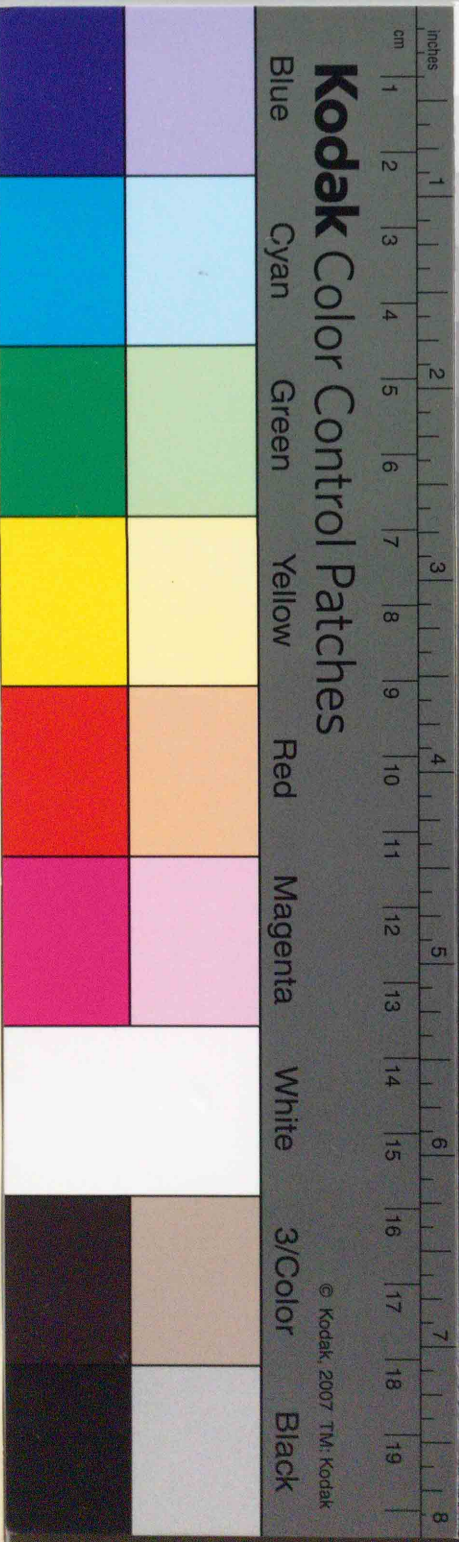


40217

教科書文庫

4
412
44-1933
20000 25679

S.8.
1933



Kodak Color Control Patches

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

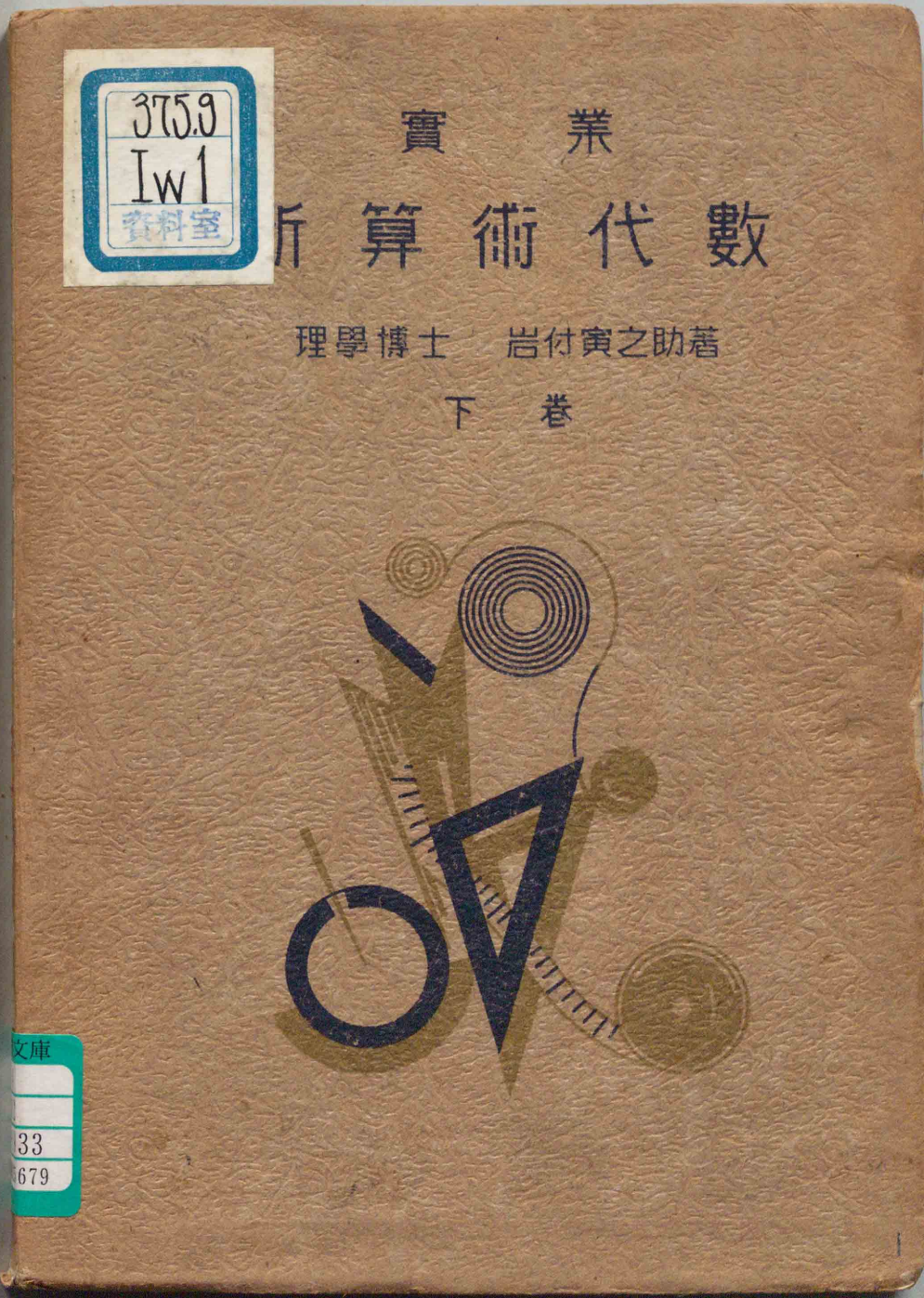
© Kodak, 2007 TM: Kodak

Kodak Gray Scale

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



© Kodak, 2007 TM: Kodak



375.9
Iw1
資料室

業 實
新算術代數

理學博士 岩付寅之助著
下 卷



文庫
33
679

395.9
Iw1

教科書文庫
4
412
44-1933
2000025679

科 室

昭和八年十月十日
文部省檢定濟
實業學校數學科用

實業

新算術代數

理學博士 岩付寅之助著

下卷



広島大学図書

2000025679



廣島大學
圖書印



目次

第十二章 整 數(續キ).....	[1—15]
75 乘法公式.....	1
76 因數分解.....	6
77 整式ノ倍數及ビ約數.....	11
78 最大公約數ノ求メ方.....	12
79 最小公倍數ノ求メ方.....	13
第十三章 開平方.....	[16—25]
80 平方根.....	16
81 平方根及ビ立方根ノ求メ方.....	18
82 根號ヲ含ム式ノ計算.....	22
第十四章 一元二次方程式.....	[26—38]
83 一元二次方程式ノ解キ方.....	26
84 二次方程式ノ根ノ公式.....	27
85 一元二次方程式ノ應用問題.....	30
86 虛 數.....	33
87 二次方程式ノぐらふ解法.....	35

第十五章 分數方程式 [39-49]

- 88 分數式 39
 89 分數式ノ基本的性質 39
 90 分數式ノ計算例 41
 91 一元分數方程式 43
 92 聯立分數方程式 44
 93 分數方程式ノ應用問題 46

第十六章 比及ビ比例 [50-81]

- 94 比 50
 95 比ノ性質 51
 96 比例 53
 97 比例式ノ性質 54
 98 比例式ヲ解クコト 57
 99 比例配分 59
 100 混合法 61
 101 互ニ比例スル二量 63
 102 反比例 67
 103 自乘比例 71

- 104 二種以上ノ量ニ伴ツテ變化スル量 72
 105 複比例 73
 106 廣義ノ複比例 77

第十七章 對數 [82-97]

- 107 指數法則ノ擴張 82
 108 對數 85
 109 1ヨリ大ナル數ノ對數 87
 110 小數ノ對數 88
 111 對數表 89
 112 對數ニヨル計算 94

第十八章 級數 [98-109]

- 113 等差級數 98
 114 等差級數ノ和 100
 115 等比級數 102
 116 等比級數ノ和 104
 117 無限等比級數 106
 118 循環小數ヲ分數ニナホスコト 108

第十九章 歩合算.....[110—131]

119 歩合.....110

120 歩合ノ唱へ方及百分率.....110

121 元高A,歩合高B,歩合rノ關係.....111

122 利子.....113

123 單利法.....114

124 元利合計.....115

125 複利法.....117

126 公債.....121

127 株式.....121

128 手形ノ割引.....123

129 積立金.....124

130 年賦償金.....126

131 年金.....128

——[目次終り]——



實業代數 新算術

下卷

第十二章

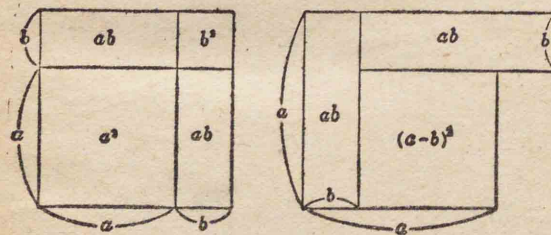
整式 (續キ)

75. 乘法公式.*

(I) 二項式ノ平方.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



* 公式トハ文字ノ如何ナル値ニ對シテモ成リ立ツ一般ノ規則ヲ書キ表ハシタモノデアル.

$$\begin{aligned} \text{例 1. } (2x+3)^2 &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } (ax-b)^2 &= (ax)^2 - 2axb + b^2 \\ &= a^2x^2 - 2abx + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 3. } 83^2 &= (80+3)^2 = 80^2 + 2 \times 80 \times 3 + 3^2 \\ &= 6400 + 480 + 9 = 6889 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 4. } 98^2 &= (100-2)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 = 9604 \end{aligned}$$

【注意】 $(-a+b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (a-b)^2$
 $(-a-b)^2 = \{-(a+b)\}^2 = (a+b)^2$

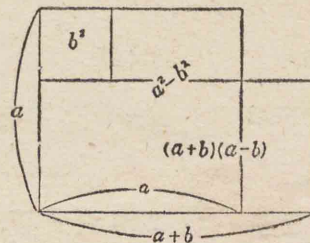
例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1. $(x+1)^2$ | 2. $(x-1)^2$ |
| 3. $(2x+3)^2$ | 4. $(3x-4)^2$ |
| 5. $(a+\frac{1}{2})^2$ | 6. $(a^2+b^2)^2$ |
| 7. $(2-3x)^2$ | 8. $(2x-\frac{1}{2})^2$ |
| 9. $(a+b-c)^2$ | 10. $(x+b)^2 - (x-y)^2$ |
11. 次ノ値ヲ計算セヨ。
- | | | | | |
|--------|--------|---------|----------|----------|
| 49^2 | 98^2 | 998^2 | 1030^2 | 9998^2 |
|--------|--------|---------|----------|----------|

(II) 二數ノ和ト差トノ積。

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



$$\text{例 1. } (x+1)(x-1)(x^2+1) = (x^2-1)(x^2+1) = x^4 - 1$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } (5a^2+3b)(3b-5a^2) &= (3b+5a^2)(3b-5a^2) \\ &= (3b)^2 - (5a^2)^2 = 9b^2 - 25a^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 3. } (-ax^2-7x)(-ax^2+7x) &= (-ax^2)^2 - (7x)^2 \\ &= a^2x^4 - 49x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 4. } 55 \times 65 &= (60-5)(60+5) \\ &= 60^2 - 5^2 = 3600 - 25 = 3575 \end{aligned}$$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| 1. $(x-3)(x+3)$ | 2. $(2x+1)(2x-1)$ |
| 3. $(x+a)(x-a)$ | 4. $(3a+5)(3a-5)$ |
| 5. $(ax+by)(ax-by)$ | 6. $(2a^2-5b^2)(2a^2+5b^2)$ |

$$4a^4 - 25b^4$$

7. $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$ 8. $(a+b+c)(a+b-c)$

9. $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

10. 次ノ計算ヲ行ヘ。

71×69 53×47 105×95

998×1002 4950×5050

(Ⅲ) x ニ就テ一次二項式ノ積。

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

例 1. $(x+2)(x+3) = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3$
 $= x^2 + 5x + 6$

例 2. $(x+5)(x-7) = x^2 + (5-7)x + 5 \times (-7)$
 $= x^2 - 2x - 35$

例 3. $(x-5)(2x+3)$
 $= 1 \times 2x^2 + \{1 \times 3 + (-5) \times 2\}x + (-5) \times 3$
 $= 2x^2 - 7x - 15$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $(x+1)(x+2)$

2. $(x-1)(x-2)$

3. $(x+1)(x-2)$

4. $(x-1)(x+2)$

5. $(2-x)(x+5)$

6. $(x+5)(x-12)$

7. $(2x-3)(3x+4)$

8. $(3x-5)(4x+9)$

9. $(x^2+3x-4)(x^2+3x+6)$

10. $(2x^2+3x-4)(2x^2+3x+6)$

11. 次ノ數ヲ計算セヨ。

103×102 99×98 999×998

(Ⅳ) 二項式ノ三乗。

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

例 1. $21^3 = (20+1)^3 = 20^3 + 3 \times 20^2 \times 1 + 3 \times 20 \times 1^2 + 1^3$
 $= 8000 + 1200 + 60 + 1 = 9261$

例 2. $19^3 = (20-1)^3 = 20^3 - 3 \times 20^2 \times 1 + 3 \times 20 \times 1^2 - 1^3$
 $= 8000 - 1200 + 60 - 1 = 6859$

例 3. $(x+2y)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 2y + 3x(2y)^2 + (2y)^3$
 $= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

(Ⅴ) 三乗ノ和及三乗ノ差ヲ生ズル積。

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。 (1-10)

1. $(x+1)^3$
2. $(x-2)^3$
3. $(2x+3)^3$
4. $(3x-2)^3$
5. $(2x+1)^3 - (2x-1)^3$
6. $(3x+2)^3 - (3x-1)^3$
7. $(x+1)(x^2-x+1)$
8. $(x+2)(x^2-2x+4)$
9. $(3-x)(x^2+3x+9)$
10. $(ax+b)(a^2x^2-abx+b^2)$
11. 次ノ數ヲ計算セヨ。

$$101^3 \quad 99^3 \quad 98^3$$

76. 因數分解.

整式ヲ幾ツカノ整式ノ積トシテ表ハス
コトヲ因數ニ分解スルトイフ。

(1) 多項式ノ各項ニ共通因數アル場合。

$$ma+mb+mc+\dots=m(a+b+c+\dots)$$

カクスルコトヲ共通因數 m ヲ括リ出ストイフ。

例 1. $5a^3b+10a^2b^2-15ab^3=5ab(a^2+2ab-3b^2)$

例 2. $3(a+b)+5(a+b)x=(a+b)(3+5x)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1. $ax+bx$
2. $xy-y^2$
3. $5a^3b^2+5ab$
4. $(a+b)c+(a+b)d$
5. $a(x-y)-b(x-y)$
6. $ax+by-bx-ay$
7. $ax+by+bx+ay$
8. $ax-by-bx+ay$
9. $2xy-4x-9y+18$
10. $2xy(z+x)-(x^2y+z^2y)$

(II) $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ノ應用.

例 1. $x^2+2x+1=x^2+2 \times x \times 1+1^2=(x+1)^2$

例 2. $4x^2+12x+9=(2x)^2+2(2x) \cdot 3+3^2$
 $= (2x+3)^2$

例 3. $x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-2 \times x \times \frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2$
 $= (x-\frac{1}{2})^2$

例 4. $2a^3x^2+4a^2bx+2ab^2=2a(a^2x^2+2abx+b^2)$
 $=2a\{(ax)^2+2 \cdot (ax) \cdot b+b^2\}=2a(ax+b)^2$

$2a(ax^2+2axb+b^2)=2a\{(ax)^2+2 \cdot (ax) \cdot b+b^2\}$
 $2a(ax+b)^2$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1. x^2-6x+9 | 2. $x^2-8x+16$ |
| 3. $9x^2-12x+4$ | 4. $a^2b^2-2abc+c^2$ |
| 5. $(a+b)^2+2(a+b)+1$ | 6. $a^2x^2-6ax+9$ |

次ノ式中□ノ所へ何ヲ入レタラ丁度平方ノ形トナルカ。

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 7. $x^2-4x+\square$ | 8. $x^2+14x+\square$ |
| 9. $9x^2-24x+\square$ | 10. $4x^2-\square x+9$ |

(Ⅲ) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ノ應用。

例 1. $x^2-1=x^2-1^2=(x+1)(x-1)$

例 2. $a^4-1=(a^2)^2-1^2=(a^2+1)(a^2-1)$
 $= (a^2+1)(a+1)(a-1)$

例 3. $20x^2-45=5(4x^2-9)=5\{(2x)^2-3^2\}$
 $=5(2x+3)(2x-3)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | | |
|------------|----------------|--------------|
| 1. x^2-9 | 2. a^2-496^2 | 3. x^2-121 |
|------------|----------------|--------------|

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 4. x^2-144y^2 | 5. $(x+3)^2-(x+2)^2$ |
| 6. $(x-3y)^2-(x-2y)^2$ | 7. $(a+b)^2-(b-c)^2$ |
| 8. $1+2x+x^2-x^4$ | 9. $a^2-b^2+2bc-c^2$ |

(Ⅳ) 二次三項式 (x^2+px+q) ノ因數分解。

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

コノ式ヨリ, x^2+px+q ナル形ノ式ハ, 積ガ q ニ,
和ガ p ニナル二數ヲ求メ得レバ上ノ公式ニ依
ツテ因數ニ分解スルコトガ出來ル。

例 1. $x^2+9x+18$ ノ因數ニ分解スルコト。

解	$ab=18$	a	1,	2,	3
		b	18,	9,	6
$a+b=$		19,	11,	9	

故 = $x^2+9x+18=x^2+(3+6)x+3\times 6=(x+3)(x+6)$

例 2. $x^2-9x+18$ ノ因數分解。

解	$ab=18$	a	-1,	-2,	-3
		b	-18,	-9,	-6
$a+b=$		-19,	-11,	-9	

故 = $x^2-9x+18=x^2+\{(-3)+(-6)\}x+(-3)(-6)$
 $= (x-3)(x-6)$

例 3. $x^2+2x-35$ ノ因數分解.

$$\text{解} \quad ab = -35 \begin{cases} a, & -1, & 1, & 5, & -5 \\ b, & 35, & -35, & -7, & 7 \end{cases}$$

$$a+b = \begin{matrix} 34, & -34, & -2, & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \text{故} = x^2+2x-35 &= x^2+(-5+7)x+(-5)\cdot 7 \\ &= (x-5)(x+7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 4. } x^2-2x-35 &= x^2+\{5+(-7)\}x+5\cdot(-7) \\ &= (x+5)(x-7) \end{aligned}$$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|------------------------|-------------------|
| 1. x^2+3x-4 | 2. $x^2-7x+12$ |
| 3. $x^2-5x-14$ | 4. x^2+6x+5 |
| 5. x^2-8x-9 | 6. x^2-x-12 |
| 7. $(x+3)^2+5(x+3)-14$ | 8. $x^4-(5x+6)^2$ |

(V) 立方ノ和及差.

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$\text{例 1. } x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } 8x^2-27 &= (2x)^3-3^3=(2x-3)\{(2x)^2+3\times 2x+3^2\} \\ &= (2x-3)(4x^2+6x+9) \end{aligned}$$

例題

次ノ式ヲ因數分解セヨ。

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. x^3-8 | 2. a^3+27 |
| 3. x^3y^3-125 | 4. $(x+1)^3+(x-1)^3$ |
| 5. x^6-y^6 | 6. $a^3+(b+c)^3$ |
| 7. $(a-b)^3+a^3-b^3$ | 8. $8x^3-(x-1)^3$ |

77. 整式ノ倍數及ビ約數.

整式 A = 任意ノ整式ヲ掛ケテ出來タ整式 P ヲ A ノ倍數トイヒ, A ヲ P ノ約數トイフ。

即チ P ガ A ノ倍數ナラバ, A ハ P ノ約數デア
ル。

例へバ, $a(a+b)$ 即 a^2+ab ハ $a+b$ 及ビ a ノ倍數デアリ, $a+b$ 及ビ a ハ a^2+ab ノ約數デア
ル。

ニツ以上ノ整式ニ共通シタ約數ヲ, ソノ

公約數トイヒ、公約數ノ中、次數ノ最モ高イモノヲ最大公約數 ($G.C.M.$) トイフ。同様ニ共通ナ倍數ヲ公倍數トイヒ、ソノ中デ次數ノ最モ低イモノヲ最小公倍數 ($L.C.M.$) トイフ。

78. 最大公約數ノ求メ方.

(I) 一項式ノ $G.C.M.$

幾ツカノ一項式ノ $G.C.M.$ ヲ求メルニハ、總テノ式ニ共通ナ文字因數ヲ悉ク選ビ出シ、ソノ各、ニスベテノ式ヲ通ジテソノ文字ノ最小指數ヲ附シテ、積ヲ作レバヨイ。

ソノ數係數トシテハ、元ノ式ノ數係數ノ $G.C.M.$ ヲ附シ、符號ハ正ニスルノガ普通デアル。

例. $18a^3b^2c^3x$, $24a^2b^2c^4y$, $30ab^2c^5z$ ノ $G.C.M.$ ヲ求ムルコト。

〔解〕 係數 18, 24, 30 ノ $G.C.M.$ ハ 6

共通ノ文字ハ a, b, c , ソノ最小指數ハ夫々 1, 2, 3 デアルカラ、求メル $G.C.M.$ ハ $6ab^2c^3$

(II) 多項式ノ $G.C.M.$

多項式ヲ因數ニ分解シテ、ソレラノ因數ヲ文字因數トシター項式ノ場合ト同様ニ取扱フ。

例. $5(x-1)^2(x+1)^2$ ト $10(x-1)(x+1)^2(x+2)$ ノ $G.C.M.$ ヲ求メルコト。

共通因數ハ 5, $(x-1)$, $(x+1)^2$ デアルカラ
求メル $G.C.M.$ ハ $5(x-1)(x+1)^2$

例題

次ノ式ノ $G.C.M.$ ヲ求メヨ。

1. $6x^2y$, $12xy^2$, $15xy^3$
2. $36a^2b^3x^2$, $42a^2b^4x^2$, $63a^3b^2x^3$
3. $6a^3b^2c^5$, $4a^5b^3c^2$, $10a^2b^2c^6$
4. x^2-xy , $ax-ay$
5. x^2-1 , x^2+2x+1 , x^2+4x+3
6. $(x-1)^2(x+1)$, $(x-1)(x+1)^2$, $(x^2-1)^2(x+2)$

79 最小公倍數ノ求メ方.

