中等教育

改訂女子幾何

津山三郎著

大阪・東京
敞文館

昭和九年十二月十一日
文部省檢定濟
高等女學校數學科用

中等教育

改訂女子幾何

廣島高等師範學校教授
津山三郎著

大阪・東京
敞文館刊

ユウクリッド


EVCLIDES
Philosophus Socraticus
Ex numismate æreo in Thesauro
Christinæ Reginæ Aug.

ユウクリツド Euclid

（西暦紀元前約330年—275年）

ユウクリツドハ，埃及王トレミーノ創設シタ，アレキサンドリヤ大學ニ於ケル最初ノ數學ノ教授デアツタ。

ユウクリツドハ彼ノ著書エレメンツ Elements ニヨツテ知ラレテキル。エレメンツ ハ ユウクリツド以前ノ數學ニ體系ヲ與ヘ，彼ノ發見シタモノヲ加ヘテ編ンダ數學教科書デアツテ，吾々ガ コレカラ 學バントスル幾何學ノ內容ノ如キモ，大抵コノエレメンツ ニ オサメラレタ事柄デアル。

エレメンツハ全部デ十二卷カラナツテキテ，初メノ四卷ト第六卷ハ平面幾何學，第五卷ハ比例，第十一卷，第十二卷ハ立體幾何學，第七，第八，第九卷ハ有理數(整數，分數)第十卷ハ無理數ヲ說イテキル。世界最古ノ完備シタ數學教科書デアル。

ユウクリツドノ逸話トシテ知ラレテ居ルコトハ，彼ガ幾何學ニ王道ナシ There is no royal road in Geometry トイツタコトヤ又學問ハ學問ノタメニ學ブベキデアツテ利ノタメニサレルモノデナイ Knowledge was worth acquiring for its own sake トイツタコトナドデアル。

緒　言

幾何學ハ人間精神ガ創（ツク）リ出シタ美シイ綾錦デ直觀ヲ經トシ論理ヲ緯トシテ組ミタテラレタモノデアル。

幾何ヲ學習スルニハ自ラコノ綾錦ヲ織リ出ス力ガ必要デアル。人ノ作ツタモノヲ見テ樂シムトイフノデナク,自ラ創リ出ス者ノ喜ビニ眼覺メネバナラヌ。ソノ指導トナリ伴侶トナルモノガ幾何學教科書デアル。

二千年ノ昔,幾何學ニ體系ヲ與ヘタユウクリツドハトレミー王ガ幾何學ヲ容易ク學ブ方法ハナイモノカト問ハレタノニ對シテ"幾何學ニ王道ナシ"ト答ヘタソウデアル。然シ自ラ織工トナツテ自ラ汗シ自ラ努ムル人ニハ一筋ヅヽ模樣ヲ織リ出シテ行ク樂シミヲサトルコトガ出來ルト思フ。

本書ハ昭和四年ニ出シタ中等教育女子幾何ニ改訂ヲ加ヘタモノデ編纂ニ際シ注意シタ點ハ凡ソ次ノ通リデアル。

1 幾何學ノ研究ハ我等ノ周圍ノ空間ノ觀察ヲ出發點トシ平面圖形モナルベクソノ背景ニ立體ヲ置クコトニシタ。又無理ナラザル程度ニ平面事項ノ中ニ立體的關係ヲ織リ込ムコトニツトメタ。

2 口繪,挿繪ニヨリ幾何學史ノ一斑,生活ヲ中心トシタ形態材料ヲ示シ幾何學習ニ興味ヲ持タセルヨウニシタ。就中和算書ノ數頁ヲ示シ幾何學ノ我國ニ於ケル輝シキ業績ニ留意セシメントシタ。

3 定理ヲ誘導スルニハ先ヅ誘導問題(漢數字番號ノ問)ヲ出シテ直觀ニ訴ヘ直覺的ニソノ事實ヲタシカメシムルコトトシタ。コレハ創作力ヲ練リ發明發見的精神ノ向上ヲハカル一助トシヨウト云フノデアル。

4 直覺的誘導ヲ重ンズルトトモニ實驗的,實測的ノ問答ヲ必ズ隨伴セシメテ數量意識,空間觀念ヲ確實ニスルコトニ努メタ。

5 連續的圖解ヲ示シテ一ツノ定理ノ生マレテクル過程ヲ示シタ。之等ノ圖ハ教科書ニ示サレタモノニ滿足セズ,ノートニ構成的ニエガキツヽ研究セシメラルヽコトヲ希望スル。

6 數多ノ類似シタ定理ノ基礎的,發生的立場ヲ重ンジテ,アル一ツノ事柄ヲ種々ニ考ヘサセテ種々ノ定理ガ生マレテクル經過ヲ知ラセテ後一群ノ定理ヲ提出シ之等ノ事柄ハ一ツノ考ノ發展ニ外ナラヌコトヲ示シタ。

7 定理ノ證明ハ直截簡明ヲ尊ビソノ事柄ハナルベク圖解的ニ符號的ニ記述シ論理ノ經過ガ見易イ樣ニ努メタ。

8 一ツノ定理ヲ建設スルト,之ヲ用ヒテ解クコトノ出來ル問題(アラビヤ數字番號ノ問)ヲ直チニ提出シテ,ソノ定理ノ事實ヲ確實ニスルト共ニ如何ナル方向ニ發展スベキカヲ示シタ。少シク工夫ヲ要スルモノニハ圖ヲ與ヘ,或ハ種々ナル程度ノ考ヘ方指針ヲ與ヘ,興味ヲ以テ學習シウルヨウニナシタ。

9 對稱ノ篇ハ全ク直觀的實驗的ニ取扱ヒ生活事實ガ如何ニ興味深ク學問的考察ニ向ツテクルカノ印象ヲ與ヘントツトメタ。

昭和九年十月

著 者 識

中等教育

改訂女子幾何

目　次

第一篇　緒　　論

第二篇　角

第三篇 平 行 線

第四篇 三 角 形

第五篇 作 圖 題

第六篇 平行四邊形

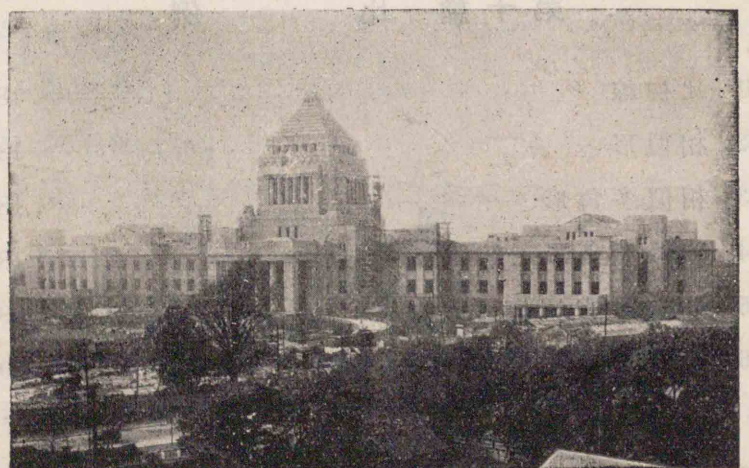
第七篇 對 稱

第八篇 圓

第九篇 面 積

第十篇 比 例

第十一篇 立 體



中等教育

改訂女子幾何

第一篇
緒論

1 事物ノ形

(1) 建築物ノ觀察

口繪ニ示シタノハ落成近キ國會議事堂ノ偉容デアル。非常ニ大キク又複雜ナ形デアルガ仔細ニ見ルト簡單ナ基礎トナル形ガイクラカノ修正ヤ添加ガ施サレ又ソレ等ガ組ミ合サレタモノデアルコトヲ見出スコトガ出來ル。

問一 コノ建築物ノ形ハ全體カラミテドンナ感ジガスルカ。

問二 玄關ヤ塔ノアル部分ヲ中央ニシテソノ左右ノ構造ハドウナツテキルカ。

問三 玄關ノ兩側ノ柱ノ形ハ何トイフカ。

問四 玄關ノ中央ノ四本ノ柱ノ形ハ何トイフカ。又此ノ柱ノ並ビ方ハドウカ。

問五 中央ノ塔ハドウイフ形ノ組合ツタモノトミルコトガ出來ルカ。

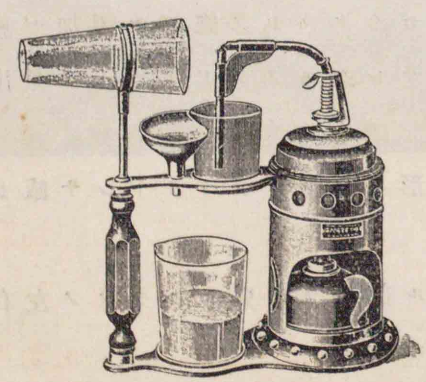
問六　窓ノ形ハドウカ。

問七　コノ建築物ノ形ニ比ベテ葉ノ茂ツタ木ノ形ヤ又葉ノナイ木ノ形ハドウカ。

建築物ノ形ガ**規則正シイ**ノニ對シテ木ノ形ハ**不規則**デアルトハ思ハヌカ。

問八　建築物ノ縁(フチ)ハ恰ンド眞直デアルガ玄關ニ通ズル自動車道路ノ縁ハドウカ。

(2) 器具ノ觀察



コレハ吸入器ノ圖デアル。前ノ議事堂ノ建築デハ眞直デ,平ラデ,角ダツタ形ノ部分ガ多カツタガコノ吸入器デハ大體曲ツタ表面ヤ曲ツタ縁ノ部分ガ多イ。

問一　湯ワカシ,湯ワカシノ臺,吸入液入,廢液入,アルコールランプノ形ハ何トイフカ。又ソレ等ノ縁ノ形ハ何トイフカ。

問二　蒸氣ヲ口ニ誘導スル硝子筒ノ形ハ何トイフカ。

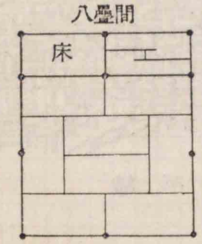
問三　持運ビノタメノ取リ手ノ形ハ何トイフカ。

問四　水蒸氣ノ噴キ出ス部分ノ管ト吸入液ヲ吸ヒ上ゲル管ノ向キノ關係ハドウカ。

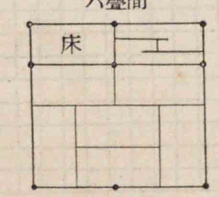
コウイフ風ニ吾々ノ周圍ノ事物ニ就テソノ**形,大サ**等ニ着眼シテ考察シテミルコトハ大切ナ一ツノ研究部面デアル。

(3) 疊ノ敷方

八疊間



六疊間



コレハ八疊及ビ六疊ノ日本間ノ圖デアル。

問一　八疊ノ間六疊ノ間ノ形ハ何トイフカ。

問二　圖ニ示シタノハ四枚ノ疊ノ角ガ一所ニ集ラヌヤウニシタ慣例ニヨレル敷キ方デアル。コレト異ツタ外ノ敷方ヲ圖示セヨ。

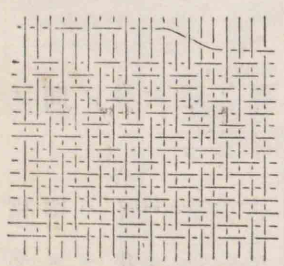
コノ研究ニ依ツテ物ノ形ノ分析ニ就テ考ヘテミルコトノ如何ニ興味深キモノデアルカヲ知ルコトガ出來ル。

(4) 布ノ組織圖

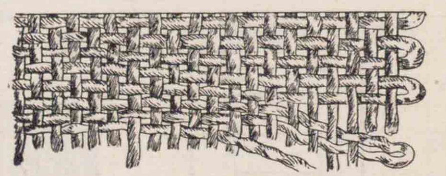
問一　布ノ縦糸同志ハ互ニドウナツテ居ルカ。横糸同志ハドウカ。縦糸ト横糸トノ關係ハドウカ。

出來上ツテキル布ヲ針ノ先デ(甲)ニ示スヤウニ横糸ヲ迭リ出シテ之ヲ(乙)ニ示スヤウニ方眼紙ニウツシ出シタモノヲ組織圖トイフ。黒ク染メタ部分ハ横糸ガ表ニ出タ所デアル。

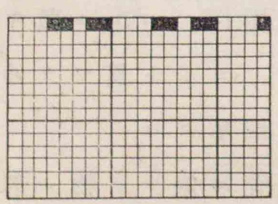
問二　平織・綾織・繻子織ノ組織圖ヲツクツテ見ヨ。



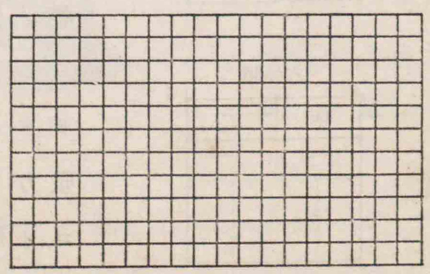
(甲)

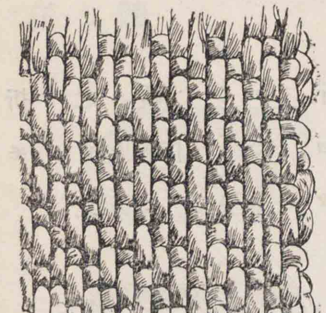


平　織

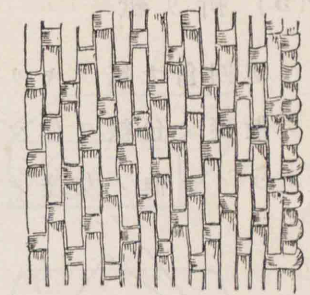


(乙)

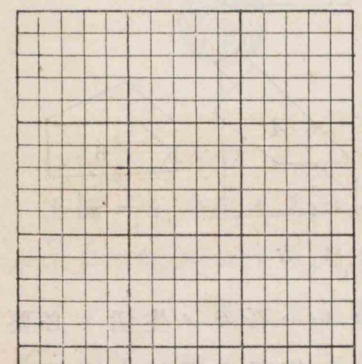


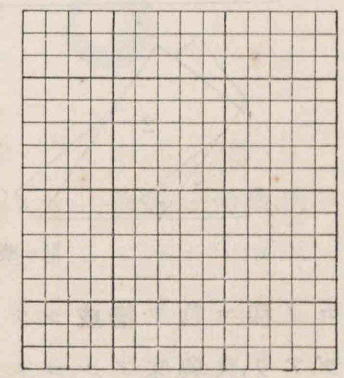


綾　織



繻子織

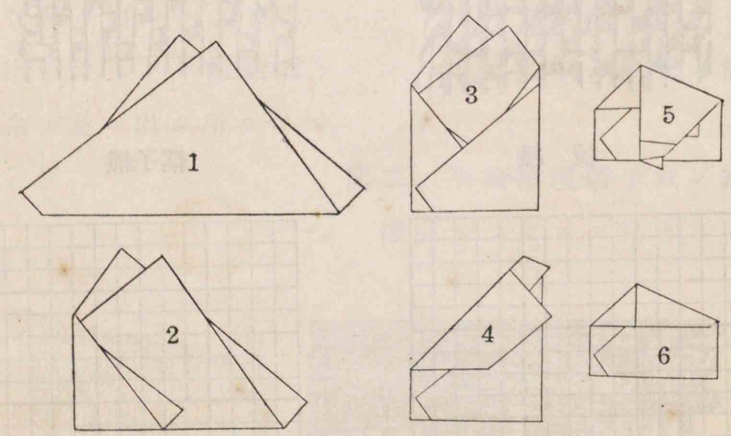




コノ様ニ複雑ナ内容ノ事物モヨクソノ組織ヲ**分析**シコレヲ簡單ナ要素ニ形式化シテユクトソノ關係ヲ明カニシテユクコトガ出來,又更ニ進ンデ種々ナ工夫ヲ加ヘテユクコトガ出來ル。

(5) 折リ紙

問 眞四角ナ紙ヲキリ圖ニ示スヨウナ順ニ之ヲ折ツテ散藥ノ包紙ヲ作ツテ見ヨ。コノ出來上ツタモノニツイテ他ノ友達ノ折ツタモノト比ベテ見ヨ。

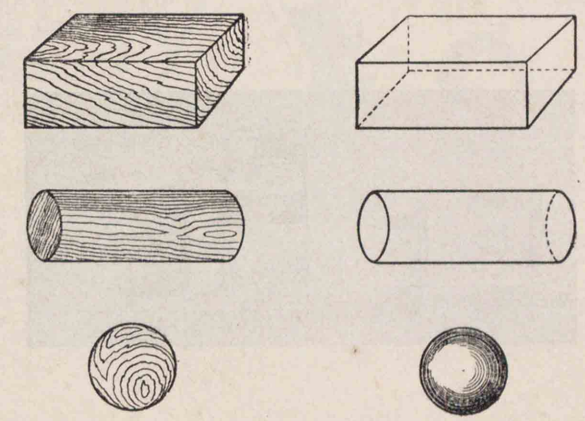


散藥ノ包ミ方

コノ様ニ物ヲ**構成**シテユクコトハ吾々ノ生活ニ必要デアリ,又興味アルコトデアル。複雜ナ器械モ夫等ノ空間關係ヲヨク考ヘ組ミ立テラレタモノニ外ナラヌ。

以上五ツノ例デ示スヨウニ幾何學ハ吾々ノ周圍ノ空間ヤ事物ヲ觀察シソノ內容實質ノ研究ハ他ノ學問ニ讓リ主トシテソノ**大イサ**ヤ**形**ニツイテ考察スル學問デアル。之カラ先ヅソノ基本ニナルヨウナ形ニツイテ研究ヲ進メルコトニショウ。

2 立體



上圖ニ示ス種々ノ形ノ木片ヲソノ物質ノ性質,例ヘバ木目(モクメ)ガアルコトヤ,水ヨリモ輕イコトヤナドヲ考ヘナイデ唯ソノ形,大サ,位置バカリニ注意スルト,丁度木片ノ脫殼(ヌケガラ)ノ様ナモノガ考ヘラレル。之ヲ幾何學デハ**立體**トイツテ居ル。上ニカヽゲタ立體ハ直方體,圓壔,球デアル。

物體ヲソノ形ヤ大イサヤ位置ノミニ注意シテ考ヘタ時ニ之ヲ立體トイフ。

故ニ**立體ハ形ヤ大イサヤ位置ヲ持ツテ居ル。**

問　次ニ示ス罐ハ大體ドンナ立體カ圖示セヨ,又ソノ名稱ハドウカ。

3 面

直方體ハ六ツノ平面,圓壔ハ一ツノ曲面ト二ツノ平面,球ハ一ツノ曲面ニヨツテ取リ圍マレテ居ル。

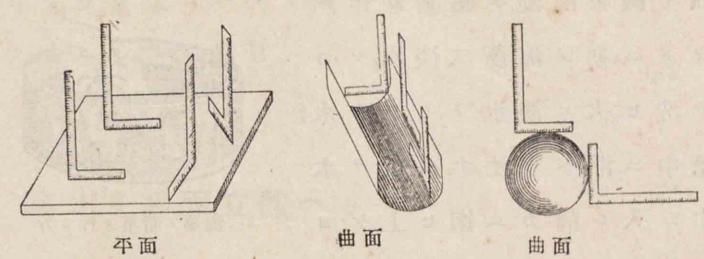
立體ハ面ニヨツテ取リ圍マレテ居ル。立體トソノ周圍ノ空間ノ境界ガ面デアル。

問一　一枚ノ紙ハ面デアルカ。

面ハ長サヤ幅ヤ位置ヲモツテ居ルガ厚サハナイ。

問二　面ガ平面デアルカ曲面デアルカドウシテシラベルコトガ出來ルカ。

大工ガ板ヲ削ツテ平ラナ板ニスル時ニ平ラニナツタカドウカヲドウシテ見ルカヲ考ヘヨ。



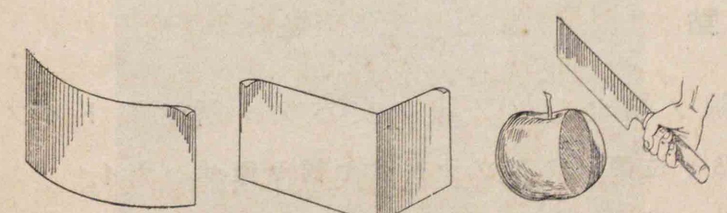
眞スグナ定規ノ緣ヲソノ面ニ如何樣ニアテテモ其ノ面ニ密着シテヰル時ハ平面デアル。

4 線

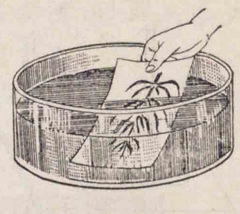
問一　一枚ノ紙ノ表面ノ緣ノ所ヲ何トイフカ。

問二　紙ヲ二ツニ折リ,折リ目ヲツケ,次ニ之ヲ開イテ見ヨ。コノ折リ目ノ所ヲ何トイフカ。

問三　林檎ヲ庖刀デ切ツタ切口ノ周圍ハ何カ。



問四　圖ハ海藻ノ腊葉ヲ作ルタメニ初メ海藻ヲ淡水デヨク洗ヒ次ニ淡水ヲモツタ水槽中ニ浮ベ小サナ臺紙ヲ水中ニ入レ靜カニ掬ヒ上ゲヨウトシテ居ル所デアル。臺紙ト水面トノ交リハ何カ。又硝子槽ノ內面ト水面トノ交ハリハ何カ。



海藻ノ腊葉ノ作リ方

面ノ境界又ハ二面ノ交ハリヲ線トイフ。

問五　細イ絹絲ヤ鉛筆デカイタ條(スヂ)ハ線デアルカ。

線ハ長サヤ位置ヲモツテ居ルガ幅ヤ厚サハナイ。

實際ニハ幅モ厚サモナイモノヲ描クコトハ出來ヌカラ細イ條ヲカイテ之ヲ示ス。

線ニハ直線ト曲線トガアル。林檎ヲ庖刀デ切ツタ切口ノ周圍ヤ圓壔ノ底ノ面ノ周圍ハ曲線デ,紙ヲ二ツニ折ツタ折リ目ハ直線デアル。

5　點

線ノ端ヤ二ツノ線ノ交ハツタ所ヲ點トイフ。

點ハ位置ノミアツテ長サヤ幅ヤ厚サハナイ。

針ノ尖端ヤ細カイ白墨ノ粉末ナドハ略ボ點ト見ラレルガナホ大サガアル。眞ノ點ヲ圖ニ示スコトハ出

來ヌカラ實際ニハ次ノ圖ノ如ク●又ハ×ヲ書イテ點ヲアラハシ,點A,點Bト呼ブ。

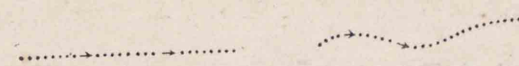
$\dot{A}$　　$\overset{\times}{B}$

6　點ヨリ線,面,立體へ

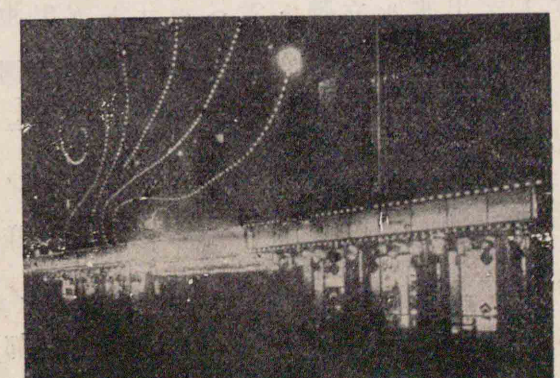
點ハ位置ヲ有シ大イサハナイ。

點ガ動クト線ガ出來ル。

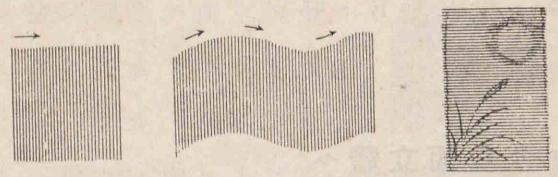
鉛筆ノ尖端ガ紙上ニ觸レツヽ動クトソノアトガ殘ル。ソレハ線デアル。



下圖ハ電燈ヲ連續シテツケテ線狀ニミセテヰル有樣デアル。



線ガ動クト面ガ出來ル。

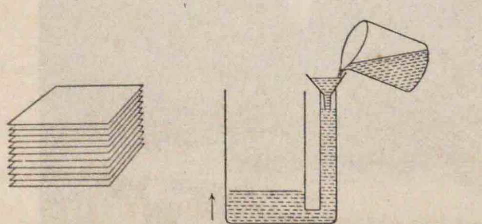


白墨ヲ横タヘテ黒板上ヲ動カストソノアトニ白イ面ガ出來ル。線ガ動イタアトヲ別ノ線デアラハスコトニスルト,線デ編ンダ簾(ミス)ハ一ツノ線ノ運動ニヨツテ出來タ一ツノ面ト考ヘル事ガ出來ル。

問一 白墨ヲソノ長サノ方向ニ動カスト面ガ出來ルカ。

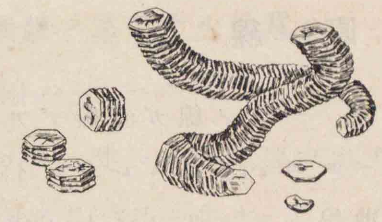
面ガ動クト立體ガ出來ル。

一ツノ面ガ動イタアトヲ次々ニ別ノ面デアラハスコトニスルト,紙ノ積ミ重ナツタモノハ,一ツノ面ガ運動シタアトデ出來ル立體ト考ヘルコトガ出來ル。



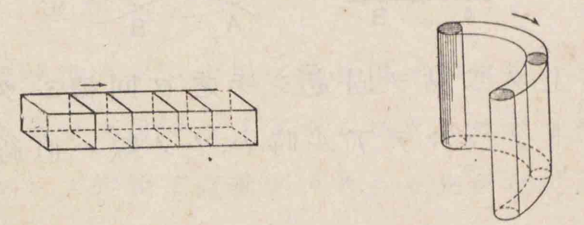
又左圖ニ示スヨウニ箱ニ下方カラ水ガ這入ル様ニスルト,箱ノ下方ニ出來タ水面ガ漸次上昇シテソノアトニ水ノ部分ナル立體ガ出來ル。

次ノ圖ノ左方ニ示ス蛭(ヒル)石ヲ熱スルト伸ビテ恰モ面ガ運動シテ立體ヲ作ルコトヲ示ス。

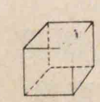
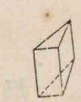
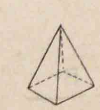
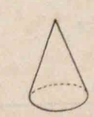
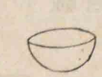


蛭石　熱シテ伸長シタモノ

問二 立體ヲ動カシタラ何ガ出來ルカ。



問三 次ニ示ス立體ニアラハレテ居ル面ノ數,線ノ數,點ノ數ヲ次ノ欄ニ記入セヨ。

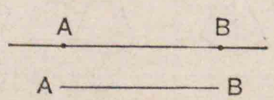
	立方體 	三角壔(トウ) 	四角錐(スヰ) 	圓錐(スヰ) 	半球 
面					
線					
點					

7 直線

問一 一ツノ線ガ直線デアルカ,曲線デアルカヲシラベルニハ,ドウスレバヨイカ。次ノ圖ノ如ク直線ト曲線トヲトリソノ上ノ任意ノ二點A,Bヲ夫々二ツノ指デハサミ紙撚(カミヨリ)ヲスルヨウニ廻シテ見ヨ。

一線上ノ二點ヲ固定シテ之ヲ回轉シタ時ニ,常ニモトノママデアル時ハ,ソノ線ハ直線デアル。

直線ハ双方ニ限リナキモノトシ,之ヲ呼ブニハソノ上ノ二點ノ名ニヨル。長サガ限ラレタ直線ヲ**有限直線**又ハ**線分**ト云フ。コレヲ呼ブニハ其兩端ノ名ニヨル。之ニ對シテ限リナキ直線ヲ**無限直線**ト云フコトガアル。又一點カラ一方ノ側ノミニ引カレタ直線ヲ**半直線**トイフ。



無限直線
線分

二點 AB ヲ兩端トスル線分ヲヒクコトヲ**二點ヲ結ブ**トイヒ,コノ線分ノ長サヲ二點間ノ**距離**トイフ。二點ヲ兩端トスル線ノウチデハ直線ガ一番短カイ。

上ノ事柄カラ知レル**直線ノ重要ナル性質ハ**

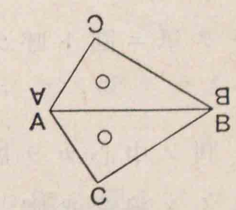
(1) 二點ヲ通ル直線ハ唯一ツアル。

故ニ直線ハ二點ニヨツテ定マル。二點ヲ共有スル二ツノ直線ハ相合シテ一ツニナル。

(2) 二點ヲ兩端トスル線ノ中デ線分ガ最モ短カイ。

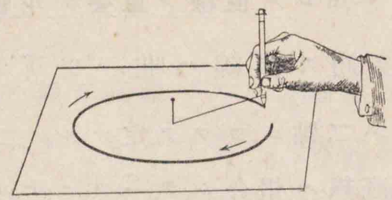
直線ヲ書クニハ定規ノ縁ヲ用フ。定規ハソノ縁ガ直線ニナツテ居ルモノデソレヲウツセバヨイノデアル。ソレデ定規デ直線ヲカクニハ先ヅ定規ノ縁ガ直線デアルカ否カヲシラベネバナラヌ。

問一 直線ノ重要性質(1)ニヨツテ定規ノ縁ガ直線デアルカ否カヲシラベヨ。



8 圓 圓周

糸ギレノ一端ニ針ヲツケ他端ニ鉛筆ヲムスビツケ,針ヲ平面上ニ置イタ紙ノ面ニタテ鉛筆ヲモチテ常ニ糸ヲヒツバリナガラ,針ノ周圍ヲ一廻リスルト,鉛筆ハ一ツノ曲線ヲヱガク。コノ曲線ヲ**圓周**トイフ。

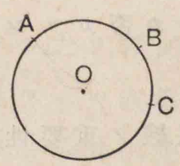


圓周ニヨツテ圍マレタ平面ノ部分ヲ**圓**トイフ。

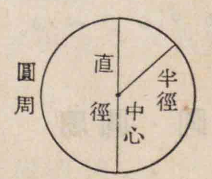
針ヲタテタ點ヲ**圓ノ中心**トイフ。

故ニ**圓周上ノ點ハ圓ノ中心カラ等距離ニアル**。

圓ヲ表ハスニハソノ中心又ハ圓周上ノ三點ノ名ニヨリ圓O，又ハ圓ABCナドイフ。



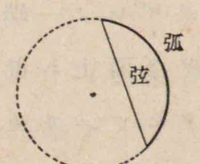
圓周ガ圓ト混同スル恐レガナイ時ニハ圓周ノコトヲ單ニ圓ト呼ブコトガアル。



圓ノ中心カラ周圍上ノ一點ニヒイタ線分ヲ圓ノ**半徑**トイフ。

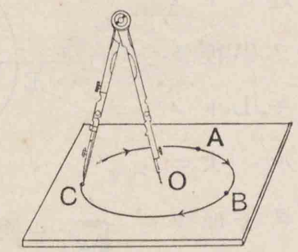
圓ノ中心ヲ通ツテ圓周上ニ兩端ヲモツ線分ヲ圓ノ**直徑**トイフ。

直徑ハ半徑ノ二倍デアル。

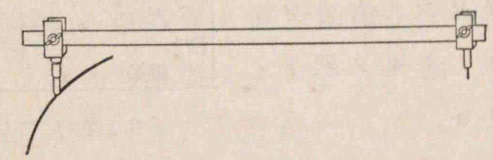


圓周ノ一部分ヲ**弧**，弧ノ兩端ヲ結ブ線分ヲ**弦**トイフ。

圓ヲカクニハ普通兩脚器（コンパス）ヲ用フ。



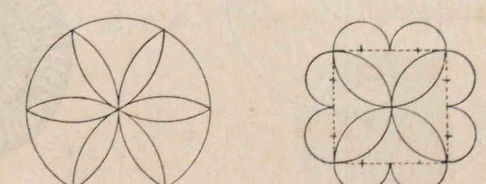
普通ノ兩脚器デハ畫ケナイ樣ナ大キナ圓ヲ書ク爲メニハ**ビームコンパス**ト云フモノガアル。



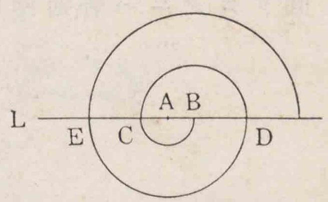
問 1　同一ノ點ヲ中心トシテイクツカノ圓ヲカイテ見ヨ。

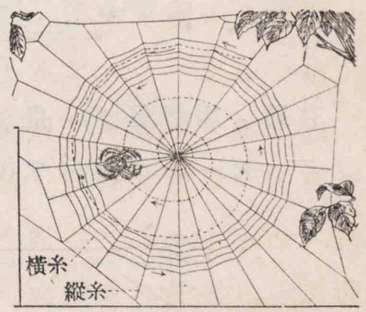
注意　同一ノ點ヲ中心トシタ圓ヲ**同心圓**トイフ。

問 2　次ノ圖ヲ書ケ。



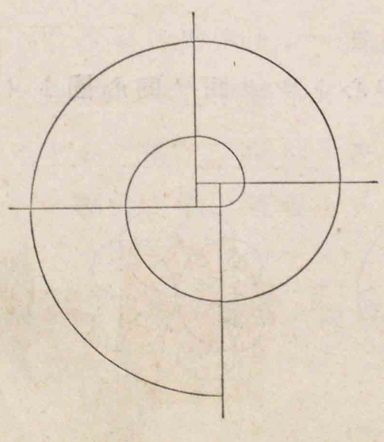
問 3　一直線L上ニ二點A,Bヲ相當ニ近クトリ,Aヲ中心,ABヲ半徑トシテ半圓ヲ畫キ,Lトノ交點ヲCトスル。次ニBヲ中心,BCヲ半徑トシテ半圓ヲ前ト反對側ニ畫イテLトノ交點ヲDトスル。以下同様ナコトヲ繰返シテ右方ノ圖ヲ畫ケ。クモノ網ト比ベテ見ヨ。



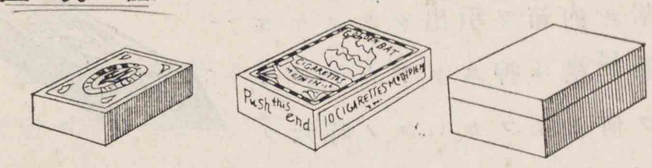


「ちよらうぐも」ノ巢

問 4　次ノ圖ヲカケ。天然ニアルあんもん介ノ化石ト比ベテ見ヨ。



9 直方體



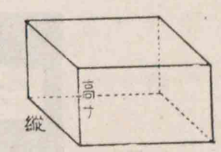
マッチ　タバコ　チョーク入

問一　直方體ノ面ハドンナ形ヲシテヰルカ。六ツノ面ノ中等シイモノガアルカ。

直方體ニハ六ツノ面ガアッテ,其ノ面ハ總テ矩形デアル。ソレ等ノ六ツノ面ノ中相對シテヰル二ツ宛ノ面ハ相等シイ。直方體ヲ**直六面體**トモイフ。

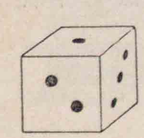
問二　直方體ノ面ト面トノ交リナル線ノ中デ等シイモノガアルカ。

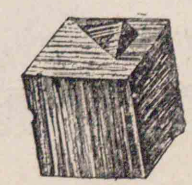
直方體ノ緣ヲナス線ヲ**稜**トイフ。稜ノ長サハ三通リアッテ四ツ宛相等シイ。コノ三通リノ稜ヲ通例**縦,横,高サ**ト呼ブ。



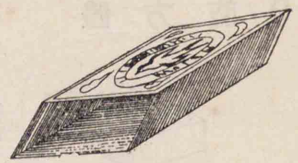
立方體ハ縦横高サノ等シイ直方體デアル。

問三　立方體ノ形ヲシテ居ルモノノ例ヲ擧ゲヨ。


賽


黄鐵鑛ノ結晶

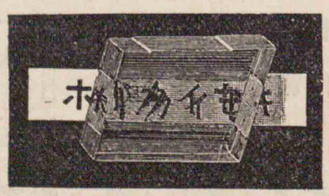
問四　マッチ箱ノ軸木ノハイッテ居ル內箱ヲ引出シテノケタ外箱ヲ横ニ押ストドウナルカ,之ヲ何トイフカ。コノ時六ツノ面ハドウナルカ。



マッチ箱ヲ横ニオシタヨウナ形ヲ**平行六面體**トイフ。カクシテ出來タ平行六面體ハ四ツノ面ハモトノママノ矩形デアルガ,二ツハ平行四邊形デアル。

ナホ此形ヲ上カラ斜ニ押シツブス樣ニシタト考ヘルト總テノ面ガ平行四邊形ニナル平行六面體ヲ想像スルコトガ出來ル。

問五　平行六面體ノ形ヲシテ居ルモノノ例ヲ擧ゲヨ。

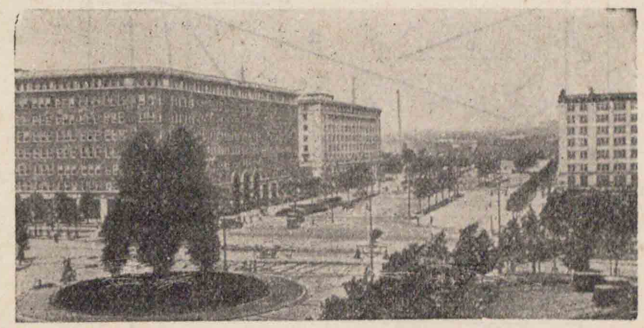


方解石ノ結晶

〔**注意**〕直方體ヤ平行六面體ノ樣ニ平面バカリデカコマレタ立體ヲ**多面體**トイフ。

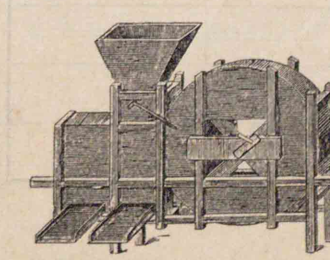
問題 1

1　圖ハ東京驛前ノ風景デアル。ドンナ立體ヤ又平面形ガアルカ。

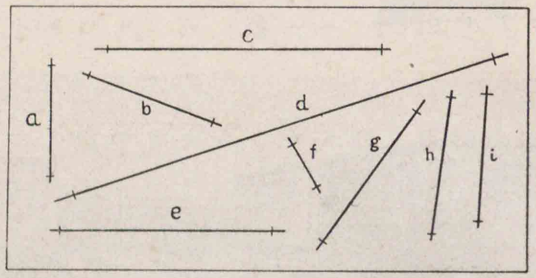


左 丸ビル　中 郵船ビル　右 海上ビル

2　圖ハ米ノ調製器ノ一ツ颺扇(トウミ)デアル。ドンナ立體ガ組合サレタモノカ。又平面形ニハドンナ形ガアルカ。風ヲ起ス羽デアル平ラナ板ガ一回轉スルトドンナ立體ガ出來ルカ。

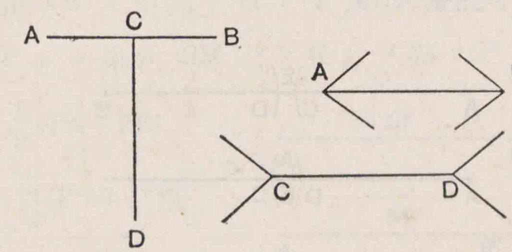


3 次ノ線分ノ長サヲ最初眼分量デ,次ニ物指デ測定シテ夫々ノ欄ニ記入セヨ。



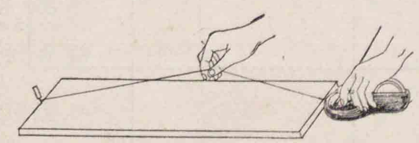
線分	眼分量	測定値
a	$cm.$	4.5 $cm.$
b		1.8
c		3.6
d		5.8
e		2.8
f		2.7
g		2.1
h		2
i		1.√

4 線分 AB, CD ハ長サガ等シイカ. 最初視察ニヨリ次ニコンパスノ兩脚ノ先ヲ AB ニ合セ之ヲ CD ノ上ニモツテキテソノ長サヲ比(クラ)ベテミヨ。

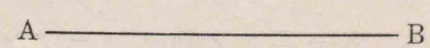


(i) (ii)

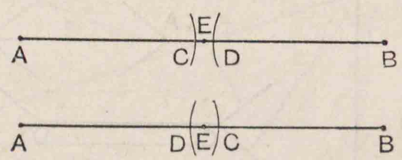
5 大工ガ長イ直線ヲ板ノ上ナドニシルスタメニ使フ墨繩(スミナハ)ハ勿論糸ノ彈性ヲ利用シタモノデアルガ同時ニ直線ニ關スル如何ナル性質ヲ利用シタモノデアルカヲ考ヘヨ。



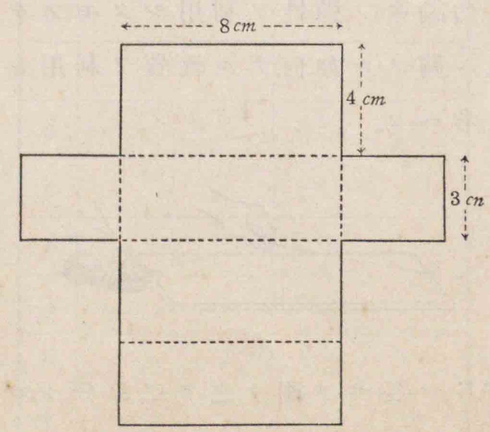
6 線分 AB ノ長サヲ測リ之ヲ二等分シ,コノ線分ノ長サノ $\frac{1}{2}$ ヲ求メヨ。



次ニ,コノ線分ノ半分位ノ長サヲコンパスノ兩脚ノ先ノ開キトナシ,コノ線分ノ兩端カラ AC, BD トキリ, CD ノ中點Eヲ眼分量デ求メ, AE ノ長サヲ測リ前ニ求メタモノト比較セヨ。



7　厚紙ニ次ノ圖ノ樣ナ形ヲエガイテ,實線ニソウテ鋏デキリ,點線ニソウテ折リ曲ゲテ立體ヲ作レ。如何ナル立體ガ出來ルカ。



カクシテ作ツタモノヲ一ツノ面ノミ見ユル樣ニ置イテ寫生セヨ。次ニ二ツノ面,次ニ三ツノ面ヲ見ウル

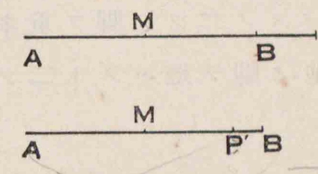
樣ニ置イテ寫生セヨ。

四ツ以上ノ面ガ同時ニ見ウル樣ニ置クコトガ出來ルカ。

8　線分 AB ノ中點ヲ M トシ AB ノ延長上ノ任意ノ點ヲ P トシ線分 BM 上ノ任意ノ點ヲ P′ トスレバ

$$PM = \frac{1}{2}(PA + PB)$$

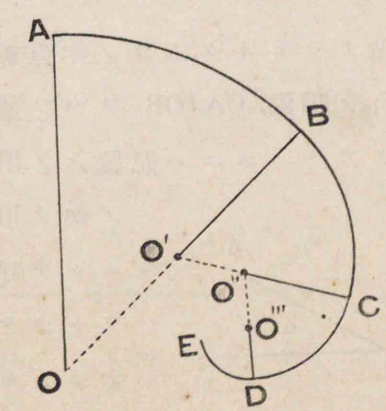
$$P'M = \frac{1}{2}(P'A - P'B)$$



ナルコトヲ示セ。

又 PA, PB 及ビ P′A, P′B ヲ實測シテ PM, P′M ノ長サヲ算出セヨ。

9　O ヲ中心トシ弧 AB ヲ, O′ ヲ中心ニシテ弧 BC ヲ, O″ ヲ中心トシテ弧 CD ヲ, O‴ ヲ中心トシテ弧 DE ヲカケ。曲リ加減ガ所ニヨツテ違ツテ居ル弧ヲ連續シテカク方法ヲノベヨ。



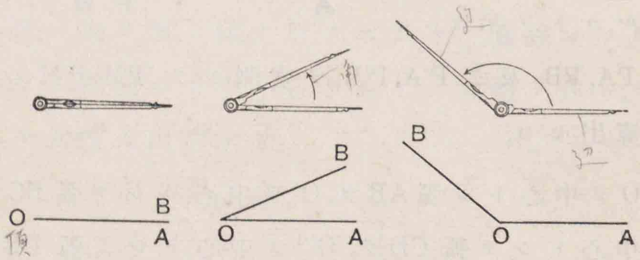
弧ノ曲リ加減(曲率)ハ何ニヨリテ示シタラヨイカ。

第二篇

角

10 角

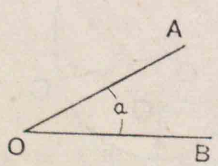
コンパスノ二ツノ脚ヲ重ネ,次ニソノ一ツヲキメテ置イテ他ノ脚ヲ廻ハスト二ツノ脚ハ角ヲツクル。



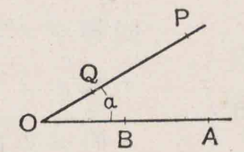
一點カラヒイタ二ツノ半直線ハ角ヲナストイフ。

O ヲ角ノ頂點, OA, OB ヲソノ邊トイフ。

角ヲアラハスニハ記號∠ヲ用ヒ ∠AOB, ∠BOA 等ノ如ク頂點ヲ示ス文字ヲ中央ニシテ呼ブ。又ハ頂點ノ符號ヲトツテ ∠O, 又ハ角內ニ小文字ヲカキテ角 α ト呼ビ ∠α ト記ス。



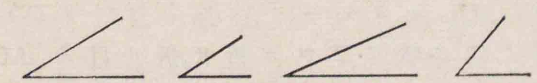
問 1　次ノ圖ニシルサレタ符號ヲ用ヒテコノ角ヲ呼ンデ見ヨ。



11 角ノ大小

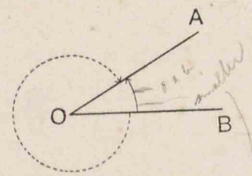
角ノ大小ハ初メ角ノ兩邊ヲ重ネテ置イテ一方ヲ固定シテ他ヲ回轉シタソノ回轉ノ分量ニヨル。故ニ角ノ大小ハ其ノ邊ノ長サニハ全ク無關係デアル。

問一　次ノ圖ニ於テ大イサノ等シイ角ガアルカ。又大小ノ順ニイヘ。視察デワカラナイ時ハソノ一ツヲ他ノ紙ニスキウツシ,ソレヲ他ノ上ニモツテイツテ重ネテ見ヨ。



(i)　(ii)　(iii)　(iiii)

12 共軛角



圖ニ於テ OB ヲ固定シ OA ヲ回轉シテ現在ノ位置ニモツテ來ルノニ時計ノ針ノ回轉ト同ジ方向ニ回轉スル時ト反對ノ方向ニ回轉スル時トガアル。故ニ ∠AOB ハ常ニ二ツノ角ヲ表ハスコトトナル。コノ二ツノ角ヲ互ニ**共軛角**トイヒ,大ナル方ヲ**優角**小ナル方ヲ**劣角**トイフ。

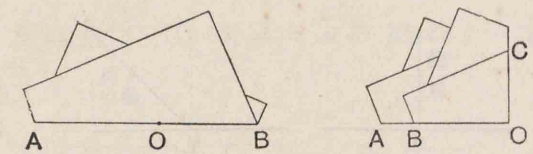
通常 ∠AOB トイフ時ハ劣角ヲサスノデアル。

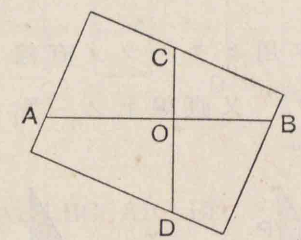
時計ノ針ガマワルト同ジ方向ノ回轉ヲ**右廻リ**トイフコトガアル。コレハ角ノ頂點ニ人ガタツテ居テ邊ヲ見ル時ニ邊ガ右手ノ側ヘ回轉スルカラデアル。ソノ反對ハ**左廻リ**デアル。多クノ**ネジ**ハ右廻リニネジルト前方ニ進行スル。

13 平角 直角 垂線 斜線

問一 圖ノ如ク紙ヲ二ツニ折リ,折リ目ニ AOB ノ符號ヲツケテ見ヨ。コレハ一ツノ角トイフコトガ出來ルカ。更ニ之ヲ O ニ於テ折ツテ OB ヲ OA ノ上ニ重ナル様ニシテ見ヨ。コノ角ヲ何トイフカ。次

ニコノ紙ヲ開イテ見ヨ。AB ノ折リ目ト CD ノ折リ目ノ關係ハドウカ。





*〔定義〕 角ノ兩邊ガ頂點ノ兩側ニアツテ一直線ヲナスモノヲ**平角**トイフ。180°

〔定義〕 平角ノ半分ヲ**直角**トイフ。90°

〔定義〕 二直線ガ直角ヲナシテ相交ハルトキハ此二直線ハ互ニ**垂直**デアルトイフ。

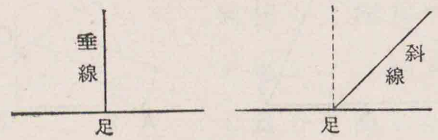
AB ト CO トガ互ニ垂直ナルコトヲ AB⊥CO ト書ク。

〔定義〕 互ニ垂直ナル二ツノ直線ノ一ツヲ他ノ**垂線**トイヒ,ソノ交點ヲ**垂線ノ足**トイフ。

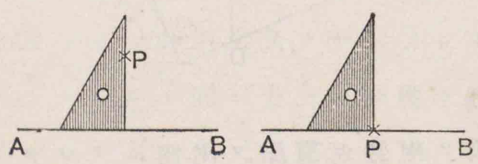
---

*注意 用語ノ意義ヲノベタモノヲ定義トイフ。

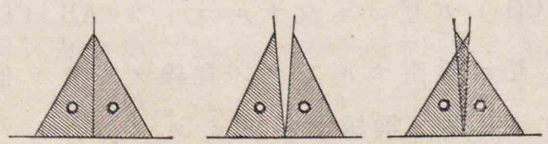
〔定義〕 二ツノ直線ガ交ツテ垂直デナイ時ハ一方ヲ他ノ**斜線**トイヒ,ソノ交點ヲ**斜線ノ足**トイフ。



問一 三角定規ヲ用ヒテ一ツノ直線ニ直線外ノ一點カラ垂線ヲヒケ。又直線上ノ一點ニ垂線ヲタテヨ。



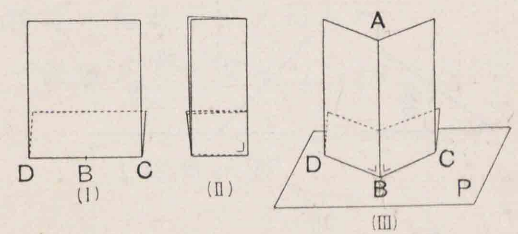
上ノ方法ハ定規ノ直角ノ所ヲウツシタモノデアルカラ定規ノ直角ノ所ガ正シイカドウカヲシラベテオカネバナラヌ。ドウシタラシラベルコトガ出來ルカ。



正確　　不正確　　不正確

14 平面ヘノ垂線

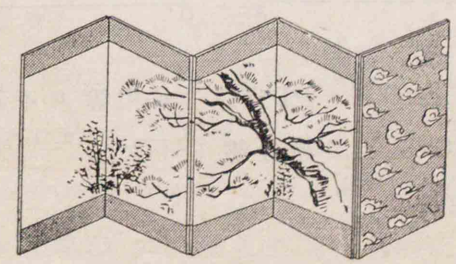
問一 西洋半紙ノ下端ヲ折リ(I), BC ヲ BD ニ重ネテ眞二ツニ折リ (II) 次ニコレヲ開イテ一枚ノ紙ノ上ニ立テル(III)



ソウスルト AB⊥BC, AB⊥BD デアル。AB ト平面 P トノ關係ハドウカ。

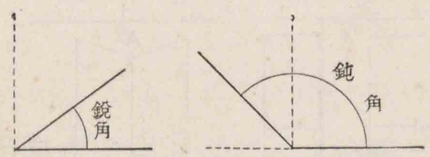
〔定義〕 一ツノ直線ガ一ツノ平面上ノ相交ハル二ツノ直線ニソノ交點ニ於テ垂直デアル時ハコノ直線ハコノ**平面ニ垂直**デアルトイフ。

問 屛風ノ折レ目ヲナス線ガ床ノ面ニ垂直デアルハナゼカ。



15 銳角 鈍角

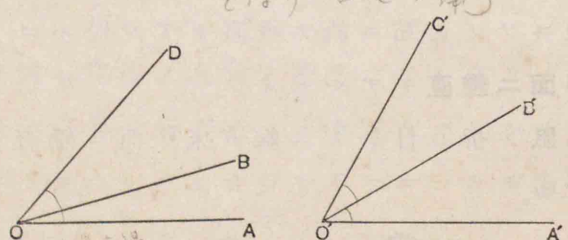
〔定義〕 直角ヨリ小サイ角ヲ**銳角**トイヒ,直角ヨリ大キクテ平角ヨリ小サイ角ヲ**鈍角**トイフ。



16 隣　角

〔定義〕 二ツノ角ガ頂點ト一邊トヲ共有シテソノ共有邊ノ兩側ニアル時ハコノ二角ヲ**隣角**トイフ。

となり



二隣角 $\angle A'O'B'$ $\angle B'O'C'$ ガ相等シイ時ハ共有邊 $O'B'$ ヲ $\angle A'O'C'$ ノ**二等分線**トイフ。

17 角ノ單位

角ノ大イサヲ測ルニハ直角ヲ單位トスル。直角ハ單位トシテヤヽ大デアルカラ直角ノ $\frac{1}{90}$ ヲ又別ノ單位トシテ之ヲ**一度**トイフ。尙コレヨリ小ナル角ヲ測ルニハ**分,秒**等ノ補助單位ヲ用ヒル。

度,分,秒ノ記號トシテ夫々 °, ′, ″, ヲ用フ。

$$1\text{直角}=90^\circ \qquad 1^\circ=60' \qquad 1'=60''$$

問 1 二直角ハ何度カ。

問 2 $\frac{1}{2}$直角ハ何度カ。

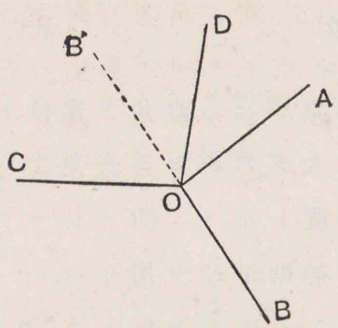
問 3 直角ノ$\frac{2}{3}$ハ何度カ。

問 4 40°ハ何直角カ。

問 5 次ノ時刻ニオイテ時計ノ短針ト長針トノナス角ハ何度カ。

三時, 一時, 十時, 五時, 六時三十分,

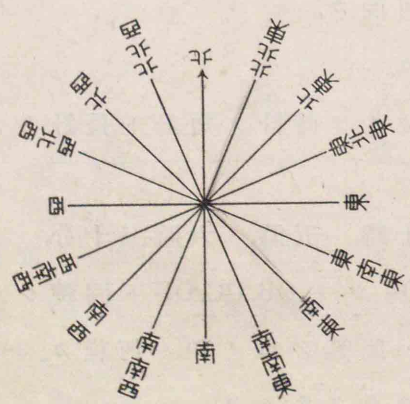
問 6 時計ノ針ガ OA カラ OB, OC, OD ト回轉シテ元ノ位置ニカヘル時ハ此等ノ角ノ和ハ何程カ。(BO ヲ延長シテ OB′ ヲツクツテミヨ)



問 7　一點カラ若干ノ直線ガ書カレテ居ル時ハソレ等ノ角ヲ順次ニトツタ時ノ和ハ何程カ。

18 方　位

方位ノ名稱ハ次ノ如クデアル。此命名法ヲ研究セヨ。北ト東トノ間ハ北東デ東北トハ言ハナイ,北ト北東トノ間ハ北北東デ北東北デハナイ,然シ北東ト東トノ間ハ北東東デハナクテ東北東デアル。



問 1　南ト南西トノ間ノ角度ハ何程カ。45°

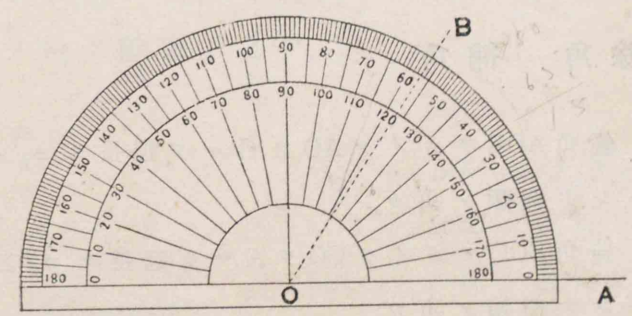
問 2　南東ト北北東トノ間ノ角度ハ何程カ。112

問 3　東南東ニ進ミツツアツタ船ガ右ニ45°方向ヲカヘタ。イカナル方向ニ進行シテ居ルカ。

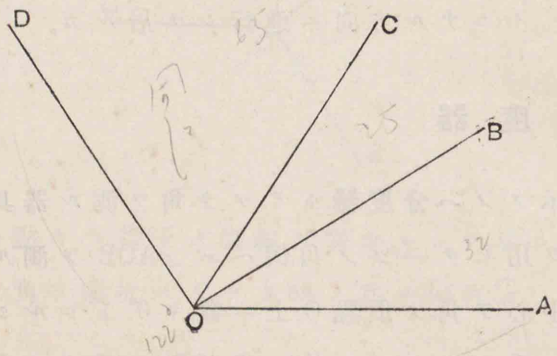
19 分度器

次ニ示スノハ分度器トイツテ角ヲ測ル器具デアル。分度器ヲ用ヒテ一ツノ角例ヘバ∠AOBヲ測ルニハ分度器ノ中心ヲ角ノ頂點O上ニ置キ0°トシルシタ半徑ヲOAニ重ネカクシテ他ノ邊OBニ重ナル分度器ノ目盛ヲ讀メバヨイ。

圖ニ於ケル角AOBノ大イサハ57°デアル。



問 1　次ノ圖デ ∠AOB, ∠BOC, ∠COD ヲ別々ニ測ッテソノ和ヲ求メ ∠AOD ヲ測ッタモノト比較セヨ。



問 2　次ノ角ヲ分度器デツクリ,次ニソノ二等分線ヲツクレ。

24°, 78°, 152°, 65°,

20 餘角　補角

問一　鋭角 AOB ヲカイテ AO ヲ C マデ延長セヨ。∠BOC ハドンナ種類ノ角カ。

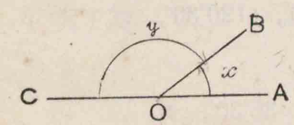
問二　鈍角 BOC ヲカイテ CO ヲ A マデ延長セヨ。∠AOB ハドンナ種類ノ角カ。

問三　65° ノ角 AOB ヲツクッテ AO ヲ C マデ延長シ ∠BOC ヲ測カレ。又 ∠AOB ガ漸次大キクナルト ∠BOC

ハドウナルカ。又 ∠AOB ガ小サクナルト ∠BOC ハドウナルカ。又 ∠AOB ＋∠BOC ハ常ニ何程カ。

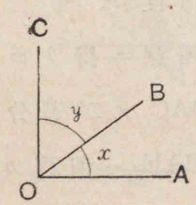
問四　65° ノ角 ∠AOB ヲカイテ OB ニ垂直ニ OC ヲカケ。∠AOC ハ何程カ。∠AOB ＋∠AOC ハ何程カ。

〔定義〕 二ツノ角ノ和ガ二直角デアル時ハ其一ツノ角ヲ他ノ角ノ**補角**トイフ。



∠AOB ＋∠BOC＝2 R̲*
∠AOB ハ∠BOC ノ補角
又∠BOC ハ∠AOB ノ補角
デアル。

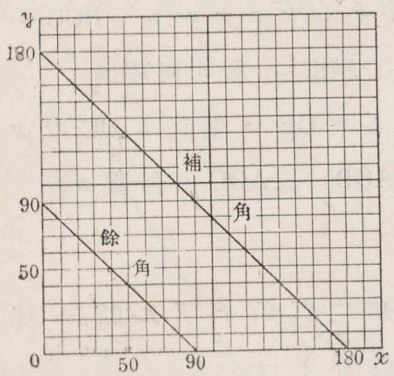
二ツノ角ノ和ガ一直角ナル時ハ其一ツノ角ヲ他ノ角ノ**餘角**トイフ。



∠AOB ＋∠BOC＝R̲ ナラバ
∠AOB ハ∠BOC ノ餘角
∠BOC ハ∠AOB ノ餘角デアル。

* R̲ ハ直角ノ記號デアル。

xの変化に伴って yも変化する。



一ツノ角ヲxトシ,ソノ補角又ハ餘角ヲyトスルトxガ増減スルニツレyハ減増スル。即チyハxノ函數デアル。ソノ關係ヲ圖示スルト左ノ如クデアル。

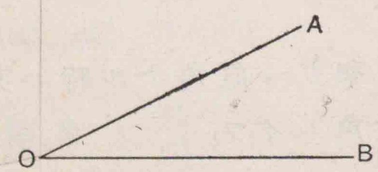
問 1　次ノ角ノ補角ヲイヘ。

60°, 54°, 10°, 90°, 130°, 180°, 120°30′, x°

問 2　次ノ角ノ餘角ヲイヘ。

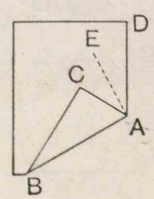
30°, 50°, 62°, 70°, 90°, 10°, 35°30′, x°

問 3　次ノ角ノ餘角及補角ヲツクツテ之ヲ測レ。



問 4　或ル角ノ餘角ト補角ノ差ハ何程カ。

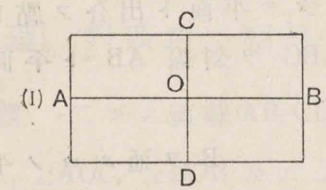
問 5　次ノ圖ノ如ク半紙ノ一隅ヲ任意ニ折リコンダ時ニ出來ル ∠DAC ノ二等分線ヲ AE トスルト ∠BAE ハ何程カ。



∠BAC ハ如何ナル角ノ二分ノ一カヲ考ヘヨ。

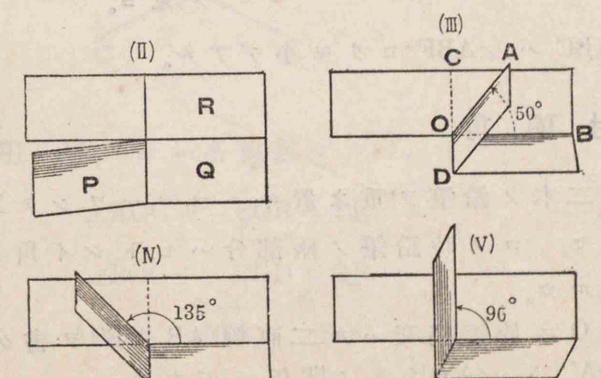
21 平面ト平面トノナス角

矩形ノ紙ヲ(I)ノ様ニ四ツニ折ツテ AOB, DOC ノ折リ目ヲツケヨ。AO ヲ鋏デキレ(II)。次ニ Q 面ヲ机上ニオキ R 面ヲ之ニタテ P 面ヲ



折ツテ(III)ノ様ニシテ見ヨ。

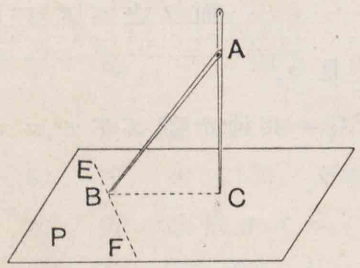
DO ハ二ツノ平面 P,Q ニ共通ナ線デアル,コレヲ二平面 P,Q ノ交リト云フ。



二ツノ平面ガ交ル時ニ其二平面ハ**二面角**ヲナスト云ヒ, OD⊥OA, OD⊥OB, ナル時 ∠AOB デ P, Q 兩平面ノナス二面角ヲハカル。

22 平面ヘノ斜線

机上ニ紙ヲ置キ圖ノ様ニ斜ニ縫針ABヲタテヨ。次ニAカラ垂直ニ他ノ針ヲタテ平面ト出合フ點ヲCトシ BC ヲムスブ時ハ $\angle ABC$ ヲ斜線 AB ト平面 P トノナス角トイフ。



B ヲ通ルコノ平面上ノ任意ノ線(例ヘバEFノ様ナ線)ヲヒキ,コレト AB トナス角ヲ測ッテ $\angle ABC$ ト比較シテ見ヨ。

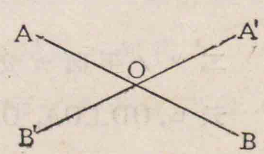
$\angle ABC$ ハ $\angle ABF$ ヨリモ小デアル。

23 對頂角

問一 二本ノ鉛筆ヲ重ネ置キ一ツヲマワシテX字形ニナセ。コノ時鉛筆ノ兩部分ハヒトシイ角ダケ回轉スルカ。

問二 O ニ於テ相交ハル二直線 AB, A′B′ ヲ書ケ。$\angle AOA'$ ト $\angle A'OB$ トノ關係ハドウカ。

$\angle AOA'$ ト $\angle BOB'$ トノ關係ハドウカ。



〔定義〕 一ツノ角ノ二邊ガ他ノ角ノ二邊ノ延長デアル時ハコノ二角ヲ**對頂角**トイフ。

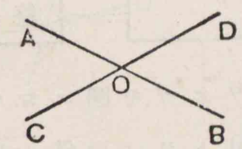
隣角でない角

〔定理〕 對頂角ハ相等シイ。

〔假設〕 二ツノ直線AB, CDガ O ニ於テ交ハリ,對頂角 $\angle AOC$, $\angle DOB$ 及ビ $\angle BOC$, $\angle AOD$ ヲ作ル時ハ

〔終結〕 $\angle AOC = \angle DOB$

$\angle BOC = \angle AOD$



〔證明〕 AB, CD ハ各直線ダカラ,

$$\angle AOC + \angle COB = 2\mathrm{R}$$

$$\angle BOC + \angle BOD = 2\mathrm{R}$$

$$\therefore \angle AOC + \angle COB = \angle BOC + \angle BOD$$

コノ兩方カラ $\angle BOC$ ヲトルト

$$\angle AOC = \angle BOD$$

同様ニシテ $\angle BOC = \angle AOD$

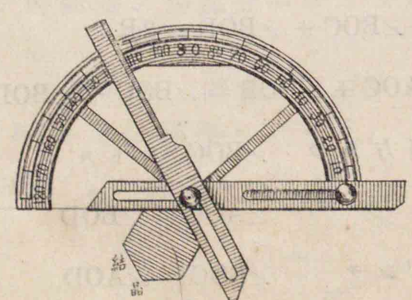
〔注意〕 **定理トハ既知ノ事柄ヲ基礎トシテ推理ニヨツテ證明サレタモノデアル。**

初メニ定メラレタ事柄ヲ定理ノ**假設**トイヒ,從ツテ成リ立ツベキ事柄ヲ**終結**トイフ。假設カラ推理ニヨツテ終結ヲ導キ出スコトヲ**證明**トイフ。

二ツノ角ガ對頂角ヲナス時ハ	……	假設
		↓ 證明 ↓
其二ツノ角ハ相等シイ	……	終結

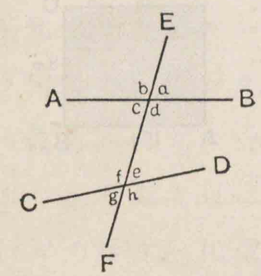
證明ヲナスニハ先ヅ圖ヲエガキ圖ニシルシタ符號ヲ用ヒテ定理ノ假設ト終結トヲノベ然ル後證明ヲスルノデアル。

問 結晶ノ面ノ角ヲ測ル接觸測角器ノ理ヲ説明セヨ。



24 同位角 錯角

二直線ニ他ノ一直線ガ交ハツタ時ニハ八ツノ角ガ出來ル。



a, b, g, h ……**外角**

c, d, e, f ……**內角**

c ト f, d ト e ……**同傍內角**

c ト e, d ト f ……**錯角**

a ト e, d ト h, b ト f, c ト g ……**同位角**

上ノ圖ニ於テ

問 1 相等シイ角ヲアゲヨ。

問 2 互ニ補角ヲナス角ヲアゲヨ。

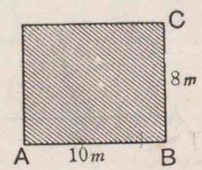
問 3 $\angle a=70°$ $\angle e=60°$ デアル時ハ他ノ角ノ大イサハ何程カ。

問 4 $\angle c=\angle e=60°$ デアルヨウニ AB, CD, EF 線ヲカケ他ノ角ハドウナルカ。又コノ時 AB, CD ノ二直線ハ延長スレバ交ハルト思フカ。

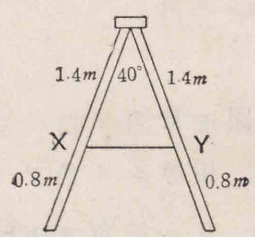
問 題 2

1 次ニ示ス見取圖ヲ正シクカイテ所要ノ長サヲ測レ。

右ノ圖ハ室ノ見取圖デアル。2m ヲ 1cm ニシテ正シイ圖ヲエガキＡノ隅カラＣノ隅マデノ長サヲ測レ。

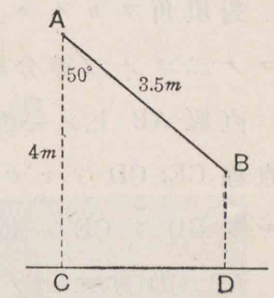


右ノ圖ハテニスノ審判臺ヲ横カラ見タ見取圖デアル。XY ニ張ル綱ノ長サハイクラニスレバヨイカ。(0.2m ヲ 1cm ニシテカイテ見ヨ。)

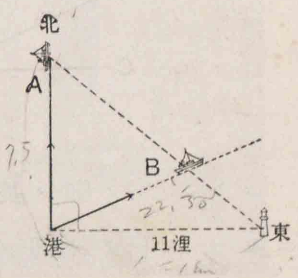


次ノ圖ハブランコノ見取圖デアル。Ａカラ綱 AB ガサガツテ居テＢハ坐席ノ所デアル。CD ハ

土地デアル。綱ガ圖ノヨウニナツタ時坐席ハ地上カラ何米ノ所ニアルカ。(1 m ヲ 1cm ニシテ書イテ見ヨ)



2 A, B, 二ツノ船ガ一ツノ港カラ同時ニ出帆シタ。Ａハ眞北ニ向ツテ一時間15浬デ，Ｂハ東北東ニ向ツテ進行シテ居タ。出發シテカラ半時間シタラ港カラ東ニ11浬離レタ燈臺ト二ツ船トガ一直線ニナル位置ニ來タ。Ｂ船ノ速サハ何程カ。



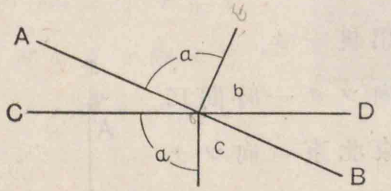
*3 二ツノ直線ガ相交ハツテナス四ツノ角ノ中デ一ツガ直角デアル時ハ他ノ三ツノ角ノ大サハドウカ。又モシ一ツノ角ガ30°デアル時ハドウカ。

* 假設ダケノベテ終結ガ示シテナイ問題ハ先ヅ終結ヲノベテ然ル後之ヲ證明スルノデアル。

4 對頂角ヲカイテソノ各ノ二等分線ヲカイテ見ヨ, コノ二ツノ二等分線ノ關係ハドウカ。

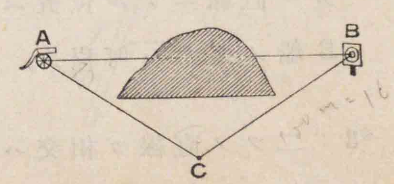
5 直線 AB 上ノ一點 C ヲスギテソノ兩側ニ一ツ宛直線 CE, CD ヲヒキ $\angle ACD = \angle BCE$ トナルヨウニスルト CD ト CE ハ如何ナル關係トナルカ。

6 AB, CD ガ二ツノ直線デ $\angle a$ ハイヅレモ直角デアル時ハ $\angle b = \angle c$ トナルコトヲ證明セヨ。



7 コンパスノ脚ノ長サガ $10cm$ デアル時コノ脚ヲ $35°$ ニヒラクト,ソノ脚ノ先ノ距離ハ何程カ。

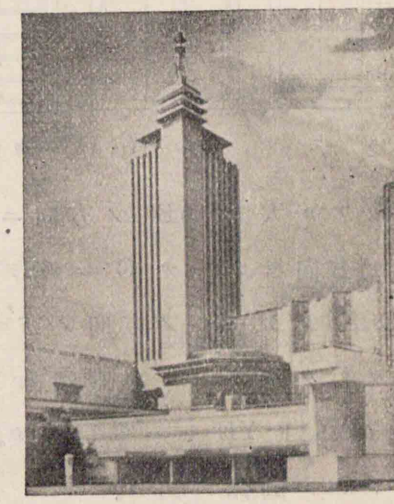
8 A = 大砲, B = 標的, C = 觀測所ガアル。 A ト B トノ間ニ丘陵ガアツテ見透シハツカヌガ, C ノ觀測所カラハ A, B 共ニミルコトガ出來ル。



$\angle ACB = 132°$, $AC = 550m$, $BC = 800m$ ナル時, AB ノ距離及 $\angle BAC$ ヲ求メヨ。

第三篇
平行線

25 平行線

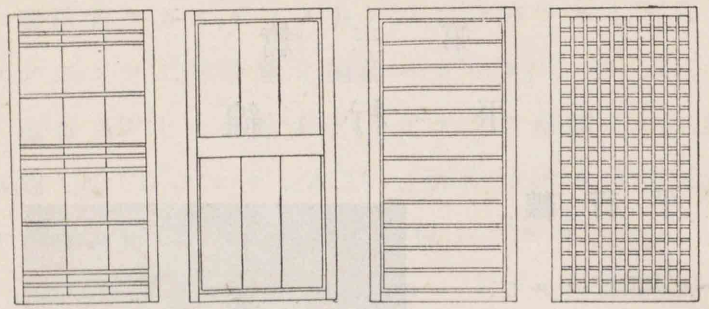


シカゴ博覽會ノ科學館

問一 平行スル二直線トハドンナ線カ,平行線ノ例ヲ擧ゲヨ。

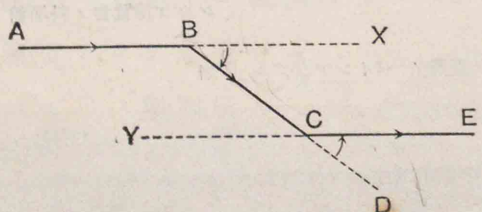
右ノ圖及次ノ圖ニツイテ平行線ヲ指示セヨ。

臺灣ノ「パインアツプル」ノ畑

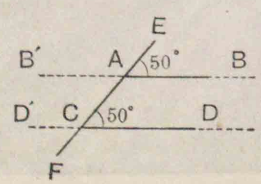


棧戸　帶戸　舞良戸　狐格子戸

問二　アル人ガ AB ノ方向ニアルイテ來テ ∠XBC ダケ方向ヲカヘテ C ニ來テ次ニ ∠XBC ト等シイ ∠DCE ダケモトノ方向ノ方ニ向キヲカヘテ CE 線上ヲ行ク時ハ AB ノ方向ト CD ノ方向トハ同ジイカ。AX ト YE トハ平行線カ。∠XBC ト ∠DCE トハドンナ關係ノ角カ。



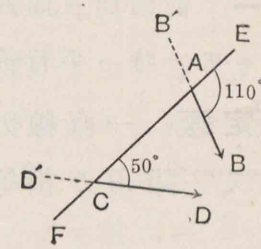
問三



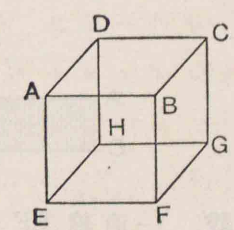
左ニ示ス圖ヲカイテ見ヨ。AB ト CD ハドンナ關係ノ線トナルカ。コノ線ハ兩方ニ何程延長スレバ出合フカ。∠EAB ト ∠B′AC トハヒトシイカ。

∠B′AC ト ∠ACD トハ如何ナル關係ノ角カ。

問四　圖ニ於テ ∠EAB ト ∠ACD トハドンナ關係ノ角カ。コノ時 AB, CD ノ線ヲ雙方ヘ延長スルト出合フカ。



問五　右ノ圖ハ針金デ作ツタ立方體ノ型デアル。平行線トナル線ハドレカ。AD ト BF ハ平行線カ。



〔**定義**〕 二直線ガ同一平面上ニアツテ兩方ニ如何程延長シテモ相交ハラナイ時ハ此二直線ヲ平行線トイフ。

二直線 AB, CD ガ平行デアルコトハ次ノ如キ記號デ示ス。

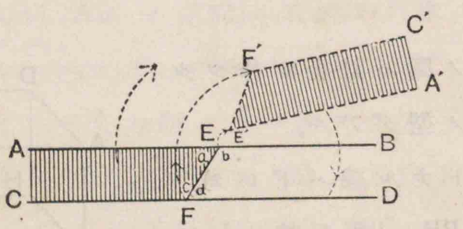
$$AB \parallel CD$$

問　電車軌道ハ平行ナリト云ヘルカ。

26 平行線ノ定理

問一　前節問三,問四ヨリ二ツノ直線ガイカナル關係ニアル時ハ平行線トナルカヲノベヨ。

〔定理〕　一直線ガ他ノ二直線ト交ハツテナス一双ノ錯角ガ相等シイ時ハ二直線ハ平行デアル。



〔假設〕　一直線 EF ガ二ツノ直線 AB, CD ト夫々 E,F, デ交ハリ

$\angle a=\angle d$

〔終結〕　AB ∥ CD

〔證明〕　$\angle a+\angle b=2\angle\mathrm{R}$

$\angle c+\angle d=2\angle\mathrm{R}$

*$\therefore$　$\angle a+\angle b=\angle c+\angle d$

然ルニ　$\angle c=\angle d$　(假設)

$\therefore$　$\angle b=\angle c$

*　∴ハ"故ニ"ノ記號デアル。

次ニ, AEFC ノ部分ヲ切リトツテ點線デ示ス様ニ移動シテ DFEB ノ上ニ重ネル。(移動スル部分ニ A′E′F′C′ ノ符號ヲツケタ)

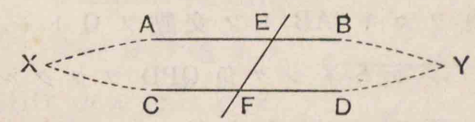
E′F′=EF デアルカラ E′F′ ハ FE ノ上ニ重ナリ

$\angle a=\angle d$ デアルカラ E′A′ ハ FD ノ上ニ落チ

$\angle b=\angle c$ デアルカラ F′C′ ハ EB ノ上ニ落チル

故ニ A′E′F′C′ ハ完全ニ DFEB ノ上ニ重ナル。

今モシ EB ト FD ガ EB, FD ノ方向デ交ハルトスルトソレニ重ナツテ居ル F′C′, E′A′ モ交ハラネバナラヌ。即チ次ノ圖ノ如クナラネバナラヌコトトナル。

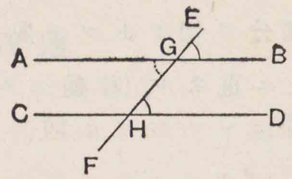


コレ X,Y 二點ヲ通ル二本ノ直線ガアルコトニナツテ不合理デアル。　(直線ノ重要ナル性質(1))

故ニ AB,CD ハ EF ノイヅレノ側デモ交ハルコトハナイ。

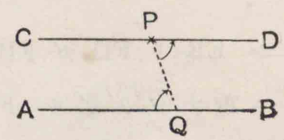
故ニ　　　AB ∥ CD

〔系〕　二直線ガ他ノ一直線ト交ハツテナス同位角ガ相等シイ時ハコノ二直線ハ平行デアル。



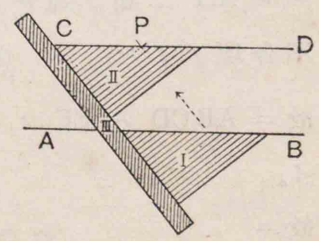
〔注意〕 定理カラタヤスク推定スルコトノ出來ル事柄ヲ系トイフ。

問1 直線 AB 外ノ一點 P ヲ通ッテ AB ニ平行ナル直線ヲヒカントスルニ



P ヲ通ッテ AB ト交ハル線 PQ ヲカキ AB トノ交點ヲ Q トシ, ∠PQA ヲ測定シテコレトヒトシク角 QPD ヲツクル時ハ PD 線ハ AB ニ平行デアル。何故カ。

問2 又次ノ如クシテモ AB 線外ノ一點 P ヲ通ル平行線ヲカクコトガ出來ル。何故カ。



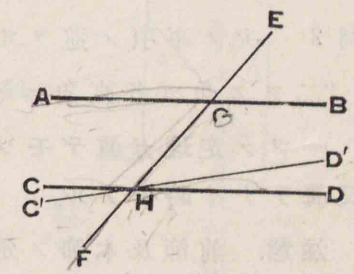
〔方法〕 AB ニ三角定規(I)ノ線ヲアテ次ニ I ニ密着スルヨウニ III ノ定規ヲ固定シ, I ヲズラシテ II ノ位置ニオキ CD 線ヲ引ク

27 平行線ノ公理

問一 前節問 1,問 2,ノ方法デ直線外ノ一點ヲ通ッテ平行線ヲヒク時ハイクツノ平行線ガヒケルカ。

〔公理〕* 一直線外ノ一點ヲ通ッテ之ニ平行ナ直線ハ唯一ツアル。

〔定理〕 一直線ガ平行ナル二直線ニ交ハル時ハソノ錯角ハ相等シイ。



〔假設〕 AB∥CD

〔終結〕 ∠AGH=∠GHD

〔證明〕 モシ ∠AGH=∠GHD ニアラズトセバ H ヲ通ッテ ∠AGH=GHD′ ナル様ニ C′D′ 線ヲ引クコトガ出來ル。

然ル時ハ　AB∥C′D′　(定理)

然ルニ　AB∥CD　(假設)

故ニ AB 線外ノ一點 H ヲ通ッテ CD, C′D′ ノ二ツノ平行線ガアルコトニナル。之レ不合理デアル(上述公理)

故ニ　∠AGH=∠GHD

*注意　公理トハ證明ナシニ眞デアルトシテ推理ノ基礎ニ用ユル簡單ナ事項ヲ云フ。

〔系〕 一直線ガ平行ナル二直線ト交ハル時同位角ハ相等シク,又同傍內角ノ和ハ二直角デアル。

〔注意〕 前節及本節ノ定理ヲ比較スルト,ソノ一ツノ假設及終結ハ他ノ終結及假設トナッテ居ル。コノ様ニ**一ツノ定理ノ假設ト終結トヲ入レ換ヘタモノヲモトノ定理ノ逆トイフ。**

問1　前節ノ定理ノ系ト本節ノ定理ノ系ノ前半ノ部分トハ逆デアルカ。

問2　次ノ事項ノ逆ヲイヘ。ソレハ正シイカ。

"二ツノ角ガ各直角ニ等シイ時ハコノ二角ハ相等シイ"

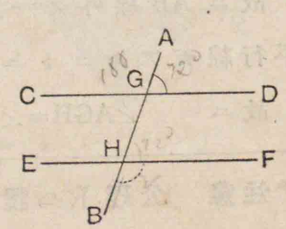
一ツノ定理ガ眞デモソノ逆ハ眞デアル時モアルシ又眞デナイ時モアル。

〔注意〕 前節及本節ノ定理ノ證明法ハ終結ヲ否定シタナラバ不合理ノ生ズルコトヲ述べテ終結ガ成立スルコトノ證明トスルノデアル。コノ證明法ヲ**歸謬法**トイフ。

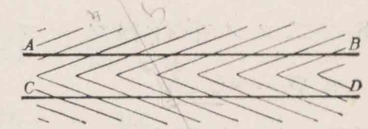
問題 3

1　圖ニ於テ CD∥EF デアッテ $\angle AGD=72^\circ$ ナル時他ノ七ツノ角ノ大サヲ求メヨ。

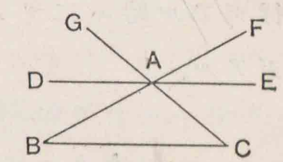
又 $\angle FHB$ ガ120° デアル時ハドウカ。



2　何等カノ方法ニヨリ次ノ直線 AB ト CD トガ平行ナルヤ否ヤヲ檢セヨ。

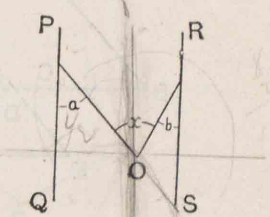


3　圖ニ於テ DE∥BC ナル時ニ相等シイ角ノ組ヲ全部擧ゲヨ。



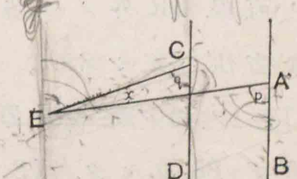
4　PQ∥RS, $\angle a=42^\circ$　$\angle b=27^\circ$ ナル時 $\angle x$ ノ大サヲ求メヨ。

[考ヘ方]　O ヲ通ル PQ ノ平行線ヲイレテ見ヨ。



5　AB∥CDナル時,角 x ノ大サヲ $\angle p$, $\angle q$ ニテアラハセ。

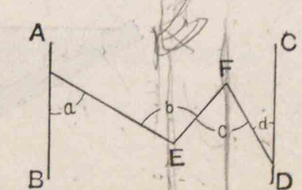
[考ヘ方]　E ヲ通ル平行線ヲイレテ見ヨ。



6　AB∥CD デ E,F ヲ圖ノ如ク任意ニトル時

$\angle a+\angle c=\angle b+\angle d$

ナルコトヲ證明セヨ。

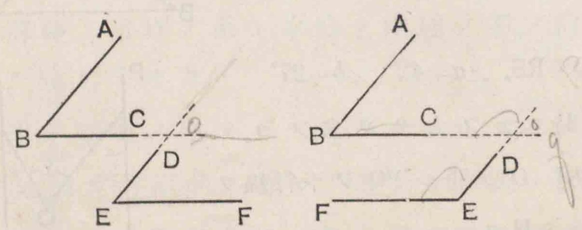


7　同一直線ニ平行ナル二直線ハ互ニ平行デアル。

8　二ツノ平行線ノ一ツト交ハル直線ハ他ノ一ツトモ交ハル。

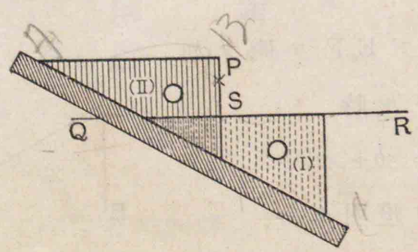
［考ヘ方］ 歸謬法ニヨレ。

9　一ツノ角ノ二邊ガ夫々他ノ一ツノ角ノ二邊ニ平行デアル時ハ二ツノ角ハ相等シイカ又ハ互ニ補角デアル。



10　直線 QR 外ノ一點 P カラ垂線ヲヒク時ニ次ノ如キ方法ハ正シイカ。

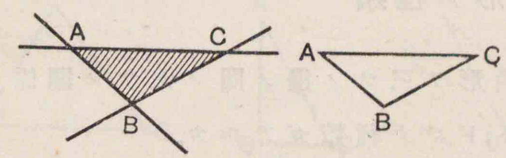
(I) ノ如ク定規ヲ置キ,次ニ上方ニズラシテ II) ノ位置デ PS ヲヒク。PS ハ求ムル垂線デアル。



第四篇
三　角　形

28 三角形

問一　直線デ平面ノ一部分ヲ區切ギルニハ少ナクトモ何本ノ直線ガ必要カ。カクシテ區切ラレタ平面ノ部分ヲ何ト云フカ。

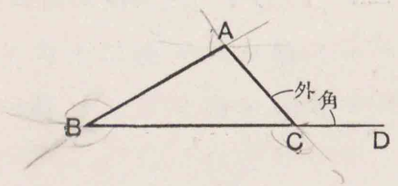


〔**定義**〕 三ツノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**三角形**ト云フ。三ツノ線分ヲ三角形ノ**邊**，相隣レル邊ノ交點ヲ三角形ノ**頂點**，三角形ノ二邊ノナス角ヲ三角形ノ**内角**又ハ單ニ**角**トイフ。

頂點ガ ABC ナル三角形ヲ記號△ABCデ表ハス。

三角形ニハ邊ガ三ツト内角ガ三ツトアル。コレヲ三角形ノ六要素トイフ。

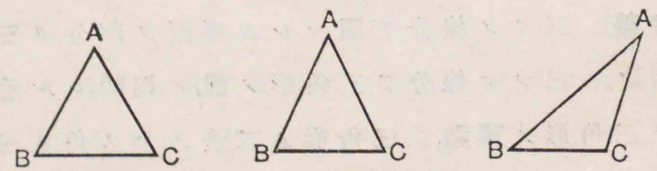
〔**定義**〕三角形ノ一邊トソノ隣邊ノ延長トノナス角ヲ三角形ノ**外角**トイフ。



問　三角形ニハ外角ガイクツアルカ。

29　三角形ノ種類

問一　三角形ヲ三ツノ邊ノ間ノ大サノ關係ニヨツテ分類スルト,ドンナ種類ガアルカ。



等邊三角形　二等邊三角形　不等邊三角形

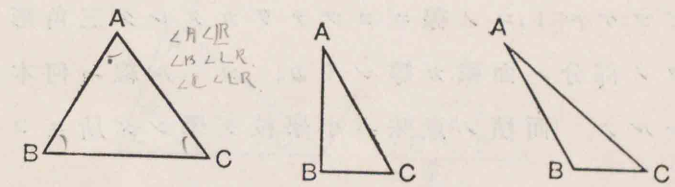
〔**定義**〕(1) 三邊相等シイ三角形ヲ**等邊三角形**又ハ**正三角形**トイフ。

(2) 二邊ノ長サガ相等シイ三角形ヲ**二等邊三角形**トイフ。

(3) 三角形ノイヅレノ二邊モ相等シクナイ時ハ之ヲ**不等邊三角形**トイフ。

問二　三角形ヲ三ツノ内角ノ大サノ關係ニヨツテ分類スルト,ドンナ種類ガアルカ。

邊ニヨツタ分類ニ準ジテ等角三角形,二等角三角形,不等角三角形ト分類スルコトモ出來ルガ内角ニヨル分類デハ内角ガ鋭角,直角,鈍角ナルカニヨツテ分類サレル。



鋭角三角形　直角三角形　鈍角三角形

〔**定義**〕(1) 三ツノ角ガ三ツトモ鋭角デアル三角形ヲ**鋭角三角形**トイフ。

(2) 一ツノ角ガ直角デアル三角形ヲ**直角三角形**トイフ。

(3) 一ツノ角ガ鈍角デアル三角形ヲ**鈍角三角形**ト云フ。

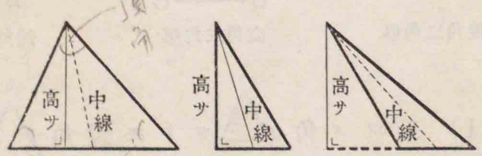
直角三角形デ直角ニ對スル邊ヲ**斜邊**トイフ。

30 三角形ノ高サ，及中線

問一 一ツノ鋭角三角形ヲカキ頂點カラ之ニ對スル邊(對邊)ニ垂線ヲヒケ。之ヲ何トイフカ。コノ様ナ線ハ何本アルカ。又之等ノ間ニ何等カノ關係ガアルカ。

直角三角形,鈍角三角形ニツキテモ同ジ様ナ研究ヲナセ

問二 三角形ノ頂點トソノ對邊ノ中點トヲ直線デ結ビツケルト,コノ線ニヨツテワカタレタ三角形ノ二ツノ部分ハ面積ガ等シイカ。カヽル線ハ何本ヒカレルカ。(面積ノ意味ハ小學校デ學ンダ所ニヨレ)



〔定義〕 三角形ヲイヅレカノ一邊ノ上ニ立ツト考ヘル時ハソノ邊ヲ**底邊**又ハ**底**トイヒ，底邊ニ對スル角ヲ**頂角**，頂角ノ頂點カラ底邊ニ下シタ垂線ヲソノ**高サ**，底邊ノ兩端ノ角ヲ**底角**トイフ。二等邊三角形ノ時ハ等邊ニアラザル邊ヲ特ニ底邊トイフ。

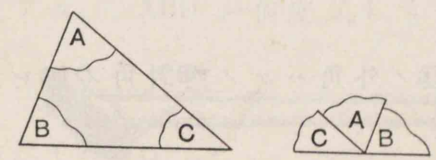
三角形ノ頂點トソノ對邊ノ中點トヲムスビツケタ

線分ヲ三角形ノ**中線**トイフ。

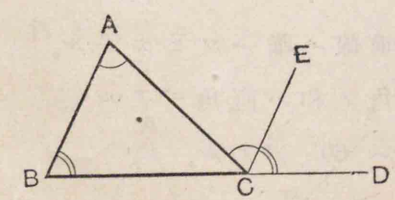
31 三角形ノ內角ノ和

問一 一ツノ三角形ヲカイテソノ三ツノ內角ヲ分度器デ測リ之ヲ加ヘテ見ヨ。

問二 三角形ノ紙片ヲ作リ各角ヲキリトツテ之ヲ順次頂點ヲソロヘテナラベ三ツノ角ノ和ニアタル角ヲツクツテ見ヨ。

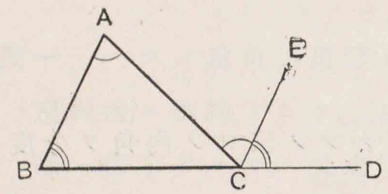


〔定理〕 一ツノ三角形ノ三ツノ內角ノ和ハ二直角ニ等シイ。



一ツノ三角形ABCニ於テ $\angle A+\angle B+\angle C=2\angle R$

〔證明〕 BCヲ延長シテ外角ACDヲツクリ,次ニCヲ通ツテBAニ平行ナ直線CEヲヒク。



$\angle ACE = \angle A$（平行線ノ錯角）

$\angle ECD = \angle B$（平行線ノ同位角）

$\therefore \angle A + \angle B = \angle ACE + \angle ECD$

$= \angle ACD$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = \angle ACD + \angle C$

$= \angle BCD$

$= 2\angle R$

〔系〕　三角形ノ一ツノ外角ハソノ二ツノ*內對角ノ和ニ等シイ。

問 1　三角形ノ外角ハソノ內對角ノ何レヨリモ大キイ。

問 2　一ツノ三角形ハ一ツヨリモ多クノ直角又ハ鈍角ヲモツコトハ出來ナイ。

問 3　一ツノ三角形ノ二角ガ 30°20′, 57°30′ デアル時ハ殘リノ角ハ何度カ。

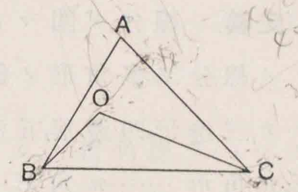
問 4　直線外ノ一點カラ垂線ハ唯一ツヒカレル。

問 5　直角三角形ノ二銳角ノ和ハ直角デアル。

問 6　等角三角形ノ一角ハ 60° デアル。

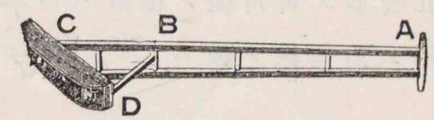
*〔定義〕　三角形ノ一ツノ外角ニ隣ラナイ二ツノ內角ヲソノ外角ノ**內對角**トイフ。

問 7　圖ニ於テ O ガ △ABC 內ノ一點デアレバ ∠BOC＞∠BAC デアルコトヲ證明セヨ。



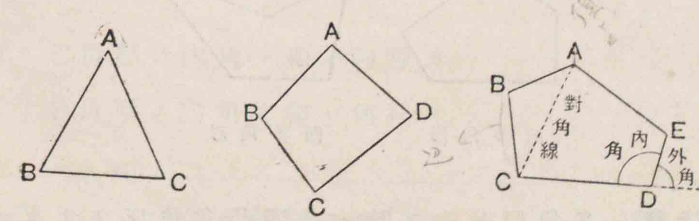
問 8　一ツノ三角形ノ二角ガ他ノ三角形ノ二角ニ夫々ヒトシイ時ハ殘リノ一角モ亦相等シイ。

問 9　八反取ニ於テ △BCD ハ ∠BCD ガ 45° デアル直角三角形デアル。∠ABD ハ何度カ。



32　多角形

問一　次ノ圖ニ示ス線分デカコマレタ平面ノ部分ヲ何ト云フカ。



〔定義〕 線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**多角形**トイヒコノ線分ヲ多角形ノ**邊**トイフ。多角形ハ邊ノ數ニヨツテ三邊形,四邊形,五邊形……n邊形,又ハ三角形,四角形,五角形……n角形トイフ。

多角形ノ頂點,內角,外角ハ三角形ノ場合ニ準ズル。

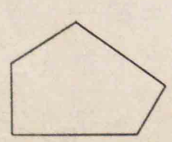
〔定義〕 多角形ノ相隣ラナイ頂點ヲ結ブ線分ヲ**對角線**トイフ。

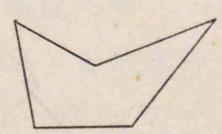
問二 四邊形ニハ何本ノ對角線ガヒケルカ。

問三 五邊形ノ一ツノ頂點カラ何本ノ對角線ガヒケルカ。又五邊形ノ對角線ノ總數ハ何本カ。

問四 n邊形ノ對角線ノ數ハ $\frac{n(n-3)}{2}$ デアルコトヲ説明セヨ。

〔定義〕 內角ガドレモ二直角ヨリモ小サイ多角形ヲ**凸多角形**トイヒ，二直角ヨリモ大キイ內角ガ一ツデモアル多角形ヲ**凹多角形**トイフ。


凸多角形


凹多角形

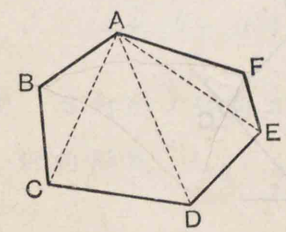
〔注意〕 多角形トイフ時ハ普通凸多角形ヲサス。

33 多角形ノ內角ノ和

問一 四角形ノ內角ノ和ハ何程カ。(對角線ヲ一ツカイテ三角形ニ分割シテ見ヨ)

問二 五角形ノ內角ノ和ハ何程カ。

〔定理〕 *n角形ノ內角ノ和ハ$(2n-4)$直角デアル。



n角形(假リニ六角形ヲカク)

ABCDE……ニ於テ

$$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\cdots\cdots=(2n-4)R$$

〔證明〕 一ツノ頂點Aカラ對角線ヲヒクトn角形ハ$(n-2)$箇ノ三角形ニ分タレル。ソシテモトノ多角形ノ內角ノ和ハ此等ノ三角形ノ內角ノ和ニヒトシイ。

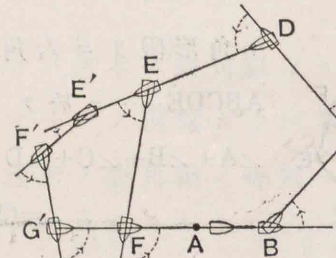
三角形ノ內角ノ和ハ $2R$ デ $(n-2)$ 箇ノ三角形ガアルカラ全體デハ $2(n-2)R$ 即チ $(2n-4)R$ デアル。

問 1 七角形ノ內角ノ和ハ何程カ。

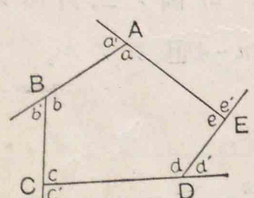
問 2 十角形ノ內角ノ和ハ何程カ。

* nハ3以上ノ任意整數ヲ表ハス。

問一　湖上デボートヲコグニ圖ノ樣ニAカラ出發シテ BCDEF ト五邊形ノ邊ノ航路ヲイッテ出發點ニ歸ヘッタトスルト B,C,D,E,F 點デ方向ヲカヘタ角度ハ合計何程カ。次ニ B,C,D,E',F',G' デ方向ヲカヘテモトノ位置ニカヘッタ時ハドウカ。コレ等ノ事カラドンナ定理ヲ考ヘルコトガ出來ルカ。



〔定理〕　多角形ノ各頂點デ一ツ宛作ッタ外角ノ和ハ四直角デアル。



n 角形(假リニ五角形ヲカク) ABCDE……ノ各頂點ニ一ツ宛作ッタ外角ヲ $\angle a', \angle b', \angle c', \cdots\cdots$ トスルト

$$\angle a'+\angle b'+\angle c'+\angle d'+\cdots\cdots=4\mathrm{R}$$

〔證明〕　外角 $\angle a', \angle b', \angle c', \angle d', \cdots\cdots$ ニ隣レル内角ヲ夫々 $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d\ \cdots\cdots$ トスルト

$$\begin{array}{l} \angle a'+\angle a=2\mathrm{R} \\ \angle b'+\angle b=2\mathrm{R} \\ +\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \hline (\angle a'+\angle b'+\angle c'+\cdots\cdots)+(\angle a+\angle b+\angle c+\cdots\cdots)=2n\mathrm{R} \end{array}$$

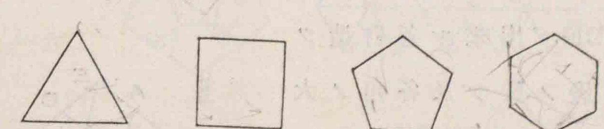
然ルニ $(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\cdots\cdots)=(2n-4)\mathrm{R}$

$$\therefore\ \angle a'+\angle b'+\angle c'+\angle d'+\cdots\cdots=2n\mathrm{R}-(2n-4)\mathrm{R}=4\mathrm{R}$$

問　多角形ノ外角ガ各 30° デアル時ハコノ多角形ハ何角形カ。 360÷30=12.

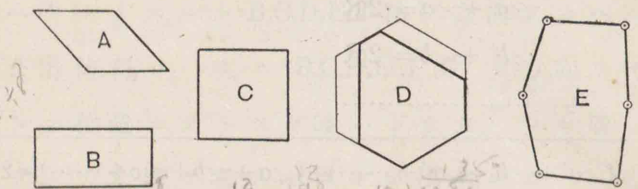
34　正多角形

〔定義〕　各邊皆等シイ多角形ヲ**等邊多角形**トイフ,各角皆相等シイ多角形ヲ**等角多角形**トイフ,等邊デ等角ナ多角形ヲ**正多角形**トイフ。



三角形ハ等邊デアルト等角,等角デアルト等邊デアルガ然シ四邊形以上ノ多角形デアルト等角デアッテ

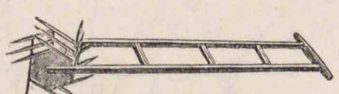
モ必ズシモ等邊デナク等邊デアルモノモ等角トハ定マラナイ。



問 1　正八角形,正十角形ノ一内角ノ大サハ何程カ。

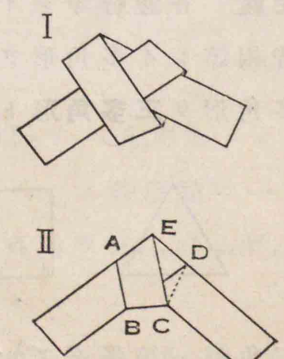
問 2　一内角ガ108°ナル正多角形ノ邊數如何。

問 3　田打車ノ齒トソノ隣ノ齒トナス角度ハ何度カ。



問 4　一外角ガ15°ナル正多角形ノ邊數如何。

問 5　幅一様ナ紙ヲ右圖Iノ如ク結ビソレヲIIノ様ニシメルト五邊形ABCDEガ出來ル各自造ッテ各邊ノ長サ及各角ノ大サヲ測ッテ見ヨ。スルト正五邊形デアルコトガワカル。

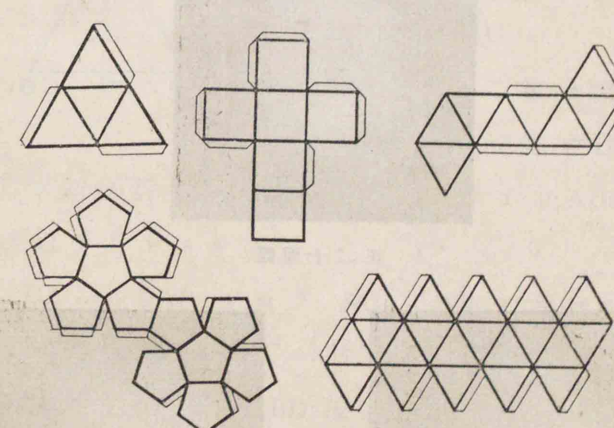


35 正多面體

〔定義〕相等シキ正多角形ノミニテ圍マレ,各頂點ニ集ル面ノ數ガ相等シキ多面體ヲ**正多面體**ト云フ。

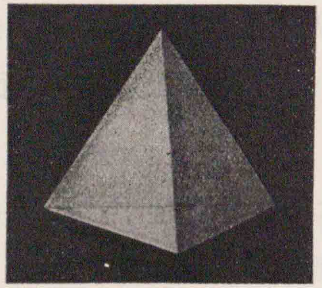
正多面體ニ正四面體,正六面體(即チ立方體), 正八面體正十二面體,正二十面體ノ五種アリ。

問　書用紙ヲ次ノ圖ノ如ク切リ,之ヲ折リ曲ゲテ前記五種ノ正多面體ノ模型ヲ作ッテ見ヨ。

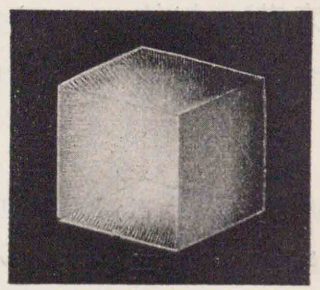


(圖ノ細線ニテ示ス部分ハ糊代(ノリシロ)デアル)

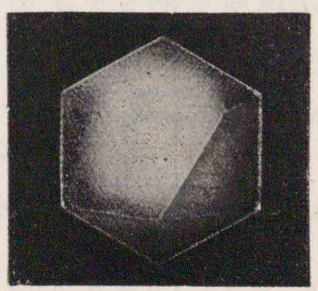
正 多 面 體



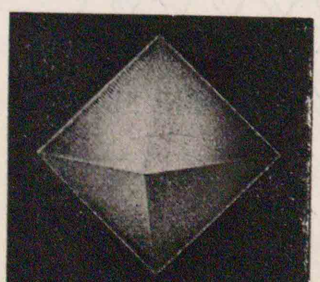
正四面體



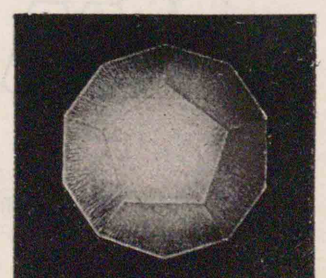
正六面體



正二十面體



正八面體

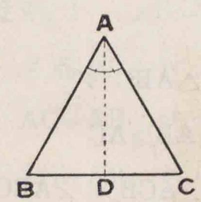


正十二面體

36　三角形ノ邊ト角トノ關係

問一　二等邊三角形,等邊三角形,不等邊三角形ヲカイテ,各ノ場合ニツイテ二ツノ邊ノ大小トソノ對角ノ大小トハ相伴フカドウカヲ見ヨ。

〔定理〕　二等邊三角形ノ兩底角ハ相等シイ。



〔假設〕　△ABC デ

AB＝AC

〔終結〕　∠B＝∠C

〔證明〕　∠A ノ二等分線ヲヒイテ BC トノ交點ヲ D トスル。

AD ヲ折リ目トシテ △ADC ノ部分ヲ △ADB ノ上ニ折リ返サントスルニ

∠DAC＝∠DAB ダカラ　AC ハ AB ノ方向ヲトル。

AC＝AB ダカラ　C ハ B ノ上ニオチル。

從ツテ　CD 線ハ BD 線ノ上ニ重ナル。

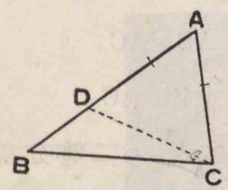
∴　∠C ハ ∠B ノ上ニ重ナル。

∴　∠C＝∠B

〔系〕 二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線ハ底邊ニ垂直デアツテ且ツ底邊ノ中點ヲ通ル。

〔定義〕 一ツノ線分ノ中點ヲ通ツテ之ニ垂直ナ直線ヲ線分ノ**垂直二等分線**ト云フ。

〔定理〕 一ツノ三角形ノ二邊ガ相等シクナイ時ハ大ナル邊ノ對角ハ小ナル邊ノ對角ヨリモ大キイ。



〔假設〕 △ABC デ

AB＞AC

〔終結〕 ∠ACB＞∠ABC

〔證明〕 AB上ニACニ等シクADヲトリDCヲ結ブ

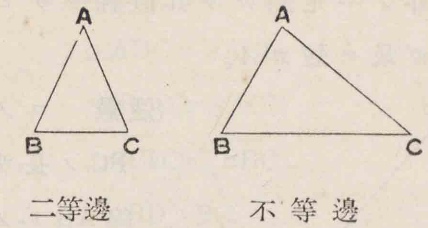
ソウスルト △ADC ハ二等邊三角形

∴ ∠ADC＝∠ACD

然ルニ ∠ABC＜∠ADC, ∠ACD＜∠ACB

∴ ∠ABC＜∠ACB

〔定理〕 一ツノ三角形ノ二角ガ相等シイ時ハソノ對邊ハ相等シク,二角ガ等シクナイ時ハ大キイ角ノ對邊ハ小サイ角ノ對邊ヨリ大キイ。



△ABC デ ∠B＝∠C デアル時ハ AC＝AB……(1)

∠B＞∠C デアル時ハ AC＞AB……(2)

〔證明〕1　∠B＝∠C デアル時ニ AC＝AB デアルコトヲ證明スル。

AC＝AB デナイトスルト

AC＞AB ナルカ

AC＜AB ナルカデアル。

AC＞AB トスルト ∠B＞∠C (前定理)

AC＜AB トスルト ∠B＜∠C (〃)

然ルニ假設ニヨツテ ∠B＝∠C デアルカラ何レモ不合理デアル。

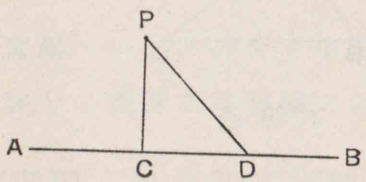
依テ AC＝AB

(2)ノ證明モ(1)ト同様ニシテ證明スルコトガ出來ル。

問1　直角三角形ノ斜邊ハ最大邊デアル。

問2　鈍角三角形ノ鈍角ノ對邊ハ最大邊デアル。

問 3　直線外ノ一定點カラ其直線マデヒイタ線分ノ中デ垂線ガ最モ短カイ。



〔注意〕 コノ最モ短カイ PC ノ長サヲ P 點ト直線 AB トノ**距離**トイフ。此場合ニ限ラズ距離トイフ時ハ通例最短ノ間隔ヲ意味スル。

37　三角形ノ三邊ノ長サノ關係

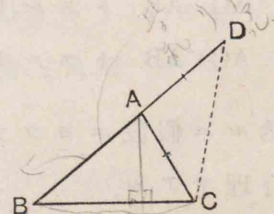
問　任意ノ三ツノ線分デ三角形ヲツクルコトガ出來ルカ。

〔**定理**〕 一ツノ三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリ大キイ。

$\triangle ABC$ デ (1) $AB+AC>BC$

(2) $BC+AB>AC$

(3) $BC+AC>AB$



〔**證明**〕 BC ヲ最大邊トスルト(2)ト(3)ハ明カデアル。今(1)ノ關係ヲ證明スル。

BA ヲ延長シテ其上ニ AC ニ等シク AD ヲトリ DC ヲ結ブ。

然ル時ハ $\triangle ADC$ デ $AC=AD$ ダカラ

$\angle ADC=\angle ACD$

然ルニ　$\angle BCD>\angle ACD$

$\therefore\ \angle BCD>\angle BDC$

$\therefore\ BD>BC$

即チ　$AB+AD>BC$

$\therefore\ AB+AC>BC$

〔系〕 一ツノ三角形ノ二邊ノ差ハ他ノ一邊ヨリ小デアル。

問 1　三角形ノ邊ガ次ノ樣ニ與ヘラレタトキ三角形ヲツクルコトガ出來ルカ。

(1) 2*cm*, 3*cm*, 4*cm*,

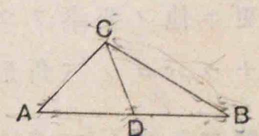
(2) 3*cm*, 4*cm*, 7*cm*,

(3) 6*cm*, 7*cm*, 9*cm*,

(4) 8*cm*, $9\frac{1}{2}$*cm*, 18*cm*,

出来ない

問 2　圖ニ於テ $AB+BC>AD+DC$ デアルコトヲ證明セヨ。



〔考ヘ方〕 $DB+BC>DC$ ヲ考ヘ、次ニコノ兩邊ニ AD ヲ加ヘルヨウニ考ヘヨ。

$\angle BD+\angle BC>CD$

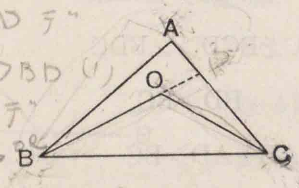
$AD+BC+DB>CD+AD$

$AB+BC>AD+DC$

問 3　△ABC 内ノ一點ヲ O トスルト

BO+OC<BA+AC

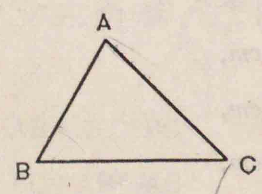
AB+AC>BO+OC
△ABDデ
AB+AD>BD (1)
△DOCデ
AD+DC>B



BO+OC<BA+AC

38 三角形ノウツシ方

問一　△ABC ヲウツスニハ六要素全部ヲウツサネバナラヌカ。



一枚ノ紙ヲコノ △ABC ノ上ニ置イテ AB ヲ最初ニスキウツシ,次ニ ∠ABC ヲ次ニ BC ヲウツセ。此ノ上更ニ他ノ要素ヲウツサナイデモ AC ヲムスビツケタナラバコノ三角形 ABC ヲウツスコトガ出來ルカ。

問二　問一(二邊トソノ夾角)ヨリ外ニ三角形ヲウツスコトノ出來ル三要素ノトリ方ガアルカ。

次ノ様ナ三要素ヲ定規,コンパス,分度器ヲ使ッテウツシトッテ三角形ヲカキ,之ヲモトノ三角形ニ重ネ,ウツシトル事ガ出來タカドウカヲシラベヨ。

(1) 一邊トソノ兩端ノ角 (BC, ∠B, ∠C)

(2) 三邊　(AB, BC, CA)

上ノ様ニウツシトルコトノ出來タ三角形ト,モトノ三角形トハ重ネ合スコトガ出來ル。

〔**定義**〕一ツノ三角形ヲ他ノ三角形ノ上ニ重ネテ全ク相合シサセルコトガ出來ル時ハコノ二ツノ三角形ハ合同又ハ全等デアルトイフ。

圓又ハ多角形等ニツイテモ重ネ合ハスコトノ出來ルモノハ合同デアルト云フ。合同ナルコトノ記號ニハ≡ヲ用ヒル。例ヘバ △ABC ト △A'B'C' ガ合同デアルコトヲ △ABC≡△A'B'C' デ表ハス。

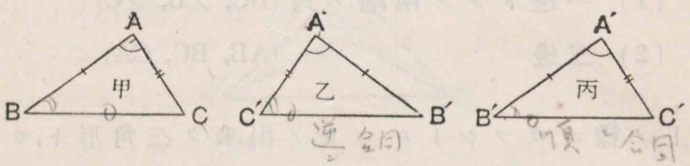
問　一ツノ三角形ノ三ツノ角ヲ分度器デウツシトッテ出來タ三角形ガモトノ三角形ト重ネ合サレルカヲ見ヨ。

39 二ツノ三角形ノ合同

問　ドンナ場合ニ二ツノ三角形ハ合同デアルカ前節ノ研究ニヨッテ考ヘテ見ヨ。

同じ辺ニ 對スル 角

〔定理〕 一ツノ三角形ノ二邊トソノ夾角ガ夫々他ノ三角形ノ二邊トソノ夾角ニ等シイ時ニハ二ツノ三角形ハ合同デアル。



〔假設〕 △ABC ト △A′B′C′ トニ於テ(甲ト乙,又ハ甲ト丙)

AB＝A′B′

AC＝A′C′

∠A＝∠A′

〔終結〕 △ABC≡△A′B′C′

〔證明〕 △A′B′C′ ヲ △ABC ニ重ネヨウトスルニ

A′B′ ヲ AB ノ上ニ重ネ

頂點 C′ ト C トヲ AB ノ同ジ側ニオチルヨウニ置ク

∠A′＝∠A デアルカラ

邊 A′C′ ハ AC ノ方向ヲトル。

次ニ A′C′＝AC デアルカラ

C′ ハ C ノ上ニ落チル。

頂點 B′, C′ ハ頂點 B, C ノ上ニオチルカラ

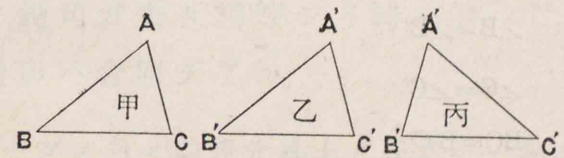
B′C′ ハ BC ニ合スル。

依ッテ △ABC≡△A′B′C′

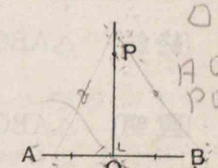
〔注意〕1　**合同ナル二ツノ三角形ニ於テハ等邊ノ對角ハ相等シク等角ノ對邊ハ相等シイ。**

2　合同ナ二ツノ三角形ニモ甲ト乙トノヨウニ圖形ヲ此平面上デ動カシテ重ネ合セ得ルモノト甲ト丙トノヨウニ一方ヲ裏返シテ後ニ始メテ重ネ合セ得ルモノトガアル。

此等ヲ區別スル必要ガアルトキニハ甲ト乙ハ**順ニ合同**,甲ト丙トハ**逆ニ合同**トイフ。



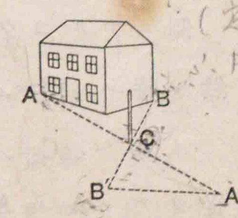
問1　次ノ圖デ PO⊥AB, AO＝OB デアル。PA＝PB ヲ證明セヨ。



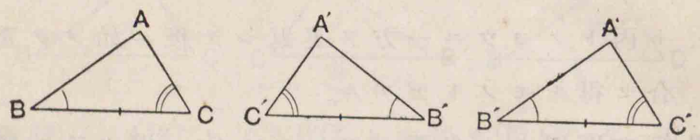
△POA ト
△POB デ
AO＝OB
PO ハ共通
△POA≡△POB
(定理)
PA＝PB

問2　AB ノ長サヲ測ルニ A,B ヲ見ウル點 C ニ棒ヲタテ AC ノ延長ニ AC ニ等シク CA′ ヲトリ,又 BC ノ延長ニ BC ニ等シク CB′ ヲトリ A′B′ ノ長サヲ測レバ AB ノ長サヲ知ルコトガ出來ル。何故カ。

自ら合は 對スル 辺



〔定理〕 一ツノ三角形ノ二角トソノ頂點ノ間ノ邊ガ夫々他ノ三角形ノ二角及ビソノ頂點ノ間ノ邊ニ等シイ時ハ二ツノ三角形ハ合同デアル。



〔假設〕 △ABC ト △A′B′C′ トニ於テ

$\angle B=\angle B'$

$\angle C=\angle C'$

$BC=B'C'$

〔終結〕 △ABC≡△A′B′C′

〔證明〕 △ABC ヲ △A′B′C′ ノ上ニ重ネルニ BC ヲ之ニ等シイ B′C′ 上ニ置キ, A ト A′ トガ同ジ側ニナルヨウニ置ク。

然ル時ハ $\angle B=\angle B'$ ダカラ BA ハ B′A′ ノ方向ヲトリ

$\angle C=\angle C'$ ダカラ CA ハ C′A′ ノ方向ヲトリ

從ツテ A ハ A′ ノ上ニ落チル

故ニ △ABC≡△A′B′C′

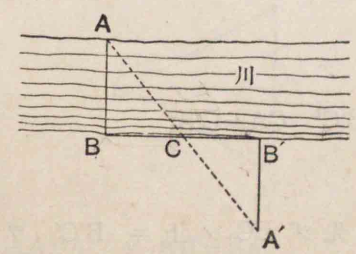
問 一ツノ三角形ノ二角ト一邊トガ夫々他ノ三角形ノ二角ト一邊トニ等シイ時ニ二ツノ三角形ハ合同デアルカ。

〔系〕1 一ツノ三角形ノ二角ガソレゾレ他ノ三角形ノ二角ニ等シク且一双ノ相等シイ角ニ對スル邊ガ相等シイ時ニハ二ツノ三角形ハ合同デアル。

〔系〕2 二ツノ直角三角形ニ於テソノ斜邊ト一ツノ銳角ガ夫々相等シイ時ハコノ二ツノ直角三角形ハ合同デアル。

問 1 一ツノ角ノ二等分線上ノ任意ノ一點カラソノ角ノ二邊ニヒイタ二ツノ垂線ハ相等シイ。

問 2

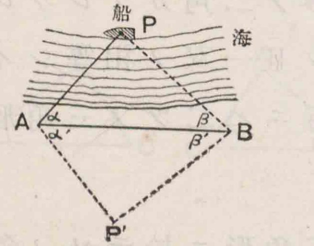


川幅 AB ヲ測ラントスルニ, 岸ニソウテ BB′ ヲ AB ニ垂直ニトリ BB′ ノ中點ヲ C トス。次ニ B′A′ ヲ BB′ ニ垂直ニトリ B′A′ 上ノ點 A′ カラ A ト C トヲ一直線ニ見ウルヨウニ A′ ヲ決定スル。 AB ヲ測ル代リニ A′B′ ヲ測定スレバヨイ。何故カ。

問 3　二ツノ直角三角形ニ於テ一邊ト其端ノ一鋭角トガ夫々相等シイ時ハ兩三角形ハ合同デアル。

問 4　二等邊三角形ノ底邊ノ兩端カラ夫々ソノ對邊ニ引イタ二ツノ垂線ハ相等シイ。

問 5



海岸ノ一點 A カラ舟 P マデノ距離ヲ求メルニハ海岸ニソウテ他ノ一點 B ヲトリ

$\angle\alpha=\angle\alpha'$　$\angle\beta=\angle\beta'$

トナル様ニ二ツノ直線ヲ作リソノ交點ヲ P′ トスル。AP ヲ測ル代リニドコヲ測定スレバヨイカ。

〔定理〕 一ツノ三角形ノ三邊ガ他ノ三角形ノ三邊ニ夫々相等シイ時ハ二ツノ三角形ハ合同デアル。

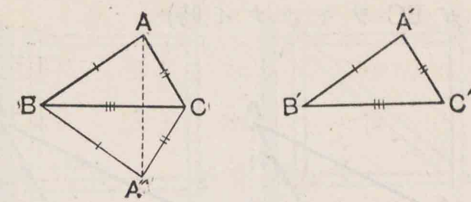
〔假設〕 $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ デ

$AB=A'B'$　$BC=B'C'$　$CA=C'A'$

〔終結〕 $\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$

〔證明〕 $\triangle A'B'C'$ ヲトリ先ヅ BC ノ上ニ B′C′ ヲ重ネ頂點 A′ ト A トガ BC ノ反對側ニアル様ニ置ク。コノ時 A′ ノ落ツル點ヲ A″ トスル。次ニ AA″ ヲ結ブ。

I (AA″ ガ BC ヲキル時)



$\triangle ABA''$ ハ二等邊三角形

$\therefore\ \angle BAA''=\angle BA''A$

$\triangle ACA''$ モ二等邊三角形

$\therefore\ \angle CAA''=\angle CA''A$

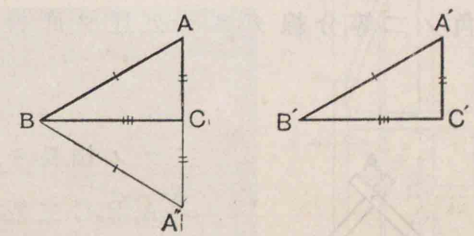
$\therefore\ \angle BAA''+\angle CAA''=\angle BA''A+\angle CA''A$

$\therefore\ \angle BAC=\angle BA''C$

$\therefore\ \triangle BAC\equiv\triangle BA''C$

$\therefore\ \triangle BAC\equiv\triangle B'A'C'$

II (AA″ ガ BC ノ端ヲ通ル時)



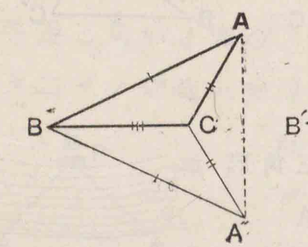
$\triangle ABA''$ デ $AB=BA''$

$\therefore\ \angle BAC=BA''C$

$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle A''BC$

$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$

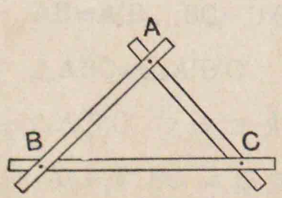
III (AA″ ガ BC ヲキラナイ時)



$$\begin{array}{rl} & \angle A''AB = \angle AA''B \\ - & \angle CAA'' = \angle CA''A \\ \hline & \angle BAC = \angle CA''B \\ \therefore & \triangle ABC \equiv \triangle A''BC \\ \therefore & \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C' \end{array}$$

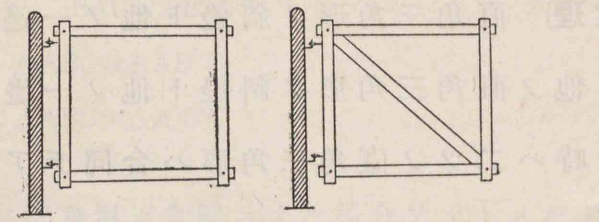
問 1 二等邊三角形ノ底邊ノ中點ト頂點トヲ結ブ直線ハ頂角ノ二等分線デアツテ且ツ底邊ニ垂直デアル。

問 2



三ツノ細長キ板ヲ圖ノ様ニA,B,C三點ニ釘ヲサシテ枠ヲツクル時ハコノ三角形ノ枠ハ動カヌ枠トナルカ。

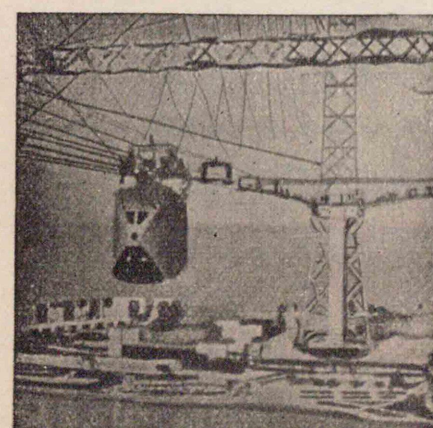
問 3



圖ニ示スヨウニ戸ニ對角線ニソウテ貫(ヌキ)ノアルノトナイノトハドレガ强イカ。又ソノ理由ハドウカ。

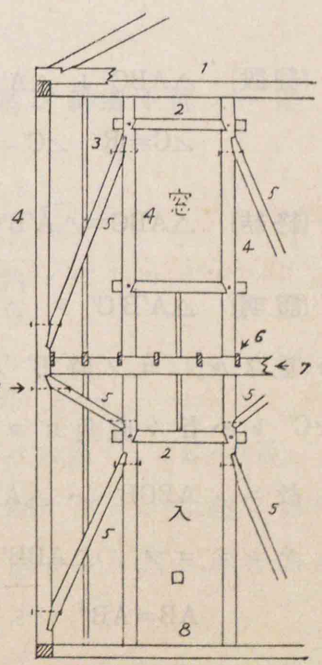
貫ニスル材料ガ對角線ニ足ラナカツタトキハ如何ニスレバヨイカ。

問 4 圖ニ示ス鐵骨ノ骨組。木造家屋ノ軸組ニツイテ説明セヨ。



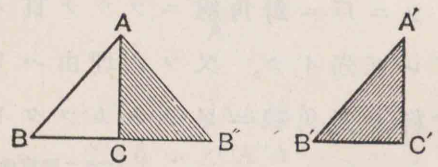
シカゴ博のスカイ•ライド

洋風二階建住宅ノ軸組



1.桁 2.楣 3.間柱 4.柱 5.筋違 6.根太 7.胴差 8.土臺 9.締付ボールト

〔定理〕 直角三角形ノ斜邊ト他ノ一邊ガソレゾレ他ノ直角三角形ノ斜邊ト他ノ一邊トニ等シイ時ハ二ツノ直角三角形ハ合同デアル。



〔假設〕 △ABC ト △A′B′C′ トニ於テ

∠C＝∟R　∠C′＝∟R　AB＝A′B′　AC＝A′C′

〔終結〕 △ABC≡△A′B′C′

〔證明〕 △A′B′C′ ヲ △ABC ニ接シテ置キ A′C′ ヲ AC ト重ネル。コノ時 B′ ノオチル點ヲ B″ トスル。∠C ト ∠C′ トハ各々直角ダカラ BCB″ ハ一直線トナル。

故ニ　ABCB″ ハ △ABB″ デアル。

ソシテコノ　△ABB″ ハ

AB＝AB″

∴　∠B＝∠B″

從ツテ　∠BAC＝∠B″AC

∴　△ABC≡△AB″C

∴　△ABC≡△A′B′C′

二ツノ三角形ガ合同ニナル場合ヲマトメルト

(i)　**二邊トソノ夾角**

(ii)　**一邊トソノ兩端ノ角**

(iii)　**二角トソノ一ニ對スル邊**

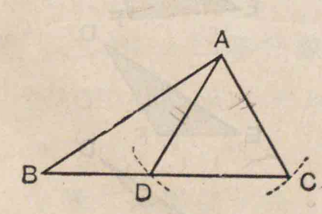
(iv)　**三邊**

(v)　**二ツノ直角三角形ニ於テ斜邊ト他ノ一邊ガソレゾレ相等シイ時。**

直　斜辺と一鋭角が等しい時
斜辺と他の一辺

問 1　二邊トソノ一ニ對スル角トガ夫々ヒトシイ二ツノ三角形ハ合同カ。

次ノ圖ニ示ス △ABC ト △ABD トハ

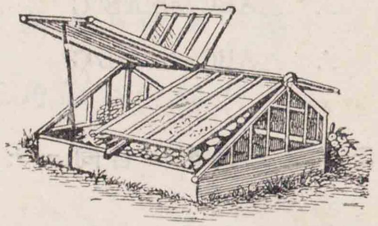


AB ハ共通　∠B ハ共通

AC＝AD デコノ問題ノ條件ニハ適合シテ居ルガ合同デハナイ。

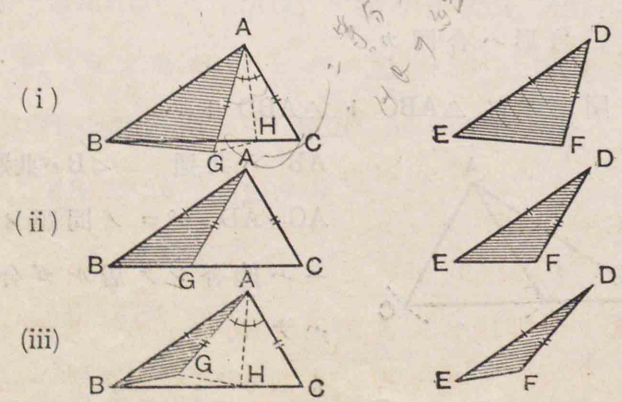
40　二邊ガ夫々相等シキニツノ三角形

問一　圖ニ示スフレームニ於テ蓋硝子戸ノ開ク角度トツツカイ棒ノ長サトノ關係ハドウカ。



問二　任意ノ三角形 ABC ヲエガキ次ニ $AB=A'B'$, $AC=A'C'$ $\angle A<\angle A'$ ナルヨウニ $\triangle A'B'C'$ ヲエガキ BC ト B'C' トヲ比較セヨ。何レガ大キイカ。コノ問題カラドンナ定理ヲ考ヘルコトガ出來ルカ。

〔定理〕　一ツノ三角形ノ二邊ガソレゾレ他ノ三角形ノ二邊ニ等シクソノ夾角ガ相等シクナイ時ハ角ノ大キイ方ノ第三邊ガ角ノ小サイ方ノ第三邊ヨリ大キイ。



〔假設〕　$\triangle ABC$, $\triangle DEF$ ニ於テ

$AB=DE$　$AC=DF$

$\angle BAC>\angle EDF$

〔終結〕　$BC>EF$

〔證明〕　$\triangle DEF$ ヲ $\triangle ABC$ ノ上ニ重ネ DE ヲ AB ノ上ニオク。

$\angle BAC>\angle EDF$ ダカラ DF ハ $\angle BAC$ 内ニオチル。F 點ノオチル點ヲ G トスル。

コノ時 G ノ位置ハ $\triangle ABC$ ノ形外(i)カ

底邊 BC 上(ii)カ

又ハ　形内(iii)カ　デアル。

(ii) ノ時ニ $BC<BG$ 即チ $BC>EF$ ハ明カデアル。

(i)(iii) デハ AC ガ AG ニ重ナル様ニ折リ曲ゲテ其折リ目ヲ AH トスルト

$HC=HG$

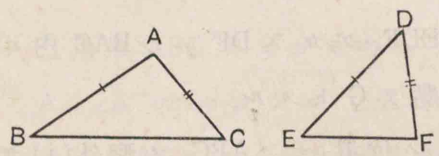
$BC=BH+HG$ トナッテ $BC>BG$

即チ $BC>EF$ ナルコトガ分ル。

問　$\angle CAG$ ノ二等分線ガ BC ニ交ハル點ヲ H トシ $\triangle AGH\equiv\triangle AHC$ ナルコトヲ證明シテ上ノ證明ヲセヨ。

〔注意〕　兩脚器デ長イ距離ヲ測ルトキニ其開キヲ大ニスルノハ此定理ノ應用デアル。

〔定理〕 一ツノ三角形ノ二邊ガソレゾレ他ノ三角形ノ二邊ニ等シク第三邊ガ相等シクナイ時ハコノ二邊ノ夾角中第三邊ガ大キイ方ノ夾角ガ他ヨリ大デアル。



〔假設〕 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$AB=DE$　$AC=DF$　$BC>EF$

〔終結〕 $\angle A>\angle D$

〔證明〕 モシ $\angle A$ ガ $\angle D$ ヨリ大キクナイトセバ

$\angle A=\angle D$ ナルカ $\angle A<\angle D$ ナルカデアル。

$\angle A=\angle D$ トセバ $BC=EF$

然ルニ假設ニ $BC>EF$ ガ與ヘテアルカラコレハ不合理デアル。

又 $\angle A<\angle D$ ナラバ $BC<EF$

然ルニ假設ニ $BC>EF$ ガ與ヘテアルカラコレモ不合理デアル。

故ニ $\angle A>\angle D$ デナケネバナラヌ。

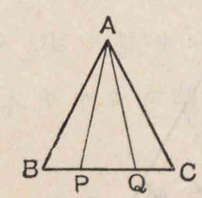
〔注意〕 コノ定理ハ前ノ定理ノ逆デアル。一ツ定理ノ假設ガ數多ノ部分カラ出來テ居ル時ハソノ一部分ト終結トヲ交換シタモノヲソノ逆トイフ。

問 1　$\triangle ABC$ ニ於テ $AB>AC$, BC ノ中點ヲ D トスルト $\angle ADB>\angle ADC$

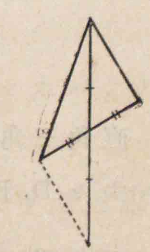
問 2　$\triangle ABC$ ニ於テ $AB>AC$, 邊 AB, AC ノ上ニ夫々點 D,E ヲトリ $BD=CE$ ニスルト $BE>CD$

問　題　4

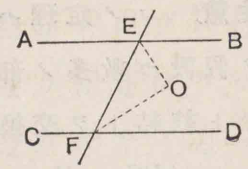
1　二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC 上ニ $BP=CQ$ ナル樣ニ點 P,Q ヲトル時ハ $\angle APQ=\angle AQP$ デアル。



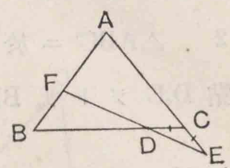
2　一ツノ三角形ニ於テ一ツノ中線ノ二倍ハ此中線ヲ夾ム二邊ノ和ヨリモ小サイ。



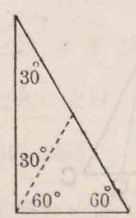
3　$AB \parallel CD$ デアツテ EO, FO ハ $\angle BEF$, $\angle EFD$ ノ二等分線デアル時ハ $\angle EOF$ ハ直角デアル。



4　$AB=AC$ デアル二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC 上ニ任意點ヲトリ之ヲ D トシ AC ノ延長上ニ $CE=CD$ ナルヨウニ點 E ヲトリ ED ヲ延長シテ AB トノ交點ヲ F トスルト $\angle AFE=3\angle AEF$ デアル。



5　直角三角形ノ一鋭角ガ 60° デアル時斜邊ハ最小邊ノ二倍デアル。



6　直角三角形 ABC ノ直角ヲ夾ム二邊 AB, AC ノ上ニ夫々 D, E ヲ取ルトキハ $BC>DE$ デアル。

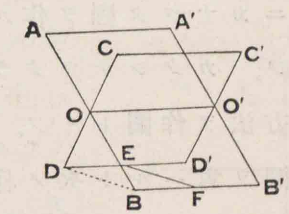
7　四角形 ABCD ニ於テ AB ガ最小邊デ CD ガ最大邊ナルトキハ $\angle B>\angle D$ デアル。又 $\angle A>\angle C$ デアル。

(相對スル角ノ頂點ヲ結ンデ見ヨ)

8　二點 A, B ガ直線 PQ ノ反對ノ側ニ等シイ距離ニアルトキ線分 AB ハ直線 PQ ニヨツテ二等分サレル。

9　蠶座ヲノセル X 型ノ臺ニ就イテ次ノ問ニ答ヘヨ。

(イ) $\angle AOC$ ト $\angle DOB$ ハ常ニ等シイカ。



(ロ) $\angle AOC$ ト $\angle A'O'C'$ ハドウカ。

(ハ) EF ノ紐ト DB ノ長サハ等シイカ。

(ニ) $\angle DOB$ ヲ大キクシタ時 DB ノ長サノ變化ハドウカ。

(ホ) 臺ノ高サハ給桑ニ都合イイヨウニセネバナラヌ。臺ノ高サトハ何處ノ長サデアルカ。

(ヘ) 高サ 90cm ガ丁度イイ人ハ EF ノ長サヲ何程ニスレバヨイカ。適當ナ縮圖ヲ畫イテ求メヨ。但シ AB ノ長サハ 1m デアル

第五篇

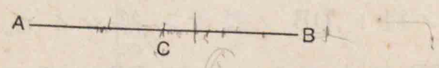
作圖題

41 作圖ノ公法

“與ヘラレタ線分ヲ二等分セヨ”トイフ問題ノヨウニアル條件ニカナツタ圖ヲ作ルコトヲ求メル問題ヲ**作圖題**トイフ。カクシテツクラレタ圖ヲ作圖題ノ**解**トイヒ,ソノ方法ヲ**作圖**トイフ。

今コノ作圖ヲ考ヘルト次ノ様ナ色々ノ方法ガアル。

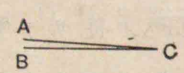
(i) AB ノ長サヲ物指デ測ツテ 4*cm* ヲ得,



次ニ之ヲ 2 ニテ割ツテ 2*cm* ヲ得。

コノ 2*cm* ヲ A 又ハ B カラ測ツテ中點 C ヲ求メル。

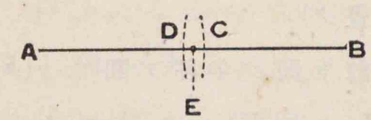
(ii) 線分ノ半分ヲ他ノ部分ノ上ニ折リ返シテ中點



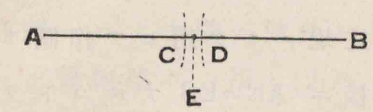
C ヲ求メル。

(iii) AB ノ凡ソ半分ノ長サニコンパスノ脚ヲ開キ A 及ビ B ヲ中心トシテ弧ヲエガキ AB ト交ハル

點ヲ夫々 C D トシ, CD ノ中點 E ヲ眼分量デ求メル。

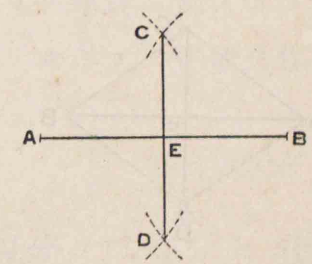


(コンパスノ開キガ $\frac{AB}{2}$ ヨリ大ナル時)



(コンパスノ開キガ $\frac{AB}{2}$ ヨリ小ナル時)

(iv) $\frac{AB}{2}$ ヨリ大ナル半徑デ A 及ビ B ヲ中心トシテ弧ヲエガキソノ交點ヲ C,D トスル。次ニ CD ヲ結ビ CD ト AB トノ交點ヲ E トスルト AB ハ E ニ於テ二等分サレル。



以上四ツノ作圖ヲ比較スルニ

(i) ハ目盛アル物指ヲ用ヒ,且ツ二等分スルニハ數ノ計算ヲ用ヒテ居ル。

(ii) 緒ノ様ナモノニ適用ノ出來ル方法デアル。

(iii) 前半ハコンパスヲ用ヒ圓ノ半徑ノ等シキコトヲ用ヒテ居ルガ,後半ハ眼分量ニヨツテ居ル。

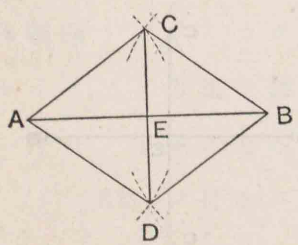
(iv) (1) Aヲ中心トシテ $\frac{AB}{2}$ ヨリ大ナル半徑デ圓ヲカク(コンパスデ畫ク)

(2) Bヲ中心トシテ前ト同ジ半徑デ圓ヲカク(コンパスデ畫ク)

(3) CD ヲ結ブ (定規ヲ用ヒテ)

コンパスト目盛ナキ定規ノミヲ用ヒテ作圖ヲナシテ居ル。且ツ次ノ樣ニ AE=EB ナルコトヲ證明スルコトガ出來ル。

〔證明〕



△ADC, △BCD ニ於テ

AC=CB

AD=DB

CD ハ共通

∴ △ADC≡△BCD

∴ ∠ACE=∠BCE

次ニ △ACE, △BCE ニ於テ

AC=CB

CE ハ共通

∠ACE=∠BCE

∴ △ACE≡△BCE

∴ AE=EB

以上四ツノ方法ノ中デ(iv)ノ方法ハ

(1) 二ツノ與ヘラレタ點ヲ通ル直線ヲ引クコト。

(2) 與ヘラレタ點ヲ中心トシ,與ヘラレタ半徑ヲ有スル圓周ヲ畫クコト。

ナル二種ノ方法ノミヲ用ヒテ作圖ヲナシ既知ノ定理,公理ニヨツテ圖ガ條件ニカナヘルコトヲ證明シタモノデ幾何學ニテ用ヒラルヽ作圖法デアル。

今ノベタ二ツノ作圖ハ**定規**ト**コンパス**ヲ用ヒテ作圖スルコトガ出來ル。コノ二ツノ作圖ハ始メカラ出來ルモノトシテ置クノデアル。此二ツノ作圖ヲ**作圖ノ公法**ト云フ。

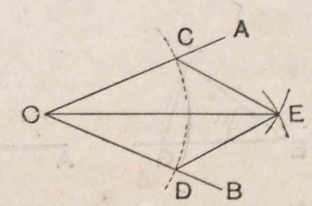
42 基本トナル作圖題

〔作圖題〕1 與ヘラレタル線分ヲ二等分セヨ。

〔作圖題〕2 與ヘラレタル角ヲ二等分セヨ。

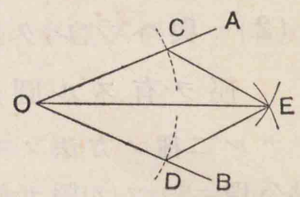
∠AOB ヲ與ヘラレタ角トスル。

〔作圖〕 頂點Oヲ中心トシテ任意ノ半徑デ圓ヲカキOA, OBトノ交點ヲ夫々C, Dトスル。次ニC及ビDヲ中心トシテ任意ノ等シイ半徑($\frac{CD}{2}$ヨリ大ナル)デ圓



ヲカキソノ交點ヲEトスル。E, O ヲムスブ EO ハ∠AOB ヲ二等分スル。

〔證明〕 CE, DE ヲ結ブ



△OCE, △ODE ニ於テ

OC ＝ OD

OE ハ共通

CE ＝ DE

∴ △OCE ≡ △ODE

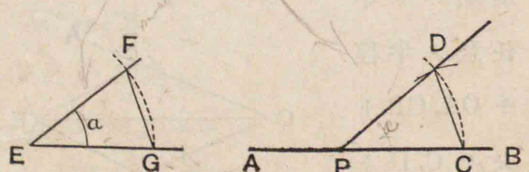
∴ ∠COE＝∠DOE

∠EOハ∠AOBヲ二等分

〔注意〕 C, D ヲ中心トスル二圓ニハ今一ツノ交點ガアル。ソノ交點ヲ用ヒルトキハ如何。

〔作圖題〕3 與ヘラレタ直線上ノ與ヘラレタ點ニ於テコレト與ヘラレタ角ニ等シイ角ヲナス直線ヲ引ケ。

與ヘラレタ直線ヲ AB, ソノ上ノ與點ヲ P, 與ヘラレタ角ヲ a トスル。



〔作圖〕 與ラレタ ∠a ノ頂點 E ヲ中心トシテ任意ノ半徑デ弧ヲ畫キ兩邊トノ交點ヲ G,F トス。次ニ前ト

同ジ半徑デ AB 線上ノ點 P ヲ中心トシテ弧ヲエガキ AB トノ交點ヲ C トシ,其弧ノ上ニ一點 D ヲ求メ CD＝GF ナラシメルト DPC ハ求ムル角デアル。

〔證明〕 F,G 及 C,D ヲ結ブ

△EFG ト △PDC ニ於テ

EF ＝ PD　　EG ＝ PC　　GF ＝ CD

∴ △EFG ≡ △PDC

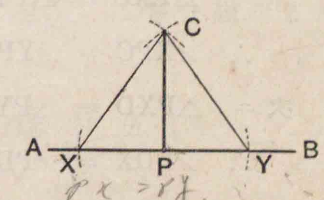
∴ ∠FEG ＝ ∠DPC

∠aニ等シイ

〔作圖題〕4 一直線上ノ與ヘラレタ一點ニ垂線ヲタテヨ。

AB ヲ與ヘラレタ直線, P ヲ直線 AB 上ノ與ヘラレタ點トスル。

〔作圖〕 直線 AB 上ノ定點 P ヲ中心トシテ任意ノ半徑デ圓ヲカキ直線ABトノ交點ヲ XY トス。次ニ X ト Y トヲ中心トシテ同ジ任意ノ半徑($\frac{XY}{2}$ ヨリモ大ナル)デ相交ハル二圓ヲカキソノ交點ヲ C トスルト直線 CP ハ求ムル垂線デアル。



〔證明〕 CX, CY ヲ結ブ △CPX ≡ △CPY (何故カ)

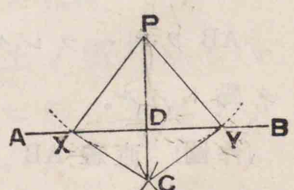
∴ ∠CPX ＝ ∠CPY　　∴ ∠CPX ＝ 直

〔作圖題〕5 與ヘラレタ直線外ノ與ヘラレタ點カラ之ニ垂線ヲヒケ。

與ヘラレタ直線ヲ AB トシ直線 AB 外ノ與點ヲ P トスル。

〔作圖〕 P ヲ中心トシテ直線 AB ト交ハル圓ヲカキソノ交點ヲ X,Y トス。次ニ X ト Y トヲ中心トシテ相交ハル二ツノ圓ヲカキ AB ニ關シテ P ト反對側ノ交點ヲ C トスル。P ト C トヲ結ブトソレハ求ムル垂線デアル。

〔證明〕 PX, PY, CX, CY, ヲ結ブ。AB, PC ノ交點ヲ D トスル。



$\triangle PXC \equiv \triangle PYC$ (何故カ)

$\therefore\ \angle XPC = \angle YPC$

次ニ $\triangle PXD \equiv \triangle PYD$ (何故カ)

$\therefore\ \angle PDX = \angle PDY$

$\angle PDX = \mathrm{R}$

〔注意〕 圓X, 圓Y ノ交點ノ中デ AB ニ關シテ P ト反對側ノモノヲ取ツタワケヲ云ヘ。

問　題　5

1　三邊ガ 3*cm*, 4*cm*, 5*cm* ナル三角形ヲカケ。

〔注意〕 寸法ヲ指示シタモノハ物指ヲ使用シテヨイ。

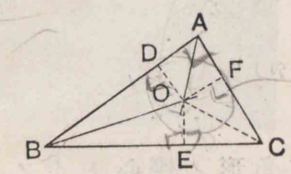
2　一邊ガ 3*cm* ナル正三角形ヲカケ。

3　與ヘラレタル角ヲ四等分セヨ。

4　直角ヲ三等分セヨ(正三角形ノ作圖ヲ應用セヨ)

5　二邊ト夾角トヲ與ヘテ三角形ヲ作レ。

6　三角形ノ三ツノ内角ノ二等分線ハ同一ノ點デ交ハル。



〔考ヘ方〕

(1) 二ツノ内角 $\angle A, \angle B$ ノ二等分線ヲツクリソノ交點ヲ O トスル (必ズ交ハルコトヲノベヨ)

(2) O ト C トヲ結ビ OC ガ $\angle C$ ノ二等分線デアルコトヲノベル。ソレニハ

(3) O ヨリ各邊ニ垂線 OD, OE, OF ヲ引キ

OD＝OF

OD＝OE ナルコトヲ証シ

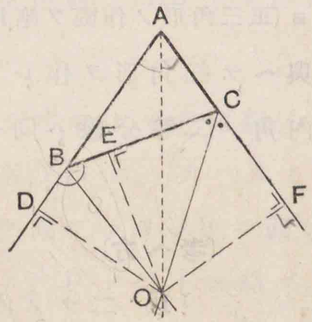
OF＝OE ヲ導キ　次ニ

(4) $\triangle OFC$ ト $\triangle OEC$ トノ關係カラ OC ガ $\angle C$ ノ二等分線デアルコトヲ証スル。

〔定義〕 コノ問題ノ交點ヲ三角形ノ**内心**トイフ。

7　三角形ノ一ツノ内角ト之ニ隣ツテ居ナイ二ツノ外角トノ二等分線ハ同一ノ點デ交ハル。コノ樣ナ點ハ一ツノ三角形ニツキ三ツアル。

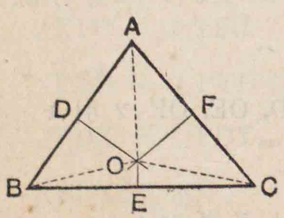
〔**考ヘ方**〕　6ト同樣ニナセ。



〔**定義**〕　コノ問題ノ交點ヲ三角形ノ**傍心**トイフ。

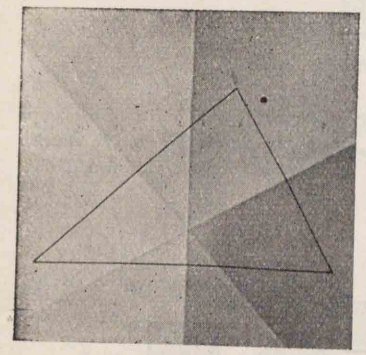
8　三角形ノ三邊ノ垂直二等分線ハ同一ノ點デ交ハル。

〔**考ヘ方**〕　6ト略同樣デアル,6デハOカラ垂線ヲタテタガ本題デハOト各頂點ヲ結ビツケヨ。

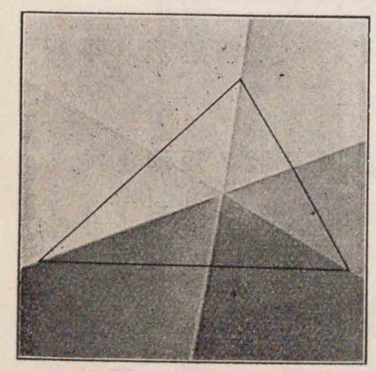


〔**定義**〕　コノ問題ノ交點ヲ三角形ノ**外心**トイフ。

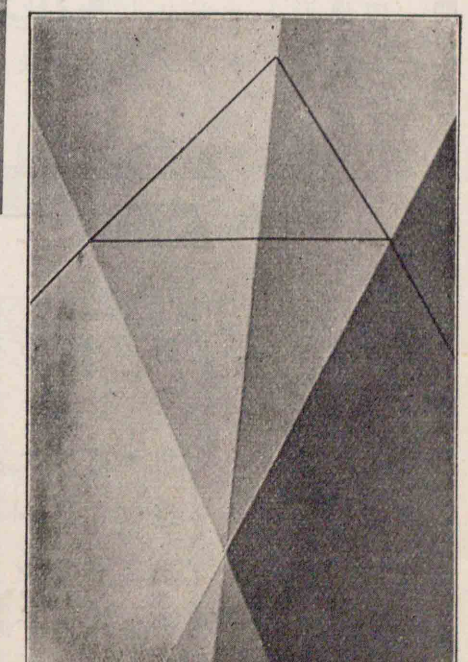
9　紙ヲ折リ重ネテ角ノ二等分線又ハ邊ノ垂直二等分線ヲ作リ其折目ガ一點ニ會スルコトヲ見ヨ。



外　心



内　心

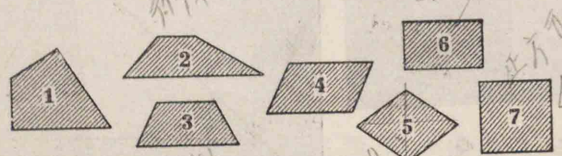


傍　心

第六篇
平行四邊形

43 四邊形

問　四邊形トハドンナモノカ。ドンナ種類ガアルカ。
次ノ圖ニツキソノ名稱ヲ云ヘ。



〔**定義**〕　二双ノ相對スル邊ガ平行ナル四邊形ヲ**平行四邊形**トイフ。

〔**定義**〕　スベテノ角ガ直角ナル四邊形ヲ**矩形**トイフ。

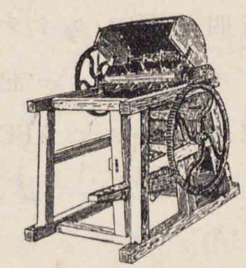
〔**定義**〕　スベテノ邊ガ相等シキ四邊形ヲ**菱形**トイフ。

〔**定義**〕　スベテノ邊ガ相等シキ矩形ヲ**正方形**トイフ。

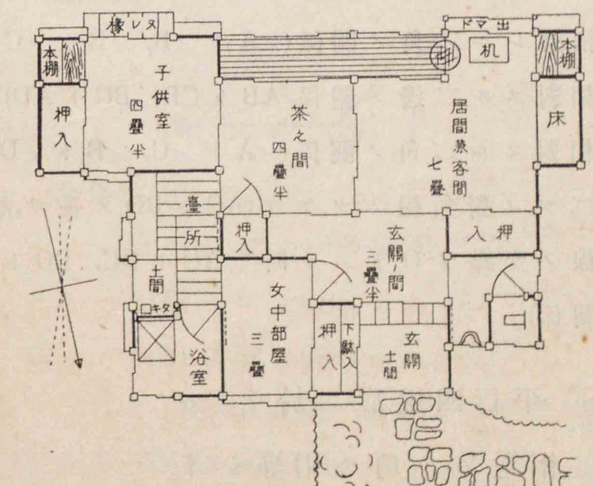
〔**定義**〕　一双ノ對邊ガ平行ナル四邊形ヲ**梯形**トイヒ，其平行ナル二邊ヲ底トイヒ，其兩底間ノ距離ヲ**高サ**トイフ。

〔**定義**〕　平行デナイ二邊ノ相等シイ梯形ヲ**等脚梯形**トイフ。

問1　稻扱器械（イネコギ）ノ木組ニミユル四邊形ノ名稱ヲイヘ。



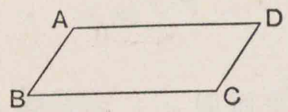
問2　和風住宅ノ平面圖ハドンナ形ノ組合セデアルカ。



44 平行四邊形ノ性質

次ノ圖ノ樣ナ平行四邊形ヲカイテ,圖ニ示ス符號ヲツケヨ,平行四邊形ヲアラハスニハ記號▱ヲ用フ。

例ヘバ平行四邊形 ABCD ヲ ▱ABCD 又ハ ▱AC, ▱BD ナド記ス。



問 上ノ平行四邊形ニツイテ次ノ事項ヲシラベヨ。

i 相隣レル二角ノ關係($\angle$A ト $\angle$B, $\angle$B ト $\angle$C 等)

ii 相對スル二邊ノ關係(AB ト CD, BC ト AD)

iii 相對スル二角ノ關係($\angle$A ト $\angle$C, $\angle$B ト $\angle$D)

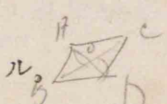
iiii 二ツノ對角線ニツキテ(AC ト BD ノ長サ,兩對角線ノ交點ヲ O トスル時 AO ト OC, BO ト OD ノ關係)

〔**定理**〕 平行四邊形ニ於テ

I 相對スル角ハ相等シイ。

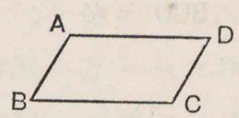
II 相對スル邊ハ相等シイ。

III 對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル。



AO = OD
BO = OC

〔I〕 平行四邊形ヲ ABCD トスルト $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$ デアル。



〔**證明**〕 AD $\parallel$ BC 故ニ $\angle A+\angle B=2\angle R$

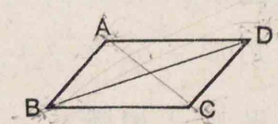
又 AB $\parallel$ CD 故ニ $\angle B+\angle C=2\angle R$

從ツテ $\angle A+\angle B=\angle B+\angle C$

$\therefore$ $\angle A = \angle C$

同樣ニシテ $\angle B = \angle D$

〔II〕 平行四邊形ヲ ABCD トスルト AB=CD, AD=BC



〔**證明**〕 對角線 BD ヲヒク

△ABD ト △CBD ニ於テ △ABC ト △ADC ニ於テ

$\angle ADB = \angle CBD$ ∠BAC = ∠ACD

$\angle ABD = \angle CDB$ ∠CAD = ∠ACB

BD ハ共通 AC ハ共通

$\therefore$ $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ △ABC ≡ △ADC

從ツテ AB = CD ∴ AB = CD

AD = BC AD = BC

〔III〕 平行四邊形 ABCD ニ於テ兩對角線 AC, BD ノ交點ヲ O トスルト AO=OC, BO=OD,

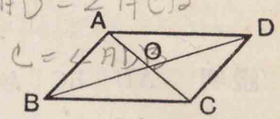
〔證明〕 △ADO ト △BCO ニ於テ AOD ト △OBC

AD = BC

AD = BC

∠CAD = ∠ACB

(證明 II ニヨル)



∠DBC = ∠ADB

∠OAD = ∠OCB

∠ODA = ∠OBC

△AOD ≡ △OBC

∴ △ADO ≡ △BCO

∴ AO = OC

BO = OD

從ッテ AO = OC

BO = OD

〔系〕1 平行四邊形ハ其ノ對角線ニヨッテ合同ナル二ツノ三角形ニ分ケラレル。

〔系〕2 平行四邊形ノ相隣レル二邊ガ等シイ時ハ各邊ハ皆相等シイ(即チ菱形)

〔系〕3 平行四邊形ノ一角ガ直角ナル時ハ他ノ角モ皆直角デアル(即チ矩形)

問 1 菱形,矩形,正方形ノ別ノ定義ヲ述ベヨ。

問 2 平行四邊形ノ相隣レル二角ノ二等分線,又相對スル二角ノ二等分線ノ關係ヲノベ之ヲ證明セヨ。

(正シク圖ヲカイテ見ヨ)

問 3 平行四邊形ノ各角ノ二等分線ニヨッテ作ラレタ四邊形ハイカナル四邊形トナルカヲノベテ之ヲ證明セヨ。

問 4 菱形ノ對角線ハ互ニ他ヲ垂直ニ二等分スル。

問 5 矩形ノ對角線ハ相等シイ。

問 6 對角線ノ相等シイ平行四邊形ハ矩形デアル。

問 7 次ノ表デ上欄ニ記ス圖形ガ左側ニシルシタ性質ヲ有スル時ハソノ列ノソノ圖形名ノ下ニ○印ヲツケヨ。

性質 \ 圖形名	梯形	平行四邊形	矩形	菱形	正方形
一双ノ對邊ガ平行	○	○	○	○	○
二双ノ對邊ガ平行		○	○	○	○
二双ノ對邊ガ等シイ		○	○	○	○
邊ガ皆等シイ				○	○
二双ノ對角等シイ		○	○	○	○
對角線互ニ他ヲ二等分スル		○	○	○	○
角ガ皆直角			○		○
對角線等シイ			○	○	○
對角線ガ直角ニ交ハル				○	○

問 8　平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ通ツテ一組ノ對邊ニ終レル線分ハコノ交點デ二等分サレル。

問 9　相隣レル二邊ト其夾角ガソレゾレ相等シイ二ツノ平行四邊形ハ合同デアル。

45　四邊形ガ平行四邊形トナル條件

問　前節ノ定理ハ平行四邊形ノ有スル性質デアルガソノ逆ハ成立スルダラウカ。即チ四邊形ガ44ノ定理ニ述ベタ性質ノ何レカ一ツヲ備ヘテ居ル時ニソノ四邊形ハ平行四邊形トナルカドウカ。

即チ　四邊形ガ

i　二双ノ相對スル角ガ等シイ時

ii　二双ノ相對スル邊ガ等シイ時

iii　對角線ガ互ニ他ヲ二等分スル時

等ニ於テ平行四邊形トナルカドウカヲ實驗的ニシラベヨ。

〔定理〕　四邊形ニ於テ

∠A=∠C
∠B=∠D

I　二双ノ相對スル角ガ夫々相等シイトキ

II　二双ノ相對スル邊ガ夫々相等シイトキ

AB=CD
BC=AD

AO=OC
BO=OD

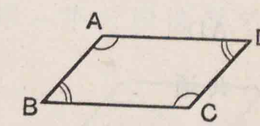
III　對角線ガ互ニ他ヲ二等分スルトキ

IV　一双ノ對邊ガ平行ニシテ且ツ相等シイトキ

AB=CD
AB∥CD

ハ其ノ四邊形ハ平行四邊形デアル

〔I〕　四邊形 ABCD ニ於テ $\angle A=\angle C$　$\angle B=\angle D$ ナル時ハコノ四邊形ハ平行四邊形デアル。



〔證明〕

$$\angle A = \angle C$$
$$\angle B = \angle D$$
$$\therefore\ \angle A+\angle B = \angle C+\angle D$$
$$\therefore\ \angle A+\angle B = \frac{1}{2}(\angle A+\angle B+\angle C+\angle D)$$

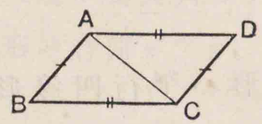
然ルニ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=4\angle R$

$$\therefore\ \angle A+\angle B = 2\angle R$$
$$\therefore\ AD \parallel BC$$

同樣ニシテ $AB \parallel CD$

$\therefore$ ABCD ハ平行四邊形デアル。

〔II〕 四邊形 ABCD ニ於テ AB=CD, BC=AD ナルトキハコノ四邊形ハ平行四邊形デアル。



〔證明〕 對角線 AC ヲ引ク

△ABC ト △ADC ニ於テ

AB = CD

BC = AD

AC ハ共通

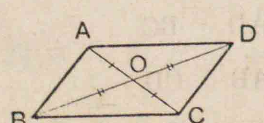
∴ △ABC ≡ △ADC

∴ ∠BAC = ∠ACD　　∴ AB ∥ CD

又 ∠CAD = ∠ACB　　∴ AD ∥ BC

∴ ABCD ハ平行四邊形デアル。

〔III〕 四邊形 ABCD ノ對角線 AC, BD ガ O デ交ハリ AO=OC, BO=OD ナルトキハコノ四邊形ハ平行四邊形デアル。



〔證明〕 △AOD ト △COB ニ於テ

OA = OC

OD = OB

∠AOD = ∠COB

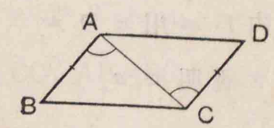
∴ △AOD ≡ △COB

∴ ∠OAD = ∠OCB　　∴ AD ∥ BC

同樣ニシテ ∠ABO = ∠CDO　　∴ AB ∥ DC

∴ ABCD ハ平行四邊形デアル。

〔IV〕 四邊形 ABCD ニ於テ AB=CD, AB ∥ CD ナル時ハコノ四邊形ハ平行四邊形デアル。



〔證明〕 對角線 AC ヲ引ク

△BAC ト △DCA トニ於テ

AB = CD

AC ハ共通

∠BAC = ∠DCA　　(AB ∥ CD ナルニヨリ)

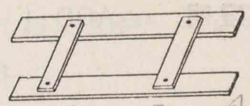
∴ △BAC ≡ △DCA

∴ ∠ACB = ∠CAD

∴　BC ∥ AD

∴ ABCD ハ平行四邊形デアル。

問 1　二ツ宛相等シイ直線定規二組ヲ圖ノ樣ニ組ミ合セタモノヲ平行定規ト云フ。イカナル位置ニオクモ對邊ハ平行デアル。如何ナル構造ニナツテ居レバヨイカ。

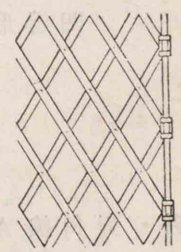


相對スル辺ヲ同ジニシテオク

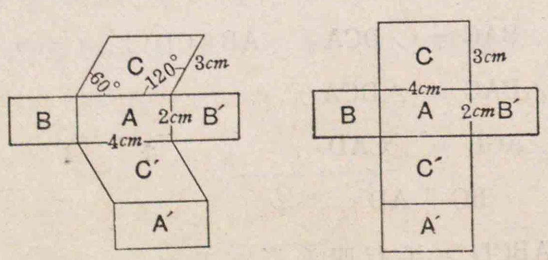
問 2　二ツノ合同ナ三角形ヲ並ベテ一ツノ平行四邊形ヲツクル方法ヲノベヨ。

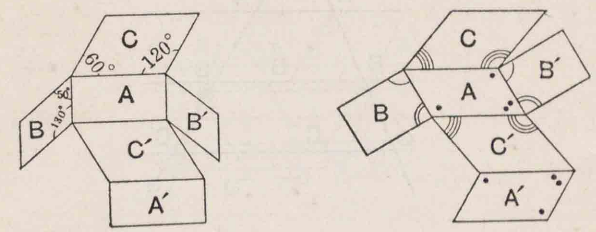
問 3　二ツノ合同ナル梯形ヲ並ベテ一ツノ平行四邊形ヲツクル方法ヲノベヨ。

問 4　圖ノ如キエレベーターノ戸又ハ倉庫ノ内戸ニ用ヒラル骨組ニツイテ説明セヨ。



問 5　次ノ圖ノ樣ナ圖形ヲ厚紙デキツテ平行六面體ヲ作レ。出來タ平行六面體ノ見取圖ヲカケ。

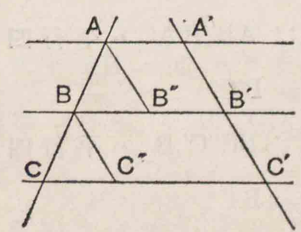




〔定理〕　若干ノ平行線ガ一ツノ直線ニ交ハツテコノ直線カラ相等シイ線分ヲキリトルトキハ他ノイカナル直線ト交ハルトモ常ニソレカラ相等シイ線分ヲキリトル。

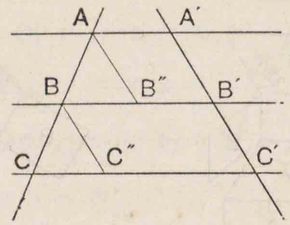
〔假設〕　$AA' \parallel BB' \parallel CC'$, $AB=BC$

〔終結〕　$A'B'=B'C'$



〔證明〕　A カラ $A'B'$ ニ平行ニ AB'' ヲヒキ BB' トノ交點ヲ B'' トスル。

B カラ $B'C'$ ニ平行ニ BC'' ヲヒキ CC' トノ交點ヲ C'' トスル。



$\triangle ABB''$ ト $\triangle BCC''$ ニ於テ

$AB = BC$ (假設)

$\angle ABB'' = \angle BCC''$ (*$\because$ $BB' \parallel CC'$)

$\angle BAB'' = \angle CBC''$ ($\because$ $AB'' \parallel BC''$)

$\therefore$ $\triangle ABB'' \equiv \triangle BCC''$

$\therefore$ $AB'' = BC''$

然ルニ $AB'' = A'B'$

($\because$ $AB''B'A'$ ハ平行四邊形)

$BC'' = B'C'$

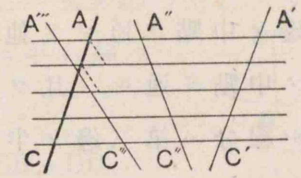
($\because$ $BC''C'B$ ハ平行四邊形)

$\therefore$ $A'B' = B'C'$

平行線ガ三ッ以上ノ時モ同様ニ證明サレル。

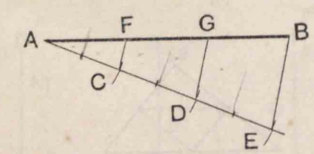
* $\because$ ハ「何故ナレバ」ト云フ意味ヲ表ハス記號デアル。

〔注意〕 $AC \parallel A'C'$ ノ時ハドウカ。



問 コノ定理カラ一ツノ直線ヲ幾ツカニ等分スル作圖ヲ考ヘヨ。

〔作圖題〕6 與ヘラレタ線分ヲ若干等分セヨ。



AB ヲ與ヘラレタ直線トシ今之ヲ三等分スル。

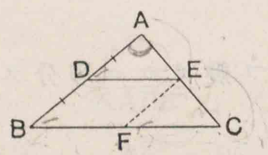
〔作圖〕 A ヲ通ッテ AB ニ重ナラナイ任意ノ直線 AE ヲヒキ其上ニ相等シイ長サ AC, CD, DE ヲ取ル。

E ト B トヲ結ビ次ニ EB ニ平行ニ D, C ヲ過ル直線ヲヒキ AB トノ交點ヲ夫々 G, F トスレバ G, F ハ AB ヲ三等分スル分點デアル。

〔證明〕 前頁ノ定理ニ依ッテ明カデアル。

問　題 6

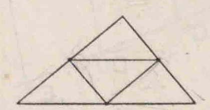
1 三角形ノ一邊ノ中點ヲ通ツテ他ノ一邊ニ平行ナ直線ハ第三邊ノ中點ヲ通ル。且ツ此ノ直線ノ二邊間ニハサマレル線分ハ第三邊ノ半分ニ等シイ。



〔考へ方〕 Eカラ AB ニ平行線 EF ヲヒキ △ADE ト △EFC トヲ比ベテ見ヨ。

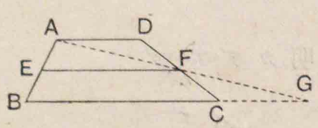
2 三角形ノ二邊ノ中點ヲムスブ線分ハ第三邊ニ平行デアル。 (歸謬法ニヨレ)

3 三角形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結ブ時ハ原三角形ハ合同ナル四ツノ三角形ニ分割サレル。



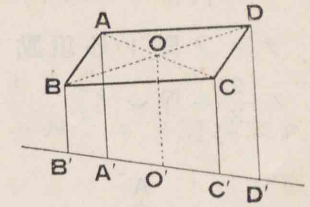
4 任意ノ四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニムスブ時ハ一ツノ平行四邊形ガ出來ル。

5 梯形ノ平行ナラザル邊ノ中點ヲムスブ線分ハ底ニ平行デアツテ兩底ノ和ノ半ニ等シイ。



〔考へ方〕 △ADF ト △GCF トノ關係ヲ考ヘヨ。次ニ △ABG ニツイテ考ヘヨ。

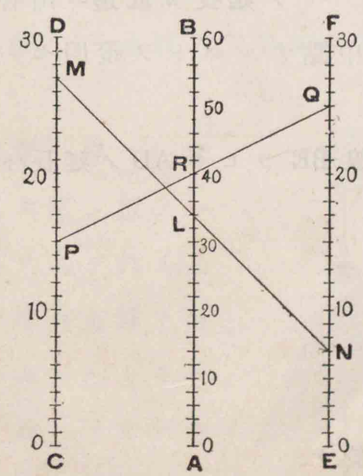
6 圖ノ如ク平行四邊形ABCDノ各頂點カラ之ニ交ハラナイ任意ノ直線ニ平行線ヲヒク時ハ



$$AA'+CC' = BB'+DD'$$

ナルコトヲ證明セヨ。

7 圖ノヨウニ直線 AB カラ等距離ニアル二ツノ平行線CD, EF ヲ作リ AB, CD, EF ニ圖ノヨウナ目盛ヲスルトキハ之ニヨツテ圖上デ加減ノ計算ヲスルコトガ出來ル。

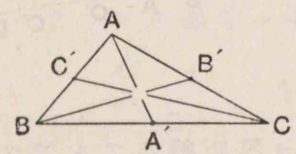


例ヘバ CD 上ノ15ノ點 P ト EF 上ノ25ノ點 Q トヲ結ンダ直線ト AB ノ交點 R ハ40デアル。

AB 上ノ34ノ點 L ト CD 上ノ27ノ點 M ト結ンダ線ヲ延長シテ EF ニ交ラシメタ點 N ハ (34－27) ナル 7 デアル。

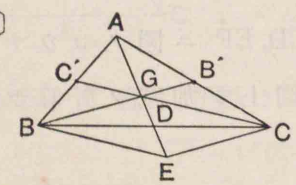
7+24, 54－29, ヲ圖ニヨツテ計算セヨ。

8 三角形ノ三ツノ中線ハ同一ノ點デ交ハル。ソシテコノ點ト各頂點トノ距離ハソノ頂點ヲ通ル中線ノ$\frac{2}{3}$ニ等シイ。



$\triangle ABC$ノ三中線AA', BB', CC'ハ一點デ交ハル。

〔證明〕



BB', CC', ハ必ズ交ハル(何故カ)ソノ交點ヲGトスル。A,Gヲ結ビソノ延長ガ底邊ニ出合フ點ヲDトス。DガBCノ中點ナルコトヲ證明セバヨイ。

Bヲ通ツテCC'ニ平行線BEヲヒキADノ延長トノ交點ヲEトスル。

ソウスルト$\triangle ABE$ニ於テ

$$AC' = C'B$$

$$C'G \parallel BE$$

$$\therefore\quad AG = GE$$

然ルニ $\triangle AEC$ニ於テ

$$AB' = B'C$$

$$\therefore\quad GB' \parallel EC$$

從ツテ $BG \parallel EC$

$\therefore$ GBECハ平行四邊形デアル。

$$\therefore\quad BD = DC$$

故ニADハAヨリノ中線トナリ。

三ツノ中線ハ一點ニテ交ハルコトヲ證明シタ。

次ニ $GD = DE$

$$\therefore\quad GE = 2GD$$

$$\therefore\quad AG = 2GD$$

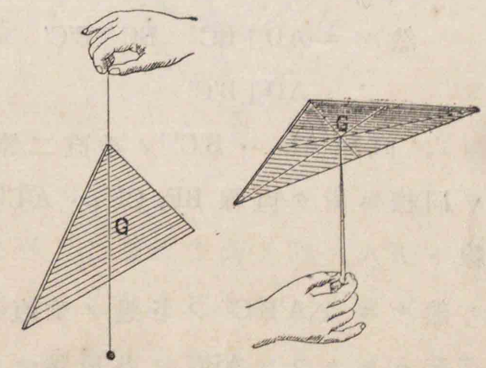
$$\therefore\quad AG = \frac{2}{3}AD$$

同樣ニシテ $BG = \frac{2}{3}BB'$

$$CG = \frac{2}{3}CC'$$

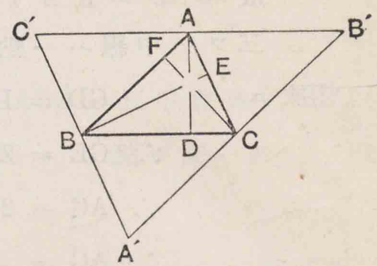
〔定義〕 三角形ノ三中線ノ交點ヲ三角形ノ**重心**トイフ。

〔注意〕 厚サ一樣ナ三角形ノ板ノ一頂點ヲ糸デ釣リ,糸ノ一端ニ重錘ヲ付ケテ垂レルトキハ,ソノ糸ハソノ三角形ノ重心ヲ通ルコト,又重心ヲ針ノ先デ支ヘレバ釣リ合フコトヲ實驗セヨ。



9　三角形ノ各頂點カラ對邊ニ下シタ三ツノ垂線ハ同一ノ點デ交ハル。

△ABC ノ各頂點カラ對邊ニ下シタ三ツノ垂線 AD, BE, CF ハ同一點デ交ハル。



〔證明〕三角形 ABC ノ各頂點ニ於テソノ對邊ニ平行ナ直線ヲヒキ △A′B′C′ ヲ作ル。

ABCB′, ACBC′ ハ何レモ平行四邊形

$\therefore$ AB′ = BC = AC′

$\therefore$ AB′ = AC′

然ルニ AD⊥BC　BC∥B′C′

$\therefore$ AD⊥B′C′

$\therefore$ 直線 AD ハ B′C′ ノ垂直二等分線トナル。

同様ニシテ直線 BE, CF ハ A′C′, A′B′ ノ垂直二等分線トナル。

然ルニ △A′B′C′ ノ各邊ノ垂直二等分線ハ同一ノ點デ交ハルカラ △ABC ノ各頂點カラ對邊ニ下シタ三ツノ垂線ハ同一ノ點ヲ通ル。

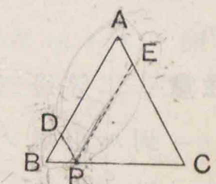
〔定義〕本問題ノ交點ヲ三角形ノ**垂心**トイフ。

10　直角三角形,鈍角三角形ノ垂心ハドコニアルカ。

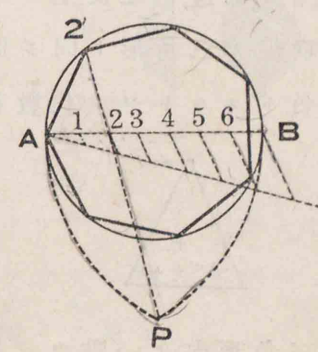
11　H ヲ △ABC ノ垂心トスルト四點 A, B, C, H ノ中何レカ一點ハ殘ル三點ヲ三頂點トスル三角形ノ垂心デアル。

12　正三角形ニ於テハ内心,垂心,重心,外心ガ一致スル。omit

13　二等邊三角形ノ底邊 BC 上ノ一點 P カラ二邊ニ平行ナ直線ヲヒク時ハ PD+PE=AB デアル。

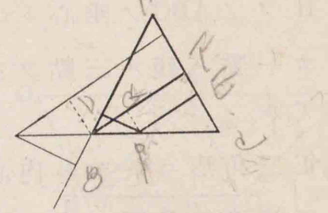


14　右圖ノ如ク直徑 AB ヲ七等分シ A, B ヲ中心トシ AB ヲ半徑トスル圓周ノ交點 P ト 2 ノ點トヲ結ビ圓周トノ交點ヲ 2′ トシ A2′ ノ半徑デ初メノ圓周ヲ切ルト七邊形ガ出來ル。カクシテ出來タ七邊形ノ各邊及各角ヲ測ッテ見ヨ。



コノ方法ハ近似的ニ正多角形ヲ得ル方法デアル。正 n 角形ノ場合ニハ直徑ヲ n 等分シ P ト 2 トヲ結ブノデアル。

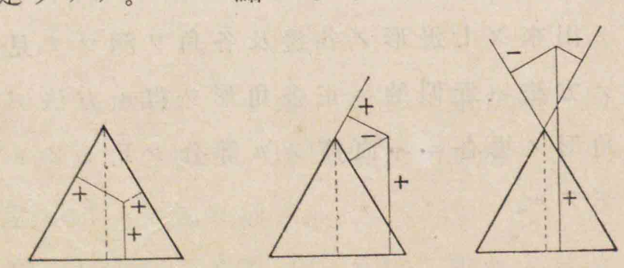
15　二等邊三角形ノ底邊上ノ任意ノ點カラ二邊ニヒイタ垂線ノ和ハ底ノ一端カラ對邊ニヒイタ垂線ニ等シイ。又底邊ノ延長上ノ點ナラバドウカ。



〔注意〕 二等邊三角形ノ底邊上ノ任意ノ點カラ二邊ニ到ル距離ノ和ハ一定デアル。

其ノ點ガ底邊ノ延長上ニアル時ハ次ノ圖ニ示スヤウニ垂線ガ三角形ト同ジ側ニアレバ正,反對側ニアレバ負トスルトソノ代數和ガ一定トナル。

16　正三角形內ノ一點カラ各邊ニ下シタ垂線ノ和ハ一定デアル。ソノ點ガ形外ニアル時ハドウカ。

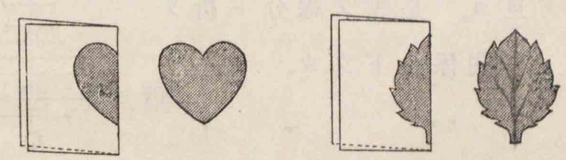


第七篇

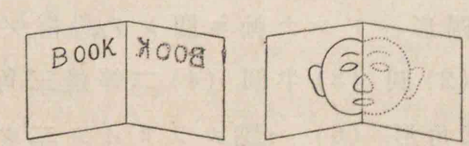
對　稱

46 線對稱

問一　紙ヲ二ツニ折ツテ任意ノ形ヲ切リトリ,開イテ見ヨ。

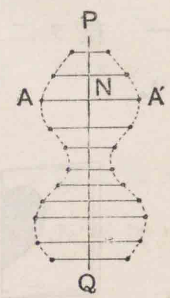


問二　紙ヲ折リ,折リ目ヲツケテ之ヲヒラキ,折ツタ內側ノ一方ニペンニテ文字又ハ繪ヲ手早クカキオリテ他方ニウツシ之ヲ開イテ見ヨ。



〔定義〕 一ツノ直線ヲ折リ目トシテ一ツノ平面ヲ折リ重ネタ時ニコノ平面上ノ一ツノ圖形ノコノ直線ノ一方ノ側ノ部分ガ他ノ側ノ部分ニ全ク相重ル時ハ此圖形ハコノ直線ニ關シテ**對稱**デアルトイヒ,コノ直線ヲ**對稱ノ軸**トイフ。

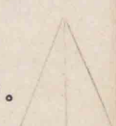
問三 紙ヲ折ツテ針ニテ數多ノ孔ヲアケ,之ヲヒライテ對應スル點ヲ結ビツケテ見ヨ。是等ノ線分ト折リ目ノ線トノ關係ハドウカ。



A'N ガ NA ノ上ニ折リ重ナツテ居タノダカラ,

$\angle ANP = \angle A'NP$, $NA = NA'$ デアル。ソシテ ANA' ハ一直線デアルカラ $AA' \perp PN$

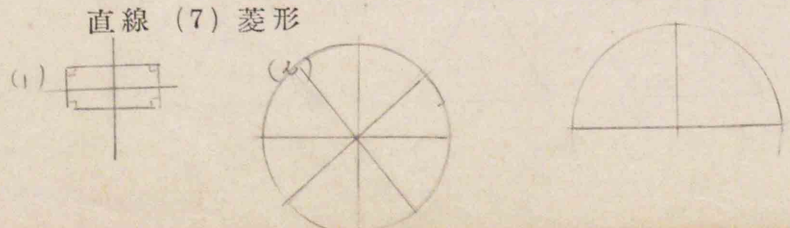
線對稱ヲナス圖形ニ於テハ相對應スル點ヲ結ビツケル線ハ軸ニヨツテ垂直ニ二等分サレル。



問 1 次ノ圖形ハドンナ軸ニ關シテ對稱デアルカ。

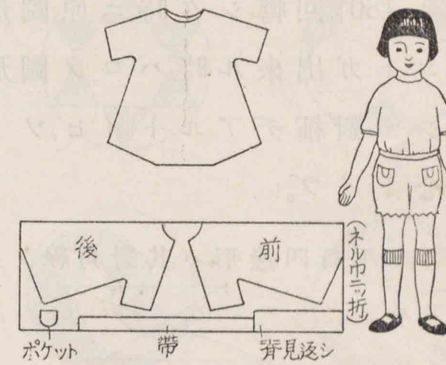
(1) 矩形 (2) 圓 (3) 半圓 (4) 二等邊三角形

(5) 等邊三角形 (6) 一點カラヒイタ二ツノ等長ノ直線 (7) 菱形



問 2 平行四邊形ハソノ對角線ニ關シテ對稱デアルカ。

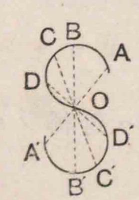
問 3 女兒用ロンパースノ裁方ニツイテ說明セヨ。



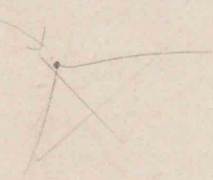
47 點對稱

問 數字ノ3ハドンナ線ニ對シテ對稱カ。又Sハドウカ。

Sニハ對稱ノ軸ハナイ,S字ノ中點 O ヲ通ツテ線分 AOA', BOB', COC', DOD' ヲヒク時ハ之等ノ直線ハOデ二等分サレル。

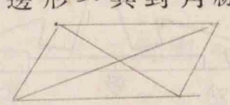


ウスキ紙ヲ置イテコノS字ヲスキウツシOニ針ヲタテ、之ヲ 180° 回轉シテ見ヨ。丁度モトノ上ニ重ナルカ



〔**定義**〕 一ツノ圖形ヲソノ平面上ノ一點ノ周リニ180°回轉シタ時ニ原圖形ノ上ニ全ク重ネルコトガ出來ル時ハコノ圖形ハ其ノ一定點ニ關シテ對稱デアルトイヒ,ソノ一定點ヲ**對稱ノ中心**トイフ。

問 1 平行四邊形ハ其對角線ノ交點ニ關シテ對稱デアル。

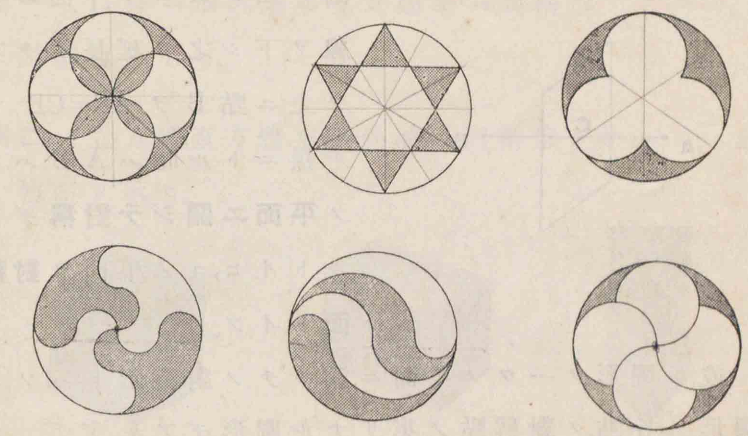


問 2 A, B, C, D, E, F, G, M, O, T, U, V, W, X, Y ノ內線對稱ノモノヲ示セ。是等ノ內,軸ガ二ツアルモノガアルカ。

問 3 H, I, N, O, X, Z ナル文字ハ點對稱デアルカ。點對稱デアレバ其ノ中心ヲ示セ。

問 4 漢字デ一ツノ對稱軸ヲモツモノヲ擧ゲヨ。二ツノ對稱軸ヲモツモノヲ擧ゲヨ。又對稱ノ中心ヲモツモノヲ擧ゲヨ。

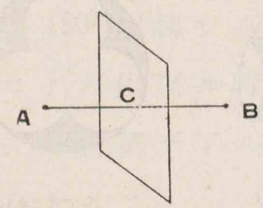
問 5 次ノ圖ハ對稱形カ,線對稱ノ時ハ對稱ノ軸ヲ點對稱ノ時ハ對稱ノ中心ヲ示セ。



48 面對稱

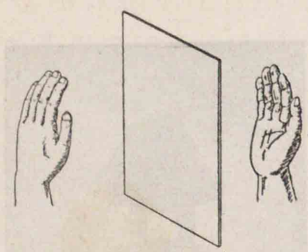
問一 鏡ニウツツタ姿ト自分ノ姿トハ鏡ノ面ニ關シテドンナ關係ニアルカ。

問二 水上ノ燈樓ト水ニウツツタ其ノ影トハドンナ關係ニアルカ。



圖ノ如クAヨリ平面ニ垂線ヲ下シ之ヲ延長シテ其ノ上ニ點BヲAC=CBナル樣ニトル時ハA,Bハコノ**平面ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,コノ平面ヲ**對稱面**トイフ。

或ル圖形ノ一ツノ平面ニ關シテノ對稱形トハソノ圖形ノ各點ノ對稱點ノ集リナル圖形デアル。



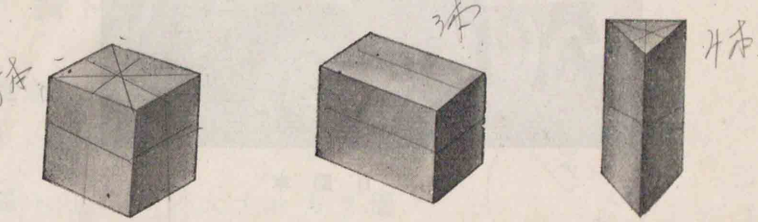
問三 圖ニ示スヨウニ一ツノ平面ヲ間ニオキ左右ノ手ヲ對稱ニナルヨウニ置イテ見ヨ。カクシテ一方ノ手ヲ運ビテコレニ對稱ナル他ノ手ニ重ネルコトガ出來ルカヲ見ヨ。

一般ニ面對稱ヲナス二ツノ立體ハ重ネ合ハスコトハ出來ナイ。

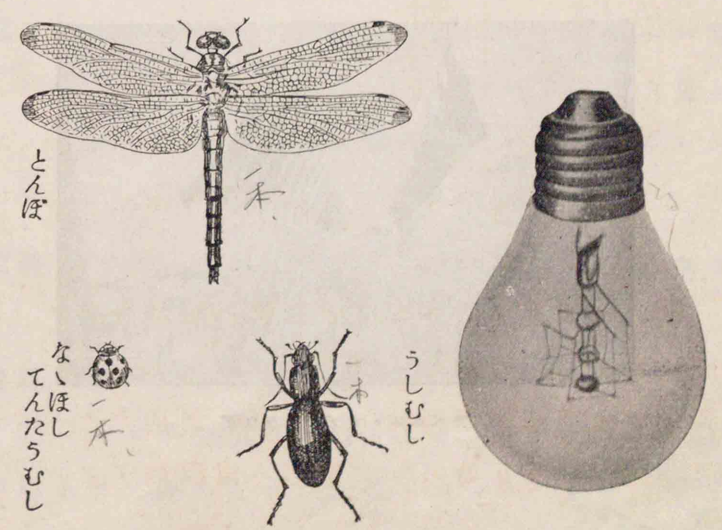
圖形ガ或平面ヲ對稱面トシテ互ニ對稱ナル二ツノ圖形ニ分カチウル時ハコノ圖形ハ**對稱形**デアルトイフ。

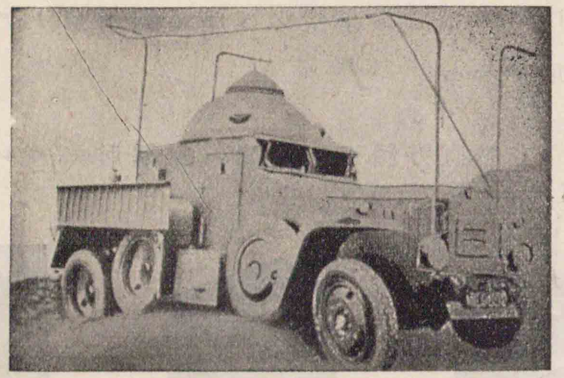
問一 口繪ニ示ス議事堂ノ建築ハ對稱形デアルカ。對稱面ヲ示セ。

問二 立方體,直方體,正三角壔ハ對稱形デアルカ。對稱面ヲ示セ。



問三 次ニ示ス,昆蟲類,電球,裝甲自動車ハ對稱形デアルカ。





裝甲自動車

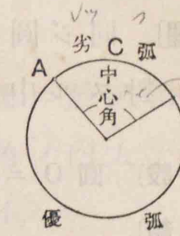
問四　次ノ圖ニ於テ旗ノタテ方ハ對稱的デアルカ。

アベニユ・オブ・フラツグ

第八篇

圓

49 弧ト中心トノ關係



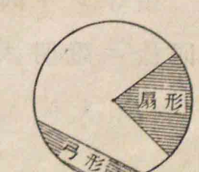
普通弧といへば
小さい方をいふ

〔定義〕 一ツノ圓周ヲ二ツノ弧ニ分ツ時コノ二ツノ弧ヲ**共軛弧**トイヒ,ソノ大ナル方ヲ**優弧**,小ナル方ヲ**劣弧**トイフ。

但シ單ニ弧トイフ時ハ劣弧ヲサス。

弧ヲ指示スルニハソノ兩端ノ名ニヨリ, 例ヘバ弧 AB トイフ。混同スル虞アル時ハ弧 ACB ノ如ク更ニ弧上ノ一點ヲ表ハス文字ヲ間ニハサム。弧ヲ表ハスニ記號 ⌒ ヲ用ヒ,弧 AB ヲ $\overset{\frown}{AB}$ ニテ表ハス。

〔定義〕 一ツノ圓ノ二ツノ半徑ノナス角ヲ**中心角**トイフ。



〔定義〕 弧トソノ兩端ヲ結ブ弦トニヨツテ圍マレタ平面形ヲ**弓形**トイヒ,二ツノ半徑トソノ間ニ夾マレタ弧トニヨツテ圍マレタ平面形ヲ**扇形**トイフ。

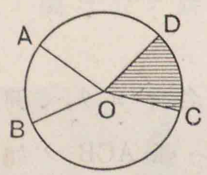
問一　一ツノ圓ニ於テ二ツノ相等シイ弧ガアル時ソノ弧ニ對スル中心角ノ大サハドウカ。

弧ガ2倍,3倍……ニナル時ハソノ弧ニ對スル中心角ハ2倍,3倍……ニナルカ。

〔定理〕　同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ相等シイ弧ニ對スル中心角ハ等シイ。

〔假設〕　圓Oニ於テ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ナル時ハ

〔終結〕　$\angle AOB = \angle COD$



〔證明〕　扇形CODