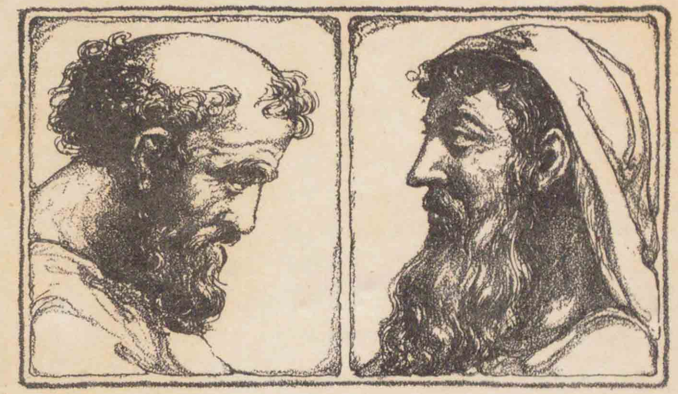
幾何

東京開成館

文部省檢定濟

昭和七年十月十二日 高等女學校數學科用
昭和八年六月二十一日 實業學校數學科用



ぴたごらす (569—500 B.C.頃)　ゆーくりっど (330—275 B.C.頃)

女子 幾何教科書

東北帝國大學名譽敎授
理學博士 林鶴一 著

東京開成館

Pythagoras

(569–500B.C.頃)

ぴたごらすハ地中海ノさもすSamos島ニ生レ希臘及ビ埃及ニ遊學シ，後南伊太利ノくろとんCrotonニ學舍ヲ開設シ多數ノ學徒ヲ教養シタ。此ノ學校ハ實ニ彼ノ名ヲ不朽ナラシメタモノデ，彼ハコヽデ數學，倫理學及ビ哲學ヲ講ジタガ常ニ聽衆ハ堂ニ溢レタトイフ。彼ハ數學ヲ四ツノ部門（靜止量學卽チ幾何學，運動量學卽チ力學，算術及ビ應用數學）ニ分ケ，又倫理學及ビ哲學ハ皆數學ヲ基礎トシテ立論シタ。

本書ニ揭ゲタ所謂ぴたごらすノ定理ハ彼ノ發見ニヨルト傳ヘラレル重要ナ定理デアル。

Euclid

(330–275B.C.頃)

あれきさんどるAlexander 王ノ死(323B.C.頃)後，其ノ屬將ぷとれめうすPtolemäus ハ埃及王ニ封ゼラレ，あれきさんどりあAlexandria ヲ首府ト定メ，コヽニ世界最初ノ大學ヲ起シ，當時ノ賢人碩學ヲ招聘シタ。ゆーくりつどハ其ノトキ希臘本國ヨリ招カレテ此ノ大學最初ノ教授トナツタ大數學者デアル。彼ノ編纂シタ幾何學教科書ハ世界最初ノ整頓シタ教科書トシテ爾後二千年間殆ド原版ノマヽ各國語ニ飜譯サレ，ゆーくりつどノ名ハ幾何學ナル語ニ代用サレルニ到ツタ。コレヲ以テモ彼ガ偉大ナ學者デアツタコトガ想像サレル。

目次

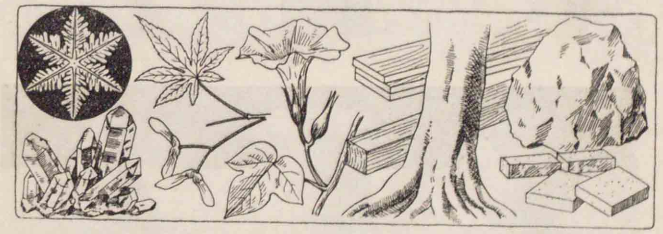
第一篇 幾何圖形

第一章 立體・面・線・點

1. 立體

私達ノ周圍ニアル種々ノ物體ハ色々ノ有樣ヲシテヰルガ,其等ハスベテ空間ノ一部分ヲ占メテヰル。

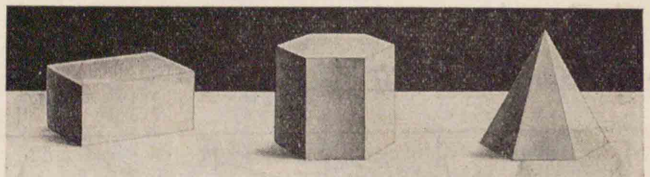
物體ノ占メテヰル空間ノ部分ダケヲ考ヘルトキハ,之ヲ**立體**トイフ。

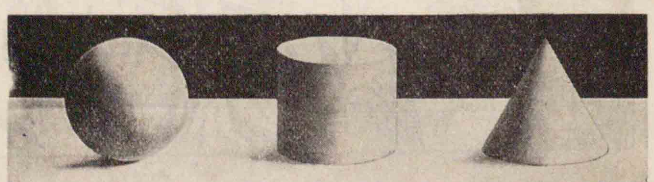


立體ニハ**規則正シイ形**ト**不規則ナ形**トガアル。自然物ニハ各種ノ結晶ヤ花・葉ナドノヤウニ稍〻規則正シイ形ノモノモアルガ,多クハ樹木・岩石ナドノヤウニ不規則ナ形ヲシテヰル ソレデ自然物ヲ家具・建築ナドニ用ヒルニハ,通常之ニ人工ヲ加ヘテ目的ニ適フヤウナ規則正シイ形トスル。

立體ノ形ヤ大サナドニ關スル事柄ヲ研究スルコトハ日常生活ニ極メテ必要ナコトデアル。然シ不規則ナ形ノ研究ハ困難デ,又限リガナイノミナラズ,此等ハ規則正シイ形ノ變ツタモノトシテ研究サレルカラ,コレカラハ主トシテ規則的ノモノニ就イテ考究スル。

問 1. 次ノ圖ニ示スモノハ何レモ規則正シイ形ヲナス立體デアル. 各々ノ名稱ヲイヘ。



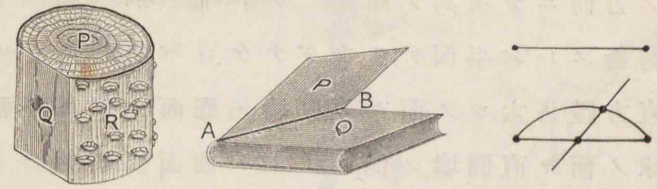


問 2. 直方體・球・直圓壔ヲナスモノノ例ヲ各々ニツヅツ擧ゲヨ。

立體ノ形・大サ・位置ニ關スル事柄ヲ研究スル學問ヲ**幾何學**トイフ。幾何學ハ算術・代數學ナドト共ニ數學ノ一分科デアル。

2. 面・線・點

物體ガ立體トシテ考ヘラレルノハ,其ノ大サニ限リガアツテ,物體ト外部ノ空間トノ間ニ境ガアルカラデアル。

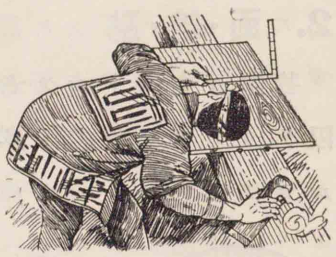


スベテ立體ノ境ヲ**表面**又ハ單ニ**面**トイヒ,面ノ境又ハ面ト面トノ出會フトコロヲ**線**トイヒ,線ノ端又ハ線ト線トノ出會フトコロヲ**點**トイフ。

問 直方體・直圓壔・球ニハ夫々幾ツノ面ガアルカ。

面・線・點ハ立體ニ基ヅイテ考ヘラレルノミナラズ又單獨ニモ考ヘラレル。例ヘバ薄イ紙カラ面ヲ想像シ,細イ絲カラ線ヲ想像シ,又白墨ノ粉ヤ細カイ砂ナドカラ點ヲ想像スルコトガ出來ル。

面ニハ平ラナ面即チ**平面**ト曲ツタ面即チ**曲面**トガアル。

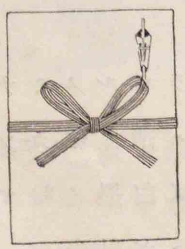


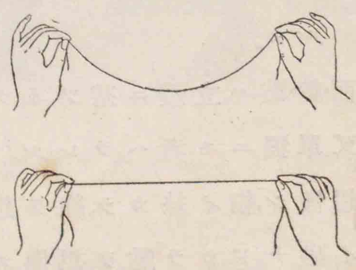
面ガ平面デアルカ曲面デアルカハ其ノ上ニ定木ヲ當テテ見レバワカル,即チ定木ノ緣(ヘリ)ガ何レノ方向ニデモ其ノ面ニ密着スレバ平面デ,サウデナケレバ曲面デアル。

直方體ノ六ツノ面ヤ直圓壔ノ底面ナドハ平面デ,球ノ面ヤ直圓壔ノ側面ナドハ曲面デアル。

何レノ面モ廣サ即チ長サト幅トハアルガ厚サハナイ。ソレデドンナニ薄イ紙デモ厚サガアルカラ嚴密ナ意味デハ面デナイ。

線ニハ眞直ナ線即チ直線ト曲ツタ線即チ曲線トガアル。

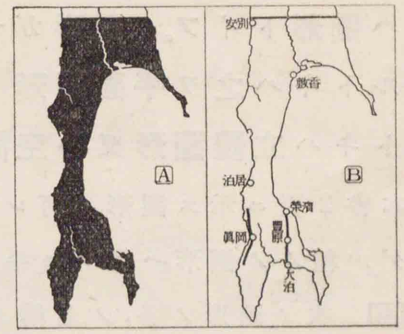




圖ノヤウニ細イ絲ノ兩端ヲ持チ之ヲ弛メルト曲線狀ヲ呈シ,强ク引張レバ直線狀ヲ呈スル。

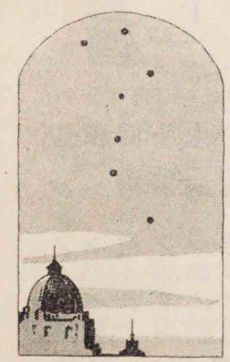
線ニハ長サハアルガ幅モ厚サモナイ。ソレデドンナニ細イ絲デモ嚴密ナ意味デハ線デナイ。

幅モ厚サモナイモノヲ書キ表ハスノハ困難デアル。ソレデ例ヘバ右ノ圖ニ於ケルAノ白イ部分ト黑イ部分トノ境ノヤウナ線ハ通常Bノヤウニ細ク書イテ示ス。



點ハ位置ノミヲ示スモノデアル。

點ニハ大サハナイ。實際ニハ地球ノヤウニ大キナモノデモ宇宙ノ大サニ比ベルトキハ點ト考ヘラレルガ,嚴密ナ意味デハ白墨ノ粉,紙ニ針デ突イタ跡ナドデモ大サガアルカラ點デハナイ。大サノナイモノヲ書キ表ハスコトハ出來ナイカラ,之ヲ示スニハ通常・又ハ×ヲ用ヒ,之ニA, B, Cナドノ文字ヲ附ケテ,點A,點B,點C又ハA點,B點,C點ナドト呼ブ。

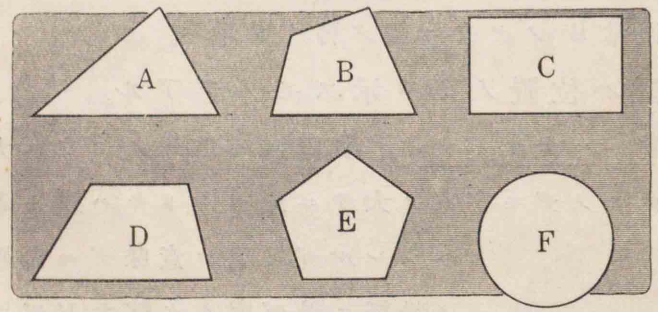


3. 幾何圖形

立體・面・線・點又ハ其等ノ集合ヲ**幾何圖形**又ハ**圖形**トイフ。圖形ガ一ツノ平面上ニアルトキハ之ヲ**平面圖形**トイヒ,サウデナイトキハ**立體圖形**又ハ**空間圖形**トイフ。*

本書2頁ニ示ス圖形ハ何レモ立體圖形デ,次ニ掲ゲル種々ノ圖形ハ何レモ平面圖形デアル。

問 次ノ圖形ノ各〻ノ名稱ヲイヘ。



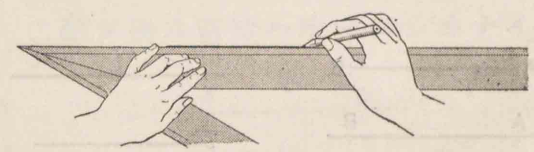
コレマデ小學校デモ線ノ長短,角ノ大小,面積・體積ノ大小ナド圖形ニ關スル多少ノ事柄ハ學ンダノデアルガ,更ニ幾何學ヲ學ビ一層詳シク種々ノ圖形ニ就イテ其等ノ性質ヲ研究スルノデアル。

* 平面圖形ヲ考究スル幾何學ヲ**平面幾何學**トイヒ,立體圖形ヲ考究スル幾何學ヲ**立體幾何學**トイフ。

第二章 直線*

4. 直線

直線ヲ引クニハ通常定木又ハ物指ヲ用ヒル。コレハ定木ヤ物指ノ線ガ直線ヲナシテヰルカラデアル。



問1. 定木ヲ用ヒ目分量デ長サ約10*cm*ノ直線ヲ引ケ。之ヲ物指デ驗セヨ。

問2. 物指ヲ用ヒテ長サ5*cm*ノ直線ヲ引ケ。之ヲ引延バシテ10*cm*ノ直線トセヨ。更ニ引延バシテ15*cm*ノ直線トセヨ。

直線ハ之ヲ限リナク引延バスコトガ出來ル。直線ノ引延バサレタ部分ヲ其ノ**延長**トイフ。

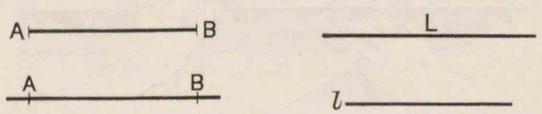
單ニ直線トイフトキハ限リナク長イモノ(**無限直線**)ヲ意味スル。然シ無限直線ハ實際ニハ書キ

* 以下第五篇マデハ主トシテ平面圖形ニ就イテ研究スル。

表ハスコトガ出來ナイカラ,常ニ其ノ一部分(**有限直線**)デ示ス。

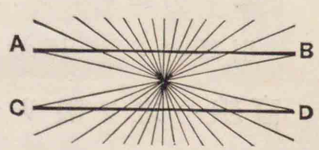
有限ノ直線ヲ特ニ**線分**トイフ。

線分ハ其ノ兩端ヲ示ス文字例ヘバA,B等ヲ用ヒ,之ヲ線分 AB ト呼ブ。又無限直線ハ其ノ上ニアル二點ヲ取ッテ例ヘバ直線 AB ノヤウニ呼ブ。

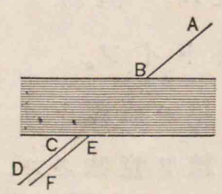


時トシテハ直線及ビ線分ヲ一ツノ文字ヲ用ヒ,例ヘバ直線 L,線分 l ナドノヤウニモ呼ブ。

問3. 右ノ圖デAB,CDハ直線デアルカドウカヲ視察ニヨッテイヘ。次ニ定木ヲ用ヒテ驗セヨ。



問4. 右ノ圖デ直線CD,EFノ何レガ直線ABノ延長デアルカヲ視察ニヨッテイヘ。次ニ定木ヲ用ヒテ驗セヨ。

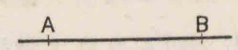


5. 直線ノ性質

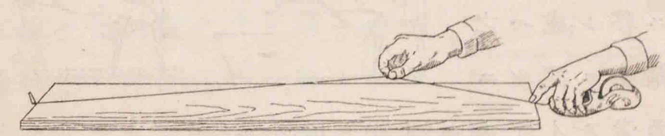
問1. 鉛筆デ二點A,Bヲ通ル直線ヲ引ケ。更ニぺんデ此ノ二點ヲ通ル直線ヲ引ケ。此ノ二本ノ直線ハドウナルカ。

二ツノ點A,Bヲ通ル直線ヲ引ケバ,唯一通リノ直線ABダケシカ引ケナイ。即チ

[1] **二點ヲ通ル直線ハ唯一ツシカナイ.**

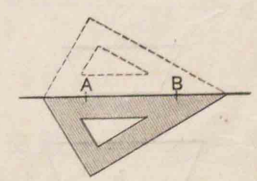


ソレデ直線ノ位置ハ二點ニヨッテ定マル。之ヲ二點ハ直線ヲ決定スルトイフ。

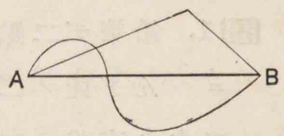


大工ガ墨ヲ打ッテ,板ノ上ニ直線ヲ引クノハ,此ノ性質ヲ利用スルノデアル。

問2. 右ノ圖ハ,定木ノ縁ガ直線デアルカドウカヲ驗メス方法ヲ示ス。ドウスルノデアルカ。但シ點線ハ下ノ定木ヲ裏返シニ置イタ位置デアル。



二點A,Bヲ兩端トスル色々ノ線ノ中デ直線ハ最モ短イ。 即チ

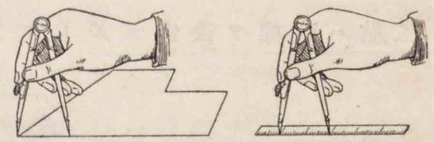


[2] **直線ハ二點間ノ最短通路デアル.**

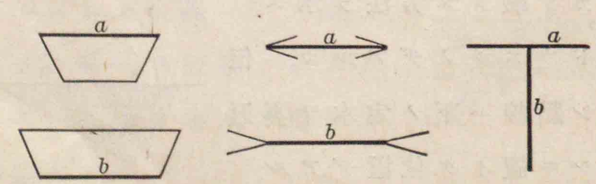
二點ヲ兩端トスル線分ヲ引クコトヲ**二點ヲ結ブ**トイヒ,二點ヲ結ブ線分ノ長サヲ**二點ノ距離**トイフ。

注意 地圖ノ上デ二ツノ地點ノ距離ヲイフトキニハ,其ノ二ツノ地點ヲ通ル道路ヤ鐵道線路ニ沿ウテ測ツタ長サヲイフコトガ多イ。

二點ノ距離ヲ他ニ移シ,或ハ之ヲ精密ニ測ルニハ通常こんぱす(兩脚器)ヲ用ヒル。

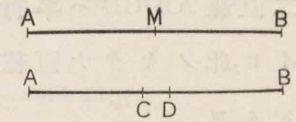


問3. 次ノ圖ノ線分 a, b ノ大小ヲ視察ニヨツテ比較セヨ。 次ニこんぱすヲ用ヒテ之ヲ比較セヨ。



二點A,Bヲ結ブ線分上ノ一點MガA,Bカラ等距離ニアルトキハ,Mヲ線分ABノ**中點**トイフ。

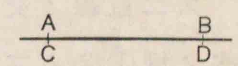
線分ABノ中點ヲ目測デ求メルニハ,其ノ兩端カラ相等シイ距離ニアル二點C,DヲトリCDノ中點ヲ目測シテ定メルノガヨイ。



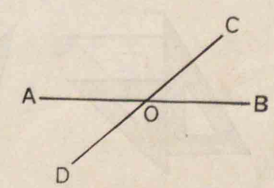
6. 同一平面上ノ二直線ノ位置

同ジ平面上ニ引イタ二直線ノ位置ニハ,次ノ三通リノ場合ガアル。

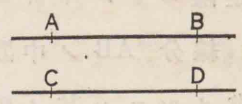
[1] 相重ナル場合。 二點A,Bヲ通ルスベテノ直線ハ皆相重ナツテ同一ノ直線トナル(9頁參照)。 即チ二點ヲ共有スル直線ハ全ク相重ナル。



[2] 相交ハル場合。 直線ABノ一ツノ側ニ點Cガアツテ,他ノ側ニ點Dガアルトキ,此ノ二點ヲ通ル直線CDハABト一點デ出會フ。此ノトキ二直線AB,CDハ**相交ハル**トイヒ,其ノ出會フ點ヲ**交點**トイフ。 一點デ交ハル二直線ハ再ビ交ハラナイ。



[3] 平行デアル場合。二線分AB, CDヲ如何ホド延長シテモ交ハラナイトキ, 二直線AB, CDハ**平行デアル**トイヒ,此ノヤウナ直線ヲ**平行線**トイフ。



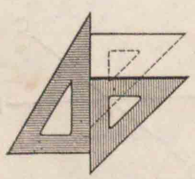
同ジ平面上ニアル二ツノ直線ハ上ノ三ツノ場合ノ何レカデアルガ,二ツノ直線ガ同ジ平面上ニナイトキハ,相重ナラズ,相交ハラズ然モ平行デナイ。

問 1. 教室内デ平行ト見做サレルモノヲイヘ。

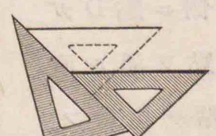
又二直線ノ交ハリト見做サレルモノヲイヘ。

次ノ圖(1),(2)ハ三角定木ヲ用ヒ,(3)ハ丁形定木ヲ用ヒテ平行線ヲ引ク方法ヲ示ス。

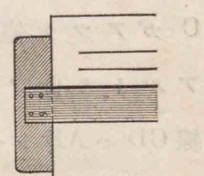
(1)



(2)



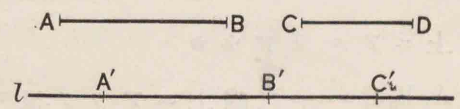
(3)



問 2. 上ノ三ツノ方法ヲ言葉デ述ベヨ。又此等ノ方法ニヨッテのーとニ平行線ヲ引ケ。

7. 線分ノ和ト差

定木トこんぱすトヲ用ヒテ二ツノ線分ノ和ニ等シイ線分ヲ引ケ。



解 與ヘラレタ二ツノ線分ヲAB, CDトスル。

❶ 先ヅ定木ヲ用ヒテ任意ノ直線 l ヲ引ク。

❷ 次ニこんぱすヲ用ヒテ,線分ABニ等シク直線 l 上ニ$A'B'$ヲトル。

❸ 更ニこんぱすヲ用ヒテ線分CDニ等シク$A'B'$ノ延長*上ニ$B'C'$ヲトレバ,線分$A'C'$ガ與ヘラレタ二線分ノ和デアル。

問 二ツノ線分AB, CD (但シ$AB>CD$) ノ差ニ等シイ線分ヲ引ケ。

線分AB, CDノ和ガ線分$A'C'$ニ等シイコト及ビ線分AB, CDノ差ガ線分$A'C''$ニ等シイコトヲ夫々次ノヤウニ書キ表ハス。

$$AB+CD=A'C', \quad AB \sim CD=A'C''$$

* $A'B'$ノ延長トハA'カラB'ヘ向ツタ延長デアル。

問　題　1

1. 三點A, B, Cハ一直線上ニアツテ,又三點B, C, Dモ一直線上ニアル。然ラバ四點A, B, C, Dハ一直線上ニアルカドウカ。

2. 三點A, B, Cハ一直線上ニアツテ,又三點C, D, Eモ一直線上ニアル。然ラバ三點A, C, Eハ一直線上ニアルカドウカ。

3. 三點A, B, Cノ中ノ任意ノ二點ヲ通ル直線ヲ悉ク引ケ。何本引ケルカ。又四點A, B, C, Dデハ何本引ケルカ。

4. 三ツノ直線ハ幾ツノ點デ交ハルカ(三ツノ直線ガ色々ノ位置ニアル場合ニツイテ研究セヨ)。又四ツノ直線デハドウカ。

5. 次ニ述ベル通リノ圖形ヲ書ケ。

❶ 平行デ且相等シイ二線分AB, CDヲ引キ, AC, BDヲ結べ。

❷ 又AD, BCヲ結ビ,其ノ交點ヲOトセヨ。

❸ Dヲ通リCBニ平行ナル直線ヲ引キ, ABノ延長トEニ於テ交ハラシメヨ。

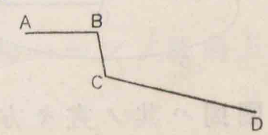
6. 前問ノ圖デ,次ノ線分ヲ比較セヨ。

❶ AC, BD　　❷ AO, OD

❸ CB, DE　　❹ CD, BE

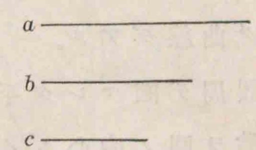
7. 四ツノ點A, B, C, Dガ此ノ順デ一直線上ニアツテ且AB=CDデアル。線分AC, BDノ長サヲ比較セヨ。

8. 一平面上ノ一直線上ニナイ幾ツカノ點ヲ順ニ結ンデ出來タ線ヲ**折線**トイフ。右ノ圖ノ折線ノ長サニ等シイ線分ヲ引ケ。



9. 任意ノ線分ABノ3倍ニ等シイ線分ヲ引ケ。

10. 右ノ圖ニ示スヤウナ三線分a, b, cガ與ヘラレタトキ,次ノ式デ示サレル線分ヲ引ケ。



❶ $a+b+c$　　❷ $2a,\ 3b,\ 5c$

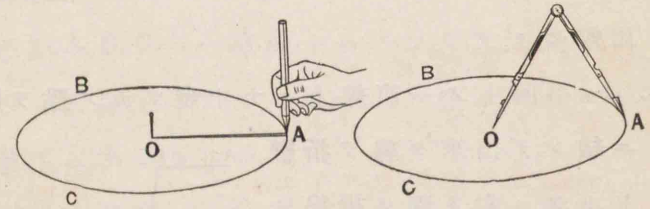
❸ $3a-2b$　　❹ $3a+b-4c$

❺ $3(a+b)$　　❻ $2(a+b)-3c$

第三章 圓

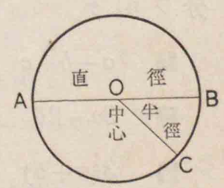
8. 圓周・圓

圓周ヲ畫クニハ通常こんぱすヲ用ヒル。



圓周ハ其ノ畫キ方カラワカルヤウニ一ツノ線分(OA)ノ一端(O)ヲ固定シ,之ヲ一ツノ平面上デ廻轉シ,モトノ位置ニ歸ラシメルトキ他端(A)ノ畫ク曲線デアル。

圓周デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**圓**トイヒ,固定シタ點ヲ圓ノ**中心**トイフ。



圓ノ中心ト圓周上ノ點トヲ結ブ線分ヲ**半徑**トイヒ,中心ヲ通リ兩端ガ圓周上デ終ル線分ヲ**直徑**トイフ。

圓ヲ表ハスニハ通常其ノ中心ヲ示ス文字ヲ用ヒ,例ヘバ圓Oノヤウニイフ。特ニ圓周ヲ表ハス

ニハ其ノ上ノ三點ヲ示ス文字ヲ用ヒ,例ヘバ圓周ABCノヤウニイフ。

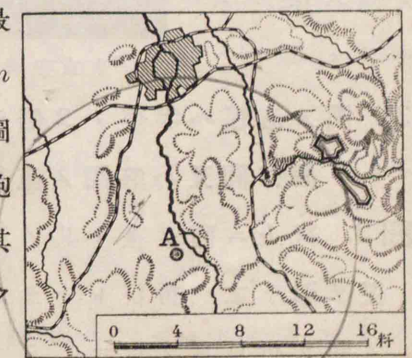
紛レル恐レノナイトキハ,圓周ノコトヲ單ニ圓トイフコトモアル。

9. 圓ノ基本性質

圓ノ畫キ方カラ直チニ次ノ性質ガワカル。

[1] **一點カラ等距離ニアル點ハ一ツノ圓周上ニアル.**

問 1. 或大砲ノ最大射距離ハ12*km*デアル。右ノ圖ノAニ此ノ大砲ヲ据ヘタトキ,其ノ砲彈ノトヾク範圍ヲ畫ケ。



[2] **圓周上ノ點ハ中心カラ等距離ニアル.**

從ッテ **同ジ圓ノ半徑ハ皆相等シイ.**

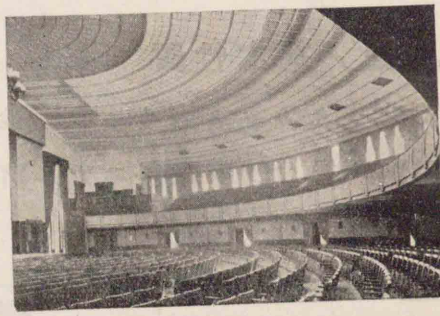
半徑ノ等シイ二ツノ圓ノ一ツヲ他ノ上ニ置キ兩圓ノ中心ヲ重ネルト此ノ二圓ハ全ク相重ナル。

カヤウナ二ツノ圓ヲ**相等シイ圓**又ハ**等圓**トイフ。直圓壔ノ兩底面ハ等圓デアル。

問 2. 半徑 2 cm ノ圓ヲ畫ケ。又此ノ圓ノ中心ヲ中心トシテ半徑 4 cm ノ圓ヲ畫ケ。

同ジ中心ヲ有スル多クノ圓ヲ**同心圓**トイフ。

同心圓ハ圖案ヤ,講堂・劇場ノ設計ナドニ應用セラレルコトガ多イ。右ノ圖ハ其ノ一例ヲ示ス。

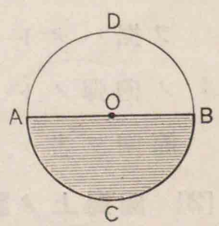


東京帝國大學講堂ノ內部

[3] **圓ノ直徑ハ半徑ノ2倍デアル.**

從ッテ **同ジ圓又ハ等圓ノ直徑ハ相等シイ.**

問 3. 紙上ニ圓ヲ畫キ其ノ直徑ヲ引キ,之ヲ折目トシテ此ノ圓ヲ折重ネテ見ヨ。

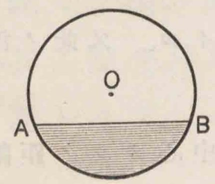


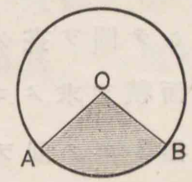
[4] **直徑ハ圓及ビ圓周ヲ二等分スル.**

直徑ニヨッテ分ケラレタ圓ノ二部分ヲ共ニ**半圓**トイフ。

10. 弧・弦・弓形・扇形

圓周ノ一部分ヲ**弧**トイヒ,弧ノ兩端ヲ結ブ線分ヲ**弦**トイフ。





直徑ハ圓ノ中心ヲ通ル弦デアル。

弧ト其ノ兩端ヲ結ブ弦トニヨッテ圍マレタ圓ノ一部分ヲ**弓形**トイヒ,二ツノ半徑ト其ノ間ニ夾マレル弧トニヨッテ圍マレタ圓ノ一部分ヲ**扇形**トイフ

問 半圓ハ弓形カ,扇形カ。

問題 2

1 一點 P カラ或距離(例ヘバ 3 cm)ニアル點ヲ直線 AB ノ上ニ求メテ見ヨ。

2. 二點 A, B ガアル。A カラ 5 cm, B カラ 7 cm ノ距離ニアル點ヲ求メテ見ヨ。カヤウナ點ハ幾ツアルカ,又イツデモアルカ。

3. 7cm距タツテキル二點A, Bガアル。Aカラハ3cmヨリ近ク, Bカラハ5cmヨリ遠イ所ヲ求メヨ。

4. 庭ニ半徑3mノ圓形ノ池ヲ作ラウトスル。ドウシテ圓ヲ畫ケバヨイカ。又此ノ池ノ周圍及ビ面積ヲ求メヨ。

5. 半徑3cmノ圓ヲ畫キ,中心カラノ距離ガ夫々2.5cm, 3cm, 3.2cmノ點ヲ三ツヅツ求メヨ。

上ノコトカラ考ヘテ,次ノ事項ノ點線ノ所ニ適當ノ語ヲ書キ入レヨ。

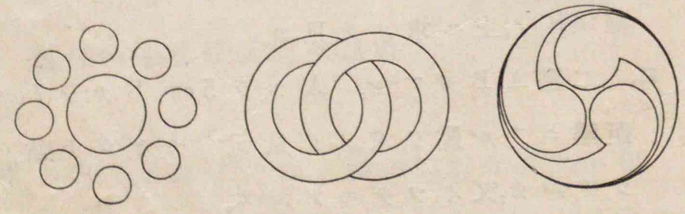
一點カラ中心マデノ距離ガ

❶ 半徑ヨリ小ナレバ其ノ點ハ………ニアリ,

❷ 半徑ニ等シケレバ其ノ點ハ………ニアリ,

❸ 半徑ヨリ大ナレバ其ノ點ハ………ニアル。

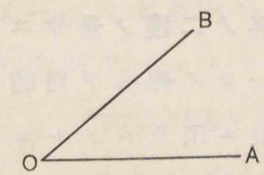
6. 次ノ紋章ハ圓ヲ應用シテ畫イタモノデアル。之ニ倣ツテ紋章ヲ考案セヨ。



第四章 角

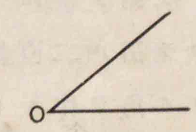
11. 角

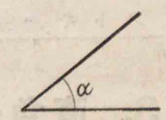
一點カラ出ル二ツノ直線ノ開キヲ**角**トイヒ,其ノ點ヲ角ノ**頂點**,其ノ二直線ヲ共ニ角ノ**邊**トイフ。



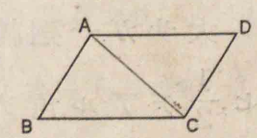
例ヘバ上圖ノヤウニ一點Oカラ出ル二直線OA, OBハ角ヲナス。此ノ角ヲ二邊OA, OBノ**夾ム角**又ハ**夾角**トイヒ,之ヲ角AOB又ハ角BOAト呼ビ, ∠AOB又ハ∠BOAト書ク。

但シ紛レル恐レノナイトキハ單ニ頂點ヲ示ス文字或ハ角ノ内部ニ文字ヲ記シ,例ヘバ角O又ハ角α(あるふあ)ノヤウニ呼ビ,之ヲ∠O又ハ∠αト書ク。



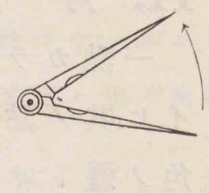


問 右ノ圖ニアルスベテノ角ヲイヘ。



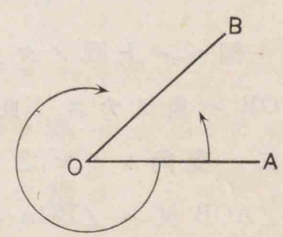
12. 角ノ大サ

こんぱすノ一方ノ脚ヲ固定シテ他方ノ脚ヲ廻轉軸ノ周リデ廻轉サセルト,其ノ兩脚ノ夾ム角ハ廻轉ノ分量ニ從ツテ變ハル。此ノ廻轉ノ分量ヲ**角ノ大サ**トイフ。故ニ



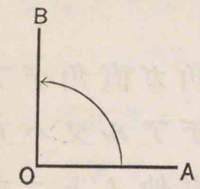
角ノ大サハ其ノ二邊ノ長サニハ關係ガナイ.

