大ナル時ナリ.}$$

$$\text{然ルニ} \quad (s-a) + (s-b) + (s-c) = 3s - (a+b+c)$$

$$= 3s - 2s = s \quad \text{一定}$$

即, 和ガ一定ナル故ニ積ノ極大ハ

$$s-a = s-b = s-c$$

從テ, $a=b=c$ ナル時即, 等邊三角形ナル場合ナリ.

第三十五問題

次ノ諸式ノ極大又ハ極小ヲ求ム. (1-4)

1. $x^2 + 1$ 2. $(2x-9)^2 - (3x-1)^2$

3. $x^2 - 8x + 12$ 4. $\frac{1-2x^2}{x^2+4x+4}$

5. $ax^2 + bx + c$ ノ極大又ハ極小値ヲ求ム.

(a ノ正負ニ注意スベシ)

6. $\frac{x^2+14x+9}{x^2+2x+3}$ ノ極大極小ヲ求ム.

7. $\frac{x^2+x-1}{x^2-x-1}$ ハ極大又ハ極小ヲ有スルカ.

8. 相等シキ面積ヲ有スル矩形ノ中, 周圍ノ長サノ

最小ナルモノヲ求ム.

9. 表面積ガ一定ナル直六面體ノ中, 體積ノ最大ナルモノヲ求ム.

10. 周圍ノ一定セル矩形ノ對角線ノ極小ナルモノヲ求ム.

11. 圓ニ内接スル矩形ノ中, 面積ノ最大ナルモノ如何.

12. 定圓ニ内接スル二等邊三角形ノ中, 面積ノ極大ナルハ正三角形ナルコトヲ證明セヨ.

13. 定圓ニ外切スル二等邊三角形ノ中, 面積ノ極小ナルモノヲ求ム.

14. 與ヘラレタル三角形ニ内接スル矩形ノ中, 極大ノ面積ヲ有スルモノヲ求ム.

15. 或輕鐵會社ニ於テ乗車賃ヲ値上ゲシタルニ, 乗客ハ其値上ゲノ歩合ノ $\frac{2}{3}$ ダケ減ジタリ. 今乗客ノ減少ガ恒ニ乗車賃値上ゲノ歩合ノ $\frac{2}{3}$ ダケ減ズルモノト假定セバ, 會社ノ收入ヲ最大ナラシメンニハ幾割ノ値上ゲヲナスベキカ.

第四章

算術問題ト方程式

292. 綜合法及解析法

算術問題ノ解法ハ既知ノ數量及事實ヲ出發點トシ、之ニヨリ當然存在スベキ新シキ事實ヲ推定スル綜合法ニヨル場合多シト雖、場合ニヨリテハ未知ノ數量ヲ出發點トシ、未知ノ數量ト既知ノ數量トノ間ニ存在スベキ事實關係ヲ明ニシタル後、既知數ヨリ逆ニ未知數ヲ求ムル解析法ニヨルコトアリ。而モ工夫考慮ヲ要スル問題ハ綜合法ヨリモ寧、解析法ニヨル場合多シ。而シテ解析法ニヨルベキ問題ハ文字ヲ用ヒ代數的解法ヲ加味スレバ一層容易ニ解キ得ル場合多シ。

例 1. 年利 6 分ニテ金 500 圓ヲ 2 年 8 ケ月間貸ストキハ利子何程ヲ得ベキカ。

解. $500 \text{ 圓} \times 0.06 \times 2\frac{2}{3} = 80 \text{ 圓}$ 答 80 圓

例 2. 年利 6 分ニテ 2 年 8 ケ月間ニ利子 32 圓ヲ得

タリ、元金ヲ求ム。

解. 元金ヲ x 圓トスレバ

$$x \times 0.06 \times 2\frac{2}{3} = 32$$

$$x \times 0.06 \times \frac{8}{3} = 32$$

$$\therefore x = 32 \times \frac{3}{8} \times \frac{100}{6} = 200 \quad \text{答 200 圓}$$

例 3. 三角形アリ、其底邊 32 糎、高サ 24 糎ナリ、面積ヲ求ム。

解. $\frac{32 \times 24}{2} = 384$ 答 384 平方糎

例 4. 三角形ノ地面アリ、其面積ハ 630 平方米ニシテ底邊ハ 35 米ナリ、高サハ幾米ナルカ。

解. 高サヲ x 米トスレバ

$$\frac{35 \times x}{2} = 630$$

$$\therefore x = \frac{630 \times 2}{35} = 36 \quad \text{答 36 米}$$

例 1 及例 3 ハ綜合法ニヨリ直ニ解キ得ル問題ニシテ、特ニ代數的解法ヲ施ス必要ナキコト明ナリ。

例 2 及例 4 ハ解析法ニヨリ稍考慮ヲ要スル問題ニシテ、代數的解法ヲ適用スレバ思考ヲ容易ナラシ

ム.

293. 代數的解法ト算術的解法

算術問題ニ方程式ヲ用ヒ其解法ヲ容易ナラシメ得ルコトハ前節ニ示シタルガ如シ. 一般ニ數量ニ關スル問題ハ單ニ算術的ノ方法ノミニヨリテハ解決スルコト能ハズ, 代數學ノ方法ニヨリ解決セラルルモノ多シ. 而シテ問題ヲ方程式ニ表ハシタルトキニ一元又ハ二元等ノ一次方程式トナル場合ハ算術的ニ解キ得ルモ, 一元二次方程式トナル場合ハ或特殊ノ場合ノ外ハ算術的ニハ解キ得ザルモノナリ. 而シテ一旦代數的ニ解キタル後其方程式ノ變化ヲ願ミ, 之ヲ算術的説明ニ轉換シ得ル場合ト然ラザル場合トアリ. 即算術ニハ算術特有ノ方法アルモノナリ. 讀者宜シク次ノ諸例ニヨリ上述ノ事項ヲ會得セラルベシ.

例 1. 或人商業ヲナシ其資本金ノ $\frac{1}{4}$ ヲ失ヒ, 次ニ 180 圓ノ利益ヲ得, 之ヲ資本金ニ組ミ入レ, 其總額ノ $\frac{1}{3}$ ト 100 圓トヲ以テ商品ヲ仕入レタルニ金 220 圓アリト. 最初ノ資本金ヲ求ム.

解. 最初ノ資本金ヲ x 圓トスレバ

$$\left(\frac{3}{4}x + 180\right) \times \frac{2}{3} = 100 + 220$$

$$\frac{1}{2}x + 120 = 320$$

$$\frac{1}{2}x = 200$$

$$x = 400 \quad \text{答 400 圓}$$

設問. 第十五篇第一章還元ノ問題ト比較シ, 方程式ノ變化ヲ見テ算術的説明ニ轉換セヨ.

例 2. 夫婦ノ農夫アリ, 2 人ニテ他家ニ雇ハレ 23 日ノ賃錢トシテ米 3 俵ト金 5.4 圓ヲ得, 28 日ノ賃錢トシテ米 4 俵ト金 2.4 圓ヲ得タリ. 此夫婦一日ノ賃錢及一俵ノ價ヲ問フ.

解. 一日ノ賃錢ヲ x 圓, 米一俵ノ價ヲ y 圓トスレバ,

$$23x = 3y + 5.4 \quad (1) \quad \left| \begin{array}{l} \times 4 \\ \times 3 \end{array} \right.$$

$$28x = 4y + 2.4 \quad (2) \quad \left| \begin{array}{l} \times 4 \\ \times 3 \end{array} \right.$$

$$92x - 12y = 21.6$$

$$84x - 12y = 7.2$$

$$8x = 14.4$$

$$\therefore x = \frac{14.4}{8} = 1.8$$

$$23 \times 1.8 = 3y + 5.4$$

$$41.4 - 5.4 = 3y$$

$$36=3y$$

$$\therefore y=12$$

答 夫婦一日ノ賃錢 1.8 圓

米一俵ノ價 12 圓

設問 第十五篇第一章消去ノ問題ト比較シ, 方程式ノ解法ヨリ算術的解法ヲ誘導セヨ.

例 3. 二數ノ和ハ 14, 積ハ 48 ナリ. 各數ヲ求ム.

解. 一數ヲ x トスレバ, 他ノ數ハ $14-x$ ナリ.

$$\therefore x(14-x)=48, \quad 14x-x^2=48$$

$$x^2-14x+48=0, \quad x=7 \pm \sqrt{49-48}=7 \pm 1$$

$$\therefore x=8 \text{ 又ハ } 6 \quad \text{答 } 8, 6$$

算術的解. 48ヲ二ツノ因數ニ分ケ其和ガ 14ニナル様ニスレバ可ナリ. サレド之ハ特殊ノ場合ナリ. 而シテ方程式ノ解法ヨリ算術的説明ヲ誘導スルコト能ハズ.

例 4. 二數ノ和ハ 13, 積ハ 35 ナリ. 各數ヲ求ム.

解. 一數ヲ x トスレバ他ハ $13-x$

$$\therefore x(13-x)=35 \quad x^2-13x+35=0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169-140}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{答 } \frac{13 + \sqrt{29}}{2}, \quad \frac{13 - \sqrt{29}}{2}$$

本題ノ如キハ純粹ナル算術的解法モナク, 代數的解法ヨリ算術的解法ニ轉換スルコトモ不可能ナリ.

注意. 純二次方程式 ($x^2=16$) 及純三次方程式 ($x^3=27$) トナル問題ハ開平又ハ開立ノ方法ニヨリ解キ得ルコト明ナリ.

例 5. 年利 6 分, 一年毎ノ複利ニテ元金 8,000 圓ガ 17,657 圓ノ利ヲ生ムベキ期間ヲ求ム.

解. 元利合計ハ 25657 圓ナリ, 今期間ヲ x トスレ

$$8000 \times 1.06^x = 25657$$

$$\therefore \log 8000 + x \log 1.06 = \log 25657$$

$$x = \frac{\log 25657 - \log 8000}{\log 1.06} = 20 \quad \text{答 } 20 \text{ 年}$$

本題ノ如ク複利法ニ於ケル期間ヲ求ムル問題ハ算術的ニハ解クコト能ハズ.

例題

次ノ問題ヲ代數的ニ解キ, 算術的説明ニ轉換シ得ルカラ試ミヨ.

1. 或數ヨリ 5 ヲ引キ, 其殘ノ $\frac{1}{4} = 10$ ヲ加ヘ, 其和ヲ $\frac{3}{5}$ ニテ割レバ 20 トナル. 初ノ數ヲ求ム.
2. 或會社員 1 ケ年ノ給料トシテ金 720 圓ト洋服

一着ヲ給與セララル、約束ニテ雇ハレタルニ、7ヶ月ニシテ解雇セラレタルタメ既ニ給與セラレタル洋服ノ外ニ金 395 圓ヲ與ヘラル。此洋服代ヲ求ム。

3. 甲倉ニハ 459 俵、乙倉ニハ 237 俵ノ米アリ、今毎日甲倉ヨリ 9 俵、乙倉ヨリ 15 俵ヅツ取り出ストキハ幾日ノ後甲倉内ノ俵數ガ乙倉内ノ俵數ノ 3 倍トナルカ。

4. 一隊ノ兵士アリ、之ヲ横縦同人數ノ方陣ニ列ブレバ 50 人餘リ、横縦各 1 人ヲ増セバ 17 人不足ス。兵士ノ數ヲ求ム。

5. 甲ノ所持金ノ $\frac{1}{2}$ ト乙ノ所持金ノ $\frac{1}{3}$ トノ和ハ 38 圓、甲ノ所持金ノ $\frac{1}{4}$ ト乙ノ所持金ノ $\frac{1}{5}$ トノ和ハ 21 圓ナリ。兩人ノ所持金各幾何ナルカ。

第五章

問題構成法

294. 算術教材選定ノ根本方針

普通教育ノ目的ハ人生ノ實際問題ノ解決ニアリ。一ツノ實際問題ノ中其數量ニ關スル部分ノ解決ガ算術教授ノ目的ナリ。

例ヘバー小學校ヲ建築スルニハ

- a. 敷地ノ選定, 廣サ, 買收費, 運動場, 植樹, 風致
- b. 校舎ノ位置, 方向, 教室ノ數, 採光, 換氣, 建築費
- c. 机, 戸棚等ノ備品ノ數, 構造設備費, 色彩等

其他種々ノ考慮ヲ要ス。是等ヲ綜合セルモノガ學校建築ト云フ一ツノ實際問題ナリ、此問題ヲ解決スルニハ普通教育ニテ學ビ得タル種々ノ智識及能力ガ必要ナリ。其中、敷地ノ廣サ, 買收費, 運動場ノ大サ, 校舎ノ大サ, 教室ノ數, 建築費, 備品ノ數及設備費等數量ニ關スル部分ノ解決ガ算術科ニ於テ學ビ得タル智識及能力ニヨリ解決スベキモノナリ。然ルニ今日ノ所謂算術問題ハ實際問題中ヨリ數量ニ關スル

部分ノミヲ引キ出シ之ヲ言語又ハ文章ニヨリ綴リタル假想的ノモノナリ。他日ノ實際問題ヲ解決セントタメニ今日其準備トシテ假想ノ問題ヲ授クルコトハ止ムヲ得ザルコトナルノミナラズ又必要ナルコトナリ。サレド教授者ハ常ニ上述ノ目的ヲ自覺シ問題構成ニ當リテハ實際問題解決ノ基礎タル内容及形式ヲ具備スル様留意スベシ。以上ノ根本方針ニ基ヅキ算術教材選定ノ標準ヲ要約スレバ次ノ如シ。

1. 兒童ノ現在ノ數量的生活ニ即シタルモノナルコト。
2. 將來ノ數量的生活ニ關スルモノヲ兒童ノ生活化シタルモノナルコト。
3. 將來ノ社會生活ニ於テ起リ得ベキモノナルコト

以上ノ標準ニ基ヅキ算術問題ガ具備スベキ條件ヲ列舉スレバ次ノ如シ。

295. 算術問題ガ具備スベキ條件

1. 必要上計算シタキ心ヲ起サシムルモノナルベシ。
- 之ガタメニハ兒童ノ生活ニ即シタルモノ, 兒童ノ

境遇ニ近キモノ, 兒童ノ理解シ能フモノナルヲ要ス。

2. 工夫創作力ヲ養フモノナルベシ。

實生活ニ表ハル、問題ハ單ナル模倣ニヨリ解決シ得ルモノニアラズ, 工夫獨創ノ力ニヨリ解決セラレ、モノ多シ, 故ニ常ニ創造力ノ養成ニカムベシ。之ガタメニハ解析法ニヨリテ解クベキ問題ヲ選ブヲ要ス。

即、或問題ノ結論 c ヲ得ルタメニハ b ナル前提アルヲ要シ, b ガ成立スルタメニハ a ナル條件ガ存在スベシト云フ如ク, 次第ニ溯リテ推究スルコトニヨリ獨創力ガ養ハル。

3. 思考力ヲ陶冶スルモノナルベシ。

思考力ノ陶冶ハ算術教授上ノ重要ナル事項ナリ。形式陶冶ノ價值ニツキ一時世論ヲ惹キ起シタルコトアリシト雖, 心理學上研究實驗ノ結果形式陶冶ノ價值ハ依然トシテ重要視セラレ、ニ至レリ。サレド小學校ノ算術教材トシテハ全ク非實際ノ問題ニシテ, 純粹ニ思考陶冶ノミヲ目的トスルモノハ避クルヲ要ス。兒童生活及社會生活ニ於テ顯ハレ得ベキ事實問題ニシテ而モ形式陶冶ニ効果アル教材ヲ選ブコトガ最妥當ナルコトヲ忘ルベカラズ。

4. 二量ノ相互關係ニヨリ函數思想ヲ養ヒ得ルモノナルベシ。

5. 幾何學的教材ヲ取扱ヒ空間概念ヲ養ヒ得ルモノナルベシ。

以上ノ條件ヲ具備スル問題ハ次ノ範圍ヨリ其資料ヲ得ベシ。

296. 算術問題構成資料

1. 學校及家庭ノ生活ニ關スルモノ。
學用品, 玩具, 教室, 運動場, 競技, 家族, 家具, 家畜等。
2. 郷土ニ關スルモノ。
市町村費, 戶數人口, 農工商業, 鑛業林業, 漁業及生産物等。
3. 度量衡, 貨幣, 地積, 時間, 角度, 物價, 貸銀, 租稅, 利子, 公債, 株式, 郵便, 電信, 交通(鐵道, 汽船), 天文, 氣象, 數量ニ關スル習慣(米一俵ノ榭目, 紙一帖ノ枚數等)。
4. 國家, 國際及國防ニ關スルモノ。
教育, 産業, 歳出, 歳入, 保險, 貯金, 輸出入, 陸海軍, 航空等。
5. 他教科(地理, 歴史, 理科, 裁縫等)ヨリ取レルモノ。
6. 社會ノ出來事, 新聞記事, 廣告等ヨリ取レルモノ。
7. 兒童ノ實驗, 實測ノ結果ヨリ得タルモノ。

297. 作題ノ範例

例 1. 昨日教室ヲ實測セル結果縱8.8米, 横7.6米, 高さ3.1米ナルヲ知レリ。之ニヨリ次ノ問ニ答ヘヨ。

- (1) 教室ノ縱ハ横ヨリ幾米長キカ。
- (2) 教室ノ周圍ハ幾米ナルカ。
- (3) 教室ノ面積ハ幾平方米アルカ。
- (4) 教室内ノ空氣ノ體積ハ幾立方米ナルカ。
- (5) 此學級ノ兒童數64人ガ全部出席シタル日ニハ一人平均幾平方米ノ床面ヲ占ムルコトニナルカ。
又一人ニツキ幾立方米ノ空間ヲ占ムル勘定トナルカ。

例 2. 學校ノ正門ヨリ玄関マデ12米アリ, 私(教師)ハ此間ヲ18歩ニテ通過ス。私ノ家ヨリ學校ノ玄関マデ978歩ニテ達スルヲ得。學校ノ玄関ヨリ私ノ家マデノ距離ヲ概算セヨ。

又各自ニ學校ノ正門ト玄関ノ間及各自ノ家ト學校トノ間ヲ步測シテ各自ノ家ヨリ學校マデ幾米アルカヲ概算セヨ。

例 3. 本日ノ新聞ニ次ノ記事アリ。

對外爲替

倫敦 一志六片八分三

巴里 七法五十參

紐育 二十五弗四分一

(1) 英貨 50 磅 = 當ル金額ヲ倫敦 = 送ラントスルニハ邦貨幾圓ヲ要スルカ。

(2) 佛國留學中ノ友人ニ依頼シ瑞西たばん會社製ノ懷中時計ヲ 800 法ニテ購入セリ,邦貨幾圓ヲ送ルベキカ。

(3) 邦貨 750 圓ハ紐育ニテ幾弗ニ換算セラレカ。

作題練習

1. 學校ノ敷地ヲ實測シタルニ敷地ハ矩形ニシテ間口 120 米,奥行 90 米アリ,其中校舍ニ使用セラレアル部分ハ間口 55 米,奥行 90 米,其他ハ運動場ナリ。而シテ學校ノ兒童數 15 學級 870 人ナリ。

以上ノ資料ニヨリ種々ノ問題ヲ構成セヨ。

2. 次ノ統計表ニヨリ數種ノ問題ヲ構成セヨ。

町村名	本籍人口	現住人口	戸數
大長村	4,037	3,870	629

3. 次ノ表ハ某縣下或一郡ノ生産物ノ總額ナリ,之ニヨリ加法,減法及歩合ノ問題ヲ構成セヨ。

農産物 9,671,599圓

水産物 5,985,660圓

林産物 820,035圓

工産物 5,188,290圓

注意. 學年相當ノ計算ヲナサシムルタメニハ統計表中ノ或桁以下ヲ切り捨テ概數ヲ取ル必要アルコトアリ。例ヘバ本題ニ於テ農産物ノ生産物總額ニ對スル歩合ヲ見ル如キ場合ニハ除數ガ桁數多キニ過グル故ニ千圓ヲ單位トシテ概算スルガ如シ。

4. 次ノ統計表ニヨリ問題ヲ作レ。

町村名	戸數	學齡兒數	町村費	小學校費
小川村	730	781	23,868圓	11,695圓

5. 或日ノ新聞ニ株式相場ガ次ノ如ク掲ゲラル。

	拂込	時價	配當率
日本郵船	50圓	63.0圓	0.13

東株	50圓	135.2圓	0.32
日糖	50圓	63.9圓	0.12
鐘紡	50圓	242.0圓	0.52

以上ヲ資料トシテ數種ノ問題ヲ構成セヨ。

6. 新聞ニ次ノ公債募集ガ掲ゲラレタリ。

公債募集

五分利國庫債券

募集總額 14,000 萬圓

發行價格額面 100 圓 = 付 93.5 圓

券面種類 50 圓, 100 圓, 500 圓, 1,000 圓, 5,000 圓,
10,000 圓, 100,000 圓,

利廻五分六厘三毛

利子支拂期, 年四回, 三月一日, 六月一日, 九月

一日, 十二月一日

償還期, 昭和二十八年九月一日マデ。

以上ヲ資料トシテ數種ノ問題ヲ構成セヨ。

7. 適宜ノ材料ニヨリ歸一問題, 還元ノ問題, 消去ノ
問題, 和ト差ノ問題, 和或ハ差ノ定マル問題, 部分差
ト全體差ノ問題, 比及比例ノ問題及歩合ノ問題ヲ
各二題ヅツ作レ。

第十七篇

基本教材ノ補充

第一章

代數式

298. 有理整式ニ關スル定理

1. n 次ノ有理整式 $ax^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ ガ
 x ノ値ニ係ラズ常ニ零ナルタメニ必要ニシテ且、十
分ナル條件ハ

$a, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ ガ皆零ナルコトナリ。

此定理ノ一般證明ヲ略シ, 一次及二次ノ場合ノ證
明ヲ示セバ次ノ如シ。

x = 關スル一次ノ有理整式 $ax + b$ ガ x ノ値ニ係ラ
ズ恒ニ 0 ナリトセバ,

$x=0$ ナル時ニモ此式ガ 0 ナリ。今 $x=0$ トオケバ
 $b=0$ トナリ, $b=0$ ナレバ $ax=0$, x ノ値ニ係ラズ $ax=0$

ナルタメニハ $a=0$ ナルヲ要ス。故ニ $ax+b=0$ ナル
 タメニハ $a=0, b=0$ ナルヲ要ス。又 $a=0, b=0$ ナル
 時ハ $ax+b=0$ ナリ。故ニ $a=0, b=0$ ハ $ax+b=0$ ナル
 タメニ必要ニシテ且、十分ナリ。