(I) 一項式ノ $L.C.M.$

幾ツカノ一項式ノ $L.C.M.$ ヲ求メルニハ

總テノ式ヲ通ジテ異ナル文字ヲ悉ク選ビ出シ、ソノ各、ニスベテノ式ヲ通ジテソノ文字ノ最高指數ヲ附シテ積ヲ作レバヨイ。

其ノ數係數トシテハ、元ノ係數ノ $L.C.M.$ ヲ附シ、符號ハ正トスルノガ普通デアアル。

例. $18a^3b^3c^3x$, $24a^2bc^4y$, $30ab^2c^5z$ ノ $L.C.M$

解 $18=2 \cdot 3^2$, $24=2^3 \cdot 3$, $30=2 \cdot 3 \cdot 5$

ノ $L.C.M.$ ハ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5=360$, 異ナル文字ハ a, b, c, x, y, z デソノ最大指數ハ夫々 $3, 3, 5, 1, 1, 1$ デアルカラ求メル $L.C.M.$ ハ $360a^3b^3c^5xyz$

(II) 多項式ノ $L.C.M.$

多項式ノ場合ニハ先ヅ因數ニ分解シテ一項式ノ場合ト同様ニ取り扱へバヨイ。

例. x^2-1 , $(x+1)^2$, x^2-x-2 ノ $L.C.M.$ ヲ求メヨ。

解 コレヲ因數ニ分解スレバ,
 $(x-1)(x+1)$, $(x+1)^2$, $(x+1)(x-2)$

故ニ求ムル $L.C.M.$ ハ

$$(x+1)^2(x-1)(x-2)$$

例題

次ノ $L.C.M.$ ヲ求メヨ。

1. $8a^2bc$, $3ab^2c$, $12a^3bc^3$
2. xy^2 , xyz , y^2z
3. $8a^4b^5c^2$, $3a^3b^2d$, $12a^2b^2c^3$
4. $x+1$, $x-1$, $1-x^2$
5. x^2+2x+1 , x^2+3x+2 , x^2-1
6. x^2-1 , $(x+1)^2$, x^2-x-2
7. x^2-y^2 , x^3+y^3 , $x^2+3xy+2y^2$

第十三章
開 方

80. 平方根.

一ツノ數 a ノ平方ガ A ニ等シイトキ,
即チ, $a^2 = A$

ナルトキ, a ヲ A ノ平方根トイフ.

例ヘバ, 25ノ平方根ハ何カトイフニ,

$$5^2 = 25$$

デアルカラ, 5ガ25ノ平方根デアル.

又 $(-5)^2 = 25$

デアルカラ, -5モ25ノ平方根デアル.

一般ニ A ノ平方根ガ a デアルナラバ $-a$ モ
亦 A ノ平方根デアル.

平方根ヲ求ムルコトヲ平方ニ開ケトイヒ, ソ
ノ方法ヲ開平方トイフ.

一ツノ數 A ノ平方根ノ内正ナルモノヲ

$$\sqrt{A}$$

デアハシ, $\sqrt{\quad}$ ヲ根號トイフ.

例. $\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$

又 $a^3 = A$

ナルトキ, a ヲ A ノ立方根(三乗根)トイフ.

一般ニ, $a^n = A$

ナルトキ, a ヲ A ノ n 乗根トイヒコレヲ

$$\sqrt[n]{A}$$

デアハス。但シ n ガ2ナルトキハ單ニ \sqrt{A}
ト記ス。

例. $\sqrt[3]{27} = 3, \sqrt[5]{32} = 2$

問. 次ノ數ヲ求メヨ。

$$\sqrt[3]{216}, \sqrt{144}, \sqrt[5]{512}$$

數ヲ乗根ニ開クトキ $\sqrt{16}, \sqrt[3]{27}$ ナドノヤ
ウニ, 丁度開キ切レル場合ト $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{2}$
ナドノヤウニ開キ切レナイ場合トガアル。

開キ切レナイ乗根ヲ不盡根數トイフ。不盡
根數ハ有限小數ニモ循環小數ニモナラナイモ
ノデアル。

81. 平方根及ビ立方根ノ求メ方.

平方根及ビ立方根ノ大體ノ値ハ表、ぐらふ又計算尺ニヨツテ求メラレル。勿論一般ニハ近似値ガ求メラレルノデアル。

更ニ精密ナ値ヲ求メルニハ第十七章デ述ベル對數ヲ用フル。

(I) ぐらふニヨリ平方根ヲ求メルコト.

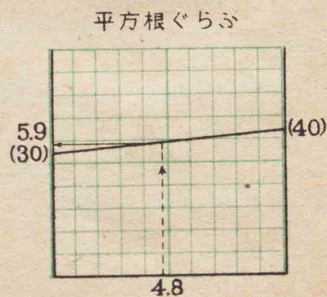
例 1. $\sqrt{34.8}$ ヲ求メルコト.

附録平方根ぐらふハ横ノ目盛りニ對スル平方根ヲ高サニトツテ描イタぐらふデアル。

最モ下位ニアル曲線ハ 0 カラ 10, ソノ上ハ 10—20, ……., 最後ハ 90—100 迄ノ數ニ對スル平方根ノぐらふデアル。

例 1. $\sqrt{34.8}$ ヲ求メルコト.

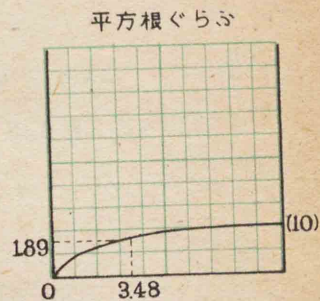
34.8 ハ 30—40 ノ間ニアルカラ用フルぐらふハ (30)—(40) デアル。即チ、横ノ目盛デ



34.8ノ端數4.8ニ對スルぐらふ迄ノ高サ約5.9ガ求メルモノデアル。 答 5.9

例 2. $\sqrt[3]{348}$ ヲ求メルコト.

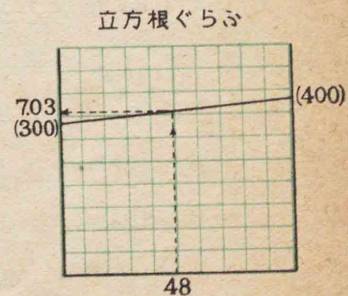
$\sqrt[3]{348} = 10 \times \sqrt[3]{3.48}$ デアルカラ、先ヅ $\sqrt[3]{3.48}$ ヲ求メル。即チ 0—(10)ノぐらふニ於イテ横 3.48ニ對スル高サ約 1.87ヲ得ル故ニ $1.87 \times 10 = 18.7$ ガ求メルモノデアル。 答 18.7



(II) ぐらふニヨリ立方根ヲ求メルコト.

立方根ぐらふハ平方根ぐらふト同ジク横ノ目盛りニ對スル立方根ヲ高サニトツテ描イタモノデアル。最モ下位ニアル曲線ハ 0—100 ノ上ガ 100—200, ……., 最後ハ 900—1000 マデノ數ニ對スル立方根ノぐらふデアル。

例 1. $\sqrt[3]{348}$ ヲ求メルコト.



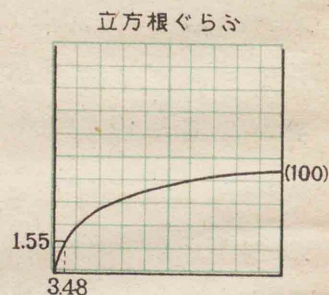
(300)-(400)ノぐらふヲ用ヒテ、横ノ目盛ガ 348
ノ端數 48 デアルぐらふマデノ高サヲ求メルナ
ラバ約 7.03 ヲ得ル。

コレガ求メルモノデアル。 答 703

例 2. $\sqrt[3]{3480}$ ヲ求メルコト。

$\sqrt[3]{3480} = 10 \times \sqrt[3]{3.48}$ デア

ルカラ、0-(100)ノぐらふ
ヲ用ヒテ $\sqrt[3]{3.48}$ ヲ求メ
ルナラバ約 1.55 ヲ得ル
故ニ求メルモノハ
 $1.55 \times 10 = 15.5$ デアル。



答 15.5

例 題

1. 次ノ平方根ヲ求メ各自ガ求メタ結果ヲ二
乗シテモトノ數トノ差ヲ書ケヨ。

23	86	53
121	335	797
1235	0.05	8
13.8	25.5	7

91 193

2. 次ノ立方根ヲ求メ各自ガ求メタ結果ヲ三
乗シテ、モトノ數トノ差ヲ書ケヨ。

1365	28	31
3.5	0.071	29
12835	235	755

(Ⅲ) 計算尺ニヨツテ平方根ヲ求メルコト。

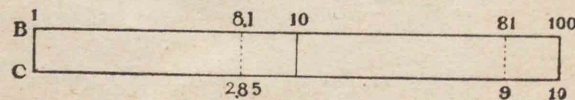
平方根ヲ求メルニハ B 尺ト C 尺トヲ用ヒル。

例 1. $\sqrt{81}$ ヲ求メルト。

B 尺上ノ 81 ノ直下 C 尺ノ 9 ガ求メルモノデ
アル。 答 9

例 2. $\sqrt{810}$ ヲ求メルコト。

$\sqrt{810} = 10 \times \sqrt{8.1}$ デアルカラ、B 尺上ノ 8.1 ノ直
下 C 尺ノ 2.85 ヲ讀ミ、コレヲ 10 倍シテ 28.5 ヲ得ル。
コレガ求メルモノデアル。 答 28.5



例 題

次ノ値ヲ求メヨ。

1. $\sqrt{3.8}$ 2. $\sqrt{75}$ 3. $\sqrt{336}$
 4. $\sqrt{1829}$ 5. $\sqrt{23.5}$ 6. $\sqrt{0.123}$

82. 根號ヲ含ム式ノ計算。

(I) 根號ノ意味カラ直チニ

$$(\sqrt{a})^2 = a, \quad \sqrt{a^2} = a$$

(II) $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2 = ab$ デアルカラ

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

例. $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

(III) $\sqrt{k^2 a} = \sqrt{k^2} \sqrt{a} = k\sqrt{a}$

例. $\sqrt{180} = \sqrt{6^2 \times 5} = 6\sqrt{5}$

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{3^2} \sqrt{5^2} = 3 \times 5 = 15$$

或ハ $\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{(3 \times 5)^2} = 3 \times 5 = 15$

$$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 10^2} = \sqrt{2} \sqrt{10^2} = 10\sqrt{2}$$

或ハ $= 14.1421 \dots$

$$\sqrt{20000} = \sqrt{2 \times 100^2} = 100\sqrt{2} = 141.421 \dots$$

(IV) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$ デアルカラ

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

例. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0.666 \dots}$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

(V) \sqrt{b} ガ不盡根數ナルトキ

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

例. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ $\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{1}{\sqrt{180}} = \frac{1}{\sqrt{6^2 \times 5}} = \frac{1}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{6 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{6 \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{30}$$

(VI) \sqrt{a} , \sqrt{b} ノ中, 少クトモ一方ガ不盡根數ナルトキ,

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$$

$$= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

例. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

【注意】(V),(VI)ノ如ク分母ノ不盡根數ヲ除クコトヲ分母ヲ有理化ストイフ。

分母 = 不盡根數ヲ含ム分數ノ値ヲ求メルニハ、分母ヲ有理化シテ後計算スル。

(VII) 上述ノ(I),(II),(III),(IV)ノ式ニ於テ $\sqrt{\quad}$ ノ代リニ $\sqrt[n]{\quad}$ 、二乗ノ代リヒ n 乗ヲ用フレバ、ソレ等ニ相當スル n 乗根ノ性質ヲイヒ表ハス式トナル。

特ニ四乗根八乗根等ハ開平法ヲ繰リ返シテ求メ得ラル、モノデアル。

即チ

$$(\sqrt{\sqrt{a}})^4 = \{(\sqrt{\sqrt{a}})^2\}^2 = \{\sqrt{a}\}^2 = a \text{ デアルカラ}$$

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}}$$

同様ニ $\sqrt[8]{a} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}$ デアル。例ヘバ

$$\sqrt[8]{81} = \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt[8]{256} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-8)

1. $\sqrt{\frac{9}{49}}$

2. $\sqrt{441}$

3. $\sqrt[3]{3375}$

4. $\sqrt[3]{\frac{125}{729}}$

5. $\sqrt{6400}$

6. $\sqrt{\frac{225}{2304}}$

7. $\sqrt{x^2y^4}$

8. $\sqrt[3]{-x^6y^{18}}$

次ノ數ヲ小數ニ直ホセ。(9-14)

9. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

10. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

11. $\sqrt{\frac{22}{7}}$

12. $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$

13. $\frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

14. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+1}$

15. $x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ ナルトキ x^2+3x+1 ノ値ヲ求メヨ。

16. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^3 - (\sqrt{a}-\sqrt{b})^3$ ヲ簡單ニセヨ。

第十四章

一元二次方程式

83. 一元二次方程式ノ解キ方.

例 1. $x^2-4=0$ ヲ解クコト.解 原方程式ヨリ, $(x+2)(x-2)=0$

因数ノ何レカガ零デアルトニ限ラ積
ハ零ニナルカラ

$$\begin{array}{l|l} x+2=0 & x-2=0 \\ x=-2 & x=2 \end{array} \quad \text{答 } x=2, -2$$

例 2. $x^2+3x=0$ ヲ解クコト.

$$x(x+3)=0$$

$$\therefore \begin{array}{l|l} x=0 & x+3=0 \\ & x=-3 \end{array} \quad \text{答 } x=0, -3$$

例 3. $(x-1)^2=4$ ヲ解クコト.解 $(x-1)^2-4=0$

$$\{(x-1)+2\}\{(x-1)-2\}=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

$$\begin{array}{l|l} x+1=0 & x-3=0 \\ x=-1 & x=3 \end{array} \quad \text{答 } x=-1, 3$$

例 4. $3x^2+6x=105$ ヲ解クコト.解 $3x^2+6x=105$

3デ割ツテ

$$x^2+2x-35=0$$

左邊ヲ因数ニ分解スレバ

$$(x-5)(x+7)=0$$

$$\therefore \begin{array}{l|l} x-5=0 & x+7=0 \\ x=5 & x=-7 \end{array} \quad \text{答 } x=5, -7$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ.

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. $7x^2-10=4x^2+2$ | 2. $5x^2+3=15-7x^2$ |
| 3. $x^2-2x-8=0$ | 4. $x^2+2x-15=0$ |
| 5. $x^2-x+6=x-2$ | 6. $x(x-5)=2(x-6)$ |
| 7. $x^2+x-42=0$ | 8. $2(x^2-4)=x(x+2)$ |
| 9. $(2x-1)^2=9$ | 10. $(5x-2)^2=1$ |

84. 二次方程式ノ根ノ公式.

一元二次方程式ノ一般ノ形ハ

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

デアル。移項シテ兩邊ヲ a テ割レバ

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

左邊ヲ平方ノ形ニスル爲ニ、兩邊ニ x ノ係數ノ

$\frac{1}{2}$ ノ平方、即チ $(\frac{b}{2a})^2$ ヲ加ヘテ

$$x^2 + 2\frac{b}{2a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$$

$$\therefore (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\therefore x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \dots\dots(1)$$

特ニ、 $x^2 + 2px + q = 0$

ナルトキハ

$$x = -p \pm \sqrt{p^2 - q} \dots\dots(2)$$

(1) 及 (2) ガ一元二次方程式ノ根ノ公式デアアル。

例 1. $x^2 - x - 1 = 0$ ヲ解クコト。

公式ニ於テ $a=1, b=-1, c=-1$ トスレバ

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \dots\dots \text{答}$$

例 2. $3x^2 - 4x - 7 = 0$ ヲ解クコト。

公式ヨリ

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \times 3 \times 7}}{6}$$

$$= \frac{4 \pm 10}{6}$$

$$= \frac{14}{6} \text{ 或ハ } \frac{-6}{6}$$

$$= \frac{7}{3} \text{ 或ハ } -1$$

因數分解すると
 $(x - \frac{7}{3})(x + 1)$

答 $x = \frac{7}{3}, -1$

例 3. $x^2 - 2x - 8 = 0$ ヲ解クコト。

解 公式(2)ニヨツテ、 $p=-1, q=-8$

$$x = 1 \pm \sqrt{1 + 8} = 1 \pm \sqrt{9} = 1 \pm 3$$

$\therefore x = 4$ 或ハ -2 答 $x = 4, -2$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $3x^2 + 4x - 7 = 0$

2. $5x^2 - 6x + 1 = 0$

3. $2x^2 + 8x + 5 = 0$

4. $x^2 + 2x - 8 = 0$

5. $x^2 - 4x - 12 = 0$

6. $3x^2 + 12x - 11 = 0$

7. $3x^2 + 2x - 1 = 0$

8. $5x^2 + 14x - 55 = 0$

9. $12x^2 + 35x - 11 = 0$

10. $x^2 - 6x - 325 = 0$

11. $10x^2 - 5x + 6 = 0$ 12. $x(1-x) = (x+1)(x-1)$

13. $(x+1)^2 + (x+2)^2 = (x+3)^2$

14. $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{1}{20} = 0$

15. $(x + \frac{1}{2}) + 2(x + \frac{1}{2})^2 = 3(x - \frac{1}{2})^2$

85. 一元二次方程式ノ應用問題。

例1. ニツノ相隣ル正ノ整数ノ積ハ、其ノ和ノ6倍ヨリモ6ダケ大デアルトイフ。コノ二數如何。

解 小ナル數ヲ x トスレバ
大ナル數ハ $x+1$

題意ニヨリ

$$x(x+1) = 6\{x+(x+1)\} + 6$$

$$x^2 + x = 12x + 12$$

$$x^2 - 11x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 12 \text{ 或ハ } -1$$

根ノ解釋 負數ハ題意ニ適シナイカラ -1 ハ捨テル。故ニ、求メル小サイ方ノ整数ハ12、大キイ方ハ $12+1=13$ 答 12ト13

例2. 正方形ノ地面ガアツテ、各邊ノ長サヲ $4m$ ツツ増セバ面積ガ2倍ヨリモ $4sqm$ ダケ小サイ正方形ニナルトイフ。元ノ正方形ノ一邊ノ長サヲ求ム。

解 求ムル正方形ノ一邊ヲ xm トスレバ
其ノ正方形ノ面積ハ x^2sqm
一邊ノ長サヲ $4m$ 増セバ $(x+4)m$
其ノ正方形ノ面積ハ $(x+4)^2sqm$

題意ニヨリ

$$(x+4)^2 = 2x^2 - 4$$

$$\therefore x^2 + 8x + 16 = 2x^2 - 4$$

移項シテ符號ヲ變ヘレバ

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ 或ハ } -2$$

根ノ解釋 求ムル x ノ値ハ正方形ノ一邊ヲ表ハス數デアルカラ負數ハ適シナイ。

答 $10m$

例題

1. 30ヲ二ツノ正ノ數ニ分ケテ,ソノ積ガ 221ニナルヤウニセヨ。
2. 二ツノ正數ノ差ハ7デ,平方ノ和ハ289デアアル。コノ二數ヲ求メヨ。
3. 25ヲ二ツノ正ノ數ニ分ケテ,各ノ平方ノ和ガ325ニナルヤウニセヨ。
4. 連続スル二ツノ正ノ奇數ノ積ハ195デアアル。コノ二數ヲ求メヨ。
5. 三角形ノ高サハ底邊ヨリ5cm短ク,ソノ面積ハ52sq cmデアアル。底邊ト高サヲ求メヨ。
6. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ和ハ70cmデ,面積ハ600sq cmデアアル。三邊ノ長サ如何。
7. 毎秒 v 米ノ速度デ物ヲ眞上ニ投ゲタトキ t 秒ノ後ノ高サヲ s 米トスレバ
$$s=vt-4.9t^2$$
トナル。
今毎秒343米ノ速度デ物ヲ投ゲ上ゲタトキ49米ノ高サニ昇ルニ何秒カ、ルカ。
8. 前ノ問題デ再ビ地上ヘモドル時間ハ如何。

86. 虚數.

$$x^2-2x+2=0 \text{ ヲ解ケバ。}$$

$$\text{答 } x=1\pm\sqrt{-1} \text{ ヲ得ル。}$$

サテ, $\sqrt{-1}$ ハ二乗シテ -1 ニナルヤウナ數デアアル。然ルニコレマデ知ツテキル數ハ二乗スレバ必ラズ正數トナルベキモノデアアル。故ニ $\sqrt{-1}$ ノヤウナ數ハ全ク新シイ數デアアル。

二乗シタトキ負トナル數ヲスベテ虚數トイフ。特ニ $\sqrt{-1}$ ヲ i ト記スル。

普通ノ數ヲ虚數ト區別シテ實數トイフ。虚數ノ取り扱ヒ方ハ次ノヤウニスル。

$$\sqrt{-5}=\sqrt{5}\sqrt{-1}=\sqrt{5}i$$

$$\sqrt{-3}\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\sqrt{5}i=\sqrt{15}i^2=-\sqrt{15}$$

二次方程式ノ根ガ虚數トナルトキ,コレヲ虚根トイヒ,實數ノトキコレヲ實根トイフ。

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ハ次ノ三ツニ分類セラレル。

$b^2-4ac>0$ ノトキ二ツノ異ナル實根ヲ持ツ。

$b^2-4ac < 0$ ノトキニツノ異ナル虚根ヲ持ツ。

$b^2-4ac = 0$ ノトキニツノ一致シタ實根ヲ持ツ。

(コレヲ等根トイフ)

b^2-4ac ヲ二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ判別式トイフ。

虚数ハ實数ノヤウニ一ツノ直線ノ上ニ刻ミ込ムコトガ出来ナイ。従ツテコレマデ知ツタぐらふデ描キ表ハスコトガ出来ナイ。又實際ノ問題ノ解トシテ虚数ヲ得タトキハ實際ノ解ガナイコトヲ示スモノデアル。