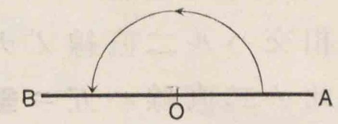
Oカラ出ル一ツノ線分ヲ廻轉シテ OA ノ位置カラ OB ノ位置ニ至ラシメルニハ,二ツノ途ガ考ヘラレル。卽チ右ノ圖ニ示スヤウニ一ツハ時計ノ針ノ廻轉ト同ジデ,他ハ之ト反對デアル。故ニ一點カラ出ル二直線ハ常ニ二ツノ角ヲ作ルト考ヘラレル。但シ單ニ角AOBトイフトキハ通例其ノ小サイ方ノ角ヲ指ス。



13. 直角・平角

大サガ一廻轉ノ $\frac{1}{4}$ デアル角ヲ**直角**トイヒ,$\frac{1}{2}$ デアル角ヲ**平角**トイフ。





平角ハ2直角ニ等シイ。ソシテ平角ノ二邊ハ一直線ヲナス。

直角ヲ R∟ 又ハ ∠R デ表ハスコトガアル。例ヘバ ∠AOB ガ直角デアルコトヲ次ノヤウニ書ク。

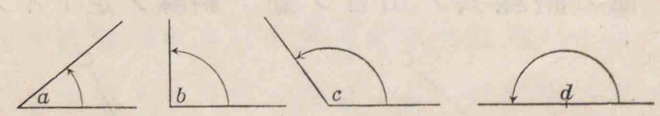
∠AOB＝R∟

問 1. 直角ヲナスモノハ甚ダ多イ。手近ノモノデ直角ヲナスモノノ例ヲ擧ゲヨ。

直角ヨリ小サイ角ヲ**鋭角**トイヒ,直角ヨリ大キク平角ヨリ小サイ角ヲ**鈍角**トイフ。

直角,平角,鋭角,鈍角ノ大サノ關係ハ,次ノ通リデアル。

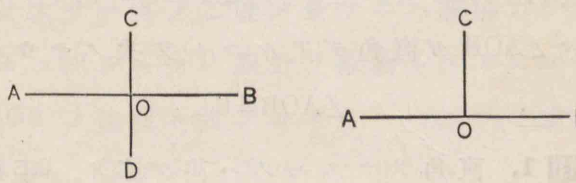
鋭角＜直角＜鈍角＜平角



問 2. 時計ノ兩針ガ鋭角,直角,鈍角,平角ヲナス時ノ例ヲ擧ゲヨ。

14. 垂線・斜線

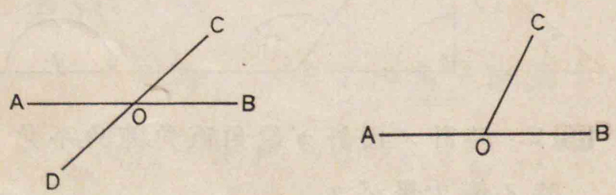
相交ハル二直線ノナス角ガ直角デアレバ此ノ二直線ハ互ニ**垂直デアル**又ハ互ニ**直交スル**トイヒ,其ノ一ツガ他ノ上ニ立ツト見ルトキハ前者ヲ後者ノ**垂線**,其ノ出會フ點ヲ**垂線ノ足**トイフ。



上圖デ, AB ト CD トハ互ニ垂直デアル。CO ガ AB ノ上ニ立ツト見レバ, CO ハ AB ノ垂線デアル。

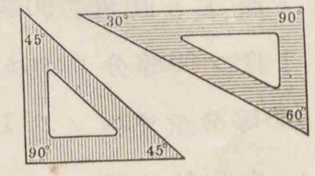
AB ト CD トガ垂直デアルコトヲ AB⊥CD ノヤウニ書ク。

相交ハル二直線ガ互ニ垂直デナイトキハ,此ノ二直線ハ**斜交スル**トイヒ,其ノ一ツヲ他ノ**斜線**,其ノ出會フ點ヲ**斜線ノ足**トイフ。



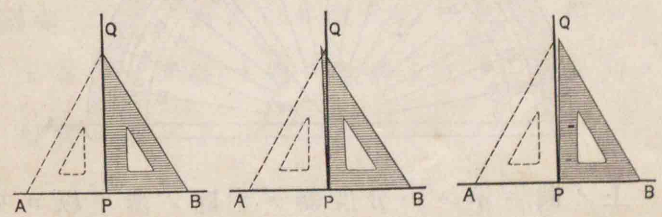
前頁ノ下圖デ, AB ト CD トハ斜交スル二直線デ,又 CO ハ AB ノ斜線, O ハ其ノ足デアル。

三角定木ニハ通常二種アルガ,何レモ其ノ一ツノ角ハ直角デアルカラ,垂線ヲ引キ又ハ直角ヲ畫クニ便利デアル。



問 三角定木ヲ用ヒテ直線 AB 上ノ點 P ヲ通リ此ノ直線ニ垂線ヲ引ケ。又此ノ直線外ノ點 Q カラ此ノ直線ヘ垂線ヲ引ケ。

三角定木ノ檢査 三角定木ノ直角ガ正シイカドウカハ,次ノヤウニシテ驗メスコトガ出來ル。



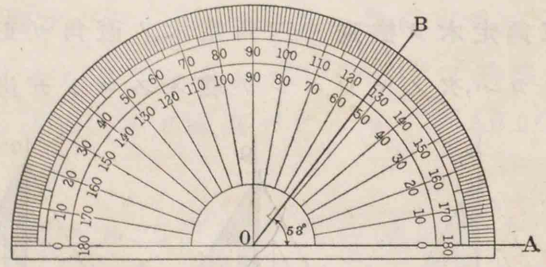
直線 AB ヲ引キ,三角定木ノ直角ノ一邊ヲ之ト重ネ,他ノ邊ニ沿ヒ直線 PQ ヲ引キ,次ニ定木ヲ裏返シテ直角ノ一邊ヲ PB ト重ネル。此ノ時,直角ノ他ノ邊ガ PQ ト重ナレバ定木ノ直角ハ正シイ。

15. 角ノ單位・分度器

實用上,角ヲ測ルニハ單位トシテ**度**ヲ用ヒル。1度トハ直角ヲ90等分シタ一ツノ大サデアル。1度ヲ60等分シタモノヲ1**分**トイヒ,1分ヲ更ニ60等分シタモノヲ1**秒**トイフ。

度・分・秒ヲ記スニハ數字ノ右肩ニ°,′,″ヲ附ケル。例ヘバ23度30分40秒ヲ23°30′40″ト書ク。

角ノ大サヲ測リ,又ハ所要ノ大サノ角ヲ畫クニハ**分度器**ヲ用ヒルノガ便利デアル。

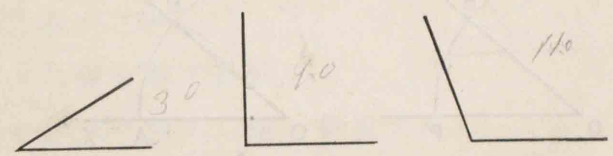


上ノ圖ニ示スハ分度器デ,半圓ノ薄イ板ヨリナリ,其ノ半圓周ニ之ヲ180等分シタ目盛ガ施シテアル。ソレデ中心カラ一目盛ノ兩端ニ引イタ半徑ノナス角ガ丁度1度ニ當ルノデアル。

分度器ヲ用ヒテ一ツノ角ノ大サ例ヘバ∠AOB

ヲ測ルニハ,圖ノヤウニ分度器ノ中心ヲ其ノ角ノ頂點Oノ上ニ置キ,0ノ目盛ガアル半徑ヲ一邊OA上ニ重ネル。カヤウニシテ他邊OBノ重ナル分度器ノ目盛ヲ讀ム。圖デ∠AOBハ53°デアル。

問1. 分度器ヲ用ヒテ下ノ各〻ノ角ヲ測レ。



問2. 分度器ヲ用ヒテ40°,70°,135°ノ角ヲ畫ケ。

問3. 目分量デ90°,45°,60°,30°ノ角ヲ畫キ,後之ヲ分度器デ驗セヨ。

問4. 二ツノ角ノ和ガ直角卽チ90°ニ等シイトキハ,其ノ各〻ヲ他ノ**餘角**トイフ。次ノ角ノ餘角ヲ求メヨ。

15°, 30°, 45°, 60°, 52°18′, $\frac{2}{3}$R∟

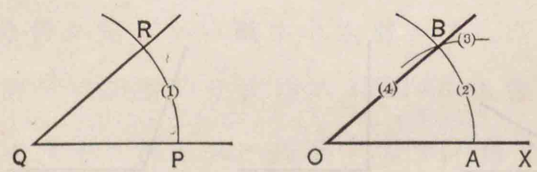
問5. 二ツノ角ノ和ガ平角卽チ180°ニ等シイトキハ,其ノ各〻ヲ他ノ**補角**トイフ。次ノ角ノ補角ヲイヘ。

30°, 70°, 125°, $\frac{3}{2}$R∟, R∟, 72°35′15″

16. 或角ニ等シイ角ノ畫キ方

或角ニ等シイ角ハ分度器ヲ用ヒナイデ定木トこんぱすトダケデモ畫クコトガ出來ル。

∠PQR ニ等シイ角ヲ線分 OX ヲ一邊トスルヤウニ畫ケ.



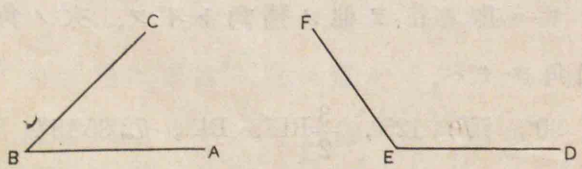
作圖 ❶ ∠PQR ノ頂點Qヲ中心トシテ任意ノ半徑デ弧ヲ畫キ,二邊トP, Rデ交ハラシメル。

❷ O ヲ中心トシテ前ト同ジ半徑デ弧ヲ畫キ,OX トAデ交ハラシメル。

❸ P, R ノ距離ヲこんぱすデ測ツテ,之ヲ半徑トシAヲ中心トスル弧ヲ畫キ❷デ畫イタ弧トBデ交ハラシメル。

❹ OB ヲ結ベバ ∠AOB ハ求メル角デアル。

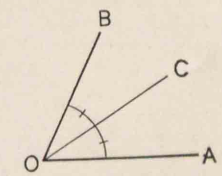
問 次ノ各角ニ等シイ角ヲ畫ケ。



17. 角ノ二等分線

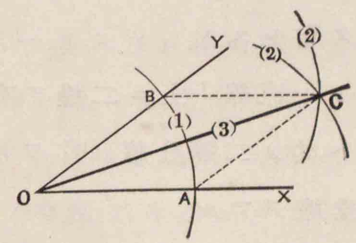
角ノ頂點ヲ通リ之ヲ相等シイ二ツノ角ニ分ケル直線ヲ其ノ角ノ**二等分線**トイフ。

右ノ圖デ ∠AOC＝∠COB デアルトスレバ OC ハ ∠AOB ノ二等分線デアル。



角ノ二等分線ヲ折目トシテ折返セバ,其ノ角ノ二邊ハ相重ナル。

與ヘラレタ角 XOY ノ二等分線ヲ引ケ.



作圖 ❶ ∠XOY ノ頂點 O ヲ中心トシテ任意ノ弧ヲ畫キ,二邊ト夫々A,Bデ交ハラシメル。

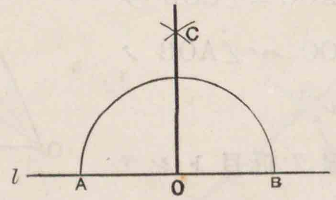
❷ A及ビBヲ中心トシ等シイ半徑ヲ有スル二ツノ弧ヲ畫キ,其ノ交點ヲCトスル。

❸ 直線OCヲ引ケバ求メル二等分線デアル。

問 上ノ作圖デ ∠AOC＝∠COB デアルコトヲ分度器デ驗セヨ。

18. 垂線ノ引キ方

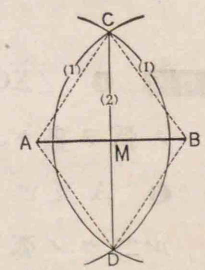
[1] 與ヘラレタ直線上ノ與ヘラレタ點ニ於テ此ノ直線ニ垂線ヲ引ケ.



作圖 與ヘラレタ直線ヲ l トシ, O ヲ其ノ上ノ與ヘラレタ點トスル。

O ヲ頂點トシ直線 l 上ニ二邊ヲ有スル平角 AOB ヲ考ヘ,其ノ二等分線 OC ヲ引ケバ, OC ハ求メル垂線デアル。

問 1. 上ノ作圖カラ與ヘラレタ線分 AB ヲ二等分スルコトヲ考ヘヨ。(右ノ圖參照)

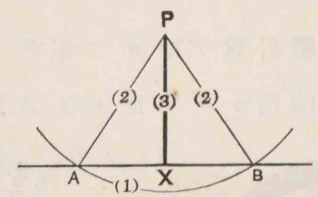


右ノ圖ニ於ケル直線 CD ノヤウニ,他ノ線分 AB ニ垂直ニ交ハッテ且之ヲ二等分スルモノヲ其ノ**垂直二等分線**トイフ。

問 2. 4.5cm ノ線分ヲ四等分シ,其ノ一ツヲ測レ。

問 3. 紙ヲ折ッテ線分 AB ノ垂直二等分線ヲ作レ。

[2] 與ヘラレタ直線外ノ與ヘラレタ點カラ此ノ直線ヘ垂線ヲ引ケ.



作圖 AB ヲ與ヘラレタ直線トシ, P ヲ此ノ直線外ノ與ヘラレタ點トスル。

❶ P ヲ中心トシ, AB ニ交ハル任意ノ弧ヲ畫キ其ノ交點ヲ A 及ビ B トスル。

❷ AP, BP ヲ引ク。

❸ ∠APB ノ二等分線 PX ヲ引ケバ, PX ハ求メル垂線デアル。

問 4. 上ノ作圖デ PX⊥AB デアルコトヲ分度器ヲ用ヒテ驗セヨ。

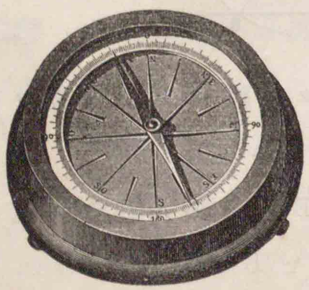
一ツノ點カラ一ツノ直線ヘ引イタ垂線ノ長サヲ其ノ**點ト直線トノ距離**トイフ。

問 題 3

1. 時計ノ長針ガ $45°$, $60°$, $126°$ 及ビ $180°$ 廻轉スルニ要スル時間ヲ求メヨ。

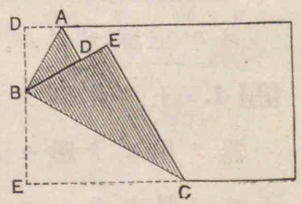
2. 地球表面上ノ或地點ハ一時間ニ何度廻轉スルカ。

3. 下ノ圖ハ羅針盤デアル。正北ト北東,正南ト南東,北西ト南西トノ方向ガナス角ハ各〻何度カ。

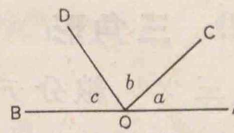


4. 圓周上ノ一點ト任意ノ直徑ノ兩端トヲ結ンデ得ル角ノ大サヲ測レ。

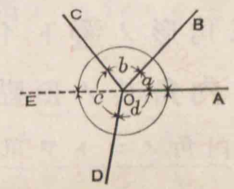
5. 一枚ノ半紙ノ兩隅ヲ折返シ,其ノ緣ガ圖ノヤウニ互ニ相觸レルマデ折ルトキハ,折目ノ二線AB, BCハドンナ角ヲナスカ,



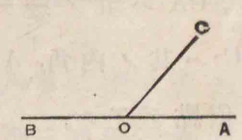
6. 一ツノ直線AB上ノ一點OカラABノ同ジ側ニ二直線OC, ODヲ引クトキ, $\angle AOC$, $\angle COD$, $\angle DOB$ ノ和ハ幾ラカ。又OC, OD等ノ直線ノ數ニヨツテ此ノ和ハ變ハルカ。



7. 一點カラ多クノ直線ヲ引キ,相隣ル二直線ノナススベテノ角ノ和ヲ求メヨ。



8. 三ツノ直線OA, OC, OBガOカラ引カレテ, $\angle AOC + \angle COB = 2R\llcorner$ ナルトキハ, AOトOBトハ一直線ヲナスコトヲ説明セヨ。



9. 圓ノ平行デナイ二弦ノ垂直二等分線ヲ引ケ。其ノ交點ハドンナ點カ。

10. 定木トこんぱすトダケデ $45°$ 及ビ $135°$ ノ角ヲ畫ケ。

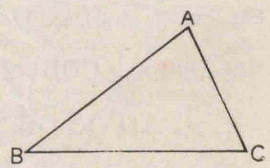
第五章 多角形

19. 三角形

三ツノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**三角形**トイフ。三角形ヲナス三ツノ線分ヲ三角形ノ**邊**トイヒ,二邊ノ夾ム角ヲ三角形ノ**内角**,其ノ頂點ヲ三角形ノ**頂點**トイフ。

内角ノコトヲ單ニ**角**トイフコトモアル。

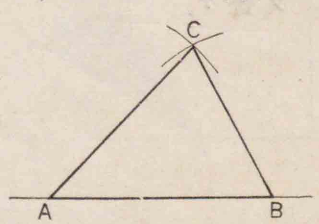
圖ノ三角形ニ於テ,線分AB, BC, CAハ其ノ邊デ,∠A, ∠B, ∠Cハ其ノ内角, A, B, Cハ其ノ頂點デアル。



頂點ガA, B, Cデアル三角形ヲ三角形ABCト呼ビ,△ABCト書ク。△ABCニ於テ∠Aト邊BC, ∠Bト邊CA, ∠Cト邊ABトヲ夫々相對スルトイフ。

例 三邊ガ夫々3 cm, 2.3 cm, 2.8 cmノ三角形ヲ畫ケ。

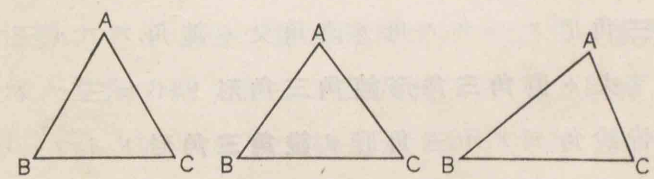
解 ❶ 任意ノ直線ヲ引キ,此ノ直線上ニABヲ3 cmノ長サニトル。



❷ A,Bヲ中心トシテ夫々2.8 cm, 2.3 cmニ等シイ半徑ノ圓周ヲ畫キ,其ノ交點ヲCトスル。

❸ AC及ビBCヲ結ベバ,ABCハ求メル三角形デアル。

問1. 一邊ガ3 cmデ,他ノ二邊ガ共ニ2.8 cmノ三角形ヲ畫ケ。又三邊ガ何レモ3 cmノ三角形ヲ畫ケ。



三邊ノ等シイ三角形ヲ**正三角形**,二邊ノ等シイ三角形ヲ**二等邊三角形**又ハ**等脚三角形**,三邊ガ不等デアル三角形ヲ**不等邊三角形**トイフ。

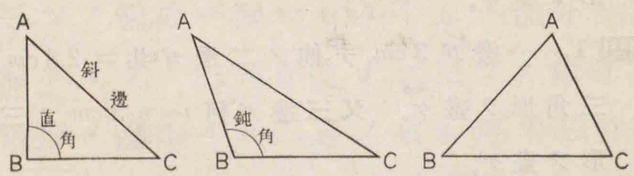
二等邊三角形ノ相等シイ邊ノ交點ヲ特ニ二等邊三角形ノ**頂點**トイヒ,頂點ニ對スル邊ヲ**底邊**(又ハ底),底邊ノ兩端ノ二ツノ角ヲ共ニ**底角**トイフ。

問2. 正三角形ノ三ツノ内角ノ大サヲ比較セヨ。又二等邊三角形ノ兩底角ハドウカ。

正三角形ノ三ツノ内角ハ相等シイ。

二等邊三角形ノ兩底角ハ相等シイ。

問3. 二邊ガ 3 *cm* ト 4 *cm* トデ,其ノ夾角ガ 90° デアル三角形ヲ畫ケ。又夾角ガ 120° ノ三角形及ビ 60° デアル三角形ヲ畫ケ。



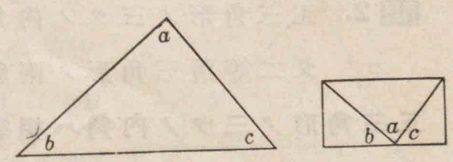
三角形ノ一ツノ角ガ直角又ハ鈍角デアル三角形ヲ夫々**直角三角形**,**鈍角三角形**トイヒ,三ツノ角ガ皆鋭角デアル三角形ヲ**鋭角三角形**トイフ。又直角三角形デハ直角ニ對スル邊ヲ**斜邊**トイフ。

注意 單ニ三角形トイヘバ通常不等邊ノ鋭角三角形ニ就イテ考ヘル。

問4. 一ツノ三角形ヲ畫キ,三ツノ内角ノ和ヲ測リ,次ノコトヲ確メヨ。

三角形ノ内角ノ和ハ2直角ニ等シイ.

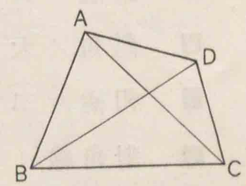
問5. 紙上ニ三角形ヲ畫キ,之ヲ截(キリ)取リ圖ノヤウニ折曲ゲテ更ニ上ノ事實ヲ確カメヨ。



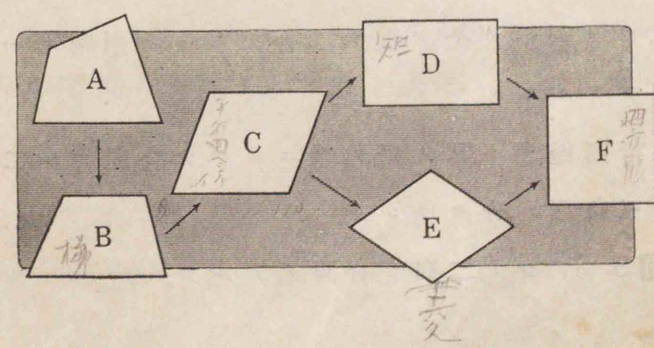
20. 四邊形

四ツノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**四邊形**又ハ**四角形**トイフ。

三角形ト同ジヤウニ四角形ノ四ツノ線分ヲ**邊**,二邊ノ夾ム角ヲ**内角**(又ハ單ニ**角**),角ノ頂點ヲ四角形ノ**頂點**トイヒ,相隣ラザル二邊ヲ**對邊**,相隣ラザル二角ヲ**對角**,對角ノ頂點ヲ結ブ線分ヲ**對角線**トイフ。頂點ガ A, B, C, D ナル四邊形ヲ四邊形 ABCD ト呼ブ。

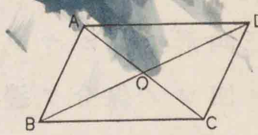


四邊形ノ二邊ガ平行デアルモノヲ**梯形**トイヒ,二組ノ對邊ガ平行デアルモノヲ**平行四邊形**トイフ。又四邊形ノスベテノ角ガ直角デアルモノヲ**矩形**,スベテノ邊ガ相等シイモノヲ**菱形**トイヒ,各角ガ直角デ各邊ノ相等シイモノヲ**正方形**トイフ。



矩形・菱形・正方形ハ特別ナ平行四邊形デアル。

問 1. 任意ノ平行四邊形ヲ畫キ次ノ事柄ヲ驗セヨ。(14頁問題5參照)



❶ 對邊ノ長サ.

❷ 對角ノ大サ

❸ 相隣ル二角ノ和。

❹ 對角線ノ交點デ分ケラレタ二部分ノ長サ。

上ノ問カラ次ノコトガワカル。

平行四邊形ノ,[1] 對邊ハ相等シク, [2] 對角ハ相等シク, [3] 相隣ル二角ハ互ニ補角ヲナシ, [4] 對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル.

問 2. 菱形ヲ截抜キ其ノ對角線ヲ折目トシテ二ツニ折重ネテ見ヨ。平行四邊形デハドウカ。此ノ際對角線ニ沿ウテ截離シテ二ツノ三角形ヲ重ネ合ハセテ見ヨ。

二ツノ圖形ガ全ク重ナリ合フトキハ兩圖形ハ**合同**デアルトイフ。

平行四邊形ハ其ノ對角線ニヨッテ合同ナル二ツノ三角形ニ分ケラレル。

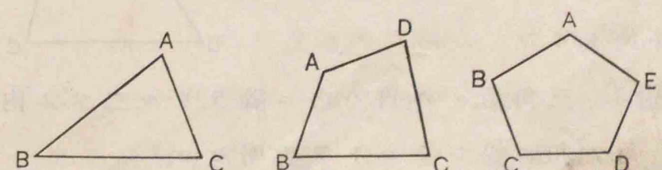
問 3. ドンナ二圓ガ合同デアルカ。

問題 4

1. 直角三角形ノ直角デナイ二ツノ內角ハ互ニ餘角ヲナスコトヲ說明セヨ。
2. 三邊ガ夫々 4.2 cm, 5 cm, 3 cm ノ三角形ヲ二ツ畫キ,之ヲ截抜キ合同デアルコトヲ驗セヨ。
3. 二邊ガ 4 cm, 5 cm デ其ノ夾角ガ 75° デアル二ツノ三角形ハ合同デアルコトヲ驗セヨ。
4. 二ツノ角ガ 60°, 70° デ,其ノ間ノ邊ガ 4 cm デアル二ツノ三角形ハ合同デアルコトヲ驗セヨ。
5. 一邊ノ長サガ 5 cm ナル正方形ヲ畫キ,且其ノ對角線ノ長サヲ測レ。

21. 多角形

三角形ヤ四角形ノヤウニ,幾ツカノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ一般ニ**多角形**トイヒ,其ノ線分ヲ多角形ノ**邊**,二邊ノ夾ム角ヲ多角形ノ**內角**(又ハ單ニ**角**),其ノ頂點ヲ多角形ノ**頂點**トイフ。

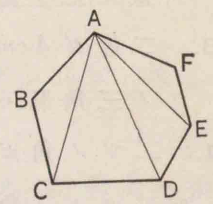


多角形ノ邊ノ數ト角ノ數トハ相等シイ.

多角形ハ其ノ角又ハ邊ノ數ニヨツテ**三角形,四角形,五角形**又ハ**三邊形,四邊形,五邊形**等トイフ。

多角形ハ其ノ頂點ヲ表ハス文字ヲ順ニ並記シ,例ヘバ三角形 ABC, 四邊形 ABCD ノヤウニ呼ブ。

多角形ノ相隣ラザル角ノ頂點ヲ結ブ線分ヲ其ノ**對角線**トイフ。

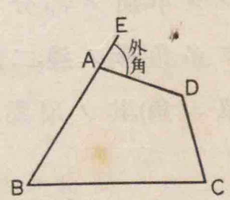


問 1. 四角形ニハ幾ツノ對角線ガ引ケルカ。五角形デハドウカ。一般ニ n 角形デハドウカ。

問 2. n 角形ハ其ノ一頂點カラノ對角線デ幾ツノ三角形ニ分ケラレルカ。

問 3. 前問ヨリ四角形,五角形ノ內角ノ和ヲ求メヨ。一般ニ n 角形ノ內角ノ和ヲ求メル公式ヲ作レ。

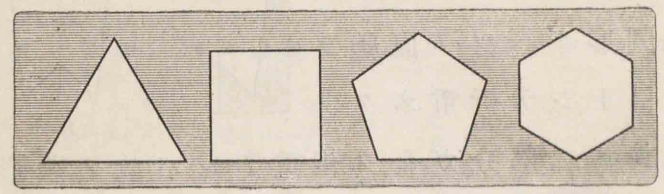
多角形ノ一邊ト之ニ隣ル一邊ノ延長トノナス角ヲ多角形ノ**外角**トイフ。



問 4. 三角形ノ外角ハ之ニ隣ラザル二ツノ內角ノ和ニ等シイコトヲ說明セヨ。

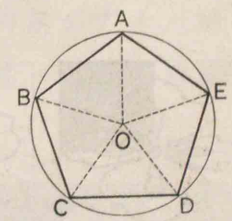
22. 正多角形

正三角形·正方形ノヤウニ,各角及ビ各邊ガ皆等シイ多角形ヲ**正多角形**トイフ。



一般ニ正多角形ヲ畫クニハ,一ツノ圓ヲ畫キ,其ノ圓周ヲ分度器ヲ用ヒテ畫カウトスル邊數ニ等分シ,各分點ヲ順ニ結ベバヨイ。

例ヘバ圓周ヲ5等分シ,其ノ分點 A, B, C, D, E ヲ順ニ結ベバ正五角形 ABCDE ヲ得ル。



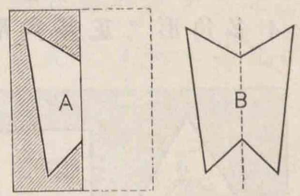
右ノ圖デ,圓ハ正五角形ニ**外接**スルトイヒ,正五角形ハ圓ニ**內接**スルトイフ。

問 1. 半徑 3 cm ノ圓ニ內接スル正六角形ヲ畫ケ。又正八角形ヲ畫ケ。

問 2. 正五角形ノ一ツノ角ノ大サヲ求メヨ。之ヲ利用シテ一邊ガ 3 cm ノ正五角形ヲ畫ケ。

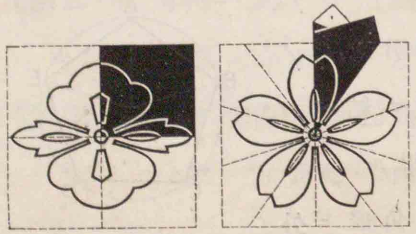
23. 對稱圖形

紙ヲ二ツニ折リ,圖Aノヤウナ形ヲ截抜キ,後之ヲ開ケバBニ示スヤウナ形ヲ得ル。圖Bノヤウニ



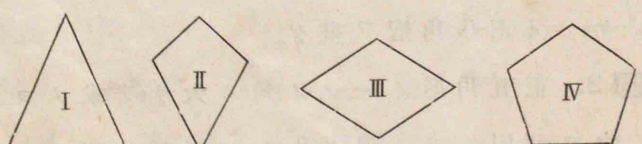
圖形ヲ一ツノ直線ヲ折目トシテ折重ネタトキ,其ノ二部分ガ全ク相重ナレバ,此ノ圖形ハ**直線ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,其ノ直線ヲ對稱ノ**軸**トイフ。

紙ヲ四ツニ折ツテ或形ニ截リ之ヲ擴ゲルト對稱ノ軸ガ二ツアル圖形ヲ得ル。



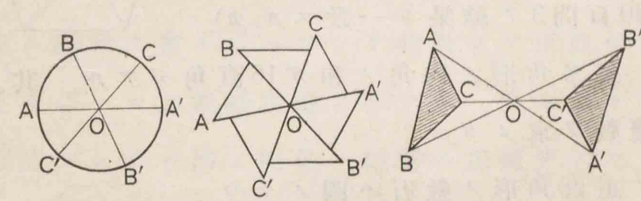
紋章ニハ對稱圖形ガ多イ。此等ノ中ニハ折紙ヲ適當ニ截ツテ作ルコトノ出來ルモノガアル。

問 次ノ圖形ノ對稱ノ軸ヲ引ケ。



圖形ヲ一點ノ周リニ2直角ダケ廻轉スルトキ,原ノ位置ニアル圖形ト全ク相重ナレバ,此ノ圖形ハ**點ニ關シテ對稱**デアルトイフ。

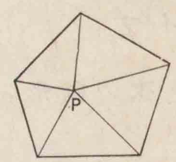
次ノ圖形ハ何レモ點ニ關シテ對稱デアル。



動物·植物又ハ鑛物ナド對稱圖形ヲナスモノハ甚ダ多ク,私達ノ身體モ亦左右對稱デアル。對稱ハ形ノ美ノ一要素デアルカラ,種々ノ工藝·圖案·建築·庭園ナドニ用ヒルコトガ多イ。

問題 5

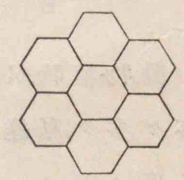
1. n 角形ヲ其ノ内部ノ一點Pト各頂點トヲ結ンデn箇ノ三角形ニ分ケ,之ヨリ内角ノ和ヲ求メヨ。



(40頁問3ノ結果ト一致スルカ)。

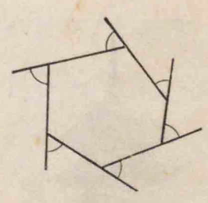
2. 或多角形ノ内角ノ和ガ16直角デアル。其ノ邊數ヲ求メヨ。

3. 正六角形ノ敷石ハ圖ノヤウニ隙間ナク敷キツメルコトガ出來ル。何故カ。正五角形ノ敷石デハドウカ。

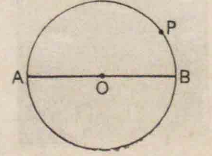


4. 半徑 4 cm ノ圓ニ内接スル正十角形ヲ畫ケ。又其ノ一内角ノ大サヲ測レ。

5. 三角形,四角形,五角形,六角形ノ邊ヲ次々ニ延長シテ生ズル各々ノ外角ノ和ヲ求メヨ。



6. 直徑 AB ニ關スル點 P ノ對稱點及ビ中心 O ニ關スル對稱點ヲ求メヨ。



第二篇　直線圖形

第一章　幾何學ノ研究法

24. 幾何學ノ研究法

今マデハ幾何圖形ノ諸性質ヲ研究スルノニ紙上ニ圖形ヲ畫キ,或ハソレヲ截取ツテ折曲ゲ又ハ重ネ合ハセテ觀察・實驗ヲ行ツタ。然シカヤウナ方法ダケデハ其ノ結果ハ絕對ニ正確デアルトハイヘナイ。ナゼナレバ觀察ニハ誤リノアルコトガアリ,實驗・實測ハ如何程精密ニ行ツテモ幾ラカノ誤差ヲ免レナイ。其ノ上,圖形ニハ種々様々ノモノガアリ又大小無數ニアルカラ一般ニ通ズル性質ヲ知ルタメ,アラユル場合ニ就イテ實驗スルコトハ到底ナシ得ナイ,ノミナラズ少シク複雜ナ場合ニハ一ツノ圖形ニ就イテサヘ其ノ實驗ヲ完成スルコトハ甚ダ困難デアル。

ソレデ今後ハ今マデ學ンダ實驗・實測ヲ補助トシ,主トシテ推理ニヨツテ圖形ノ諸性質ヲ研究スルコトニスル。

25. 定義

談話·文章等ニヨツテ或事柄ヲ正シク述ベルニハ,其ノ一ツ一ツノ言葉ノ意味ヲハツキリサセナケレバナラナイガ,幾何學ノヤウニ嚴密ヲ要スル學問デハ特ニ用語ノ意味ヲ嚴密ニ定メ,誰ニモ同ジ意味ニ解釋サレルコトガ必要デアル。

用語ノ意味ヲ嚴密ニ定メタモノヲ其ノ**定義**トイフ。

例ヘバ「二ツノ直線ガ交ハツテ作ル角ノ中デ向ヒ合フ角ヲ**對頂角**トイフ」ハ對頂角ノ定義デアル。

問 次ノ定義ヲ述ベヨ。

1 三角形　　2 矩形

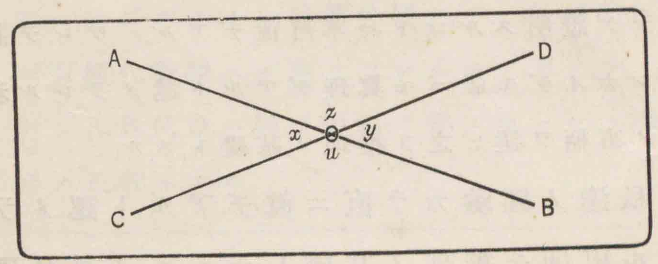
3 平行四邊形　　4 補角

26. 定理

定義及ビ既ニ眞理デアルコトノワカツテキル事柄カラ推論シテ,眞理デアルコトノワカル事柄ヲ**定理**トイヒ,定理ノ眞理デアルコトヲ推論スル方法ヲ**證明**トイフ。

次ニ對頂角ニ關スル定理ト其ノ證明ヲ述ベル。

定理一　二直線ガ交ハルトキハ,其ノ二直線ノ作ル對頂角ハ相等シイ.



題意 二直線 AB, CD ガ O デ交ハツテ作ル二組ノ對頂角ヲ $\angle x$, $\angle y$; $\angle z$, $\angle u$ トシ, $\angle x=\angle y$, $\angle z=\angle u$ デアルコトヲ證明スル。

證明 COD ハ直線デアルカラ

$$\angle x+\angle z=180^\circ \quad (1)$$

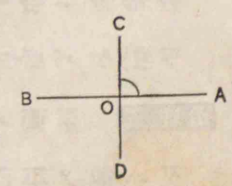
又 AOB モ直線デアルカラ

$$\angle z+\angle y=180^\circ \quad (2)$$

故ニ
$$\angle x=\angle y \quad (3)$$

同様ニシテ $\angle z=\angle u$ デアルコトガワカル。

問 二直線 AB, CD ガ O デ交ハルトキ $\angle$AOC ガ直角デアレバ, $\angle$BOD, $\angle$BOC, $\angle$AOD モ直角デアルコトヲ證明セヨ。



27. 公理

定理ヲ證明スルノニ其ノ基礎トナル全部ノ事柄マデ證明スルコトハ不可能デアル。ソレデ證明シナイデモ誰ニモ眞理デアルト認メラレル若干ノ事柄ヲ選ビ之ヲ推理ノ基礎トスル。

私達ノ經驗カラ直ニ眞デアルト認メラレル事柄デ,推理ノ基礎トナルモノヲ**公理**トイフ。

次ニ幾何學ノ公理ヲ掲ゲル。

公理一 **二點ヲ通ル直線ハ唯一ツシカナイ.**

公理二 **直線ハ二點間ノ最短通路デアル.**

公理三 **同ジ平面上ノ二ツノ點ヲ通ル直線ハ全ク其ノ平面上ニアル.**

公理四 **一ツノ平面上ニアル一ツノ直線ハ其ノ平面ヲ二ツノ部分ニ分ケル. ソシテ其ノ各部分ニ各一點ヲトリ其ノ二點ヲ結ブ直線ヲ引ケバ必ズ初メノ直線ニ交ハル.**

公理五 **平面ハ其ノ任意ノ部分ヲ其ノ平面上又ハ他ノ平面上ニ重ネルト全ク相合スル.**

公理六 **圖形ハ其ノ形及ビ大サヲ變ヘズニ,其ノ位置ダケヲ變ヘルコトガ出來ル.**

次ニ掲ゲルモノハ**普通公理**トイヒ,幾何學ニ限ラズ算術·代數學ニモ用ヒラレルモノデアル。

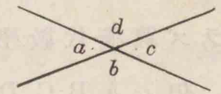
但シ A, B, C, D ハ同ジ種類ノ量ヲ表ハシ m, n ハ任意ノ正數トスル。

[I]	A=C, B=C	デアレバ	A=B
[II]	A>B, B>C	デアレバ	A>C
[III]	A=B	デアレバ	mA=mB
[IV]	A>B	デアレバ	mA>mB
[V]	mA=mB	デアレバ	A=B
[VI]	mA>mB	デアレバ	A>B
[VII]	A=B, C=D	デアレバ	A±C=B±D
[VIII]	A>B, C=D	デアレバ	A±C>B±D
[IX]	A>B, C>D	デアレバ	A+C>B+D

定理一ノ證明デ(3)ハ普通公理 I ニヨッテ(1)ト(2)トカラ得タノデアル。

問　題　6

1. 右ノ圖ニ於テ $\angle a=45°$ ナラバ $\angle b, \angle c, \angle d$ ノ大サハ各々何度カ。

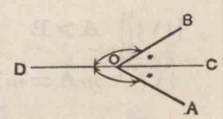


2. 次ノ二ツノ定理ヲ證明セヨ。

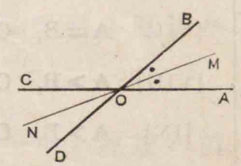
❶ 同ジ角又ハ等シイ角ノ補角ハ相等シイ。

❷ 同ジ角又ハ等シイ角ノ餘角ハ相等シイ。

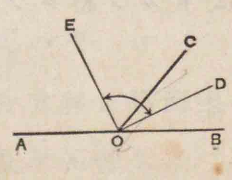
3. $\angle AOB$ ノ二等分線 CO ノ延長ヲ OD トスレバ $\angle BOD=\angle AOD$ デアルコトヲ證明セヨ。



4. $\angle AOB$ ノ二等分線 MO ノ延長ヲ ON トスレバ, ON ハ此ノ角ノ對頂角 COD ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。



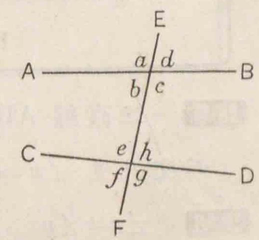
5. 直線 AB 上ノ一點 O カラ出ル直線ヲ OC トシ, $\angle AOC, \angle COB$ ノ二等分線ヲ夫々 OE, OD トスレバ, OE ト OD トハ互ニ垂直デアルコトヲ證明セヨ。



第二章　平行線

28. 錯角・同位角

二直線ガ他ノ一直線ト交ハレバ,其ノ交點ヲ頂點トスル八ツノ角ヲ作ル。此ノ八ツノ角ノ中



$\left.\begin{matrix}\angle b \text{ ト } \angle h \\ \angle c \text{ ト } \angle e\end{matrix}\right\}$ ヲ**錯角**,

$\left.\begin{matrix}\angle a \text{ ト } \angle e,\ \angle b \text{ ト } \angle f \\ \angle d \text{ ト } \angle h,\ \angle c \text{ ト } \angle g\end{matrix}\right\}$ ヲ**同位角**,

$\left.\begin{matrix}\angle b \text{ ト } \angle e \\ \angle c \text{ ト } \angle h\end{matrix}\right\}$ ヲ**同側内角**トイフ。