注意. \equiv ハ恒等ナルコトヲ示ス記號トス。

x ニ關スル二次ノ有理整式

$$ax^2+bx+c$$

ガ x ノ値ニ係ラズ恒ニ 0 ナリトセバ、 $x=0$ ナル時ニ
 モ此式ガ 0 トナル。今 $x=0$ トオケバ、

$a \times 0 + b \times 0 + c = 0$ 故ニ $c=0$ トナリ、 $c=0$ ナレバ ax^2+bx
 ガ 0 トナル。即、 $(ax+b)x=0$ 故ニ $ax+b=0$ ナラザルベ
 カラズ。即、 $a=0, b=0$ ナルヲ要ス。依テ $ax^2+bx+c=0$
 ナルタメニハ $a=0, b=0, c=0$ ナルヲ要ス。而シテ是
 ガ十分ナル條件ナルコトモ明ナリ。

此定理ノ結果トシテ次ノ定理ガ成立ツ。

2. x ニツキテノ二次ノ有理整式 A, B ガ x ノ値
 ニ係ラズ恒ニ相等シキタメニ必要ニシテ且、十分ナ
 ル條件ハ x ノ同冪ノ係數及常數項ガ相等シキコト
 ナリ。

證明. $ax^2+bx^2+cx+d \equiv px^2+qx^2+rx+s$ ナレバ

$$(a-p)x^2 + (b-q)x^2 + (c-r)x + (d-s) = 0$$

$$\therefore a-p=0, b-q=0, c-r=0, d-s=0$$

$$\text{從テ } a=p, b=q, c=r, d=s$$

例. x^5+2x^3+mx+n ガ x^2-2 ニテ整除セラレ、タメ
 ニ m, n ハ如何ナル値ヲ取ルベキカ。

解. 商ハ三次式ナルコト及商ノ初項ハ x^3 ナル
 コトニ注意シテ $x^5+2x^3+mx+n \equiv (x^2-2)(x^3+ax+b)$

$$\text{即、 } x^5+2x^3+mx+n \equiv x^5+(a-2)x^3+bx^2-2ax-2b$$

$$\therefore 2=a-2, 0=b, m=-2a, n=-2b$$

$$\text{是ヨリ } m=-8, n=0$$

$$\text{答 } m=-8, n=0$$

斯ノ如キ解法ヲ未定係數法ト云フ

$$\text{別解. } x^2-2 \overline{) \begin{array}{r} x^3+4x \\ x^5+2x^3+mx+n \\ x^5-2x^3 \\ \hline 4x^3+mx+n \\ 4x^3-8x \\ \hline (m+8)x+n \end{array}}$$

割切ル、タメニハ剩餘 $(m+8)x+n=0$ ヲ要ス。定
 理 1ニヨリ $m+8=0, n=0$

$$\text{答 } m=-8, n=0$$

例題

1. $a(x+2)^3+b(x+2)^2+c(x+2)+d$ ヲ $x+1$ ニテ割レバ商
 x^2-x+1 ヲ得テ割切ル、ト云フ。 a, b, c, d ノ値ヲ求

ム。

2. $4x^4 - Ax^3 + Bx^2 - 40x + 16$ が完全平方式ナルタメニ
ハ A, B ノ値ヲ如何ニ定ムベキカ。

3. $(x^2 + x + 2)(x^2 - 2x + 1) - (Ax^2 + Bx + C) = x^4 - x^3 + x + 1$ ナル
タメニハ A, B, C ノ數値ヲ如何ニ定ムベキカ。

4. $px^3 + qx^2 - 47x - 15$ が $3x + 1 = 0$ 及 $2x - 3 = 0$ 割
切ル、様ニ p, q ノ値ヲ定ムヨ。

299. 對稱式及交代式

對稱式. 式中ノ二ツノ文字ヲ交換スルモ値ノ變ラザル式ヲ夫等ノ文字ニ關スル對稱式ト云フ。

例 1. $a + b, ab, a^2 + 5ab + b^2$ ハ對稱式 (a, b)

例 2. $a + b + c, bc + ca + ab$ ハ對稱式 (a, b, c)

例 3. $bc + ca + 3ab$ ハ對稱式 (a, b)

注意. a, b ニ關スル對稱式ヲ對稱式 (a, b) ト記ス。

例 3 = 於テハ式中ノ a, b ヲ交換スルモ變ラザレド、 a ト c 又ハ b ト c ヲ交換スレバ其式ガ變ル故ニ a, b = 關スル對稱式ナレドモ a, c 又ハ b, c = 關シテハ對稱式ニアラズ。

同次對稱式ノ一般ノ形

(1) $L(a + b)$

(2) $L(a^2 + b^2 + c^2) + M(bc + ca + ab)$

(3) $L(a^3 + b^3 + c^3) + M(ab^2 + a^2b + bc^2 + b^2c + ca^2 + a^2c) + Nabc$

(1) ハ一次ノ同次對稱式 (a, b)

(2) ハ二次ノ同次對稱式 (a, b, c)

(3) ハ三次ノ同次對稱式 (a, b, c)

但、 L, M, N ハ a, b, c ヲ含マズ。

設問. a, b = 關スル二次ノ同次對稱式、 a, b, c = 關スル一次ノ同次對稱式及 a, b, c = 關スル四次ノ同次對稱式ヲ記セ。

例 1. $3(a + b + c)^2 - (a + b)^2 - (b + c)^2 - (a + c)^2$ ヲ簡單ニセヨ。

解. 所設ノ式ハ二次ノ同次對稱式 (a, b, c) ナルヲ以テ

$$\begin{aligned} & 3(a + b + c)^2 - (a + b)^2 - (b + c)^2 - (a + c)^2 \\ & \equiv M(a^2 + b^2 + c^2) + N(bc + ca + ab) \end{aligned}$$

兩邊ノ a^2 ノ項ヲ比較シテ

$$a^2 = Ma^2 \quad \therefore M = 1$$

bc ノ係數ヲ比較シテ

$$6bc - 2bc = Nbc \quad \therefore N = 4$$

故ニ所設ノ式ハ $a^2 + b^2 + c^2 + 4(bc + ca + ab)$

設問. $(a + b + c)^2 + (b + c - a)^2 + (c + a - b)^2 + (a + b - c)^2$ ヲ簡單

ニセヨ。

例 2. $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc$ ヲ因數ニ分解セヨ。

解. $b=-c$ トオケバ此式ハ 0 トナル故ニ $b+c$ ナル因數ヲ有ス、同様ニ $c+a$ 及 $a+b$ ナル因數ヲ有ス。而シテ此三式ハ公約數ヲ有セザル故ニ所設ノ式ハ其連乘積ニテ割切レル。

$$\text{故ニ } a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc = M(b+c)(c+a)(a+b)$$

所設ノ式ハ三次式ナル故ニ M ハ a, b, c ヲ含マズ。

今 a^2b ノ係數ヲ比較スレバ

$$a^2b = Ma^2b \quad \therefore M=1$$

$$\therefore a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc = (b+c)(c+a)(a+b)$$

交代式. 式中ノ二ツノ文字ヲ交換スレバ只其符號ノミガ變ル式ヲ夫等ノ文字ニ關スル交代式ト云フ。

例 1. $a-b, a^2-b^2$ 交代式 (a, b)

例 2. $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ 交代式 (a, b, c)

例 3. $(a-b)(a-c)(b-c)$ 交代式 (a, b, c)

設問. 次ノ二式ハ交代式ナリヤ。

$$(b-a)(b-c)(a-c)$$

$$a(b^3-c^3)+b(c^3-a^3)+c(a^3-b^3)$$

循環ノ順

代數式ヲ字母ノ順ニ記サズシテ、循環ノ順ニ記スヲ便トスル場合アリ。

例. $ab+ac+bc$ ハ字母ノ順

$ab+bc+ca$ ハ循環ノ順

設問. 次ノ式ヲ循環ノ順ニ記セ。

$$xy+xz+yz$$

$$a^2b-a^2c-ab^2+ac^2+b^2c-bc^2$$

300. 對稱式及交代式ニ關スル定理

1. ニツノ對稱式 P, Q ノ積ハ對稱式ナリ。

證明. P モ Q モ其中ノ二ツノ文字ヲ交換スルモ其値ハ變ラザル故ニ其積 $P \cdot Q$ モ變ラズ。

設問. 對稱式 \div 對稱式ハ如何。

2. ニツノ交代式 P, Q ノ積ハ對稱式ナリ。

證明. 式中ノ二ツノ文字ヲ交換スレバ夫々 $-P$ 及 $-Q$ トナル $(-P)(-Q)=P \cdot Q$ 故ニ積 $P \cdot Q$ ハ變ラズ。

設問. 交代式 \div 交代式ハ如何。

3. 對稱式 P ト交代式 Q トノ積ハ交代式ナリ。

證明. 式中ノ二ツノ文字ヲ交換スレバ夫々 P 及 $-Q$ トナル。故ニ $P \times (-Q) = -P \cdot Q$ 即、積 $P \cdot Q$ ハ符號ノミヲ變ズ。

設問. (對稱式 + 交代式) 及 (交代式 + 對稱式) ハ如何.

4. 交代式ガニツノ因數ニ分解セラル、時、其一ツガ交代式ナレバ他ノ一ツハ對稱式ナラサルベカラズ.

證明. P, Q ガ交代式ナル時, Q ガ交代式ナリトセヨ. P ハ (1) 對稱式ナルカ, (2) 交代式ナルカ, (3) 對稱式, 交代式以外ノ他ノ式ナルカノ三ツノ場合アリ. 而シテ (2), (3) ノ場合ニハ P, Q ガ交代式ナルコト能ハズ. 故ニ P ハ必ズ對稱式ナルヲ要ス.

例 3. $x(y-z)^3 + y(z-x)^3 + z(x-y)^3$ ヲ因數ニ分解セヨ.

解. $x=y, x=z, y=z$ トオケバ此式ハ其都度 0 トナル. 而シテ $x-y, x-z, y-z$ ハ公約數ヲ有セザル故ニ所設ノ式ハ $(x-y)(x-z)(y-z)$ ニテ割切レ、其商ハ一次ノ同次對稱式ナリ.

$$\therefore x(y-z)^3 + y(z-x)^3 + z(x-y)^3 = (x-y)(x-z)(y-z)M(x+y+z)$$

是ヨリ M ノ値ヲ定ムル方法ニツアリ.

(1) xy^3 ノ係數ヲ比較シテ

$$xy^3 = -Mxy^3 \quad \therefore M = -1$$

(2) 兩邊ニ於テ $x=0, y=1, z=2$ トオケバ

$$0 + 2^3 + 2 \times (-1)^3 = -1 \times (-2) \times (-1) \times M \times 3$$

$$6 = -6M \quad \therefore M = -1$$

故ニ何レノ方法ニヨルモ同一ナル次ノ結果ヲ得.

$$\begin{aligned} x(y-z)^3 + y(z-x)^3 + z(x-y)^3 &= -(x-y)(x-z)(y-z)(x+y+z) \\ &= (x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z) \end{aligned}$$

注意 1. $-(x-y)(x-z)(y-z)$ ハ字母ノ順

$(x-y)(y-z)(z-x)$ ハ循環ノ順ナリ.

一般ニハ循環ノ順ヲ便トスレド $(x-y)(x-z)(y-z)$

ハ x, y, z = 關スル最簡交代式ト名ヅクルモノニシ

テ、此式ハ字母ノ順ニ書クヲ例トス.

注意 2. 交代式 (x, y, z) ハ其最簡交代式ニテ割切ル、コト上ノ例ノ如シ. 其一般證明ハ略シテレド此後此定理ヲ用フルモ可ナリ.

例 4. $\frac{a^3(b^2-c^2) + b^3(c^2-a^2) + c^3(a^2-b^2)}{a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)}$ ヲ簡單ニセヨ.

解. 分母モ分子モ交代式 (a, b, c) ナル故ニ此分數式ハ對稱式 (a, b, c) ナリ. 而シテ分母ハ三次, 分子ハ五次ノ同次式ナル故ニ

$$\text{分子} = (a-b)(a-c)(b-c) \{M(a^2+b^2+c^2) + N(ab+bc+ca)\}$$

右邊ノ Ma^4b ハ左邊ニナキ故ニ $M=0$

$$c^3b^2 \text{ ノ係數ヲ比較シ } 1 = -M + N \quad \therefore N = 1$$

$$\therefore \text{分子} = (a-b)(a-c)(b-c)(ab+bc+ca)$$

$$\text{分母} = (a-b)(a-c)(b-c)L$$

a^2b ノ係數ヲ比較シ $L=1$

∴ 所設ノ式ハ

$$\frac{(a-b)(a-c)(b-c)(ab+bc+ca)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = ab+bc+ca$$

例題

次ノ諸式ヲ因數ニ分解セヨ。(1—5)

1. $x(y^2-z^2)+y(z^2-x^2)+z(x^2-y^2)$
2. $a(b^3-c^3)+b(c^3-a^3)+c(a^3-b^3)$
3. $b^2c(b-c)+c^2a(c-a)+a^2b(a-b)$
4. $x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)$
5. $p(x-p)(q-r)+q(x-q)(r-p)+r(x-r)(p-q)$

次ノ諸式ヲ簡單ニセヨ。(6—8)

6. $\frac{(a+b+c)(bc+ca+ab)-abc}{(a+b)(a+c)}$
7. $\frac{x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)}{x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)}$
8. $\frac{bc(x-a)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca(x-b)^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}$

例5. $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$ ヲ因數ニ分解セヨ。

解. $a=-b$ トオケバ此式ハ0トナル故ニ $a+b$ ナル因數ヲ有ス。同様ニ $b+c, c+a$ ナル因數ヲ有ス。故ニ次ノ恒等式ガ成立ツ。

$$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=m(a+b)(b+c)(c+a)$$

$a=0, b=1, c=2$ トオケバ $18=6m$ ∴ $m=3$

$$\therefore (a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=3(a+b)(b+c)(c+a)$$

例6. $a^3+b^3+c^3-3abc$ ヲ因數ニ分解セヨ。

解. $a=-(b+c)$ トオケバ此式ハ0トナル故ニ $a+b+c$ ナル因數ヲ有ス。且、此式ハ a, b, c ニ關スル三次ノ同次對稱式ナル故ニ次ノ恒等式ガ成立ツ。

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\{M(a^2+b^2+c^2)+N(ab+bc+ca)\}$$

兩邊ノ a^3 ノ係數ヲ比較シテ $M=1$

又 a^2b ノ係數ヲ比較シ $M+N=0$ ∴ $N=-1$

$$\therefore a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

設問. $a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

ヲ證明セヨ。

301. 平方ノ和, 連乘積

例1. a, b, c ガ實數ナル時ハ

$$(x+a)(x+b)+(x+b)(x+c)+(x+c)(x+a)$$

ガ x ニ關スル完全平方式ナルタメニハ

$a=b=c$ ナルコトヲ證セヨ。

解. 所題ノ式ヲ x ニツキ整頓スレバ

$$3x^2+2(a+b+c)x+(ab+bc+ca)$$

是ガ完全平方式ナルタメニハ

$(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = 0$ ナルヲ要ス.

$$(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0 \text{ ナルヲ要ス.}$$

即, $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$ ナルヲ要ス.

實數ノ平方ハ常ニ正數ナリ. 故ニ實數ノ平方ノ和ガ0トナルタメニハ其各方0ナルヲ要ス.

(虚數ヲ含ム式ノ平方ハ必ズシモ正ナラズ.)

$$\therefore (a-b)^2 = 0, (b-c)^2 = 0, (c-a)^2 = 0$$

$$\text{從テ } a=b, b=c, c=a \quad \therefore a=b=c$$

例2. 次ノ式ヲ $x = \text{ツキ}$ 完全平方式ナラシムベキ a ト b トノ比ヲ求ム.

$$(a-b)x^2 + (a+b)x + (a^2 - b^2)(a+b)$$

解. 所題ノ式ガ $x = \text{ツキ}$ 完全平方式ナルタメ

ニハ

$$(a+b)^4 - 4(a-b)(a^2 - b^2)(a+b) = 0 \text{ ナルヲ要ス.}$$

$$\text{即, } (a+b)^4 - 4(a-b)(a^2 - b^2)(a+b)$$

$$= (a+b)^2 \{ (a+b)^2 - 4(a-b)^2 \}$$

$$= (a+b)^2 \{ (a+b) + 2(a-b) \} \{ (a+b) - 2(a-b) \}$$

$$= (a+b)^2 (3a-b)(3b-a) = 0 \text{ ナルヲ要ス.}$$

連乘積ガ0トナルタメニハ少クトモ其因數ノ一ツガ0ナルヲ要ス. (因數ガ全部0ナルモ可ナリ, サレド必ズシモ全部0ナルヲ要セス)

$$\therefore a+b=0 \text{ 又ハ } 3a-b=0 \text{ 又ハ } 3b-a=0$$

$$\text{從テ } \frac{a}{b} = -1 \text{ 又ハ } \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \text{ 又ハ } \frac{a}{b} = 3$$

例題

1. $a^2 + d^2 = 2(ab + bc + cd - b^2 - c^2)$ ナラバ $a=b=c=d$ ナルコトヲ證セヨ. (a, b, c, d ハ實數)
2. a, b, c ハ實數ニシテ $(a+b+c)^2 = 3(bc+ca+ab)$ ナルトキハ $a=b=c$ 從テ $a^2 - bc = b^2 - ca = c^2 - ab$ ナルコトヲ證明セヨ.
3. $a^4 + b^4 - a^2b^2 - ab^3$ ヲ因數ニ分解シ, a, b ガ實數ナルトキハ此式ノ値ハ0又ハ正數トナリ, 決シテ負數ナラザルコトヲ證明セヨ.
4. $x+y+z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ ナルトキハ x, y, z ノ中少クトモ一ツハ1ニ等シキコトヲ證セヨ.

第二章 方程式

302. 方程式ノ同値

二ツ(又ハ二組)ノ方程式アリ,其第一(又ハ第一ノ組)ノ方程式ノ根ガ第二(又ハ第二ノ組)ノ方程式ヲ満足シ,逆ニ第二(又ハ第二ノ組)ノ方程式ノ根ガ第一(又ハ第一ノ組)ノ方程式ヲ満足セシムル時ハ二ツ(又ハ二組)ノ方程式ハ同値ナリト云フ。

方程式解法ノ要點ハ第七篇第 116 節ニ述ベタル等式ノ性質,

- (1) 兩邊ニ同數ヲ加フルモ
- (2) 兩邊ヨリ同數ヲ引クモ
- (3) 兩邊ニ同數ヲ掛クルモ
- (4) 兩邊ヲ零以外ノ同數ニテ割ルモ

等式ハ成立ツ,

ヲ適用シ原方程式ト同値ニシテ一層簡單ナル方程

式ヲ導キ出シ,最後ニ最簡單ナル方程式トナシ其根ヲ求ムルニアリ。

次ニ上ニ述ベタル等式ノ性質ニ基ヅキタル方程式ノ同値ニ關スル定理ヲ掲ゲ方程式解法上注意スベキ諸點ヲ示サントス。

定理 1. 方程式ノ兩邊ニ同數又ハ同式ヲ加フル時ハ原方程式ト同値ナル方程式ヲ得。

證. 原方程式ヲ

$$A=B \quad (1)$$

トシ兩邊ニ同數又ハ同式 m ヲ加フレバ

$$A+m=B+m \quad (2)$$

$$(1) \quad \text{ハ} \quad \text{即}, \quad A-B=0 \quad (3)$$

$$(2) \quad \text{ハ} \quad \text{即}, \quad A+m-(B+m)=0 \quad (4)$$

$$(4) \quad \text{ハ} \quad A-B=0$$

トナル故ニ(3)ノ根ハ(4)ヲ満足シ,逆ニ(4)ノ根ハ(3)ヲ満足スルコト明ナリ。故ニ(3),(4)ハ同値,從テ(1),(2)ハ同値ナリ。

方程式ノ兩邊ヨリ同數又ハ同式ヲ引ク場合ハ其符號ヲ更ヘタルモノヲ加フルニ同ジ,故ニ此場合ハ定理 1 ニ含マル、モノナリ。

定理 2. 方程式ノ兩邊ニ零ニ等シカラザル數又

ハ未知數ヲ含マズ且零ニ等シカラザル式ヲ乘ズレバ原方程式ト同値ナル方程式ヲ得.

證. 原方程式ヲ

$$A=B \quad (1)$$

トシ、兩邊ニ零ニ等シカラザル數又ハ式 m ヲ掛ケ

$$mA=mB \quad (2)$$

ヲ得タリトセヨ.

(1)ハ即、 $A-B=0$ (3), (2)ハ即、 $m(A-B)=0$ (4)ナル故ニ(3)ノ根ハ(4)ヲ満足スルコト明ナリ.

次ニ $m \neq 0$ ナル故ニ(4)ノ左邊ヲ0ナラシムル未知數ノ値ハ $A-B=0$ ナラシムルコト明ナリ. 故ニ(4)ノ根ハ(3)ヲ満足セシム. 故ニ(3),(4)ハ同値、從テ(1),(2)ハ同値ナリ.

方程式ノ兩邊ヲ零ニ等シカラザル數又ハ未知數ヲ含マズ且零ニ等シカラザル式ニテ除スル場合ハ其逆數ヲ乘ズルニ等シキ故ニ本定理ノ中ニ含マルルモノナリ.

注意1. 方程式解法ニ於ケル移項ハ定理1ニヨル

注意2. 恒等式ノ兩邊ニ同ジ數又ハ同ジ式ヲ乘ズル

モ等式ハ成立ツ. 而シテ乘ズル數又ハ式ガ零ニ

等シキモ可ナリ. サレド方程式ノ場合ニハ其乘

ズル數又ハ式ハ零ナルヲ許サズ.

例ヘバ方程式

$$3x-6=0 \quad (1)$$

$$(3x-6) \times 0=0 \quad (2)$$

ニ於テ(1)ノ根2ハ(2)ヲ満足スルコト明ナリ. サレド(2)ノ根ハ2,3,4等不定ナリ. 此中例ヘバ3ハ(1)ヲ満足セズ. 故ニ(1),(2)ハ同値ナラズ.

注意3. 方程式ノ兩邊ニ未知數ヲ含ム式ヲ乘ズレバ無緣根ガ入り來ル.

例ヘバ次ノ方程式(1)ノ兩邊ニ $x-3$ ヲカケ(2)ヲ得タリトセヨ.

$$x+2=0 \quad (1)$$

$$(x+2)(x-3)=0 \quad (2)$$

(1)ノ根ハ-2ノミナレド(2)ノ根ハ-2又ハ3ナリ. 3ハ即、無緣根ニシテ(1),(2)ハ同値ナラズ. 分數式方程式ノ解法ニ於テ無緣根ノ入り來ルコトアルハ之ガタメナリ.

注意4. 方程式ノ兩邊ヲ未知數ヲ含ム式ニテ割レバ根ガ減ズ.