例. 2cm ノ長サヲニツノ部分ニ分ケテ、ソレヲ縦、横トスル矩形ノ面積ガ 82sq cm ニナルヤウニセヨ。

解 此問題ハ一見シテ不可能デアルコトガワカルガ題意ニヨツテ方程式ヲ作ツテミル。一部ノ長サヲ x トスレバ他ハ $2-x$ トナル。

故ニ、題意ニヨリ、

$$x(2-x) = 82$$

$$x^2 - 2x + 82 = 0$$

コノ判別式ハ $2^2 - 4 \times 82 = \text{負數}$

故ニ根ハ虚トナル。即チ實際ノ解ハナイ。

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $x^2 - 4x + 13 = 0$

2. $x^2 + x + 1 = 0$

3. $x^2 - 4x + 4 = 0$

4. $x^2 - 12x + 36 = 0$

5. $ax^2 - (2a+b)x + 2b = 0$ ノ根ガ實等、虚根ニナル

a, b ノ關係ヲ求メヨ。 $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = \sqrt{(a+b)^2} = a+b$

87. 二次方程式ノぐらふ解法。

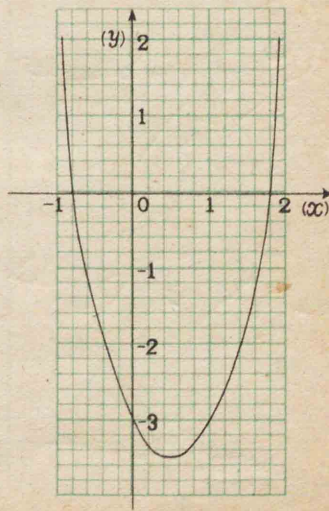
例. $2x^2 - 2x - 3 = 0$

ヲ解クコト。

解 $y = 2x^2 - 2x - 3$

ト置イテコノぐらふヲ描ケバ、原方程式ノ根ハ、 $y=0$ トナル x ノ値ニ外ナラナイ。

故ニ x 軸トぐらふトノ交リニ對スル x ノ



値ガ求メル根デアル。

即チ實際ニ測ツテ大略

$x=1.8, \quad x=-0.8$

ヲ得ル。コレガ求ムル根ノ近似値デアル。

別解 原方程式ヲカキカヘテ、

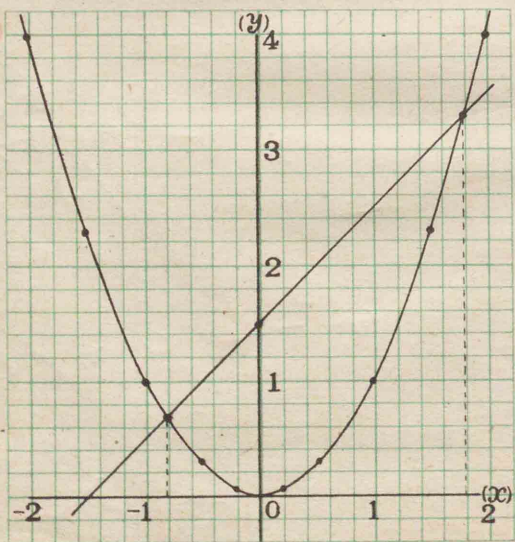
$x^2 = x + \frac{3}{2} \dots\dots\dots(1)$

今 $y = x^2 \dots\dots\dots(2)$

$y = x + \frac{3}{2} \dots\dots\dots(3)$

コノ二ツノぐらふヲ描キソノ交點ヲ求ムレバソノ x ノ値ガ丁度 (1) ヲ満足スルモノデアル。

即チ



1.8 ト -0.8 ヲ得ル。

此解法ノ便利ナコトハ

$y=x^2$ ノぐらふヲ一度描イテオケバ任意ノ

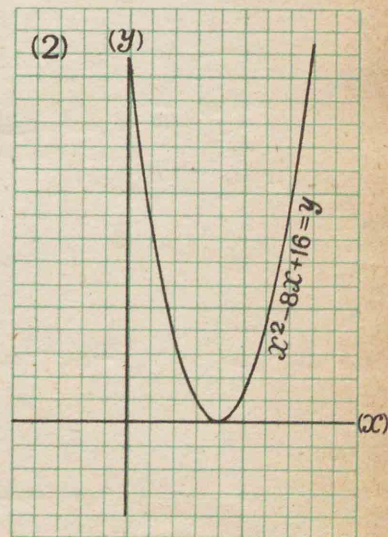
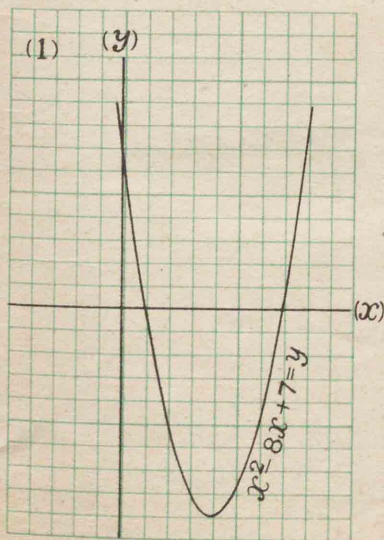
二次方程式

$x^2 + px + q = 0$

ノ實根ハ直線ヲソノ都度カヘルコトニヨリ求メルコトガ出來ル。

即チ $y = x^2$ } ノ交點ノ x ノ値ヲ求ムレ。
 $y = -px - q$ }
バヨイ。

【注意】 ぐらふ解法ニヨツテハ實根ノミガ得ラレル。



(1) ハ $y=x^2-8x+7$ ノ

ぐらふヲ描イテ

$x^2-8x+7=0$ ノ根ヲ求

メタノデ、二ツノ異ナ

ル實根ノアル場合。

(2) ハぐらふニヨツテ

$x^2-8x+16=0$ ノ根ヲ求

メタノデアツテ、一ツ

ノ等根ノアル場合。

(3) ハぐらふニヨツテ

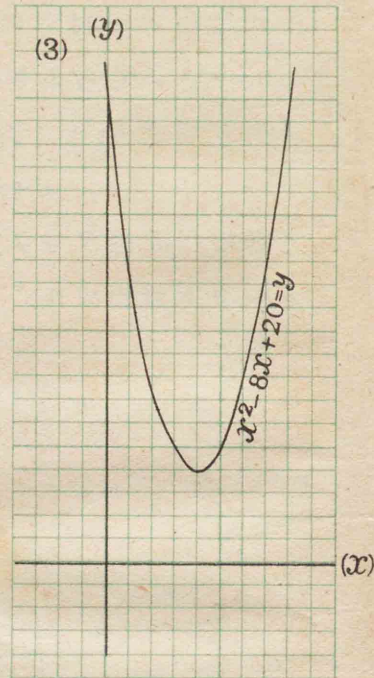
$x^2-8x+20=0$ ノ根ヲ求

メタノデアルガ、曲線

ト x 軸トハ交ハラナ

イカラ實根ノナイ場

合ニ相當スル。



第十五章 分數方程式

88. 分數式。

二ツノ整式ヲ P 及ビ Q デ表ハシタトキ
式 $\frac{P}{Q}$ ヲ分數式トイフ。

コノトキ P ヲ分子、 Q ヲ分母トイフ。

Q ハ必ラズ文字ヲ含ミ、其文字ハ Q ヲ零トス
ル値ヲトラナイモノトスル。

例ヘバ、 $\frac{x+a}{13}$ ハ分數式デハナク、

$\frac{(a^2+1)x}{a+b}$ ハ a 及ビ b ニ就イテハ分數式デア
ルガ、 x ニ就イテハ分數式デハナイ。

且ツ $a+b=0$ デナイモノトスルノデア
ル。

式中ノ文字ハスベテ數ヲ代表スルノデア
ルカラ、算術ニ於ケル分數ノ性質ハ分數式ノ場合
ニモアテハマル。

89. 分數式ノ基本的性質。

分數式ノ意味カラ直ニ次ノ式ガ成リ立ツ。

$$(I) \quad \frac{P}{Q} \cdot Q = P \quad \dots\dots\dots(1)$$

(1)ノ兩邊ニ他ノ整式 T ヲ掛ケレバ、

$$\frac{P}{Q} \cdot Q \cdot T = P \cdot T$$

コノ兩邊ヲ QT デ割レバ、

$$(II) \quad \frac{P}{Q} = \frac{PT}{QT}$$

コノ性質カラ、分數式ノ分母分子ニ共通因數ガアレバ約分スルコトガ出來ル。

即チ
$$\frac{PT}{QT} = \frac{P}{Q}$$

特ニ分母、分子ノ $G.C.M.$ デ約分スレバ既約分數式トナル。

又(II)ノ性質カラ幾ツカノ分數式ヲ通分スルコトガ出來ル。

即チ
$$\frac{A}{B} \quad \text{ト} \quad \frac{P}{Q}$$

トハ夫々
$$\frac{AQ}{BQ} \quad \text{ト} \quad \frac{BP}{BQ}$$

ニ等シクナル。

【注意】 通分スルトキハ分母ノ積ノ代リニ、夫等ノ

$L.C.M.$ ヲ用ヒルノガ普通デアル。

例題

次ノ式ヲ通分セヨ。

$$① \quad \frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$$

$$2. \quad \frac{b}{2ax}, \frac{a}{3cx^2}, \frac{bx}{6ac}$$

$$③. \quad \frac{1}{x^2-y^2}, \frac{1}{x^3+y^3}$$

$$④. \quad \frac{1}{x^2-y^2}, \frac{1}{x^3-y^3}$$

$$⑤. \quad \frac{1}{x^2-2x-8}, \frac{1}{x^2-3x-10}$$

$$⑥. \quad \frac{1}{x^2-x-6}, \frac{1}{x^2-8x+15}$$

$$7. \quad \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2+yx}, \frac{1}{x^3+y^3}$$

$$⑧. \quad \frac{x+1}{x^2+x-6}, \frac{x-2}{x^2+4x+3}, \frac{x+3}{x^2-x-2}$$

90. 分數式ノ計算例

例 1. $\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x-a}$ ヲ簡單ニスルコト。

解 原式
$$= \frac{x-a}{(x+a)(x-a)} + \frac{x+a}{(x+a)(x-a)}$$

$$= \frac{(x-a)+(x+a)}{(x+a)(x-a)} = \frac{2x}{x^2-a^2}$$

例 2. $1 - \frac{4x}{(x+1)^2}$ ヲ簡單ニスルコト。

解 原式 = $\frac{(x+1)^2 - 4x}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 4x}{(x+1)^2}$
 $= \frac{x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$

例 3. $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} - \frac{4xy}{x^2-y^2}$

解 原式各項ノ分母ノ L.C.M. $\rightarrow x^2 - y^2$

故 =

原式 = $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2 - 4xy}{x^2 - y^2}$
 $= \frac{2(x^2 - 2xy + y^2) + 2(x^2 - 2xy + y^2) - 4xy}{x^2 - y^2}$
 $= \frac{2(x-y)^2}{x^2 - y^2}$
 $= \frac{2(x-y)}{x+y}$

$x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - 4xy$
 $(x+y)(x-y)$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a}$

2. $\frac{a}{x^2 - a^2} - \frac{2a}{(x+a)^2}$

3. $\frac{x-3}{x^2-3x-4} - \frac{x-1}{x^2-x-2}$

4. $\frac{1}{x-1} + \frac{x+1}{(x-1)^2}$

5. $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x^2}$

6. $\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x-2}{x^2+3x+2}$

7. $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4}$

8. $\frac{2x-1}{x^2+x} + \frac{2x+1}{x^2-x} + \frac{4x+2}{x-x^3}$

9. $\frac{1}{x^2-x-6} + \frac{1}{x^2+x-12} - \frac{1}{x^2+6x+8}$

10. $1 + \frac{x-1}{x+1} + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3$

$x-3$
 $x-2$
 x^2+2x
 $3x+6$
 $x-1$
 $x-4$
 x^2+4x
 $x+4$

91. 一元分數方程式。

未知數ニ就イテノ分數式ヲ含ム方程式ヲ分數方程式トイフ。

例 1. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+3} = 0$ ヲ解クコト。

解 左邊ヲ一ツノ分數式ニマトメテ、

$\frac{-x+5}{(x-1)(x+3)} = 0$

コレヨリ

$-x+5=0$

$\therefore x=5$ 答 $x=5$

一元分數方程式ヲ解クニハスベテノ項ヲ左邊ニ移シ、通分シテ一ツノ分數式ニナホシ、分母子ヲ既約ニシ、然ルノチ分子ヲ0トオイタ方程

式ノ根ヲ求ムレバヨイ。

例 2. $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+2} = \frac{2x}{x^2-1}$ ヲ解クコト。

解 移項通分シテ

$\frac{2x+2+x^2-1-2x(x+2)}{(x+2)(x^2-1)} = 0$

整頓シテ $\frac{x^2+2x-3}{(x+2)(x^2-1)} = 0$

$\frac{(x+3)(x-1)}{(x-2)(x^2-1)} = 0$

$\frac{x+3}{(x+2)(x+1)} = 0$

コレヨリ $x+3=0$

∴ $x=-3$ 答 $x=-3$

例題

1. $\frac{5}{x-3} - \frac{4}{x+2} = 0$

2. $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = 0$

3. $\frac{5}{x^2+x-6} = \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x+3}$

4. $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{1}{x+1}$

92. 聯立分數方程式.

例 1. $\begin{cases} \frac{20}{x+y} = 2 \dots(1) \\ \frac{20}{x-y} = 5 \dots(2) \end{cases}$ ヲ解クコト。

解 (1)ノ分母ヲ拂ツテ2デ割レバ

$x+y=10 \dots(3)$

(2)ノ分母ヲ拂ツテ5デ割レバ

$x-y=4 \dots(4)$

(3),(4)ヲ聯立ニ解ケバ, $x=7, y=3$ ヲ得ル。

コノ値ハ原方程式ノ何レノ分母ヲモ零トシナイカラ求メル根デアル。

答 $x=7 y=3$

例 2. $\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = -1 \\ \frac{10}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$

解 $\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$ トオイテ X, Y ノ聯立方程式ニナホセバ

$5X+4Y=-1$

$10X+2Y=1$

コレヲ解イテ

$X=\frac{1}{5}, Y=-\frac{1}{2}$

ヲ得。故ニ $x=\frac{1}{X}=5, y=\frac{1}{Y}=-2$

コレハ原方程式ニ適合スル。 答 $\begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} 2x-3y=8 \\ \frac{8x}{2x+3y}=1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 5x-2y=1 \\ 7x+3 \\ 3x+5y \\ 4y-x=2 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{x+1}{y-1}=1 \\ \frac{x^2-1}{y^2-1}=\frac{3}{5} \end{cases} \quad 5. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} + \frac{2}{z} = 8 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = -3 \end{cases}$$

93. 分數方程式ノ應用問題。

例1. 鶏卵ノ價一個ニツキ2錢アガリ、1.20圓ニツキ10個少クナツタトイフ。元ノ鶏卵ノ價ハ幾ラデアツタカ。

解 元ノ價ヲx錢トスル。題意ニヨツテ次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{120}{x+2} + 10 = \frac{120}{x}$$

移項シテ通分スレバ、

$$\frac{x(x+2)+12x-12(x+2)}{x(x+2)} = 0$$

$$\frac{x^2+2x-24}{x(x+2)} = 0$$

$$\frac{(x+6)(x-4)}{x(x+2)} = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 或ハ } 4$$

故ニ求メルモノハ $x=4$ 答 4錢

例2. 甲乙二人從事スレバ6日デ仕上ゲ得ル仕事ヲ、初メノ4日ハ二人共ニ働キ、残りヲ乙一人ガ5日間デ仕上ゲタトイフ。同ジ仕事ヲ各一人デスレバ夫々幾日ヲ要スルカ。

解 甲一日デ仕上ゲル日數... x
 乙一人デ仕上ゲル日數... y トスレバ
 甲一日ノ仕事ノ分量... $\frac{1}{x}$
 乙一日ノ仕事ノ分量... $\frac{1}{y}$

故ニ題意ニヨリ

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots(1) \\ 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{5}{y} = 1 \dots(2) \end{cases}$$

$$(2)-(1) \times 4$$

$$\frac{5}{y} = 1 - \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = 15 \dots\dots\dots(3)$$

(3)ヲ(1)ニ代入スレバ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x = 10 \dots\dots\dots(4)$$

(3),(4)ハ方程式ノ根デアリ,問題ノ答トシテモ適當デアル。 答 甲ハ10日,乙ハ15日

例題

1. 甲乙兩地間ノ距離ハ600 kmデアル。現在兩地間ヲ運轉スル列車ノ速サヲ $\frac{1}{5}$ ダケ増セバ兩地間ノ運轉時間ヲ2時間短縮スルコトガ出來ルトイフ。列車ノ速サヲ求メヨ。
2. 或商人ガ鶏卵ヲ28圓ダケ仕入レタトキ,内125個破損シタタメ,結局一個ニ付キ4厘ダケ高イ割合ニナツタトイフ。仕入レタ個數ハ幾ラデアツタカ。
3. 水槽ニ甲乙兩管アリ。甲管ダケナラ8時間,乙管ダケナラ10時間デ水槽ニ水ヲ滿タス

コトガ出來ルトイフ。二ツノ管ヲ同時ニ開イタラ何時間デ水ヲ滿タスコトガ出來ルカ。

4. 水槽ニ水ヲ滿タスニ乙管ヲ以テスレバ甲管ニヨルヨリ2倍ノ時間ヲ要シ,丙管ニヨレバ乙管ヨリ2倍ノ時間ヲ要スル。甲,乙,丙ノ三管ヲ同時ニ開ケバ24時間ヲ要スルトイフ。各管一ツデ水ヲ滿タスニ幾時間ヲ要スルカ。
5. 或仕事ヲスルニ,甲乙二人ガ從事スレバ延べ時間60時間,乙丙ナラバ84時間,甲丙ナラバ70時間ヲ要スルトイフ。各一人ナラバ幾時間カ、ルカ。

$$\begin{aligned} \text{甲} - x \\ \text{乙} - y = 2x \quad x + 2y + 4x = 24 \\ \text{丙} - z = 4x \quad 7x = 24 \\ x = \frac{24}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{甲} - x \\ \text{乙} - y \quad x + y = 60 \\ \text{丙} - z \quad y + z = 84 \\ \quad \quad x + z = 70 \\ 2x + 2y + 2z = 214 \\ \quad \quad x + y + z = 107 \\ \quad \quad 60 + z = 107 \\ \quad \quad z = 47 \end{aligned}$$

第十六章 比及ビ比例

94. 比.

或數(又ハ量) a ガ他ノ數(又ハ量) b ノ何倍
デアアルカヲ示ス關係ヲ a ノ b ニ對スル比
トイヒ、コレヲ $a:b$

ト書キ表ハシ、分數 $\frac{a}{b}$ ヲソノ比ノ値トイフ、

時ニハ、比ノ値 $\frac{a}{b}$ ヲ以テ直チニ比 $\frac{a}{b}$ トイフコ
トガアル。

二ツノ比ノ値ガ等シイトキ其ノ比ガ相
等シイトイフ。

比 $a:b$ ニ於テ a ヲ比ノ前項、 b ヲ後項トイフ。

比ノ兩項ヲ取り換ヘテ得タ比ヲ元ノ比
ノ反比又ハ逆比トイフ。

例ヘバ、 $b:a$ ハ $a:b$ ノ反比デアアル。

三ツ以上ノ數ノ二ツツツノ比ヲ同時ニ
書キ表ハシタモノヲ、ソレ等ノ數ノ連比ト
イフ。

例ヘバ、甲ト乙ノ所持金ノ比ガ $a:b$

乙ト丙ノ所持金ノ比ガ $b:c$

デアルトキ、コレヲ同時ニ書キ表ハシタ式

$$a:b:c$$

ヲ甲乙丙ノ所持金ノ連比トイフ。

95. 比ノ性質.

分數ノ性質ヨリ

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$$

故ニ $a:b=ma:mb$

即チ

(I) 比ノ兩項ニ零以外ノ同ジ數ヲ掛ケ又ハ
割ツテモソノ値ハ變ラナイ。

コノ性質ヲ用ヒテ比ヲ簡單ナ形ニナホスコ
トガ出來ル。

例 1. $24:16$ ヲ簡單ニスルコト。

$$24:16=3:2$$

例 2. $\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$ ヲ簡單ニスルコト。

兩項ニ分母ノ *L.C.M.* 15ヲカケテ

$$\frac{2}{3}:\frac{3}{5}=10:9$$

又 $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} : \frac{a}{ab} = b : a$

即チ

(II) 二數ノ逆數ノ比ハソノ反比ニ等シイ。

例題

1. 次ノ比ヲ簡單ニセヨ。

$56:24 \quad 124:84 \quad \frac{5}{12} : \frac{7}{16}, \quad \frac{7}{24} : \frac{3}{28}$

$2.16:4.8 \quad 0.08:1.2 \quad 3時間20分:2時間30分$

$3日8時間:2日10時間$

2. 次ノ比ノ反比ヲ作り簡單ニセヨ。

$\frac{7}{15} : \frac{3}{20}, \quad 1\frac{1}{5} : 2\frac{1}{3}$

3. 甲ハ3日デスル仕事ヲ乙ハ2日デスルト

イフ。ソノ能力ノ比ヲ求メヨ。

4. 次ノ比ノ値ヲ求メヨ。

$x^2-3x+2 : x-2 \quad x^2+2x-8 : x+4$

$a^3-b^3 : a^2-b^2 \quad a^3+b^3 : a^2-b^2$

$x-2 \quad x^2-2x-3 : x^2-5x+6 \quad x^2-3x-10 : x^2-6x+5$

5. 次ノ式ヨリ $x:y$ ヲ求メヨ。

* a ノ逆數トハ $\frac{1}{a}$ ノコトデアル。

$\frac{x}{y} = h \quad (\frac{x}{y})^2 - 3\frac{x}{y} + 4 = 0 \quad (h-4)(h+1)$
 $h^2 - 3h + 4 = 0 \quad h=4 \quad h=-1$

(i) $x^2-3xy-4y^2=0$, (ii) $5x^2+6xy+y^2=0$

6. 次ノ式ヨリ $x:y:z$ ノ値ヲ求メヨ。

(i) $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x-y-z=0 \end{cases}$ (ii) $\begin{cases} 2x+3y-3z=0 \\ 3x+y-8z=0 \end{cases}$

$5h^2+6h+1=0$
 $(5h+1)(h+1)=0$
 $h=$

96. 比例。

二ツノ比ガ相等シイコトヲ等號デ書キ表ハシタ式ヲ比例式トイフ。

例ヘバ, $15:9=5:3$

a, b, c, d ガ比例式

$a:b=c:d$

ヲ満足スルトキ, 四數 a, b, c, d ハ比例スルトイフ。コノ比例式ニ於テ a, b, c, d ヲ順次ニ, 第一項, 第二項, 第三項, 第四項トイヒ, a ト d トヲ外項, b ト c トヲ内項トイフ。

a, b, c ガ特別ナ比例式

$a:b=b:c$

ヲ満足スルトキハ b ヲ a, c ノ比例中項トイフ。

二組ノ數, $a, b, c, \dots; A, B, C, \dots$ ガアツ
テ, 比例式

$$a : A = b : B$$

$$b : B = c : C$$

$$c : C = d : D$$

.....