問 1. 上ノ圖デ相等シイ角ヲイヘ。

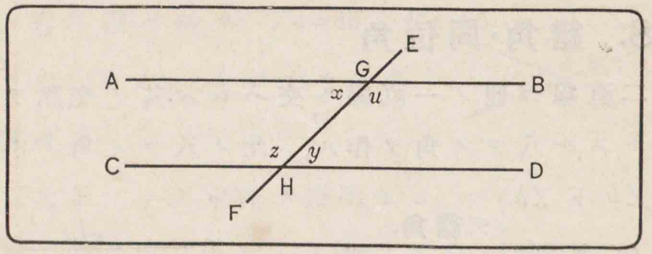
問 2. 上ノ圖デ $\angle b=\angle h$ ナラバ $\angle c=\angle e$ 及ビ $\angle a=\angle e$ デアルコトヲ證明セヨ。

29. 平行線

同一平面上ニアツテ如何程延長シテモ相交ハラナイ二直線ヲ**平行線**トイヒ,此ノ二直線ハ**平行デアル**トイフ。

二直線 AB, CD ガ平行デアルコトヲ $AB \parallel CD$ ト書ク。

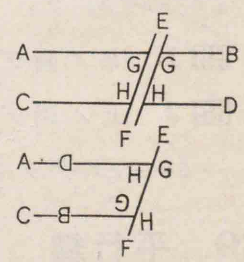
定理二 **二直線ガ一直線ト交ハツテ作ル一組ノ錯角ガ等シイトキハ此ノ二直線ハ平行デアル.**



題意 二直線 AB, CD ガ一直線 EF ト夫々 G, H デ交ハリ $\angle x=\angle y$ トスレバ AB∥CD デアル。

證明 $\angle x=\angle y$ デアルカラ $\angle u=\angle z$

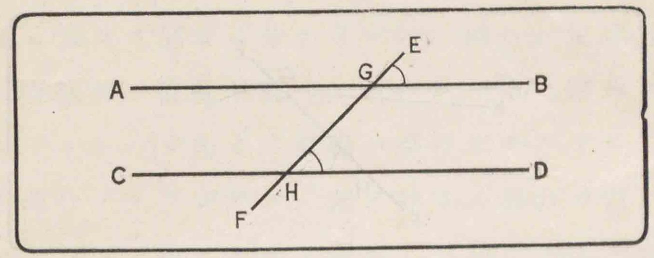
今 EF ニ沿ウテ圖形ヲ二ツノ部分ニ截離シ,右ノ部分ヲ 180° 廻轉シテ左ノ部分ノ上ニ移セバ二ツノ部分ハ全ク相重ナル。



故ニ假ニ二直線 AB, CD ガ右ノ方デ交ハルモノトスレバ左ノ方デモ交ハルコトニナル。即チ二直線 AB, CD ガ二點デ交ハルコトニナル。之ハ公理一ニ背クカラ不合理デアル。

故ニ AB, CD ハ交ハラナイ,即チ平行デアル。

定理三 **二直線ガ一直線ト交ハツテ作ル一組ノ同位角ガ等シイトキハ,此ノ二直線ハ平行デアル.**



證明 圖ニ於テ ∠EGB=∠GHD トスレバ

∠EGB=∠AGH [定理一]

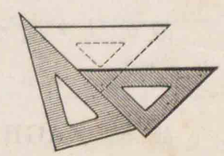
デアルカラ

∠AGH=∠GHD

故ニ定理二ニヨツテ

AB∥CD

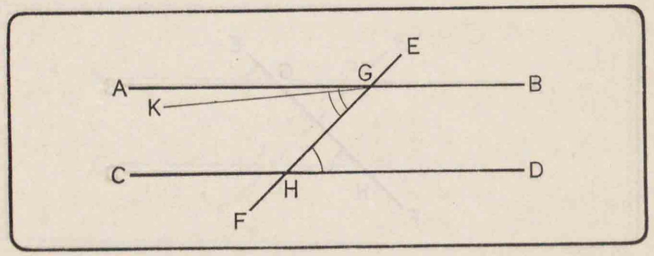
平行線ヲ引クノニ12頁ニ示シタヤウニ一枚ノ三角定木ノ一ツノ縁ヲ他ノ定木ニ當テナガラ滑ラシ,此ノ縁ニ沿ウテ直線ヲ引クノハ同位角ガ等シクナルヤウニスルノデアル。



平行線ニ關シテ次ノ公理ガアル。

公理七 **一直線ト此ノ直線外ノ一點ヲ通リ此ノ直線ニ平行ナル直線ハ唯一ツシカナイ.**

定理四 **ニツノ平行線ガ一ツノ直線ト交ハルトキ作ル錯角ハ相等シイ.**



題意 平行線 AB, CD ガ直線 EF ト夫々 G, H デ交ハルトキハ $\angle AGH=\angle GHD$ デアル。

證明 $\angle AGH$ ト $\angle GHD$ トガ等シクナイトスレバ, G ヲ通リ $\angle GHD$ ニ等シイ $\angle KGH$ ヲ作ル直線 GK ヲ引クコトガ出來ル。

サウスルト　$KG \parallel CD$　［定理二］

トコロガ　$AB \parallel CD$　トキメテアル。

故ニGヲ通ッテCDニ平行ナル二直線ガアルコトニナル。之ハ不合理デアル。［公理七］

故ニ $\angle AGH$ ト $\angle GHD$ トガ等シクナイトシタコトガ誤デアル。

即チ　$\angle AGH=\angle GHD$

問 ニツノ平行線ガ一ツノ直線ト交ハルトキ作ル同位角ハ相等シイコトヲ證明セヨ。

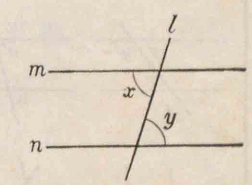
30. 定理ノ形式

コレマデ證明シタ定理ニ就イテ見ルト,ドノ定理モ二ツノ部分ニ分ケラレル。例ヘバ定理二ノ「二直線ガ一直線ト交ハッテ作ル一組ノ錯角ガ等シイトキハ」ト「此ノ二直線ハ平行デアル」トノ二ツノ部分ノヤウデアル。此ノ始メノ部分ハ假ニキメタコトデ,後ノハ此ノ假定カラ起ッテ來ル結果デアル。カヤウニ

始メニ假定スル事柄ヲ**假設**トイヒ,假設ノ結果トシテ必ズ起ッテ來ル事柄ヲ**終結**トイフ。

證明ハ假設カラ終結ヲ得ル理由ノ説明デアル。

次ニ二直線 m, n ガ一直線 l ト交ハッテ作ル一組ノ錯角ヲ x, y トシテ定理二ト定理四トノ題意ヲ書ケバ



定理二 $\begin{cases} \text{假設} & \angle x=\angle y \\ \text{終結} & m \parallel n \end{cases}$　　定理四 $\begin{cases} \text{假設} & m \parallel n \\ \text{終結} & \angle x=\angle y \end{cases}$

カヤウニ一ツノ定理ノ假設ト終結トヲ入レ換ヘタモノヲ原ノ定理ノ逆トイフ。

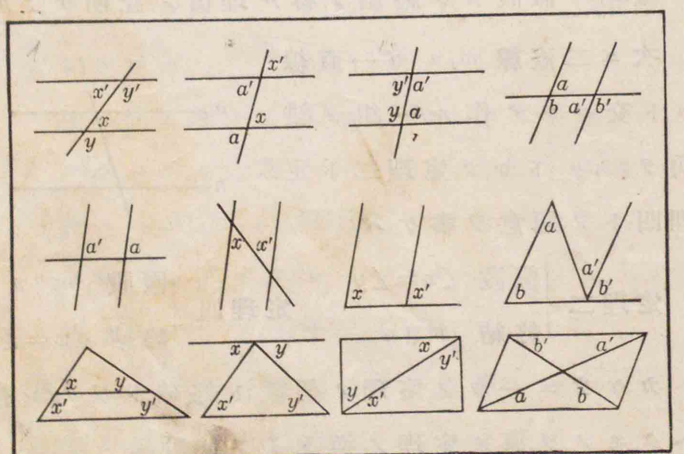
或定理ガ眞デアツテモ其ノ逆ハ必ズシモ眞デアルトハイヘナイ。

例ヘバ「$\angle a$ ト $\angle b$ トガ各々直角ニ等シイトキハ $\angle a$ ト $\angle b$ トハ相等シイ」ハ眞デアルガ,其ノ逆「$\angle a$ ト $\angle b$ トガ相等シイトキハ $\angle a$ ト $\angle b$ トハ各々直角ニ等シイ」ハ眞デナイ。

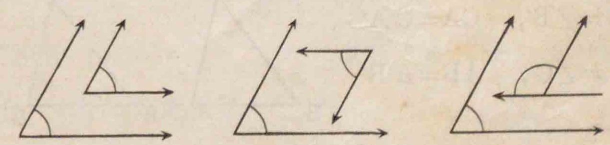
ソレデ或定理ノ逆ガ眞デアルコトヲ主張スルニハ,別ニ之ヲ證明シナケレバナラナイ。

問題 7

1. 次ノ各圖形ニ於テ $x, x'; a, a'$ ノヤウニ同ジ文字デ示ス角ノ名稱ヲ述ベヨ。



2. 定理四ノ問ト定理三トハドンナ關係ニアルカ。
3. 双方ヘ如何程延長シテモ相交ハラズ,而モ平行デナイ二ツノ直線ノ實例ヲ擧ゲヨ。
4. 同一ノ直線ニ垂直ナル二ツノ直線ハ平行デアルコトヲ證明セヨ。
5. 二ツノ平行線ガ一ツノ直線ト交ハツテ作ル八ツノ角ノ中ノ一ツノ角ガ $120°$ デアルトキハ,他ノ七ツノ角ノ大サハ各々何度カ。
6. 二ツノ平行線ガ一ツノ直線ト交ハルトキハ,其ノ同側內角ハ互ニ補角デアルコトヲ證明セヨ。又此ノ逆モ眞デアルコトヲ證明セヨ。
7. 同一ノ直線ニ平行ナル二直線ハ又平行デアルコトヲ證明セヨ。
8. 平行線ノ一ツニ垂直ナル直線ハ他ノ直線ニモ垂直デアルコトヲ證明セヨ。
9. 一ツノ角ノ二邊ガ夫々他ノ角ノ二邊ニ平行デアルトキニ,此ノ二ツノ角ハ相等シイカ又ハ互ニ補角デアルコトヲ證明セヨ。



第三章 三角形ノ合同

31. 合同

問 二ツノ圖形ガ合同デアルトハ如何ナルコトカ。 [38頁參照]

二ツノ圖形ガ合同デアルコトヲ書キ表ハスニハ記號≡ヲ用ヒル。例ヘバ △ABC ト △A′B′C′ トガ合同デアルコトヲ △ABC≡△A′B′C′ ノヤウニ書ク。

二ツノ三角形ガ合同デアルトキハ,兩三角形ノ

(1) 三ツノ角ハ夫々相等シク,

(2) 三ツノ邊ハ夫々相等シイ。

ソシテ

(3) 等シイ角ニ對スル邊ハ相等シク,

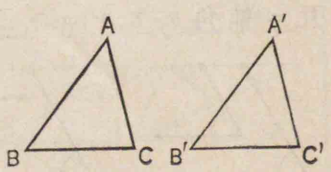
(4) 等シイ邊ニ對スル角ハ相等シイ。

圖ニ示ス △ABC ト △A′B′C′ トガ合同デアレバ

∠A＝∠A′, BC＝B′C′

∠B＝∠B′, CA＝C′A′

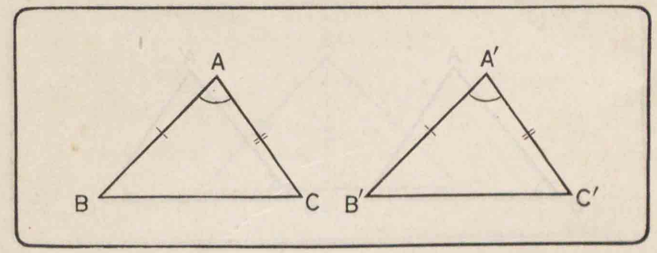
∠C＝∠C′, AB＝A′B′



デアル。

32. 三角形ノ合同(一)

[定理五] **二邊ト其ノ夾角トガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.**



假設 △ABC ト △A′B′C′ トニ於テ

AB＝A′B′, AC＝A′C′, ∠A＝∠A′ トスル。

終結 △ABC≡△A′B′C′

證明 △ABC ヲ △A′B′C′ ノ上ニ置キ, ∠A ノ邊 AB, AC ガ夫々 ∠A′ ノ邊 A′B′, A′C′ ニ重ナルヤウニスルト

AB＝A′B′, AC＝A′C′

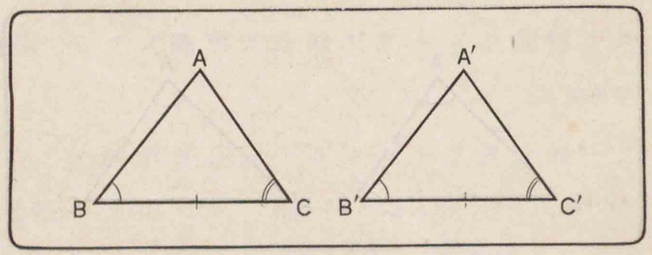
デアルカラ, B ハ B′ ノ上ニ, C ハ C′ ノ上ニ重ナリ,從ツテ邊 BC ハ邊 B′C′ ニ重ナル。

故ニ △ABC≡△A′B′C′

[注意] 上ノヤウニ二ツノ圖形ヲ重ネ合ハセテ證明スル方法ヲ重置法トイフ。

33. 三角形ノ合同(二)

定理六 **二角ト其ノ頂點間ノ邊トガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.**



假設 $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トニ於テ

$\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$, $BC=B'C'$ トスル。

終結 $\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$

證明 $\triangle ABC$ ヲ $\triangle A'B'C'$ ノ上ニ置キ, BC ヲ之ニ等シイ $B'C'$ ノ上ニ重ネ, A ト A' トガ BC ノ同ジ側ニ來ルヤウニスルト

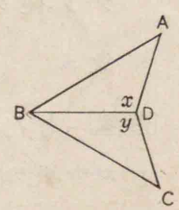
$\angle B=\angle B'$ デアルカラ BA ハ $B'A'$ 上ヘ,

$\angle C=\angle C'$ デアルカラ CA ハ $C'A'$ 上ヘ

重ナリ,從ッテ A ハ A' ト一致スル。

故ニ $\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$

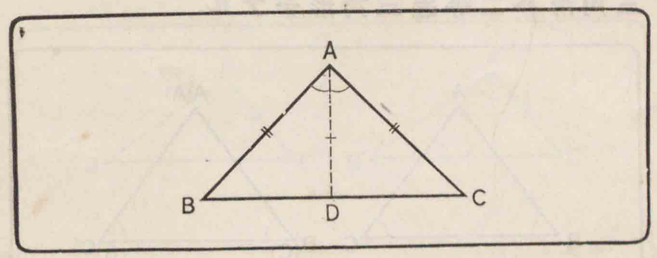
問 圖ノ BD ハ $\angle ABC$ ノ二等分線デ, $\angle x$ ハ $\angle y$ ニ等シイトスレバ $AD=CD$ デアルコトヲ證明セヨ。



34. 二等邊三角形ノ性質

問 1. 二等邊三角形及ビ其ノ底角ノ定義ヲイヘ。

定理七 **二等邊三角形ノ兩底角ハ相等シイ.**



假設 $\triangle ABC$ ニ於テ, $AB=AC$ トスル。

終結 $\angle B=\angle C$

證明 頂角 A ノ二等分線ヲ引キ,之ト底邊 BC トノ交點ヲ D トスレバ, $\triangle ABD$, $\triangle ACD$ ニ於テ

$AB=AC$ [假設]

AD ハ共通

$\angle BAD=\angle CAD$ [作圖]

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$ [定理五]

$\therefore$ $\angle B=\angle C$

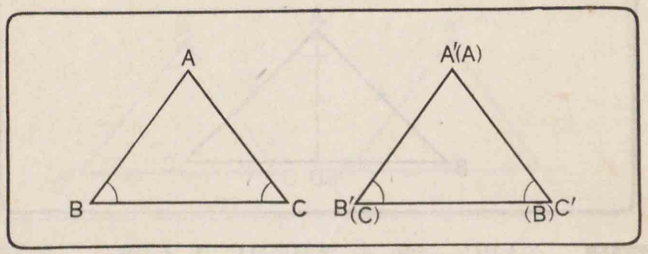
又上ノ證明カラ容易ニ次ノコトガワカル。

$AD\perp BC$ 及ビ $BD=CD$

依ッテ次ノ定理ヲ得ル。

定理八 二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線ハ其ノ底邊ヲ垂直ニ二等分スル.

定理九 三角形ノ二ツノ角ガ等シイトキハ,此ノ三角形ハ二等邊三角形デアル.



假設 $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle B=\angle C$ トスル。

終結 $AB=AC$

證明 $\triangle ABC$ ヲ裏返シタモノヲ $\triangle A'B'C'$ トスレバ

$$\angle B=\angle C=\angle B'=\angle C'$$

$\therefore$ $\angle B=\angle B',\quad \angle C=\angle C'$

又 $BC=B'C'$

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$ 〔定理六〕

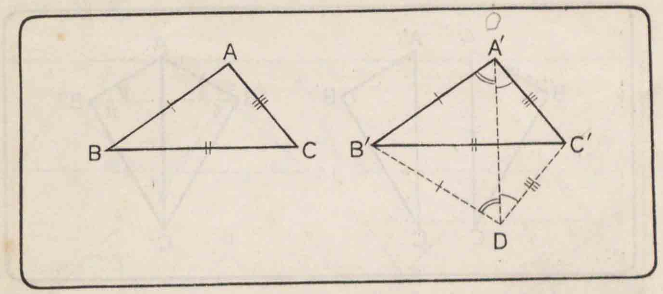
$$AB=A'B'=AC$$

卽チ $AB=AC$

問2. 三角形ノ三ツノ角ガ等シイトキハ,此ノ三角形ハ正三角形デアルコトヲ證明セヨ。

35. 三角形ノ合同(三)

定理十 三邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.



假設 $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トニ於テ

$AB=A'B',\quad BC=B'C',\quad CA=C'A'$ トスル。

終結 $\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$

證明 BC ヲ $B'C'$ ニ重ネ, $\triangle ABC$ ヲ裏返シテ圖ニ於ケル $\triangle DB'C'$ ノ位置ニ置キ, $A'D$ ヲ結ベバ, $\triangle A'B'D$ ト $\triangle A'C'D$ トハ共ニ二等邊三角形デアル。

$\therefore$ $\angle B'A'D=\angle B'DA'$ 〔定理七〕

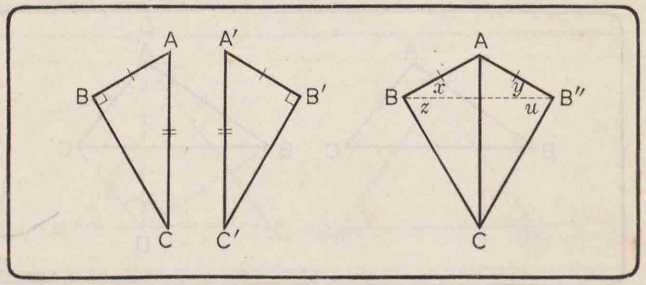
$\angle C'A'D=\angle C'DA'$ 〔定理七〕

$\therefore$ $\angle B'A'C'=\angle B'DC'=\angle BAC$

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$ 〔定理五〕

36. 直角三角形ノ合同

定理十一 **斜邊ト他ノ一邊トガ夫々相等シイ二ツノ直角三角形ハ合同デアル.**



假設 ∠B, ∠B′ ガ夫々直角デアル二ツノ三角形 ABC, A′B′C′ ニ於テ

AC＝A′C′,　AB＝A′B′　トスル。

終結 △ABC≡△A′B′C′

證明 A′C′ ヲ AC ニ重ネ, △A′B′C′ ヲ圖ニ於ケル △AB″C ノ位置ニ置キ, BB″ ヲ結ベバ △ABB″ ハ二等邊三角形デアル。ソレデ

AB＝AB″ デアルカラ $\angle x=\angle y$ [定理七]

又 ∠B＝∠B″ デアルカラ $\angle z=\angle u$ [普通公理]

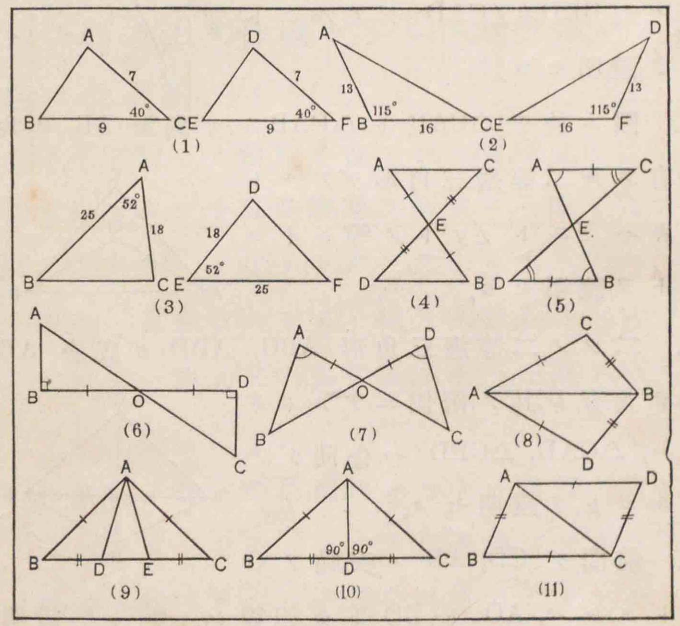
∴　CB＝CB″ [定理九]

∴　△ABC≡△AB″C [定理五又ハ十]

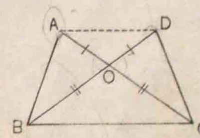
即チ　△ABC≡△A′B′C′

問題 8

1. 次ノ圖形中合同ナル三角形ヲ指摘シ且如何ナル定理ニヨルカヲイヘ。

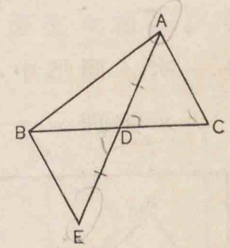


2. 圖ニ於テ AO＝DO, BO＝CO トスレバ, ∠BAC＝∠CDB デアルコトヲ證明セヨ。

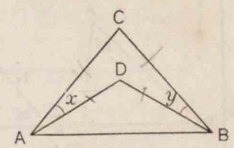


3. 前問ノ圖ニヨリ △ABC ト △DCB トノ合同デアルコトヲ證明セヨ。

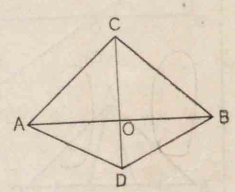
4. 三角形ノ頂點ト其ノ對邊ノ中點トヲ結ブ線分ヲ其ノ**中線**トイフ。△ABCノ中線ADヲ延長シ,之ニ等シクDEヲ取リBEヲ結ブトキハ∠BED=∠CADデアルコトヲ證明セヨ。



5. 圖ニ於テ△CABト△DABトガ底邊ABヲ共有スル二等邊三角形デアルトキハ∠xト∠yトノ等シイコトヲ證明セヨ。

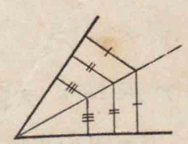


6. 二ツノ二等邊三角形ABC, ABDガ底邊ABヲ共有シ,其ノ兩側ニアルトキハ, △CAD, △CBDハ合同デアルコトヲ證明セヨ。



7. 前問デCD, ABノ交點ヲOトスレバ, AOトBOトガ相等シイコトヲ證明セヨ。

8. 角ノ二邊カラ等距離ニアル點ハ其ノ角ノ二等分線上ニアルコトヲ證明セヨ。



[定理十一參照]

第四章 作圖題

37. 作圖題

與ヘラレタ條件ニ適スル圖形ヲ畫ク幾何學的方法ヲ**作圖**トイヒ,作圖ヲ求メル問題ヲ**作圖題**トイフ。

今マデ種々ノ圖形ヲ畫クニハ,物指・分度器ナドヲモ用ヒタガ,今後作圖題ヲ解クニハ斷リノナイ限リ定木トこんぱすトダケヲ用ヒルモノトスル。

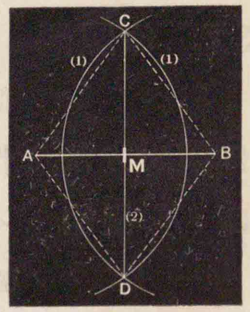
定木ハ直線ヲ引キ又ハ線分ヲ延長スルニ用ヒ,こんぱすハ圓周又ハ弧ヲ畫キ或ハ距離ヲ移スタメニ用ヒル。

作圖題ノ幾何學的解法デハ先ヅ作圖ノ方法ヲ示シ,次ニ其ノ方法ニヨツテ得タ圖形ガ與ヘラレタ條件ニ適スルコトヲ證明セネバナラナイ。

次ニ述ベル作圖題ノ作圖ノ多クハ既ニ前篇デ學ンダモノデアルガ,何レモ基本ノ作圖題デ他ノ作圖題ニモ屢〻利用サレル重要ナモノデアル。ソレデコヽニ再錄シ且其ノ幾何學的解法ヲ研究シヨウ。

作圖題 一　與ヘラレタ線分ヲ二等分セヨ.

題意　與ヘラレタ線分ヲABトスル。ABヲ二等分セヨ。



作圖　❶ ABノ兩端ヲ中心トシ,等シイ半徑デ相交ハル二ツノ弧ヲ畫キ,其ノ交點ヲC, Dトスル。

❷ CDヲ結ビ, ABトノ交點ヲMトスレバ, Mハ求メル點デアル。

證明　AC, BC, AD及ビBDヲ結ブト

$\triangle ACD \equiv \triangle BCD$　　[定理十]

$\therefore$　$\angle ACD = \angle BCD$

故ニCDハ$\angle ACB$ノ二等分線デアル。

ソシテ$\triangle CAB$ハ二等邊三角形デ$\angle ACB$ハ其ノ頂角デアル。　　[作　圖]

$\therefore$　　$AM = MB$　　[定理八]

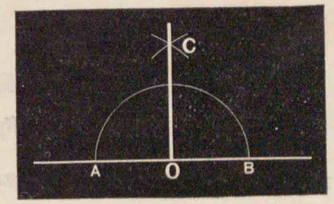
故ニCDハABヲ二等分スル。

作圖題 二　與ヘラレタ角ノ二等分線ヲ引ケ.

第17節(29頁)ニヨツテ作圖シ,定理十ニヨツテ證明セヨ。

作圖題 三　與ヘラレタ直線上ノ與ヘラレタ點カラ其ノ直線ニ垂線ヲ引ケ.

題意　ABヲ與ヘラレタ直線トシ, Oヲ其ノ上ノ與ヘラレタ點トスル。OカラABニ垂線ヲ引ケ。



作圖　(第18節[1]ヲ見ヨ。)

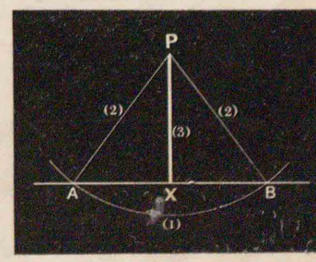
證明　(各自ニ證明セヨ。)

注意　求メル垂線ヲOCトスレバOCハ平角AOBノ二等分線デアルカラ,直線AB上ノ點OデABニ垂直ナル直線ハ一ツシカナイ。

問　22.5°ノ角ヲ作レ。

作圖題 四　與ヘラレタ直線外ノ與ヘラレタ點カラ其ノ直線ヘ垂線ヲ引ケ.

題意　與ヘラレタ直線ヲABトシ,與ヘラレタ點ヲPトスル。PカラABヘ垂線ヲ引ケ。



作圖　(第18節[2]ヲ見ヨ。)

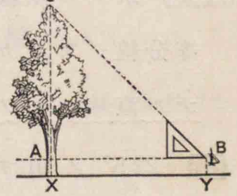
證明　(定理八ニヨツテ各自ニ證明セヨ。)

作圖題 五　與ヘラレタ直線上ノ一點ニ於テ其ノ直線ヲ一邊トシ與ヘラレタ角ニ等シイ角ヲ作レ.

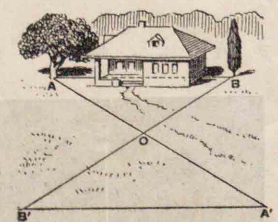
第16節ニヨツテ作圖シ之ヲ證明セヨ。

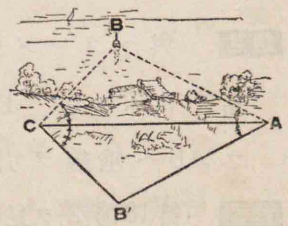
問題 9

1. 三邊ヲ知ツテ三角形ヲ作レ。
2. 與ヘラレタ線分ヲ直徑トスル圓ヲ畫ケ。
3. 與ヘラレタ點ヲ通リ,與ヘラレタ直線ニ平行ナ直線ヲ引ケ。
4. 直角二等邊三角形ノ定木ヲ用ヒテ立木ノ高サヲ測ル方法ヲ考ヘヨ。



5. 下圖ニ就イテ二點 A,B ノ距離ヲ間接ニ測ル方法ヲ工夫セヨ。



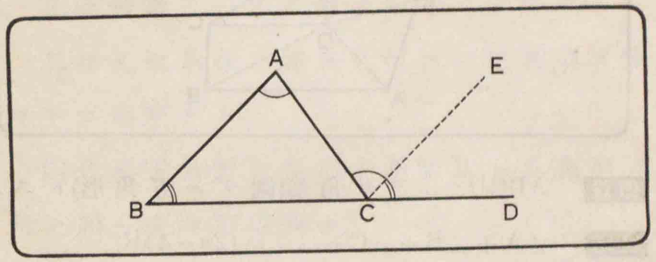


第五章　三角形ノ角ト邊

38. 三角形ノ内角ト外角

問 三角形ノ内角ト外角トノ定義ヲ述ベヨ。

定理十二　三角形ノ外角ハ之ニ隣ラナイ内角ノ和ニ等シイ.



假設 $\triangle ABC$ ノ C ニ於ケル外角ヲ $\angle ACD$ トスル。

終結 $\angle ACD = \angle A + \angle B$

證明 C カラ BA ニ平行ニ CE ヲ引ケバ

$\angle ACE = \angle A,\quad \angle ECD = \angle B$　〔定理四ト問〕

故ニ　$\angle ACE + \angle ECD = \angle A + \angle B$

即チ　$\angle ACD = \angle A + \angle B$

他ノ外角ニ就イテモ同樣ニ證明サレル。

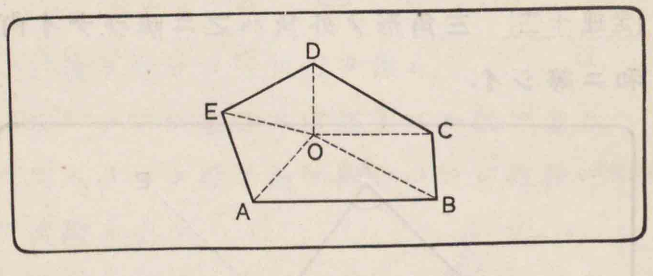
上ノ定理カラ直ニ次ノ定理ヲ得ル。

定理十三　三角形ノ内角ノ和ハ2直角ニ等シイ.

39. 多角形ノ内角ノ和

問 1. 多角形及ビ其ノ内角・外角ノ定義ヲ述ベヨ。

定理十四 n 角形ノ内角ノ和ハ $(2n-4)$ 直角ニ等シイ.



假設 ABCD……ヲ n 角形(圖デハ五角形)トスル。

終結 $\angle A+\angle B+\angle C+\ldots\ldots=(2n-4)R\llcorner$

證明 形内ノ一點ト各頂點トヲ結ブト n 角形ハ n 箇ノ三角形ニ分ケラレル。此等ノ三角形ノ内角ノ總和ハ $2nR\llcorner$ デアル。之ハモトノ多角形ノ内角ノ和ニ點 O ノ周リニアル角ノ和デアル $4R\llcorner$ ヲ加ヘタモノニ等シイ。

即チ $(\angle A+\angle B+\angle C+\ldots\ldots)+4R\llcorner=2nR\llcorner$

$\therefore\quad \angle A+\angle B+\angle C+\ldots\ldots=(2n-4)R\llcorner$

問 2. 一ツノ頂點カラ引ケルダケノ對角線ヲ引キ,上ノ定理ヲ證明セヨ。

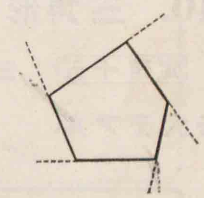
問題 10

1. 三角形ノ二角ノ大サガ次ノヤウナラバ,第三角ノ大サハ各〻何度カ。

❶ 50°, 70° ❷ 30°, 60°

❸ 30°, 90° ❹ 25°, 120°

2. 正三角形ノ一ツノ角ノ大サハ何度カ。
3. 二ツノ直角又ハ鈍角ヲ有スル三角形ヲ作ルコトガ出來ルカ。
4. 四角形,五角形,六角形,七角形及ビ八角形ノ内角ノ和ハ夫々何直角カ。
5. n 角形ノ總テノ邊ヲ順次ニ延長シテ作ツタ外角ノ總和ハ何直角デアルカ。

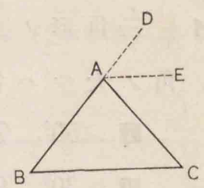


6. 二ツノ三角形ニ於テ二角ガ夫々相等シイトキハ第三角モ亦相等シイコトヲ證明セヨ。*
7. 二角ガ夫々相等シク且其ノ一組ノ相等シイ角ニ對スル邊ガ相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル。

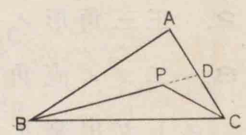
* 以下,證明問題デハ「コトヲ證明セヨ」ノ語ヲ省略スルコトモアル。

8. 斜邊ト一鋭角トヲ夫々等シクスル二ツノ直角三角形ハ合同デアル。

9. 二等邊三角形ノ頂點ヲ通リ底邊ニ平行ナル直線ヲ引ケバ,此ノ直線ハ頂角ノ外角ヲ二等分スル。 [定理四參照]

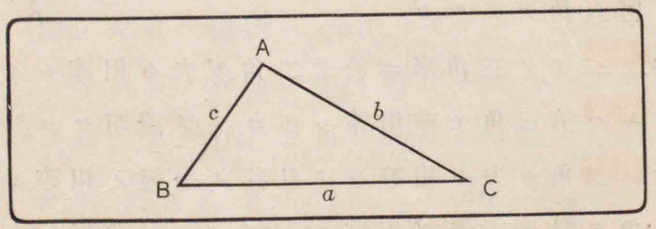


10. △ABC 内ニ一點 P ヲトレバ, ∠BPC ハ ∠BAC ヨリ大デアル。



40. 三角形ノ二邊ノ和

定理十五　三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリモ大デアル.



公理二ニヨッテ本定理ハ明ラカデアル。

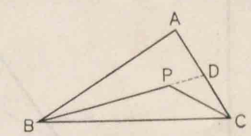
注意　△ABC デハ一般ニ角 A, B, C ノ對邊ヲ夫々 a, b, c デ表ハス。サウスルト $a+b>c$ $a+c>b$, $b+c>a$.

問 1. 三角形ノ二邊ノ差ハ他ノ一邊ヨリ小デアル。

問 2. △ABC ノ内部ニ一點 P ヲトレバ

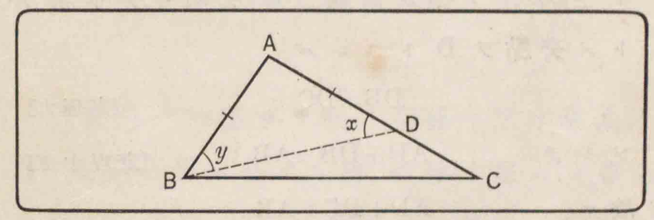
AB+AC>PB+PC

デアル。



41. 三角形ノ角ト邊トノ大小

定理十六　三角形ノ二ツノ邊ガ等シクナイトキハ,大邊ノ對角ハ小邊ノ對角ヨリモ大デアル.