例ヘバ次ノ方程式(1)ノ兩邊ヲ $x-3$ ニテ割リ(2)ヲ得タリトセヨ.

$$x^2-9=x-3 \quad (1)$$

$$x+3=1 \quad (2)$$

(1)ノ根ハ3又ハ-2ナルモ、(2)ノ根ハ-2ノミナリ。故ニ(1),(2)ハ同値ナラズ。

方程式ノ兩邊ヲ約ストキ根ノ消失スルコトアルハ之ガタメナリ。故ニ方程式ノ兩邊ヲ未知數ヲ含ム式ニテ約ストキニハ其式ヲ0ニ等シト置キタル方程式ノ根ガ原方程式ノ根ナルコトヲ忘ルベカラズ。

定理3. m, n ガ何レモ0ナラザレバ次ノ二組ノ方程式ハ同値ナリ。

$$\left. \begin{array}{l} A = B \\ C = D \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} A = B \\ mA + nC = mB + nD \end{array} \right\} \quad (2)$$

證. (1)ハ即、 $\left. \begin{array}{l} A - B = 0 \\ C - D = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$

(2)ハ即、 $\left. \begin{array}{l} A - B = 0 \\ m(A - B) + n(C - D) = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$

(3)ノ根ハ(4)ヲ満足スルコト明ナリ。次ニ(4)ノ根ハ先ヅ $A - B = 0$ ヲ満足スル故ニ $m(A - B) = 0$ ナリ。方程式 $m(A - B) + n(C - D) = 0$ ニ於テ $m(A - B) = 0$ ナル故ニ $n(C - D) = 0$ ナルヲ要ス。而シテ $n \neq 0$ 故ニ $C - D = 0$ 故ニ(4)ノ根ハ(3)ヲ満足ス。即、(3),(4)ハ同値、從テ(1),(2)ハ同値ナリ。

注意. 聯立二元一次方程式ヲ加減法ニヨリ解ク場合

ニハ此定理ヲ適用セリ。

定理4. 方程式ノ兩邊ヲ同ジ冪ニ高メテ得タル方程式ハ原方程式ト同値ナラズ。

證. $A = B \quad (1)$

ナル方程式ノ兩邊ヲ二乗スレバ

$$A^2 = B^2 \quad (2)$$

ヲ得ベシ、(2)ハ $A^2 - B^2 = 0$ 即、 $(A + B)(A - B) = 0$

即、 $(A + B)A = (A + B)B$ 、故ニ(1)ノ根ノ外ニ $A + B = 0$ ナル方程式ノ根ヲモ有スベキニヨリ(1),(2)ハ同値ナラズ。結局(1)ノ兩邊ヲ二乗スルハ其兩邊ニ $A + B$ ヲ乘ズルコトニ歸スルモノナリ。

同様ニ(1)ノ兩邊ヲ n 乗シテ得タル

$$A^n = B^n$$

ナル方程式ハ

$$(A - B)(A^{n-1} + BA^{n-2} + B^2A^{n-3} + \dots + B^{n-1}) = 0$$

ト書クヲ得ルヲ以テ原方程式ノ根ノ外ニ

$$A^{n-1} + BA^{n-2} + B^2A^{n-3} + \dots + B^{n-1} = 0$$

ナル方程式ノ根ヲ有ス。故ニ $A = B$ ト $A^n = B^n$ ハ同値ナラズ。

無理方程式ヲ解クニ當リ兩邊ヲ二乗シタルガタメニ無縁根ノ入り來ルハ之ガタメナリ。(第192節參照)

303. 聯立方程式ニ於ケル方程式ノ數ト未知數ノ數

- (1) 未知數ノ數ト方程式ノ數トガ等シキ場合ニ一定ノ根ヲ得.
- (2) 未知數ノ數ガ方程式ノ數ヨリ多キトキハ根ハ不定ナリ. (第166節)
- (3) 未知數ノ數ガ方程式ノ數ヨリ少キトキハ其聯立方程式ハ不能ナリ. (第167節)

例題

次ノ方程式ヲ解ケ.

- $x+2-\frac{3x+2}{4}=\frac{6x+3}{5}$
- $x^2-2ax-2a^2=(x+a)(x-a)$
- $(x-a)(x-b)=2(x-a)(a-c)+(x-b)(x-c)$
- $\frac{x-2}{x-3}=\frac{x-3}{x-2}-\frac{x^2-6x+8}{x-2}$
- $\frac{x-7}{x-8}-\frac{x-8}{x-9}=\frac{x-4}{x-5}-\frac{x-5}{x-6}$
- $\frac{1}{x+1}-2=\frac{x^2+3x}{x^2-1}$
- $\frac{2}{x-1}+1=\frac{4x}{x^2-1}$
- $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+3}-\sqrt{6x-11}=0$

$$9. \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}}+\frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}-4\sqrt{x^2-1}=0$$

10. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. 不定又ハ不能ノ場合アラバ其理由ヲモ説明セヨ.

- $(m+n)x+ny=m^3-n^3=mx+(m+n)y$
- $x+y+z=6, 2x+y-z=1$
- $6a+8b=26, 5a-3b=70, 1.5a+2b=6.5$
- $3x-2y=8, 4x+y=7, 5x+3y=5$
- $(x+y)(x+z)=m^2, (y+z)(y+x)=n^2, (z+x)(z+y)=r^2$

304. 消去法

- 例1. 次ノ一組ノ方程式ガ聯立スルタメニハ係數ノ間ニ如何ナル關係ヲ必要トスルカ.

$$ax+by=c \quad (1)$$

$$a'x+b'y=c' \quad (2)$$

$$a''x+b''y=c'' \quad (3)$$

方程式ノ數ガ未知數ノ數ヨリ多キ故ニ一般ニハ聯立スル能ハズ. サレド係數ノ間ニ特別ナル關係ガ存在スレバ聯立シ得ベシ.

解. (1),(2)ヲ一組ノ聯立方程式トシテ解ケバ

$$x=\frac{b'c-bc'}{ab'-a'b} \quad y=\frac{ac'-a'c}{ab'-a'b} \quad \text{ヲ得}$$

(1),(2),(3)ガ未知數 x, y ノ同ジ値ニ對シテ同時ニ成

立ツタメニハ此 x, y ノ値ヲ(3)ニ代入シテ(3)ガ成立
タザルベカラズ。

$$\therefore a'' \times \frac{b'c - bc'}{ab' - a'b} \times b'' + \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b} = c''$$

分母ヲ拂ヒ移項シテ

$$a''(b'c - bc') + b''(ac' - a'c) + c''(a'b - ab') = 0$$

是所要ノ關係ナリ。斯クスルコトヲ方程式(1),(2),
(3)ヨリ x, y ヲ消去スト云フ。即、方程式(1),(2),(3)ヨリ
 x, y ヲ消去セヨト云ハル、モ同様ノ解ニ歸ス。

上ニ示シタル如ク未知數ヲ求ムルニ必要ナルダ
ケノ方程式ヨリ未知數ノ値ヲ見出シ、之ヲ殘リノ方
程式ニ代入スレバ一般ニ消去ヲナスコトヲ得。サレ
ド必ズシモ一ツ一ツ未知數ノ値ヲ求ムルニ及バズ、
寧他ノ方法ニヨル場合多シ。

例 2. $x + \frac{1}{x} = b$ (1)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = b^2 \quad (2)$$

ヨリ x ヲ消去セヨ。

解. (1)ノ兩邊ヲ二乗シ既知數ヲ右邊ニ移セバ

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = b^2 - 2 \quad \text{之ヲ(2)ニ代入シ}$$

$$a^2 - 2 = b \quad \text{即、} \quad a^2 - b = 2$$

例 3. $ax^2 + bx + c = 0$ (1)

$$a'x^2 + b'x + c' = 0 \quad (2)$$

ガ一ノ根ヲ共有スルタメニ係數間ノ關係如何。

解. 共通根ヲ a トスレバ ($a \neq 0$)

$$aa^2 + ba + c = 0 \quad (1)$$

$$a'a^2 + b'a + c' = 0 \quad (2)$$

$$(1),(2) \text{ヨリ常數項ヲ消去シテ} \quad a = \frac{b'c - bc'}{ac' - a'c} \quad (3)$$

$$(1),(2) \text{ヨリ二乗ノ項ヲ消去シテ} \quad a = \frac{ac' - a'c}{a'b - ab'} \quad (4)$$

(3),(4)ヲ相等シトオキ分母ヲ拂ヘバ

$$(ac' - a'c)^2 = (a'b - ab')(b'c - bc')$$

例 題

1. $ax^2 + bx + c = 0$ ノ一ノ根ガ他ノ根ノ n 倍ナルトキハ
 $nb^2 = ac(n+1)^2$ ナルコトヲ證セヨ。

2. $ax^2 + bx + c = 0$ ノ根ヲ α, β トスレバ
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{b}{c} = 0$ ナルコトヲ證明セヨ。

3. $x + \frac{1}{y} = 1, y + \frac{1}{z} = 1$ ナルトキハ
 $z + \frac{1}{x} = 1$ ナルコトヲ證セヨ。

(上ノ二式ヨリ y ヲ消去スレバヨシ)

4. $x + \frac{1}{x} = l, y + \frac{1}{y} = m, z + \frac{1}{z} = n, xyz = 1$

ヨリ x, y, z ヲ消去セヨ。

305. 十字乘法

例 1. 次ノ二ツノ方程式ヨリ x, y, z ノ比ヲ求メ

ヨ.

$$a_1x + b_1y + c_1z = 0 \quad (1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = 0 \quad (2)$$

解. $a_1 \frac{x}{z} + b_1 \frac{y}{z} + c_1 = 0$

$$a_2 \frac{x}{z} + b_2 \frac{y}{z} + c_2 = 0$$

$\frac{x}{z}, \frac{y}{z}$ ヲ未知數ト見做シ之ヲ解キ

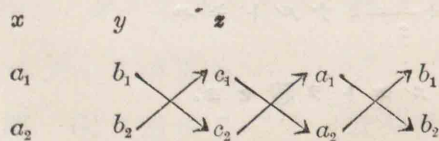
$$\frac{x}{z} = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad \frac{y}{z} = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\therefore \frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{z}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

是即、所要ノ x, y, z ノ比ナリ。

此 x, y, z ノ分母ヲ次ノ如クニ簡便ニ書クコトヲ

得. 此方法ヲ十字乘法ト云フ。



x, y, z 及係數ヲ上ノ如ク列ラベ置キ, x ノ分母ハ x ノ右下ノ二列即, y, z ノ係數ニツキ十字乘法ヲ施シ, y ノ分母ハ y ノ右下ノ二列即, z, x ノ係數ニツキ同

法ヲ施シ, z ノ分母ハ z ノ右下ノ二列即, x, y ノ係數ニツキ同法ヲ施ス. 但, \rightarrow ノ積ヲ正, \leftarrow ノ積ヲ負トス.

例 2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad (1)$$

$$a_2x + b_2y = c_2 \quad (2)$$

解. 十字乘法ニヨリ ($z=1$ ト考フ)

$$\frac{x}{-b_1c_2 + b_2c_1} = \frac{y}{-c_1a_2 + c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\therefore x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad y = \frac{c_2a_1 - c_1a_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

例題

1. $ax + by + c = 0, \quad lx + my + n = 0$ ヲ解ケ.

2. $\begin{cases} (b+c)x + (b-c)y = 2ab \\ (c+a)x + (c-a)y = 2ac \end{cases}$ ヲ解ケ.

3. $\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ bcx + cay + abz = 0 \\ xyz + abc(a^2x + b^2y + c^2z) = 0 \end{cases}$ ヲ解ケ.

4. $ax^2 + bx + c = 0$ ト $lx^2 + mx + n = 0$ トノ間ニ一ツノ共

通根アラバ $(am-bl)(bn-cm)=(cl-an)^2$ ナルコトヲ證セヨ.

$$5. \frac{l}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{m}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} + \frac{n}{\sqrt{c}-\sqrt{a}} = 0$$

$$\frac{l}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{m}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} + \frac{n}{\sqrt{c}+\sqrt{a}} = 0 \text{ ナラバ}$$

$$\frac{l}{(c-\sqrt{ab})} = \frac{m}{(a-\sqrt{bc})} = \frac{n}{(b-\sqrt{ca})}$$

ナルコトヲ證セヨ.

$$6. ax+cy+bz=0$$

$$cx+by+az=0$$

$$bx+ay+cz=0$$

ヨリ x, y, z ヲ消去スレバ

$$a^3+b^3+c^3-3abc=0 \text{ ナルコトヲ證明セヨ.}$$

306. 三次方程式ノ根ト係數トノ關係

一元三次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ノ三根ヲ α, β, γ トスレバ、左邊ハ $x-\alpha, x-\beta, x-\gamma =$ テ割切レ且、 $x-\alpha, x-\beta, x-\gamma$ ハ公約數ヲ有セザル故ニ次ノ恒等式ガ成立ツ。

$$ax^3+bx^2+cx+d \equiv M(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$$

x^3 ノ係數ヲ比較シ $M=a$ ナルヲ知ル。故ニ

$$ax^3+bx^2+cx+d \equiv a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$$

$$\equiv ax^3 - a(a+\beta+\gamma)x^2 + a(\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta)x - a\alpha\beta\gamma$$

恒等式ノ兩邊ノ同次ノ項ノ係數ハ相等シキ故ニ

$$\left. \begin{aligned} \alpha+\beta+\gamma &= -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha &= \frac{c}{a} \\ \alpha\beta\gamma &= -\frac{d}{a} \end{aligned} \right\}$$

是即、三次方程式ノ根ト係數トノ關係ニシテ方程式ノ解法等ニ適用セラヌ。

例 1. $x+y+z=6, yz+zx+xy=11, xyz=6$ ヲ解ケ。

解. 三次方程式ノ根ト係數トノ關係ニヨリ

$$x, y, z \text{ ノ値ハ } X^3-6X^2+11X-6=0 \text{ ノ根ナリ.}$$

此三方程式ノ根ハ 1, 2, 3 ナル故ニ $x=1, y=2, z=3$ ハ一組ノ根ナリ。而シテ所題ノ三方程式ハ何レモ $x, y, z =$ 關スル對稱式ナル故ニ尙此外ニ次ノ五組ノ根アルヲ知ル。 $(x=1, y=3, z=2), (x=2, y=1, z=3)$
 $(x=2, y=3, z=1), (x=3, y=1, z=2), (x=3, y=2, z=1)$

例題

1. $x+y+z=9, xy+yz+zx=26, xyz=24$ ヲ解ケ。

2. $x+y+z=8, x^2+y^2+z^2=26, xyz=12$ ヲ解ケ。

$$[(x+y+z)^2=8^2 \text{ ヲヨリ } x^2+y^2+z^2=26 \text{ ヲ引キ}$$

$xy+yz+zx$ ナル形ヲ導キ出セ]

3. $x+y+z=3, x^2+y^2+z^2=11, x^3+y^3+z^3=27$ ヲ解ケ。

$$[x^3+y^3+z^3-3xyz \text{ ヲ因數ニ分解シテ考ヘヨ}]$$

307. 指數方程式及對數方程式

方程式ノ指數ニ未知數ヲ有スルモノヲ指數方程式ト云フ。

例 1. $2^{2x+3}=32$ ヲ解ケ。

解. $2^{2x+3}=2^5$

$$\therefore 2x+3=5$$

$$x=1$$

設問. 次ノ指數方程式ヲ解ケ。

$$1. 3^x = \frac{1}{81} \quad 2. (a^{2x+1})^3 = a^{3x+3}$$

$$3. \begin{cases} 2^{x+y}=16 \\ 8^{2x-y}=32 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 3^{x-y}=81 \\ x+2y=19 \end{cases}$$

斯ノ如ク視察ニヨリ底數ヲ見出シ得ルハ特殊ノ場合ニシテ、一般ニ指數方程式ヲ解クニハ對數ヲ用フ。

例 2. $2^{2x+1}=10$ ヲ解ケ。

解. $(2x+1)\log 2 = \log 10 = 1$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\log 2} - 1 \right)$$

$$= 1.161 \text{ (對數表ニヨリ } \log 2 = 0.3010 \text{)}$$

未知數ヲ含ム對數式ガ方程式ニアルモノヲ對數方程式ト云フ。

例 3. $\log(3x-1)=2.5$ ヲリ x ノ値ヲ求ム。

解. $\log 316.23 = 2.5$ (對數表ニヨル)

$$\therefore 3x-1=316.23$$

$$x = \frac{317.23}{3} = 105.743$$

例 4. $\log_x 2.5 = 6.5$ ハ $x^{6.5} = 2.5$ ト同値

即, $6.5 \log x = \log 2.5$ ト同値

故ニ對數表ニヨリ $\log 2.5$ ヲ求メ, $\log 2.5 / 6.5$ ヲ對數トスル數ヲ求ムレバ是即, x ノ値ナリ。(學者之ヲ求ムベシ)

斯ノ如ク指數方程式ト對數方程式トハ密接ノ關係アルモノナレバ場合ニヨリ、便宜一ヲ他ノ形ニ變ヘテ解クヲ便トス。

注意. 眞數底數對數ノ中熟レカーツノミニ未知文字

アル方程式ハ上ノ解法ヲ用フルヲ得レド、二ツノ

未知文字アルモノハ多クハ解クコトハ能ハズ。

例ヘバ $2^x = 2+x$ ハ代數ノ解法ナシ。

設問. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$1. \log_2 x = 3 \quad 2. \log_3 3 = 2x$$

$$3. \log_5 5 = 7x \quad 4. 2 \log x = 3x$$

$$5. \log(x^2 - 3x + 2) - \log(x - 3) = \log 3 + \log 2$$

第三章

開立及算術問題ノ總括雜題

308. 開立

I. 立方根

或數ノ立方根トハ之ヲ三乗スレバ其數ニ等シクナル數ナリ。

式ノ立方根ノ意義モ之ニ準ズ。

a ノ立方根ヲ $\sqrt[3]{a}$ ニテ表ハス。

$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

$\sqrt[3]{\quad}$ ノ3ヲ根指數ト云フ。 $\sqrt{\quad}$ ノ根指數ハ2ナリ。

或數又ハ式ノ立方根ヲ求ムルコトヲ開立又ハ立方ニ開クト云フ。

II. 立方根ノ桁數

$1^3=1$, $10^3=1000$, $100^3=1000000$ 等ニ着目シ與ヘラレタル數ノ立方根ノ桁數ヲ視察ニヨリ知ルコト

ヲ得。即、與ヘラレタル數ノ一ノ位ヨリ左ヘ三桁毎ニ縦線ヲ引キ、其數ヲ幾ツカノ群ニ分ツトキハ其群ノ數ハ其數ノ立方根ノ桁數ニ等シ。

例. $778|688$ ノ立方根ハ其整數部ガ二桁

$30|371|328$ ノ立方根ハ其整數部ガ三桁

又 $1^3=1$, $0.1^3=0.001$, $0.01^3=0.000001$ 等ニ着目シ、

次ノ如ク開キ切レル場合ニハ

$0.571|787$ ノ立方根ハ二桁ノ小數

$0.002|299|968$ ノ立方根ハ三桁ノ小數

$9|436.736|011|968$ ノ立方根ハ整數部二桁、小

數部三桁ナルヲ知ル。

立方九々

$1^3=1$, $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64$, $5^3=125$, $6^3=216$,

$7^3=343$, $8^3=512$, $9^3=729$

III. 開立ノ算法

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3} = a + b$$

是實ニ開立ノ原理ニシテ次ノ如ク算出ス。

$$\begin{array}{r}
 3a+b \\
 \hline
 3a^2 \\
 3ab+b^2 \\
 \hline
 3a^2+3ab+b^2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 a \qquad \qquad \qquad +b \\
 \hline
 a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 \hline
 a^3 \\
 \hline
 3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 \hline
 3a^2b+3ab^2+b^3
 \end{array}$$

説明. 所題ノ式ヲ a ノ降冪ノ順ニ排列シ, 第一項ノ立方根 a ヲ求メ, 之ヲ根ノ初項トシ, a^3 ヲ所題ノ式ヨリ引キ, 残リノ初項 $3a^2b$ ヲ a^2 ノ3倍ニテ除シ商 b ヲ得, 之ヲ根ノ第二項トス. $3a^2 = (3a+b)b$ ヲ加ヘテ $3a^2+3ab+b^2$ ヲ作り, 之ニ b ヲ乗ジタルモノヲ, $3a^2b+3ab^2+b^3$ ヲヨリ引キテ残リナシ. 依テ立方根ハ $a+b$ ナリ.

若シ残リアリテ尙開立ヲ續クル場合ニハ同様ノ方法ヲ繰返スベシ.

$$\begin{aligned}
 (a+b+c)^3 &= \{(a+b)+c\}^3 \\
 &= (a+b)^3 + 3(a+b)^2c + 3(a+b)c^2 + c^3
 \end{aligned}$$

ナルガ故ニ, 立方根ノ最初ノ二項ヲ求メタル時ニ再, $(a+b)$ ヲ一ツノ項トシテ同様ノ方法ヲ繰返セバ, 次ノ項 c ヲ見出シ得ベシ.

例 1. $x^3-3x^2+9x^4-13x^3+18x^2-12x+8$ ノ立方根ヲ求ム.

$$\begin{array}{r}
 3x^2-x \\
 -x \\
 \hline
 -x \\
 \hline
 3x^2-3x+2 \\
 +2 \\
 \hline
 3x^2-3x+2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3x^4 \\
 -3x^3+x^2 \\
 \hline
 3x^4-3x^3+x^2 \\
 \hline
 x^2 \\
 \hline
 3x^4-6x^3+3x^2 \\
 +2 \\
 \hline
 3x^4-6x^3+3x^2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x^2-x+2 \\
 \hline
 x^6-3x^5+9x^4-13x^3+18x^2-12x+8 \\
 \hline
 x^6 \\
 \hline
 -3x^5+9x^4-13x^3 \\
 \hline
 -3x^5+3x^4 \quad -x^3 \\
 \hline
 6x^4-12x^3+18x^2-12x+8 \\
 \hline
 6x^4-12x^3+18x^2-12x+8 \\
 \hline
 6x^4-12x^3+18x^2-12x+8
 \end{array}$$

例 2. 778688 ノ立方根ヲ求ム.

9	81	9	2
3	3	778	688
		729	
[3a+b].....272	[3a^2].....243	49	688
[b].....2	[(3a+b)b].....544		
		[3a^2+3ab+b^2].....24844	49 688

答 92

説明. 所要ノ立方根ハ二位數ニシテ其首位即十ノ位ノ數字ハ9ナルコト明ナリ. 故ニ

$$\begin{aligned}
 778688 &= (90 + \text{基數})^3 \\
 &= 90^3 + 3 \times 90^2 \times \text{基數} + 3 \times 90 \times \text{基數}^2 + \text{基數}^3
 \end{aligned}$$

故ニ $778688 - 90^3 = 49688$ ヲ $3 \times 90^2 = 24300$ ニテ割リテ得ル商2ヲ一ノ位ノ數字ナリト推定シ

$$\begin{aligned}
 \{3 \times 90^2 + (3 \times 90 + 2) \times 2\} \times 2 &= 3 \times 90^2 \times 2 + 3 \times 90 \times 2^2 + 2^3 \\
 \text{ヲ } 49688 \text{ ヲヨリ引キ試ムルニ残リナシ. 依テ所}
 \end{aligned}$$

要ノ立方根ハ92ナリ

驗算. $92^3 = 778688$

例 3. 34012224 ノ立方根ヲ求ム.