或ハ $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} \dots$

ヲ満足スルトキ, a, b, c, \dots ハ A, B, C, \dots ニ
比例スルトイヒ, コレヲ一ツノ式

$$a : b : c : \dots = A : B : C : \dots$$

デ書キ表ハス。

97. 比例式ノ性質.

(I) 一ツノ比例式ガ成リ立ツトキ, ソノ内項
ノ積ト外項ノ積トハ相等シイ。

何トナレバ, $a : b = c : d$ ナラバ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

故ニコノ兩邊ニ bd ヲ掛ケテ

$$ad = bc$$

(II) 一ツノ比例式ガ成リ立ツトキ, ソノ内項
ヲ交換シテモ, 又外項ヲ交換シテモ比例式ハ成
リ立ツ。

即チ $a : b = c : d \dots\dots\dots(1)$

ガ成リ立ツトキ,

$$a : c = b : d \dots\dots\dots(2)$$

$$d : b = c : a \dots\dots\dots(3)$$

ガ成リ立ツ。

何トナレバ, (1) ヨリ,

$$ad = bc \dots\dots\dots(4)$$

(2) 及 (3) ヨリモ同ジ式ガ成リ立ツカラデアル。

(III) 一ツノ比例式 $a : b = c : d$ ガ成リ立ツ
トキ, 次ノ三ツノ等式ガ成リ立ツ。

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d} \dots\dots\dots(3)$$

何トナレバ

$$a : b = c : d$$

ヨリ,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots\dots\dots(4)$$

(4)ノ兩邊 = 1ヲ加へ、

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{b}{d} + 1$$

$$\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

即チ(1)ヲ得ル。

又(4)ヨリ、

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$$

$$\therefore \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

即チ(2)ヲ得ル。

又(2)ヲ(1)デ邊々相除スレバ、(3)ヲ得ル。

(IV) 幾ツカノ相等シイ比ガアルトキ、コレ等ハ、前項ノ和ヲ前項トシ、後項ノ和ヲ後項トスル比ニ等シイ。(加比ノ理)

何トナレバ、幾ツカノ等シイ比ヲ $a : A, b : B, c : C, \dots$ トシ、コノ値ヲ k ト置ケバ

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \dots = k$$

$$\therefore a = kA, b = kB, c = kC, \dots$$

$$\therefore \frac{a+b+c+\dots}{A+B+C+\dots} = \frac{kA+kB+kC+\dots}{A+B+C+\dots}$$

$$= \frac{k(A+B+C+\dots)}{A+B+C+\dots} \\ = k$$

$$\therefore \frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \dots = \frac{a+b+c+\dots}{A+B+C+\dots}$$

98. 比例式ヲ解クコト。

例 1. $15:35=x:100$ ヲ解クコト。

〔解〕 原比例式ヨリ、

$$35x = 15 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{15 \times 100}{35} = 42 \frac{6}{7}$$

答 $42 \frac{6}{7}$

例 2. $2(x+2):(3x-5)=5:2$ ヲ解ケ。

〔解〕 原比例式ヨリ、

$$5(3x-5) = 4(x+2)$$

$$11x = 33$$

$$\therefore x = 3 \quad \text{答 } x = 3$$

例 3. $\begin{cases} x:y=3:5 & \dots(1) \\ x+y=12 & \dots(2) \end{cases}$ ヲ解クコト。

〔解〕 (1)ヨリ $\begin{cases} 5x=3y \\ x+y=12 \end{cases}$

$$\text{コレヲ解イテ, } \left. \begin{array}{l} x = \frac{9}{2} \\ y = \frac{15}{2} \end{array} \right\} \dots\dots \text{答}$$

例題

次ノ比例式ヲ解ケ。(1-5)

1. $(3x+2):7=(5x-7):3$

2. $(x+3):(x-5)=(x+8):(x+4)$

3. $(2x-3):(x+4)=(x+5):(x+6)$

4. $x:2=y:5, 3x+4y=10$

5.
$$\begin{cases} x:y:z=1:2:4 \\ x+y+z=72 \end{cases}$$

6. $\frac{2x-3y}{1} = \frac{2y-3z}{2} = \frac{2z-3x}{3}$ ヨリ $x:y:z$ ヲ求

メヨ。

7. $a:b=c:d$ ナルトキ、次ノ式ガ成リ立ツ。

(i) $pa+qb:pa-qb=pc+qd:pc-qd$

(ii) $a-c:b-d=\sqrt{a^2+c^2}:\sqrt{b^2+d^2}$

8. 甲、乙、丙ノ所持金合ハセテ 270 圓、甲ハ乙ノ 3 倍、乙ト丙トノ比ハ 5:7 デアルトイフ。各、

ノ所持金ハ幾ラデアルカ。

99. 比例配分.

例 1. 金 360 圓ヲ甲、乙、丙三人ニ、5, 4, 3ノ割合ニ分配スレバ、各人ノ分ケ前ハ夫々幾圓トナルカ。

解 甲、乙、丙ノ分前ヲ夫々、 x 圓、 y 圓、 z 圓トスレバ、題意ニヨリ

$$x+y+z=360 \dots\dots(1)$$

$$x:y:z=5:4:3 \dots\dots(2)$$

(2) ヨリ $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{5+4+3} \dots\dots(3)$

(3) = (1)ヲ代入スレバ

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{360}{12} = 30$$

$$\therefore x=150, y=120, z=90$$

答 甲、乙、丙ノ分ケ前ハ夫々

150 圓、120 圓、90 圓

例 2. $x:y=1:2, y:z=3:4, z:u=5:6$ ヨリ、 x, y, z, u ノ比ヲ求ムルコト。

解

$$x : y : z : u$$

$$1 : 2$$

$$3 : 4$$

$$3 : 6 : 8$$

$$5 : 6$$

$$15 : 30 : 40 : 48$$

$$\text{答 } x : y : z : u = 15 : 30 : 40 : 48$$

例題

1. 次ノ式カラ $A : B : C$ ヲ求メヨ。

$$(i) A : B = 2 : 3 \quad B : C = 12 : 13$$

$$(ii) A : B = 7 : 5 \quad B : C = \frac{1}{2} : \frac{2}{3}$$

2. $A : B = 2 : 3 \quad B : C = 7 : 10 \quad C : D = 11 : 9$

ヨリ $A : B : C : D$ ヲ求メヨ。

3. 6666 ヲ $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ノ比ニ分ケヨ。

4. 甲、乙、丙ガ夫々、2000圓、1700圓、1500圓出資シテ商業ヲ營ミ、一ケ年間ニ利益金 936圓ヲ得タ。コレヲ出資額ニ比例シテ分ケレバ各人ノ取り高ハ幾圓トナルカ。

5. 一ツノ仕事ヲ甲ハ30日、乙ハ35日、丙ハ40日間ニ仕上ゲルトイフ。三人ガ共ニ従事シテ若干日間ニ146圓ノ賃金ヲ得タ。コレヲ各人ノ能力ニ比例シテ分配スレバ、分ケ前各如何。

6. $a : b = b : c = c : d$ ナルトキハ

$$(b+c)(b+d) = (a+c)(c+d) \text{ ナルコトヲ證明セヨ。}$$

100. 混合法。

例1. 一立ノ價 A 錢、 B 錢、 C 錢ノ酒ヲ夫々 $a : b : c$ ノ割合ニ混ズレバ、一立ノ價何程ノモノヲ得ルカ。

解 一立ノ中ニ含マレテキル各酒ノ分量ハ夫々一立ヲ $a : b : c$ ノ割合ニ分ケテ得レル。

$$\text{即チ } \frac{a}{a+b+c} \text{ 立, } \frac{b}{a+b+c} \text{ 立, } \frac{c}{a+b+c} \text{ 立}$$

故ニ混合シタ1立ノ價ハ

$$\frac{a}{a+b+c} A + \frac{b}{a+b+c} B + \frac{c}{a+b+c} C$$

$$= \frac{aA + bB + cC}{a+b+c} \quad \text{答 } \frac{aA + bB + cC}{a+b+c} \text{ 錢}$$

例2. 一立ノ價1圓10錢及ビ85錢ノ二種ノ酒ヲ如何ナル割合ニ混合スレバ一立1圓トナルカ。

解 1圓10錢ノ酒ノ混ズベキ分量ヲ x
85錢ノ酒ノ混ズベキ分量ヲ y ,
トスレバ,例1ニヨツテ次ノ式ヲ得ル。

$$100 = \frac{110x + 85y}{x + y}$$

$x + y \neq 0$ デアルカラ,分母ヲ拂ラヘバ,

$$100(x + y) = 110x + 85y$$

$$10x = 15y$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{y}{2}$$

故ニ混ズベキ割合ハ 3:2

例題

1. 一升ノ價各, 2圓, 1圓40錢, 1圓20錢ノ酒ヲ 5:4:3ノ比ニ混合スレバ,一升ノ價何程ノ酒ヲ得ルカ。
2. 2 l ノ價ガ夫々, 2圓20錢, 1圓75錢ノ二種ノ酒ヲ混ジテ, 2 l ノ價2圓ノ酒ヲ作ルニハ如何ナ

ル割合ニ混合スレバヨイカ。

3. *21金ノ金ヲ4 kg ト14金ノ金ヲ3 kg 鎔和シタトキ出來ル金ノ品位ヲ問フ。
4. 10 g ノ純金ト幾ぐらむノ16金ヲ鎔和スレバ18金ヲ得ルカ。
5. 銅ト亞鉛トノ合金二種類アリ。甲ハ銅ト亞鉛トヲ2:3ノ割合ニ含ミ,乙ハ7:5ノ割合ニ含ンデキル。銅ト亞鉛トヲ丁度半分宛含ム合金ヲ60 kg 作ルニハ,二種ノ合金甲乙ヲ夫夫幾軒ツツ鎔和スレバヨイカ。

101. 互ニ比例スル二量。

例ヘバ1時間ニ30 km ヲ走ル汽車ガアルトキ,

2時間 デハ 60 km

3時間 デハ 90 km

t 時間 デハ 30 t km

ヲ走ル。故ニ

(走ツタ距離):(カ、ツタ時間)=30 (一定數)

21金ノ金トハ目方24 g ノ中ニ純金21 g ガ含マレテキル合金ノコトデアル。

トナル。コノヤウニ、

相伴ツテ變化スル二ツノ量アリ、相對應スル値ヲ夫々 x, y トスルトキ、比ノ値

$$y : x$$

ガ常ニ一定ノ値ヲ持ツトキ二ツノ量ハ互ニ比例スルトイフ。

今一定ノ比ノ値ヲ k トスレバ、

$$\frac{y}{x} = k$$

即チ

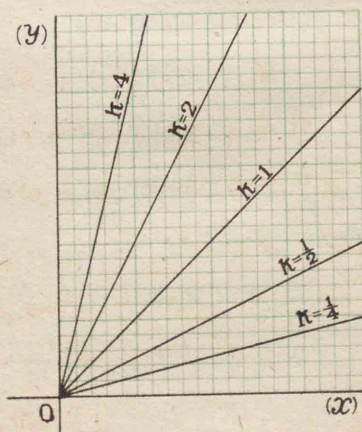
$$y = kx$$

故ニ、互ニ比例スル二ツノ量アリ、相對應スル數値ヲ夫々 x, y トスルトキ常ニ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$y = kx \dots\dots(1)$$

k ヲ比例係數トイフ。

比例係數 k ハ二量ノ關係ニヨツテ定マ
ル一定値デア
ル。



(1) ヨリ x ガ 2 倍, 3 倍, \dots トナレバ y モ 2 倍, 3 倍, \dots トナル。即チ

互ニ比例スル二量ニ於テ一方ガ 2 倍, 3 倍, \dots トナレバ他方モ 2 倍, 3 倍, \dots トナル。

二量ガ比例スルカドウカラ見分ケルニハコノ性質ヲ用フルノガ最モ便利デア
ル。

互ニ比例スル二三ノ例ヲ擧ゲレバ次ノヤウナモノガアル。

品物ノ分量ト價、

仕事ニ從事スル人數トコレヲ仕遂ゲル分量、

歩イタ距離トカ、ツタ時間、

時計ノ針ノ廻ツタ角度ト經過シタ時間、

働イタ日數ト賃銀。

互ニ比例スル二ツノ量ノ相對應スル二組ノ値ヲ夫々 x, y 及 x', y' トスレバ、次ノ比例式ガ成リ立ツ。

$$x : x' = y : y' \dots\dots(2)$$

何トナレバ、(1) ニヨツテ、

$$y = kx$$

$$y' = kx'$$

$$\therefore x : x' = y : y'$$

例. 或反物ノ價ハ3mガ1圓50錢デアルトイフ。ソノ反物ノ長サト價格トノ關係ヲ求メ、且7mノ値ヲ求メヨ。

解 反物ノ長サハ價格ニ比例スル。故ニy錢ニ對スル反物ノ長サヲxmトスレバ、

$$(i) \quad y = kx \quad \dots\dots\dots(1)$$

トナル。然ルニ、x=3ナルトキy=150デアルカラ

$$(1) \text{ヨリ,} \quad 150 = k \cdot 3$$

$$\therefore k = 50$$

故ニ(1)ニkノ値ヲ入レテ、

$$y = 50x \quad \dots\dots\dots(2)$$

コレガ求メル關係デアル。

$$(ii) \quad \text{次ニ(2)ニ於テ} x=7 \text{トオケバ} y=350$$

答 3圓50錢

(ii)ノ別解 求メル價格ヲxトスレバ

$$3 : 7 = 150 : x$$

$$x = 350 \quad \text{答 3圓50錢}$$

問1. 時計ノ長針ハ12分間ニ何度廻轉スルカ。

問2. 直立シタ1mノ杖ノ影ガソノ一倍半アツタトキ、塔ノ影ハソノ杖ノ12倍アツタ。塔ノ高サハ幾mデアルカ。

問3. 1時間4kmノ割合デ行ク人ガ10km行ク間ニ、60kmヲ15分ノ割合デ飛ブ飛行機ハ幾km行クカ。

102. 反比例.

相伴ツテ變化スルニツノ量アリ、相對應スル數値ヲ夫々x, yトスル。一方ガ他方ノ逆數ニ比例スルトキニツノ量ハ互ニ反比例スルトイフ。

コレヲ式デ表セバ

$$y = k \frac{1}{x} \quad (k \text{ハ一定ノ數値})$$

或ハ $xy = k$ トナル。即チ

互ニ反比例スルニツノ量ガアルトキ相對應スル値xトyトノ間ニハ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$xy = k \quad \dots\dots\dots(1)$$

コ、ニ k ハニツノ量ノ性質ニヨツテ定マル
一定ノ數値デアル。

コレヲ比例係數ト
イフ。

(1) ヨリ

x ガ 2 倍, 3 倍, ……

トナルニ從ツテ,

y ハ $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ……

トナル。

即チ

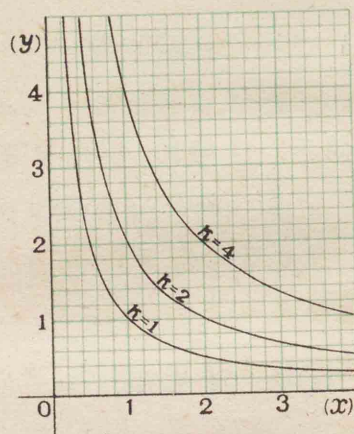
互ニ反比例スルニツノ量ニ於テハ、一方ノ量
ガ 2 倍, 3 倍, …… トナレバ他方ハ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, …… ト
ナル。

コノ性質ハニツノ量ガ反比例スルカドウカ
ヲ判別スルニ便利デアル。

互ニ反比例スルニツノ量ノ例ヲ示セバ、

定マツタ仕事ヲ仕上ゲルニ要スル日數ト人
數(同ジ時間)

一定ノ金額ヲ分配スルトキ、人數ト一人ノ分
ケ前(各人ニ等分)



定マツタ仕事ヲ仕上ゲルニ要スル日數ト毎
日働ク時間(同ジ人數)

一定ノ量ヲ種々ノ單位デ測ルトキ、單位ノ大
サト、測ツテ得ル數値。

面積ガ一定デアル矩形ノ縦ト横。

ナドガアル。

互ニ反比例スルニツノ量ノ相對スルニ組ノ
値ヲ夫々 x, y 及ビ x', y' トスルトキ次ノ比例
式ガ成リ立ツ。 $x : x' = y' : y$

何トナレバ
$$\begin{cases} xy = k \\ x'y' = k \end{cases}$$

ヨリ $xy = x'y'$

$\therefore x : x' = y' : y$

例. 8 人デ 3 日カ、ル仕事アリ。

(i) 人數ト日數トノ關係ヲ求メヨ。

(ii) 6 人ナラバ何日カ、ルカ。

解

(i) 人數ト日數トハ互ニ反比例スル。故ニ
人數ヲ x 人、仕上ゲル日數ヲ y 日トスレバ、

$$xy = k$$

然ルニ、 $x=8$ ノトキ $y=3$ トナルカラ、

$$\therefore 8 \times 3 = k$$

$$\therefore k = 24$$

即チ求メル關係式ハ

$$xy = 24 \dots\dots\dots(1)$$

(ii) (1)ニ $x=6$ トオケバ $y=4$ フ得。

故ニ求メル答ハ 4 日デアル。 答 4 日

(ii)ノ別解 反比例スルコトカラ求メル日數

ヲ x 日トスレバ

$$8 : 6 = x : 3$$

$$\therefore 6x = 3 \times 8$$

$$\therefore x = 4 \quad \text{答 4 日}$$

問 1. 27 哩ガ 50 km デアル。 150 哩ハ何 km デアルカ。

問 2. 15 節ノ速サデ丁度 3 晝夜ニシテ達セラレル港ヘ、ソレヨリモ 12 時間早ク達スルニハ速サハ毎時何程トスレバヨイカ。

問 3. 800m ノ競走デ甲ガ決勝線ニ入ルトキ乙ハ 35m 後ニ居タ、コノ割合デ乙ガ 1500m 走ルニ 5 分ヲ要スルトスレバ甲ハ幾分ヲ要スルカ。

103 自乗比例.

相伴ツテ變化スル甲、乙二種ノ量ガアツテ、ツノ對應スル數值ヲ夫々 x, y トシ、ソノ間ニ

$$y = kx^2 \quad (k \text{ハ一定ナル數})$$

ナル關係ガ成リ立ツトキ、乙ハ甲ノ自乗ニ比例スルトイフ。 k ヲ比例係數トイフ。

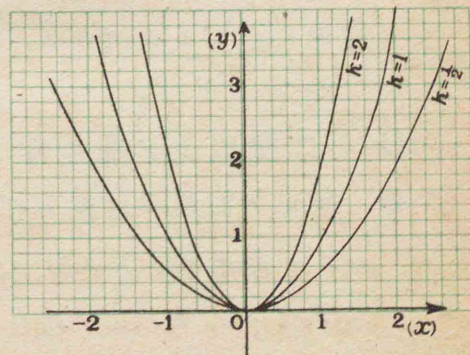
相對應スル二組ノ值ヲ夫々 x, y 及ビ x', y' トスレバ、次ノ式ガ成リ立ツ。

$$y : y' = x^2 : x'^2$$

二三ノ實例

ヲ舉ゲレバ、

圓ノ面積ハ半径ノ、
球ノ表面積ハ半径ノ、



同ジ土地

ノ地圖ノ面積ハソノ縮尺ノ

自乗ニ比例スル。

問 1. 縮尺 $\frac{1}{30000000}$ ノ地圖デ南アメリカノ面積ヲ測ツタ所 198 sq cm アツタトイフ。實際ノ面積ヲ求メヨ。但シ地圖ノ測定デ 10 q cm 未滿ハ四捨五入シタモノデアアル。

問 2. 物が落下スル距離ハ、落ち始メカラノ時間ノ自乗ニ比例シ、 5 m 落ちルニ約一秒カ、ルトイフ。落下スル距離ト時間トノ關係ヲ書キ表ハセ。

問 3. 或ル塔ノ上カラ物ヲ落シテ、地面ニ達スルマデニ二秒半カ、ツタトイフ。塔ノ高サハ約幾め一とるデアアルカ。

104. 二種以上ノ量ニ伴ツテ變化スル量。

例. 矩形ノ面積ハ縦横ノ長サノ積デ表ハサレル。今縦横ノ長サヲ x, y トシ、面積ヲ z トスレバ、 x, y ノ値ノ變化ニ伴ツテ z ノ値モ變ル。

コノトキ x ト y トノ間ニハ何等關係ガナクトモヨイ。

コノヤウニ、勝手ニ變化スル二種ノ量ニ伴ツテ變化スル量ハ日常生活デシバシバ遭遇スルモノデアアル。

例ヘバ 反物ノ値段ハ品質ト長サトデ高低ガアル。

仕事ノ量ハ働ク人數ト日數トデ變ル。歩イタ里程ハ速サト時間トニ關係スル。

電燈ニヨル机上ノ書物ノ上ノ明ルサハ電燈ノ燭光ト電燈カラノ距離デ變ル。

特ニ重要ナノハ次ニ擧ゲルモノデアアル。

105. 複比例。

二ツノ量甲、乙ニ伴ツテ變ル第三ノ量丙ガアツテ、乙ヲ變ヘナイデ甲ノミ變ヘルトキ、丙ハ甲ニ比例シ、

甲ヲ變ヘナイデ乙ノミ變ヘルトキ、丙ハ乙ニ比例スル場合、

丙ハ甲及ビ乙ニ複比例スル又ハ單ニ比例スルトモイフ。

例ヘバ、

仕事ノ分量ハ働ク人数ト日数トニ

矩形ノ面積ハ縦ト横ノ長サトニ、

三角形ノ面積ハ底邊ト高サトニ、

歩ク距離ハ速度ト時間トニ

複比例スル。

今、甲量ヲ x 、乙量ヲ y トシタトキ、コレニ對スル丙量ヲ z トスレバ、 z ハ x 及ビ y ノ如何ナル式テ表ハサレルカ。

例 職工8人が10日間働イテ得タ賃銀ハ136圓デアアル。コノ割合デ x 人、 y 日間ノ賃銀(z 圓)ヲ求メヨ。

解 人数ヲ一定ニスレバ賃銀ハ日数ニ比例シ、
日数ヲ一定ニスレバ賃銀ハ人数ニ比例スル。

故ニ賃銀ハ人数ト日数ニ複比例スル。

今人数ヲ初メノマ、8人ニシテ y 日間働イタトキノ賃銀ヲ t 圓トスレバ、

$$10:y=136:t \quad \dots\dots(1)$$

或ハ $136y=10t$

然ル後日数ヲ y 日ニシタマ、人数ヲ x トシタトキ、賃銀ハ z 圓トナル。故ニ

$$8:x=t:z \quad \dots\dots(2)$$

或ハ $8z=xt$

(1)カラ t ヲ求メテ(2)ニ代入スレバ

$$8z = \frac{136}{10}xy$$

$$\therefore z = \frac{136}{10 \times 8}xy$$

即チコレガ求メル關係デアアル。

以上ハ特別ナ例ニ就イテ求メタ x 、 y ト z トノ關係デアアルガ、コノ求メ方ハ複比例ノスベテノ場合ニ通用スル。故ニ

量 z ガニツノ量 x 及ビ y ニ複比例スルトキ、
 z ハ x 、 y ノ連乗積ニ比例スル。即チ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$z = kxy$$

k ハ問題ノ性質ニヨツテ定マル數デコレヲ比例係數トイフ。

例. 水力デ得ラレル馬力 P ハ落差(水ノ落ちル高サ) h ト一時間ニ落ちル水量 v ニ比例スル。

$h=15m$, $v=50l$ ノトキ $P=10$ 馬力デアアル。

(i) P ト h , v ノ關係ヲ求メ,

(ii) 高サ $25m$, 一時間ノ流水量 $60l$ ナル瀑布ヨリ得ラレル馬力ヲ求メヨ。

解

(i) 題意カラ $P=khv$

ヲ得ル。

$h=15$, $v=50$ ノトキ $P=10$ デアルカラ

$$10 = k \cdot 15 \times 50$$

$$\therefore k = \frac{1}{75}$$

$$\text{故ニ} \quad P = \frac{1}{75} hv$$

(ii) $h=25$, $v=60$ ナルトキ

$$P = \frac{1}{75} \times 25 \times 60 = 20 \quad \text{答} \quad 20 \text{馬力}$$

問1. 間口 $15m$ 奥行 $20m$ ノ宅地ノ價ハ 1200 圓デアアル。コノ割合デ間口 $26m$, 奥行 $35m$ ノ土地ノ價額ハ幾ラデアアルカ。但シ實測ノ結果ハ $1m$ 未滿ハ四捨五入ニヨツテ得タ測定値デアアル。

問2. 甲ナル量ハ乙, 丙ナル二量ニ伴ツテ變ルモノデアツテ, 丙ヲ一定ニシタトキ乙ニ比例シ, 乙ヲ一定ニシタトキ丙ノ自乗ニ比例スルトイフ。ソノ數値ノ關係式ヲ求メヨ。

106. 廣義ノ複比例。

A ガ x, y, u ^{*}ノ變化ニ伴ツテ變化スルモノデアツテ, A ハ

y, u ヲ一定ニシタトキ x ニ正比例シ,

x, u ヲ一定ニシタトキ y ニ正比例シ,

x, y ヲ一定ニシタトキ u ニ反比例スル

*一々量某ノ値 x, y 等トイフノガ煩雜デアアルカラ量ノ値ヲ以ツテソノママ量ノ種類ヲモアラハシ量 x, y 等トイフ。

トキ, A ハ x, y ニ比例シ, u ニ反比例スルトイフ。コノトキ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$A = k \frac{xy}{u}$$

何トナレバ, u ヲ一定ニシタトキ A ハ xy ニ正比例シ, xy ヲ一定ニシタトキ u ニ反比例, 即チ $\frac{1}{u}$ ニ正比例スル。故ニ

$$A = k(xy) \cdot \frac{1}{u} = k \frac{xy}{u}$$

一般ニ

A ハ x, y, z, \dots ニ正比例シ, u, v, w, \dots ニ反比例スル量デアルトキ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$A = k \frac{xyz \dots}{uvw \dots}$$

例. 15人ガ10日間毎日6時間ツツ働イテ, 巾300m, 長サ800mノ矩形ノ荒地ヲ開墾シタトイフ。コノ割合デ, 巾1600m, 長サ4000mノ矩形ノ土地ヲ開墾スルニ60人ガ毎日8時間ツツ働ケバ幾日ヲ要スルカ。

解 要スル日數(A)ハ土地ノ巾(x m), 長サ(y m)ニ正比例シ, 人數(u 人), 毎日ノ勞働時間(v 時)

ニ反比例スル。故ニ

$$A = k \frac{xy}{uv}$$

然ルニ $x=300, y=800, u=15, v=6$ ノトキ

$A=10$ デアルカラ,

$$10 = k \frac{300 \times 800}{15 \times 6}$$

$$\therefore k = \frac{15 \times 6 \times 10}{300 \times 800} = \frac{3}{800}$$

$$\therefore A = \frac{3}{800} \cdot \frac{xy}{uv}$$

次ニ $x=1600, y=4000, u=60, v=8$ トオ

ケバ,

$$A = \frac{3}{800} \cdot \frac{1600 \times 4000}{60 \times 8} = 50$$

答 50日

問1. 毎頁15字詰, 20行, 100頁ヲ寫スニ20時間ヲ要スル人ハ, コノ割合デ毎頁20字詰, 20行, 150頁ヲ寫スニ幾時間ヲ要スルカ。

問2. 甲, 乙二人ノ歩キ方ヲ比較スルニ, 甲ガ5歩デ行ク距離ヲ乙ハ6歩デ行キ, 甲ガ8歩運ブ間ニ乙ハ9歩運ブトイフ。然ラバ甲ガ10時間ヲ要スル距離ヲ行クニ乙ハ幾時間カカルカ。

例題

1. 甲乙兩驛ノ間ヲ速サ毎時 40 km ノ汽車ガ
1時間24分カ、ルトイフ。同シ驛間ヲ毎時
 45 km ノ汽車ガ何時間カ、ルカ。
2. 縦 30 cm , 横 20 cm , 高サ 10 cm ノ直方體ノ目方
ハ 42 kg デアルヤウナ合金デ、別ノ直方體ヲ作
リ、其目方ハ 150 kg , 縦 60 cm , 横 90 cm ナラシメル
ニハ高サ幾 cm トスレバヨイカ。
3. 砂糖 15 kg ト茶 4 kg ノ價格ハ相等シイトイ
フ。砂糖 30 kg ノ値段ガ 12.25 圓ナラバ、 20 圓分
ノ茶ハ幾 kg デアルカ。
4. 風ガ平面ニ及ボス壓力(p)ハ風速(v)ノ平方
及ビ平面ノ廣サ(s)ニ比例スルトイフ。 p, v, s
ノ關係ヲ求メヨ。且ツ風速毎秒 1 m ノトキ
 1 sq m ノ平面ヘ及ボス壓力ガ 80 g ノ重サニ相
當スルトスレバ、風速毎秒 30 m ノ暴風ノトキ
 8 sq m ノ平面ニ及ボス壓力ヲ求メヨ。
5. 海面ヲ望ミ得ル距離ハ眼ノ高サノ平方根
ニ比例シ 1.8 m ノ眼ノ高サデ 12 km ヲ見ルコト
ガ出來ルトイフ。 20 m ノ高サヨリ望ミ見ラ

レル距離ヲ求メヨ。

6. 遊星ガ太陽ヲ一周スルニ要スル時間ノ自
乗ハ太陽カラ遊星マデノ距離ノ三乗ニ比例
スルトイフ。太陽カラ地球及ビ金星迄ノ距
離ハ夫々 $148.6 \times 10^6\text{ km}$ 及ビ $107.3 \times 10^6\text{ km}$ デア
ツテ、地球ガ公轉スル時間ハ $365 \frac{1}{4}$ 日デア
ル。金星ノ公轉ノ日數ヲ求メヨ。
7. 光線ヲ垂直ニ受ケル面ノ明ルサハ、光源ノ
燭光ニ比例シ、距離ノ自乗ニ反比例スル。或
人ガ 16 燭光ノ電燈ヲ 50 cm 隔テテ讀書シテキ
ル。1燭光ヲ 1 m 隔テテ明ルサヲ單位ニト
レバ、コノ明ルサヲ表ハス數値如何程トナル
カ。次ニ又 16 燭光ヲ 50 燭光ト取り替へテ、モ
トト殆ンド同ジ明ルサヲ得ルニハ、何程隔テ
タラヨイカ。

第十七章
對 數

107. 指數法則ノ擴張.

(1) 零指數. 指數ノ法則ニヨレバ m, n ガ正ノ整數デアツテ $m > n$ ナルトキ

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

デアル. 今コレガ $m = n$ ノトキニモ成リ立ツモノトスレバ, $1 = a^0$ トナル.

故ニ a ガ零デナイ任意ノ數デアルトキ

$$a^0 = 1$$

ト規約スル.

(2) 負指數. 指數ノ法則 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ガ指數ガ負ノトキニモ成リ立ツトスレバ

$$a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}$$

トナリ,

$$\text{一方} \quad a^m \cdot \frac{1}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\text{トヲ比較シテ} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

トナル. 故ニ a ヲ零デナイ數トスルトキ,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

ト規約スル.

(3) 分數指數. 指數ノ法則 $(a^p)^n = a^{pn}$ ガ p ガ分數ノトキニモ成リ立ツモノトスレバ,

$$(a^n)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n} \cdot n} = a^m$$

$$\therefore a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad [= (\sqrt[n]{a})^m]$$

故ニ

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad [= (\sqrt[n]{a})^1]$$

ト規約スル.

$$\text{特ニ} \quad m=1 \quad \text{ノトキハ} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

(1), (2), (3) ノ規約ヲ入レルコトニヨツテ

指數法則

$$\boxed{a^m a^n = a^{m+n}}$$

$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$

ハ m, n ガ如何ナル數デアツテモ成リ立ツコトニナル.

$$\text{例 1.} \quad \frac{a^3 b^5}{a^2 b^2} = a^0 b^{5-2} = b^3$$

$$\text{例 2.} \quad \sqrt[5]{a^3} = (a^3)^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{3}{5}}$$

$$\text{例 3.} \quad \sqrt[5]{\frac{a^2}{a^3}} = a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{-3} = a^{\frac{2}{5}-3} = a^{-\frac{13}{5}}$$

例 4. $\sqrt{x^{-\frac{3}{2}} \left(\sqrt[4]{\frac{1}{x^3}}\right)^2} \div (\sqrt{x})^3 x^{-5} = x^{-\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{3}{4} \times 2} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^5$
 $= x^{-\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 5} = x^{\frac{5}{4}} = xx^{\frac{1}{4}} = x\sqrt[4]{x}$

例 題

1. 次ノ意味ヲ述べヨ。

$a^{\frac{1}{2}}$, $8^{\frac{2}{3}}$, $64^{\frac{4}{3}}$
 $27^{-\frac{2}{3}}$, $8^{-\frac{2}{3}}$, 32^{-2}
 $2^{1.5}$, $3^{-0.2}$

2. 次ノ式ヲ一般化シタ冪ノ形ニ書キアラタ
メヨ。

$\sqrt[3]{10^2}$, $\frac{\sqrt[3]{10^7}}{10^5}$, $\frac{\sqrt[8]{10^3}}{\sqrt{10^7}}$
 $\frac{x^3 \cdot a^2}{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}}$, $\frac{a^{11}}{a^3}$
 $\frac{10^n}{10^{n-1}}$, $\frac{10^9}{\sqrt[9]{10}}$, $\sqrt[4]{27^2}$

3. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$\sqrt[3]{a^{-\frac{3}{2}} \left(\sqrt[4]{\frac{1}{a^2}}\right)^3} \div \sqrt{a^3} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{a}{a^3}}\right)^2$
 $\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{\frac{1}{a^7}}} \cdot \left(\frac{ab^8}{a^7}\right)^5 \div \sqrt[3]{\frac{b^5}{a^9}}$

108. 對 數.

大キナ數ノ掛算割算其ノ他ノ複雑ナ計算ハ
コレヨリ學バウトスル對數ヲ用フル。計算尺
ハ對數ヲ應用シタモノデアル。

$$10^y = x$$

ナルトキ y ヲ x ノ對數トイヒ $\log x$ ト書ク。

$10^0 = 1$ ヨリ $\log 1 = 0$
 $10^1 = 10$ ヨリ $\log 10 = 1$
 $10^2 = 100$ ヨリ $\log 100 = 2$
 $10^3 = 1000$ ヨリ $\log 1000 = 3$
 $10^n = \overbrace{10 \cdots 0}^{n \text{ 個}}$ ヨリ $\log \overbrace{100 \cdots 0}^{n \text{ 個}} = n$
 $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$ ヨリ $\log 0.1 = -1$
 $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0.01$ ヨリ $\log 0.01 = -2$
.....

對數法則.

(I) $\log a + \log b = \log a \cdot b$ $a, b > 0$

【證明】 $\log a = A, \log b = B$

トオケバ

$$10^A = a, \quad 10^B = b$$

$$\therefore 10^{A+B} = ab$$

$$\therefore A+B = \log ab$$

$$\therefore \log a + \log b = \log ab$$

$$(II) \quad \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

【證明】 $\log a = A, \log b = B$ トオケバ

$$10^A = a, \quad 10^B = b$$

$$10^{A-B} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore A-B = \log \frac{a}{b}$$

$$\therefore \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

$$(III) \quad \log a^n = n \log a$$

【證明】 $\log a = A$ トオケバ

$$10^A = a$$

兩邊ヲ n 乘シテ

$$10^{nA} = a^n$$

$$\therefore nA = \log a^n$$

$$\therefore n \log a = \log a^n$$

$$(IV) \quad \log 1 = 0$$

$$(V) \quad a > b \quad \text{ナラバ}$$

$$\log a > \log b$$

【證明】 $\log a = A, \log b = B$ トオケバ

$$10^A = a, \quad 10^B = b$$

$$\therefore 10^A > 10^B$$

$$\therefore A > B$$

109. 1ヨリ大ナル數ノ對數。

1 ト 10 トノ間ニアル數、例ヘバ 3.28 ノ對數ハ
何程ノ數トナルカトイフニ

$$10 > 3.28 > 1$$

デアルカラ對數法則(V)ヨリコレラノ數ノ對數
ヲトレバ

$$1 > \log 3.28 > 0$$

$$\text{故ニ} \quad \log 3.28 = 0. \dots \dots \quad (\text{實ハ } 0.5159 \dots)$$

故ニ 1 ト 10 トノ間ニアル數ノ對數ハ小數デアル。

次ニ 1 ト 10 トノ間ニアル數ノ對數ヲ知レバ

10 ト 100 トノ間ニアル數、100 ト 1000 トノ間ニアル數、...

等ノ對數ハ求メルコトガ出來ル。

例ヘバ、 $\log 32.8 = \log(3.28 \times 10) = \log 10 + \log 3.28$

$$= 1 + 0.5159 = 1.5159$$

$$\log 328 = \log(3.28 \times 100) = \log 100 + \log 3.28$$

$$= 2 + 0.5159 = 2.5159$$

對數ノ整數部分ヲ指標、小數部分ヲ假數トイフ。然ルトキハ、一般ニ、整數部分ガ n 桁アル數ノ對數ノ指標ハ $n-1$ デアル。假數ハ元ノ數ノ小數點ノ位置ヲ動カシテモ變ラナイ。

110. 小數ノ對數.

小數ハ1ヨリ小サイカラソノ對數ハ1ノ對數即チ0ヨリ小サイ、即チ負數デアアル。

$$\begin{aligned} \log 0.328 &= \log \frac{3.28}{10} = \log 3.28 - \log 10 \\ &= 0.5159 - 1 = \bar{1}.5159 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log 0.0328 &= \log \frac{3.28}{100} = \log 3.28 - \log 100 \\ &= 0.5159 - 2 = \bar{2}.5159 \end{aligned}$$

一般ニ、小數第 n 位デ始メテ零デナイ數字ガアラハレル小數ノ對數ノ指標ハ $-n$ デアアル。

【注意】 $\log 0.328 = 0.5159 - 1 = -0.4841$

トモ書クコトガ出來ルガ取扱上不便デアアルカラ $\bar{1}.5159$ トシテ表ハス。コレハ -1.5159 デハナイコトハ勿論デアツテ混同シテハナラナイ。

例 題

次ノ對數ハ大略如何程ノ數デアアルカ。

$$\begin{aligned} \log 2, & \quad \log 32, & \quad \log 200 \\ \log 128, & \quad \log 0.9, & \quad \log 0.028 \end{aligned}$$

111. 對數表.

對數ヲ求メルニハ對數表ニヨル。

對數ノ指標ハ視察ニヨツテ容易ニ求メラレルカラ對數表ニハ假數ノミ載セテアル。卷末ニアルモノハ四桁ノ對數表トイフモノデアツテ、100→999マデノ對數ノ假數ヲ小數第五位ノ所デ四捨五入シタ値ヲ載セテアル。

例 1. $\log 0.284$ ヲ求メルコト。

指標ハ $\bar{1}$ デアアル。

表ノ左端28ト同ジ横
デ上端4ト同ジ縦ト
ノ交叉點ノ4533ヲト
ル。

故ニ

$$\log 0.284 = \bar{1}.4533$$

數	4
28	4533

例 2. $\log 3.58767$ を求メルコト。

指標ハ 0 デアル。

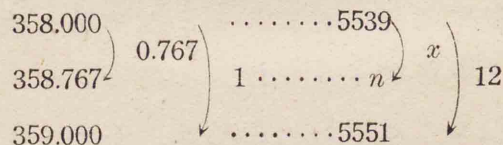
求メル對數ハ

$$\log 3.58 = 0.5539$$

$$\log 3.59 = 0.5551$$

ノ間ニアル。

小數點ヲ無視シテ考ヘレバ、



數ノ方デ 1 ダケ増ストキ對數ノ方デ 12 ダケ増ス。數ノ方デ 0.767 ダケ増ストキ對數ノ方デ幾ラ (x) 増スカヲ比例ニヨツテ求メル。即チ

$$1 : 0.767 = 12 : x$$

$$\therefore x = 12 \times 0.767 = 9.204$$

故ニ求メル對數ノ假數ハ

$$5539 + 9.204 = 5548 \text{ (四捨五入)}$$

$$\therefore \log 3.58767 = 0.5548$$

上ノ例デ 12 (表中相隣ル假數ノ差) ヲ表差、
 12×0.767 ヲ比例部分トイフ。

比例部分ハ比例部分表トイフモノカラ求メラレル。

比例部分表ニ於テ、上ノ
欄ノ見出シハ表差デアツ
テ、各表差ノ下ニ列ブ數字
ハ左端 1, 2, 3, ..., 9 ニ相當ス
ル比例部分ヲ表ハス。

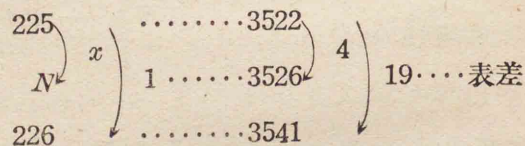
		比例部分
		13 12 11
6	-----	7.2
7	-----	8.4

今上例ニ於ケル 0.767 ノ
比例部分ヲ見出スノニハ 7, 6, 7 ニ對スル表差
12 ノ下ニアル比例部分ノ數ヲ求メ順ニ一桁ツ
ツ下ダテ元ノ數 5539 ニ加ヘテ行ケバヨイ。
實際ニハ次ノヤウニスルノガ便利デアアル。

358	5539	(表差 12)
7	84	
6	72	
7	84	
358767	5548204	
$\therefore \log 3.58767 = 0.5548$			

【注意】四桁ノ對數表ヲ用ヒテキル間ハ對數ノ値ハ必
ラズ小數點以下第五位デ四捨五入ヲ行ヒ四桁ノ對
數ニシテオクベキデアル。

例 3. $\log N = 1.3526$ ヨリ N ヲ求メルコト。
表中假數ガ 3526 デアルヤウナ數ハナイガ
 N ハ 22.5 ト 22.6 ノ間ニアルコトガワカル。
小數點ヲ無視シテ書ケバ、



N ト 225 トノ差ヲ x トシテ比例ヲ用ヒテ
求メルナラバ

$$1 : x = 19 : 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{19} = 0.21 \text{ (四捨五入)}$$

故ニ求ムル答ハ指標 1 デ小數點ヲ切り、
 $N = 22.521$

コノ場合 0.21 ハ又比例部分ヲ用ヒテ求メル
コトガ出來ル。

即チ表差 19 ノ下デ、

		比 分 部 分
(i)	$4 (= 3526 - 3522) =$ 最	22 21 19 18
	モ近クテ少ナイモノ	1 1.9
	ヲ求ムレバ 3.8 ヲ得.	2 3.8

コレニ對スル左端ノ
數 2 ヲ得。

(ii) 4 ト 3.8 ヲ共ニ一桁上ゲテ 40 ト 38 ノ差 2
ニ最モ近イモノヲ求ムレバ 1.9 ヲ得。コレ
ニ對スル左端ノ 1 ヲ得。

故ニ $N = 22.521$

【注意】比例部分ニヨツテ N ヲ求メルトキハ N ノ値ヲ
イクラデモ精シク求メルコトガ出來ルガ、對數表ソ
ノモノガ近似値ヲトツテアルノデコノヤウニシテ
得タ結果ハ必ラズシモ正シイモノデハナイ。故ニ
適當ニ四捨五入シテオクベキデアル。

例 題

- 次ノ數ノ對數ヲ求メヨ。
789, 29.6, 7.2, 9.325
332.5, 0.08234, 0.06503

2. 次ノ x ヲ求メヨ。

$$\log x = 1.3262 \quad \log x = 2.7325$$

$$\log x = \bar{1}.5586 \quad \log x = 3.3152$$

$$\log x = \bar{1}.7029 \quad \log x = 2.8046$$

3. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\log\left(\frac{283}{327} \times 377\right) \quad \log(83.7)^3$$

$$\log\sqrt[4]{23^3} \quad \log\sqrt{2}$$

112. 對數ニヨル計算。

例 1. 3.17×16.7 ヲ求メヨ。

積ヲ x ト置クト

$$\log x = \log 3.17 + \log 16.7$$

$$\log 3.17 = 0.5011$$

$$\log 16.7 = 1.2227$$

$$\frac{\log 16.7 = 1.2227}{\log x = 1.7238} (+)$$

故ニ表ニヨリ $x = 52.94$

問. (1) $84.7 \times 3.14 \times 25 \times 35 \div 337$

(2) $0.723 \times 0.328 \div 8.5 \div 5.57$

例 2. $35.7^3 \div 846$ ヲ計算セヨ。

コレヲ x トオクト

$$\log x = 3 \log 35.7 - \log 846$$

$$3 \log 35.7 = 3(1.5527) = 4.6581$$

$$\log 846 = 2.9274$$

$$\therefore \log x = 1.7307$$

故ニ表ヨリ $\therefore x = 53.79$

例 3. $x = \sqrt{0.425}$ ヲ求メルコト

$$\log x = \frac{1}{2} \log 0.425$$

$$\log 0.425 = \bar{1}.6284$$

$$\log x = \frac{1}{2}(\bar{1}.6284) = \frac{1}{2}(1.6284 - 2)$$

$$= 0.8142 - 1 = \bar{1}.8142$$

故ニ表ヨリ $x = 0.652$

例 5. $x = \frac{0.742 \times \sqrt[3]{5.48}}{\sqrt{0.328 \times 7.25}}$

$$\log x = \log 0.742 + \frac{1}{3} \log 5.48$$

$$- \frac{1}{2} (\log 0.328 + \log 7.25)$$

$$\log 0.742 = \bar{1}.8704$$

$$\frac{1}{3} \log 5.48 = \frac{1}{3}(0.7388) = 0.2463$$

$$- \frac{1}{2} \log 0.328 = - \frac{1}{2}(\bar{1}.5159) = - \frac{1}{2}(-2 + 1.5159)$$

$$= 1. - 0.75795$$

$$-\frac{1}{2} \log 7.25 = -\frac{1}{2} (0.8603) = -0.43015$$

$$\therefore \log x = -0.0714 = (1 - 0.0714) + \bar{1} = \bar{1}.9286$$

$$\text{故ニ表ヨリ} \quad x = 0.8484$$

例 題

1. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\sqrt{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{\frac{3}{5}} \quad \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{729} \quad \sqrt[5]{841}$$

$$\frac{\sqrt{273} \sqrt[3]{7}}{78.6 \times \sqrt{20}} \quad \frac{\sqrt{0.075}}{\sqrt[3]{3} \sqrt{26}}$$

$$2^{20} \quad 6^{83}$$

2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$3^{2x+1} = 7 \quad 2^{5x-2} = 83$$

3. 地球子午線ノ長サハ

$$40008400m$$

デアル。

i 地球ノ表面積(A)ヲ求メヨ。 $A = 4\pi r^2$

ii 地球ノ體積(V)ヲ求メヨ。 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

4. 地上ノ高サ h ナル山ヨリ見通サレルベキ

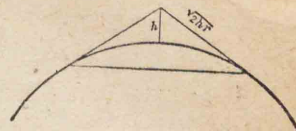
水平線マデノ距離ハ $\sqrt{2hr}$ デアルトイフ。

ハ地球ノ半徑デアル。

富士山 (3776m)

大山 (1713m)

温泉岳 (1360m)



ヨリ水平線マデノ距離ヲ求メヨ。

第十八章 級 數

113. 等差級數。

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

又ハ 10, 5, 0, -5, -10, ……

ナドノ如ク,

或順序ニ列ベラレタ若干ノ數ガアツテ、
相隣ル二數ノ後ノ數カラ前ノ數ヲ引イタ) 差
ガ一定ナルトキ、コノ一列ノ數ヲ等差級數^{*}
トイフ。各數ヲソノ項トイヒ、相隣ル二數ノ差
ヲ公差トイフ。項ヲ順次ニ、初項、第二項、第三項、
…、第 n 項、… 最後ノモノヲ末項トイフ。

初項ヲ a 、公差ヲ d トスル等差級數ハ

(1) (2) (3) (4) (5) … (n) …

$a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, \dots, a+(n-1)d, \dots$

故ニ第 n 項ヲ T トスレバ、

^{*}等差級數ハマタ算術級數 (arithmetical progression) トモ
イヒ、略シテ A.P. ト記ス。

$$T = a + (n-1)d$$

トナル。コレヲ一般項トイフ。

例. 初項ガ 4 デ公差ガ -3 デアル等差級數
ノ第 10 項ヲ求メヨ。

$$a=4, \quad d=-3, \quad n=10$$

故ニ一般項ノ公式ヨリ、

$$4 + (10-1) \times (-3) = -23 \quad \text{答 } -23$$

例 題

1. 初項ガ 3、公差ガ 3 デアル等差級數ノ第 7 項ヲ求メヨ。
2. 初項ガ -10、公差ガ 5 デアル等差級數ノ第 10 項ヲ求メヨ。
3. 11 カラ數ヘテ第 20 番目ノ奇數ヲ求ム。
4. 18 カラ數ヘテ第 50 番目ノ偶數ヲ求ム。
5. 或ル人ノ月給ハ現在 50 圓デアル。二年毎ニ 5 圓宛昇給スレバ 20 年後ニハ其人ノ月給ハ何程トナルカ。
6. 等差級數ヲナス三ツノ數ノ和ハ 30、初項ハ 3 デアルトイフ。残りノ二項ヲ求ム。

114. 等差級數ノ和。

初項 a , 公差 d ナル等差級數ノ第 n 項ヲ T , 初項カラ第 n 項マデノ和ヲ S トスレバ

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (n-1) \quad (n)$$

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + \cdots + (T-d) + T$$

$$\text{又} \quad S = T + (T-d) + (T-2d) + \cdots + (a+d) + a$$

$$\therefore 2S = (a+T) + (a+T) + (a+T) + \cdots + (a+T)$$

$$= n(a+T)$$

$$\text{故} = \quad S = \frac{1}{2}n(a+T)$$

$$\text{更} = \quad T = a + (n-1)d \quad \text{ヲ代入スレバ}$$

$$S = \frac{1}{2}n\{2a + (n-1)d\}$$

例. 自然數 1, 2, 3, \cdots ノ初項カラ第10項マデノ和ヲ求メヨ。

$$\text{解} \quad \text{初項} = 1, \quad \text{第10項} = 10$$

$$\text{故} = \quad a = 1, \quad T = 10, \quad n = 10$$

$$\therefore S = \frac{10(1+10)}{2} = 55$$

答 55

例 題

1. 1カラ數ヘテ10個ノ奇數ノ和ヲ求ム。
2. 2カラ數ヘテ, 20個ノ偶數ノ和ヲ求ム。
3. 100ト300トノ間ニアル7ノ倍數ノ總和ヲ求ム。
4. 100ト300トノ間ニアル9ノ倍數ノ總和ヲ求ム。
5. 等差級數ヲナス三ツノ數ノ和ハ24, 連乘積ハ312デアルトイフ。コノ級數ヲ求ム。
6. 一直線上10 m ノ間隔ヲ置イテ石ヲ配置スルニ, 先ツ第一番目ノ石ヲ10 m ノ所マデ運ビ, 再ビモトノ位置マデ取リニ歸ツテ第二番目ノ石ヲ20 m ノ所マデ運ビ, 次ニ第三番目, 第四番目ト同様ニ運ブモノトスレバ, 第二十番目ノ石ヲ置キ終ツテモトノ位置ニ歸ルマデ幾めーとる歩ムコトニナルカ。
7. 物體ガ靜止ノ状態カラ落下スル場合ニハ最初ノ一秒間ニハ約4.9 m , 次ノ一秒間ニハ前ノ3倍, 次ノ一秒間ニハ最初ノ5倍, 順次ニ7倍, 9倍 \cdots ト落下スルモノデアル。コノ割



合デ10秒間ニハ幾米落ちルカ。

8. 月給50圓デ奉職シタ人ガ最初ハ月5圓宛
ヲ貯金シ月給ガ昇ル毎ニ2圓宛貯金ヲ増シ
タトイフ。初メカラ滿二十年間ノ貯金ノ元
高ハ總計何程デアルカ。但シ其人ノ月給ハ
二年毎ニ昇ルモノトスル。

115. 等比級數。

3, 6, 12, 24, 48, 96, ……

又ハ 1, -3, 9, -27, 81, ……

ナドノ如ク

相隣ル二數ノ(後ノ數ノ前ノ數ニ對スル)比
ガ一定ナル一列ノ數ヲ等比級數トイフ。

各數ヲソノ項トイヒ、順次ニ初項、第二項、…、第
 n 項、…、末項トイヒ、相隣ル二數ノ比ヲ公比ト
イフ。

初項 a , 公比 r ナル等比級數ハ

(1) (2) (3) (4) (5) …… (n)

$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, ar^{n-1}$

* 等比級數ハマタ幾何級數(geometrical progression)トモイ
ヒ略シテ G.P. ト記ス。

第 n 項(T), 即チ一般項ハ

$$T = ar^{n-1}$$

三ツノ數 a, b, c ガ等比級數ヲナストキ, b ラ
 a, c ノ等比中項トイフ。コノトキ,

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{或ハ } b = \pm\sqrt{ac}$$

例 題

1. 初項ガ5, 公比ガ2ノ等比級數ヲ第7項マ
デ書キ下セ。
次ノ各等比級數ノ第5項ヲ求メ, 第10項ノ形
ヲ書ケ。[2.-5.]
2. 2, 6, 18, ……
3. 5, -10, 20, ……
4. $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{27}, \dots$
5. 1, $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots$
6. 等比級數ヲナス四數ガアツテ, 初項ト第三

項トノ和ハ25,第二項ト末項トノ和ハ100デア
ルトイフ。各項ヲ求メヨ。

7. 或ル等比級數ノ第3項ハ100,第五項ハ2500
デアルトイフ。ソノ初項及第7項ヲ求ム。

116. 等比級數ノ和。

初項 a , 公比 r ナル等比級數ノ第 n 項ヲ T , 初
項カラ第 n 項マデノ和ヲ S トスレバ,

$$(1) \quad (2) \quad (3) \cdots \cdots (n)$$

$$S = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} \quad \cdots (1)$$

$$(1) \times r \quad rS = a + a + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \quad \cdots (2)$$

$$(1) - (2)$$

$$S - rS = a - ar^n$$

$$S(1-r) = a(1-r^n)$$

$$\therefore S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{或ハ} \quad S = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

例 題

次ノ級數ノ第7項マデノ和ヲ求ム。(1.-5.)

1. $5+10+20+\cdots$

2. $16+24+36+\cdots$

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \cdots$

4. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \cdots$

5. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \cdots$

6. 初項ガ2, 公比ガ3デアアル等比級數ノ第3
項カラ第7項マデノ和ヲ求ム。

7. 15項カラ成ル等比級數

$$3, \quad 6, \quad 12, \quad \cdots$$

ノ奇數番目ノ項ノ和ト偶數番目ノ項ノ和ト
ヲ別々ニ求メヨ。

8. 或ル等比級數ノ初項ハ5デ, 第3項マデノ
和ハ155デアルトイフ。コノ級數ノ第5項
マデノ和ヲ求ム。

9. 或ル等比級數ノ初項ハ3, 第5項ハ48デア
ルトイフ。コノ級數ノ初項カラ第五項マデ
ノ和ヲ求メヨ。

10. 10疊ノ間ノスベテノ疊ノ四隅ニ順次米粒ヲ 1, 2, 4, 8, 16, ……ト倍増シニ置ケバ總計約何程トナルカ。但シ一盪ハ 43000 粒トシテ計算セヨ。(對數ニヨツテ計算セヨ。)

117. 無限等比級數。

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots$$

ノヤウニ項數ガ限リナクアル等比級數ヲ無限等比級數トイフ。

例. 無限等比級數ノ和

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

ヲ求ム。

今初メヨリ n 項マデノ和ヲ S_n トスル。

$$\begin{aligned} S_n &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \\ &= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= 2 - 2 \times \frac{1}{2^n} \\ &= 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

項數 n ガ増スニシタガツテ $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ハ如何ホドモ小サクナル。故ニ S_n ノ値ハ n ガ増スニ從ツテ如何ホドデモ 2 ニ近ヅク。

故ニ

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots = 2$$

一般ニ初項 a 公比 r ナル等比級數ノ始メヨリ n 項ノ和ヲ S_n トスレバ,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

今 r ノ絶對値ガ 1 ヨリ小、即チ $-1 < r < 1$ 、ナル場合ヲ考ヘレバ、 n ガ限リナク大トナルトキ r^n ハ如何程デモ 0 ニ近ヅク。從ツテ S_n ハ如何程デモ $\frac{a}{1-r}$ ニ近ヅク。即チ

$$a + ar + ar^2 + \dots = \frac{a}{1-r} \quad (-1 < r < 1)$$

例 題

次ノ無限等比級數ノ和ヲ求メヨ。

1. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$
2. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

$$3. \quad 3 + \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots$$

$$4. \quad 1 + \frac{5}{9} + \left(\frac{5}{9}\right)^2 + \dots$$

118. 循環小數ヲ分數ニナホスコト。

例. $0.\dot{3}5$ ヲ分數ニナホセ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 0.\dot{3}5 &= 0.353535\dots \\ &= 0.35 + 0.0035 + 0.000035 + \dots \\ &= \frac{35}{100} + \frac{35}{100^2} + \frac{35}{100^3} + \dots \\ \therefore &= \frac{\frac{35}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{35}{99} \quad \text{答} \quad \frac{35}{99} \end{aligned}$$

例. $0.28\dot{2}7$ ヲ分數ニナホセ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 0.28\dot{2}7 &= 0.28 + 0.0027 + 0.000027 + \dots \\ &= \frac{28}{100} + \frac{27}{100^2} + \frac{27}{100^3} + \dots \\ &= \frac{28}{100} + \frac{\frac{27}{100^2}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{28}{100} + \frac{27}{9900} \\ &= \frac{28}{100} + \frac{3}{1100} \\ &= \frac{311}{1100} \quad \text{答} \quad \frac{311}{1100} \end{aligned}$$

例 題

次ノ循環小數ヲ分數ニナホセ。

- | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $2.\dot{3}$ | 2. $3.\dot{9}$ | 3. $1.\dot{3}\dot{6}$ |
| 4. $1.\dot{2}\dot{1}$ | 5. $0.\dot{3}0\dot{6}$ | 6. $0.1\dot{3}\dot{4}$ |

第十九章 歩合算

119. 歩合.

原價25圓ノ品物ヲ30圓デ賣レバ,5圓ノ利益ヲ得ル。利益金ノ原價ニ對スル比ノ値ハ

$$5圓 \div 25圓 = 0.2$$

デアツテ,10圓ニ對シテハ2圓,100圓ニ對シテハ20圓ノ利益デアルコトヲ示シテキル。コノヤウニ,

二數或ハ同種ノ二量 A, B ガアルトキ,一方 A ヲ標準トシテ,之ニ對スル B ノ比 $B:A$ ノ値ヲ小數デ表ハシタモノヲ歩合高 B ノ元高 A ニ對スル歩合トイフ。

上ノ例デハ原價25圓ガ元高,利益金5圓ガ歩合高,5圓ニ對スル25圓ノ比0.2ガ其歩合デアル。

120. 歩合ノ唱へ方及ヒ百分率。

歩合ヲ言ヒ表ハスニハ0.1即チ小數第一位ヲ

基準トシテコレヲ割ト唱へ,1割ノ $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ……ヲ夫々分厘毛ナドトイフ。

又0.01即チ小數第二位ヲ基準トシテコレヲば一せんとト唱ヘルコトモアル。歩合ヲば一せんとデ表ハシタモノヲ百分率トイフ。

例へバ,40圓ニ對スル5圓ノ歩合

$$5圓 \div 40圓 = 0.125$$

ハ普通ノ唱へ方デ1割2分5厘,百分率デイへバ12.5ば一せんとデアル。ば一せんとノ意味カラ[12.5ば一せんと]ハ100ニツキ12.5トイブコトヲアラハシ12.5%ト書ク。

121. 元高 A , 歩合高 B , 歩合 r ノ關係。

元高,歩合高,歩合ノ意味カラ,次ノ式ヲ得。

$$B = Ar$$

上ノ關係カラ,

元高,歩合高,歩合ノ中何レカニツガワカレバ残りノ一ツヲ求メルコトガ出來ル。

例1. 一組50人ノ生徒ノ中2人ノ缺席者ガアツタ。缺席者ノ百分率ヲ求メヨ。

解 $2 \div 50 = 0.04$ 答 4%

例 2. 利益金 300 圓ハ資本金ノ 1 割 2 分ニ當ルトイフ。資本金ハ幾圓デアルカ。

解 $300 \text{圓} \div 0.12 = 2500 \text{圓}$ 答 2500 圓

例題

1. 定價 1 圓 50 錢ノ本ヲ 1 圓 35 錢デ賣レバ、割引シタ歩合ハ何程カ。
2. 仕入値段(原價) 50 圓ノ品物ニ 2 割 7 分ノ利益ヲ見積ツタ定價ハ何程デアルカ。
3. 定價 5.60 圓ノ本ヲ 2 割 5 分引デ買ツタトイフ。買價ハ何程デアルカ。
4. 定價ノ 2 割 5 分引デ買ツタ價ガ 825 圓デアルトイフ。定價ハ幾圓カ。
5. 150 圓デ賣レバ、1 割 2 分 5 厘ノ利益アル品ヲ 132 圓デ賣レバ、損益ノ歩合ハ何程カ。
6. 原價ノ 2 割ノ利益アルヤウニ定價ヲ附シ、定價ノ 1 割引ニ賣レバ、損益ノ歩合何程トナルカ。
7. 或ル人 6 圓デ甲乙二個ノ商品ヲ仕入レ、何

レモ 2 割ノ利益ヲ見テ定價ヲ附ケテ置イタノニ、甲ハ定價ノ 2 割引、乙ハ定價ノ 1 割引デ賣拂ツタタメ、全體ノ上ニ損益ノナイコトニナツタ。原價各幾ラデアツタカ。

8. 或ル商人甲乙二種ノ品物ヲ合セテ 625 圓ニテ仕入レ、甲ヲ 455 圓ニテ賣リ、乙ヲ 180 圓ニテ賣ツタトコロ、甲ニヨツテ得タ利益ノ歩合ハ乙ニヨル損失ノ歩合ニ等シカッタトイフ。甲乙ノ原價各如何。

122. 利子。

金錢ヲ貸借スルトキニハ、借主(債務者)ハ其報酬トシテ若干ノ金ヲ貸主(債權者)ニ支拂フノガ常デアル。コノトキ貸借シタ金ヲ元金、報酬トシテ支拂フ金ヲ利子(又ハ利息)、貸借シタ間ノ時日ヲ期間トイヒ、或ル期間ニ於ケル利子ノ元金ニ對スル歩合ヲ其期間ノ利率トイフ。

期間ハ普通一ケ年又ハ一ケ月ヲ單位トシテ

其利率ヲ夫々年利率(年利),月利トイフ。又期間ノ單位ヲ1日トスルコトガアル。コノトキハ利率トシテデナク,元金百圓ニ對スル利子ヲ用フル。コレヲ日歩トイフ。例へバ日歩2錢5厘トハ,元金百圓ニツキ一日ノ利子ガ2錢5厘ノコトデアル。

【注意】期間ノ計算 年利ノ場合ニハ平年,閏年ノ區別ヲツケズ,端下ハ月數ニヨツテ計算スルノガ普通デアル。同様ニ月利ニ定メラレテアル場合ニハ,月ノ大小ノ區別ヲツケズ,其端數ハ1ヶ月ヲ30日トシテ計算スル。

月數又ハ日數ヲ計算スルトキ,借入,返還ノ月又ハ日ヲ兩方トモ期間中ニ算入スル仕方ト,兩方トモ算入シナイ仕方ト,何レカー方ダケヲ算入スル仕方トガアル。コレヲ夫々兩端入レ,兩落シ,片落シトイフ。

123. 單利法。

利子ガ期間ニ比例スルモノトシテ計算スル仕方ヲ單利法トイフ。

例. 元金1200圓,年利6分,3ヶ年間ノ利子ハ

何程デアルカ。

$$\text{〔解〕 } 1 \text{ ヶ年ノ利子ハ } 1200 \text{圓} \times 0.06 = 72 \text{圓}$$

$$\text{故ニ } 3 \text{ ヶ年ノ利子ハ } 72 \text{圓} \times 3 = 216 \text{圓}$$

答 216圓

單利法ニ於テ元金ヲ A , 利率ヲ r , 期間ヲ t , 利子ヲ B トスレバ,

$$B = Art$$

124. 元利合計。

元金ト利息トノ和ヲ元利合計トイフ。

元利合計ヲ S トスレバ, 單利法ニ於テハ,

$$S = A + B = A(1 + rt)$$

例. 年利6分5厘, 3ヶ年ノ元利合計ガ10000圓

ニナルニハ元金ハ幾ラナレバヨイカ。

$$\text{〔解〕 } \text{元金ヲ } A \text{ 圓トスレバ,}$$

$$A(1 + 0.065 \times 3) = 10000$$

$$A = \frac{10000}{1.195} = 8368 \text{ 強} \quad \text{答 } 8368 \text{圓}$$

例題

1. 元金 3200 圓, 日歩 1 錢 2 厘, 某年 6 月 1 日カラ其年ノ 12 月 15 日マデノ利子ハ何程カ。但シ兩端入レトスル。
2. 年利 5 分トスレバ, 何年間ノ元利合計ガ元金ノ 2 倍トナルカ。
3. 1500 圓ヲ 3 ケ年預ケ置キ, 元利合計 1770 圓ヲ得タトイフ。年利率ヲ問フ。
4. 或ル人銀行ニ 2400 圓ヲ年利 5 分デ預ケ置キ, 元利合計 2760 圓ヲ得タトイフ。期間ヲ求ム。
5. 或ル人 2500 圓ヲ年利率 1 割 2 分デ 2 年 8 ケ月借リタトイフ。返済スベキ金額ヲ求ム。
6. 或ル人若干圓ヲ年利 7 分 4 厘デ貸シ附ケ, 3 年半ノ元利合計 3235 圓ヲ得タトイフ。元金ヲ求メヨ。
7. 或ル人 8 月 21 日ヨリ 9 月 18 日マデ 500 圓ヲ日歩 2 錢デ預ケタトイフ。利子ヲ求ム。但シ兩落シトシテ計算セヨ。
8. 或ル人 5000 圓ヲ或ル利率ニテ貸シ 1 ケ年後ニ元利合計ヲ受取り, 其内 25 圓ヲ消費シテ