假設　△ABC ニ於テ AC>AB トスル。

終結　∠B>∠C

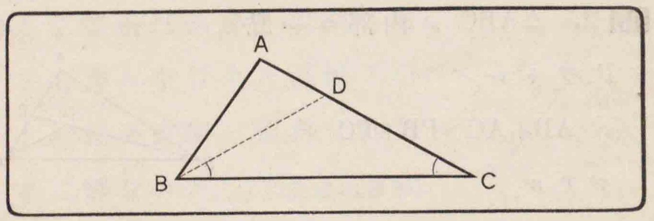
證明　AC 上ニ AD=AB ナルヤウニ點 D ヲ求メ, BD ヲ結ベバ　$\angle y=\angle x$　[定理七]

然ルニ　$\angle x=\angle C+\angle DBC$　[定理十二]

故ニ　$\angle y>\angle C$

從ッテ　∠B>∠C　[普通公理II]

定理十七 **三角形ノ二角ガ等シクナイトキハ,大角ノ對邊ハ小角ノ對邊ヨリモ大デアル.**



假設 △ABC ニ於テ ∠B>∠C トスル。

終結 AC>AB

證明 ∠B>∠C デアルカラ ∠B内ニ ∠C ニ等シイ ∠DBC ヲ作ル直線 BD ヲ引キ,之ト邊 AC トノ交點ヲ D トスレバ

DB=DC [定理九]

ソシテ AD+DB>AB [定理十五]

故ニ AD+DC>AB

即チ AC>AB

問1. 直角三角形ノ斜邊ハ他ノ邊ヨリモ大デアル。

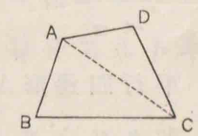
問2. 鈍角三角形ノ鈍角ノ對邊ハ他ノ邊ヨリモ大デアル。

問3. △ABC ニ於テ AB>AC デアルトキ BC 上ノ任意ノ點ヲ D トスレバ AD<AB デアル。

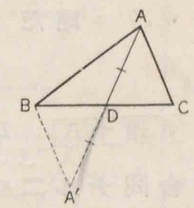
問題 11

1. 三角形ノ最大邊ニ對スル角ハ 60° ヨリモ大デアル。

2. 四邊形 ABCD ニ於テ邊 BC ハ最大デ,邊 AD ハ最小デアルトスレバ, ∠A>∠C デアル。



3. 三角形ノ中線ガコレト隣ル二邊ノ中,小ナル邊トナス角ハ大ナル邊トナス角ヨリモ大デアル。



4. 直線外ノ一點カラ此ノ直線ニ至ル線分ノ中, ❶ 垂線ハ最モ短ク, ❷ 垂線ノ足カラ等距離ニアル點ヲ足トスル二ツノ斜線ハ相等シク, ❸ 垂線ノ足カラ大ナル距離ニアル點ヲ足トスル斜線ハ,小ナル距離ニアル點ヲ足トスル斜線ヨリモ大デアル。

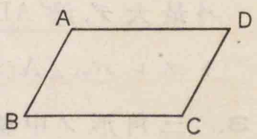
5. 點ト直線トノ距離トハ何ヲ指スカ。

第六章　平行四邊形

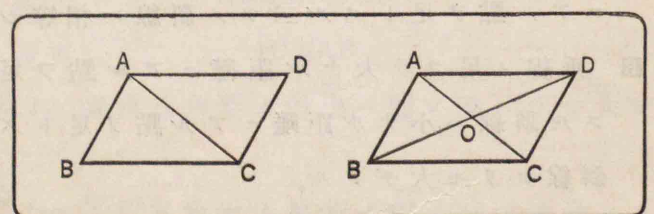
42. 平行四邊形

問 1. 平行四邊形,矩形,正方形,菱形ノ定義ヲ述ベヨ。

平行四邊形ABCDヲ▱ABCDト書キ,又之ヲ▱AC或ハ▱BDノヤウニ略記スルコトモアル。



定理十八　**平行四邊形ニ於テ,[1] 對角線ハ之ヲ合同ナル二ツノ三角形ニ分ケ,[2] 相對スル邊ハ相等シク,[3] 相對スル角ハ相等シク,[4] 二ツノ對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル.**

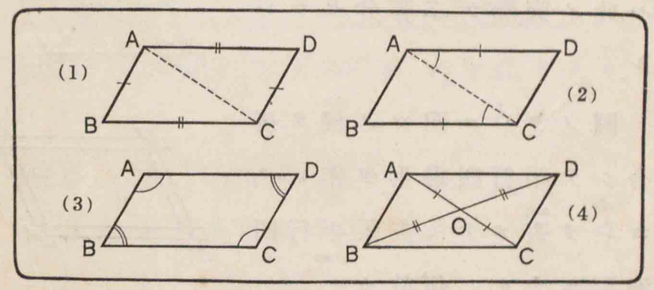


證明　(各自ニ證明セヨ。)

問 2. 矩形ノ二ツノ對角線ハ相等シイコトヲ證明セヨ。

43. 平行四邊形トナル條件

定理十九　**四邊形ニ於テ [1] 二組ノ對邊ガ夫夫相等シイトキ, [2] 一組ノ對邊ガ相等シク且平行デアルトキ, [3] 二組ノ對角ガ夫々相等シイトキ, [4] 二ツノ對角線ガ互ニ他ヲ二等分スルトキハ,此ノ四邊形ハ平行四邊形デアル.**



證明　(各自ニ證明セヨ。)

問　矩形,正方形,菱形ガ平行四邊形デアルコトヲ證明セヨ。

問題　12

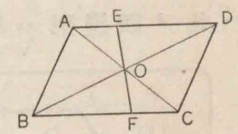
1. 平行四邊形ノ一ツノ角ガ 60° ナルトキハ,他ノ角ノ大サハ各々何度カ。

2. 平行線ノ共通垂線ガ其ノ平行線ノ間ニアル部分ノ長サハ一定デアル。

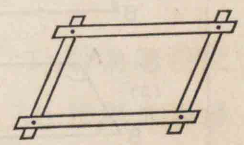
注意 平行線間ニアル其ノ共通垂線ノ部分ノ長サヲ其ノ平行線ノ距離トイフ。

3. ▱ABCD ノ邊 BC, AD ノ中點ヲ夫々 E, F トスレバ EF ハ AB, CD ニ平行デアル。

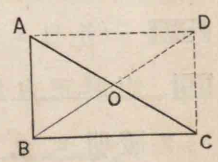
4. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ通ル直線ガ對邊ニヨツテ截取ラレル部分ハ,此ノ交點デ二等分セラレル。



5. 圖ノヤウニ四ツノ棧(サン)ヲ接合シテ平行四邊形ヲ作レバ,コレヲ歪(ユガ)メテモ矢張平行四邊形ニナル。何故カ。



6. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ三ツノ頂點カラ等距離ニアル。



7. 菱形ノ對角線ハ互ニ垂直ニ二等分スル。

8. 次ノモノヲ知ツテ平行四邊形ヲ作レ。

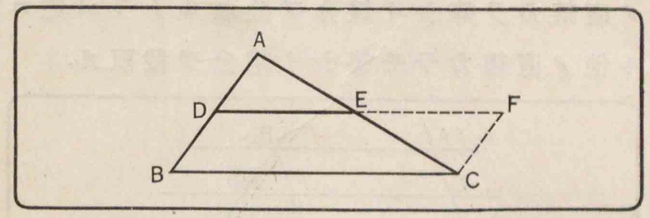
❶ 二隣邊ト一對角線。 ❷ 一邊ト兩對角線。

9. 兩對角線ヲ知ツテ菱形ヲ作レ。

10. 對角線ヲ知ツテ正方形ヲ作レ。

44. 平行線ニ關スル定理

定理二十 **三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ第三邊ニ平行デ且其ノ半分ニ等シイ.**



假設 △ABC ノ二邊 AB, AC ノ中點ヲ夫々 D, E トスル。

終結 $DE \parallel BC$, $DE=\frac{1}{2}BC$

證明 DE ヲ延長シテ EF ヲ DE ニ等シクトリ, CF ヲ結ベバ $\triangle ADE \equiv \triangle CFE$ [定理五]

$\therefore \quad \angle ADE=\angle F$

故ニ $AD \parallel CF$ 從ツテ $BD \parallel CF$

又 $AD=CF$ 從ツテ $BD=CF$

故ニ DBCF ハ平行四邊形デアル。[定理十九]

$\therefore \quad DE \parallel BC$

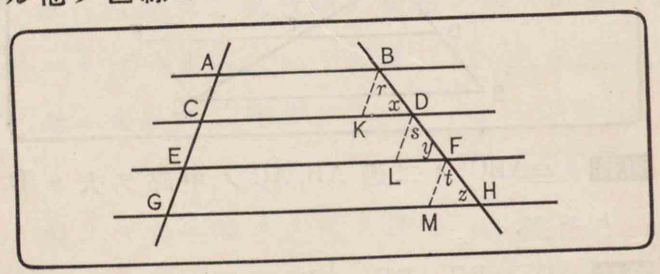
又 $DF=BC$

然ルニ $DE=\frac{1}{2}DF$ [作圖]

$\therefore \quad DE=\frac{1}{2}BC$

【定理二十一】 **三角形ノ一邊ノ中點ヲ通リ他ノ邊ニ平行ニ引イタ直線ハ第三邊ノ中點ヲ通ル.**

【定理二十二】 **幾ツカノ平行線ガ之ニ交ハルーツノ直線カラ等シイ線分ヲ截取ルナラバ,之ニ交ハル他ノ直線カラモ等シイ線分ヲ截取ル.**



假設 AG, BH ガ平行線 AB, CD, EF, GH ト夫々 A, C, E, G; B D, F, H デ交ハリ AC=CE=EG トスル。

終結 BD=DF=FH

證明 B, D, F ヲ通リ夫々 AG ニ平行ニ BK, DL, FM ヲ引ケバ四邊形 AK, CL, EM ハ皆平行四邊形デアル。

∴ BK=AC, DL=CE, FM=EG [定理十八]

然ルニ AC=CE=EG

∴ BK=DL=FM

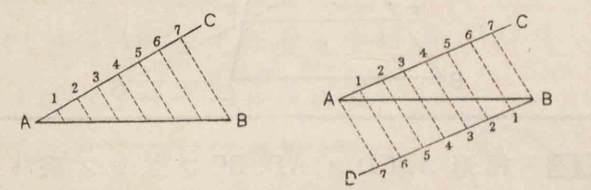
又 BK ∥ DL ∥ FM

∴ $\angle r=\angle s=\angle t$; $\angle x=\angle y=\angle z$

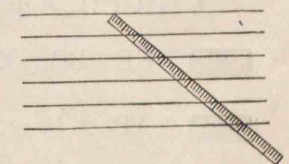
∴ △BKD≡△DLF≡△FMH [73頁問題 7]

∴ BD=DF=FH

問1. 次ノ圖ハ共ニ定木トこんぱすトヲ用ヒテ線分ヲ任意ニ等分スル方法ヲ示ス。之ニ倣ツテ 8*cm* ノ線分ヲ 7 等分セヨ。

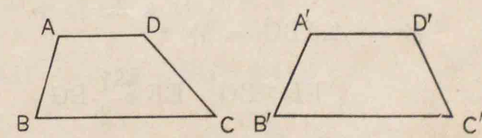


問2. 圖ニ就イテ布ヲ簡單ニ五等分スル方法ヲ工夫セヨ。



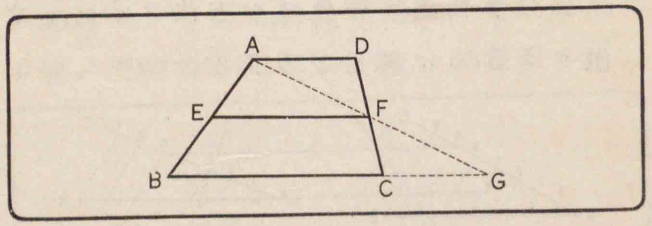
45. 梯形

問1. 梯形ノ定義ヲ述ベヨ。



梯形デハ平行ナル二邊ヲ其ノ**底**(一ツヲ**上底**,他ヲ**下底**)トイヒ,下底ノ兩端ノ角ヲ其ノ**底角**トイフ。梯形デ底デナイ二邊ガ等シイモノヲ**等脚梯形**又ハ**二等邊梯形**トイフ。

定理二十三 梯形ノ平行デナイ二邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ底ニ平行デ且兩底ノ和ノ半分ニ等シイ.



假設 梯形 ABCD ノ AD, BC ヲ二ツノ底トシ,二邊 AB, CD ノ中點ヲ夫々 E, F トスル。

終結 $EF \parallel BC,\quad EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$

證明 AF ヲ結ビ,其ノ延長ト BC ノ延長トノ交點ヲ G トスレバ

$\triangle FCG \equiv \triangle FDA$ [定理六]

$\therefore$ $AF=FG$ 及ビ $AD=CG$

故ニ $\triangle ABG$ ニ於テ

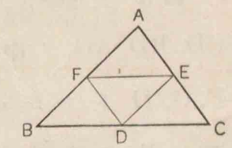
$EF \parallel BG,\quad EF=\frac{1}{2}BG$ [定理二十]

即チ $EF \parallel BC,\quad EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$

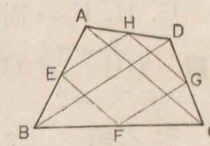
問 2. 上ノ圖デ AD ガ 14 *cm*, BC ガ 30 *cm* アルトスレバ, EF ハ何糎アルカ。

問題 13

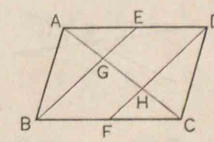
1. 三角形ノ三邊ノ中點ヲ結ベバ,此ノ三角形ハ合同ナル四ツノ三角形ニ分ケラレル。



2. 四邊形 ABCD ノ各邊ノ中點 E, F, G, H ヲ順次ニ結ブトキニ出來ル四邊形 EFGH ハ平行四邊形デアル。ソシテ其ノ周ハ對角線 AC, BD ノ和ニ等シイ。



3. ▱ABCD ノ二邊 AD, BC ノ中點ヲ夫々 E, F トシ, BE, DF ヲ結ビ,之ト對角線 AC トノ交點ヲ夫々 G, H トスレバ,



❶ EBFD ハ平行四邊形デアル。

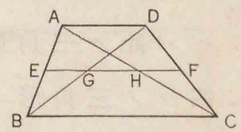
❷ $AG=\frac{1}{2}AH$ ❸ $EG=\frac{1}{2}DH$

❹ $CH=\frac{1}{2}CG$ ❺ $AG=GH=HC$

4. 等脚梯形ノ兩底角ハ相等シク,對角ハ補角ヲナス。

5. 等脚梯形ノ上底ガ底デナイ邊ニ等シイトキハ,對角線ハ底角ヲ二等分スル。

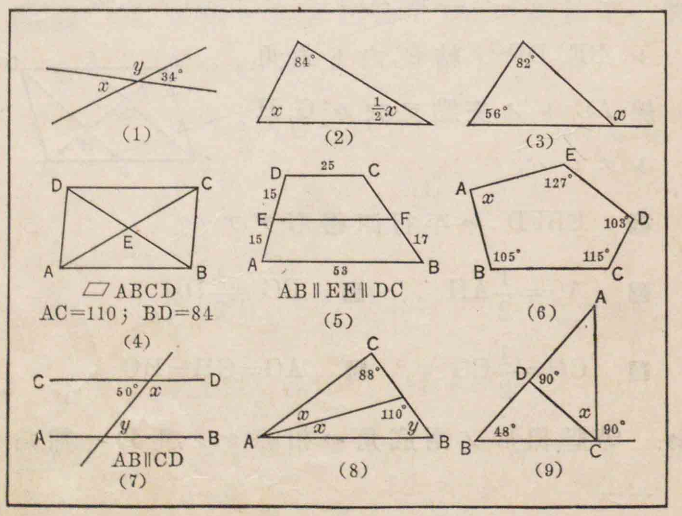
6. 梯形 ABCD ニ於テ AD, BC ヲ兩底トシ, AB, CD, BD, AC ノ中點ヲ夫々 E, F, G, H トスレバ,



❶ E ヲ通ツテ BC ニ平行ナル直線ハ G, H, F ヲ通ル。從ツテ四點 E, G, H, F ハ同一ノ直線上ニアル。

❷ $GH=\frac{1}{2}(AD\sim BC)$

7. 次ノ圖ノ $\angle x$, $\angle y$, AE, EC 等ノ大サヲワカルダケ求メヨ。

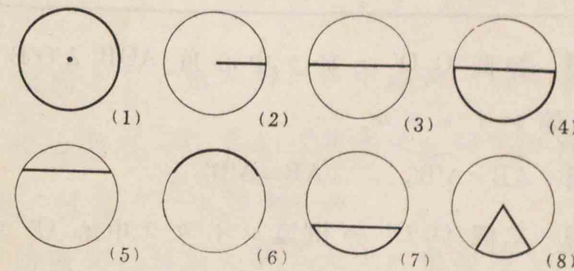


第三篇 圓

第一章 中心角・圓周角

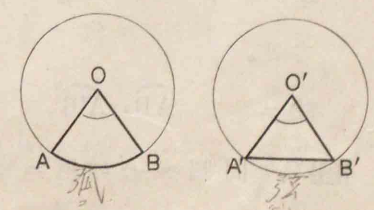
46. 中心角

問1. 次ノ圖ニ於テ太イ線デ示シテアル部分ノ名稱ヲイヘ。



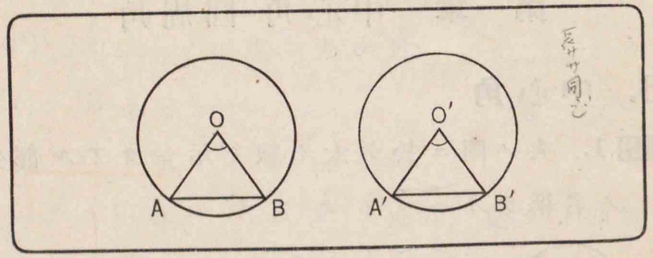
圓ノ二ツノ半徑ノ夾ム角ヲ**中心角**トイフ。

中心角ハ其ノ二邊ノ間ニ夾マレル弧又ハ弦ノ上ニ**立ツ**トイヒ,此ノ弧又ハ弦ハ其ノ上ニ立ツ中心角ニ**對スル**トイフ。



例ヘバ上ノ圖ニ於テ中心角 AOB, A′O′B′ ハ夫々弧 AB, 弦 A′B′ ノ上ニ立チ,弧 AB, 弦 A′B′ ハ夫々中心角 AOB, A′O′B′ ニ對スル。弧 AB ヲ $\overset{\frown}{AB}$ トモ書ク。

定理 二十四 **同圓又ハ等圓ニ於テ,等シイ中心角ニ對スル弧(又ハ弦)ハ相等シイ.**



假設 等圓 O, O′ ニ於テ,中心角 AOB, A′O′B′ ガ相等シイトスル。

終結 $\widehat{AB}=\widehat{A'B'}$, $AB=A'B'$

證明 二圓 O, O′ ハ相等シイカラ,中心 O′ ヲ O ニ重ネルトキハ,此ノ兩圓ハ全ク重ナル。

故ニ O′A′ ヲ OA ノ上ニ重ネルトキハ,中心角 A′O′B′ ガ AOB ニ等シイカラ O′B′ ハ OB ニ重ナル。

故ニ $\widehat{AB}=\widehat{A'B'}$, $AB=A'B'$

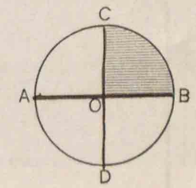
問 2. 同圓デハ如何ニシテ證明スレバヨイカ。

次ノ定理ハ容易ニ證明セラレル。各自ニ試ミヨ。

定理 二十五 **同圓又ハ等圓ニ於テ,等シイ弧ニ對スル中心角及ビ弦ハ相等シイ.**

問題 14

1. 二ツノ直徑デ圓周ヲ四等分セヨ。圓周ノ $\frac{1}{4}$ ノ弧ニ對スル中心角ハ何度カ。



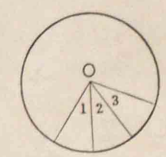
二ツノ直徑デ四等分セラレタ圓ノ各部分ヲ**四分圓**(又ハ**象**(シヤウ)**限**(ゲン))トイフ。

2. 圓周ノ $\frac{1}{6}$ ノ弧ニ對スル中心角ハ何度カ。

3. 中心角ガ 36° ナラバ其ノ角ニ對スル弧ハ圓周ノ何分ノ一ニ等シイカ。

4. 同圓又ハ等圓ニ於テ大ナル中心角ニ對スル弧ハ小ナル中心角ニ對スル弧ヨリモ大デアル。

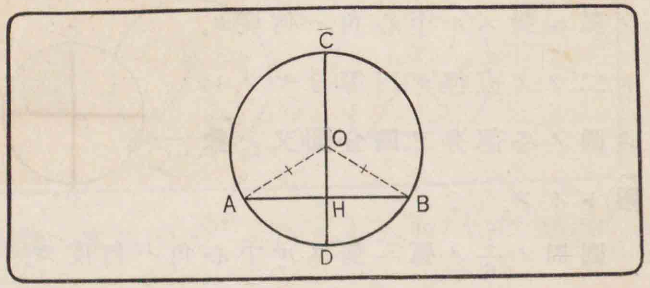
5. 同ジ圓ニ於テ,一ツノ中心角ヲ2倍,3倍,……ニスレバ,之ニ對スル弧モ亦原ノ2倍,3倍,……トナル。



6. 同ジ圓ノ一ツノ弧ヲ2倍スレバ,之ニ對スル弦モ原ノ弦ノ2倍トナルカ。

47. 圓ノ中心ト弦

定理二十六 **弦ニ垂直ナル直徑ハ此ノ弦及ビ之ニ對スル弧ヲ二等分スル.**



假設 圓 O ノ直徑 CD ガ弦 AB ニ H ニ於テ垂直ニ交ハルトスル。

終結 AH=HB, $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$

證明 OA, OB ヲ結ベバ

$\triangle OAH \equiv \triangle OBH$ [定理十一]

∴ AH=HB

又 $\angle AOH=\angle BOH$

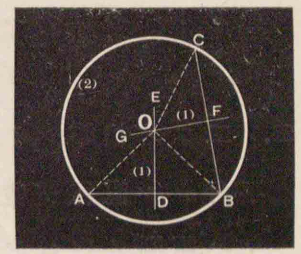
∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$ [定理二十四]

問 1. 圓ノ中心ト弦ノ中點トヲ通ル直線ハ此ノ弦ニ垂直デアル。

問 2. 弦ノ垂直二等分線ハ其ノ圓ノ中心ト其ノ弦ニ對スル弧ノ中點トヲ通ル。

作圖題六 **與ヘラレタ圓ノ中心ヲ求メヨ.**

題意 與ヘラレタ圓ヲ ABC トシ,其ノ中心ヲ求メヨ。



作圖 任意ノ二弦 AB, BC ヲ引イテ, AB, BC ニ夫夫垂直二等分線 DE, FG ヲ引キ,其ノ交點ヲ O トスレバ,O ハ求メル中心デアル。

證明 DE ハ弦 AB ノ垂直二等分線デアルカラ,此ノ圓ノ中心ヲ通ル。 [定理二十六問2]

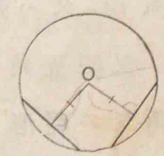
同様ニ FG モ圓ノ中心ヲ通ル。

故ニ DE, FG ノ交點 O ハ求メル圓ノ中心デアル。

問題 15

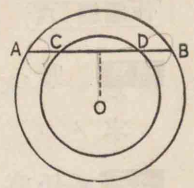
1. 三角形ノ三ツノ頂點ヲ通ル圓ヲ畫ケ。

2. 同圓又ハ等圓ニ於テ,中心カラ等距離ニアル弦ハ相等シイ。

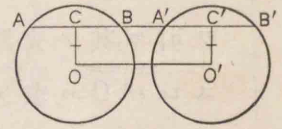


3. AB, CD ガ同ジ圓ノ二ツノ直徑デアレバ,弦 AC ハ弦 BD ニ等シイ。

4. 二ツノ同心圓ニ於テ大圓ノ弦 AB ガ小圓ノ周ト C, D デ交ハルトキハ AC ハ BD ニ等シイ。



5. 二ツノ相等シイ圓ヲ其ノ中心ヲ結ブ直線ニ平行ナル直線デ截ルトキハ,兩圓ノ内ニアル此ノ直線ノ部分ハ相等シイ。

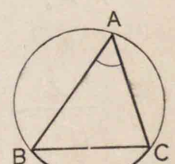


(OO′C′C ガ矩形デアルコトニ注意セヨ)

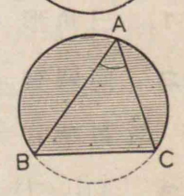
48. 圓周角

圓周上ノ一點カラ引イタ二ツノ弦ノ夾ム角ヲ**圓周角**トイフ。

圓周角ハ其ノ二邊ノ間ニ夾マレル弧又ハ弦ノ上ニ**立ツ**トイフ。

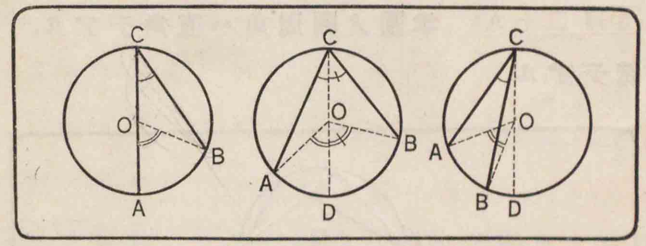


例ヘバ右ノ圖デ圓周角 BAC ハ弧 BC 又ハ弦 BC ノ上ニ立ツ。



又圓周角 BAC ヲ**弓形** BAC **ノ角**又ハ**弓形** BAC **ノ含ム角**トモイフ。

定理二十七 **圓周角ハ之ニ對スル弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シイ.**



假設 圓 O ニ於テ $\overset{\frown}{AB}$ ノ上ニ立ツ圓周角ト中心角トヲ夫々 $\angle ACB$, $\angle AOB$ トスル。

終結 $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

證明 (1) $\angle ACB$ ノ一邊 AC ガ中心 O ヲ通ルトキハ

$OB=OC$ 故ニ $\angle OCB=\angle OBC$

然ルニ $\angle AOB=\angle OCB+\angle OBC=2\angle ACB$

(2) AC ガ中心 O ヲ通ラナイトキハ,直徑 COD ヲ引ケバ,(1) ヨリ,

$\angle AOD=2\angle ACD,\quad \angle BOD=2\angle BCD$

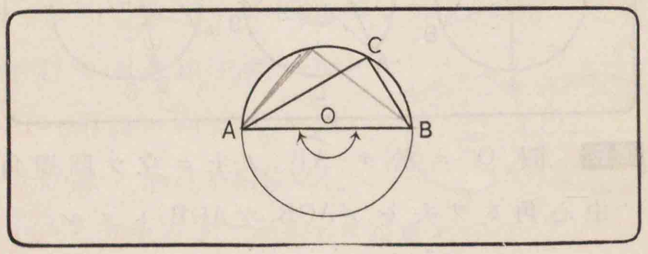
$\therefore\quad \angle AOD\pm\angle BOD=2(\angle ACD\pm\angle BCD)$ [複號同順]

$\therefore\quad \angle AOB=2\angle ACB$

故ニ一般ニ $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

定理 二十八　**同圓又ハ等圓ニ於テ等弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ相等シイ．逆モ眞デアル．**

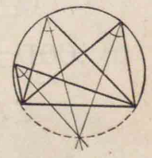
定理 二十九　**半圓ノ圓周角ハ直角デアル．***　**逆モ眞デアル．**



證明　（各自ニセヨ。）

問　題　16

1. 圓ノ平行ナル二弦ノ間ニアル二ツノ弧ハ相等シイ。



2. 同ジ弓形ノ角ハ皆相等シイ

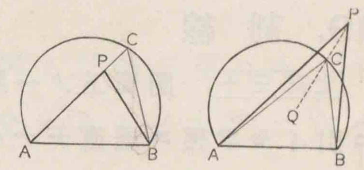
3. 同ジ弧ノ上ニ立ツ圓周角ノ二等分線ハ皆同一ノ點ニ集交スル。

4. 弓形ノ弦 AB ニ對シ弓形ト同ジ側ニアル一點 P ヲ A, B ニ結ブトキ，

*此ノ定理ハたーれすガ初メテ證明シタモノデアルトイフ。

❶ P ガ弓形内ニアレバ ∠APB ハ弓形ノ角ヨリモ大デアル。

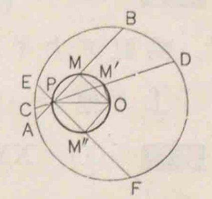
❷ P ガ弓形外ニアレバ ∠APB ハ弓形ノ角ヨリモ小デアル。



5. 同ジ斜邊ヲ有スル直角三角形ノ直角ノ頂點ハ皆其ノ斜邊ヲ直徑トスル圓周上ニアル。

6. 圓ノ二ツノ弦 AB, CD 又ハ其ノ延長ノ交點ヲ E トスレバ，∠AEC ハ二ツノ弧 AC 及ビ BD ノ上ニ立ツ中心角ノ和又ハ差ノ半分ニ等シイ。

7. 同ジ點ヲ通ル弦ノ中點ハ皆其ノ點ト中心トヲ結ブ線分ヲ直徑トスル圓周上ニアル。

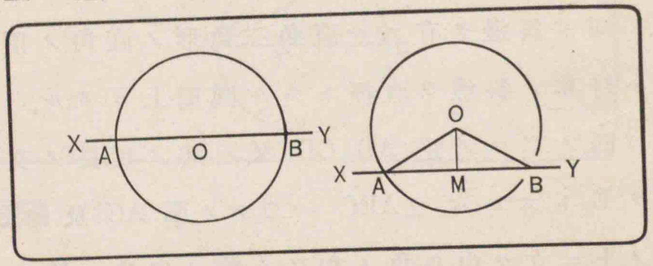


8. 學校ノ建物ノ長サガ 20*m* デ且或點デ 30° ノ角ニ含マレルコトヲ觀測シタ。然ラバ此ノ建物ノ兩端ト測點トヲ通ル圓ノ直徑ハ幾米カ。

第二章 割線・切線

49. 割線

定理三十 **圓周上ノ一點ヲ通ル直線ガ,此ノ點ニ引イタ半徑ニ垂直デナイトキハ,其ノ直線ハ圓周上ノ他ノ一點デ交ハル.**



題意 XYヲ圓Oノ周上ノ一點Aヲ通リOAニ垂直デナイ直線トスレバ,XYハ圓Oノ圓周上ノ他ノ一點Bデ交ハル。

證明 (1) XYガ中心Oヲ通ル場合ハ,XYガ直徑ヲ含ムカラ,圓周ト其ノ直徑ノ兩端ノ二點ヲ共有スル。故ニAデナイ一點Bデ交ハル。

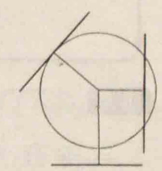
(2) XYガOヲ通ラナイ場合ハ,OカラXYヘ垂線OMヲ引キ,XY上ニMB=MAナルヤウニ點Bヲ取ルト,△OAM≡△OBMデアルカラ,

OB=OA

故ニBハ圓周上ノ點デアル。

依ツテXYハ圓Oノ周上ノAデナイ點Bデ交ハル。

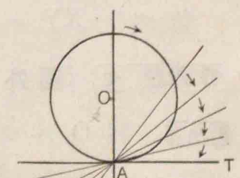
一ツノ直線ガ圓周ト二點デ交ハルトキハ其ノ直線ハ**圓ニ交ハル**トイヒ,圓ニ交ハル直線ヲ圓ノ**割線**(カツセン)トイフ。



問 半徑2cmノ圓ヲ畫キ,其ノ中心カラ1.5cm, 2cm, 2.5cmノ距離ニアル直線ヲ引キ,中心ト直線トノ距離ガ半徑トドンナ關係ノトキ此ノ直線ハ割線トナルカヲ驗セヨ。

50. 切線

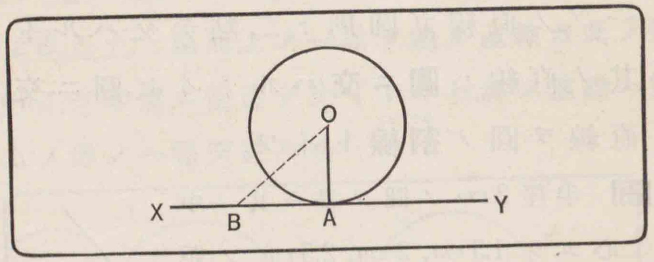
問1. 上ノ問デ中心カラ2cmノ距離ニアル直線ハ圓ニ交ハルカ。



問2. 圓Oノ周上ノ一點Aヲ通ル割線ガAヲ周ツテ廻轉スルトキ,其ノ割線ガOAニ垂直トナレバ他ノ交點ハドウナルカ。

圓周ト唯一點ヲ共有スル直線ヲ其ノ圓ノ**切線**トイヒ,共有點ヲ其ノ**切點**トイフ。

定理三十一 **圓周上ノ一點ヲ通ル直線ガ,此ノ點ニ引イタ半徑ニ垂直デアルトキハ,其ノ直線ハ圓ノ切線デアル.**



題意 XY ヲ圓 O ノ周上ノ一點 A ヲ通リ OA ニ垂直ナル直線トスレバ XY ハ切線デアル

證明 XY 上ニ A デナイ點 B ヲトレバ

$OB > OA$ [77頁問題4]

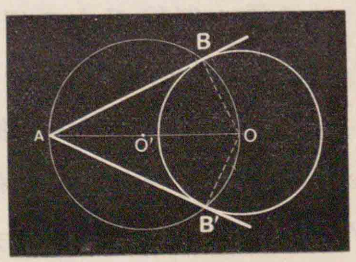
故ニ B ハ圓 O ノ外ニアル。

故ニ XY ハ圓周ト一點 A ダケヲ共有スル。

依ッテ XY ハ圓 O ノ切線デアル。

作圖題七 **圓外ノ一點カラ此ノ圓ニ切線ヲ引ケ.**

題意 圓 O 外ノ一點ヲ A トシ, A カラ此ノ圓ニ切線ヲ引ケ。



作圖 AO ヲ結ビ,之ヲ直徑トスル圓ヲ

畫キ,圓 O トノ交點ヲ B, B' トスレバ, AB, AB' ハ求メル切線デアル。

證明 OB, OB' ヲ結べバ, $\angle ABO$, $\angle AB'O$ ハ半圓ノ圓周角デアルカラ共ニ直角デアル。

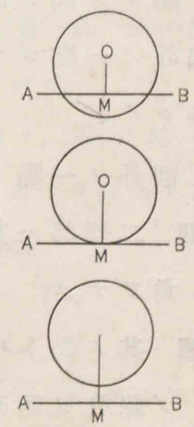
[定理二十九]

故ニ AB, AB' ハ求メル切線デアル。

[定理三十一]

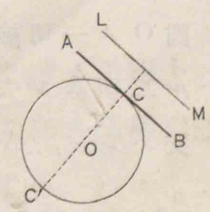
問題 17

1. 切點ヲ通リ切線ニ垂直ナル直線ハ其ノ圓ノ中心ヲ通ル。



2. 直線ハ之ト圓ノ中心トノ距離ガ其ノ圓ノ半徑ヨリ小デアルカ,半徑ニ等シイカ,又ハ半徑ヨリ大デアルカニヨッテ,其ノ圓ニ交ハルカ,切スルカ又ハ全ク其ノ圓ニ出會ハナイ。逆モ眞デアル。

3. 圓周上ノ與ヘラレタ點ヲ通ル其ノ圓ノ切線ヲ引ケ。

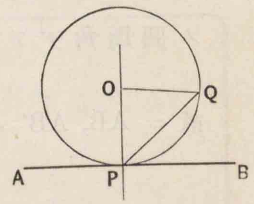


4. 與ヘラレタ直線 LM ニ平行デ且與ヘラレタ圓 O ニ切

スル直線ヲ引ケ。

5. 一ツノ直線ニ垂直デ,且一ツノ圓ニ切スル直線ヲ引ケ。

6. 直線AB上ノ定點Pニ於テ,之ニ切シ且此ノ直線外ノ一點Qヲ通ル圓ヲ畫ケ。



7. 圓外ノ一點カラ圓ニ引イタ切線ノ,切點ト其ノ點トノ間ノ部分ノ長サヲ**切線ノ長サ**トイフ。

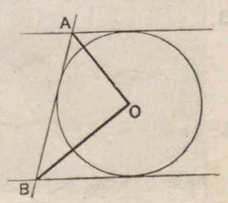
圓外ノ一點カラ圓ニ引イタ二切線ノ長サハ相等シイ。

8. 圓外ノ一點カラ二ツノ切線ヲ引クトキハ,

❶ 二切線ハ其ノ點ト中心トヲ通ル直線ト等角ヲナス。

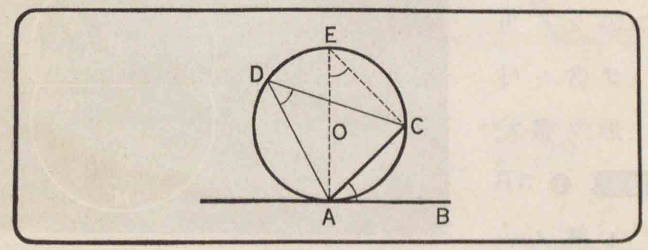
❷ 其ノ點ト中心トヲ通ル直線ハ二切點ヲ結ブ線分ヲ垂直ニ二等分スル。

9. 圓Oノ一切線ガ他ノ平行ナル二切線ト夫々A, Bニ於テ交ハレバ,∠AOBハ直角デアル。



51. 切線ト弦トノ作ル角

定理 三十二 **切線ト其ノ切點カラ引イタ弦トノナス角ハ,其ノ角内ニアル弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイ.**



題意 Aニ於ケル切線ABト弦ACトノ作ル角BACハ圓周角ADCニ等シイ。

證明 Aヲ通ル直徑AEヲ引キ, CEヲ結ベバ,

∠ACEハ半圓ノ圓周角デアルカラ直角デアル。

$\angle CAE + \angle CEA = R\llcorner$

又ABハ切線デアルカラ

$\angle CAE + \angle CAB = R\llcorner$

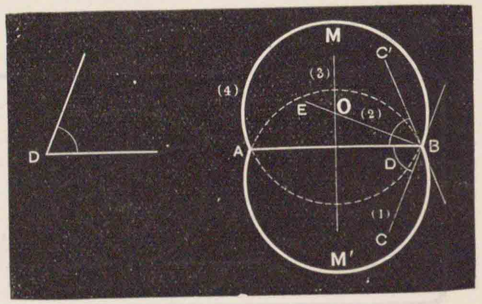
$\therefore\ \angle CAB = \angle CEA = \angle ADC$ 〔定理二十八〕

即チ $\angle BAC = \angle ADC$

定理 三十三 **弦ト其ノ一端ヲ通ル直線トノナス角ガ此ノ角内ニアル弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイトキハ,其ノ直線ハ切線デアル.**

作圖題 八　**與ヘラレタ線分ノ上ニ與ヘラレタ角ニ等シイ角ヲ含ム弓形ヲ畫ケ.**

題意　與ヘラレタ線分ABヲ弦トシテ與ヘラレタ角Dニ等シイ角ヲ含ム弓形ヲ畫ケ。



作圖　❶ ABト其ノ一端Bカラ∠Dニ等シイ角ヲ作ル直線BCヲ引ク。

❷　BカラBCニ垂線BEヲ引ク。

❸　ABノ垂直二等分線ヲ引キBEトノ交點ヲOトスル。

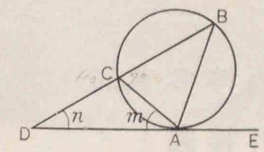
❹　Oヲ中心トシOBヲ半徑トスル圓周AMBヲ畫ケバ∠ABCノ外ニアル弓形AMBハ求メルモノデアル。

同様ニ上ト反對ノ側ニモ一ツノ弓形AM′Bガ畫カレル。

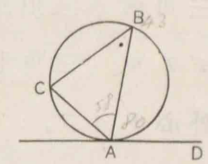
證明　(各自ニ試ミヨ。)

問題 18

1. 圖ニ於テDEハ圓ノ切線デAハ其ノ切點デアル。$\angle m=40^\circ$, $\angle n=30^\circ$ ナラバ他ノ角ハ各々何度カ。

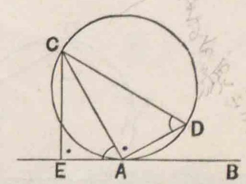


2. 圖ニ於テ $\angle BAC=58^\circ$ $\angle ABC=43^\circ$, $\angle BAD=80^\circ$ デアル。ADハ圓ABCノ切線カ割線カ。

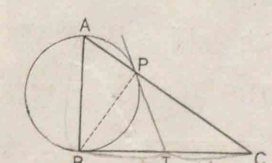


3. 相交ハル二直線ノ各々ニ切スル圓ノ中心ハ其ノ二直線ノナス角ノ二等分線上ニアル。

4. 圓周上ノ一點Aニ於テ此ノ圓ニ切線ABヲ引キ,任意ノ直徑CDノ端CカラABヘ垂線CEヲ引クトキハ,CAハ∠DCEノ二等分線デアル。



5. 直角三角形ノ直角ノ一邊ヲ直徑トスル圓ガ斜邊ニ交ハル點ヲ通リ此ノ圓ニ引イタ切線ハ,直角ノ他ノ邊ヲ二等分スル。

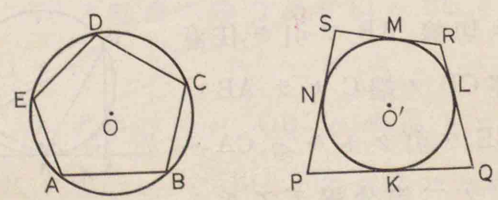


52. 内接・外接

一ツノ多角形ノ頂點ガ悉ク一ツノ圓ノ周上ニアルトキハ,此ノ多角形ヲ其ノ圓ノ**内接多角形**トイヒ,其ノ圓ヲ此ノ多角形ノ**外接圓**トイフ。

三角形ノ三頂點ヲ通ル圓ハ此ノ三角形ノ外接圓デアル。三角形ノ外接圓ノ中心ヲ其ノ三角形ノ**外心**トイフ。 [91頁參照]

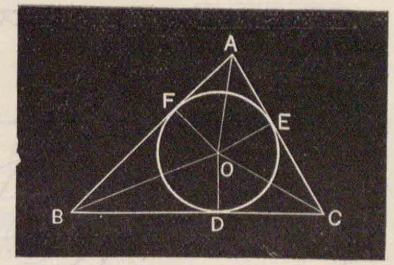
多角形ノ邊ガ悉ク同一ノ圓ニ切スルトキハ,此ノ多角形ヲ其ノ圓ノ**外接多角形**トイヒ,其ノ圓ヲ此ノ多角形ノ**内接圓**トイフ。



上ノ圖ニ於テ ABCDE ハ圓 O ノ内接五角形デ, PQRS ハ圓 O′ ノ外接四角形デアル。

作圖題 九 **與ヘラレタ三角形ノ内接圓ヲ畫ケ.**

題意 △ABC ヲ與ヘラレタ三角形トシ,之ニ内接スル圓ヲ畫ケ。



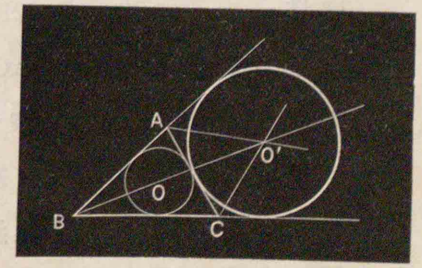
作圖 ❶ ∠A, ∠B ノ二等分線ノ交點ヲ O トシ, O カラ BC ニ垂線 OD ヲ引ク。

❷ 次ニ O ヲ中心トシ, OD ヲ半徑トスル圓ヲ畫ケバ,之ガ求メル圓デアル。

證明 (O カラ AB, AC ヘ垂線 OF, OE ヲ引キ, OF=OE=OD ナルコトカラ各自ニ試ミヨ。)

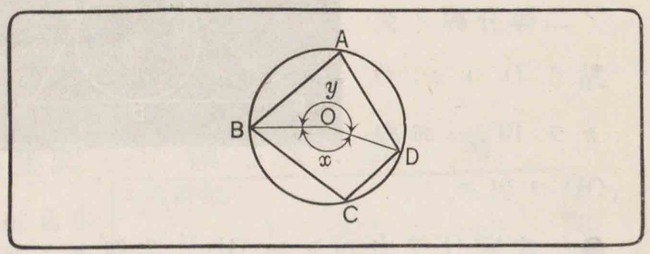
三角形ノ内接圓ノ中心ヲ其ノ三角形ノ**内心**トイフ。

作圖題 十 **與ヘラレタ三角形ノ一邊ト他ノ二邊ノ延長トニ切スル圓ヲ畫ケ.**



此ノ作圖ニヨッテ畫カレル圓ヲ三角形ノ**傍接圓**トイヒ,其ノ中心ヲ**傍心**トイフ。三角形ノ傍接圓ハ三ツアル。

定理 三十四 圓ニ内接スル四邊形ノ對角ハ互ニ補角デアル.