3	9	3	2	4
3	3	34	012	224
92	27	27		
2	184	7	012	
2	2884	5	768	
964	4	1	244	224
4	3072	1	244	224
	3856			
	311056			

答 324

説明. 所要ノ立方根ハ三位數ナルヲ知ル. 今

34012000 卽, 34012 千ノ千ノ位ヲ恰モ一ノ位ノ如ク見做シ, 34012 ト考へ, 之ヲ開ケバ答 32, 剩餘 1244 ヲ得. 此右 = 224 ヲ下シ 1244224 ヲ得. 之ハ如何ナル數ナルカヲ考フルニ

$$34012224 = (320 + \text{基數})^3$$

$$= 320^3 + 3 \times 320^2 \times \text{基數} + 3 \times 320 \times \text{基數}^2 + \text{基數}^3$$

$$\therefore 34012224 - 320^3 = 3 \times 320^2 \times \text{基數} + 3 \times 320 \times \text{基數}^2 + \text{基數}^3$$

$$\text{卽, } 1244224 = 3 \times 320^2 \times \text{基數} + 3 \times 320 \times \text{基數}^2 + \text{基數}^3$$

$$\text{故} = 3 \times 320^2 \text{ 卽, } 307200 = \text{テ } 1244224 \text{ ヲ割リ商 } 4$$

ヲ得. 之ヲ一ノ位ノ數トシ, 上ノ方法ヲ繰返ス.

小數ノ開立モ同様ナリ. 但, 小數點ノ位置ニ注意スルヲ要ス.

例 4. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

例 5. $\sqrt[3]{\frac{13}{128}} = \sqrt[3]{\frac{13 \times 4}{128 \times 4}} = \sqrt[3]{\frac{52}{512}} = \frac{\sqrt[3]{52}}{8} = \frac{3.732}{8} = 0.466 \dots\dots$

又ハ $\sqrt[3]{\frac{13}{128}} = \sqrt[3]{0.1015625} = 0.466 \dots\dots$

例題

次ノ値ヲ求ム.

1. $\sqrt[3]{a^6 + 3a^4 + 3a^2 + 1}$
2. $\sqrt[3]{30371328}$
3. $\sqrt[3]{x^3 - 6x^2y + 3c^2x^2 + 12xy^2 - 12c^2xy + 8c^4x - 8y^3 + 12c^2y^2 - 6c^4y + c^6}$
4. $\sqrt[3]{324243957}$ (餘 1254)
5. $\sqrt[3]{8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3}$
6. $\sqrt[3]{9436.736011968}$
7. $\sqrt[3]{\frac{343}{729}}$
8. $\sqrt[3]{\frac{47}{108}}$
9. $\sqrt[3]{30}, \sqrt[3]{300}, \sqrt[3]{3000}$
10. 例題 7, 8, 9 ヲ對數計算ニヨリ算出セヨ.

算術雜題第一種

1. 空氣ハ一平方糎ノ地面ヲ1.033庇ノ重サデ壓ストセバ、一平方米ノ地面ヲ幾庇ノ重サデ壓スカ。
2. 音ノ速サハ每秒330米ナリ。今敵艦ノ發シタル砲煙ヲ見テヨリ12秒ヲ經テ其砲聲ヲ聞キ、尙4.5秒ニシテ砲彈到着セリ。砲彈ノ速サハ每秒幾何カ。
3. 長サ20.1米ノ講堂ノ一方ノ壁ニ幅0.9米ノ額6枚ヲカケ、額ト額トノ間モ、額ト壁トノ間モ等シキ隔リニセントス。何程ノ間隔トスベキカ。
4. 苦力アリ、1日ニ8時間働ケバ賃錢64錢ニシテ、15日間ニ仕上ゲ得ル仕事ヲ12日間ニ仕上ゲタリトセバ1日ニ幾何ノ賃錢ヲ得ベキカ。
5. 釜アリ、上部ハ直圓壘、下部ハ半球ニシテ其内直經ハ0.76米、深サハ0.61米ナリ。容積幾立アルカ。
6. 或人2週間ニ140ダースノ品物ノ製造ヲ請負ヒ丁度期日ニ間ニ合フ様ニ1日ニ製造スル平均數ヲ定メテ仕事ニ取リ掛リ4日ヲ經テ後、病氣ニテ2日休ミタリ。今後毎日平均幾個宛製造スレバ期日ニ間ニ合フカ。
7. 1尺2寸ノ角ノ材木ヲ鋸引ニシテ20枚ノ厚サ相等シキ板ヲ作ラントス。鋸ノ引目ヲ1分2厘

トスレバ板1枚ノ厚サヲ問フ。

8. 玄米7石ヲ舂キテ白米6.4石ヲ得タリ。内幾割耗ニ當ルカ。外幾割耗ニ當ルカ。
9. 時價3,600圓ノ家屋ヲ時價ノ $\frac{2}{3}$ ダケ火災保險ニ附シ、1分2厘ノ保險料ヲ拂ヒタル後、其家屋全部燒失シタリトセバ會社及家屋所有者ノ損失額幾何ナルカ。
10. 或仕事ヲ甲乙二人ニテナシタルニ、3日間ニテ其半分出來上リ、其後甲ノミ5日間掛リテ出來上レリト。甲乙各一人ニテナサバ幾日カ、ルカ。
11. 或商人所持ノ物品ヲ原價ノ1割損ニテ1,350圓ニ賣却スル考ナリシガ、其後好都合ニモ原價ノ1割ノ利益ニテ賣却スルコトヲ得タリ。其賣價ハ何程ナルカ。
12. 金115圓ヲ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ ノ割合ニ分テバ各何程トナルカ。
13. 端艇競漕ニ於テ1分時ニ114米ヅツ進ム甲艇ガ1分時ニ100米ヅツ進ム乙艇ヲ追ヒ來リ、甲ノ舳ガ乙ノ舳ニ追ヒ付キテヨリ甲ノ舳ガ乙ノ舳ヲ離ル、マデニ1分30秒ヲ費セリ。而シテ甲艇ハ乙艇ヨリモ0.6米ダケ長シト云フ。二艇ノ長サ各

幾何ナルカ。

14. 17ノ倍数ニシテ2,000ニ最近キモノ、及3,000ニ最近キモノヲ求ム。又2,000ト3,000トノ間ニハ17ノ倍数ハ幾個アルカ。
15. 室ノ一方ノ壁ノ長サ7.2米アリ、此間ニ幅1米ノ窓三ツヲ造ラントスルニ兩端及窓ノ間隔ヲ相等シクセントス。間隔ノ距離ヲ何程トスベキカ。
16. 一月一日ガ日曜日ナル年ノ海軍記念日(五月廿七日)ハ何曜日ナルカ。
17. 定價23圓ノ反物ヲ1割引ニ賣リテモ尙原價ノ1割5分ノ利益アリト云フ。原價何程ナルカ。
18. 年利5分4厘ニテ預ケタル銀行預金ヲ引き出シテ、年1割1分ノ配當アル某會社ノ50圓株券50株ヲ1株ニ付55圓ニテ買ヒ入ル、時ハ、此人ハ1ケ年間ニ收入何程ヲ増スコト、ナルカ。
19. 横濱ヨリ神戸マデノ航路350哩アリ、商船これあ丸ハ平均速度18節ニテ八月三十日午後二時三十分横濱ヲ出帆シテ神戸ニ向フ。神戸着ハ何日ノ何時ナルカ。
20. 或人所持金ノ $\frac{2}{5}$ ヲ學校ニ寄附シ、殘リノ $\frac{4}{9}$ ヲ費シタルニ殘金ハ寄附金ヨリモ30圓少シト云フ。

此人最初ノ所持金ヲ問フ。

21. 元價10圓ノ品物ヲ前ニハ3割増ニ定價ヲ付ケテ其定價ノ1割引ニ賣リ、後ニハ2割増ニ定價ヲ付ケテ定價通りニ賣ルナラバ、ドチラガ何程多ク利益スルカ。
22. 二月十八日午後二時ニ臺灣ノ基隆ヲ出帆シタル汽船ガ62時間航行シテ門司ニ着セリ。此時ハ門司ノ何時ナルカ。
23. 荒地アリ、其一部ヲ開墾シテ田トナシタルニ、田ト殘地トノ比ハ9:7ニ等シク其差ハ3,750平方米トナレリト云フ。元ノ荒地ノ面積及開墾セル田ノ面積ヲ求メヨ。
24. 議員選舉ニ二人ノ候補者アリ、選舉有權者604人ノ中棄權者アリタルタメ投票總數573ニシテ、其内無効投票8票アリテ僅ニ3票ノ差ヲ以テ一方ノ人ガ當選シタリ。當選者ノ票數ヲ問フ。
25. 東西28米、南北32米ナル矩形ノ土地アリ。其東北西ノ三方ニ垣根ヲ作ラントスルニ1米ニツキ1.5圓ヲ要スルトスレバ全體ニテハ幾圓ヲ要スルカ。
26. 10歳ノ男子ハ體重1疋ニツキ毎日10瓦ノ炭水

化物ト $3\frac{1}{4}$ 瓦ノ蛋白質ト $1\frac{2}{3}$ 瓦ノ脂肪トヲ必要トス。體重 28 瓩ノ 10 歳ノ男子ハ毎日上ノ三要素ノ幾何ヲ必要トスルカ。

27. 上下二反ノ表地アリ、合計 42 圓ニテ求メ、是等兩方共同様ノ裏地ヲツケシタメ上ノ品ハ 32 圓トナリ總費用ノ $\frac{8}{15}$ トナリタリト云フ。表地各一反ノ價及裏地一枚分ノ價何程ナルカ。
28. 或人某銀行株 20 株ヲ買ヒ、半期ニ 50 圓ノ配當ヲ得テ利廻ハ年 $5\frac{5}{24}\%$ ニ當ルト云フ。一株ノ買價ヲ問フ。
29. 或數ヨリ 3 ヲ引キ去リタル殘リノ $\frac{1}{4}$ ニ 7 ヲ加ヘ、其和ヲ $\frac{5}{6}$ ニテ割レバ 30 トナル、初メノ數ハ何程ナルカ。
30. 或書籍ヲ定價ノ 2 割引ニテ買ヒ郵便料金 20 錢ト合セテ 2 圓 60 錢ヲ拂ヘリ、此書籍ノ定價幾何ナルカ。
31. 甲乙兩地ヲ往復スル汽船アリ。往ハ毎時 12 海里、復ハ毎時 10 海里ノ速サニテ合計 33 時間ヲ費セリ。兩地間ノ距離ヲ求ム。
32. 或學校ノ兒童 580 人アリシガ女兒 5 名退學シ、

男兒 10 名他ヨリ轉校シ來リシタメ現在男兒ノ數ハ女兒ノ 2 倍ヨリ 60 人少シト云フ。現在ノ兒童數男女各幾人ナルカ。

33. 紐ヲ柱ニ捲キ付クルニ 5 回捲キテ尙 15 糎餘レリ、依リテ此紐ヲ 3 等分シテ其 1 本ニテ捲キ付ケタルニ 1 回捲キテ尙 75 糎餘レリ。此柱ノ周リ及紐ノ長サヲ問フ。
34. 活版職工 6 人ガ毎日 $10\frac{1}{2}$ 時ヅツ 16 日間働キテ 720 頁ヲ植字スレバ、此割合ニテ 9 人ガ 20 日間ニ 900 頁ヲ植字スルニハ毎日幾時間宛働クベキカ。
35. 二隣邊ノ長サ 18 米及 28 米ニシテ其角度 30 度ナル平行四邊形ノ面積ヲ求ム。

算術雜題第二種

36. 華府會議海軍條約中、五大國ノ戰艦噸數ノ比率ハ英、米、日ハ 5:5:3、佛、伊ハ英ノ $\frac{1}{3}$ ニシテ 5 箇國合シテ 1,715,000 噸ナリ。各國ノ噸數ヲ求メヨ。

(備考 1931 年 9 月末現在ノ戰艦噸數ハ日本 298,400. 米 478,070. 英 473,650. 佛 195,044. 伊 86,527)

37. 日歩 2 錢ニテ 100 日後ニ支拂ハルベキ 1,000 圓ノ手形ノ銀行割引ト眞割引トノ差ハ何程ナルカ。

38. 元金 2,500 圓, 一年毎ノ複利ト單利トニ於テ 2 箇年間ニ利子 9 圓ノ差ヲ生ズトセバ, 年利率何程カ.
39. 甲乙丙三組ノ少年團アリ. 從來甲乙共カシテ作業ヲナセシ時ハ甲ハ常ニ其作業ノ $\frac{3}{5}$ ヲナセリ. 又乙丙共カセル時ハ乙ハ常ニ其作業ノ $\frac{4}{7}$ ヲナセリ. 今甲乙丙共カシテ一作業ヲナスニ當リ, 之ヲ最早ク成就センニハ各組ノ分擔スベキ部分ハ全體ノ幾分トスルヲ可トスルカ.
40. 或學校ノ入學試験ニ受験者數ノ 13 分ノ 2 ヲリ 18 人多ク合格シ, 合格者ノ數ハ不合格者ノ數ノ 4 分ノ 1 ニ等シト云フ. 合格者ノ數ハ幾何ナリシカ.
41. 定價ノ八掛ニ賣リテ 1 圓ノ利益アリ. 其利益ガ原價ノ 2 割 5 分ニ當ルト云フナラバ原價ト定價トハ各幾何ナルカ.
42. 甲乙二ツノ袋ニ米合セテ 1.1 竈アリ, 甲ノ袋ヨリ其 $\frac{1}{5}$ ヲ取り去リ, 乙ノ袋ニ 0.07 竈ヲ足ス時ハ兩方ノ袋ノ中ノ米ガ相等シクナルト云フ. 各袋ノ中ノ米ノ量ヲ求ム.
43. 年俸 1,600 圓ノ人毎年一定ノ生活費ヲ支出シ 3

- 年間ニ生ジタル負債ヲ年俸 1,800 圓ニ昇給シタルタメニ 2 ケ年間ニ返却セリト, 毎年ノ支出額ヲ問フ.
44. 周圍 756 米ノ圓形ノ地アリ. 今甲乙ノ二人同一ノ場所ニ立チ合圖ト共ニ此周圍ヲ廻ラントス. 但, 甲ハ毎分 70 米ノ速サニテ左ヨリ, 乙ハ毎分 56 米ノ速サニテ右ヨリ廻ル. 此兩人ガ最初出會フ場所及二度目ニ出會フ場所ハ出發ノ場所ヨリ何レノ方ニ何米ノ所ナルカ.
45. 年利 5 分ノ利率ニテ金 3,000 圓ヲ借リ額面 100 圓ノ 6 分利附公債證書ヲ 108 圓 50 錢ノ相場ニテ買ヘルダケ買ヒ, 其餘ハ年 5 分 5 厘ノ利率ニテ銀行ニ預ケ入レタリ. 然ルニ 3 ケ月ヲ經テ公債利子半期分ヲ受取リテ同時ニ 105 圓ノ相場ニテ其公債證書ヲ悉ク賣却シテ總テノ決算ヲナセリト云フ. 此人ノ損益如何. 但, 1 圓未滿ノ元金ニハ利子ヲ附セズ, 又利子ノ計算ハ錢位ニ止ルモノトス.
46. 甲ガ 5 時間ニテ行ク距離ヲ乙ハ 8 時間ニテ行クトスレバ, 乙出發後 2 時間ヲ經テ甲之ニ追ヒ行カバ幾時間ニテ追ヒ付クカ.
47. 或品物ヲ定價ノ九掛ニテ賣リタルニ尙買價ノ

- 1割7歩ニ當ル利益アリト云フ。定價ハ買價ノ幾割増ナルカ。
48. 或貿易商、船積荷物50,000圓ニ對シテ2分、汽船價格50,000圓ノ $\frac{3}{5}$ ニ對シテ2分5厘ノ保險料ヲ拂ヒタリ。此船ガ難破スルトキハ保險者及被保險者ノ損失幾何ナルカ。
49. 某會社ガ一廂ニツキ6圓50錢ノ運賃ヲ以テ門司橫濱間ニ於ケル石炭ノ輸送ヲ請負ヒ、之ニ9節ノ速サニテ一晝夜25廂ノ石炭ヲ消費スル汽船ヲ使用シ、門司ニ於テ往復ノ航海ニ要スル石炭ト輸送スベキ石炭ト合セテ1,200廂ヲ積込ムトキハ運賃何程ナルカ。但、門司橫濱間ノ航程ハ534浬ニシテ船内ニハ復航ニ要スル石炭及豫備用5廂以上6廂未滿ノ石炭ヲ殘留シ、其他ヲ陸揚ゲスルモノトシ、其量ハ廂ニ止ムベシ。
50. ニツノ四位ノ數アリ、其最大公約數ハ216、最小公倍數ハ9072ナリ。斯ノ如キ數ヲ求ム。
51. 同一圓周上ヲ同方向ニ動ク甲乙二箇ノ動點アリ、之ヲ一周スル時間甲ハ365日ト7分ノ2、乙ハ27日ト3分ノ1ナリ。甲乙相合シテヨリ其次ニ相

- 合スル迄ノ時間ヲ日ノ小數第三位マデ計算セヨ。
52. 或品物ヲ買フニ即金ナレバ代價950圓ナルモ、一年後拂ナル時ハ代價1,010圓ニナルト云フ。金利ヲ年6分トセバ、即金ト一年後拂トニ於テ一年後ニ何レガ何程利益ナルカ。
53. 同ジ重サノ眞鍮塊二個アリ。其一方ハ銅2、亞鉛1ノ割合ニ合セタルモノ、他ノ一方ハ銅5、亞鉛2ノ割合ニ合セタルモノナリ。此二塊ヲ鎔和セバ銅ト亞鉛トヲ如何ナル割合ニ含メル眞鍮ヲ得ベキカ。
54. 飛行機二機ヲ購フニ其價格ハ甲ハ乙ノ $\frac{6}{7}$ 倍ヨリ3,600圓多ク、乙ハ總價額ノ $\frac{2}{5}$ ナリト云フ。甲乙二機ノ價格各幾何ナルカ。
55. 分數アリ、其分子ハ分母ヨリ6ダケ小ナリ。然ルニ此分數ヲ約セバ $\frac{4}{7}$ トナル。初ノ分數ヲ問フ。
56. 物價騰貴シテ或商人ノ仕入レ置キタル商品ハ時價ノ2割引ニ賣リテモ尙1割2分ノ利益アルベシト云フ。仕入値段3圓ノ品ハ時價幾許ナルカ。
57. 或人初ニ預金ノ $\frac{1}{5}$ ヲ引出シ、後80圓ヲ預入レ、次

- ニ又 $\frac{5}{18}$ ヲ引出シタルニ殘額 260 圓トナレリト。
最初ノ預金何程ナルカ。
58. 賣上金高ノ 5 分ハ貸倒レトナリ、原價ノ 3 分ハ
雜費ニカ、ルトシ、猶且原價ノ 3 割ノ利益ヲ得ル
ニハ賣價ヲ原價ノ幾割増シニスベキカ。
59. 或貸地ノ地代ハ一平方米ニツキ毎月 5 錢ニシ
テ此地所ヲ所有スルガタメニ要スル諸入費ハ地
代ノ 7 分ニ當ル。今此地所ヲ買ヒ前ト同ジ地代
ニテ貸シ、年利 6 分ニ相當スル收入ヲ得ントスル
ニハ、一平方米ヲ幾何ニテ買入ルベキカ。
60. 或急行列車ニ乗ラントテ自宅ヲ發シタル人ア
リ、速サヲ毎時 4 軒トスレバ 30 分後レ、6 軒トスレ
バ 20 分早ク着クベシト。自宅ヨリ停車場迄ノ距
離ヲ問フ。
61. 寫真ノ最初ノ 3 枚ハ原板代ト共ニ 2.7 圓ニシテ
燒増ハ 1 枚 0.3 圓ナリ。今燒増ヲナシ原板代ト合
セテ平均シタル價ガ最初ノ三枚ダケノ時ノ半分
トナル様ニセントス。幾枚燒増ヲナスベキカ。
62. 200 人ヨリ少キ人數ヲ一列ニ 12 人宛列ベテモ
10 人宛列ベテモ、6 人餘リ、6 人宛列ベレバ過不足

- ナシト云フ。人數ヲ求メヨ。
63. 甲乙丙三人ノ自轉車乘アリ。速サハ毎分甲ハ
400 米、乙ハ 440 米、丙ハ 560 米ナリ。今一週 1,300 米ノ
馬場ノ周圍ヲ同方向ニ廻ラントス。三人同時ニ
同所ヲ出發シテヨリ幾何時ノ後一所ニナルカ。
64. 空氣ハ主ニ酸素ト窒素トノ混合ヨリ成ル。同
體積ニ於ケル酸素ト窒素トノ重サノ比ハ 8:7 ニ
シテ、空氣中ニ於ケル酸素、窒素ノ體積ハ 21% 及
79% ナリ。空氣 4 疋中ノ酸素、窒素ノ目方ヲ問フ。
65. 長サ 22 糎、幅 12 糎、厚サ 6 糎ナル煉瓦ヲ積ミ重ネ
立方體ヲ作レバ總數幾個ヲ要スルカ。(最小ナル
立方體トス)
66. 或日ノ新聞ニ日本郵船株(50 圓拂込)ノ市價 62 圓、
同新株(12.5 圓拂込)ノ市價 17.7 圓トアリ。今此株新
舊各 10 株宛ヲ此相場ニテ買ヒ、後新株ニ對シテ
12.5 圓ノ拂込ヲナシタル後、年 1 割 4 分ノ配當ヲ得
タリ、利廻ハ夫々幾何ニ當ルカ。
67. 村費 3,535 圓ヲ甲乙丙三區ノ納稅額ニ比例スル
様ニ負擔セントス。納稅額ノ比甲ト乙トハ 3:5、
乙ト丙トハ 7:9 ナリト云フ。各區ノ出金高幾何
ナルカ。

68. 或音樂會ノ入場料一等 3 圓,二等 2 圓,下足料ハ 2 錢ナリ. 而シテ入場料及下足料合計 3,173.12 圓, 入場者合計 1,356 人ナリト. 兩種ノ入場者各幾人ナルカ.
69. 内 1 割 2 分ト外 1 割 2 分トノ差ガ 1.44 圓ナル金高ヲ求ム.
70. 或年ノ四月十八日ニ金 550 圓,同年十月十五日ニ金 400 圓,翌年一月廿日ニ金 350 圓ヲ某銀行ニ當座預金ニナシ,三月卅一日ニ全部ヲ引キ出サバ元利合計何程トナルカ. 利息ハ日歩 1 錢 2 厘ニシテ預入レノ翌日ヨリ拂出シノ前日迄利子ヲ附シ, 毎年六月卅日及十二月卅一日ニ其日迄ノ利息ヲ計算シ之ヲ元金ニ加ヘ,元金 1 圓未滿ノ端數ニ對シテハ利息ヲ附セズ,利息ノ錢位未滿ヲ切棄ツルモノトス.
71. 或人額面 4,800 圓ノ公債證書ヲ所有シ,年 6 分ノ利子ヲ得タリ. 然ルニ時價額面高ヨリ 7 分低價ナル時ニ全部ヲ賣リ此際口錢トシテ金 144 圓ヲ拂ヒ,殘金ヲ以テ鐵道株ヲ額面高ヨリ 8 分高キ市價ニテ購求シ,年々 1 割 2 分ノ配當ヲ受クル時此ノ人ノ歲入ノ増減如何.

72. 甲ト乙トノ所持金ノ比ハ 4:1 ナリシガ兩人共ニ 10 圓ヅツヲ得タルニヨリ甲ハ乙ノ 3 倍トナレリ. 最初ノ所持金ヲ求メヨ.
73. 或株式會社ノ或年ノ純益ハ資本金總額ノ 1 割ニ當リ,其純益ノ 1 割ヲ積立金トシ,株主ニ 6 分ノ配當ヲナセシニ尙 720 圓ヲ餘セリ. 此會社ノ資本金幾何ナルカ.

算術雜題第三種

74. 某軍艦特別任務ヲ帶ビ「ウラジオストツク港」ニ向ヒテ舞鶴ヲ出發シ,途中風波ノタメニ 1 時間丈ケ其速サ 12「ノット」トナレル外 23「ノット」ノ速サヲ以テ航行シ,目的地ニ達シ,5 時間碇泊ノ後 19「ノット」ノ速サヲ以テ歸航シ,總計 42 時間ニテ舞鶴ニ歸着セリト云フ. 兩港ノ距離ヲ問フ.
75. 金ト銀トノ合金アリ,其中ニ含マル、銀ハ全量ノ 4 分ノ 3 ヨリ 3 瓦少ク金ハ全量ノ 8 分ノ 3 ヨリ 24 瓦少シト云フ. 此合金ノ目方ヲ問フ.
76. 一石ノ價 15.5 圓ノ米 800 石ヲ運搬スルニ一石ニツキ運賃 0.5 圓ナルトキハ其米ノ一部ヲ賣リ,其代金ヲ以テ運賃ヲ前拂トナストキハ運賃幾何ヲ減ズベキカ.

77. 甲乙兩組ノ兒童合計 110 人アリ、今乙組ヨリ甲組へ甲組ノ人數ダケノ兒童ヲ送り、次ニ甲組ヨリ乙組へ其時ノ乙組ノ人數ダケノ兒童ヲ送りシニ乙組ノ人數ハ甲組ノ人數ノ 10 倍トナリシト云フ。甲乙兩組最初ノ人數ヲ問フ。
78. 水夫アリ、川ノ上流ナル甲村ヨリ 42 軒ヲ隔ツル乙村迄漕ギ下ルニ 3 時間ヲ要シ、乙村ヨリ甲村へ漕ギ上ルニ 7 時間ヲ要シタリ。此水夫 1 時間ニ漕グ速サヲ問フ。
79. 甲乙丙三人ノ自轉車乘アリ。速サハ毎時甲ハ 18 軒、乙ハ 15.6 軒、丙ハ 13.6 軒ナリ、甲ハ東地ヨリ、乙丙ハ西地ヨリ相向テ同時ニ出發シ、甲ハ乙ニ出會ヒテヨリ 10 分間ニシテ丙ニ出會ヘリ。東西兩地間ノ距離ヲ問フ。
80. 甲乙兩地ヨリ 5 分置キニ同時ニ相向テ出發シ 15 分間ニシテ先方ニ達スル電車アリ、今甲地ニテ之ニ乗ラバ乙地ニ行ク途中ニテ幾臺ノ電車ニ出會フカ。
81. 1 時間ニ 160 軒ヲ行ク飛行機ト、25 分間ニ 40 軒ヲ行ク航空船トガ甲市ヲ發シテ乙市ニ向フニ、航

- 空船ハ飛行機ヨリ 30 分早ク出發シタレドモ尙 42 分後レテ乙市ニ到着セリ。甲乙兩市間ノ距離ヲ問フ。
82. 或金額ヲ若干人ヨリ等分ニ募集スルニ錢位ヲ切捨テ 1 人 1 圓 20 錢トセバ全額ニテ 1 圓 50 錢不足ス。又厘位ヲ切捨テ 1 人 1 圓 23 錢トセバ全額ニ於テ尙 15 錢不足スト。募集金額及人員ヲ問フ。
83. 壹錢青銅貨及五錢白銅貨合セテ 1 圓アリ、其重サハ 133.125 瓦ナリ。而シテ貨幣一個ノ目方青銅貨ハ 3.75 瓦、白銅貨ハ 2.625 瓦ナリ。二種ノ貨幣各幾個ナルカ。
84. 三錢切手ト一錢五厘切手トヲ買ハシメントテ代金 1 圓 20 錢ヲ渡シタルニ切手ノ枚數ヲ彼是取違ヘテ買ヒタルタメ 15 錢餘リタリ。各幾枚ヲ買ハシムル筈ナリシカ。
85. 目方 135 瓦ノ金銀混合ノ塊アリ、之ヲ水中ニテ秤リタルニ其目方 126 瓦トナレリ。金銀ノ目方幾何ナルカ。但、比重ハ金 19、銀 10 トス。
86. 甲乙兩人射撃ヲナスニ的中スレバ一發ニツキ甲ハ 4 點、乙ハ 5 點ヲ得、的中セザレバ一發ニツキ甲ハ 2 點、乙ハ 3 點ヲ失フ定メナリ。甲乙各 10 發

- 宛發射シタルニ的中數合セテ14發ニシテ甲ノ得點ハ乙ノ得點ヨリ10點多シト。各人ノ的中數ヲ問フ。
87. 生徒若干人ヲ縦横ノ列數ガ等シキ方陣ニ竝ベタルニ11人餘リタリ。因ツテ縦横各1人ヲ増シタルニ4人ダケ不足スト云フ。生徒ノ人數ヲ問フ。
88. 甲ハ340圓、乙ハ20圓ヲ有ス。然ルニ兩人共ニ同額ノ金高ヲ收得セシヲ以テ甲ハ乙ノ5倍ヲ有スルニ至レリト云フ。各人ノ收得高ヲ求メヨ。
89. 或所ヨリ自動車ニテ停車場ニ行クニ速サガ毎時18軒ナル時ハ列車發車後15分ニ達スベク、速サヲ毎時30軒トスルモ發車後5分ニ達スベシト云フ。列車ノ發車前2分ニ停車場ニ到着スルニハ速サヲ毎時何軒トスベキカ。
90. ニツノ整數ノ和ハ1134、其最大公約數ハ126ナリ。斯ノ如キ二數ヲ求メヨ。
91. 毎年其收入ノ $\frac{5}{7}$ ヲ生活費トシ、其殘リノ $\frac{2}{7}$ ヲ其他ノ費用ニ充テ、其殘リヲ全部貯金スル人アリ。此人ノ貯金額ガ年收入ノ2倍トナルハ幾年後ナルカ。

92. 邸宅アリ、家屋ノ建坪ハ120平方米、庭園ハ全宅地ノ $\frac{1}{4}$ 、菜園ノ廣サハ家屋ト庭園ヲ合セタルモノノ1.5倍ニ等シト。菜園ノ面積ヲ求ム。
93. 甲倉ニハ900俵、乙倉ニハ210俵、丙倉ニハ190俵ノ米アリ。罹災者救助ノタメ各倉ヨリ毎日10俵宛出ス時ハ幾日ノ後甲倉ノ俵數ハ他ノ二倉ノ俵數ノ和ノ3倍トナルカ。
94. 3ニテモ8ニテモ割リ切ル、整數アリ、而シテ3ニテ割リタル商ト8ニテ割リタル商トノ差ハ25ナリ。此整數ヲ求ム。
95. 或人金100圓ヲ三子ニ分與スルニ、次男ハ長男ノ三倍ヨリハ20錢少ク、三男ハ長男ト次男ノ和ノ半分ヨリ10錢多ク取レリト。三人ノ所得各幾何ナルカ。
96. 鶏ト兎トアリ、其頭數鶏ハ兎ノ $\frac{4}{5}$ ニシテ其足數合セテ56ナリ。鶏及兎ノ頭數ヲ求ム。
97. 職工10人8日間ノ賃錢ハ米13俵ノ價ヨリ1.6圓多ク、職工5人12日間ノ賃錢ハ米10俵ノ價ヨリ2圓少シト云フ。米1俵ノ價及職工1人1日ノ賃錢ヲ問フ。
98. 甲數ノ $\frac{1}{2}$ ト乙數ノ $\frac{1}{3}$ トノ和ハ32ニシテ、甲數ノ

- $\frac{1}{4}$ ト乙數ノ $\frac{1}{5}$ トノ和ハ 18 ナリ. 各數ヲ問フ.
99. $7\frac{1}{5}$ 米, 12 米, $14\frac{2}{5}$ 米ナル三條ノ紐アリ, 今各ヨリ截屑ヲ生ズル事ナク, 且, 成ルベク長キ等長ノ紐ヲ截取ラントス. 各ヲ幾ツニ等分スベキカ. 又其截リタル一部分ノ長サヲ求メヨ.
100. 87518 ヲ某數ニテ除シタルニ三桁ノ商ト剩餘 2 ヲ得タリ, 而シテ此除法ノ演算中, 商ノ百ノ位ノ數字ヲ得タル時ノ残りハ 83, 商ノ十ノ位ノ數字ヲ得タル時ノ残りハ 39 ナリト. 某數ヲ求ム.
101. 甲乙丙三門ノ砲ヨリ各 21 發ツツ發射スルニ, 甲ハ 8 秒, 乙ハ 9 秒, 丙ハ 10 秒ノ間隔ヲ以テ各 1 發ヲ發射スト云フ. 最初三門同時ニ發射スルモノトセバ, 其發射ヲ終ル迄ニ總計幾回ノ砲聲ヲ聞キ分ケ得ルカ.
102. 或二港間ノ汽船賃金, 往復ハ 2 割引キ, 學生ハ又其 2 割引キナリ. 一學生二港間ヲ往復シテ 7 圓 20 錢ノ船賃ヲ拂ヒシト云フ. 二港間ノ片道切符ノ代價ヲ求ム.
103. 半年毎ニ利子ヲ元金へ繰込ム約束ニテ金 7,500 圓ヲ年利六分ト八分トノ二口ニ分チ預ケシニ, 1

- 箇年半ノ後ニ元利合計金 8,275 圓 79 錢 5 厘ヲ受取レリ. 二口ノ元金各何程ナルカ.
104. 或人年利八分半年毎ニ利息ヲ元金ニ繰込ム複利ニテ金 96,300 圓ヲ借リ, 之ヲ滿 1 年ノ終リト滿 2 年ノ終リトノ二回ニ返濟シテ皆濟セントス. 第一回ト第二回ノ返金額ヲ 1 ト 2 ノ比ニナサントス. 返濟金額幾何ナルカ.

三学期

第十八篇

順列, 組合, 二項定理及確率

第一章

順列及組合

309. 順列(Permutation)ノ意義

設問. 甲乙二港間ヲ往復スル汽船3隻アリ. 今此二港間ヲ往復相異ナル汽船ニ乗リテ往復スル仕方ハ幾通リアルカ.

解. 3隻ノ汽船ヲ夫々A, B, Cトスレバ

往路A = 乗リ歸路B又ハC = 乗ル場合(二通り)

往路B = 乗リ歸路A又ハC = 乗ル場合(二通り)

往路C = 乗リ歸路A又ハB = 乗ル場合(二通り)

合計六通りノ仕方アルコト明ナリ.

上ノ設問ノ解答ハ要スルニA, B, Cノ三ツノ物ヲ二ツ宛ノ種々ノ順序ニ採リテ配列スルコト即次ノ如クスルコトナリ.

AB, BC, CA,

AC, BA, CB,

斯ノ如キ配列ヲA, B, C三個ノ物ヲ二個宛採リタル順列ト云ヒ, 此配列ノ數ヲ ${}_2P_2$ ニテ表ハス. 即 ${}_2P_2=6$

ナリ. 一般ニ

順列ノ意義

n 個ノ物ヲ r 個宛種々ノ順序ニ取リタル配列ヲ n 個ノ物ヲ r 個宛採リタル順列ト云ヒ, 其數ヲ ${}_nP_r$ ニテ表ハス.

310. ${}_nP_r$ ヲ計算スル公式

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

此公式ヲ證明スルタメニ n 個ノ物

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

ヨリ1個宛採リタル場合

2個宛採リタル場合

3個宛採リタル場合

4個宛採リタル場合

ヲ考ヘ, 一般ニ

r 個宛採リタル場合ヲ類推スルコト次ノ如シ.

I. 1個宛採ル場合ノ仕方ハ n 通りナル故ニ

$${}_n P_1 = n$$

II. 2個宛採ル場合ハ

a1ヲ第一位トスレバ第二位ノ物ハ a1以外ノ a2, a3, ..., anナル (n-1)個ノ中ノ何レカナリ。故ニ a1ヲ第一位トスル場合ノ順列ノ數ハ n-1ナリ。同様ニ a2ヲ第一位トスル場合ノ順列ノ數モ n-1, a3ヲ第一位トスル場合ノ順列ノ數モ n-1ナリ。即チ a1, a2, ..., anノ何レヲ第一位トスル場合モ其都度 n-1ノ順列ヲ得ル故ニ求ムル總數ハ (n-1) x nナリ。

即チ, nP2 = n(n-1)

III. 3個宛採ル場合ニハ

a1ヲ第一位トスレバ第二位以下ノ物ハ a2, a3, ..., anナル n-1個ノ物ヨリ2個宛採リタル順列ナリ。然ルニ前ニ示シタル nP2 = n(n-1)ニヨリ n-1個ノ物ヨリ2個宛採リタル順列ノ數ハ (n-1)(n-2)ナリ。故ニ a1ヲ第一位トスル順列ノ數ハ (n-1)(n-2)ナリ。

a2, a3, ..., anノ何レニツキテモ同様ナル故ニ求ムル總數ハ (n-1)(n-2) x nナリ。

即チ, nP3 = n(n-1)(n-2)

IV. 4個宛採ル場合ニハ

a1ヲ第一位トスレバ,第二位以下ノ物ハ a1以外ノ a2, a3, ..., anナル n-1個ノ物ヲ3個宛採リタル順列ナ

ル故ニ其數ハ (n-1)(n-2)(n-3)ナリ, a2, a3, ..., anノ何レヲ第一位トスル場合モ同様ナル故ニ求ムル總數ハ (n-1)(n-2)(n-3) x nナリ。

即チ, nP4 = n(n-1)(n-2)(n-3)

同様ノ方法ヲ繰返シ

nPr = n(n-1)(n-2).....(n-r+1)

ヲ證明スルコトヲ得。

例. 6個ノ物ヲ3個宛採リタル順列ノ數ヲ求ム。

解. 6P3 = 6 x 5 x (6-3+1) = 6 x 5 x 4 = 120 答 120

例題

1. 次ノ各場合ノ順列ノ數ヲ求メヨ。

三個ノ物ヲ一個宛採リタル場合. 二個宛採リタル場合. 三個宛採リタル場合.

2. 四個ノ物 a, b, c, dヲ二個宛採リタル順列ノ數ヲ實際書キ列ネ, 公式ニヨリテ算出セル數ト一致スルカラ試ミヨ。

3. 次ノ各ノ値ヲ求メヨ。

4P3, 5P3, 7P3, 8P4

4P3 = 4 x 3 x 2 x 1

4. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 九個ノ數字ヨリ成ル二桁ノ整數ハ幾個アルカ。但,各數ニハ同一數字ガ重複セザルモノトス。

9P2 = 9 x 8 = 72

10P2 = 10 x 9 = 90

0から10 = 10P2 - 9P1 = 90 - 9 = 81

5P3 = 5 x 4 x 3 = 60

7P3 = 7 x 6 x 5 = 210

8P4 = 8 x 7 x 6 x 5 = 1680

5. 五人ガ競走シテ一等,二等,三等トナル場合ハ幾通リアルカ.

○ 311. n 個ノ相異ナルモノヲ悉ク採リテ作レル順列ノ數 ${}_n P_n$ ハ前節ノ公式ニ於テ $r=n$ トオキテ得ラル. 卽,

$$\begin{aligned} {}_n P_n &= n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(n-2)\}\{n-(n-1)\} \\ &= n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 2 \cdot 1 \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1)n \end{aligned}$$

1 ヨリ n マデノ n 個ノ整數ノ連乘積ヲ n ノ階乘 (Factorial) ト云ヒ,之ヲ n 又ハ $n!$ ニテ表ハス. 卽,

$${}_n P_n = n \text{ 又ハ } {}_n P_n = n!$$

ナリ.

例. 4 人ノ子供ヲ一列ニ列ブル仕方ハ幾通リアルカ.

解. ${}_4 P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ 答 24 通

設問. 1, 2, 3, 4, 5 ナル 5 數字ヨリ作り得ル五桁ノ數ハ幾ツアルカ.

312. 悉クハ相異ナラザル物ヲ總テ採リタル順列.

例. $aaacbbbbcdd$ ナル 10 個ノ物ヲ總テ採リタル順列

ノ數ヲ N トセヨ. 其各順列ニ於テ 3 個ノ a ノ代リニ相異ナル a_1, a_2, a_3 ヲ置ケバ各順列ヨリ $3!$ 個ノ順列ヲ得ル故ニ N 個ノ順列ハ $3! \times N$ トナル.

次ニ 4 個ノ b ノ代リニ相異ナル b_1, b_2, b_3, b_4 ヲ以テセバ順列ノ數ハ更ニ増加シ $3! \times 4! \times N$ トナル. 次ニ 2 個ノ c ヲ相異ナル物ニ換フレバ順列ノ數ハ $3! \times 4! \times 2! \times N$ トナル,而シテ之ハ 10 個ノ文字ヲ總テ採リタル順列ノ數ナル故ニ $10!$ ニ等シ. 卽,

$$3! \times 4! \times 2! \times N = 10!$$

$$\therefore N = \frac{10!}{3!4!2!}$$

一般ニ n 個ノ物ノ中ニテ a ガ p 個, b ガ q 個, c ガ r 個アルトキ,其 n 個ノ物ヲ總テ採リタル順列ノ數ハ

$$\frac{n!}{p!q!r!}$$

例. Success ナル語ノ文字ヲ總テ採リタル順列ノ數ヲ求ム.

解. 文字ノ數ハ 7, 其中 s ガ 3 個, c ガ 2 個アル

$$\text{故ニ求ムル數ハ } \frac{7!}{3!2!} = 420 \quad (\text{答})$$

設問 1. mississippi ナル語ノ文字ヲ悉ク採リテ作レ

$$\frac{11!}{4!4!2!} = \frac{11!}{4!4!2!} = 72$$

ル順列ノ數ヲ求ム。

設問 2. 赤旗三枚, 白旗二枚, 黒旗一枚ヲ一列ニ吊シテ幾種ノ信號ヲナシ得ルカ.

$$\frac{6!}{3!2!1!} =$$

313. 重複順列

n 個ノ相異ナル物ヲ r 個宛採ル場合ニ同ジ物ノ重複ヲ許ストキハ其順列ノ數ハ n^r ナリ.

今 p, q, r ヲ二ツ宛採リタル重複順列ハ次ノ如クナル故ニ其數ハ 3^2 ナリ.

$$pp, \quad pq, \quad pr$$

$$qp, \quad qq, \quad qr$$

$$rp, \quad rq, \quad rr$$

上ノ順列ノ各ニ p 又ハ q 或ハ r ヲ附加スレバ各順列毎ニ 3 個ノ順列ヲ得ル故ニ, 3 個ノ物ヲ 3 個宛採ル重複順列ノ數ハ 3^3 ナリ.

n 個ノ物ヲ一個宛採リタル順列ノ數ハ n ナリ.

此順列ノ一ツヲ採リ之ニ a_1, a_2, \dots, a_n ヲ附加スルコトニヨリ二個宛採リタル順列 n 個ヲ得. 故ニ全體ニツキテハ二個宛採リタル順列

$$n \times n \text{ 個即, } n^2 \text{ 個ヲ得.}$$

同様ニシテ n 個ノ物ヲ r 個宛採ル重複順列ノ數ハ n^r ナリ.

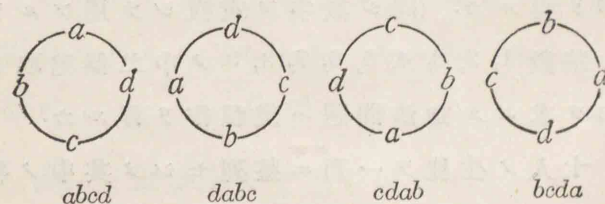
設問. 上ノ重複順列ニ於テ r ハ n ヨリ大ナルヲ得ルカ.

設問. 1, 2, 3, 4 ナル四個ノ數字ヲ用ヒテ作り得ル三桁ノ整數ヲ求ム.

314. 環狀順列

例 1. 4 人ノ來客ヲ圓卓子ニ着席セシムル席次ノ變化ハ幾通リアルカ.

解. 先ヅ 4 人 (a, b, c, d) ヲ 4 人宛採リタル順列ノ數ハ $4!$ ナリ. 然レドモ之ヲ環狀ニ竝ブルトキハ次ノ如キ四ツノ場合ハ同一ノ着席順ナリ



故ニ求ムル順列ノ數ハ $4! \div 4 = 3!$

斯ノ如キ順列ヲ環狀順列ト云ヒ, 之ニ對シ普通ノ順列ヲ線狀順列ト云フコトアリ.

例 2. 8 人ノ兒童ヨリ 5 人宛ヲ呼出シ圓陣ヲ作りテ遊戯ヲナサシメントス. 其方法幾通リアルカ.

解. 例 1 ト同様ノ理ニヨリ

求ムル數ハ $\frac{{}_8P_5}{5} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5} = 1344$ ナリ. 一般

ニ n 個ノ相異ナル物ヨリ相異ナル r 個ヲ採リタル環狀順列ノ數ハ

$$\frac{{}_nP_r}{r}$$

ナリ.

例 題

- 1. 3, 4, 4, 5, 5, 5 ナル六數字ヲ用ヒテ十萬ヨリ大ナル整數ヲ幾ツ作り得ルカ.
- 2. 1, 2, 3 ナル三數字ヲ用ヒテ三桁ノ整數ヲ幾ツ作り得ルカ. (同ジ數字ヲ重複シテ用フルヲ得)
- 3. 基數 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ノ中二個宛取リテ其和ヲ求ムル加法問題ハ幾種作り得ルカ.
- 4. 十人ノ生徒ヲ一列ニ整列セシメ其中ノ特別ナル二人ガ隣リ合フ様ニスル仕方ハ幾通リアルカ. $9P_9 \times 2$
- 5. 圓卓ノ周圍ニ十人ヲ着席セシムル仕方ハ幾通リアルカ. $10P_{10} = 10!$
- 6. 七種ノ着色セル珠ノ中ヨリ五種ヲ取り出シテ環狀順列ヲ作ラントス. 幾通リノ方法アルカ.

315. 組合(Combination)ノ意義
クミアハセ
コンビネーション

相異ナル n 個ノ物ヨリ r 個宛採り出シテ得ル一群ヲ, n 個ノ物ヲ r 個宛取りタル組合ト云ヒ, 此組合ノ數ヲ ${}_nC_r$ ニテ表ハス.

組合ハ其中ニ含マル、物ノ順序ニ拘ハラズ, 例ヘバ a_1, a_2 ト a_2, a_1 ハ異ナリタル順列ナレドモ組合トシテハ同一ナリ.

例 1. a, b, c ノ三文字ヨリ二ツ宛取リタル組合ハ ab, ac, bc

$$\therefore {}_3C_2 = 3$$

例 2. a_1, a_2, a_3, a_4 ノ四文字ヨリ三ツ宛取リ出シタル組合ハ $a_1, a_2, a_3, a_1, a_2, a_4, a_1, a_3, a_4, a_2, a_3, a_4$
故ニ ${}_4C_3 = 4$

316. ${}_nC_r$ ノ公式

相異ナル n 個ノ物ヨリ r 個宛採リタル組合ノ數ヲ ${}_nC_r$ ニテ表ハス. ${}_nC_r$ 個ノ中ノ一組ヲ採り出シ, 其配列ノ順序ヲ種々ニ更フレバ $r!$ 個ノ順列ヲ得ル故ニ總テノ組合ニツキ同様ニスレバ ${}_nC_r \times r!$ 個ノ順列ヲ得. 之ハ n 個ノ物ヨリ r 個宛採リタル順列ニ外ナラズ. 故ニ ${}_nC_r \times r! = {}_nP_r$

$$\therefore {}_n C_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

例. ${}_8 C_5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 56$

定理 1. ${}_n C_r = {}_n C_{n-r}$

證. ${}_n C_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!} \times \frac{(n-r)!}{(n-r)!}$
 $= \frac{n!}{(n-r)!r!}$
 ${}_n C_{n-r} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(n-r)+1\}}{(n-r)!}$
 $= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(r+1)}{(n-r)!} \times \frac{r!}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

$\therefore {}_n C_r = {}_n C_{n-r}$

設問. ${}_n C_6 = {}_n C_4$ ナルトキ n ノ値如何.

定理 2. ${}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}$

證. n 個ノ物 (a_1, a_2, \dots, a_n) ヲ r 個宛採リタル組合 ${}_n C_r$ ハ之ヲ其中ノ特別ナル一物 a_1 ヲ含ムモノト、之ヲ含マザルモノトノ二群ニ分ツヲ得. 而シテ a_1 ヲ含マザル組合ノ數ハ ${}_{n-1} C_r$, a_1 ヲ含ム組合ノ數ハ ${}_{n-1} C_{r-1}$ $\therefore {}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}$

例 題

1. 次ノ各ノ値ヲ求ム.

${}_{10} C_3, {}_7 C_5 \times {}_5 C_3, {}_n C_r + {}_n C_{r-1}$

$n C_r = n C_{n-r}$
 $12+6+8$ 185
 ${}_{18} C_6 = {}_{18} C_{12}$ ${}_{18} C_{12} = \frac{18!}{14!}$

2. ${}_n C_6 = {}_n C_{12}$ ナルトキ ${}_n C_{14}$ ヲ求ム.

3. 會員 12 人ノ中ヨリ委員 5 人ヲ選出スル方法ハ

幾通リアルカ.

${}_{12} C_5 \times 5! = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 = 95040$

例 1. 子音 5 字、母音 3 字ノ内ヨリ子音 3 字、母音 2 字ヲ有スル語ヲ作ラントス. 其語數ヲ求ム.

解. 子音 5 字ヨリ 3 字ヲ選ブ仕方ハ ${}_5 C_3$, 此各選字毎ニ母音 4 字ヨリ 2 字ヲ選ブ仕方 ${}_4 C_2$ ナリ, 故ニ ${}_5 C_3 \times {}_4 C_2 = 60$ ノ選ビ方アリ. 而シテ文字ノ數 5 ナル故ニ上ノ 60 ノ各ニツキ 5! ノ語ヲ得. 故ニ全體ニテハ $60 \times 5! = 7200$

例 2. 相異ナル 12 個ノ物ヲ 4 人ニ分チ 1 人ガ各 3 個ヲ得ル方法ハ幾通リアルカ.

解. 12 個ノ物ヨリ第一人ガ 3 個ヲ選ブ方法ハ ${}_{12} C_3$, 残り 9 個ヨリ第二人ガ 3 個ヲ選ブ方法ハ ${}_9 C_3$, 次第ニ斯ノ如クシテ ${}_{12} C_3 \times {}_9 C_3 \times {}_6 C_3 \times {}_3 C_3 = \frac{12!}{(3!)^4}$ ノ方法アリ.

例 3. 12 人ノ議員中ヨリ 5 名ノ參事ヲ選ビ、其參事ノ中ニ特定ノ一人松本氏ハ必ズ選バル、様ニセントス. 幾通リノ選出方法アルカ.

解. 松本氏ヲ除キタル以外ノ 11 人中ヨリ 4 人ヲ選ビ之ニ松本氏ヲ加フレバ可ナリ.

$${}_{11}C_4 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 330 \quad \text{答} \quad 330 \text{ 通り}$$

例 4. 同一平面上ニアル n 個ノ點ノ中 m 個ハ同一直線上ニアリテ他ハ何レノ三ツモ同一直線上ニアラス. 是等ノ諸點ヲ頂點トスル三角形ノ數ヲ問フ.

解. n 個ノ中ヨリ 3 個宛採リタル組合 ${}_nC_3$ 組ノ中, 同一直線上ニアル m 個ヨリ採リタル ${}_mC_3$ 組ハ三角形ヲ作ラズ, 故ニ求ムル三角形ノ數ハ

$${}_nC_3 - {}_mC_3 = \frac{n(n-1)(n-2) - m(m-1)(m-2)}{6}$$

例 5. m 人ノ選舉人ガ候補者 n 人ノ中ヨリ 1 人ヲ選舉スル方法ハ幾通リアルカ.

解. 第一選舉人ガ候補者 n 人中ヨリ 1 人ヲ選ブ方法ハ n 通りナリ. 其 n 通りノ各ニツキ第二選舉人ガ n 通りノ方法アル故ニ第一, 第二選舉人ノ方法ハ n^2 , 此各ニツキ第三人ガ n 通りノ方法アル故ニ第一, 第二, 第三人ガ選舉スル方法ハ n^3 通りナリ. 以下同理ニヨリ所要ノ方法ハ n^m 通りナリ.

例 題

1. 20 人ノ生徒ヲ等分シテ階上ノ室ト階下ノ室ト

ニ入ラシムル仕方ハ幾通リアルカ.

2. 22 人ノ生徒ヲ二等分シ蹴球ヲナサシムルニ幾對ノ異ナル組ヲ作り得ルカ.
3. 40 人ノ中ヨリ級長一人, 副級長二人ヲ選ブ仕方ハ幾通リアルカ.
4. 20 人ノ生徒ヲ二列ニ並ブル仕方ハ幾通リアルカ.

第三十六問題

1. いろはにほへとナル 7 字ヨリ 3 字宛選ビテ幾ツノ語ガ作り得ラルカ. 但, 同一文字ハ重複セザルモノトス.
2. 一平面上ニアル 5 直線アリ. 其何レノ二ツモ平行ナラズ, 且, 何レノ三ツモ同一點ヲ通ラズ. 然ルトキハ是等ノ直線ノ交點ハ幾ツアルカ.
3. 15 人ノ蹴球選手中ヨリ 11 人ヲ出場セシムル方法ハ幾通リアルカ. 但, ござーるきーばー 1 人ハ特定ノモノトス.
4. 委員 18 人中ヨリ幹事 3 人ト記録係 2 人トヲ選ブ方法ハ幾通リアルカ. 但, 兼任セザルモノトス.
5. 0, 1, 2, 3, 4, 5 ナル六個ノ數字ノ中, 相異ナルモノヲ採リテ書キ得ル三桁ノ整数ハ幾ツアル

カ。

6. 同一平面上ニ10個ノ點アリ,其中4個ハ同一直線上ニアリ,他ハ何レノ三點モ同一直線上ニアラズ. 然ラバ是等ノ點ヲ頂點トスル三角形ハ幾ツアルカ.
7. 3, 4, 5, 6, 7ノ五ツノ數字ヲ悉ク列ベテ五桁ノ偶數幾ツヲ作り得ルカ.
8. 0, 1, 2, 3, 4ノ五數字ヲ用ヒテ作り得ル一萬ヨリ大ナル整數ハ幾ツアルカ. 同一數字ヲ重複シテ用フル場合ヲモ含ム.
9. 20人ノ選舉人ガ3名ノ候補者ノ中,1名ヲ選舉スル方法ハ幾通リアルカ.
10. 15人ノ生徒ヲ5人宛三組ニ分チテ競泳ヲ行ハシメントス. 其方法ハ幾通リアルカ.
11. 青年會員8人,處女會員5人中ヨリ夫々3人,2人ヲ選ビテ5人ノ委員ヲ定メントス. 其選ビ方幾通リアルカ.
12. 5人ノ男兒ト3人ノ女兒トヨリ3人ノ男兒ト2人ノ女兒トヲ採リ,種々ノ順序ニ列ブル方法ハ幾通リアルカ.
13. $2n$ 人ガ n 人ツツニツノ圓卓子ニ坐スル方法ハ

幾通リアルカ.

14. 四人ノ紳士ト四人ノ婦人ト,ガーツノ圓卓子ヲ圍ミテ輪坐セントス. 今紳士ト婦人ト1人置キニ列ブ様ニスルニハ其列ベ方幾通リアルカ.
15. 30人ノ生徒ヲ三列ニ並ブル方法ハ幾通リアルカ.
16. 野球選手15人ノ中5人ハ内野手,8人ハ外野手,2人ハ内外野何レニモ適ス. 此中ヨリ内野手5人,外野手4人ヲ選出スル方法ハ幾種アルカ.

第二章

二項定理(Binomial Theorem)

317. 二項定理

n が正ノ整数ナルトキ

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3}b^3 + \dots + b^n$$

之ヲ二項定理ト云フ。

説明. 乗法ニヨリ

$$(1) (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) (a+b)(a+b)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(3) (a+b)(a+b)(a+b)(a+b) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

設問 1. 左邊ノ二項因數ノ數ト右邊ノ項數トヲ比較セヨ。

設問 2. 右邊ノ各項ノ次數ト左邊ノ二項因數ノ數トヲ比較セヨ。

設問 3. 右邊ノ各項ノ數字係數ト左邊ノ二項因數ノ數トノ間ニ何等カノ關係アリヤ。

上ノ(1),(2),(3)ヨリ類推シテ一般ニ右邊ノ項數ハ左邊ノ二項因數ノ數ヨリ1ダケ大ナリ。

次ニ右邊ハ同次式ニシテ其次數ハ左邊ノ二項因數ノ數ニ等シ、即、各項ニ於ケル a ノ指數ト b ノ指數トノ和ハ常ニ左邊ノ因數ノ數ニ等シ。例ヘバ(3)ニ於テハ左邊ノ因數ノ數4ナル故ニ右邊ノ各項ハ夫

$$a^4, \quad a^3b, \quad a^2b^2, \quad ab^3, \quad b^4$$

ナリ。

次ニ $(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$ ナル4個ノ因數ノ各ヨリ a ヲ採ル方法ハ唯一通リナル故ニ、 a^4 ノ數字係數ハ1, 3個ノ因數ヨリ a , 殘リノ1個ノ因數ヨリ b ヲ採ル方法ハ ${}_4C_1$ 通リアル故ニ、 a^3b ノ數字係數ハ ${}_4C_1$, 2個ノ因數ヨリハ a , 殘リノ2個ノ因數ヨリハ b ヲ採ル方法ハ ${}_4C_2$ 通リアル故ニ a^2b^2 ノ數字係數ハ ${}_4C_2$, 同理ニヨリ ab^3 ノ數字係數ハ ${}_4C_3$, b^4 ノ數字係數ハ ${}_4C_4 = 1$ ナリ。即、

$$(a+b)^4 = a^4 + {}_4C_1 a^3b + {}_4C_2 a^2b^2 + {}_4C_3 ab^3 + b^4 \\ = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

設問. 上ノ方法ニヨリ次ノ二式ヲ展開セヨ。

$$(a+b)^5, \quad (a+b)^6$$

一般ニ因數ノ數 n 個アル場合

$(a+b)(a+b)\cdots(a+b)$ 即、 $(a+b)^n$ の展開 = ツキテ考フル = 展開セラレタル式 = 於ケル各項ノ文字因數ハ次ノ如シ。

$$a^n, a^{n-1}b, a^{n-2}b^2, \dots, ab^{n-1}, b^n$$

次 = 數係數 = 付キテ考フルニ、

n 個ノ因數ノ各ヨリ a ヲ採ル方法ハ唯一通リナル故 = a^n ノ數係數ハ 1 , n 個ノ因數ノ中ノ $(n-1)$ 個ヨリ a , 残りノ 1 個ヨリ b ヲ採ル方法ハ ${}_nC_1$ 通リナル故 = $a^{n-1}b$ ノ數係數ハ ${}_nC_1$, n 個ノ因數ノ中ノ $(n-2)$ 個ヨリ a , 残りノ 2 個ヨリ b ヲ採ル方法ハ ${}_nC_2$ 通リアル故 = $a^{n-2}b^2$ ノ數係數ハ ${}_nC_2$, 以下同様 = シテ

$$\begin{aligned} (a+b)^n &= a^n + {}_nC_1 a^{n-1}b + {}_nC_2 a^{n-2}b^2 + \dots + {}_nC_{n-1} ab^{n-1} + b^n \\ &= a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2}b^2 + \dots + nab^{n-1} + b^n \end{aligned}$$

依テ二項定理ヲ説明シ得タリ。

設問 1. $(a+b)^n$ ノ展開ノ項數如何。

設問 2. $(a+b)^n$ ノ展開 = 於ケル第五項及第 $r+1$ 項及第 $n+1$ 項ヲ書ケ。

318. $(a+b)^n$ ノ展開ノ一般項

$(a+b)^n$ ノ展開 = 於ケル第三項、第四項ハ夫々

$$\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2}b^2, \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3}b^3 = \text{シテ一般}$$

第 $r+1$ 項ハ

$$\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots r} a^{n-r}b^r$$

= シテ此項 = 於テ $r=1$ トセバ第二項, $r=2$ トセバ第三項, $r=n$ トセバ第 $n+1$ 項即、末項ヲ得ル故 = 此第 $r+1$ 項ヲ $(a+b)^n$ ノ展開ノ一般項ト云フ。

設問 1. $(x+a)^n$ ヲ展開セヨ。

$$\begin{aligned} \text{解. } (x+a)^n &= x^n + nax^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^2x^{n-2} \\ &\quad + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3x^{n-3} + \dots + na^{n-1}x + a^n \end{aligned}$$

設問 2. n ガ奇數ナル場合 = 於ケル $(a-b)^n$ ヲ展開セヨ。

設問 3. $(x-a)^n$ ノ展開 = 於ケル一般項ヲ記セ。

(1) r ガ奇數ナル場合. (2) r ガ偶數ナル場合.

319. $(a+b)^n$ ノ展開 = 於テ初末兩項ヨリ數ヘテ等シキ番號 = 當ル項ノ數係數ハ相等シ。

證. 初項ヨリ第 $r+1$ 番ノ項ノ數係數ハ ${}_nC_r$, 末項ヨリ第 $r+1$ 番ノ項ノ數係數ハ ${}_nC_{n-r}$, 第 316 節 = ヨリ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ ナリ。

故 = 二項定理 = ヨリ展開ヲナストキハ其數係數ハ全部之ヲ求ムルヲ要セズ. n ガ偶數ナ

ル時ハ項數ハ奇數 $n+1$ ナル故ニ其真中ノ項マ
デノ數係數ヲ求ムレバヨシ. n ガ奇數ナル時
ハ項數ハ偶數 $n+1$ ナル故ニ其中ノ半分ダケヲ
求ムレバ可ナリ.

設問. $(1+x)^n$ ヲ展開セヨ.

例. $(a^2+2bx)^6$ ヲ展開セヨ.

$$\begin{aligned} \text{解. } (a^2+2bx)^6 &= (a^2)^6 + 6(a^2)^5(2bx) + 15(a^2)^4(2bx)^2 + 20(a^2)^3(2bx)^3 \\ &\quad + 15(a^2)^2(2bx)^4 + 6(a^2)(2bx)^5 + (2bx)^6 \\ &= a^{12} + 12a^{10}bx + 60a^8b^2x^2 + 160a^6b^3x^3 \\ &\quad + 240a^4b^4x^4 + 192a^2b^5x^5 + 64b^6x^6 \end{aligned}$$

第三十七問題

1. 次ノ各式ヲ展開セヨ.
 $(x+y)^5, (x-y)^7, (x^2-x+1)^3, (2x+\frac{y}{2})^4, (3x-1)^6$
2. $(1-2x)^{10}$ ノ展開式ノ第五項ヲ求ム.
3. $(1-\frac{x^2}{3})^8$ ノ展開式ノ第七項ヲ求ム.
4. $(a^2-ma^{-1})^{10}$ ノ展開式中 a^8 ヲ含ム項ハ第何項ナル
カ.
5. $(2+\frac{1}{2}y)^{12}$ ノ展開式ノ中央ノ項ヲ求ム.
6. $(x+\frac{1}{x})^8$ ノ展開式中 x^2 ヲ含ム項ヲ求メヨ.

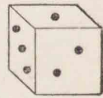
7. $(1+x)^{p+q}$ ノ展開式ニ於テ x^p ト x^q ノ係數ハ相等シ
キコトヲ證セヨ.
8. 99^5 ヲ二項定理ヲ用ヒテ計算セヨ.
9. $(x-3y)^n$ ノ展開式ニ於ケル一般項ヲ記セ.
10. $(1+x)^n$ ノ展開式ノ第二項,第三項及第四項ノ係
數ガ等差級數ヲナストキ n ノ値如何.

第三章

確率(Probability)

320. 確率ノ意義

一個ノ賽ヲ取リ之ヲ投グルトキ、何レノ面ガ出ヅルカハ不定ナリ。サレド數回之ヲ投グルトキハ其中ノ一面例ヘバ1點ガ出ヅル回數ハ全回數ノ約 $\frac{1}{6}$ ナルベク、從ツテ1點ガ出デザル回數ハ全回數ノ約 $\frac{5}{6}$ ナルベシ。而シテ此事實ハ投グル回數ヲ増スニ從ヒ次第ニ眞ニ近クナルコトガ首肯セラル。一般ニ



一事象ノ起ルベキ機會ガ a 回アリ、起ラザル機會ガ b 回アリトセバ、其事象ノ起ルベキ確率ハ $\frac{a}{a+b}$ ナリト云ヒ、其事象ノ起ラザル確率ハ $\frac{b}{a+b}$ ナリト云フ。(但、其事象ノ起ルコト及起ラザルコトノ難易ハ $a+b$ 回

ノ何レノ場合ニ於テモ全ク同様ナルモノトス)

即、一事象ニ於テ或條件ニ適スル場合ノ確率ヲ求ムルニハ其條件ニ適スル場合ノ數ヲ、起リ得ベキ總テノ場合ノ數ニテ割レバ可ナリ。

例ヘバ一白球ト二黒球トノ入リタル袋ノ中ヨリ無心ニ一球ヲ取り出ストキニ起リ得ベキ總テノ機會ハ

白球一ツヲ取り出ス場合 1

黒球一ツヲ取り出ス場合 1

他ノ黒球一ツヲ取り出ス場合 1

ノ三場合アリテ、其出顯ノ難易ハ何レモ全ク一樣ニシテ公平不偏ナリ。

故ニ白球ノ出顯スル確率ハ $\frac{1}{3}$ ニシテ黒球ノ出顯スル確率ハ $\frac{2}{3}$ ナリ。

此數學上ノ斷定ヲ實驗ニ徴スルニ、 N 回ノ實驗ノ結果ハ常ニ $N \times \frac{1}{3}$ 回ハ白球ヲ取り出シ、 $N \times \frac{2}{3}$ 回ハ黒球ヲ取り出スモノニハアラザレドモ實驗回數 N ガ増スニ從ヒテ白球ノ取り出サル、回數ト N トノ比ガ次第ニ $\frac{1}{3}$ ニ近迫シ、黒球ノ取り出サル、回數ト

N トノ比ハ次第 $= \frac{2}{3} =$ 近迫ス。

故ニ實驗若シクハ觀測ノ回數 N ガ大ナル時ニ或事象ガ n 回出顯セバ,此事象ノ出顯ノ確率ハ $\frac{n}{N}$ ナリト云フ。

斯ノ如ク實驗ニ基ク確率ハ生命保險等ニ於テ用ヒラル,例ヘバ30歳ノ人ガ85,441人ノ内78,106人ハ40歳マデ生存シタル經驗ニ基キ30歳ノ人ガ10年間生存スル確率ヲ $\frac{78106}{85441}$ ト定ムルガ如シ。

此經驗ニ基ク確率ト理論的ニ定メタル確率トハ一致スベシトノ想定ノ下ニ諸法則ハ運用ヲナスモノナリ。

321. 或事象ノ出顯スル確率ガ p ナルトキハ,其事象ノ出顯セザル確率ハ $1-p$ ナリ。

其故ハ或事象ノ出顯シ得ル場合ヲ a 回,出顯シ得ザル場合ヲ b 回トスレバ,其出顯ノ確率ハ $\frac{a}{a+b} = p$ ニシテ不出顯ノ確率ハ $\frac{b}{a+b} = 1 - \frac{a}{a+b} = 1 - p$ ナレバナリ。

注意 p 及 $1-p$ ハ1ヨリ小ナル正數ナルコトハ確率

ノ意義ニヨリ明ナリ

例1. 机上一個ノ銀貨ヲ一回投グルトキ,表ガ出ヅル確率及裏ガ出ヅル確率ヲ求ム。

解. 一個ノ銀貨ヲ一回投グレバ表ガ出ル機會ガ1回,表ガ出デザル機會(即,裏ガ出ル機會)ガ1回ナリ。

$$\therefore \text{表ガ出ヅル確率} \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad (\text{答})$$

$$\text{裏ガ出ヅル確率} \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad (\text{答})$$