殘部ヲ前ト同利率ニテ貸シ附ケ, 再ビ 1 ケ年ヲ經テ元利合計ヲ受取ツタトコロ 5382 圓アツタトイフ。年利率何程ニナルカ。

125. 複利法。

複利法ニ於テハ一期間毎ニ利子ヲ元金ニ繰リ入レタモノヲ, 次ノ期間ノ元金トシテ利子ヲ計算スルノデアル。複利法ハ期間ガ相當長イ場合ニ用ヒラレル。

例. 元金 1200 圓ヲ年利 6 分, 一年毎ノ複利法デ預ケタトキ 3 年間ノ利子ヲ求メヨ。

解 一年目ノ元利合計 = $1200 \times (1 + 0.06)$ 圓
 二年目ノ元利合計
 = $\{1200 \times (1 + 0.06)\} \times (1 + 0.06)$ 圓 = $1200 \times (1 + 0.06)^2$ 圓
 三年目ノ元利合計 = $1200 \times (1 + 0.06)^3$ 圓
 故ニ 利子 = $1200 \times (1 + 0.06)^3$ 圓 - 1200 圓
 = 1429.2192 圓 - 1200 圓
 = 229.2192 圓

答 229.22 圓弱

一般ニ、

元金 A , 利率 r , 期間ノ數 n , 元利合計ヲ S トス

レバ

$$S = A(1+r)^n$$

トナル。

【注意】 r ハ利子ヲ元金ニ繰り入レル一期間ノ利率デ、

n ハ其一期間ヲ單位トシタ貸借期間ノ數デアル。

例ヘバ年利率6分, 3年間ト云ツテモ半年毎ニ利子ヲ繰り入レル場合ニハ、

$$r = 0.06 \div 2 = 0.03, \quad n = 2 \times 3 = 6$$

トシナケレバナラス。

元金, 利率, 期間ハ皆同ジデモ, 利子ヲ繰り入レル一期間ガ短クナル程利子ハ大キクナル。例ヘバ, 前ノ例デ半ケ年毎ノ複利トスレバ, 元利合計ハ

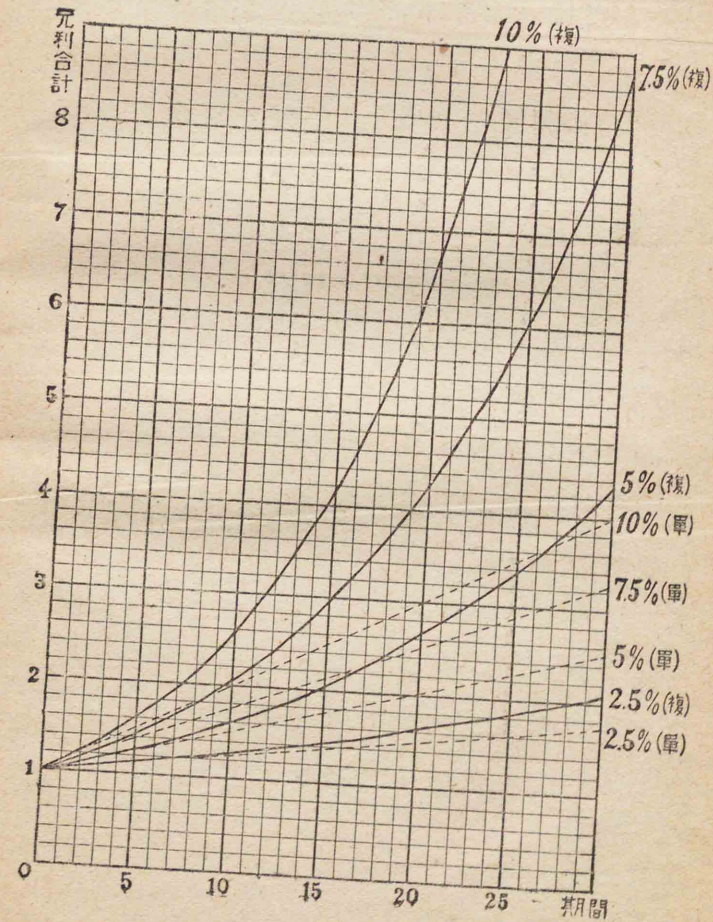
$$1200 \text{圓} \times (1+0.3)^6 = 1432.8624 \text{圓} \quad \text{トナル。}$$

期間ガ長クナレバ, 即チ n ガ大キクナレバ

$$(1+r)^n$$

ノ計算ガ困難ニナルカラ普通複利表又ハ對數計算ニヨツテ計算スル。又期間ガ長クナルニツレテ同ジ元高, 利率, 期間ニ對スル元利合計ガ單利法ニヨルノト複利法ニヨルノトデ甚ダシ

ク相違スルヤウニナル。元金1ニ對スル兩様ノ元利合計ヲ比較スルぐらふヲ示セバ次ノヤウニナル。



例題

1. ぐらふニ依ツテ元金2500圓、年利7.5%トシテ、單利法ニヨルノト、1年毎ノ複利法ニヨルノト兩様ニ、5年、10年、15年、20年、30年間ノ元利合計ヲ概算セヨ。
2. 元金350圓、年利6分、1年毎ノ複利デ10年半ノ元利合計ヲ求メヨ。(10年間ノ元利合計ヲ元高トシテ更ニ半ケ年分ノ利子ヲ加ヘヨ。)
3. 前問ニテ半ケ年毎ノ複利トスレバ如何。
4. 1250圓ヲ年利4分2厘一年毎ノ複利デ預ケルトキ何年後ニ5000圓ニナルカ。
5. 元金4500圓ヲ5ケ年間1年毎ノ複利デ預ケ元利合計6500圓ヲ得タトイフ。ソノ年利率ヲ求メヨ。
6. 年利率5分、1年毎ノ複利デ10年後ニ10000圓ニナルニハ元金ヲ幾ラニシタラヨイカ。
7. 年利4分2厘ノ1年毎ノ複利デ預ケタトキ何年後ニ元金ノ三倍トナルカ。

126. 公債

公債トハ國家又ハ地方自治體ガ一般有志ヨリ借用ノ形デ募集スル金デアル。ソノ借用證書ヲ公債證書(債券)トイヒ、證書面ノ金高ヲ額面高トイフ。コノ證書ハ額面高ダケノ貸借ヲ示スモノデアルガ發行者ガ確實ナ公共團體デアルカラ紙幣又ハ物品ト同ジク市場デ賣買セラレル。償還ノ期限、利子、割増金等ノ關係カラ實際取引ノ價格ハ額面高ト一致シナイノガ普通デアル。コノ取引價格ヲ時價又ハ相場トイヒ、利子ノ時價ニ對スル歩合ヲ利廻トイフ。

127. 株式

會社ノ一種ニ株式會社トイフノガアル。資本金ヲ等額ニ分ケ、其金額ヲ單位トシテ、多數ノ人ガ出資シテ組織シタモノデアル。出資ノ單位デアル資金ノ一口ヲ株式(又ハ單ニ株)、出資者ヲ株主、會社ガ出資ノ證トシテ株主ニ交附スル證書ヲ株券トイフ。株券ニハ一株ノ金額ガ記入サレテアル。コレヲ額面高トイフ。

實際ニ出資シテ居ル金高ハ必ズシモ額面高トハ一致シナイ。此出資金額ヲ拂込高トイフ。會社ハ一定期間毎ニ決算シテ、利益ガアレバ、コレヲ株主ニ分配スル。コレヲ配當金トイフ。配當金ノ拂込高ニ對スル歩合ヲ配當率トイフ。株券モ公債ト同様ニ市場デ賣買セラレ、ソノ價格ハ拂込高、配當率、會社ノ信用等ノ關係デ額面高トハ一致シナイノガ普通デアアル。コノ賣買價格ヲ時價、配當金ノ時價ニ對スル歩合ヲ利廻トイフ。

例. 額面100圓ノ5分利附公債證書ノ時價84圓ナラバ利廻リハ何程カ。

〔解〕 1ヶ年分ノ利子ハ $100圓 \times 0.05 = 5圓$
故ニ時價84圓ニ對スル利廻リハ

$5圓 \div 84圓 = 0.060弱$ 答 6分弱

問1. 3割ノ配當見込アル50圓拂込ノ株券ヲ165圓デ買ヘバ利廻リハ何程デアアルカ。

問2. 1割5分ノ配當見込アル50圓拂込ノ株券ヲ98圓デ買フノト、額面100圓ノ5分利附公債ヲ80圓デ買フノト、何レガ有利デアアルカ。

128. 手形ノ割引。

手形ニハ約束手形、爲替手形、小切手ノ三種ガアル。

約束手形トハ或ル人(甲)ガ或金額ヲ、或ル期日ニ或ル人(乙)ニ支拂フベキコトヲ約シタ證券デアアル。其發行者(甲)ヲ振出人、證券面ニ記シタ金額ヲ額面高、支拂ヲ受ケル者(乙)ヲ受取人、支拂フベキ期日ヲ支拂期日トイフ。

爲替手形トハ振出人(甲)ガ第三者(丙)ニ宛テテ、額面金額ヲ受取人(乙)ニ支拂フベキ旨ヲ委託セル證券デアアル。

小切手ハ振出人ガ豫メ銀行ニ當座預金ヲ有スルトキ、銀行ヲ支拂人トシテ振出ス一覽拂ノ手形デ殆ンド現金ノ用ヲナス。

期日前ニ手形金ノ支拂ヲ受ケル場合ニハ、其日カラ支拂期日マデノ額面金額ニ對スル利子ヲ差引カレルノガ普通デアアル。コレヲ手形ノ割引トイヒ、差引カレル額ヲ割引高、割引高ノ手形金額ニ對スル歩合ヲ割引率(歩合)、手形金額カラ割引高ヲ引キ去ツタ残り、即チ實際受取ル金

高ヲ現價又ハ手取金トイフ。

例. 振出後5ヶ月デ支拂フベキ約束手形ノ額面3500圓ノモノヲ振出ノ日カラ2ヶ月後ニ受取ルトキノ手取金ハ何程デアルカ。但シ割引歩合ヲ年1割2分トスル。

〔解〕 支拂期日マデ3ヶ月デアルカラ割引

$$\text{高ハ } 3500\text{圓} \times 0.12 \times \frac{3}{12} = 105\text{圓}$$

故ニ手取金ハ

$$3500\text{圓} - 105\text{圓} = 3395\text{圓} \quad \text{答 } 3395\text{圓}$$

問. 支拂期日ガ12月30日デアル額面780圓ノ手形ヲ11月2日ニ受取レバ,手取金ハ何程デアルカ。但シ割引日歩2錢トス。(兩端入即チ支拂期日モ受取ル當日モ割引ノ期間ニ算入スルノガ普通デアル。)

129. 積立金.

連續シテ毎年始メニ a 圓宛ヲ年利 r ノ複利デ預金スレバ, n 年目ノ終リニ元利合計何程トナルカ。

〔解〕 第一回預金 n 年目ノ終リニ於ケル

$$\text{元利合計ハ } a(1+r)^n\text{圓}$$

第二回預金ノ n 年目ノ終リニ於ケル

$$\text{元利合計ハ } a(1+r)^{n-1}\text{圓}$$

第 n 回(最後)ノ預金ノ一ケ年間ノ

$$\text{元利合計ハ } a(1+r)\text{圓}$$

故ニ n 年目ノ終リノ元利合計全部ヲ S トスレバ

$$S = a(1+r)^n + a(1+r)^{n-1} + \cdots + a(1+r)$$

$$\therefore S = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

コノヤウニ一定期間毎ニ一定ノ利率ノ複利法デ預金スル方法ヲ積立金トイフ。

例. 毎年始メニ100圓宛年利5分デ預ケルトキ30年目ノ終リニ元利合計幾ラトナルカ。

〔解〕 $a=100, \quad n=30, \quad r=0.05$

$$\therefore (1+r)^n = 4.321942 \quad (\text{複利表})$$

$$\therefore S = \frac{100 \times 1.05 \times (4.321942 - 1)}{0.05}$$

$$= 6976.078$$

答 6976圓

例題

1. 毎年ノ始メニ50圓宛、年利4分ノ複利デ積立貯金ヲスレバ、第20年目ノ終リニハ元利合計何程トナルカ。
2. 毎年ノ始メニ40圓宛、年利6分、期間ヲ25年ノ積立金ハ如何程トナルカ。
3. 或ル金額ヲ年利5分1年毎ノ複利デ積立ルトキ積立金ノ100倍ニナルニハ幾年カ、ルカ。

130. 年賦償還.

A 圓ヲ年利 r 、一年毎ノ複利デ借リ入レ、毎年一定ノ金額ツツ還ヘシ n 年目ニ丁度返濟スルニハ毎年何圓ツツ還ヘセバヨイカ。

〔解〕 求メル年賦金ヲ x 圓トスル。

第一年目ノ終リノ元利合計ハ

$$A(1+r)$$

デアツテ、コノトキ x 圓ヲ返ヘスカラ、

第二年目ノ始メノ元金ハ

$$A(1+r) - x$$

故ニ第二年目ノ終リノ元利合計ハ

$$A(1+r)^2 - x(1+r)$$

コノトキ又 x 圓ヲ返ヘスカラ第三年目ノ始メノ元金ハ

$$A(1+r)^2 - x(1+r) - x$$

トナル。故ニ n 年ノ終リノ元利合計ハ

$$A(1+r)^n - x(1+r)^{n-1} - x(1+r)^{n-2} - \dots - x(1+r)$$

コノヤウニシテ、 n 年ノ終リノ元利合計ハ

$$A(1+r)^n - x(1+r)^{n-1} - x(1+r)^{n-2} - \dots - x(1+r)$$

コノトキ又 x 圓ヲ返ヘシ全部返濟シ了ルカラ残りガ皆無トナル。故ニ

$$A(1+r)^n - x(1+r)^{n-1} - x(1+r)^{n-2} - \dots - x(1+r) - x = 0$$

$$\therefore A(1+r)^n = x + x(1+r) + x(1+r)^2 + \dots + x(1+r)^{n-1}$$

$$= \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

$$\text{故ニ} \quad A(1+r)^n = \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

$$\text{故ニ} \quad x = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

例. 10000 圓ヲ年利 4 分, 1 年毎ノ複利デ借リ入レ, ソノ年ノ終リヨリ始メテ 10 年目ノ終リマデニ償還スルニハ年賦金ヲ何程トスレバヨイカ.

〔解〕 $A=10000$, $r=0.04$, $n=10$ デアルカラ,

求メル年賦金ヲ x トスレバ

$$x = \frac{10000 \times 0.04 \times (1+0.04)^{10}}{(1+0.04)^{10} - 1} = \frac{400 \times (1.04)^{10}}{(1.04)^{10} - 1}$$

複利表ニヨツテ, $(1.04)^{10} = 1.480244$

$$\therefore x = \frac{400 \times 1.480244}{0.480244}$$

對數計算ニヨリ

$$x = 1233.4 \quad \text{答 } 1233 \text{ 圓}$$

131. 年金.

例 1. 10000 圓ヲ年利 5 分デ預ケオキ, 毎年末ニ一定ノ金額宛ヲ引キ出シ 20 年デ全部引キ出シ盡クスニハ, 毎年受取ルベキ金額(コレヲ年金トイフ)ハ如何程ニスレバヨイカ.

〔解〕 コノ問題ハ毎年或ル金額ヲ償還シ 20

年デ丁度償還シ盡クス年賦償還ノ問題ト全ク同ジコトデアル.

故ニ 求メル年金ヲ x 圓トスレバ

$$x = \frac{10000 \times 0.05 (1.05)^{20}}{(1.05)^{20} - 1}$$

$(1.05)^{20} = 2.653298$ (複利表)

$$\therefore x = \frac{500 \times 2.653298}{1.653298}$$

$$= 802.4 \quad \text{(對數表)} \quad \text{答 } 802 \text{ 圓}$$

例 2. 年利 r , 毎年末ニ一定ノ金額 a 圓ヲ永續シテ受取ルニハ現價ヲ何程ニスレバヨイカ.

〔解〕 毎年末ニ a 圓ヲ拂ヒ出シ n 年目ニ拂ヒ盡クスベキ年金ノ現價ヲ A_n トスレバ,

$$a = \frac{A_n r (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

$$= \frac{A_n r}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n}$$

今 n ガ限リナク大トナレバ,

$$\frac{1}{1+r} < 1$$

デアルカラ $\left(\frac{1}{1+r}\right)^n$ ハ如何程モ小サクナ

ツテ遂ニ零トナリ、コノトキノ A_n ノ値ヲ A
トスレバ A ハ求メル年金ノ現價デアル。

即チ $a = Ar$

$\therefore A = \frac{a}{r}$ 答 $\frac{a}{r}$

即チ永續シテ毎年末ニ a 圓ヲ受取ル年金
ノ現價ハ毎年利子 a 圓ヲ生ズル元金ニ等
シイ。

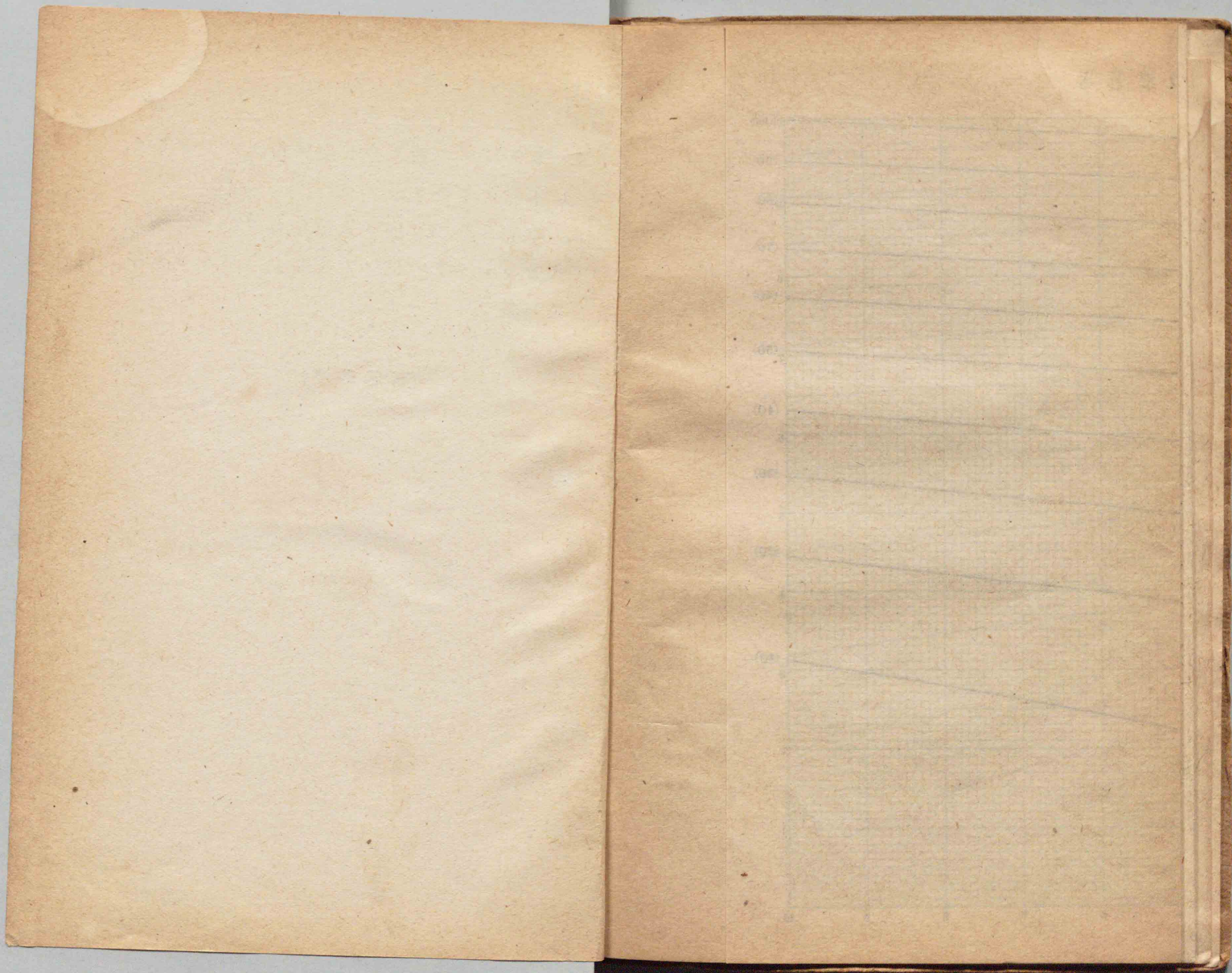
コノヤウナ年金ヲ永續年金トイフ。コレ
ニ對シテ前者ヲ定期年金トイフ。

例題

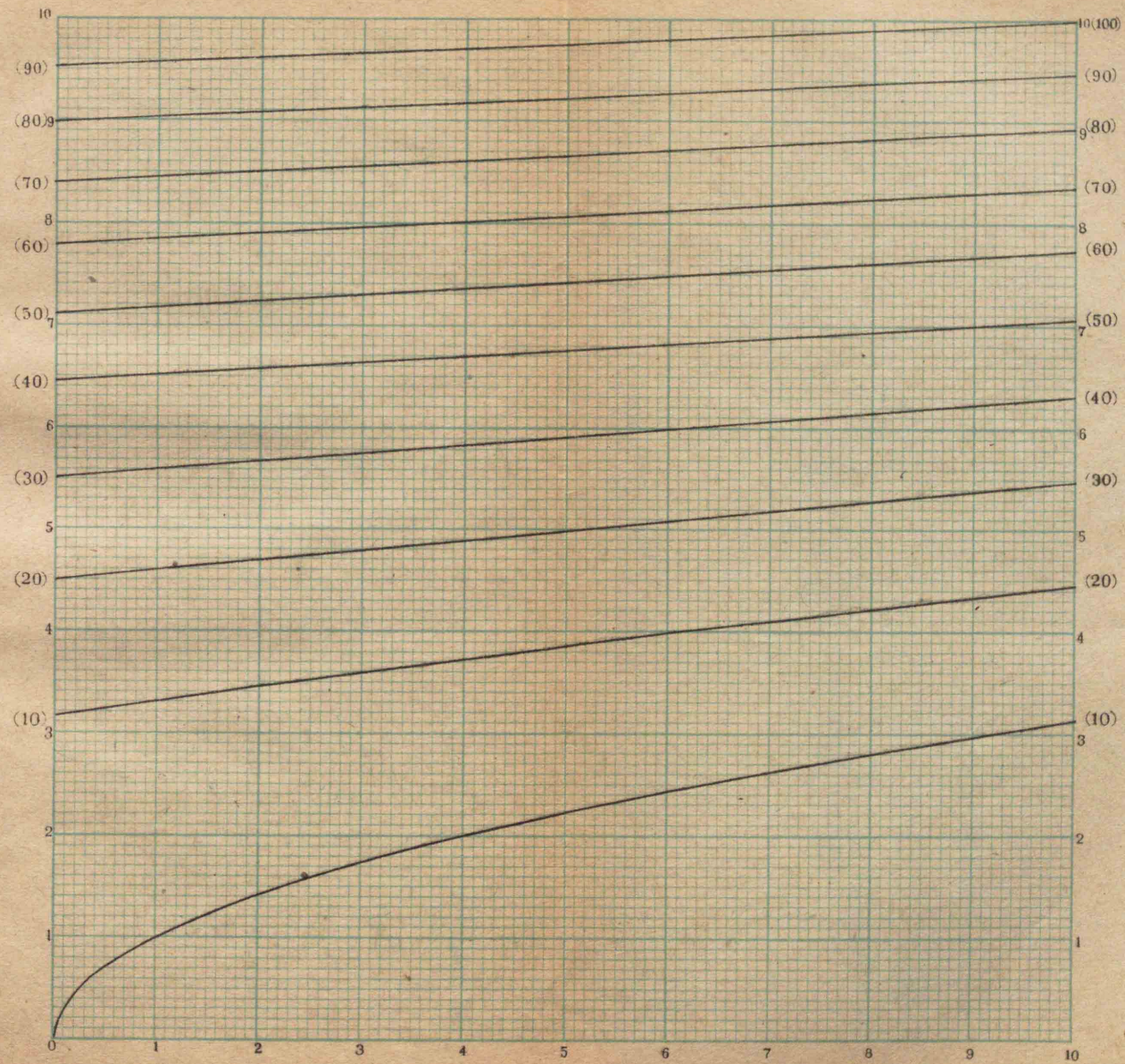
1. 3000 圓ヲ年利 7 分、1 年毎ノ複利デ借リ入
レコレヲ 5 年間ニ年賦ヲ以テ返ヘサントス
ルニハ年賦金如何。
2. 年利 6 分 5 厘、1 年毎ノ複利デ 2000 圓ダケ
借リ、コレヲ今カラ毎年末ニ 300 圓宛返ヘス
トキ幾年デ皆済トナルカ。
3. 若干圓ヲ銀行ニ預ケオキ、今月ヨリ毎年末
ニ 1000 圓宛 30 年間ノ年金ヲ得ルニ、幾ラ預ケ
タラヨイカ。但シ年利 5 分。

4. 5000 圓ヲ年利 4 分 5 厘デ預ケオイタトキ、
12 年間ノ年金ヲ求メヨ。
5. 年利 6 分、300 圓ノ永續年金ヲ持ツテキル
人ガ、コレヲ 20 年間ノ定期年金ニスルトキ年
金ハ幾ラトナルカ。

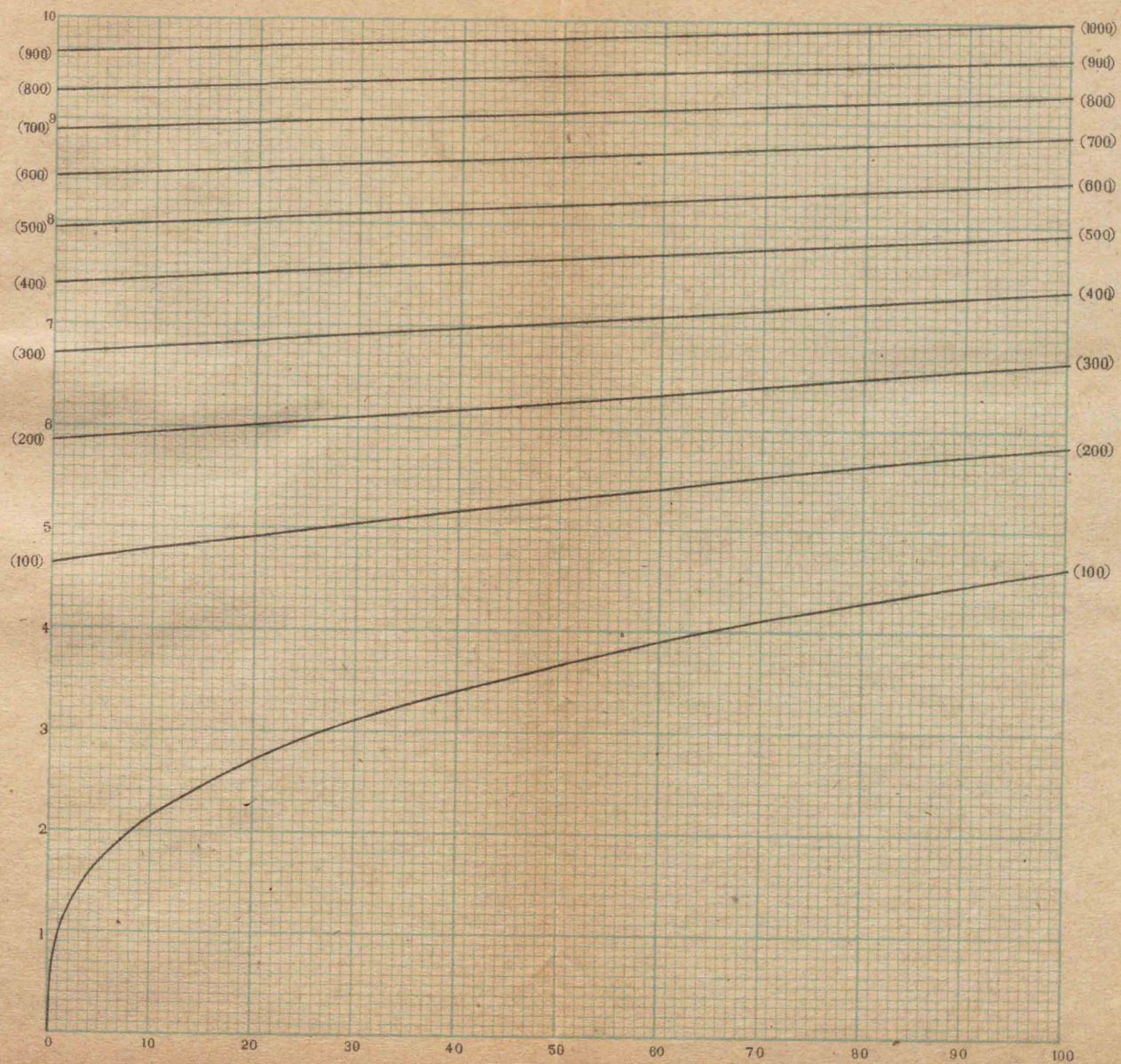
(下巻終リ)



平方根のぐらふ



立方根のぐらふ



複利表

(1期ヨリ30期=至ル)

元金1 = 對スル元利合計

$$(1+r)^n$$

期	2%	2.5%	3%	3.5%
1	1.020000	1.025000	1.030000	1.035000
2	1.040400	1.050625	1.060900	1.071225
3	1.061208	1.076891	1.092727	1.108718
4	1.082432	1.103813	1.125509	1.147523
5	1.104081	1.131408	1.159274	1.187686
6	1.126162	1.159693	1.194052	1.229255
7	1.148686	1.188686	1.229874	1.272279
8	1.171659	1.218403	1.266770	1.316809
9	1.195093	1.248863	1.304773	1.362897
10	1.218994	1.280085	1.343916	1.410599
11	1.243374	1.312087	1.384234	1.459970
12	1.268242	1.344889	1.425761	1.511069
13	1.293607	1.378511	1.468534	1.563956
14	1.319479	1.412974	1.512590	1.618695
15	1.345868	1.448298	1.557967	1.675349
16	1.372786	1.484506	1.604706	1.733986
17	1.400241	1.521618	1.652848	1.794676
18	1.428246	1.559659	1.702433	1.857489
19	1.456811	1.598650	1.753506	1.922501
20	1.485947	1.638616	1.806111	1.989789
21	1.515666	1.679582	1.860295	2.059431
22	1.545980	1.721571	1.916103	2.131512
23	1.576899	1.764611	1.973587	2.206114
24	1.608437	1.808726	2.032794	2.283328
25	1.640606	1.853944	2.093778	2.363245
26	1.673418	1.900293	2.156591	2.445959
27	1.706886	1.947800	2.221289	2.531567
28	1.741024	1.996495	2.287928	2.620172
29	1.775845	2.046407	2.356566	2.711878
30	1.811362	2.097568	2.427262	2.806794

期	4%	4.5%	5%	5.5%
1	1.040000	1.045000	1.050000	1.055000
2	1.081600	1.092025	1.102500	1.113025
3	1.124864	1.141166	1.157625	1.174241
4	1.169859	1.192519	1.215506	1.238825
5	1.216653	1.246182	1.276282	1.306960
6	1.265319	1.302260	1.340096	1.378843
7	1.315932	1.360862	1.407100	1.454679
8	1.368569	1.422101	1.477455	1.534687
9	1.423312	1.486095	1.551328	1.619094
10	1.480244	1.552969	1.628895	1.708144
11	1.539454	1.622853	1.710339	1.802092
12	1.601032	1.695881	1.795856	1.901207
13	1.665074	1.772196	1.885649	2.005774
14	1.731676	1.851945	1.979932	2.116091
15	1.800944	1.935282	2.078928	2.232476
16	1.872981	2.022370	2.182875	2.355263
17	1.947900	2.113377	2.292018	2.484802
18	2.025817	2.208479	2.406619	2.621466
19	2.106849	2.307860	2.526950	2.765647
20	2.191123	2.411714	2.653298	2.917757
21	2.278768	2.520241	2.785963	3.078234
22	2.369919	2.633652	2.925261	3.247537
23	2.464716	2.752166	3.071524	3.426152
24	2.563304	2.876014	3.225100	3.614590
25	2.665836	3.005434	3.386355	3.813392
26	2.772470	3.140679	3.555673	4.023129
27	2.883369	3.282010	3.733456	4.244401
28	2.998703	3.429700	3.920129	4.477843
29	3.118651	3.584036	4.116136	4.724124
30	3.243398	3.745318	4.321942	4.983951

2.5%	3%	3.5%
1.025000	1.030000	1.035000
1.050625	1.060900	1.071225
1.076891	1.092727	1.108718
1.103813	1.125509	1.147523
1.131408	1.159274	1.187686
1.159693	1.194052	1.229255
1.188686	1.229874	1.272279
1.218403	1.266770	1.316809
1.248863	1.304773	1.362897
1.280085	1.343916	1.410599
1.312087	1.384234	1.459970
1.344889	1.425761	1.511069
1.378511	1.468534	1.563956
1.412974	1.512590	1.618695
1.448298	1.557967	1.675349
1.484506	1.604706	1.733986
1.521618	1.652848	1.794676
1.559659	1.702433	1.857489
1.598650	1.753506	1.922501
1.638616	1.806111	1.989789
1.679582	1.860295	2.059431
1.721571	1.916103	2.131512
1.764611	1.973587	2.206114
1.808726	2.032794	2.283328
1.853944	2.093778	2.363245
1.900293	2.156591	2.445959
1.947800	2.221289	2.531567
1.996495	2.287928	2.620172
2.046407	2.356566	2.711878
2.097568	2.427262	2.806794

期	4%	4.5%	5%	5.5%
1	1.040000	1.045000	1.050000	1.055000
2	1.081600	1.092025	1.102500	1.113025
3	1.124864	1.141166	1.157625	1.174241
4	1.169859	1.192519	1.215506	1.238825
5	1.216653	1.246182	1.276282	1.306960
6	1.265319	1.302260	1.340096	1.378843
7	1.315932	1.360862	1.407100	1.454679
8	1.368569	1.422101	1.477455	1.534687
9	1.423312	1.486095	1.551328	1.619094
10	1.480244	1.552969	1.628895	1.708144
11	1.539454	1.622853	1.710339	1.802092
12	1.601032	1.695881	1.795856	1.901207
13	1.665074	1.772196	1.885649	2.005774
14	1.731676	1.851945	1.979932	2.116091
15	1.800944	1.935282	2.078928	2.232476
16	1.872981	2.022370	2.182875	2.355263
17	1.947900	2.113377	2.292018	2.484802
18	2.025817	2.208479	2.406619	2.621466
19	2.106849	2.307860	2.526950	2.765647
20	2.191123	2.411714	2.653298	2.917757
21	2.278768	2.520241	2.785963	3.078234
22	2.369919	2.633652	2.925261	3.247537
23	2.464716	2.752166	3.071524	3.426152
24	2.563304	2.876014	3.225100	3.614590
25	2.665836	3.005434	3.386355	3.813392
26	2.772470	3.140679	3.555673	4.023129
27	2.883369	3.282010	3.733456	4.244401
28	2.998703	3.429700	3.920129	4.477843
29	3.118651	3.584036	4.116136	4.724124
30	3.243398	3.745318	4.321942	4.983951

期	6%	6.5%	7%	7.5%
1	1.060000	1.065000	1.070000	1.075000
2	1.123600	1.134225	1.144900	1.155625
3	1.191016	1.207950	1.225043	1.242297
4	1.262477	1.286466	1.310796	1.335469
5	1.338226	1.370087	1.402552	1.435629
6	1.418519	1.459142	1.500730	1.543302
7	1.503630	1.553987	1.605781	1.659049
8	1.593848	1.654996	1.718186	1.783478
9	1.689479	1.762570	1.838459	1.917239
10	1.790848	1.877137	1.967151	2.061032
11	1.898299	1.999151	2.104852	2.215609
12	2.012196	2.129096	2.252192	2.381780
13	2.132928	2.267487	2.409845	2.560413
14	2.260904	2.414874	2.578534	2.752444
15	2.396558	2.571841	2.759032	2.958877
16	2.540352	2.739011	2.952164	3.180793
17	2.692773	2.917046	3.158815	3.419353
18	2.854339	3.106654	3.379932	3.675804
19	3.025600	3.308587	3.616528	3.951489
20	3.207135	3.523645	3.869684	4.247851
21	3.399564	3.752682	4.140562	4.566440
22	3.603537	3.996606	4.430402	4.908923
23	3.819750	4.256386	4.740530	5.277092
24	4.048935	4.533051	5.072367	5.672874
25	4.291871	4.827699	5.427433	6.098340
26	4.549383	5.141500	5.807353	6.555715
27	4.822346	5.475697	6.213868	7.047394
28	5.111687	5.831617	6.648838	7.575948
29	5.418388	6.210672	7.114257	8.144144
30	5.743491	6.614366	7.612255	8.754955

期	8%	9%	10%	11%
1	1.080000	1.090000	1.100000	1.110000
2	1.166400	1.188100	1.210000	1.232100
3	1.259712	1.295029	1.331000	1.367631
4	1.360489	1.411582	1.464100	1.518070
5	1.469328	1.538624	1.610510	1.685058
6	1.586874	1.677100	1.771561	1.870415
7	1.713824	1.828039	1.948717	2.076160
8	1.850930	1.992563	2.143589	2.304538
9	1.999005	2.171893	2.357948	2.558037
10	2.158925	2.367364	2.593742	2.839421
11	2.331639	2.580426	2.853117	3.151757
12	2.518170	2.812665	3.138428	3.498451
13	2.719624	3.065805	3.452271	3.883280
14	2.937194	3.341727	3.797498	4.310441
15	3.172169	3.642482	4.177248	4.784589
16	3.425943	3.970306	4.594973	5.310894
17	3.700018	4.327633	5.054470	5.895093
18	3.996019	4.717120	5.559917	6.543553
19	4.315701	5.141661	6.115909	7.263344
20	4.660957	5.604411	6.727500	8.062312
21	5.033834	6.108808	7.400250	8.949166
22	5.436540	6.658600	8.140276	9.933574
23	5.871464	7.257874	8.954302	11.026267
24	6.341181	7.911083	9.849733	12.239157
25	6.848475	8.623081	10.834706	13.585464
26	7.396353	9.399158	11.918177	15.079865
27	7.988061	10.245082	13.109994	16.738650
28	8.627106	11.167140	14.420994	18.579901
29	9.317275	12.172182	15.863093	20.623691
30	10.062657	13.267678	17.449402	22.892297

昭和8年1月2日 印刷
昭和8年1月5日 發行
昭和8年9月25日 訂正再版印刷
昭和8年10月1日 訂正再版發行

實業
新算術代數

定價	上卷	金 70 錢
	下卷	金 65 錢



著 者 岩 付 寅 之 助

東京市麴町區飯田町2丁目20番地

發 行 者 中 等 學 校 教 科 書 株 式 會 社

代 表 者 山 本 慶 治

大阪市浪速區西園手町 1032 番地

印 刷 者 岩 岡 書 籍 印 刷 所

(西大59) 代 表 者 岩 岡 忠 一

東京市麴町區飯田町2丁目20番地

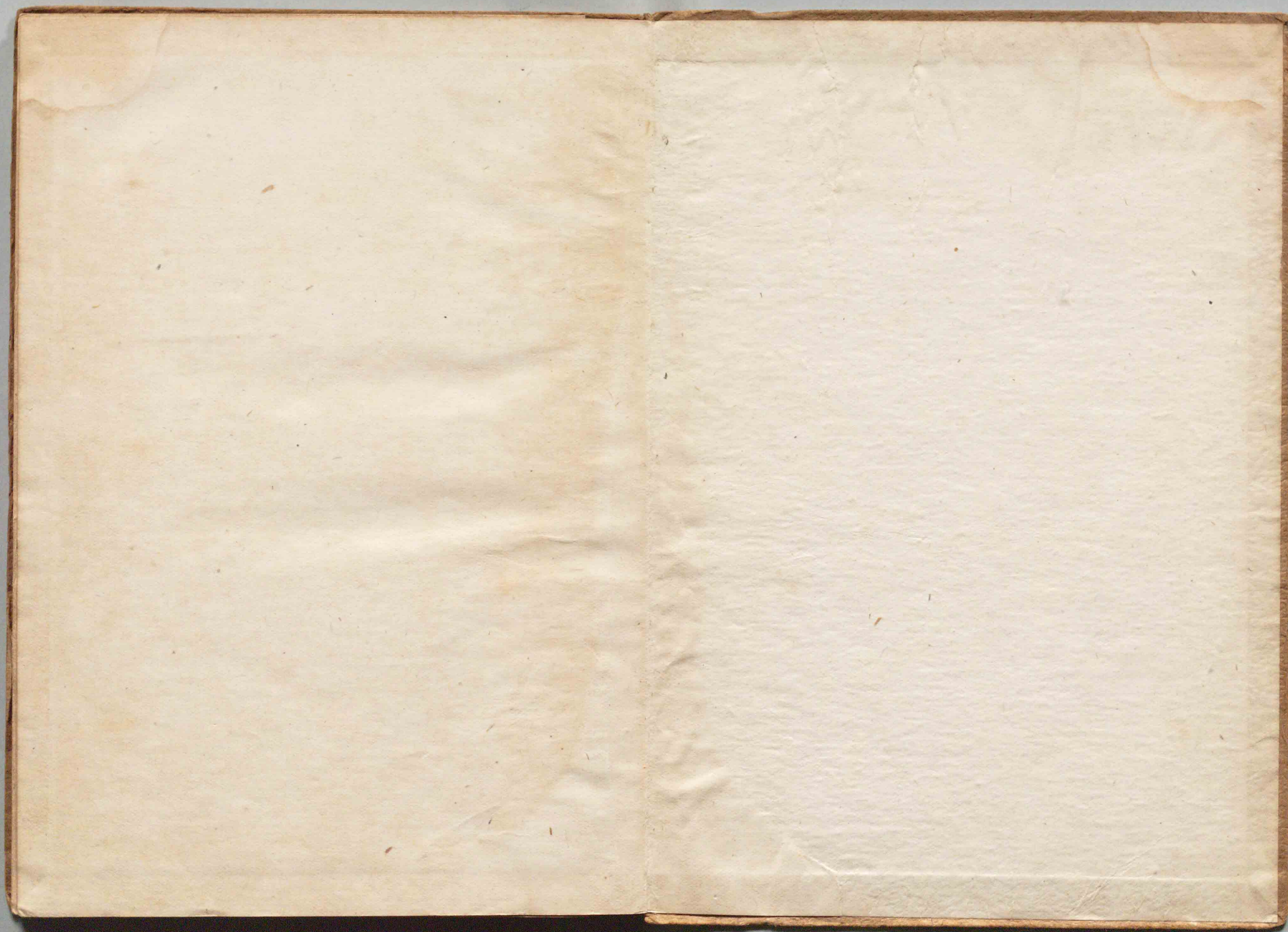
發 行 所 中 等 學 校 教 科 書 株 式 會 社

日本出版文化協會會員番號117522

配 給 元 日 本 出 版 配 給 株 式 會 社

東京市神田區淡路町 2 / 9

(略名) 精華岩付新算



水本新 電文新
栗栖正合

広島大学図書
2000025679


教
4
20