題意 ABCDヲ圓Oニ内接スル四邊形トスレバ

$\angle A+\angle C=2\text{R}\llcorner$

$\angle B+\angle D=2\text{R}\llcorner$

證明 $\angle A$ハ弧BCDノ上ニ立ツ中心角xノ半分ニ等シク, $\angle C$ハ弧BADノ上ニ立ツ中心角yノ半分ニ等シイ。

故ニ $\angle A+\angle C=\frac{1}{2}(\angle x+\angle y)$

即チ $\angle A+\angle C=2\text{R}\llcorner$

同様ニ $\angle B+\angle D=2\text{R}\llcorner$

問 上ノ定理ヲ對角線AC, BDヲ引イテ證明セヨ。(定理二十八ト定理十三トニヨレ。)

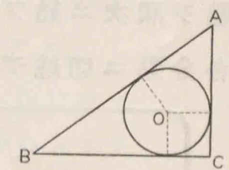
此ノ定理カラ直チニ次ノ定理ガワカル。

定理 三十五 圓ノ内接四邊形ノ外角ハ其ノ外角ニ隣ル内角ノ對角(内對角)ニ等シイ.

問題 19

1. 與ヘラレタ三ツノ直線ヨリ等距離ニアル點ヲ求メヨ。

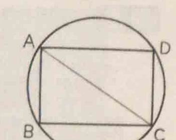
2. 直角三角形ノ内接圓ノ直徑ハ直角ノ二邊ノ和ト斜邊トノ差ニ等シイ。



3. 四邊形ノ對角ノ和ガ2直角ニ等シイトキハ, 此ノ四邊形ハ圓ニ内接スル。

4. 四邊形ノ對角ノ和ガ2直角ニ等シクナイトキハ,此ノ四邊形ハ圓ニ内接シナイ。

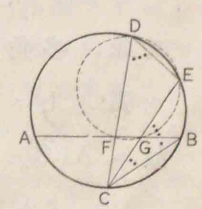
5. 圓ニ内接スル平行四邊形ハ矩形デ,其ノ對角線ハ直徑デアル。



6. 圓ニ外接スル四邊形ノ相對スル邊ノ和ハ相等シイ。

7. 圓ニ外接スル平行四邊形ハ菱形デアル。

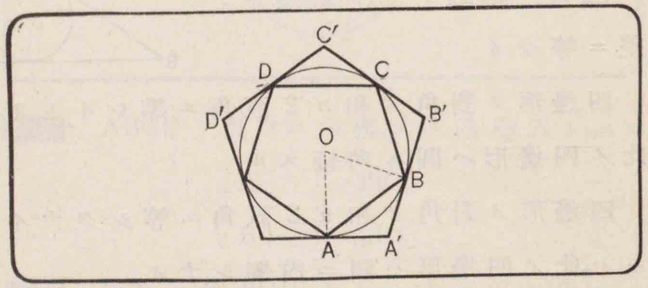
8. 圓ノ弧ABノ中點Cカラ二ツノ弦CD, CEヲ引キ,弦ABト夫々F, Gニ於テ交ハラシメルト,四點D, F, G, Eハ同一ノ圓周上ニアル。



53. 正多角形

問　正多角形ノ定義ヲ述ベヨ。

定理 三十六　**圓周ヲ幾ツカニ等分シテ,其ノ分點ヲ順次ニ結ブトーツノ正多角形ガ出來ル. 又各分點ニ切線ヲ引クトーツノ正多角形ガ出來ル.**



題意　圓周ヲ n 等分(圖デハ五等分)シ,其ノ分點ヲ A, B, C, ...トシ,又此等ノ分點ニ於ケル相隣ル切線ノ交點ヲ順ニ A′, B′, C′, ...トスレバ ABC......, A′B′C′...... ハ共ニ正多角形デアル。

證明　(1)　多角形 ABC...... ニ於テ,邊 AB, BC 等ハ等弧ノ弦デアルカラ皆等シイ。

又此ノ多角形ノ各〻ノ角ハ圓周ノ $\frac{n-2}{n}$ ニ當ル弧ノ上ニ立ツ圓周角デアルカラ皆等シイ。

故ニ ABC...... ハ正多角形デアル。

(2)　△A′AB, △B′BC 等ニ於テ,邊 AB, BC 等ハ皆等シク,又 ∠A′AB, ∠B′BC 等ハ等弧 AB, BC 等ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイカラ皆等シイ。

故ニ此等ノ三角形ハ皆合同デアル。

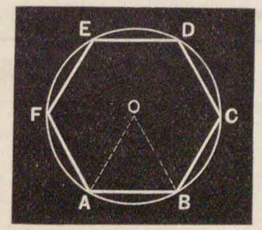
故ニ多角形 A′B′C′...... ハ等角デ等邊デアル。

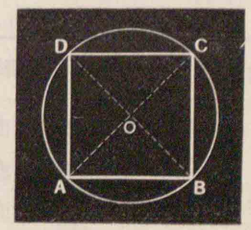
故ニ A′B′C′...... ハ正多角形デアル。

注意 1.　正多角形ノ外接圓ノ中心ト內接圓ノ中心トハ同ジデアルガ之ヲ正多角形ノ**中心**トイフ。

作圖題 十一　**與ヘラレタ圓ニ內接スル正六角形,正三角形,正十二角形等ヲ作レ.**

作圖題 十二　**與ヘラレタ圓ニ內接スル正方形,正八角形,正十六角形,正三十二角形等ヲ作レ.**





注意 2.　正多角形ノ作圖法ハ特別ナルモノヲ除イテハ,一般ニ定木トこんぱすダケデハ作圖スルコトガ出來ナイガ,分度器ヲ使ヘバ任意ノ正多角形ヲ作圖スルコトガ出來ル。又近似的ニハ皆出來ル。

又角ノ二等分ハ常ニナシ得ルカラ,或正多角形ヲ畫キ得レバ,之ヲ基礎トシテ順次ニ其ノ 2 倍邊數ノ正多角形ヲ畫クコトガ出來ル。

54. 圓周ノ長サ

圓周ハ之ニ內接スル正多角形ノ周ヨリモ大デ,外接スル正多角形ノ周ヨリモ小デアル。ソシテ內接正多角形ノ邊數ヲ次第ニ增スト其ノ周ハ次第ニ增シ,外接正多角形ノ邊數ヲ次第ニ增スト其ノ周ハ次第ニ減ジ双方相近ヅク。故ニ此等ノ多角形ノ邊數ヲ限リナク增スト其ノ周ハ限リナク近ヅキ,從ツテドチラモ圓周ニ限リナク近ヅク。

今任意ノ半徑ノ圓ニ於テ,之ニ內接又ハ外接スル正四角形,正八角形,正十六角形等ノ周ヲ計算スルト次表ノヤウデアル。

邊數	內接正多角形ノ周	外接正多角形ノ周
4	2.8284271×直徑	4.0000000×直徑
8	3.0614675×直徑	3.3137085×直徑
16	3.1214452×直徑	3.1825979×直徑
32	3.1365485×直徑	3.1517249×直徑
64	3.1403312×直徑	3.1441184×直徑
128	3.1412773×直徑	3.1422236×直徑
256	3.1415138×直徑	3.1417504×直徑
512	3.1415729×直徑	3.1416321×直徑
1024	3.1415877×直徑	3.1416025×直徑
2048	3.1415914×直徑	3.1415951×直徑

之ヨリ次ノコトガワカル。

圓周ハ直徑ノ約 3.1416 倍ノ長サニ等シイ。

此ノ事實ハ圓ノ大小ニハ關係ナク成立ツ。此ノ 3.1416……ナル數値ヲ**圓周率**トイヒ,之ヲ表ハスニハ通常 π(ぱい)ナル文字ヲ用ヒル。

依ツテ圓ノ半徑ヲ r, 其ノ圓周ヲ P トスレバ

$$P=2\pi r$$

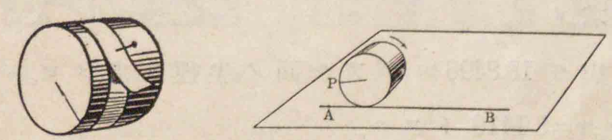
π ノ精密ナル値ハ

3.1415926535……

デ小數點以下限リナク續クモノデアルガ,實際ニハ近似値トシテ 3.14 又ハ 3.1416 ヲ用ヒル。

注意　π ノ近似値トシテ $\frac{22}{7}$ 又ハ $\frac{355}{113}$ ヲ用ヒルコトモアル。

問　圓壔ニ細イ紙片ヲ卷付ケ其ノ重ナル所ヲ針デ突キ二ツノ針跡ノ間ヲ測リ,或ハ紙上ニ圓壔ヲ轉ガシテ其ノ周ヲ測レ。次ニ底面ノ直徑ヲ測リ,周トノ比ヲ求メヨ。



問　題　20

1. 正六角形ノ一ツノ內角ハ各〻何度カ。正八角形デハドウカ。

2. 正六角形ハ六ツノ正三角形ニ分ケルコトガ出來ル。之ヲ圖デ示セ。

3. 分度器ヲ用ヒズニ,與ヘラレタ長サヲ一邊トスル正方形,正六角形,正八角形ヲ作レ。

4. 分度器ヲ用ヒテ,與ヘラレタ長サヲ一邊トスル正五角形ヲ畫ケ。

5. 分度器ヲ用ヒテ,與ヘラレタ圓ニ內接スル正五角形及ビ外接スル正五角形ヲ畫ケ。

6. 分度器ヲ用ヒズニ,與ヘラレタ圓ニ外接スル正六角形及ビ正八角形ヲ畫ケ。

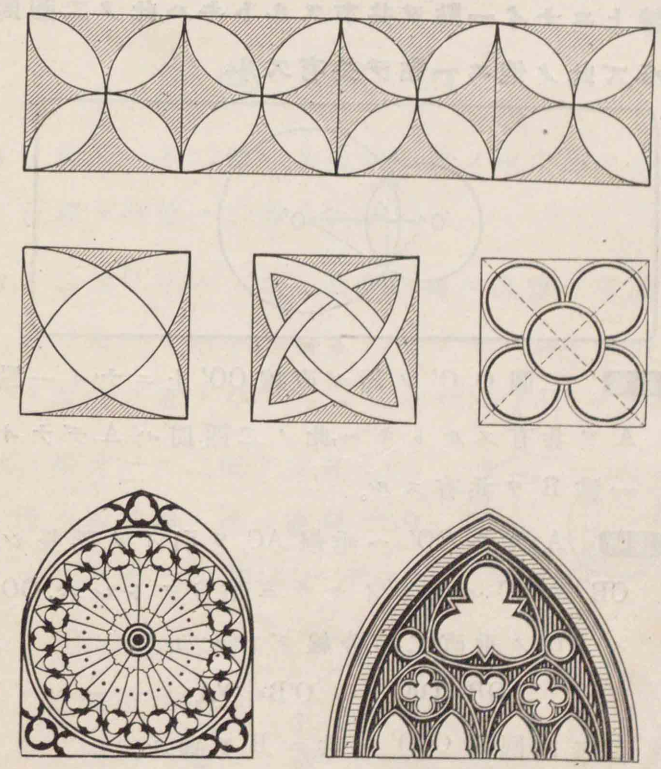
7. 半徑 $1\,m$ ノ圓ニ內接スル正六角形ノ周及ビ外接スル正方形ノ周ノ長サヲ算出セヨ。

8. $\pi=3.1416$ トシテ半徑ガ $4.5\,cm$ デアル圓ノ周ヲ求メヨ。

9. 周ガ $18.8496\,m$ デアル圓ノ半徑ヲ求メヨ。但シ $\pi=3.1416$ トスル。

10. 地球ノ赤道ノ周圍ヲ四千萬米トスレバ,其ノ直徑ハ幾粁カ。

11. 次ニ示スハ正多角形,圓ナドヲ用ヒテ畫イタ模樣デアル。之ニ倣ツテ適當ノ模樣ヲ畫ケ。

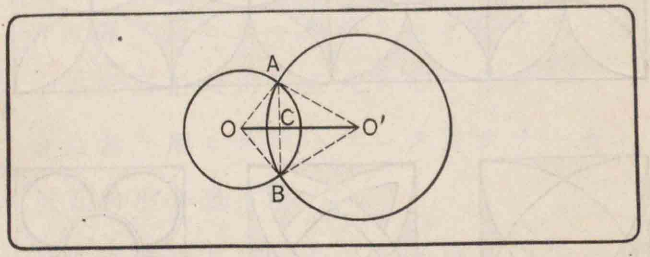


3學期

第三章　二ツノ圓

55. 相交ハル二ツノ圓

定理 三十七 **二ツノ圓周ガ其ノ兩中心ヲ通ル直線上ニナイ一點ヲ共有スルトキハ,此ノ二圓周ハ必ズ此ノ他ニ一點ヲ共有スル.**



題意 二圓 O, O′ ノ周ガ直線 OO′ 上ニナイ一點 A ヲ共有スルトキハ,此ノ二圓周ハ A デナイ一點 B ヲ共有スル。

證明 A カラ OO′ へ垂線 AC ヲ引イテ延長シ, CB ガ AC ニ等シイヤウニ點 B ヲトレバ, OO′ ハ AB ノ垂直二等分線デアルカラ,

OB=OA,　　O′B=O′A

故ニ兩圓周 O, O′ ハ共ニ B ヲ通ル。

故ニ此ノ二圓周ハ A デナイ一點 B ヲ共有スル。

問 二ツノ圓デ三點ヲ共有スルコトガアルカ。

二圓周ガ二點ヲ共有スルトキハ,此ノ二圓ハ互ニ**相交ハル**トイフ。

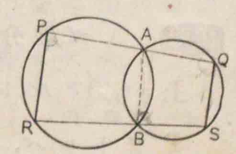
二圓周ノ交點ヲ結ブ線分ヲ其ノ二圓ノ**共通弦**トイフ。

問題 21

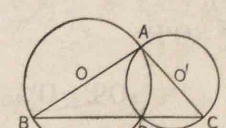
1. 相交ハル二圓ノ共通弦ハ其ノ兩中心ヲ通ル直線デ垂直ニ二等分セラレル。

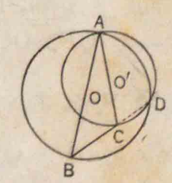
2. 二圓 O, O′ ノ一ツノ交點ヲ通ル直線ガ各圓ト再ビ交ハル點ヲ A, B トシ, O, O′ カラ AB へ引イタ垂線ノ足ヲ C, D トスレバ $CD=\frac{1}{2}AB$ デアル。

3. 相交ハル二圓ノ交點 A, B ヲ通リ兩圓周ニ終ル直線 PAQ, RBS ヲ引ケバ PR∥QS デアル。



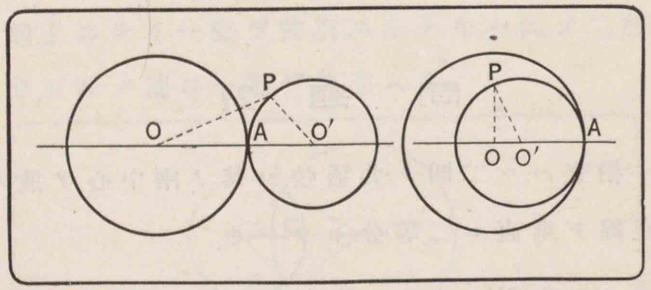
4. 三角形ノ二邊ヲ直徑トスル二ツノ圓周ハ他ノ邊叉ハ其ノ延長上デ相交ハル。





56. 相切スル二ツノ圓

定理 三十八　**二ツノ圓周ガ其ノ兩中心ヲ通ル直線上ノ一點ヲ共有スルトキハ,此ノ二圓周ハ此ノ他ニ共有點ハナイ.**



題意　二圓O,O′ノ周ガ直線OO′上ノ一點Aヲ共有スルトキハ,此ノ二圓周ハ此ノ他ニ共有點ハナイ。

證明　AガOO′ノ上ニ(甲),又ハOO′ノ延長上ニ(乙)アルトシテ,圓O′ノ周上ニAデナイ點Pヲトレバ,

(甲)	(乙)
$OP>OO'-O'P$	$OP<OO'+O'P$

ソシテ　$O'P=O'A$

故ニ　$OP>OA$　|　$OP<OA$

故ニ甲デハPハ圓Oノ外ニアッテ,乙デハ

Pハ圓Oノ内ニアル。

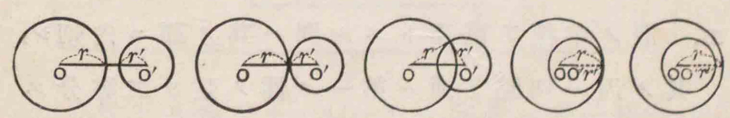
故ニ甲デハ一圓周上ノAデナイ點ハ他ノ圓ノ外ニアルカラ,Aデナイ共有點ハナク,又乙デハ一圓周上ノAデナイ點ハ他ノ圓ノ内ニアルカラAデナイ共有點ハナイ。

二圓周ガ唯一點ヲ共有スルトキハ,此ノ二圓ハ**相切スル**トイヒ,其ノ點ヲ**切點**トイフ。ソシテ各圓ガ互ニ他ノ外ニアルトキハ,之ヲ**外切**トイヒ,小圓ガ全ク大圓ノ内ニアルトキハ,之ヲ**内切**トイフ。

問1. 相切スル二圓ノ切點ハ二圓ノ中心ヲ結ブ直線上ニアルコトヲ證明セヨ。

二ツノ圓ノ位置ニ就イテハ相交,外切,内切ノ他ニ相離レル場合,包含サレル場合ガアル。

分離　外切　相交　内切　包含



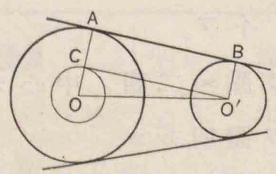
問2. 二圓ノ半徑ヲ夫々r, r'トシ其ノ中心間ノ距離ヲdトシ,上ノ各場合ニ於ケル中心間ノ距離ト二圓ノ半徑トノ關係ヲ述ベヨ。

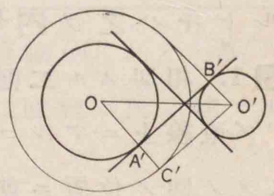
問　題　22

1. 二圓O, O′ガ點Pデ切スルトキPヲ通ル二直線ガ一ツノ圓トA, B, 他ノ圓トC, Dデ交ハルトスレバ　AB∥CD　デアル。

2. 相切スル二圓ノ切點ヲ通リ任意ノ割線ヲ引クト, 其ノ交點ニ至ル二圓ノ半徑ハ平行デアル。

3. 次ノ圖ニ就イテ二圓ニ共通ナル切線ノ作圖ヲ考ヘヨ。





4. 二圓ノ共通切線ノ交點ハ二圓ノ中心ヲ結ブ直線上ニアル。

5. 圓ノ半徑ヲ直徑トスル圓ハ其ノ圓ニ內切シ, 其ノ周ハ切點ヲ通ル第一ノ圓ノ弦ヲ二等分スル。

第四篇　面　積

57. 矩形ノ面積

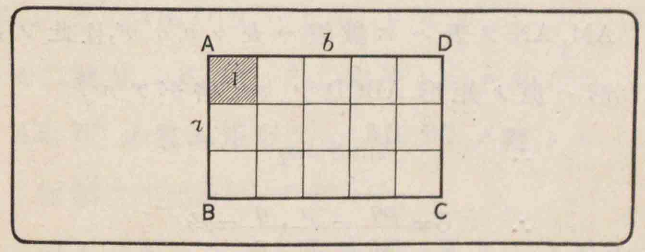
問　面積ノ單位ト長サノ單位トノ關係ヲ述ベヨ。

定理 三十九　**矩形ノ面積ヲ表ハス數値ハ其ノ二隣邊ノ長サヲ表ハス數値ノ積ニ等シイ.**

假設　矩形 ABCD ノ二隣邊 AB, AD ノ長サヲ夫夫 a, b トシ, 其ノ面積ヲ S トスル。

終結　　$S=ab$

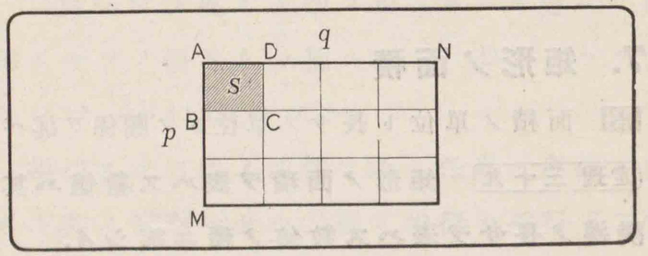
證明　(1)　a, b ヲ共ニ整數トスル。



AB ヲ a 等分シ, AD ヲ b 等分シ各分點カラ夫々 AB, AD ニ平行ナル直線ヲ引ケバ, 矩形ABCD ハ ab 箇ノ單位面積ニ分ケラレル。

故ニ　　$S=ab$

(2) a, b ヲ分數トシ, $a=\frac{p}{m}$, $b=\frac{q}{n}$ トスル。但シ m, n, p, q ハ皆整數トスル。



AB, AD ヲ夫々 M, N マデ延長シ,

$$AM=m\cdot AB$$

$$AN=n\cdot AD$$

ナルヤウナ矩形 MN ヲ完成スレバ,二隣邊 AM, AN ヲ表ハス數値ハ夫々 p, q デ,且此ノ矩形ハ原ノ矩形 ABCD ノ mn 倍デアル。

$$\therefore \quad mn\cdot S=pq$$

$$\therefore \quad S=\frac{pq}{mn}=\frac{p}{m}\cdot\frac{q}{n}=ab$$

(3) a, b ノ中何レカ一ツガ整數デ他ガ分數ノ場合ニモ本定理ハ成立ツ。

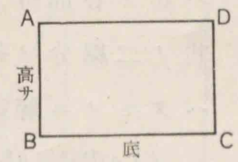
上ノ定理ハ略シテ次ノヤウニモイフ。

矩形ノ面積ハ其ノ二隣邊ノ積ニ等シイ.

從ッテ

正方形ノ面積ハ其ノ一邊ノ平方ニ等シイ.

矩形ハ其ノ一邊ノ上ニ立ツト考ヘルコトガアル。此ノトキ其ノ邊ヲ**底**トイヒ,其ノ隣邊ヲ**高サ**トイフ。又二隣邊ヲ夫々**長サ**及ビ**幅**トモイフ。ソレデ上ノ定理ハ次ノヤウニモイヘル。



矩形ノ面積ハ底ト高サ(又ハ長サト幅)トノ積ニ等シイ.

矩形 ABCD ヲ □ABCD 又ハ □AC ト書キ,正方形 ABCD ヲ □ABCD 又ハ □AC トモ書ク。

又二線分 AB, BC ヲ二隣邊トスル矩形ヲ二線分 **AB, BC ノ包ム矩形**又ハ **AB, BC ノ積**トモイヒ,其ノ面積ヲ □AB·BC デ表ハス。

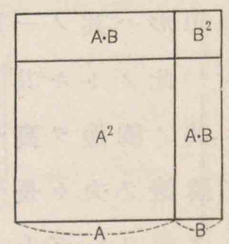
一邊ガ AB デアル正方形ヲ **AB ノ上ノ正方形**, 又ハ **AB ノ平方**トイヒ,其ノ面積ヲ $\overline{AB}^2$ デ表ハス。

又一邊ガ線分 A ニ等シイ正方形ノ面積ヲ上ニ準ジテ A^2 デ表ハシ,之ヲ **A ノ平方**トイフコトガアル。

問 題 23

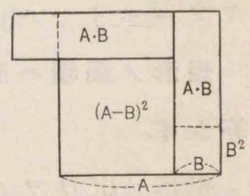
1. 二線分 (A, B) ノ和ノ平方ハ其ノ各部分ノ平方ノ和ニ其ノ二線分ノ積ノ 2 倍ヲ加ヘタモノニ等シイ。即チ

$$(A+B)^2=A^2+B^2+2A\cdot B$$



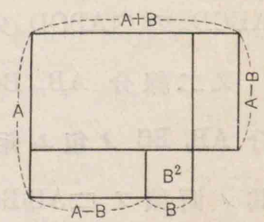
2. 二線分 (A, B) ノ差ノ平方ハ其ノ各線分ノ平方ノ和カラ其ノ積ノ 2 倍ヲ引イタモノニ等シイ。即チ

$$(A-B)^2=A^2+B^2-2A\cdot B$$



3. 二線分 (A, B) ノ平方ノ差ハ其ノ二線分ノ和ト差トノ積ニ等シイ。即チ

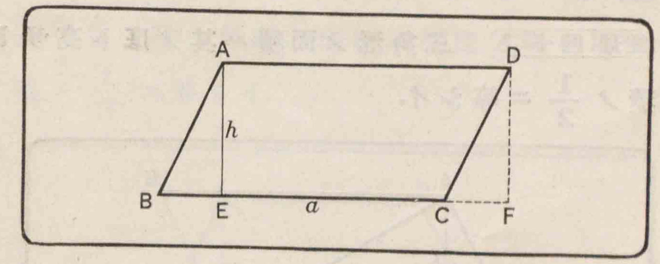
$$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$$



58. 平行四邊形ノ面積

平行四邊形ハ其ノ一邊ノ上ニ立ツト考ヘルコトガアル。此ノトキ其ノ邊ヲ**底**トイヒ,底ト對邊トノ距離ヲ其ノ**高サ**トイフ。

定理 四十 **平行四邊形ノ面積ハ其ノ底ト高サトノ積ニ等シイ.**



假設 ▱ABCD ノ底 BC, 高サ AE ノ長サヲ夫々 a, h トシ,其ノ面積ヲ S トスル。

終結 $S=ah$

證明 A, D カラ BC 及ビ其ノ延長ヘ垂線ヲ引イテ其ノ足ヲ夫々 E, F トスレバ

$\triangle ABE\equiv\triangle DCF$ [定理十一]

$\therefore$ ▱ABCD $=$ □AEFD

然ルニ □AEFD $=AD\cdot h$

$AD=BC=a$

$\therefore\ S=ah$

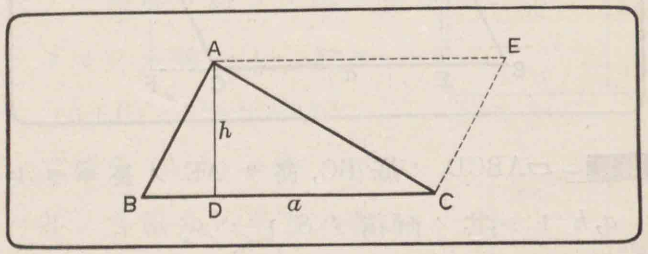
此ノ定理カラ次ノ定理ヲ得ル。

定理 四十一 **底及ビ高サノ等シイ二ツノ平行四邊形ノ面積ハ等シイ.**

59. 三角形ノ面積

問 三角形ノ底及ビ高サノ定義ヲ述ベヨ。

定理 四十二 **三角形ノ面積ハ其ノ底ト高サトノ積ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シイ.**



假設 △ABC ノ底 BC 及ビ之ニ對スル高サ AD ヲ夫々 a, h トシ,其ノ面積ヲ S トスル。

終結 $S=\frac{1}{2}ah$

證明 A 及ビ C ヲ通リ夫々 BC, AB ニ平行線ヲ引キ其ノ交點ヲ E トスレバ, ABCE ハ平行四邊形デ,其ノ面積ハ △ABC ノ 2 倍ニ等シイ。

然ルニ　$\text{▱}ABCE=ah$

$\therefore\quad \triangle ABC=\frac{1}{2}ah$

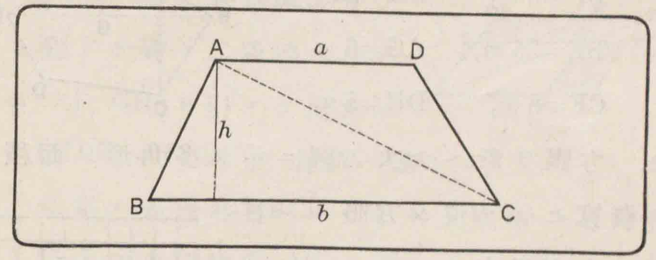
此ノ定理カラ次ノ定理ヲ得ル。

定理 四十三 **底及ビ高サノ等シイ二ツノ三角形ノ面積ハ等シイ.**

60. 梯形ノ面積

問 梯形ノ底及ビ高サノ定義ヲ述ベヨ。

定理 四十四 **梯形ノ面積ハ兩底ノ和ト高サトノ積ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シイ.**



假設 梯形 ABCD ノ底 AD, BC ヲ夫々 a, b トシ,高サヲ h, 其ノ面積ヲ S トスル。

終結 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$

證明 對角線 AC ヲ引クト △ABC, △CAD ヲ得ル。此ノ兩三角形ノ BC, AD ヲ夫々底トスレバ高サハ共ニ h デアル。

$\therefore\quad \triangle CAD=\frac{1}{2}ah,\quad \triangle ABC=\frac{1}{2}bh$

$\therefore\quad S=\frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}bh$

$=\frac{1}{2}(a+b)h$

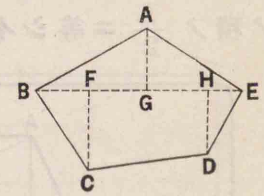
問　題　24

1. 右ノ圖ニ示スヤウナ地所ガアル。此ノ面積ハ幾平方米アルカ。

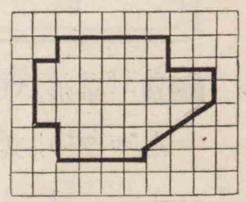
BF＝6 m,　　BH＝22 m

BE＝25 m,　　AG＝6 m

CF＝8 m,　　DH＝5 m



2. 方眼ヲ數ヘテ次ノ圖ニ示ス多角形ノ面積ヲ概算セヨ。但シ方眼ノ一目ハ1米平方トスル。

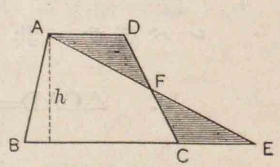


31.7

注意　此ノ方法ハ方眼ヲ小ニスル程精密ナ結果ガ得ラレ,周ガ曲線ノ場合ニモ應用ガ出來ル。

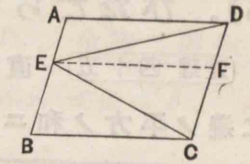
3. △ABC ノ底 BC ノ中點ヲ M トスレバ, AM ハ此ノ三角形ヲ二等分スル。

4. 定理四十四ヲ圖ノヤウニ,AD ニ等シク BC ノ延長上ニ CE ヲトリ, AE ヲ結ンデ證明セヨ。

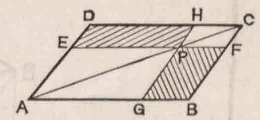


5. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ通ル任意ノ直線ハ,之ヲ等積ナル二ツノ部分ニ分ケル。

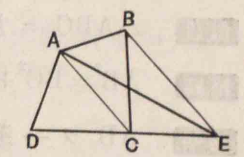
6. ▱ABCD ノ邊 AB 上ノ任意ノ一點 E ヲ C, D ニ結ンデ出來ル △ECD ハ ▱ABCD ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シイ。



7. ▱ABCD ノ對角線ノ上ノ一點 P ヲ通リ二隣邊ニ平行ニ EF, GH ヲ引イテ出來ル ▱PHDE, ▱PGBF ノ面積ハ等シイ。

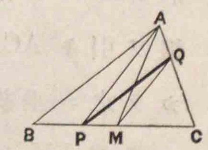


8. 任意ノ四邊形 ABCD ト等シイ面積ノ三角形ヲ作ルニハ,對角線 AC ニ平行ニ BE ヲ引イテ DC ノ延長トノ交點ヲ E トシ AE ヲ結ベバヨイコトヲ證明セヨ。

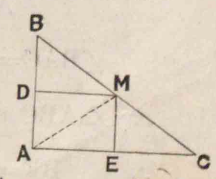


9. △ABC ノ底 BC 上ノ任意ノ一點 P ヲ通ル直線デ此ノ三角形ヲ二等分セヨ。　[問題4參照]

(BC ノ中點 M カラ AP ニ平行ナル線ヲ引ケ。)

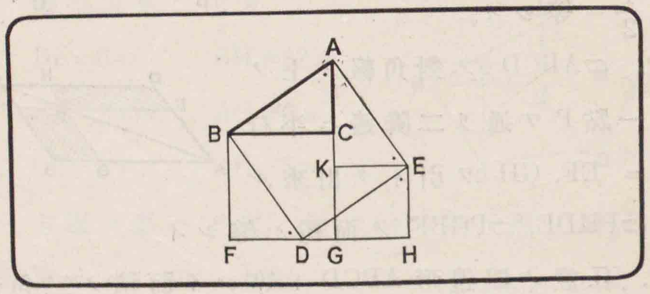


10. 直角三角形ABC ノ斜邊 BC ノ中點 M カラ他ノ二邊ニ垂線ヲ引イテ作ッタ四邊形ノ面積ハ原ノ三角形ノ面積ノ $\frac{1}{2}$ デアル。



61. ぴたごらすノ定理

定理 四十五 **直角三角形ノ斜邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シイ.**



假設 △ABC ニ於テ ∠C ヲ直角トスル。

終結 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$

證明 AB ヲ一邊トシ △ABC ト同ジ側ニ正方形 ABDE ヲ作ル。次ニ D ヲ通リ BC ニ平行線ヲ引キ AC ノ延長ト G デ交ハラシメ, B, E カラ之ニ垂線 BF, EH ヲ引キ,又 E カラ AG ニ垂線 EK ヲ引ケバ,

$$AB=AE=ED=DB$$

$$\angle BAC=\angle AEK=\angle DEH=\angle BDF$$

$$\therefore \quad \triangle ABC\equiv\triangle EAK\equiv\triangle EDH\equiv\triangle DBF$$

$$\therefore \quad BF=BC, \quad EK=EH=AC$$

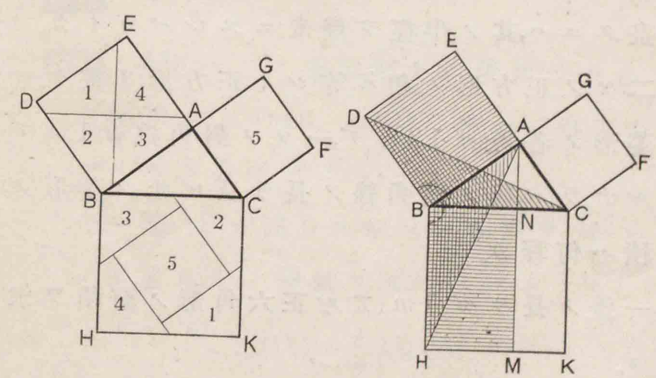
$$\therefore \quad \square BCGF=\overline{BC}^2, \quad \square EHGK=\overline{EK}^2=\overline{AC}^2$$