例2. 3個ノ紅球ト5個ノ白球トヲ袋ノ中ニ入レ置キ,其中ヨリ無心ニ一ツヲ取り出ストキ,紅球ノ出ヅル確率ヲ求ム。

解. 紅球ノ出ヅル機會ハ3回,出デザル機會(即,白球ガ出ヅル機會)ハ5回。

$$\therefore \text{紅球ノ出ヅル確率ハ} \frac{3}{8}$$

$$\text{答} \quad \frac{3}{8}$$

例3. 8個ノ白球ト12個ノ紅球トヲ入レタル袋ノ中ヨリ無心ニ二球ヲ取り出ストキ,何レモ白球ナルベキ確率如何。

解. 20個ノ球ガ2個ヅツ取り出サル、場合ノ數ハ ${}_{20}C_2$, 2個ノ白球ガ其8個ヨリ出サル、場

合ノ數ハ ${}_8C_2$,

$$\therefore \text{求ムル確率ハ} \frac{{}_8C_2}{{}_{20}C_2} = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \div \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = \frac{14}{95} \text{ (答)}$$

例 題

1. 或學校ニ於ケル補缺入學志願者甲乙2人ノ中ヨリ抽籤ニヨリ1人ヲ入學セシメントス。甲ガ入學シ得ル確率ヲ求ム。
2. 80人ノ生徒募集ニ對シ300人ノ志願者アリ,各人ガ入學シ得ル確率ヲ求ム。
3. 5個ノ紅毬ト7個ノ白毬トヲ入レタル袋ノ中ヨリ二個ノ毬ヲ取リ出シ,共ニ紅毬ナルベキ確率ヲ求ム。
4. とらんぶハ各種13枚ヅツ四種,合計52枚アリ。今52枚ノとらんぶヨリ3枚ヲ抽キ出シ,3枚共ニじやつく(水兵)ナルベキ公算ヲ求ム。
注意 確率ヲ公算又ハ適遇トモ云フ。
5. 10人ヲ一列ニ竝ブルトキ其中ノ特別ナル人ガ隣リ合フ適遇ヲ求ム。
6. 10人ガ圓卓ヲ圍ミ會食スルトキ,其中ノ特別ナル二人ガ互ニ隣席ヲ占ムル確率ヲ求ム。
7. 3個ノ貨幣ヲ投ジタル時,其中ノ1個ノミガ表ヲ顯ハス確率如何。

8. 5個ノ貨幣ヲ投ジタル時,其中ノ2個ガ表ヲ顯ハス確率如何。
9. 20本ノ籤ノ中ニ當籤5本アリ。之ヨリ3本ヲ抽キ取ルトキ次ノ各場合ノ確率如何。
(1) 3本共當籤 (2) 2本當籤,1本空籤
(3) 1本當籤,2本空籤 (4) 3本共空籤
(5) 少クトモ1本ハ當籤ナル場合。
10. 三年生3人,四年生4人,五年生5人ヨリ成レル委員中ヨリ抽籤ニヨリ4名ノ特別委員ヲ定ムルトキ,三年生1人,四年生1人,五年生2人トナルベキ確率如何。

322. 事象ノ分類 事象ヲ共出顯ノ状態ニヨリテ分類スレバ確率ノ計算ニ便利ナリ。

排反事象 若干ノ事象ニシテ其中ノ一事象ガ出顯スレバ他ノ事象ガ全ク出顯シ得ザルモノヲ云フ。例ヘバ一個ノ賽ヲ投ズルトキ一點ノ出顯スル事象ト二點ノ出顯スル事象トハ互ニ排反ナリ。

獨立事象 若干ノ事象ニシテ,其中ノ一事象ノ出顯ガ他ノ事象ノ出顯ニ何等ノ影響ヲ及サザルモノヲ云フ。例ヘバ二個ノ賽ヲ投ズルトキ,一方ガ一點ヲ出顯シ他ガ二點ヲ出顯スル事象トハ互ニ獨立

ナリ.

從屬事象 若干ノ事象ニシテ其中ノ一事象ノ成敗ガ他ノ事象ノ成敗ニ影響スルモノヲ云フ. 例ヘバ五個ノ白毬ト八個ノ赤毬トヲ入レタル囊中ヨリ一球ヲ取り出シ白球ヲ得ル事象ト,之ヲ元ニ戻スコトナク其殘ヨリ一球ヲ取り出シ白球ヲ得ル事象トハ從屬事象ナリ.

323. 排反事象ニ關スル確率ノ定理

或事象ノ出顯確率ハ其事象ヲ互ニ排反スル事象ニ分チタルトキ各事象ノ出顯確率ノ和ニ等シ.

例. 一個ノ賽ヲ投ゲテ2,5ノ中何レカーツ出顯スル確率ハ,2ノ出顯確率 $\frac{1}{6}$ ト5ノ出顯確率 $\frac{1}{6}$ トノ和 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ニ等シ.

一般ニ n 個ノ排反事象出顯ノ確率ヲ夫々 p_1, p_2, \dots, p_n トセバ,此中何レカ一事象ガ出顯スル確率ハ $p_1 + p_2 + \dots + p_n$ ナリ.

證明. 總テノ場合ノ數ヲ N トセバ排反事象ノ各ガ出顯スル數ハ夫々 Np_1, Np_2, \dots, Np_n ナリ. 此中何レカーツノ出顯ヲ望ムガ故ニ其場合ノ數

ハ $Np_1 + Np_2 + \dots + Np_n$, 故ニ定義ニヨリ求ムル確率ハ $\frac{Np_1 + Np_2 + \dots + Np_n}{N} = p_1 + p_2 + \dots + p_n$

例1. 二個ノ賽ヲ投ジテ出顯スル點數ノ和ガ9以上ナル確率ヲ求ム.

解. 二個ノ賽ノ出顯點數ノ和ガ9點ナル場合ト10點ナル場合トハ兩立セズ. 故ニ排反事象ナリ. 而シテ9點以上ナル配合ハ9, 10, 11, 12ノ四種アリ. 是等ヲ組ミ立ツル賽ノ面ヲ考フレバ

9	10	11	12
(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)
(6,3)	(6,4)	(6,5)	
(4,5)	(5,5)		
(5,4)			

合計10通アリ,而シテ總テノ場合ノ數ハ36ナルヲ以テ條件ニ適スル場合ノ數ヲ總テノ場合ノ數ニテ割リ

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

ヲ以テ所要ノ確率トス.

又ハ各事象ノ出顯確率ヲ求ムレバ

$$9 \text{ 點ノ場合ハ } \frac{4}{36}, \quad 10 \text{ 點ノ場合ハ } \frac{3}{36}$$

11 點ノ場合ハ $\frac{2}{36}$, 12 點ノ場合ハ $\frac{1}{36}$

故ニ所要ノ確率ハ是等ノ和ヲ取リ

$$\frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

例 2. 袋ノ中ニ紅毬 5, 白毬 7, 黒毬 8 アリ, 今此中ヨリ取り出シタル毬ガ紅又ハ白ナル確率ヲ求ム.

解. 紅毬ナル確率ハ $\frac{5}{20}$, 白毬ナル確率ハ $\frac{7}{20}$,

而シテ排反事象ナル故ニ其和ヲ取リ

$$\frac{5}{20} + \frac{7}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \text{ ハ所要ノ確率ナリ.}$$

例 題

1. 一個ノ賽ヲ一回投ゲ 5 點以上ヲ得ル確率如何.
2. 二個ノ賽ヲ投ゲ出顯點數ノ和ガ 8 ヲ超エザル確率如何.
3. 囊中ニ五白球, 七黒球, 八赤球ヲ入レ置キタリ今無心ニ取り出シタル一球ガ黒又ハ赤ナルベキ確率ヲ求ム.
4. 拾錢白銅貨二個, 貳拾錢銀貨三個, 五拾錢銀貨四個ヲ入レアル財布ヨリ一個ノ貨幣ヲ取り出シ夫ガ貳拾錢銀貨又ハ五拾錢銀貨ノ何レカナル確率ヲ求ム.

324. 獨立事象ニ關スル複確率ノ定理

數多ノ獨立事象ヨリ成ル複合事象出顯ノ確率ハ各事象出顯確率ノ相乘積ニ等シ.

例. 甲乙二人ガ各一個ノ賽ヲ投ジテ甲ハ 2 點, 乙ハ 3 點ヲ得ル確率ハ甲ガ 2 點ヲ得ル確率 $\frac{1}{6}$ ト乙ガ 3 點ヲ得ル確率 $\frac{1}{6}$ トノ乘積 $\frac{1}{36}$ ナリ.

一般ニ n 個ノ獨立事象出顯ノ確率ヲ夫々 p_1, p_2, \dots, p_n トセバ是等ノ各事象ガ總テ共ニ出顯スル確率ハ $p_1 p_2 \dots p_n$ ナリ.

證明. 便宜上第一事象, 第二複合事象, \dots , 第 n 複合事象ト名ヅケ, 總テノ場合ノ回數ヲ N トセバ第一事象ハ $N p_1$ 回出顯シ, 第二複合事象ハ $N p_1 p_2$ 回出顯シ, 第 n 複合事象ハ $N p_1 p_2 \dots p_{n-1}$ 回出顯シ, $N p_1 p_2 \dots p_n$ 回出顯ス.

此最後ノ $N p_1 p_2 \dots p_n$ ハ各獨立事象ガ共ニ出顯スル回數ナリ. 而シテ總テノ場合ノ回數ハ N ナル故ニ定義ニヨリ求ムル確率ハ

$$\frac{N p_1 p_2 \dots p_n}{N} = p_1 p_2 \dots p_n$$

325. 從屬事象ニ關スル複確率ノ 定理

數多ノ從屬事象ヨリ成ル複合事象出顯ノ確率ハ
各事象出顯ノ確率ノ相乘積ニ等シ

證明. 複合事象ノ出顯トハ各從屬事象ガ總テ共
ニ出顯スルコトナリ. 故ニ n 個ノ從屬事象出
顯ノ確率ヲ夫々 p_1, p_2, \dots, p_n トセバ前節ト同様
ニ N 回試行中, 各事象ガ何レモ出顯スル回數ハ
 $N p_1 p_2 \dots p_n$ ナリ, 故ニ所要ノ確率ハ

$$\frac{N p_1 p_2 \dots p_n}{N} = p_1 p_2 \dots p_n$$

例 1. 甲乙二個ノ賽ヲ同時ニ投ゲテ甲ハ 3 點, 乙
ハ 5 點ヲ顯ハス確率ヲ求ム.

解. 甲ガ 3 點ヲ顯ハス確率ヲ p_1 , 乙ガ 5 點ヲ顯
ハス確率ヲ p_2 トセバ, $p_1 = \frac{1}{6}$, $p_2 = \frac{1}{6}$, 而シテ兩
事象ハ互ニ獨立ナル故ニ所要事象ノ確率ヲ
P トセバ

$$P = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

例 2. 甲乙二組ノとらんぶノ各組ヨリ一枚宛抽
キ出シテ甲組ヨリきんぐ(王)ヲ得, 乙組ヨリきん
ぐヲ得ザル確率ヲ求ム.

解. きんぐノ數ハ 4 ナル故, 甲組ヨリきんぐヲ

得ル確率ハ $\frac{4}{52}$, 乙組ヨリきんぐヲ得ザル確
率ハ $1 - \frac{4}{52} = \frac{12}{13}$ ナリ. 而シテ甲組ヨリきん
ぐヲ得ルコトト乙組ヨリきんぐヲ得ザルコ
トトハ互ニ獨立セル事象ナルヲ以テ所要事
象ノ確率ヲ P トセバ

$$P = \frac{4}{52} \times \left(1 - \frac{4}{52}\right) = \frac{1}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{12}{169}$$

例 3. 囊中ニ m 個ノ赤玉ト n 個ノ白玉トアリ.

今此囊中ヨリ一個宛三回連續シテ玉ヲ取り出
シテ第一回ニ赤玉, 第二回ニ白玉, 第三回ニ赤玉,
合セテ二個ノ赤玉ト一個ノ白玉トヲ得ル確率
如何. (一度取り出シタル玉ハ舊ニ復セザルモ
ノトス)

解. 第一回ニ於テハ囊中ノ總數ハ $m+n$, 赤玉ノ
數ハ m ナルヲ以テ第一回ニ赤玉ヲ得ル確率
ヲ p_1 トセバ

$$p_1 = \frac{m}{m+n}$$

第二回ニ於テハ囊中ノ總數ハ $m+n-1$, 白玉
ノ數ハ n ナル故ニ白玉ヲ得ル確率ヲ p_2 トセ
バ

$$p_2 = \frac{n}{m+n-1}$$

第三回 = オイテ囊中ノ總數ハ $m+n-2$, 赤玉ノ數ハ $m-1$ ナル故 = 第三回 = 赤玉ヲ得ル確率ヲ p_3 トスレバ

$$p_3 = \frac{m-1}{m+n-2}$$

而シテ各事象ハ從屬ノ關係ニアル故 = 所要ノ複合事象ノ確率ヲ P トセバ定理ニヨリ

$$P = p_1 p_2 p_3 = \frac{m}{m+n} \cdot \frac{n}{m+n-1} \cdot \frac{m-1}{m+n-2}$$

例 4. 甲箱 = ハ 5 白球ト 10 赤球, 乙箱 = ハ 5 白球ト 7 黒球トアリ, 今任意ニ一ツノ箱ヨリ一球ヲ取り出シ白球ヲ得ル確率ヲ求ム.

解. 甲箱ト乙箱ト = 於テ球ノ配合状態異ナル故 = 手ガ甲箱 = 入ル事象ト甲箱ヨリ白球ヲ得ル事象トハ互ニ從屬ノ關係ナリ, 同様ニ手ガ乙箱 = 入ル事象ト乙箱ヨリ白球ヲ得ル事象トハ互ニ從屬ノ關係ナリ. 而シテ手ガ甲 = 入ル確率ハ $\frac{1}{2}$ ニシテ其時 = 白球ヲ得ル確率ハ $\frac{5}{15}$, 故ニ此複合事象ノ確率ハ $\frac{1}{2} \times \frac{5}{15}$ (I). 同様ニ手ガ乙 = 入ル場合ノ複合事象ノ確率ハ $\frac{1}{2} \times \frac{5}{12}$ (II). 而シテ手ガ甲 = 入レバ乙 = ハ入ラス故 = (I)ト(II)ハ排反事象ナリ. 故ニ所要ノ確率ハ

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} = \frac{3}{8}$$

例題

1. 一個ノ賽ヲ二回投ジテ第一回 = 一點ヲ得, 第二回 = 他ノ點ヲ得ル確率ヲ求メヨ.
2. 一囊中ニ三白球, 四黒球及五赤球ヲ入レ置キ, 先ヅ一球ヲ取り出シ, 其殘ヨリ一球ヲ取り出スニ兩球ガ共ニ赤ナル確率ヲ求ム.
3. 甲ガ十年間生存スル確率ハ $\frac{1}{4}$, 乙ガ十年間生存スル確率ハ $\frac{1}{5}$ ナリ. 然ラバ此二人ガ十年間共ニ生存スル確率如何.
4. 四白球ト六黒球トヲ入レタル囊中ヨリ無心ニ五個ヲ出ストキニ, 其中ノ二個ハ白球ニシテ他ハ黒球ナル確率ヲ求ム.
5. 五白球ト八黒球トヲ入レタル囊中ヨリ無心ニ三球ヲ取り出シ, 之ヲ元ニ戻シタル後ニ更ニ三個ヲ取り出シ, 第一回 = ハ悉ク白, 第二回 = ハ悉ク黒ヲ得ル確率如何.
6. 前題ニ於テ第一回 = 取り出シタル三球ヲ元ニ戻スコトナク, 其殘ヨリ第二回ノ三球ヲ取り出スモノトセバ, 第一回 = ハ悉ク白, 第二回 = ハ悉ク黒

ヲ得ル確率如何.

326. 重複試行ノ確率ノ定理

n 回ノ重複試行ニ於テ或事象ガ r 回
出顯スル確率ハ ${}_n C_r p^r q^{n-r}$ ナリ. 但, p ハ該事
象出顯ノ確率, $q=1-p$ ナリトス.

例. 三個ノ赤球ト四個ノ白球トヲ入レタル一囊
中ヨリ, 毎同一球ヲ取り出シテ之ヲ元ニ戻スモ
ノトスレバ, 三回ノ試行中ニ二回ノ赤球ヲ出ス
確率ヲ求ムレバ次ノ如シ.

三回ノ試行中ニ赤球ヲ二回出ス場合ハ, 次ノ

	A	B	C
第一回	赤	赤	白
第二回	赤	白	赤
第三回	白	赤	赤

A, B, C, ノ三通リアリ.

Aノ場合ハ $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \frac{4}{7}$

Bノ場合ハ $\frac{3}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{7}$

Cノ場合ハ $\frac{4}{7} \times \left(\frac{3}{7}\right)^2$

A, B, C ノ各事象ハ排反事象ナリ. 故ニ求ムル
確率ハ是等ノ事象ノ出顯確率ノ和ナリ. 即,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 \\ &= 3 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 \left(\frac{4}{7}\right) = {}_3 C_2 \left(\frac{3}{7}\right)^2 \left(\frac{4}{7}\right) \end{aligned}$$

證明. 一事象ガ n 回試行中 r 回出顯シテ, $n-r$ 回

ガ不出顯ナル確率ハ $p^r q^{n-r}$ ナリ. 然ルニ此 n 回
ノ試行中 r 回ノ出顯スル場合ヲ選ブニハ ${}_n C_r$ 通
リアリ, 而シテ其各場合ハ互ニ排反事象ナル故
ニ, 所要ノ確率ハ $p^r q^{n-r}$ ヲ各場合ノ數 ${}_n C_r$ 回ダケ
加フレバ可ナリ. 即,

$${}_n C_r p^r q^{n-r} \text{ ナリ.}$$

例 題

- 一囊中ニ三赤球, 四白球ヲ入レ, 是ヨリ毎同一球
ヲ取り出シ之ヲ囊中ニ戻スモノトスレバ, 三回試
行中, 次ノ場合ノ確率ヲ求ム.
(1) 赤球ノミノ場合. (2) 二赤球一白球ノ場合.
(3) 一赤球, 二白球ノ場合.
(4) 白球ノミノ場合.
- 一囊中ニ三白球, 四赤球ヲ入レ, 是ヨリ毎同一球
ヲ取り出シ之ヲ囊中ニ戻スモノトスレバ三回ノ
試行中, 少クトモ一赤球ヲ得ル確率ヲ求ム.
- 一個ノ賽ヲ五回投ジテ四回一點ヲ得, 一回ハ他
ノ點ヲ得ル確率ヲ求ム.
- 一個ノ賽ヲ五回投ジテ少クトモ三回ハ一點ヲ
得ル確率ヲ求ム.
- 一個ノ貨幣ヲ六回投ジテ其中, 三回表ノ出ヅル

確率ヲ求ム。

又少クトモ三回以上表ノ出ヅル確率如何。

6. 十歳ノ兒童ガ二十一歳マデ生存スル確率ハ
0.91914 ナリト云フ。五人ノ十歳ノ兒童ノ中,四人
ノミ二十一歳マデ生存スル確率如何。
又少クトモ四人以上ガ生存スル確率如何。
7. 甲ガ乙ニ勝ツ確率ハ $\frac{3}{4}$ ナリトセバ,七回ノ勝負
中ニテ甲ガ少クトモ三回ノ勝利ヲ得ル確率如何。
8. 十個ノ貨幣ヲ投ジテ少クトモ四個ガ表ヲ顯ハ
ス確率如何。
9. 五十艘毎ニ一艘ハ沈没スルモノトセバ六艘ガ
出帆シタル時,其中ノ五艘ガ安全ニ歸港シ得ル確
率如何。又少クトモ五艘ガ歸リ得ル確率如何。
10. 一個ノ賽ヲ六回投ジテ少クトモ一點ヲ一回得
ル確率ト,一個ノ貨幣ヲ二回投ジテ少クトモ一個
ガ表ヲ顯ハス確率トハ何レが大ナルカ。
11. 廿五歳ノ人ガ七十五歳マデ生存スル確率ハ
 $\frac{26237}{89032}$ ナリトセバ,二十五歳ニテ結婚シタル夫婦
ガ金婚式ヲ擧ゲ得ル確率如何。又夫婦中一人ガ
結婚後五十年間生存スル確率如何。

第三十八問題

1. 一個ノ貨幣ヲ30回連続シテ投ジ30回共ニ表ガ
顯ハル、確率如何。
2. 甲囊ニハ20球アリ,其中12ハ白,残ハ黒ナリ。乙
囊ニハ16球アリ,其中10球ハ白,残ハ黒ナリ。今無
心ニ一囊ヲ選ビテ其内ノ一球ヲ取り出シテ白球
ヲ得ル確率ヲ求ム。
3. 紅,白,黒各二球ヲ入レタル囊中ヨリ一度ニ3球
ヲ出シテ紅,白,黒各一球ナル確率ヲ求ム。
4. とらんぶヨリ四枚ノ札ヲ抽キ出シ悉皆異種類
ナル確率ヲ求ム。
5. 二個ノ賽ヲ投ズル時ニ一點ハーツモ顯ハレズ,
又同點モ顯ハレザル確率ヲ求ム。
6. 一個ノ賽ヲ何回投ズル時ニ一點ガ少クトモ一
回出顯スル確率ガ $\frac{1}{2}$ ニ達スルカ。
7. 同時ニ二個ノ賽ヲ投ズルコト幾回ナル時ニ二
個共ニ1點ヲ得ル確率ガ $\frac{1}{2}$ トナルカ。
8. 十個ノ貨幣ヲ投ジテ表面ヲ顯ハシタルモノヲ
悉ク去リ,残ノ貨幣ヲ投ジテ表面ヲ顯ハシタルモ
ノヲ悉ク去リ,斯ノ如クスルコト幾回ナル時ニ十
個ノ貨幣ガ悉ク表面ヲ顯ハシ終ル確率ガ $\frac{1}{2}$ トナ