今正方形 ABDE カラ △ABC, △AKE ヲ截取ツテ之ヲ夫々 △EDH, △BFD ノ位置ニ置換ヘルトニツノ □BCGF, □EHGK ガ出來ル。

$$\therefore \quad \overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$$

注意 此ノ定理ハ西暦紀元前五百年頃ノ希臘ノ數學者ぴたごらすガ證明シタモノデアルトイフ。ソレデ此ノ定理ヲぴたごらすノ定理トイヒ,甚ダ應用ノ廣イ重要ナ定理デアル(本書ノ扉ニアルぴたごらすノ肖像ヲ参照セヨ)。

問 1. 次ノ圖ヨリ上ノ定理ヲ證明セヨ。



問 2. $\sqrt{2}\,cm$, $\sqrt{3}\,cm$, $\sqrt{4}\,cm$, ... 等ヲ作圖ニヨツテ求メヨ。

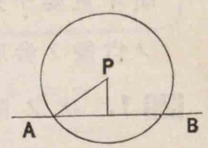
問　題　25

1. 直角三角形ノ斜邊ガ 29 *cm*, 他ノ一邊ガ 21 *cm* ナラバ,殘リノ一邊ノ長サハ何程カ。

2. 矩形ノ二邊ガ 3 *m* 及ビ 4 *m* ナラバ,其ノ對角線ノ長サハ何程アルカ。

3. 一邊ノ長サ 1 *m* ノ正三角形ノ高サ及ビ面積ヲ算出セヨ。

4. 一點 P ト直線 AB トノ距離ハ 3 *m* デアル,今 P ヲ中心トシ AB カラ 8 *m* ノ弦ヲ截取ル圓ヲ畫クニハ,其ノ半徑ヲ幾米ニスレバヨイカ。



5. 二ツノ正方形ノ和ニ等シイ正方形ヲ畫ケ。

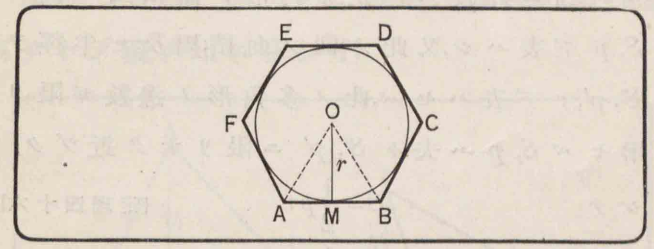
6. 菱形ノ各邊ガ 1.3 *m* デ,一ツノ對角線ガ 1 *m* デアルナラバ,他ノ對角線ノ長サ及ビ此ノ菱形ノ面積ハ何程カ。

7. 一邊ノ長サガ 1 *m* アル正六角形ノ面積ヲ求メヨ。

8. 一起點カラ甲船ハ正北ニ向ヒ毎時 4 *km* ノ速サデ航シ,乙船ハ正東ニ向ヒ毎時 6 *km* ノ速サデ航シタ。3 時間ノ後兩船ノ距離ハ幾ラトナルカ。

62. 正多角形・圓ノ面積

定理 四十六　**正多角形ノ面積ハ其ノ周ト內接圓ノ半徑トノ積ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シイ.**



假設　正多角形 ABC...... ノ面積ヲ S, 周ヲ p トシ,內接圓 O ノ半徑ヲ r トスル。

終結　$S=\frac{1}{2}pr$

證明　ABC...... ノ各頂點ト內接圓ノ中心 O トヲ結ブト △OAB, △OBC 等ハ三邊ガ夫々等シイカラ合同デアル。

今一邊 AB ガ圓 O ニ切スル切點ヲ M トシ,此ノ正多角形ノ邊數ヲ n トスレバ

$$\triangle OAB=\frac{1}{2}AB\cdot OM$$

$$n\triangle OAB=\frac{1}{2}nAB\cdot OM$$

$$\therefore\quad S=\frac{1}{2}pr$$

内接多角形又ハ外接多角形ノ邊ノ數ヲ限リナク增ストキハ,其等ノ周及ビ面積ハ限リナク圓ノ周及ビ面積ニ近ヅク。

故ニ圓ニ外接スル正多角形ノ面積及ビ周ヲ夫夫 S, p デ表ハシ,又此ノ圓ノ面積,周及ビ半徑ヲ夫夫 S', p', r デ表ハセバ,此ノ多角形ノ邊數ガ限リナク增セバ S, p ハ夫々 S', p' ニ限リナク近ヅク。

ソシテ $S=\frac{1}{2}pr$ [定理四十六]

∴ $S'=\frac{1}{2}p'r$

然ルニ $p'=2\pi r$ [54 節]

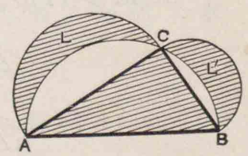
∴ $S'=\pi r^2$

依ッテ次ノ定理ヲ得ル。

定理 四十七 **圓ノ面積ハ半徑ノ平方ニ圓周率ヲ掛ケタモノニ等シイ.**

問 1. 半徑 10m ノ圓ノ面積ヲ求メヨ。又面積ガ 201.0624 平方米アル圓ノ半徑ヲ求メヨ。

問 2. 直角三角形 ABC ノ三邊ノ上ニ圖ノヤウナ半圓ヲ畫クトキハ新月形 L, L' ノ和ハ △ABC ニ等シイコトヲ證明セヨ。

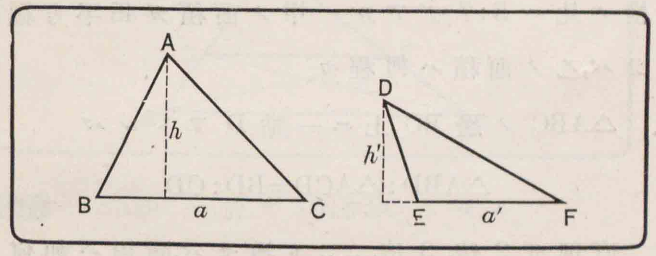


(各半圓ノ面積ヲ求メテ定理四十五ヲ應用セヨ)

第五篇 比 例

63. 三角形ノ面積ノ比

定理 四十八 **ニツノ三角形ノ面積ノ比ハ底ト高サトノ積ノ比ニ等シイ.**



證明 △ABC ノ底ヲ a, 高サヲ h, 面積ヲ S トシ, △DEF ノ底ヲ a', 高サヲ h', 面積ヲ S' トスレバ

$$S=\frac{1}{2}ah, \qquad S'=\frac{1}{2}a'h'$$

$$\therefore \quad S:S'=\frac{1}{2}ah:\frac{1}{2}a'h'$$

$$=ah:a'h'$$

上ノ定理ヨリ直ニ次ノ定理ヲ得ル。

定理 四十九 **[1] 高サノ等シイニツノ三角形ノ面積ノ比ハ底ノ比ニ等シク, [2] 底ノ等シイニツノ三角形ノ面積ノ比ハ高サノ比ニ等シイ.**

問 題 26

1. 高サノ等シイ二ツノ矩形又ハ平行四邊形ノ面積ノ比ハ其ノ底ノ比ニ等シイ。

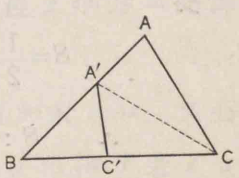
2. 甲乙二ツノ矩形ガアツテ,其ノ縦ノ比ハ3:4,横ノ比ハ5:7デアル。甲ノ面積ガ45平方糎ナラバ,乙ノ面積ハ何程カ。

3. △ABCノ邊BC上ニ一點Dヲトレバ

$$\triangle ABD : \triangle ACD = BD : CD$$

4. 直徑ガ2倍, 3倍,……ト増セバ,圓周ハ如何ニ變ハルカ。又圓ノ面積ハ如何ニ變ハルカ。此ノ關係ヲ法則トシテイヒ表ハセ。

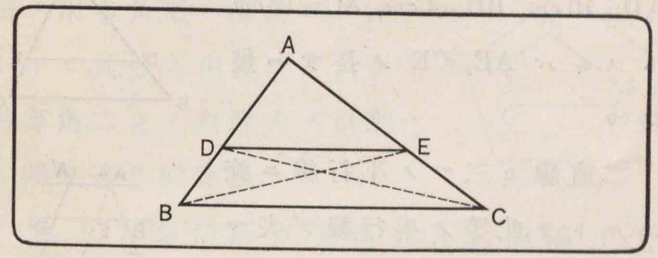
5. 一ツノ角ガ相等シイ二ツノ三角形ノ面積ノ比ハ其ノ角ヲ夾ム二邊ノ積ノ比ニ等シイ。



(圖ノヤウニ相等シイ角ヲ重ネ A'C ヲ結ビ $\frac{\triangle ABC}{\triangle A'BC}$, $\frac{\triangle A'BC}{\triangle A'BC'}$ ノ比ヲ考ヘヨ)

64. 三角形ノ比例線

定理五十　**三角形ノ底ニ平行ナル直線ハ他ノ二邊ヲ等シイ比ニ分ケル.**



假設 △ABCニ於テ $DE \parallel BC$ トスル。

終結 $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

證明 BE, CDヲ結ブトキハ,

$$\frac{\triangle AED}{\triangle DEB}=\frac{AD}{DB},\quad \frac{\triangle ADE}{\triangle EDC}=\frac{AE}{EC}$$ [定理四十九]

又 $\triangle DEB=\triangle EDC$ [定理四十三]

$$\therefore \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

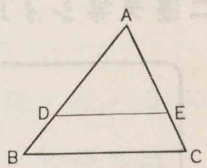
問 上ノ定理カラ次ノ關係ヲ證明セヨ。

❶ $\frac{AD}{AE}=\frac{DB}{EC}=\frac{AB}{AC}$　❷ $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

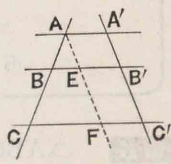
(❷ノ最後ノハEカラABニ平行ニEFヲ引イテ試ミヨ。)

問 題 27

1. 右ノ圖ニ於テ DE∥BC デ AD=10 *cm*, BD=4 *cm*, AC=12 *cm* トスレバ AE, CE ノ長サハ幾糎カ。



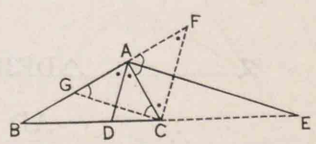
2. 二直線ガ三ツノ平行線ニ交ハルトキ,此等ノ平行線デ夾マレル四ツノ線分ハ比例スル。



3. 與ヘラレタ線分ヲ 3:5 ノ比ニ分ケヨ。

4. 頂點ヲ通ル直線デ與ヘラレタ三角形ヲ二ツニ分ケテ,其ノ面積ノ比ヲ 2:3 ナラシメヨ。

5. △ABC ノ頂角 A 及ビ其ノ外角 CAF ノ二等分線ガ底 BC 及ビ其ノ延長ト交ハル點ヲ夫々D, E トスレバ次ノ關係ノアルコトヲ證明セヨ。

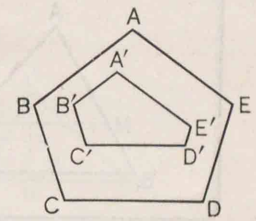


$$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}=\frac{BE}{CE}$$

注意 點Dノヤウニ線分上ノ點ヲ其ノ**内分點**トイヒ, Eノヤウニ線分ノ延長上ノ點ヲ其ノ**外分點**トイフ。

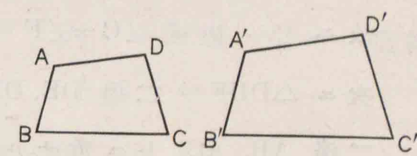
65. 相似形

邊數ノ相等シイ二ツノ多角形ノ一方ノ角ガ順ニ他方ノ角ニ等シイトキハ此ノ兩多角形ハ**等角**デアルトイヒ,其等ノ相等シイ角ヲ**對應角**,二ツノ對應角ノ頂點ノ間ノ邊ヲ**對應邊**トイフ。



二ツノ多角形ガ等角デ且對應邊ガ比例スルトキ此ノ二ツノ多角形ハ**相似**デアルトイフ。

例ヘバ二ツノ四邊形 ABCD, A′B′C′D′ ニ於テ,



$$\angle A=\angle A',\ \angle B=\angle B',\ \angle C=\angle C',\ \angle D=\angle D'$$

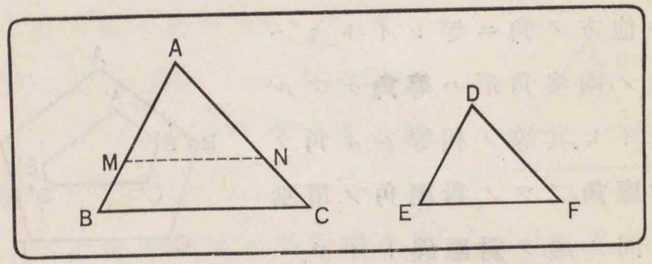
デ且
$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DA}{D'A'}$$

デアルトキハ此ノ兩四邊形ハ相似デアル。之ヲ次ノヤウニ書ク。

四邊形 ABCD ∽ 四邊形 A′B′C′D′

相似多角形ノ對應邊ノ比ヲ其ノ**相似比**トイフ。

定理五十一　**二ツノ角ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ相似デアル.**



題意　$\triangle ABC$, $\triangle DEF$ ニ於テ $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$ トスレバ　$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ デアル。

證明　$\triangle ABC$, $\triangle DEF$ ニ於テ $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$

故ニ　　$\angle C=\angle F$

次ニ $\triangle DEF$ ノ二邊 DE, DF ガ夫々 $\triangle ABC$ ノ二邊 AB, AC 上ニ重ナルヤウニシテ邊 EF ガ MN ノ位置ニ來タトスレバ

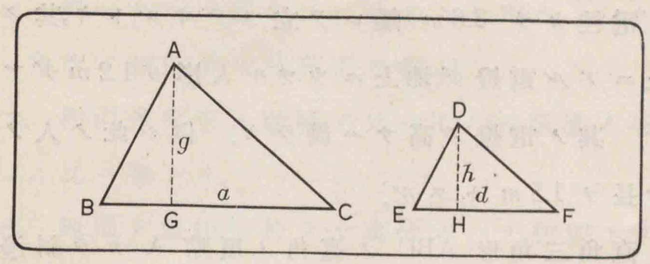
$$\angle AMN=\angle B \qquad \therefore\ MN \parallel BC$$

從ッテ　$$\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}$$　〔定理五十ノ間〕

$$\frac{DE}{AB}=\frac{EF}{BC}=\frac{DF}{AC}$$

$$\therefore\quad \triangle ABC \backsim \triangle DEF$$

定理五十二　**二ツノ相似三角形ノ面積ノ比ハ其ノ對應邊ノ平方ノ比ニ等シイ.**



假設　$\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トガ相似デ,其ノ對應邊 BC, EF ノ長サヲ夫々 a, d トスル。

終結　$\triangle ABC : \triangle DEF = a^2 : d^2$

證明　頂點 A, D カラ夫々ノ對邊ヘ引イタ垂線 AG, DH ノ長サヲ g, h トスレバ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle DEF}=\frac{ag}{dh}=\frac{a}{d}\times\frac{g}{h}$$

然ルニ　$\triangle ABG \backsim \triangle DEH$　〔定理五十一〕

$$\therefore\quad \frac{AG}{DH}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$$

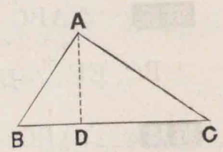
$$\therefore\quad \frac{g}{h}=\frac{a}{d}$$

$$\therefore\quad \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF}=\frac{a}{d}\times\frac{g}{h}=\frac{a^2}{d^2}$$

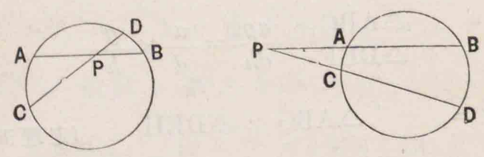
問 題 28

1. 電柱カラ $3.6m$ 離レテ立ツテキルトキ,其ノ上ニアル電燈デ地上ニウツル人影ガ $1.2m$ デアル。其ノ電燈ノ高サハ幾ラカ。但シ此ノ人ノ身長ヲ $1.5m$ トスル。

2. 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 A カラ斜邊 BC ニ垂線 AD ヲ引クトキハ, △ABC, △DBA, △DAC ハ相似デアル。



3. 一點 P ヲ通ル任意ノ二ツノ弦ヲ AB, CD トスレバ, AP·BP=CP·DP デアル。



(AC, DB ヲ結ビ △APC, △BPD ガ相似デアルコトニヨリ證明セヨ。)

4. 二ツノ三角形ノ一ツノ角ガ相等シク且此ノ等角ヲ夾ム二邊ガ比例スルトキハ,此ノ兩三角形ハ相似デアル。

5. 一ツノ三角形ノ三邊ガ他ノ三角形ノ三邊ニ比例スルトキハ,此ノ兩三角形ハ相似デアル。

6. 與ヘラレタ線分ヲ一邊トシテ,與ヘラレタ三角形ト相似ナル三角形ヲ畫ケ。

7. 相似多角形ノ面積ノ比ハ其ノ對應邊ノ平方ノ比ニ等シイ。

8. 地圖ノ製作ニ於テ十萬分ノ一ノ縮圖トイヘバ,地圖上ニ示ス長サガ實際ノ十萬分ノ一トイフ意味デアル。此ノ場合ニハ,面積ハ幾分ノ幾ラデアルカ。

9. 校舍ノ平面圖ヲ適當ノ縮尺デ畫ケ。

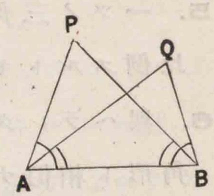
10. コヽニ示スノハ縮尺三千萬分ノ一ノ朝鮮ノ地圖デアル。之ヲ圖ノヤウナ梯形ト三角形トノ差デアルト見做シテ物指デ測リ,其ノ面積ヲ概算セヨ。

66. 相似形ノ應用

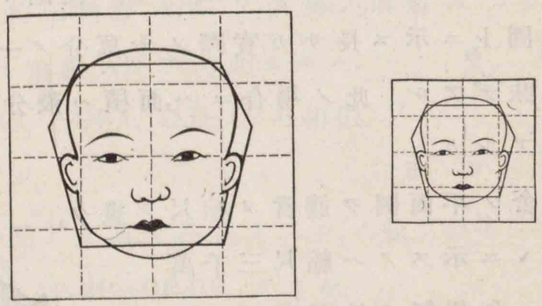
[1] 製圖ニヨツテ距離ヲ測定スルコト。

P, Q ヲ近寄ルコトノ出來ナイ二點或ハ直接ニ其ノ距離ヲ測ルコトノ出來ナイ二點トスレバ,基

線AB 及ビ ∠PAB, ∠QAB, ∠PBA, ∠QBA ヲ測定シテ,縮尺 m 分ノ 1 ノ地圖ヲ作リ,後ニ圖上デ PQ ノ距離ヲ測リ,之ヲ m 倍スレバ PQ ノ眞ノ距離ガ得ラレル。

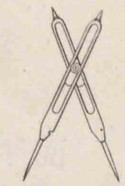


[2] 圖形ヲ縮小又ハ擴大スルコト。



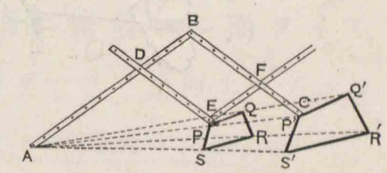
上圖ニ示スヤウニ縮小ショウトスル原圖ニ縦横ノ直線ヲ引イテコレヲ數多ノ等シイ正方形ニ分ケ,次ニ製圖紙上ノ與ヘラレタ大サノ内ニモ縦横ノ直線ヲ原圖ニ引イタト同數ダケ引イテ原圖ノ方眼ト相似ニシ,兩者ヲ比較シテ其ノ對應スル各正方形内ニ原圖ノヤウナ圖形ヲ畫ケバ,任意ノ圖形ヲ縮小スルコトガ出來ル。又反對ニ擴大スルコトモ出來ル。

圖形ヲ縮小又ハ擴大スルニハ右ノ圖ニ示スヤウナ**比例こんぱす**ヲ使用スルノガ便利デアル。



又下ノ圖ニ示スモノハ**ぱんとぐらふ**トイヒ,圖形ヲ擴大又ハ縮小スルノニ用ヒル器具デアル。

其ノ構造ハ AB, BC, DE, EF ナル四本ノ棒ガ B, D, E, F デ,自由ニ廻轉スルヤウニ取付ケラレ, BDEF ハ常ニ平行四邊形ヲナシ且



$$AB : AD = BC : BF$$

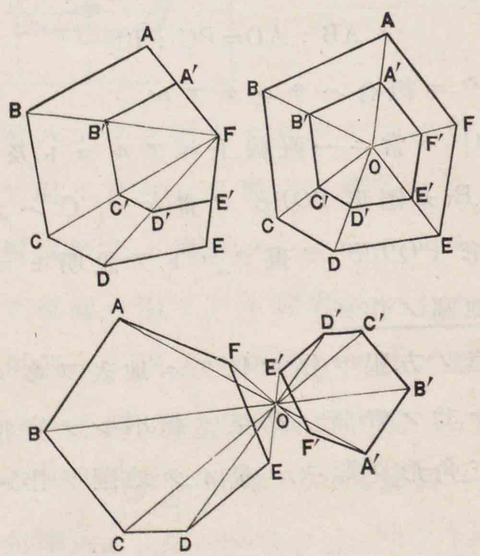
ナルヤウニ組合ハサレテアル。

A, E, C ハ常ニ一直線上ニアルコト及ビ A ヲ固定シ, E ガ圖形 PQRS ヲ畫ケバ, C ハ之ト相似ナル圖形 P'Q'R'S' ヲ畫クコトヲ説明セヨ。

[3] 地圖ノ作成。

正方形ノ方眼ヲ作ル代リニ地表ヲ多クノ三角形ニ分ケ,其ノ實測ノ結果ヲ縮小シテ實物ト相似デアル三角形ヲ順次ニ畫イテ地圖ヲ作ルコトガ出來ル。

[4] 其ノ他ノ相似形ノ畫キ方。(圖ニツイテ考ヘヨ)



第六篇 立體圖形

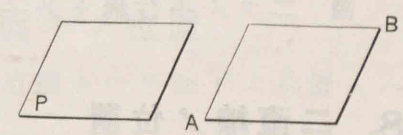
第一章 空間ニアル直線ト平面

67. 平面ノ決定

平面トハ其ノ上ニアル任意ノ二點ヲ通ル直線ガ全ク其ノ面ニ密着スル面ヲイフ。

直線上ノ任意ノ二點ガ一ツノ平面上ニアルトキハ其ノ直線ハ全部此ノ平面上ニアル。

平面ハ空間ニ於テ無限ニ擴ガツテヰルガ,之ヲ書キ表ハスニハ其ノ上ニアル平面圖形ヲ用ヒ,適當ノ圖形ノナイトキハ右ノ圖ノヤウナ平行四邊形ヲ用



ヒテ表ハシ,之ヲ平面P, 平面ABナドト呼ブ。

平面ニ關シテ次ノ公理ガアル。

公理八 **一直線上ニナイ三點ヲ含ム平面ハ唯一ツアル.**

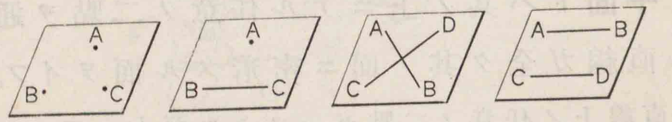
之ヲ一直線上ニナイ三點ハ平面ヲ決定スルトイフ。

上ノ公理カラ次ノ各々モ平面ヲ決定スルコトトナル。

[1] **一直線ト其ノ上ニナイ一點.**

[2] **相交ハル二直線.**

[3] **平行ナル二直線.**



問 1. 三點ガ平面ヲ決定シナイ場合ヲ述ベヨ。

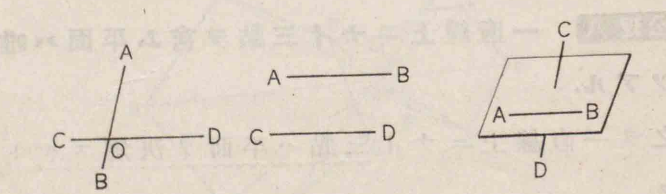
問 2. 次ノ三直線ハ同一平面上ニアルカ。

❶ 二ツヅツ異ナル點デ交ハル三直線。

❷ 二ツノ平行線ト其ノ各々ニ交ハル直線。

68. 二直線ノ位置

空間ニアル二直線ノ位置ニハ次ノ三通リノ場合ガアル。



(1) (2) (3)

(1) 相交ハル場合。 (2) 互ニ平行ナル場合。

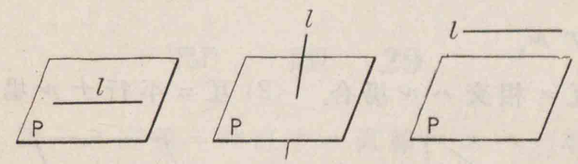
(3) 相交ラズ且平行デナイ場合。

(1),(2)ノ場合ニハ勿論二直線ハ同一平面上ニアルガ,(3)ノ場合ニハ同一平面上ニナイ。故ニ空間ニアル二直線ガ平行デアルコトヲイフニハ其等ガ相交ハラナイコトヲイフダケデハ不十分デ,尚ソレガ同一平面上ニアルコトヲイハナケレバナラナイ。

問 教室内ニ相交ハラズ且平行デナイ二直線ノ實例ガアルカ。

69. 直線ト平面トノ位置

空間ニ於ケル一直線ト一平面トノ位置ニハ次ノ三通リノ場合ガアル。



(1) (2) (3)

(1) 直線ガ平面上ニアル場合。

此ノトキ**直線ハ平面ニ含マレル**トイフ。

(2) 直線ト平面トガ唯一點ヲ共有スル場合。

此ノトキ**直線ハ平面ト交ハル**トイフ。

(3) 直線ト平面トガ一點ヲモ共有シナイ場合。

此ノトキ**直線ト平面トハ平行デアル**トイフ。

問 教室内ニ上ノ各々ノ場合ノ實例ガアルカ。

70. 二平面ノ位置

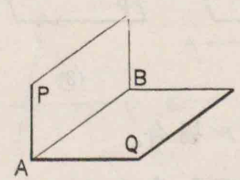
公理九 **二ツノ平面ガ出會ヘバ唯一ツノ直線ヲ共有スル.**

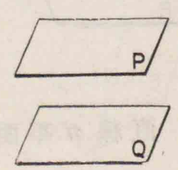
二平面ガ一直線ヲ共有スルトキ此ノ二平面ハ**相交ハル**トイヒ,其ノ直線ヲ**交線**トイフ。

二ツノ平面ヲ如何程擴ゲテモ出會ハナイトキハ,此ノ二平面ハ**互ニ平行デアル**トイフ。

空間ニアル二平面ノ位置ニハ次ノ二通リノ場合ガアル。

(1) 互ニ相交ハル場合。 (2) 互ニ平行ナル場合。

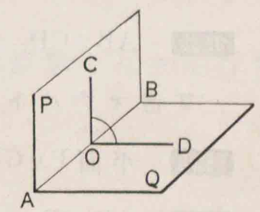




二ツノ平面ガ相交ハルトキ其ノ二平面ノ開キヲ**二面角**トイヒ,其ノ二平面ハ**二面角ヲナス**トイフ。

二面角ヲナス二平面上デ,其ノ交線上ノ一點カラ夫々交線ヘ引イタ垂線ノナス角ノ大サハ,其ノ點ノ位置ニ關ハラズ一定デアル。 ソレデ其ノ角ノ大サヲ**二面角ノ大サ**トスル。

例ヘバ二平面 P, Q ガ AB デ交ハルトキ, AB 上ノ一點 O カラ AB ニ垂直ナル OC, OD ヲ夫々 P, Q 上ニ引イテ ∠COD ヲ P, Q ノナス二面角ノ大サトスル。



問 書籍ヲ全ク開イテ机上ニ置ケバ,其ノ紙ノナス二面角ノ大サハドウカ。

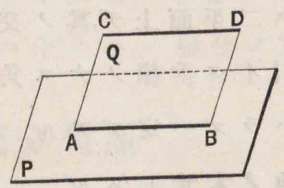
問題 29

1. 同一ノ直線ニ垂直ナル直線ハスベテ平行デアルカ。

2. 平行ナル二平面ノ一方ノ上ニアル直線ハ他ノ平面ニ平行デアル。

71. 直線ト平面トノ平行

定理 五十三 **二平行線ノ一ツヲ含ミ他ヲ含マナイ平面ハ其ノ含マナイ直線ニ平行デアル.**



假設 $AB \parallel CD$ トシ,平面 P ハ AB ヲ含ミ CD ヲ含マナイトスル。

終結 平面$P \parallel CD$*

證明 AB, CD ハ一ツノ平面 Q ヲ決定スル。

平面 P, Q ノ交線ハ AB デアル。

依ツテ若シ CD ガ P ニ交ハルトスレバ其ノ交點ハ AB ト CD トノ交點デナケレバナラナイ。

然ルニ AB ト CD トハ交ハラナイ。

故ニ CD ハ平面 P ニ交ハラナイ。

故ニ　　平面$P \parallel CD$

* $\parallel$ $\perp$ 等ノ記號ハ平面圖形ノトキニ準ジテ用ヒル。

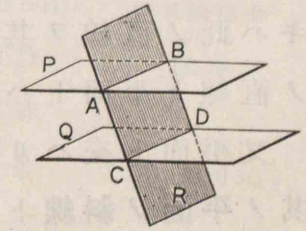
問　題　30

1. 直線ABガ平面Pニ平行デアルトキABヲ含ム平面ト平面Pトノ交線ハABニ平行デアル。
2. 平行線ヲ一ツヅツ含ム二平面ノ交線ハ此ノ平行線ノ各〻ニ平行デアル。
3. 同一ノ直線ニ平行ナル二平面ノ交線ハ其ノ直線ニ平行デアル。
4. 同一ノ直線ニ平行ナル二直線ハ互ニ平行デアル。

72. 二平面ノ平行

定理 五十四 **一ツノ平面ガ二ツノ平行ナル平面ニ交ハレバ,其ノ交線ハ平行デアル.**

題意 平面Rガ二ツノ平行ナル平面P,Qト夫々AB, CDニ於テ交ハレバ$AB \parallel CD$デアル。



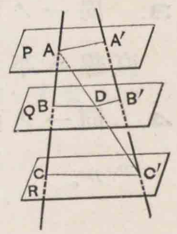
證明 (略スル。) (AB, CDノ交ハラナイコト及ビ同一平面ニアルコトヲ證明セヨ。)

問題 31

1. 平行ナル二平面ノ間ニ夾マレル平行ナル二線分ハ相等シイ。

2. 相交ハル二直線ガ夫々他ノ相交ハル二直線ニ平行デアルトキハ,前者ノ夾ム角ハ後者ノ夾ム角ニ等シイ。

3. 任意ノ二直線 ABC, A′B′C′ ガ平行ナル三平面 P, Q, R ニ交ハルトキハ,其ノ相對應スル部分(AB, A′B′ 及ビ BC, B′C′)ハ比例スル。



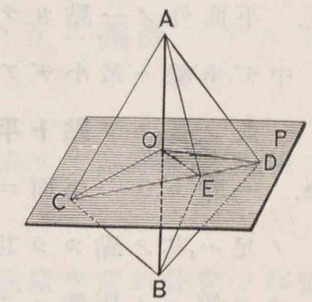
73. 平面ノ垂線ト斜線

平面ニ交ハル直線ガ,其ノ交點ヲ通ル此ノ平面上ノスベテノ直線ニ垂直デアルトキハ此ノ直線ヲ其ノ**平面ノ垂線**トイヒ,此ノ直線ト平面トハ**互ニ垂直デアル**トイフ。

又平面ト交ハリ之ト垂直デナイ直線ヲ其ノ**平面ノ斜線**トイフ。

垂線又ハ斜線ト平面トノ交點ヲ垂線又ハ斜線ノ足トイフ。

定理五十五 **平面上ノ二直線ノ交點ヲ通ツテ其ノ各ニ垂直ナル直線ハ其ノ平面ニ垂直デアル.**



假設 OC, OD ハ平面 P 上ノ二直線トシ,

$AO \perp OC$, $AO \perp OD$

トスル。

終結 $AO \perp$ 平面 P

證明 P 上ニ於テ O ヲ通ル任意ノ直線 OE ヲ引キ,又 OC, OE, OD ト交ハル任意ノ直線ヲ引キ其ノ交點ヲ夫々 C, E, D トスル。

次ニ AO ヲ B マデ延長シテ AO=OB トシ, A, B ヲ夫々 C, E, D ニ結ベバ OC, OD ハ何レモ AB ノ垂直二等分線デアル。

$\therefore$ AC=BC, AD=BD [77 頁問題 4]

$\therefore$ $\triangle ACD \equiv \triangle BCD$ [定理十]

$\therefore$ $\angle ACE = \angle BCE$

$\therefore$ $\triangle ACE \equiv \triangle BCE$ [定理五]

$\therefore$ AE=BE

$\therefore$ $AO \perp OE$

$\therefore$ $AO \perp$ 平面 P

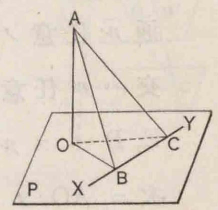
問題 32

1. 平面外ノ一點カラ此ノ平面ニ引イタ線分ノ中デ,垂線ハ最小デアル。

此ノ長サヲ**點ト平面トノ距離**トイフ。

2. 一點カラ一平面ニ引イタ等シイ長サノ斜線ノ足ハ,其ノ點カラ其ノ平面ニ引イタ垂線ノ足カラ等シイ距離ニアル。

3. 一點AカラP平面ニ引イタ垂線ノ足Oヲ通リ,P上ノ直線XYニ垂線OBヲ引ケバABハXYノ垂線デアル。



(XY上ニBデナイ點CヲトリAC^2=AB^2+BC^{2}ナルコトヲイヘ。)

4. 同一ノ平面ニ垂直ナル二直線ハ互ニ平行デアル。

5. 平行線ノ一ツガ一ツノ平面ニ垂直ナラバ他ノ直線モ亦此ノ平面ニ垂直デアル。

6. 平行平面間ノ共通垂線ノ部分ハ皆相等シイ。

此ノ長サヲ**平行平面ノ距離**トイフ。

74. 二平面ノ垂直

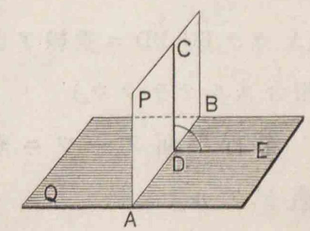
二平面ノナス二面角ノ大サガ直角デアルトキハ,其ノ二平面ハ互ニ**垂直**デアルトイフ。

問 教室ニ於テ互ニ垂直ナル二平面ノ實例ヲ擧ゲヨ。

定理五十六 **一平面ノ垂線ヲ含ム任意ノ平面ハ,初メノ平面ニ垂直デアル.**

題意 CDヲ平面Qノ垂線トシ,CDヲ含ム任意ノ平面ヲPトスレバ,PハQニ垂直デアル。

證明 平面P,Qノ交線ABハDヲ通ル。



平面Q上ニDカラABヘ垂線DEヲ引クト,CDガQニ垂直デアルカラ∠CDEハ直角デアル。

ソシテ∠CDEハ二平面P,Qノナス二面角ノ大サヲ表ハス。

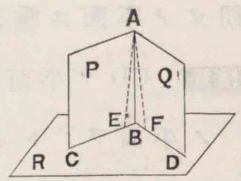
故ニPハQニ垂直デアル。

問　題　33

1. 三ツノ直線ガ一點ニ會シ,二ツヅツ垂直デアルトキハ,此等ヲ二ツヅツ含ム三ツノ平面ハ互ニ垂直デアル。(箱ノ隅ヲ見ヨ。)

2. 一ツノ平面ガ他ノ平面ニ垂直デアルトキハ,第一ノ平面上ニアツテ其ノ交線ニ垂直ナル直線ハ第二ノ平面ニ垂直デアル。

3. AB デ交ハル平面 P, Q ガ共ニ平面 R ニ垂直デアルトキハ, AB ハ R ニ垂直デアル。



(A カラ BC, BD ニ垂線ヲ引ケ。此等ノ垂線ト AB トハ相合スルデアラウ。)

4. 平行平面ノ一ツニ垂直ナル平面ハ他ニモ垂直デアル。

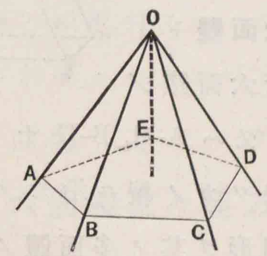
第二章　立體・體積

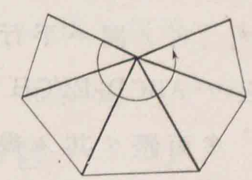
75. 多面角

一點ヲ通リ且二ツヅツ順次ニ交ハル三ツ以上ノ平面ヨリ成ル圖形ヲ**多面角**トイフ。

多面角ヲ作ル平面ハ皆其ノ隣リノ二平面トノ交線デ終ル。多面角ハ其ノ面數ニヨツテ**三面角**,**四面角**,**五面角**等ニ區別スル。

例ヘバ五平面 AOB, BOC, COD 等ガ一點 O ヲ通ル直線 OA, OB, OC 等デ交ハルト,五面角ガ出來ル。之ヲ O-ABCDE ト書ク。





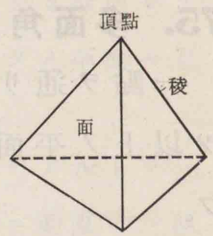
O ヲ多面角ノ**頂點**トイヒ,各平面ヲ其ノ**面**,交線ノ間ノ角 AOB, BOC, COD 等ヲ其ノ**面角**トイフ。

一ツノ多面角ノスベテノ面角ノ和ガ 4 直角ヨリモ小ナルコトヲ圖ニ就イテ考ヘヨ。

76. 多面體

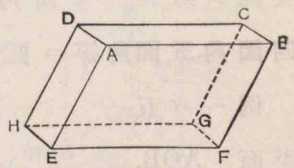
幾ツカノ平面デ圍マレタ立體ヲ**多面體**トイフ。

多面體ヲ圍ム平面ハスベテ多角形デアル。之ヲ多面體ノ**面**トイヒ,其ノ邊及ビ頂點ヲ夫々多面體ノ**稜**及ビ**頂點**トイフ。

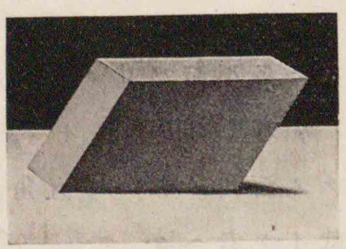


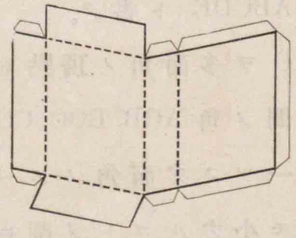
多面體ハ之ヲ圍ム平面ノ數ニヨツテ**四面體,五面體,六面體**等ニ區別スル。

相對スル面ガ互ニ平行ナル六面體ヲ**平行六面體**トイフ。右ノ圖ハ平行六面體デ之ヲ ABCD-EFGH 又ハ A-G, B-H ナドト書ク。



多面體ヲ其ノ幾ツカノ稜ニ沿ウテ截開キ,之ヲ平面上ニ展ゲタ圖形ヲ其ノ多面體ノ**展開圖**トイフ。次ニ示スハ平行六面體ト其ノ展開圖デアル。





問 1. 模型ヲ作ツテ平行六面體ノ次ノ性質ヲ驗セヨ。

1 三組ノ對面ハ各〻合同ナル平行四邊形デアル。

2 四ツヅツ相等シクテ且平行ナル十二ノ稜ガアル。

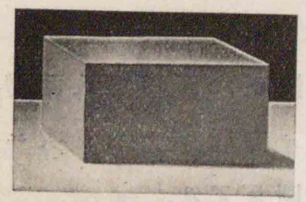
3 四ツヅツ相等シイ二十四ノ面角ガアル。

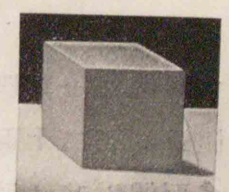
4 二ツヅツ相等シイ十二ノ二面角ガアル。

問 2. 平行六面體ノ一頂點ヨリ出ル三稜ガ互ニ垂直デアルト,相隣レル面ハ互ニ垂直デ總テノ面ハ矩形デアル。又同ジ頂點ヨリ出ル三稜ガ相等シイト,スベテノ稜ハ相等シイ。

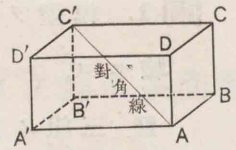
平行六面體ノスベテノ面ガ矩形デアルモノヲ**直六面體**或ハ**直方體**トイフ。

又平行六面體ノスベテノ面ガ正方形デアルモノヲ**立方體**又ハ單ニ**立方**トイフ。





多面體ノ同ジ面上ニナイ二頂點ヲ結ブ線分ヲ其ノ**對角線**トイフ。



問3. 直方體ノ對角線ハ皆相等シイ。ソシテ其ノ平方ハ一頂點ヨリ出ル三稜ノ平方ノ和ニ等シイ。

問4. 立方體ノ面ハ皆合同ナル正方形デ,其ノ對角線ノ平方ハ一稜ノ平方ノ三倍ニ等シイ。

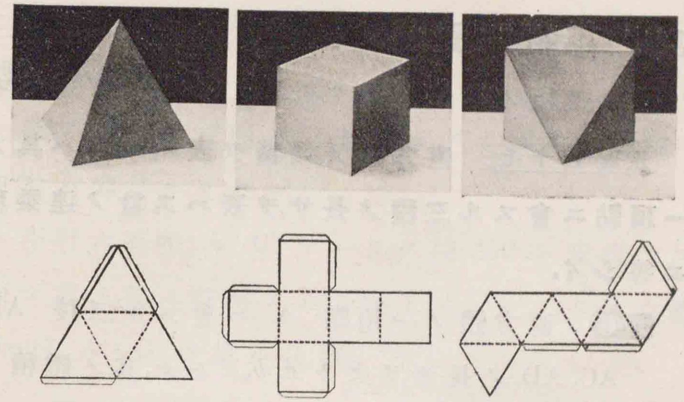
問5. 縱,横,高サガ夫々a糎, b糎, c糎デアル直方體ノ表面積ヲ求メヨ。又其ノ對角線ノ長サヲ求メヨ。

77. 正多面體

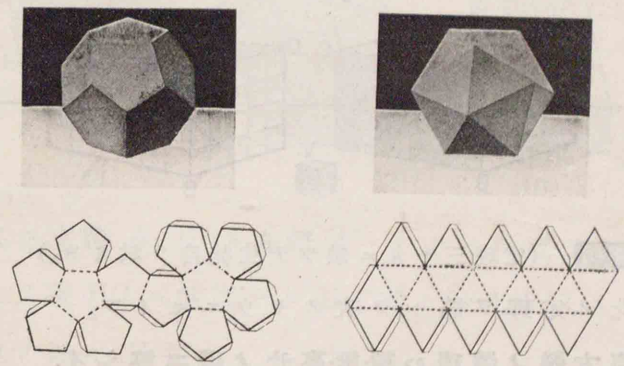
面ガ皆合同ナル正多角形デ,其ノ多面角ガ皆合同ナル多面體ヲ**正多面體**トイフ。

例ヘバ立方體ノヤウナモノデ,立方體ハ**正六面體**デアル。

正多面體ニハ正四面體,正六面體,正八面體,正十二面體及ビ正二十面體ノ五種ガアル。次ニ示スハ正多面體ト其ノ展開圖デアル。



正四面體　正六面體(立方體)　正八面體



正十二面體　正二十面體

問1. 上ノ展開圖ニ倣ッテ正多面體ノ模型ヲ作レ。

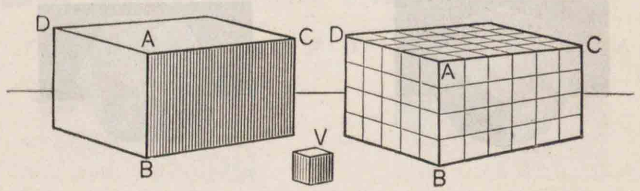
問2. 五種ノ正多面體ニ就キ,其ノ各頂點ニ於ケル面角ノ大サヲ驗セヨ。

78. 平行六面體ノ體積

問 體積ノ單位ト長サノ單位トノ關係ヲ述ベヨ。

定理五十七 **直方體ノ體積ヲ表ハス數ハ其ノ一頂點ニ會スル三稜ノ長サヲ表ハス數ノ連乘積ニ等シイ.**

題意 直方體ノ一頂點 A ニ會スル三稜 AB, AC, AD ノ長サヲ夫々 a, b, c トシ,其ノ體積ヲ V トスレバ, $V=abc$ デアル。



證明 (定理三十九ニ倣ツテ生徒自ラ試ミヨ。)

此ノ定理ヲ略シテ次ノヤウニモイフ。

直方體ノ體積ハ縱·橫·高サノ積ニ等シイ.

本定理カラ直ニ次ノ定理ガワカル。

定理五十八 **立方體ノ體積ヲ表ハス數ハ一稜ノ長サヲ表ハス數ノ三乘ニ等シイ.**

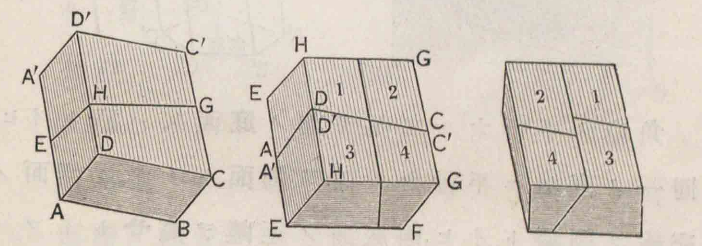
之ヲ次ノヤウニモイフ。

立方體ノ體積ハ一稜ノ三乘ニ等シイ.

定理五十九 **平行六面體ハ之ト等底等高ナル直方體ニ等シイ.**

此ノ定理ノ證明ハ稍〻複雜デアルガ次ノ實驗ニヨレバ容易ニワカル。

平行六面體 A−C′ ヲ一ツノ稜 AA′ ニ垂直ナル面デ截リ,其ノ截面ヲ EFGH トスレバ二ツノ立體 A−G, A′−G ヲ得ル (I 圖)。



(I) (II) (III)

次ニ立體 A−G ト立體 A′−G トノ位置ヲ取換ヘ,之ヲ稜 HG ニ垂直ナル面デ截レバ 1, 2, 3, 4 ノ立體ヲ得ル (II 圖)。

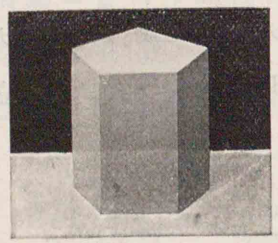
更ニ (1,3) ト (2,4) トノ位置ヲ取換ヘレバ平行六面體 A−C′ ト等底·等高ナル直方體ヲ得ル (III 圖)。

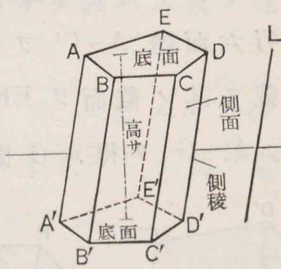
上ノ定理ヨリ直ニ次ノ定理ガワカル。

定理六十 **平行六面體ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ.**

79. 角壔

二面ガ平行デ他ノ面ガ皆同一ノ直線ニ平行デアル多面體ヲ**角壔**(タウ)トイフ。

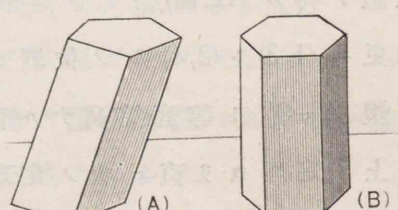




角壔ノ平行ナル二面ヲ其ノ**底面**又ハ**底**トイヒ，同一ノ直線ニ平行ナル面ヲ**側面**トイフ。側面ノ交線ヲ**側稜**トイヒ，兩底面ノ距離ヲ**高サ**トイフ。

角壔ハ其ノ底面ノ邊數ニヨツテ**三角壔**,**四角壔**,**五角壔**等ニ區別スル。上圖ハ五角壔デアル。之ヲ ABCDE−A'B'C'D'E' 又ハ ABCDE−A' ト書ク。

側稜ガ底面ニ垂直デアル角壔ヲ**直角壔**トイヒ，サウデナイモノヲ**斜角壔**トイヒ，

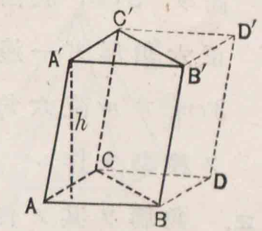


底面ガ正多角形デアル直角壔ヲ**正角壔**トイフ。

問 角壔ノ側面ハ皆平行四邊形デアル。直角壔ノ側面ハドウカ。

定理 六十一 **三角壔ノ體積ハ底面積ト高サトノ積ニ等シイ.**

證明 ABC−A'B'C' ヲ三角壔トシ,底面 ABC ノ二邊 AB, AC ヲ二邊トスル平行四邊形 ABDC ヲ作リ,之ヲ底面トシ AA' ヲ側稜トスル平行六面體 ABDC−A'B'D'C' ヲ作レバ，三角壔 ABC−A'B'C' ノ體積 V ハ此ノ平行六面體ノ體積 V' ノ半分ニ等シイ。即チ



$$V=\frac{1}{2}V'$$

然ルニ角壔ノ高サヲ h トスレバ

$$V'=\square ABDC\times h=2\triangle ABC\times h$$ [定理六十]

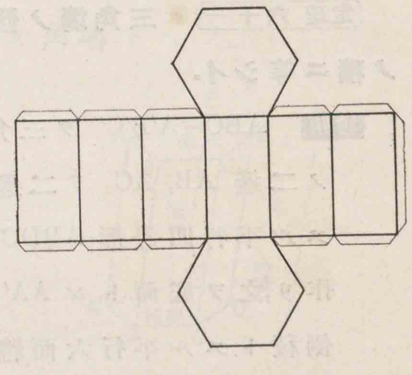
$$\therefore\ V=\triangle ABC\times h$$

任意ノ角壔ハ之ト等高ナル若干ノ三角壔ニ分ケルコトガ出來ル。依ツテ次ノ定理ガワカル。

定理 六十二 **角壔ノ體積ハ底面積ト高サトノ積ニ等シイ.**

問　題　34

1. 右ニ示スノハ直六角壔ノ展開圖デアル。之ニ倣ッテ高サ 5 *cm*, 底面ガ正六角形デ一邊ガ 3 *cm* アル直六角壔ノ模型ヲ作レ。



2. 角壔ヲ其ノ側稜ニ垂直デ底面ヲ截ラナイ平面デ截ッタ截口ヲ其ノ**直截面**トイフ。角壔ノ側面積ハ其ノ直截面ノ周ト側稜トノ積ニ等シイ。直角壔ノ側面積ハドウカ。

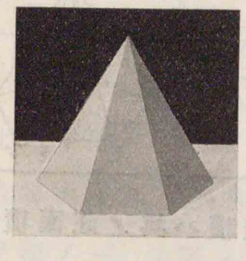
3. 底面ガ一邊 6 *cm* ノ正三角形デ,高サガ 15 *cm* デアル正三角壔ノ側面積及ビ體積ヲ求メヨ。

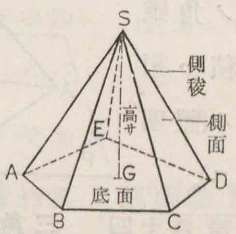
4. 三角壔ノ底面ノ三邊ガ 3 *cm*, 4 *cm*, 5 *cm* デ高サガ 8 *cm* デアルトイフ。此ノ體積ヲ求メヨ。

5. 平行六面體ノ形ヲシテヰル方解石ノ高サガ 4*cm*, 底面ノ底邊ガ 1.1*cm*, 其ノ高サガ 0.6*cm* デアルトキハ,其ノ重サハ幾瓦カ。但シ方解石ノ比重ヲ 2.8 トスル。

80. 角　錐

一ツノ多角形ト,其ノ邊ヲ夫々底邊トシ其ノ平面外ノ一點ヲ共通ノ頂點トスル三角形トデ圍ム多面體ヲ**角錐**トイフ。





同一ノ頂點ヲ共有スル三角形ノ面ヲ角錐ノ**側面**,其ノ共通ノ頂點ヲ其ノ**頂點**,側面ノ交線ヲ**側稜**トイフ。

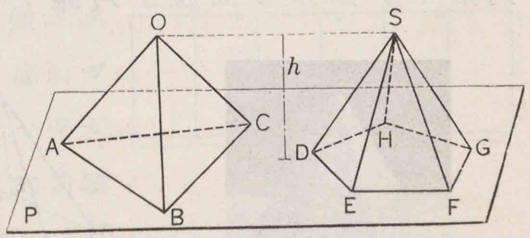
又頂點ニ對スル面ヲ角錐ノ**底面**又ハ**底**トイヒ,頂點カラ之ヘ引イタ垂線ノ長サヲ**高サ**トイフ。

角錐ハ其ノ底面ノ邊數ニヨッテ**三角錐**,**四角錐**等ニ區別スル。上圖ハ五角錐デ,之ヲ S-ABCDE ト記ス。

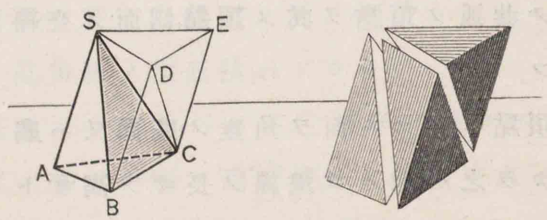
底面ガ正多角形デ,其ノ中心ガ頂點カラ底面ヘ引イタ垂線ノ足ト一致スル角錐ヲ**正角錐**又ハ**直角錐**トイフ。

定理 六十三　**等底等高ナル二ツノ角錐ノ體積ハ相等シイ.**

例ヘバ二ツノ角錐 O-ABC ト S-DEFGH トノ高サガ等シク且底面 ABC, DEFGH ノ面積ガ等シイトキハ,此ノ二ツノ角錐ノ體積ハ相等シイ(證明ハ略ス)。



定理 六十四　**三角錐ノ體積ハ其ノ底面積ト高サトノ積ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ.**



題意　三角錐 S-ABC ニ於テ其ノ底面積ヲ a トシ,高サヲ h トスレバ體積ハ $\frac{1}{3}ah$ デアル。

證明　AB, AC, AS ヲ三稜トスル三角壔 ABC-SDE ヲ作ルトキハ此ノ三角壔ハ三角錐 S-ABC ト四角錐 S-DBCE トノ和ニ等シイ。

四角錐 S-DBCE ヲ二ツノ三角錐 S-DBC, S-DCE

ニ分ケレバ,其等ノ底面 DBC ト DCE トハ相等シク且高サガ共通デアルカラ

S-DBC=S-DCE　　[定理六十三]

又 S-DBC ト S-ABC トハ頂點 C ガ共通デ底面 SAB, SDB ガ等シイカラ

S-DBC=S-ABC　　[定理六十三]

$$\therefore\ \text{S-ABC}=\frac{1}{3}(\text{ABC-SDE})=\frac{1}{3}ah$$

此ノ定理カラ次ノ定理ガワカル。

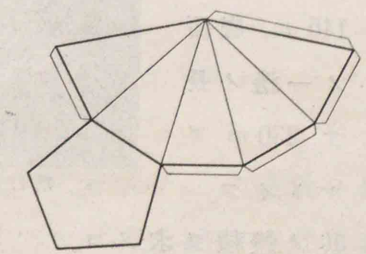
定理 六十五　**角錐ノ體積ハ其ノ底面積ト高サトノ積ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ.**

従ッテ角錐ノ體積ヲ V トシ底面積ヲ b, 高サヲ h トスレバ

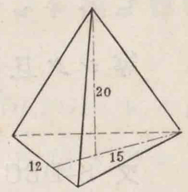
$$V=\frac{1}{3}b\cdot h$$

問　題　35

1. 正角錐ノ側面ハ皆合同ナル等脚三角形デアル。
2. 一邊ガ 5 cm ノ正五角形ヲ底面トシ,側稜ノ長サ 8 cm ノ直角錐ノ模型ヲ作レ。



3. 底邊 12 cm, 高サ 15 cm ノ三角形ヲ底面トシ,高サガ 20 cm デアル三角錐ノ體積ヲ求メヨ。

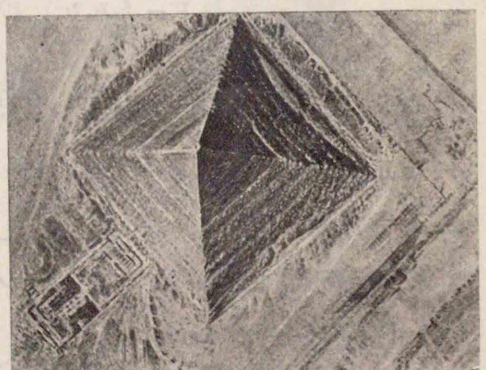


4. 底面ノ一邊ガ 8 cm デ高サガ 12 cm デアル正四角錐ノ側面積及ビ體積ヲ求メヨ。

5. 體積ガ 51.96 平方糎デ,底面ノ一邊ガ 6 cm デアル正四角錐ノ高サハ幾糎カ。

6. 角錐ノ底面ニ平行ナル截面ト底面トノ間ニアル部分ヲ**角錐台**トイフ。底面積ガ12平方糎デ高サガ 10 cm デアル角錐ノ,高サヲ二等分スル截面ニヨツテ生ズル角錐台ノ體積ヲ求メヨ。

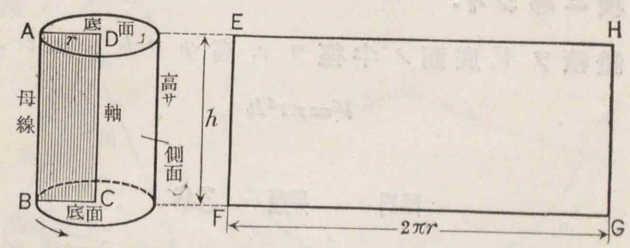
7. 埃及最大ノぴらみっどハ正四角錐デ,高サガ 146 m, 底面ノ一邊ノ長サ 230 m アルトイフ。其ノ體積ヲ求メヨ。



飛行機カラ見タぴらみっど

81. 直圓壔

矩形ノ一邊ヲ軸トシテ之ヲ一廻轉スルトキ出來ル立體ヲ**直圓壔**トイフ。



矩形 ABCD ヲ其ノ一邊 CD ヲ軸トシテ其ノ周リニ一廻轉セシメルト直圓壔ヲ生ズル。此ノトキ CD ヲ直圓壔ノ**軸**, AB ヲ**母線**トイヒ,母線ノ畫ク曲面ヲ**側面**トイヒ, BC, AD ノ畫ク圓ヲ**底面**トイフ。軸ノ長サハ母線ト等シク,之ヲ直圓壔ノ**高サ**トイフ。

定理 六十六　**直圓壔ノ側面積ハ其ノ底面ノ周ト高サトノ積ニ等シイ.**

側面積ヲ S, 底面ノ半徑ヲ r, 高サヲ h トスレバ

$$S=2\pi rh$$

又直圓壔ノ底面ハ圓デアルカラ,之ヲ邊數ノ無限ニ多イ正多角形ト考ヘレバ,其ノ體積ハ直角壔

ノ場合ト同樣ニシテ求メラレル。

依ツテ次ノ定理ガワカル。

定理六十七 **直圓壔ノ體積ハ底面積ト高サトノ積ニ等シイ.**

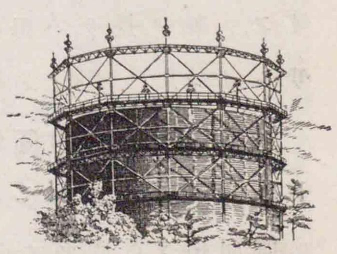
體積ヲ V, 底面ノ半徑ヲ r, 高サヲ h トスレバ

$$V=\pi r^2h$$

問　題　36

1. 矩形ノ二隣邊ヲ a, b トシ,其ノ各邊ヲ軸トシテ,此ノ矩形ヲ廻轉シテ生ズル二ツノ直圓壔ノ體積ノ比ヲ求メヨ。

2. 底ノ直徑 $48m$, 深サ $45m$ ナル直圓壔形ノ瓦斯たんくガアル。其ノ容量ハ幾立方米カ。

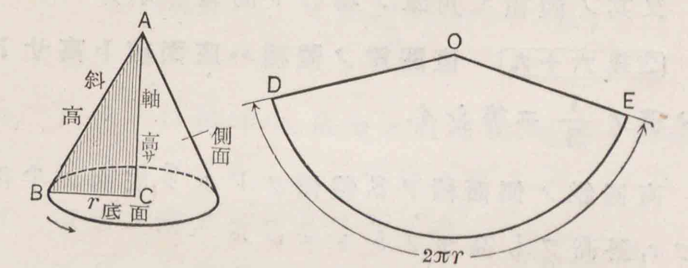


又其ノ側面積ハ幾平方米カ。但シたんくノ厚サハ考ヘナイモノトスル。

3. 暴風雨ノ晝間信號標トシテ用ヒル赤色ノ圓壔ハ直徑 $0.7m$, 高サ $1.1m$ デアル。其ノ側面積及ビ體積ヲ算出セヨ。

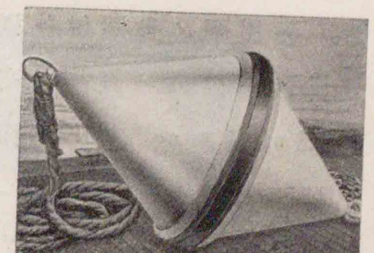
82. 直圓錐

直角三角形ノ直角ヲ夾ム一邊ヲ軸トシテ之ヲ一廻轉スルトキニ出來ル立體ヲ**直圓錐**トイフ。



角 C ガ直角デアル三角形 ABC ヲ其ノ直角ノ一邊 AC ヲ軸トシテ其ノ周リニ一廻轉セシメルト直角錐ヲ生ズル。此ノトキ A ヲ直角錐ノ**頂點**, AC ヲ**軸**, AB ヲ**母線**トイヒ,母線ノ畫ク曲面ヲ**側面**, BC ノ畫ク平面ヲ**底面**トイフ。又軸ノ長サ卽チ頂點ト底面トノ距離ヲ直角錐ノ**高サ**トイヒ,母線ノ長サヲ**斜高**トイフ。

問 1. 圖ノヤウナぶい(浮標)ハドンナ圖形ヲ如何ニ廻轉スレバ出來ルカ。



直圓錐ニ於テ其ノ底面ノ周ガ邊數ノ無限ニ多イ正多角形ノ周ト見做セバ次ノ定理ガワカル。

$\boxed{\text{定理六十八}}$ **直圓錐ノ側面積ハ底面ノ周ト斜高トノ積ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シイ.**

又其ノ體積モ角錐ノ場合ト同樣ニ求メラレル。

$\boxed{\text{定理六十九}}$ **直圓錐ノ體積ハ底面積ト高サトノ積ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ.**

直圓錐ノ側面積ヲ S, 體積ヲ V トシ,底面ノ半徑ヲ r, 斜高ヲ l, 高サヲ h トスレバ

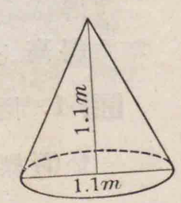
$$S=\pi rl, \qquad V=\frac{1}{3}\pi r^2h$$

問 2. $S=\pi r\sqrt{r^2+h^2}$ デアルコトヲ證明セヨ。

問題 37

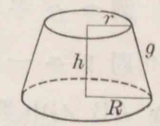
1. 半徑 5 cm, 斜高 14 cm ナル直圓錐ノ側面積及ビ體積ヲ求メヨ。

2. 暴風雨ノ晝間信號標ニ用ヒル赤色ノ圓錐ハ直徑モ高サモ共ニ1.1 m デアル。其ノ側面積及ビ體積ヲ算出セヨ。



3. 圓錐ノ底面ニ平行ナル平面デ其ノ頂點ノ方

ヲ截去ツタ立體ヲ**直圓錐台**トイフ。



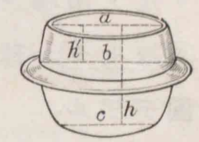
直圓錐台ノ上底ノ半徑ヲ r, 下底ノ半徑ヲ R, 高サヲ h, 斜高ヲ g トシ,側面積ヲ S, 體積ヲ V トスレバ

$$S=\pi g(R+r), \qquad V=\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$$

デアル。

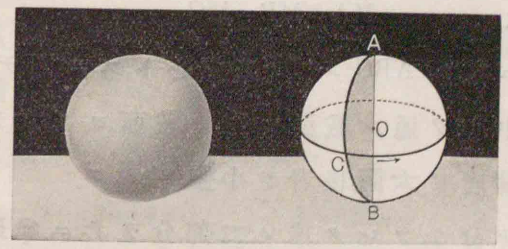
4. 內法デロ徑 30 cm, 底面ノ直徑 18 cm, 高サ 20 cm ノばけつガアル。此ノ容量ヲ求メヨ。

5. 飯釜ヲ圖ノヤウナ二ツノ直圓錐台カラ出來テヰルモノトスレバ,其ノ容量ハ幾ラカ。



83. 球

直徑ヲ軸トシテ半圓ヲ一廻轉スルトキニ出來ル立體ヲ**球**トイヒ,其ノ表面ヲ**球面**トイフ。



例ヘバ半圓 ACB ヲ,其ノ直徑 AB ヲ軸トシテ其ノ周リニ一廻轉セシメルト球ヲ生ズル。此ノトキ AB ノ中點 O ハ球ノ**中心**デ,半圓ノ弧 ACB ノ畫ク曲面ガ球面デアル。

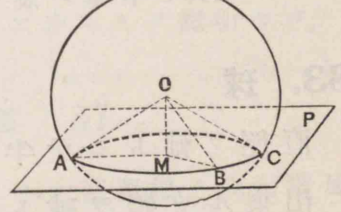
半圓ノ弧 ACB 上ノスベテノ點ハ O カラ等距離ニアル。從ツテ

球面上ノスベテノ點ハ中心カラ等距離ニアル。

中心カラ球面マデノ距離ヲ球ノ**半徑**トイヒ,中心ヲ通リ兩端ガ球面デ終ル線分ヲ**直徑**トイフ。

定理 七十　**球ヲ一ツノ平面デ截レバ其ノ截面ハ圓デアル.**

證明　中心 O カラ截面 P ニ垂線 OM ヲ引イテ其ノ足 M ト截面ノ周上ノ任意ノ點 A, B, C 等ヲ結ベバ



$$MA=MB=MC$$

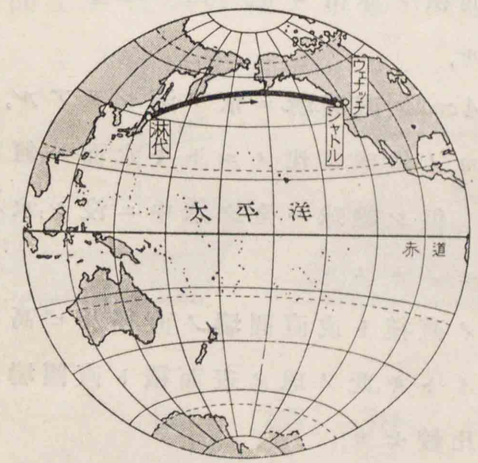
故ニ截面 ABC ハ M ヲ中心トスル圓デアル。

球ノ中心ヲ通ル截面ハ他ノ截面ヨリ大デアル。ソレデ前者ヲ**大圓**,後者ヲ**小圓**トイフ。

大圓デ分ケラレタ球ノ二部分ヲ共ニ**半球**トイフ。地球ハ略〻球形ヲナシ,赤道ニヨツテ南北兩半球ニ分ケラレル。

球面上ノ二點ヲ通ル大圓ハ唯一ツアル。ソシテ其ノ大圓ノ弧ガ其ノ二點間ノ最短通路デアル。

次ノ圖ニ就キ太平洋横斷飛行ニハドンナ航空路ヲトルカヲイヘ。



球ノ面積及ビ體積ニ就イテ次ノ定理ガアル。

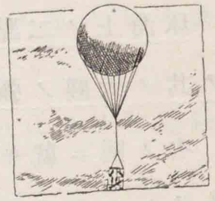
定理 七十一　**半徑ガ r デアル球ノ表面積ハ $4\pi r^2$, 體積ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ デアル.**

表面積ヲ S, 體積ヲ V トスレバ

$$S=4\pi r^2,\qquad V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

問　題　38

1. 圖ノヤウナばるーんノ直徑ガ 1.5m デアル。其ノ表面積及ビ體積ヲ求メヨ。



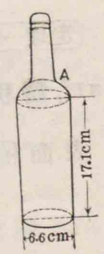
2. 地球ノ周圍ヲ四千萬米トシテ,表面積ヲ算出セヨ。但シ地球ハ球狀デアルトスル。

3. 半徑 4cm ノ直圓壔ニ水ヲ滿シテアル。之ニ半徑 3cm ノ鐵球ヲ沈メルトキ水面ハ何程上昇スルカ。但シ鐵球ハ全ク水中ニ沒シ,水ハ溢レ出ナイモノトスル。

4. 或球ノ直徑ト或直圓壔ノ直徑及ビ高サトガ皆等シイトキ,此ノ球ノ表面積ト直圓壔ノ側面積トヲ比較セヨ。

5. 重サ 1kg ノ銅球ガアル。其ノ直徑ハ幾ラカ。但シ銅ノ比重ハ 8.5 デアル。

6. 圖ノヤウナ葡萄酒瓶ガアル。A カラ下ノ部分ヲ圓壔ト半球トカラ成ルモノトシテ,其ノ部分ノ容量ヲ求メヨ。但シ瓶ノ厚サヲ 0.3cm トスル。

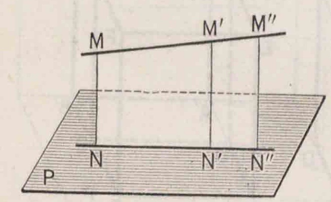


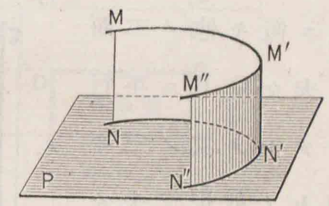
第三章　立體圖形ノ製圖法

84. 射影

平面上ニ投ズル點ノ**射影**トハ此ノ點カラ其ノ平面ヘ引イタ垂線ノ足ヲイフ。

平面上ニ投ズル線ノ射影トハ此ノ線上ノスベテノ點ノ射影ヲイフ。

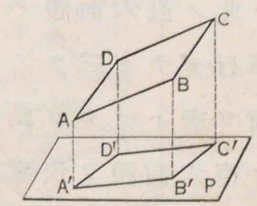




問　題　39

1. 平面上ニ投ズル直線ノ射影ハ直線デアル

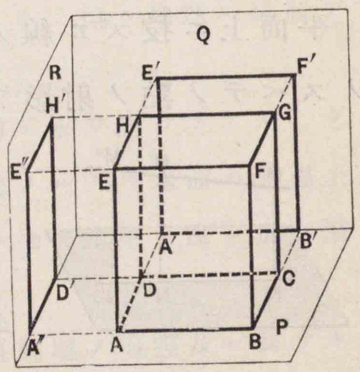
2. 平面上ニ投ズル平行四邊形ノ射影ハ亦平行四邊形デアル。

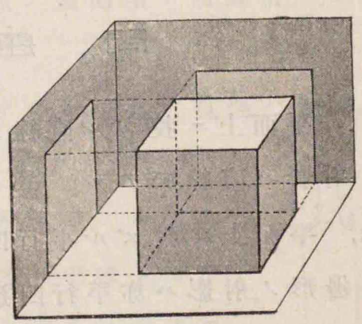


85. 立體ノ射影

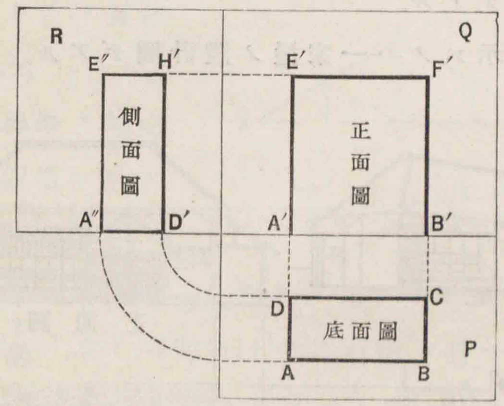
或立體ヲ互ニ垂直ナル三ツノ平面P, Q, Rノ中ノP上ニ置キ,此等ノ三平面上ニ此ノ立體ヲ作ルスベテノ點ノ投ズル射影三種ヲ作ルトキハ,其ノ立體ノ全形ヲ知ルコトガ出來ル。

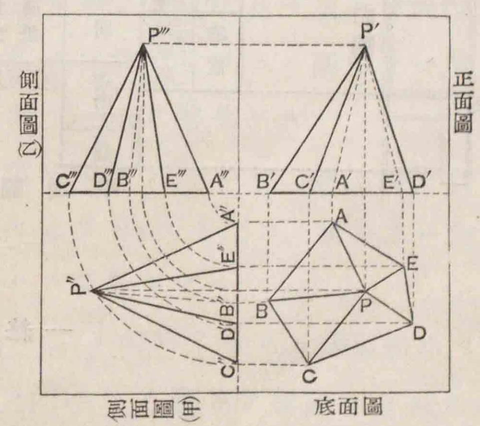
例ヘバ直六面體ABCD-EFGHノ一面ABCDヲ平面P上ニ置キ,他ノ二面ヲ夫々Q, Rニ平行ナラシメ,其ノ三平面上ノ射影ヲ夫々ABCD, A′B′F′E′, A″D′H′E″トスレバ,此等ノ三ツノ射影ハ此ノ直六面體ノ平行デナイ三ツノ面ヲ表ハスカラ此ノ直六面體ヲ決定スル。





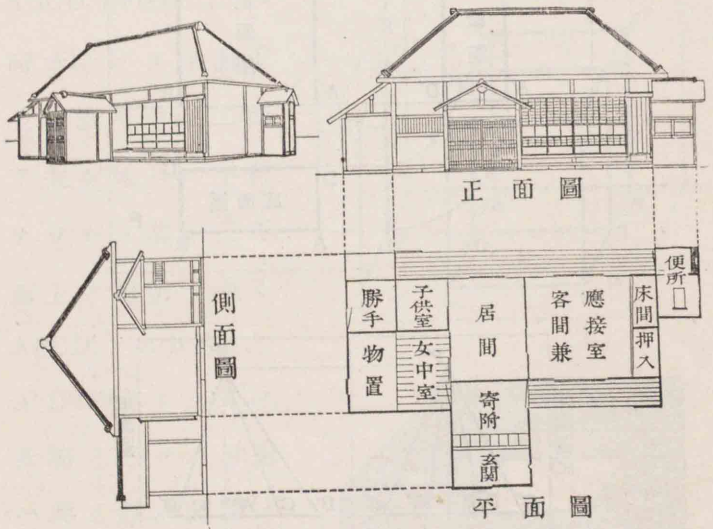
平面Pヲ水平ノ位置ニアルト考ヘ,此ノ三ツノ射影ヲ夫々其ノ立體ノ**底面圖(平面圖)**, **正面圖**及ビ**側面圖**トイヒ,此等ノ三ツノ圖ヲ通例次ノヤウニ配置スル。





、カヤウニ或立體ノ底面圖・正面圖及ビ側面圖カラ其ノ立體ヲ決定スルコトハ甚ダ重要ナコトデ,廣ク應用セラレル。 コレハ,此等ノ圖ニヨツテ,直ニ其ノ要部ノ形・大サ及ビ位置ヲ知ルコトガ出來ルカラデアル。

次ニ示スノハ一家屋ノ設計圖デアル。

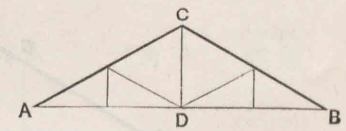


— 終 —

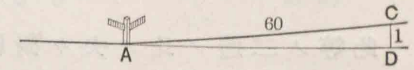
附錄第一 三角法概要

1. 勾配

建物ノ屋根又ハ坂道ノ傾斜ノ度合ヲ表ハスニハ**勾配**トイフ言葉ヲ用ヒル。



鐵道線路ノ勾配ハ,其ノ坂道ニ於ケル上リ又ハ下リ(CD)ノ,坂ノ長サ(AC)ニ對スル比デイヒ表ハス。



例ヘバ $\frac{1}{60}$ ノ上リ勾配トイフノハ坂ノ長サ $60m$ ニツイテ $1m$ ノ割デ上ルトイフコトデアル。

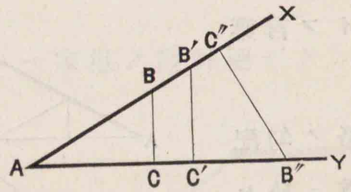
勾配ハ三角形ノ二邊ノ比ヲ表ハスモノデアルカラ,其ノ値ハ坂道ノ長サニハ關係ナク,其ノ水平線トナス角ニヨツテ變化スル。

上ノ坂道ノ場合ニ於ケル二邊ノ比ヲ角CADノ**正弦**トイヒ,之ヲ $\sin A$ ト記ス。但シAハ角CADノ大サヲ表ハス度數デアル。

問 $\frac{1}{60}$ ノ上リ勾配ヲ有スル鐵道線路ヲ $1km$ 上ルナラバ,モトノ處カラ幾米ダケ高クナルカ。

2. 鋭角ノ三角函數

鋭角Aノ邊上ノ任意ノ諸點 B, B′, B″, ……カラ他ノ邊ヘ垂線 BC, B′C′, B″C″, ……ヲ引クト,相似ナル三角形 ABC, AB′C′, AB″C″ ……ガ出來ル。



此等ノ二邊ノ比ノ夫々對應スルモノヲ求メルト

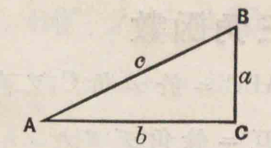
$$\frac{BC}{AB}=\frac{B'C'}{AB'}=\frac{B''C''}{AB''}=\cdots\cdots$$

$$\frac{AC}{AB}=\frac{AC'}{AB'}=\frac{AC''}{AB''}=\cdots\cdots$$

……………………………

此等ノ比ノ値ハ角Aノ大サニヨツテ定マリ,其ノ大サノ變ハルニ伴ツテ變ハル。然シ邊上ノ點Bノ位置ニハ關係ガナイ。

角Cヲ直角トスル直角三角形 ABC ノ三邊 AB, BC, CA ヲ夫々**斜邊**(c),**對邊**(a),**底邊**(b)ト呼ビ,此等ノ中カラ二ツヅツ取ツテ得ラレル四種ノ比ニ次ノヤウナ名稱ト記號トヲ用ヒル。



$$\frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}=\frac{a}{c}=\sin A \qquad [\text{角 A ノ }\overset{\text{sine}}{\textbf{正弦}}]$$

$$\frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}=\frac{b}{c}=\cos A \qquad [\text{角 A ノ }\overset{\text{cosine}}{\textbf{餘弦}}]$$

$$\frac{\text{對邊}}{\text{底邊}}=\frac{a}{b}=\tan A \qquad [\text{角 A ノ }\overset{\text{tangent}}{\textbf{正切}}]$$

$$\frac{\text{底邊}}{\text{對邊}}=\frac{b}{a}=\cot A \qquad [\text{角 A ノ }\overset{\text{cotangent}}{\textbf{餘切}}]$$

此等ノ比ヲ總稱シテ角Aノ**三角函數**トイフ。

注意 1. 三角函數ノ値ハスベテ不名數デアル。

問 1. $a=3,\ b=4,\ c=5$ トシテ角Aノ三角函數ノ値ヲ求メヨ。

問 2. 上ノ圖デ角Bノ三角函數ハドウカ。

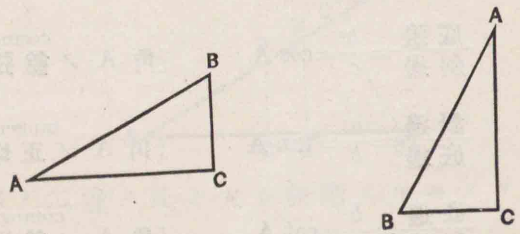
問 3. $\sin A=\frac{2}{3}$ 及ビ $\tan B=\frac{5}{4}$ ナルヤウナ角A及ビBヲ作圖セヨ。

注意 2. 例ヘバ $\sin A$ ハ∠Aノ正弦ヲ表ハス記號デ, sin トAトノ積ヲ示スノデハナイ。從ツテ $\sin A+\sin B$ ヲ $\sin(A+B)$ トシテハイケナイ。

3. 餘角ノ三角函數

直角三角形ABCニ於テ角Cヲ直角トスルト,角Aト角Bトハ互ニ餘角デアル。

故ニ $\angle A=\alpha$ トスレバ $\angle B=90°-\alpha$



此ノ二角ノ三角函數ヲ比較スルト

$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha &= \cos(90°-\alpha)\\ \cos\alpha &= \sin(90°-\alpha)\\ \tan\alpha &= \cot(90°-\alpha)\\ \cot\alpha &= \tan(90°-\alpha)\end{aligned}\right\}$$

デアルコトガワカル。即チ

一ツノ角ノ正弦,正切及ビ餘弦,餘切ハ夫々其ノ餘角ノ餘弦,餘切及ビ正弦,正切ニ等シイ.