ルカ。

9. n 個ノ銅貨ヲ投ジテ唯一個ノミ表面ヲ顯ス確率ヲ求ム。
10. 甲乙二人アリ。甲ハ三十歳、乙ハ四十歳ナリ。今三十歳ノ人ガ六十歳迄生存スル確率ハ $\frac{7}{15}$ 、四十歳ノ人ガ七十歳迄生存スル確率ハ $\frac{1}{3}$ ナリトセバ、今後三十年間ニ於テ此兩人ノ中少クトモ一人ガ生存スル確率ヲ求ム。
11. 一ツノ箱ヲ三ツニ仕切り、其箱ニ四球ヲ投入スル時、此四球ガ箱ノ分割中ニ投入セラル、配合ヲ論ゼヨ。
12. 100 人ガ平等ニ出金シテ金 36 圓ヲ集メ 100 本ノ籤ノ中ニ 5 圓籤 3 本、3 圓籤 7 本アル富籤ヲ作レリ。1 本ニ對スル期望金額(確率ニヨリ算出セラレタル期待シ得ル金額)如何。又別ニ各人ノ出金高ヲ計算セヨ。

$$\text{解. 期望金額ハ } 5 \text{ 圓} \times \frac{3}{100} + 3 \text{ 圓} \times \frac{7}{100} = 0.36 \text{ 圓}$$

$$\text{一人ノ出金額 } \frac{36 \text{ 圓}}{100} = 0.36 \text{ 圓}$$

斯ノ如ク其期望金額ガ出金高ニ一致スルモ

ノハ公平ナル方法ナリ。

13. 200 人ノ生徒ガ平等ニ出金シテ金 80 圓ヲ醸金シ福引 200 本ヲ作り、第一等ハ 1 圓 20 錢ヲ 10 本、第二等ハ 80 錢ヲ 30 本、第三等ハ 40 錢ヲ 60 本、第四等ハ 20 錢ヲ 100 本トセリ。一本ニ對スル期望金額ヲ求メ、各人ノ出金高ト比較セヨ。
14. 30 人ノ希望者ニ對シテ 25 枚ノ切符ヲ分配セントス。或 1 人ガ切符ヲ得ベキ場合ノ數ノ總テノ場合ノ數ニ對スル割合如何。

附 錄

問 題 ノ 答

第三十問題

- 40本
- 0.6米
- 11分
- 1分44秒弱
- 30圓
- 甲162.5圓, 乙87.5圓, 丙50圓
- 528籽
- 528籽
- 14時間
- $3\frac{11}{15}$ 分
- 9時 $27\frac{3}{11}$ 分
- 5時 $16\frac{4}{11}$ 分, 5時 $38\frac{2}{11}$ 分
- $32\frac{8}{11}$ 分
- 12年後
- 24年前
- 994反
- 1日
- 8日
- 4日
- 12時間
- 8人55枚
22. 13反, 5圓
- 31個
- 51個
- 兄4.9米, 弟3.8米
- $6\frac{2}{3}$ 分及10分
- 3.7米, 3.3米, 3米
- $1\frac{1}{3}$ 時
- 500圓
- 甲810圓, 乙324圓, 丙216圓
- 甲135圓, 乙45圓
- 12.2立
- 350人
- 3圓
- 米18.2圓, 麥12.74圓
- 父36年, 子9年
- 5錢カ13枚, 20錢カ17枚
- 6日
- 甲3時間, 乙4時間
- 大140個, 小160個
- 上48錢, 下40錢
- 上10.5圓, 下8.4圓
- 上10圓, 下7.5圓
- 1立0.165圓, 1俵42立入
- 大200個, 小300個
- 68個
- 三等分, 六等分, 四等分. 一部分ノ長ヲ $1\frac{5}{6}$ 米
- $16\frac{2}{3}$ 分

第三十一問題

- 歳出15.7割餘, 國債17.3割餘
- 3割8分4厘
- 4圓ノ損
- 50,000圓
- 3.12圓
- 5割増
- 2.6圓
- 4000圓
- 5圓
- 0.0952強
- 0.205
- 3340圓
- 11.06圓ノ益
- 3602圓強
- 189.97圓
- 6分利附利廻ヨシ
- 50圓
- 6000圓
- 0.116強
- 0.1086強
- 銀行預金ガ一年=16圓多ク利子ヲ得
- 515圓
- 100圓損
- 43.92圓
- 280圓
- 24,000圓, 年利0.05

第三十二問題

1. 98.38圓 2. 200圓 3. 0.09 4. 20歳 5. 1041.57圓
6. 961.97圓 7. 35圓 8. 20年 9. 2316.54圓 10. 1032.26圓
11. 1200圓 12. 790.56圓 13. 24,658.2圓 14. 7525圓

第三十三問題

10. $n^3+1-(n^2+n)=(n+1)(n-1)^2>0 \therefore n^3+1>n^2+n$

第三十四問題

1. $x<3$ 2. $x>-\frac{15}{7}$ 3. $x>9$ 4. $5>x>3$ 5. $x>3$ 又 $x<2$
6. $2>x>1$ 7. $2>x>-9$ 8. $x>7$ 又 $x<-5$ 9. $x<-1$
10. $x>1$ 11. $4+\sqrt{3}>x>4-\sqrt{3}$ 12. $x>1$ 又 $\frac{1}{2}>x>-1$
13. $x>2$ 又 $x<-4$ 14. $x>\frac{34}{23}$ $y>\frac{27}{23}$ 15. 總人員 195 人ヨリ多ク,
20室以上アリ.

第三十五問題

1. $x=0$ ノトキ極小値 1 2. 極大値 125 3. 極小値 -4
4. 極大値 $\frac{2}{7}$ 5. $a>0$ ナレバ $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ガ極小値, $a<0$ ナレバ $\frac{4ac-b^2}{4a}$
ガ極大値 6. 極大値 4, 極小値 -5 7. 極大, 極小ナシ 8. 正方形
9. 立方體 10. 正方形 11. 正方形 12. 正三角形 13. 正三角形
14. 矩形ノ底邊ガ三角形ノ底邊ノ $\frac{1}{2}$ ナルモノ 15. 一人分ノ賃金ヲ二割五分
値上ゲシテ總賃金ハ $\frac{25}{24}$ 倍トナル

算術問題ノ總括雜題

第一種

1. 10,330軒 2. 240米 3. 2.1米 4. 80錢 5. 206.55立弱
6. 12打半 7. 4.86分 8. 内8.57分, 外9.37分 9. 會社 2371.2圓
家主1228.8圓 10. 甲10日, 乙15日 11. 1650圓 12. 30圓, 40圓, 45圓
13. 甲10.8米, 乙10.2米 14. 2006, 2992, 59個 15. 1.05米
16. 平年 土曜日, 閏年 日曜日 17. 18圓 18. 126.5圓 20. 450圓

19. 八月卅一日午前十時二分 (1.64 分ヲ切リ上グ)
21. 後ノ方ガ30錢利益多シ 22. 二月廿一日午前五時
23. 荒地 30,000平方米, 由 16,875 平方米 24. 284票 25. 138圓
26. 280瓦, 91瓦, $46\frac{2}{3}$ 瓦 27. 表地上23圓, 下19圓, 裏地一枚分ノ價 9 圓
28. 96圓 29. 75 30. 3圓 31. 180湮 32. 男360人, 女220人
33. 柱周105厘, 紐長540厘 34. 7時間 35. 252平方米

第二種

36. 英尺各525千噸, 日 315千噸, 佛伊各175千噸 37. 約39錢
38. 0.06 39. 甲 $\frac{6}{13}$, 乙 $\frac{4}{13}$, 丙 $\frac{3}{13}$ 40. 78人 41. 原價4圓, 定價6.25圓
42. 甲0.65箱, 乙0.45箱 43. 1680圓 44. 出發點ヨリ左ニ測リテ第一回
ハ420米, 第二回ハ84米ノ所 45. 50.04圓損 46. 3時20分 47. 3割増
48. 保險者損失78,250圓, 被保險者損失21,750圓 49. 6961.5圓
50. 1296, 1512 51. 29.544日 52. 即金ガ3圓ノ益 53. 銅29, 亜鉛13
54. 甲8,400圓, 乙5,600圓 55. $\frac{8}{14}$ 56. 4.2圓 57. 350圓
58. 4割増 59. 9.3圓 60. 10軒 61. 9枚 62. 66人, 126人, 136人
63. 32.5分 64. 酸素 $932\frac{4}{103}$ 瓦, 窒素 $3067\frac{99}{103}$ 瓦 65. 1452個
66. 舊株0.113弱, 新株0.198弱 67. 735圓, 1225圓, 1575圓
68. 一等434人, 二等922人 69. 112圓 70. 1331.89圓 71. 192圓増
72. 甲80圓, 乙20圓 73. 24,000圓

第三種

74. 330湮 75. 216瓦 76. 12.5圓 77. 甲30人, 乙80人 78. 10軒
79. 88.48軒 80. 5臺 81. 288軒 82. 45人, 55.5圓
83. 青銅貨25個, 白銅貨15個 84. 3錢切手30枚, 1.5錢切手20枚
85. 金95瓦, 銀40瓦 86. 甲8發, 乙6發 87. 60人 88. 60圓
89. $56\frac{1}{4}$ 軒 90. (126, 126×8), (126×2, 126×7), (126×3, 126×6),
(126×4, 126×5) 91. 約10年 92. 800平方米 93. 6日
94. 120 95. 16.7圓, 49.9圓, 33.4圓 96. 鷄8羽, 兔10頭
97. 1俵ノ價12.8圓, 1人ノ賃金2.1圓 98. 24, 60
99. 3等分, 5等分, 6等分. 一部ノ長サ $\frac{12}{5}$ 米 100. 99, 132, 198, 396
101. 53回 102. 562.5錢 103. 年利六分ノ口 5000 圓, 八分ノ口 2500 圓

104. 第一回 36,558 圓強, 第二回 73,116 圓強

第三十六問題

1. 210 2. 10 3. 1001通リ 4. 85,680通リ 5. 100 6. 116
 7. 48 8. 2369 9. 3²⁰通リ 10. 756, 756通リ 11. 560
 12. 3600 13. ${}_{2n}C_n \times (n-1)!(n-1)!$ 14. 144通リ
 15. ${}_{30}P_{10} \times {}_{20}P_{10} \times 10!$ 16. 2170通リ

第三十七問題

2. $3360x^4$ 3. $\frac{28}{729}x^{12}$ 4. 第五項 5. $924y^6$ 6. $56x^2$
 8. 9,509,900,499 9. $\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{1,2,3,\dots,r}x^{n-r}(-3y)^r$
 10. $n=7$

第三十八問題

1. $\frac{1}{2^{30}} = 0.00000000093$ 2. $\frac{49}{80}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{13^3}{17 \times 25 \times 49}$ 5. $\frac{19}{36}$
 6. 3回ハ少キ=失シ, 4回ハ過多 7. 24回ハ少キ=失シ, 25回ハ過多
 8. 3回=テハ不足, 4回=テハ過多 9. $\frac{n}{2^n}$ 10. $\frac{29}{45}$
 11. $\frac{3}{81}, \frac{24}{81}, \frac{36}{81}, \frac{18}{81}$ ノ四ツノ場合アリ 13. 40錢 14. $\frac{5}{6}$

	7%	8%	9%	10%
0	1.070000	1.080000	1.090000	1.100000
0	1.144900	1.166400	1.188100	1.210000
6	1.225043	1.259712	1.295029	1.331000
7	1.310796	1.360489	1.411582	1.464100
6	1.402552	1.469328	1.538624	1.610510
9	1.500730	1.586874	1.677100	1.771561
0	1.605781	1.713824	1.828039	1.948717
8	1.718186	1.850930	1.992563	2.143589
9	1.838459	1.999005	2.171893	2.357948
8	1.967151	2.158925	2.367364	2.593743
9	2.104852	2.331639	2.580426	2.853117
6	2.252192	2.518170	2.812665	3.138428
8	2.409845	2.719624	3.065805	3.452271
4	2.578534	2.937194	3.341727	3.797498
8	2.759032	3.172169	3.642482	4.177248
2	2.952164	3.425943	3.970305	4.594973
3	3.158815	3.700018	4.327633	5.054470
9	3.379932	3.996019	4.717120	5.559917
0	3.616528	4.315701	5.141661	6.115909
35	3.869684	4.660957	5.604411	6.727500
4	4.140562	5.033834	6.108808	7.400250
37	4.430402	5.436540	6.658600	8.140275
50	4.740530	5.871464	7.257874	8.954302
35	5.072367	6.341181	7.911083	9.849733
71	5.427433	6.848475	8.623081	10.834706
33	5.807353	7.396353	9.399158	11.918177
46	6.213868	7.988061	10.245082	13.109994
37	6.648838	8.627106	11.167140	14.420994
38	7.114257	9.317275	12.172182	15.863093
91	7.612255	10.062657	13.267678	17.449402

複 利 表

期 數	2.5%	3%	3.5%	4%	4.5%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.025000	1.030000	1.035000	1.040000	1.045000	1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.090000	1.100000
2	1.050625	1.060900	1.071225	1.081600	1.092025	1.102500	1.123600	1.144900	1.166400	1.188100	1.210000
3	1.076891	1.092727	1.108718	1.124864	1.141166	1.157625	1.191016	1.225043	1.259712	1.295029	1.331000
4	1.103813	1.125509	1.147523	1.169859	1.192519	1.215506	1.262477	1.310796	1.360489	1.411582	1.464100
5	1.131408	1.159274	1.187686	1.216653	1.246182	1.276282	1.338226	1.402552	1.469328	1.538624	1.610510
6	1.159693	1.194052	1.229255	1.265319	1.302260	1.340096	1.418519	1.500730	1.586874	1.677100	1.771561
7	1.188686	1.229874	1.272279	1.315932	1.360862	1.407100	1.503630	1.605781	1.713824	1.828039	1.948717
8	1.218403	1.266770	1.316809	1.368569	1.422101	1.477455	1.593848	1.718186	1.850930	1.992563	2.143589
9	1.248863	1.304773	1.362897	1.423312	1.486095	1.551328	1.689479	1.838459	1.999005	2.171893	2.357948
10	1.280085	1.343916	1.410599	1.480244	1.552969	1.628895	1.790848	1.967151	2.158925	2.367364	2.593743
11	1.312087	1.384234	1.459970	1.539454	1.622853	1.710339	1.898299	2.104852	2.331639	2.580426	2.853117
12	1.344889	1.425761	1.511069	1.601032	1.695881	1.795856	2.012196	2.252192	2.518170	2.812665	3.138428
13	1.378511	1.468534	1.563956	1.665074	1.772196	1.885649	2.132928	2.409845	2.719624	3.065805	3.452271
14	1.412974	1.512590	1.618695	1.731676	1.851945	1.979932	2.260904	2.578534	2.937194	3.341727	3.797498
15	1.448298	1.557967	1.675349	1.800944	1.935282	2.078928	2.396558	2.759032	3.172169	3.642482	4.177248
16	1.484506	1.604706	1.733986	1.872981	2.022370	2.182875	2.540352	2.952164	3.425943	3.970305	4.594973
17	1.521618	1.652848	1.794676	1.947900	2.113377	2.292018	2.692773	3.158815	3.700018	4.327633	5.054470
18	1.559659	1.702433	1.857489	2.025817	2.208479	2.406619	2.854339	3.379932	3.996019	4.717120	5.559917
19	1.598650	1.753506	1.922501	2.106849	2.307860	2.526950	3.025600	3.616528	4.315701	5.141661	6.115909
20	1.638616	1.806111	1.989789	2.191123	2.411714	2.653298	3.207135	3.869684	4.660957	5.604411	6.727500
21	1.679582	1.860295	2.059431	2.278768	2.520241	2.785963	3.399564	4.140562	5.033834	6.108808	7.400250
22	1.721571	1.916103	2.131512	2.369919	2.633652	2.925261	3.603537	4.430402	5.436540	6.658600	8.140275
23	1.764611	1.973587	2.206114	2.464716	2.752166	3.071524	3.819750	4.740530	5.871464	7.257874	8.954302
24	1.808726	2.032794	2.283328	2.563304	2.876014	3.225100	4.048935	5.072367	6.341181	7.911083	9.849733
25	1.853944	2.093778	2.363245	2.665836	3.005434	3.386355	4.291871	5.427433	6.848475	8.623081	10.834706
26	1.900293	2.156591	2.445959	2.772470	3.140679	3.555673	4.549383	5.807353	7.396353	9.399158	11.918177
27	1.947800	2.221289	2.531567	2.883369	3.282010	3.733456	4.822346	6.213868	7.988061	10.245082	13.109994
28	1.996495	2.287928	2.620172	2.998703	3.429700	3.920129	5.111687	6.648838	8.627106	11.167140	14.420994
29	2.046407	2.356566	2.711878	3.118651	3.584036	4.116136	5.418388	7.114257	9.317275	12.172182	15.863093
30	2.097568	2.427262	2.806794	3.243398	3.745318	4.321942	5.743491	7.612255	10.062657	13.267678	17.449402

四
桁
ノ
對
數
表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117

比例部分

差 表	1	2	3	4	5	6
11	1.1	2.2	3.3	4.4	5.5	6.6
12	1.2	2.4	3.6	4.8	6.0	7.2
13	1.3	2.6	3.9	5.2	6.5	7.8
14	1.4	2.8	4.2	5.6	7.0	8.4
15	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0
16	1.6	3.2	4.8	6.4	8.0	9.6
17	1.7	3.4	5.1	6.8	8.5	10.2
18	1.8	3.6	5.4	7.2	9.0	10.8
19	1.9	3.8	5.7	7.6	9.5	11.4
21	2.1	4.2	6.3	8.4	10.5	12.6
22	2.2	4.4	6.6	8.8	11.0	13.2
23	2.3	4.6	6.9	9.2	11.5	13.8
24	2.4	4.8	7.2	9.6	12.0	14.4
25	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0
26	2.6	5.2	7.8	10.4	13.0	15.6
27	2.7	5.4	8.1	10.8	13.5	16.2
28	2.8	5.6	8.4	11.2	14.0	16.8
29	2.9	5.8	8.7	11.6	14.5	17.4
31	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5	18.6
32	3.2	6.4	9.6	12.8	16.0	19.2
33	3.3	6.6	9.9	13.2	16.5	19.8
34	3.4	6.8	10.2	13.6	17.0	20.4
35	3.5	7.0	10.5	14.0	17.5	21.0
36	3.6	7.2	10.8	14.4	18.0	21.6
37	3.7	7.4	11.1	14.8	18.5	22.2
38	3.8	7.6	11.4	15.2	19.0	22.8
39	3.9	7.8	11.7	15.6	19.5	23.4
41	4.1	8.2	12.3	16.4	20.5	24.6
42	4.2	8.4	12.6	16.8	21.0	25.2
43	4.3	8.6	12.9	17.2	21.5	25.8

比例部分

差	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	1.1	2.2	3.3	4.4	5.5	6.6	7.7	8.8	9.9	40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
12	1.2	2.4	3.6	4.8	6.0	7.2	8.4	9.6	10.8	41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
13	1.3	2.6	3.9	5.2	6.5	7.8	9.1	10.4	11.7	42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
14	1.4	2.8	4.2	5.6	7.0	8.4	9.8	11.2	12.6	43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
15	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	10.5	12.0	13.5	44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
16	1.6	3.2	4.8	6.4	8.0	9.6	11.2	12.8	14.4	45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
17	1.7	3.4	5.1	6.8	8.5	10.2	11.9	13.6	15.3	46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
18	1.8	3.6	5.4	7.2	9.0	10.8	12.6	14.4	16.2	47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
19	1.9	3.8	5.7	7.6	9.5	11.4	13.3	15.2	17.1	48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
21	2.1	4.2	6.3	8.4	10.5	12.6	14.7	16.8	18.9	49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
22	2.2	4.4	6.6	8.8	11.0	13.2	15.4	17.6	19.8	50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
23	2.3	4.6	6.9	9.2	11.5	13.8	16.1	18.4	20.7	51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
24	2.4	4.8	7.2	9.6	12.0	14.4	16.8	19.2	21.6	52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
25	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0	22.5	53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
26	2.6	5.2	7.8	10.4	13.0	15.6	18.2	20.8	23.4	54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
27	2.7	5.4	8.1	10.8	13.5	16.2	18.9	21.6	24.3	55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
28	2.8	5.6	8.4	11.2	14.0	16.8	19.6	22.4	25.2	56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
29	2.9	5.8	8.7	11.6	14.5	17.4	20.3	23.2	26.1	57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
31	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5	18.6	21.7	24.8	27.9	58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
32	3.2	6.4	9.6	12.8	16.0	19.2	22.4	25.6	28.8	59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
33	3.3	6.6	9.9	13.2	16.5	19.8	23.1	26.4	29.7	60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
34	3.4	6.8	10.2	13.6	17.0	20.4	23.8	27.2	30.6	61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
35	3.5	7.0	10.5	14.0	17.5	21.0	24.5	28.0	31.5	62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
36	3.6	7.2	10.8	14.4	18.0	21.6	25.2	28.8	32.4	63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
37	3.7	7.4	11.1	14.8	18.5	22.2	25.9	29.6	33.3	64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
38	3.8	7.6	11.4	15.2	19.0	22.8	26.6	30.4	34.2	65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
39	3.9	7.8	11.7	15.6	19.5	23.4	27.3	31.2	35.1	66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
41	4.1	8.2	12.3	16.4	20.5	24.6	28.7	32.8	36.9	67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
42	4.2	8.4	12.6	16.8	21.0	25.2	29.4	33.6	37.8	68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
43	4.3	8.6	12.9	17.2	21.5	25.8	30.1	34.4	38.7	69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
										70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039

四
冊
入
機
算
法

(師範教育) 新制算術・代數



昭和八年九月十九日印刷
昭和八年九月廿三日發行
昭和八年十一月廿四日訂正再版印刷
昭和八年十一月廿八日訂正再版發行

定價

上卷 金七拾八錢
中卷 金九拾八錢
下卷 金八拾八錢

著作者 元 田 傳
發行者 株式會社 興 文 社
代表者 石 川 寅 吉
東京市日本橋區馬喰町二丁目
印刷者 福 井 安 久 太
東京市芝區新橋澤島森口角

發行所

株式會社 興 文 社

東京市日本橋區馬喰町二丁目二番地
振替口座東京一八四四番
電話浪花一四〇・二八四〇番

海外書目

一、	二、	三、	四、
五、	六、	七、	八、
九、	十、	十一、	十二、
十三、	十四、	十五、	十六、
十七、	十八、	十九、	二十、
二十一、	二十二、	二十三、	二十四、
二十五、	二十六、	二十七、	二十八、
二十九、	三十、	三十一、	三十二、
三十三、	三十四、	三十五、	三十六、
三十七、	三十八、	三十九、	四十、
四十一、	四十二、	四十三、	四十四、
四十五、	四十六、	四十七、	四十八、
四十九、	五十、	五十一、	五十二、
五十三、	五十四、	五十五、	五十六、
五十七、	五十八、	五十九、	六十、
六十一、	六十二、	六十三、	六十四、
六十五、	六十六、	六十七、	六十八、
六十九、	七十、	七十一、	七十二、
七十三、	七十四、	七十五、	七十六、
七十七、	七十八、	七十九、	八十、
八十一、	八十二、	八十三、	八十四、
八十五、	八十六、	八十七、	八十八、
八十九、	九十、	九十一、	九十二、
九十三、	九十四、	九十五、	九十六、
九十七、	九十八、	九十九、	一百、

文庫

中華民國二十二年四月...

三原女子師範學校第四學年

西本雪枝



教
51
200