例ヘバ $\sin 30°=\cos 60°$, $\tan 50°=\cot 40°$

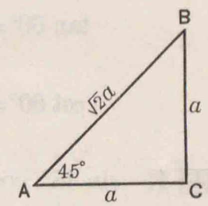
問 次ノ各式ニ適スル角xヲ求メヨ。

❶ $\sin x=\cos 30°$ ❷ $\cos x=\sin 70°$ ❸ $\tan 8x=\cot 7x$

4. 30°, 45°, 60° ノ三角函數ノ値

直角二等邊三角形ABCニ於テ角Cヲ直角トスルト $\angle A=\angle B=45°$

従ツテ BCヲaトスルト



$$BC=AC=a$$

又ぴたごらすノ定理ニヨリ

$$AB=\sqrt{2}\,a$$

故ニ $$\sin 45°=\frac{a}{\sqrt{2}\,a}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45°=\frac{a}{\sqrt{2}\,a}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

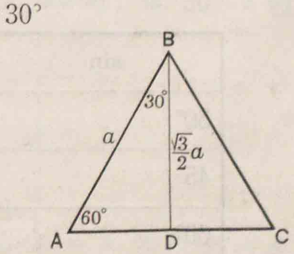
$$\tan 45°=\frac{a}{a}=1$$

$$\cot 45°=1$$

又正三角形ABCノ頂點BカラBD底邊ACへ垂線BDヲ引クト,直角三角形ABDニ於テ

$$\angle A=60°,\quad \angle ABD=30°$$

ソレデ $AB=a$ トスルト



$$AD=\frac{1}{2}a$$

$$BD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

故ニ $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ $\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cot 60^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\cot 30^\circ=\sqrt{3}$

問 1. $\sin 45^\circ$, $\cos 30^\circ$ ノ値ヲ小數第四位マデ求メヨ。

注意 1. $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$ デアルカラ $\sin 60^\circ$ ハ $\sin 30^\circ$ ノ 2 倍デハナイ。 此ノヤウニ三角函數ノ値ハ其ノ角ノ大サニ比例シテ變化スルモノデハナイ。

注意 2. 例ヘバ $(\sin 60^\circ)^2$ ヲ $\sin^2 60^\circ$, $(\cos 45^\circ)^2$ ヲ $\cos^2 45^\circ$ ト書クヤウニ,一般ニ $(\sin A)^2$, $(\cos B)^2$, $(\tan x)^2$ ヲ夫々 $\sin^2 A$ $\cos^2 B$, $\tan^2 x$ ト書ク。

問 2. 30°, 45°, 60° ノ三角函數ノ値ヲ次ノ表ニ記入セヨ。

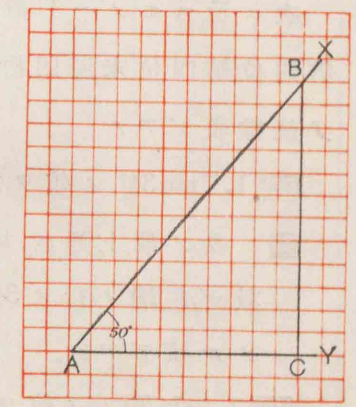
	sin	cos	tan	cot
30°				
45°				
60°				

5. 任意ノ鋭角ノ三角函數ノ値

任意ノ鋭角ノ三角函數ノ値ハ其ノ角ヲ一角トスル直角三角形ヲ畫キ,各邊ノ長サヲ測レバ求メラレル。

例 $\sin 50^\circ$ ノ値ヲ求メヨ。

解 方眼紙上ニ 50° ニ等シイ ∠XAY ヲ畫キ,次ニ邊 AX 上ノ任意ノ點 B カラ他ノ邊 AY ヘ垂線 BC ヲ引ケバ



$$\sin 50^\circ=\frac{BC}{AB}$$

デアルカラ,AB, BC ノ數値ヲ求メレバ所要ノ數値約 0.77 ヲ得ル。

問 1. $\sin 25^\circ$, $\sin 60^\circ$ ノ値ヲ求メヨ。

問 2. 上ノ例ト同樣ニシテ $\cos 50^\circ$, $\tan 50^\circ$ ノ値ヲ求メヨ。

6. 三角函數ノ眞數表

三角函數ノ精密ナ値ヲぐらふニヨツテ求メル

コトハ困難デアルガ,計算ニヨツテ求メルコトモ特別ナ角ノ外ハ容易デナイ。ソレデ實際ニ必要ノアルトキハ古來數學者ノ計算シタ 0° カラ 90° マデノ三角函數ノ値(或一定ノ小數位マデニ止メタ近似値)ノ表ヲ用ヒル。之ヲ**三角函數ノ眞數表**トイフ。

次ニ示スモノハ 1° 置キノ三角函數ノ値ヲ小數第四位(第四位未滿四捨五入)マデ取ツタ所謂四桁ノ**眞數表**デアル.

例 **1.** tan 34° ノ値ヲ求メヨ。

解　表ノ最上列ニ tan ト記セル行ノ中ニアル數デ,左端ノ行ノ 34° ト同列ニアル 0.6745 ガ求メル値デアル。

例 **2.** sin 70° ノ値ヲ求メヨ。

解　求メル角ガ 45° ヨリモ大デアルカラ最下列ニ sin ト記セル行ノ中デ右端ノ 70° ト同列ニアル 0.9397 ガ求メル値デアル。

問　次ノ値ヲ求メヨ。

sin 10°,　cos 22°,　tan 38°,

cos 54°,　cot 80°,　sin 82°

三角函數ノ眞數表

角＼函數	sin	cos	tan	cot	
0°	**0.0000**	**1.0000**	**0.0000**	∞	**90°**
1°	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	89°
2°	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	88°
3°	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	87°
4°	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	86°
5°	**0.0872**	**0.9962**	**0.0875**	**11.430**	**85°**
6°	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	84°
7°	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	83°
8°	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	82°
9°	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	81°
10°	**0.1736**	**0.9848**	**0.1763**	**5.6713**	**80°**
11°	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	79°
12°	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	78°
13°	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	77°
14°	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	76°
15°	0.2588	**0.9659**	**0.2679**	**3.7321**	**75°**
16°	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	74°
17°	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	73°
18°	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	72°
19°	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	71°
20°	**0.3420**	**0.9397**	**0.3640**	**2.7475**	**70°**
21°	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	69°
22°	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	68°
23°	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	67°
24°	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	66°
25°	**0.4226**	**0.9063**	**0.4663**	**2.1445**	**65°**
26°	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	64°
27°	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	63°
28°	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	62°
29°	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	61°
30°	**0.5000**	**0.8660**	**0.5774**	**1.7321**	**60°**
31°	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59°
32°	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58°
33°	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57°
34°	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56°
35°	**0.5736**	**0.8192**	**0.7002**	**1.4281**	**55°**
36°	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54°
37°	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53°
38°	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52°
39°	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51°
40°	**0.6428**	**0.7660**	**0.8391**	**1.1918**	**50°**
41°	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	49°
42°	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48°
43°	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47°
44°	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46°
45°	**0.7071**	**0.7071**	**1.0000**	**1.0000**	**45°**
	cos	sin	cot	tan	函數＼角

問 題 1

1. △ABC ニ於テ三ツノ角ヲ A, B, C トスレバ次ノ關係ノアルコトヲ證明セヨ。

❶ $\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$ ❷ $\cos\frac{A+B}{2}=\sin\frac{C}{2}$

❸ $\tan\frac{A+B}{2}=\cot\frac{C}{2}$

2. 次ノ等式ヲ證明セヨ。

❶ $\sin^2A+\cos^2A=1$

❷ $\sin^2A\cot^2A+\cos^2A\tan^2A=1$

3. 次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

❶ $\cos 30^\circ\cos 60^\circ+\sin 30^\circ\sin 60^\circ$

❷ $\frac{\cos 45^\circ-\cos 60^\circ}{\sin 30^\circ+\sin 45^\circ}$

4. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$, $y=x\tan 30^\circ$ ニ適スル x, y ノ値ヲ求メヨ。

5. 半徑 r ナル圓ガアル。其ノ中心角 A ニ對スル弦ノ長サハ $2r\sin\frac{A}{2}$ デアルコトヲ證明セヨ。

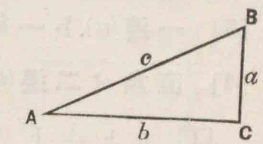
6. 底邊ガ 12cm, 頂角ガ 60° デアル三角形ノ外接圓ノ半徑ヲ求メヨ。

7. 直角三角形ノ邊ト角トノ關係

直角三角形 ABC ニ於テ C ヲ直角トスレバ,既ニ學ンダ所カラ容易ニ次ノコトガワカル。

[1] $A+B=90^\circ$

[2] $c^2=a^2+b^2$



[3] 三角函數ノ定義カラ次ノ公式ヲ得ル。

$$a=c\sin A=c\cos B=b\tan A=b\cot B$$

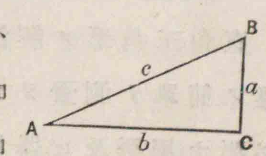
$$b=c\sin B=c\cos A=a\tan B=a\cot A$$

$$c=\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\cos A}=\frac{a}{\cos B}=\frac{b}{\sin B}=\sqrt{a^2+b^2}$$

8. 直角三角形ノ解法

三角形ノ三ツノ角ト三ツノ邊トヲ其ノ原素トイフ。

六原素ノ中,或三ツヲ知ッテ他ヲ求メルコトヲ**三角形ヲ解ク**トイヒ,其ノ方法ヲ**三角形ノ解法**トイフ。



直角三角形 ABC ヲ解クニハ直角 C ノ外ニ二ツノ原素ヲ知レバヨイ(但シ二ツノ鋭角ヲ知

ル場合ヲ除ク）依ツテ直角三角形ノ解法ニハ次ノ四ツノ場合ガアル。

[1] **斜邊(c)ト一銳角(A)トヲ知ル場合.**

[2] **斜邊(c)ト一邊(a)トヲ知ル場合.**

[3] **一邊(a)ト一銳角(B)トヲ知ル場合.**

[4] **直角ノ二邊(a, b)ヲ知ル場合.**

[1] c ト A トヲ知ル場合ノ解法。

先ヅ　　$B=90°-A$

カラ B ヲ求メ,次ノ公式カラ a 及ビ b ヲ得ル。

$a=c\sin A$　及ビ　$b=c\cos A$

[2], [3], [4] ノ場合ノ解法ハ學生之ヲ行ヘ。

問1. $c=2000\,m$ 及ビ $A=30°$ トシテ直角三角形ヲ解ケ。

問2. 次ノモノヲ知ツテ直角三角形ヲ解ケ。

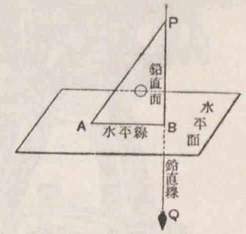
1 $c=40m,\ a=20m$　**2** $b=125m,\ B=30°$

3 $a=15m,\ B=46°$　**4** $a=3km,\ b=\sqrt{3}\,km$

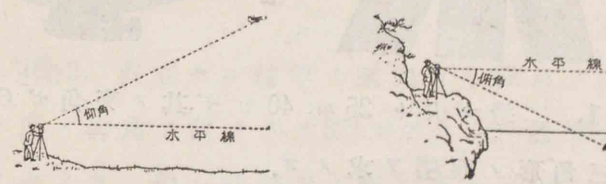
9. 測量上ノ應用

直角三角形ノ解法ヲ應用シテ面積,高サ及ビ距離ノ簡單ナ測量ヲナスコトガ出來ル。先ヅ之ニ必要ナ用語及ビ器械ヲ說明シヨウ。

重錘(オモリ)ヲ吊シタトキノ絲ノ方向ヲ**鉛直線**トイヒ,之ニ垂直ナル平面ヲ**水平面**トイフ。水平面上ニアル直線ヲ**水平線**トイヒ,二ツノ水平線間ノ角ヲ**水平角**トイフ。又鉛直線ヲ含ム平面(卽チ水平面ニ垂直ナル平面)ヲ**鉛直面**トイフ。

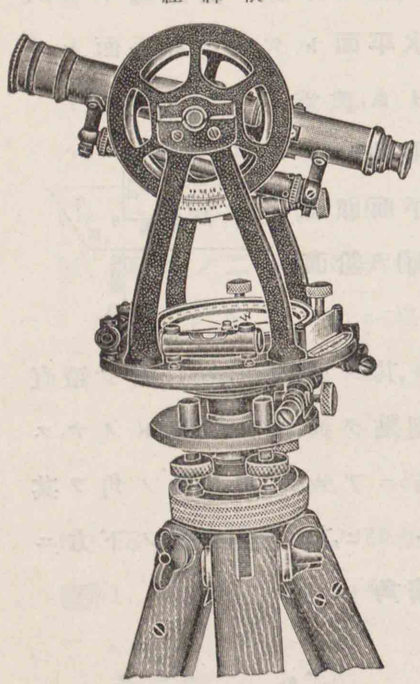


或點ヲ觀測スルトキ,其ノ視線ト,之ト同ジ鉛直面內ニアツテ其ノ觀測點ヲ通ル水平線トノナス角ガ其ノ水平線ノ上方ニアルトキハ,此ノ角ヲ其ノ點ノ**仰角**又ハ**高度**トイヒ,其ノ水平線ノ下方ニアルトキハ其ノ點ノ**俯角**トイフ。

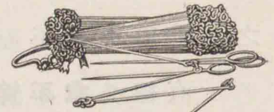


二點間ノ距離ヲ實測スルニハ**鏈尺**又ハ**巻尺**ヲ用ヒ,仰角,俯角及ビ水平角ハ**經緯儀**(とらんしっと)デ測ル。若シ觀測スベキ二點ニ至ル視線ノ定メル平面ガ水平面デモ鉛直面デモナイトキハ,其ノ二線ノナス角ハ**六分儀**(せくすたんと)デ測ル。

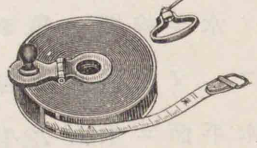
経緯儀



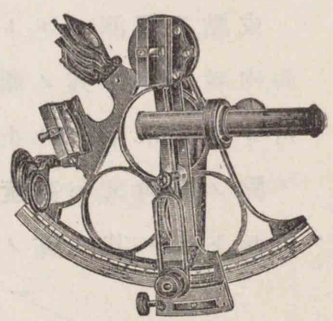
鏈尺



巻尺



六分儀



例 1. 二邊ガ夫々 25 m, 40 m デ其ノ夾角ガ 60° ナル三角形ノ面積ヲ求メヨ。

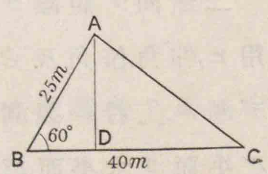
解 此ノ三角形ヲ△ABCトシ

AB=25 m

BC=40 m

B=60°

トスル。AカラBCニ垂線ADヲ引ケバ



$$AD=AB\cdot\sin B$$

依ツテ△ABCノ面積ヲ S トスレバ

$$S=\frac{1}{2}AD\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin B$$

$$=\frac{1}{2}\times25\times40\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=433.\cdots\cdots$$　　**答** 約433平方米

問 1. △ABCノ面積ヲ S トスレバ

$$S=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}CA\cdot CB\cdot\sin C$$

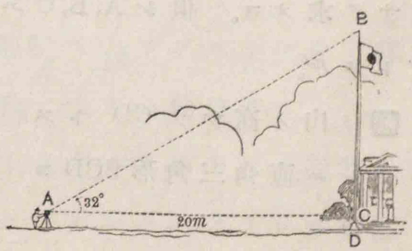
デアルコトヲ證明セヨ。

問 2. 二隣邊ガ夫々 $4m$, $5m$ デ,其ノ夾角ガ 70° デアル平行四邊形ノ面積ヲ求メヨ。

問 3. 一邊ガ 1.5 cm ナル正五角形ノ面積ヲ求メヨ。

例 2. 直立セル旗竿ノ基底カラ 20 m ノ處デ其ノ頂ノ仰角ヲ測ッタラ32°デアッタ。旗竿ノ高サヲ求メヨ。但シ觀測者ノ眼ノ高サヲ1.5mトセヨ。

解 眼ノ位置ヲA,旗竿ノ頂ヲB,其ノ基底カラノ高サヲBDトシ,Aヲ



通ル水平線ガ旗竿ト交ハル點ヲCトスレバ,

直角三角形ABCニ於テ

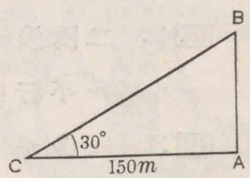
$$BC=AC\cdot\tan A=20\tan 32^\circ$$

$$=20\times 0.6249=12.498$$

然ルニ　$BD=BC+CD$

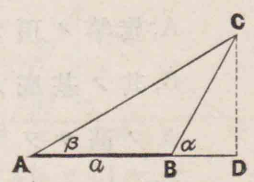
故ニ　$BD=12.498+1.5=13.998$　**答** 約14m

問 4. 河岸ノ一地點Aニ立ツテキル人ガ,河ノ幅ABヲ知ラウトシテ,河岸ニ沿ヒABニ垂直ナ方向ニ150m歩ンダ點Cニ至リ, ∠ACB ヲ測ツテ30° ヲ得タ。此ノ河幅ヲ求メヨ。



例 3. 或地點Bデ山頂Cノ仰角ヲ測ツテαヲ得,又Bト同一水平面上ニ於テBカラ後方a米ノ地點AデCノ仰角ヲ測ツテβヲ得タ。此ノ山ノ高サヲ求メヨ。但シA, B, Cハ同一鉛直面上ニアルトスル。

解 山ノ高サヲCDトスレバ,直角三角形BCDヨリ



$$BD=CD\cot\alpha$$

又直角三角形ACDヨリ

$$AD=CD\cot\beta$$

故ニ　$AD-BD=CD(\cot\beta-\cot\alpha)$

故ニ　$CD=\dfrac{a}{\cot\beta-\cot\alpha}$

問 5. 高サ12mナル塔ノ頂上カラ塔脚ヲ通ル一水平線上ノ二物體ヲ望ミ,俯角30°及ビ60°ヲ得タ。此ノ二物體ノ距離ヲ求メヨ。

問題 2

1. 直角三角形ABCノ直角ノ頂點Cカラ斜邊ヘ下シタ垂線ハ $c\sin A\cos A$ ニ等シイコトヲ證明セヨ。

2. 底邊12cm,頂角70°ナル二等邊三角形ノ高サ及ビ面積ヲ求メヨ。

3. 或鐵道線路ノ勾配ガ$\dfrac{7}{10}$デアルトキ,此ノ線路ガ水平面トナス角ノ大サハ約何度カ。

4. 家屋ノ屋根ノ上リ方ガ水平1尺ノ距離ニ對シテ6寸ダケ高クナルトキハ,之ヲ**6寸勾配**ト

イフ。6寸勾配ノ屋根ニ於テ梁木ノ長サガ10mナラバ,棟木ト梁トノ距離ハ何程カ。

5. 或人水平面ト30°ノ傾斜ヲシテヰル坂路ヲ230m登ツタ。此ノ人ハ此ノ坂ノ登リ初メカラ幾米ノ高サニアルカ。

6. 水平面ニ42°傾斜シテヰル長サ100mノ坂路ガアル。坂ヲ長クシ傾斜ヲ減ジテ30°トシタナラバ坂路ノ長サハ幾米トナルカ。

7. 或人河ノ對岸ニ立ツテヰル高サ8mノ電信柱ノ頂點ノ仰角ヲ測ツテ20°ヲ得タトイフ。此ノ河幅ハ何程カ。此ノ人ノ目ノ高サヲ地上1.5mトスル。

8. 地上60m及ビ40mノ高サヲ飛行スル二ツノ飛行機ヲ連ネル直線ガ水平面ト33°ノ角ヲナストキ,此ノ兩飛行機間ノ距離ヲ求メヨ。

9. 臺ノ上ニ旗竿ガ立ツテヰル。旗竿ノ直下ヨリ地上5mノ距離ニ於テ竿ノ上下兩端ノ仰角ヲ測ツテ60°及ビ30°ヲ得タ。旗竿ノ長サヲ求メヨ。

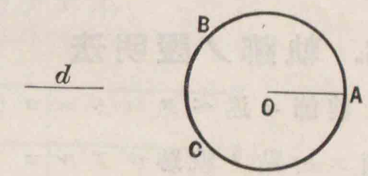
附錄第二 軌跡

1. 軌跡

點ガ運動スレバ其ノ跡ハ線トナル。今點ガ或條件ニ適スルヤウニ動クトキニ出來ル線ニツイテ研究シヨウ。

$\boxed{例}$ 一平面上ニ於テ一點Oカラ一定ノ距離dヲ保チナガラ動イタ點Aノ道ハドウカ。

$\boxed{解}$ Oヲ中心トシ,dニ等シイ半徑ヲ有スル圓ヲ畫クトキハ,此ノ圓周ABC上ノ點ハ皆Oカラdニ等シイ距離ニアル。且此ノ圓周上ニナイ點カラOマデノ距離ハdニ等シクナイ。從ツテAガ動イタ道ハ此ノ圓周デアル。



此ノトキ圓周ABCヲ定點Oカラdニ等シイ距離ニアル點ノ**軌跡**トイフ。故ニ此ノ軌跡ニハ次ノ二ツノ事柄ノ成立ツコトガワカル。

[1] 圓周 ABC 上ノ點ハ皆 O カラ d ナル距離ニアルコト。

[2] 圓周 ABC 上ニアル點ノ外ニハ,此ノ平面上デハ O カラノ距離ガ d ニ等シイ點ノナイコト。

一般ニ或圖形上ノ總テノ點ガ或條件ニ適シ,其ノ圖形外ノ點ハ皆其ノ條件ニ適シナイトキハ,此ノ圖形ヲ其ノ條件ニ適スル點ノ**軌跡**トイフ。

2. 軌跡ノ證明法

前節ニ述ベタコトニヨツテ或圖形ガ或條件ニ適スル點ノ軌跡デアルコトヲ斷定スルニハ,必ズ次ノ二ツノ事項ヲ證明セネバナラナイ。

[1] 其ノ圖形上ノ點ハ皆與ヘラレタ條件ニ適スルコト。

[2] 其ノ圖形外ノ點ハ皆其ノ條件ニ適シナイコト。

但シ[2]ノ代リニ,

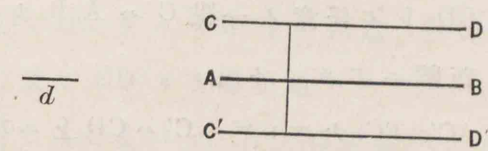
[2'] 其ノ條件ニ適スル點ハ皆其ノ圖形上ニアルコト。

ヲ證明シテモヨイ。コレハ[2]ト同意義デアルカラデアル。

3. 軌跡ノ重要ナ定理

定理一 **一定點カラ定距離ニアル點ノ軌跡ハ此ノ點ヲ中心トシ,其ノ定距離ニ等シイ半徑ヲ有スル圓周デアル.**

定理二 **一定直線カラ定距離ニアル點ノ軌跡ハ此ノ直線ノ兩側ニ於テ,其ノ距離ニアツテ其ノ直線ニ平行ナル二直線デアル.**



題意 AB カラ d ナル距離ニアル點ノ軌跡ハ AB ノ兩側ニ於テ d ナル距離ニアツテ此ノ直線ニ平行ナル二直線 CD, C'D' デアル。

故ニ證明スベキ事項ハ次ノ二ツデアル。

[1] CD 及ビ C'D' 上ノ點ハ皆 AB カラ d ナル距離ニアルコト。

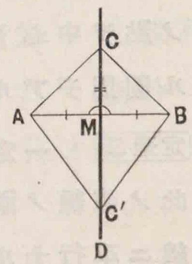
[2'] AB カラ d ナル距離ニアル點ハ皆 CD

又ハ $C'D'$ ノ上ニアルコト。

證明 (略ス。)

定理三 **二定點カラ等距離ニアル點ノ軌跡ハ,此ノ二定點ヲ結ブ線分ノ垂直二等分線デアル.**

題意 A, B カラ等距離ニアル點ノ軌跡ハ, AB ヲ M デ垂直ニ二等分スル直線CDデアル。



故ニ證明スベキ事項ハ次ノ二ツデアル。

[1] CD 上ノ任意ノ一點 C ハ A, B カラ等シイ距離ニアルコト。

[2] $AC'=BC'$ ナルトキハ, C' ハ CD 上ニアルコト。

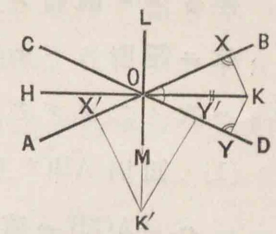
證明 [1] $\triangle AMC$, $\triangle BMC$ ハ二邊ト夾角トガ等シイカラ合同デアル。從ツテ $AC=BC$

[2] $C'M$ ヲ結ブトキハ, $\triangle AC'M$, $\triangle BC'M$ ハ三邊ガ夫々相等シイカラ合同デアル。從ツテ $\angle AMC'$ ト $\angle BMC'$ トハ相等シク,共ニ直角デアル。

故ニ C' ハCD 上ニアル。

定理四 **相交ハル二直線カラ等距離ニアル點ノ軌跡ハ,其ノ二直線ノナス角ヲ二等分スル一組ノ二直線デアル.**

題意 相交ハル二直線 AOB, COD カラ等距離ニアル點ノ軌跡ハ $\angle AOC$, $\angle BOC$ ヲ二等分スル一組ノ直線 HK, LM デアル。



故ニ證明スベキ事項ハ次ノ二ツデアル。

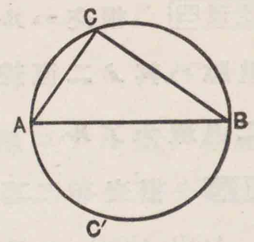
[1] HK 又ハ LM 上ノ任意ノ一點 K ハ AB 及ビ CD カラ等距離ニアルコト。

[2] AB 又ハ CD カラ等距離ニアル點 K' ハ HK 又ハ LM 上ニアルコト。

證明 ([1] ハ $\triangle OKX \equiv \triangle OKY$ カラ, [2] ハ OK' ヲ結ンデ $\triangle O'K'X' \equiv \triangle OK'Y'$ カラ證明スルコトガ出來ル。)

定理五 **與ヘラレタ線分ヲ斜邊トスル直角三角形ノ直角ノ頂點ノ軌跡ハ其ノ直線ヲ直徑トスル圓周デアル.**

題意 ABヲ斜邊トスル直角三角形ノ頂點Cノ軌跡ハABヲ直徑トスル圓周デアル。故ニ證明スベキ事項ハ次ノ二ツデアル。



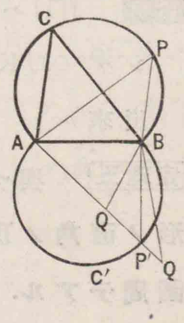
[1] 圓周ABC′上ノ點C′ヲA,Bニ結ブトキハ,$\angle AC'B$ハ直角デアルコト。

[2] $\angle ACB$ガ直角デアルトキハ,CハAC′Bノ上ニアルコト。

證明 (第三篇定理二十九ニヨッテ證明セヨ。)

定理六 **頂角ノ大サト底ノ長サ及ビ位置トガ定マルトキハ,其ノ三角形ノ頂角ノ頂點ノ軌跡ハ底ノ兩端ヲ通ル二ツノ圓弧デアル.**

題意 ABヲ底邊トシ,$\angle ACB$ニ等シイ角ヲ頂角トスル三角形ノ頂點ノ軌跡ハ,ABヲ弦トシテ$\angle ACB$ヲ容レル二ツノ弓形ノ弧ACB, AC′Bデアル。



故ニ證明スベキ事項ハ次ノ二ツデアル。

[1] 圓弧ACB又ハAC′Bノ上ノ點PヲA及ビBニ結べバ,$\angle APB=\angle ACB$デアルコト。

[2] 圓弧ACB又ハAC′B以外ノ點QヲA及ビBニ結べバ,$\angle AQB=\angle ACB$デナイコト。

證明 [1] ハ第三篇定理二十八ニヨッテ明カデアル。

[2] AQ,又ハBQ(又ハ其等ノ延長)ト圓弧トノ交點ヲP′トスルトキハ,Qガ弓形ノ內ニアルカ,外ニアルカニ從ッテ$\angle AQB$ハ$\angle AP'B$ヨリ大キイカ,小サイカデアル。[第三篇問題16ノ4]

而シテ　$\angle AP'B=\angle ACB$

故ニ　$\angle AQB$ハ$\angle ACB$ニ等シクナイ。

以上ノ定理ハ軌跡ニ關スル基礎ノ定理デ,多クノ軌跡問題ハ上ノ何レカ一ツニ歸着セシメルコトガ出來ル。

問　題　1

1. 一ツノ圓ノ等シイ弦ノ中點ノ軌跡ハ,其ノ圓ト同心デアル一ツノ圓周デアル

2. 一定ノ直線ニ切シ且一定ノ長サノ半徑ヲ有スル圓ノ中心ノ軌跡ハ,其ノ直線ニ平行デ且其ノ直線カラ定メラレタ半徑ニ等シイ距離ニアル一組ノ平行線デアル。

3. 同ジ線分ヲ底邊トシ,相等シイ面積ヲ有スル三角形ノ頂點ノ軌跡ハ,其ノ線分ノ兩側ニアル一組ノ平行線デアル。

4. 二定點ヲ通ル圓ノ中心ノ軌跡ハ其ノ二定點ヲ結ブ線分ノ垂直二等分線デアル。

5. 相交ハル二ツノ定ツタ直線ニ切スル圓ノ中心ノ軌跡ハ,其ノ二直線ノナス角ヲ二等分スル一組ノ二直線デアル。

6. 與ヘラレタ圓内ノ一定點ヲ通ル此ノ圓ノ弦ノ中點ノ軌跡ハ一ツノ圓周デアル。

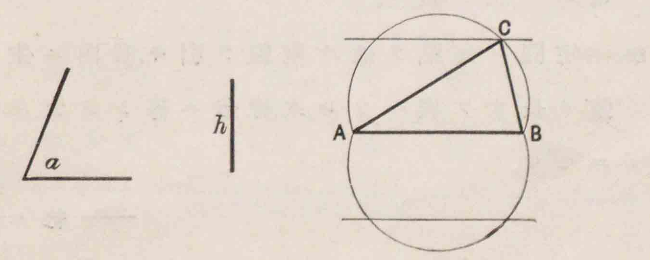
4. 軌跡ノ應用

作圖題ノ解法ニハ或條件ニ適スル點ヲ發見スルコトニ歸スルモノガ多イ。例ヘバ三定點ヲ通ル圓周ヲ畫クコトハ,其ノ中心ヲ求メルコトニ歸シ,圓外ノ一點カラ此ノ圓ニ切線ヲ引クコトハ,其

ノ切點ヲ決定スルコトニ歸スルヤウナモノデアル。

此ノ場合ニ與ヘラレタ條件中其ノ一ツヲ除イテ殘リノ條件ダケニ適スル點ヲ求メルトキハ,其等ノ條件ニ適スル或軌跡ヲ得ル。ココニ於テ前ニ除イテ置イタ條件ヲ復活シ,其ノ代リニ前ニ使ツタ他ノ一ツノ條件ヲ除キ去ルトキハ又新ニ一ツノ軌跡ヲ得ル。サウスレバ此ノ兩軌跡ノ交點ハ與ヘラレタ條件全部ニ適スル點デアル。

例ヘバ底邊 AB ノ長サ及ビ位置ト高サ h ト頂角 a トヲ知ツテ三角形ヲ作ラウトスルトキハ底邊 AB ハ位置及ビ大サガ定ツテヰルカラ,唯頂點トナル點ヲ定メレバヨイ。故ニ條件中カラ高サニ關スルモノヲ除イテ頂點ノ軌跡ヲ求メルト,軌跡定理六ニヨツテ二ツノ圓弧ガ得ラレル。



次ニ頂角ニ關スルモノヲ除イテ頂點ノ軌跡ヲ求メルト,之ハ軌跡定理二ニヨッテ AB カラ h ニ等シイ距離ニアッテ AB ニ平行ナル二直線デアル。故ニ此ノ兩軌跡ノ交點ヲ C トスレバ, ABC ハ求メル三角形デアル。

問 カヤウナ三角形ハ幾ツ畫ケルカ。

問題 2

1. 斜邊及ビ直角ノ頂點カラ斜邊ヘ下シタ垂線ノ長サヲ知ッテ直角三角形ヲ畫ケ。
2. 平行線ノ各〻ニ切シ且一定點ヲ通過スル圓ヲ畫ケ。
3. 底ト高サト底ヘノ中線トヲ知ッテ三角形ヲ畫ケ。
4. 定點ヲ通リ且定直線上ノ定點デ其ノ直線ニ切スル圓ヲ畫ケ。
5. 定圓ニ定點ヲ通ル割線ヲ引キ,圓內ニ生ズル弦ノ長サヲ與ヘラレタ線分ニ等シクナルヤウニセヨ。

── 終 ──

大正 十 年二月十二日　初版印刷
大正 十 年二月十五日　初版發行
大正 十 年三月 十 日　訂正再版發行
大正十五年一月三十一日　修正三版發行
大正十五年三月二十三日　訂正四版發行
昭和 三 年十月十五日　修正五版發行
昭和 七 年七月 五 日　修正六版發行
昭和 七 年十月 三 日　訂正七版印刷
昭和 七 年十月 七 日　訂正七版發行

女子
幾何教科書
定價 七拾五錢

著作者　林 鶴 一

發行者　東京市小石川區小日向水道町八十四番地
株式會社 東京開成館
代表者 松本繁吉

印刷者　東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
寺井藤左工門

發行所　東京市小石川區小日向水道町八十四番地
株式會社 **東京開成館**
[振替口座] 東京五三二二番

販賣所　東京市日本橋區吳服橋二丁目五
林平書店

販賣所　大阪市東區北久寶寺町四丁目
三木佐助

大日本印刷株式會社印刷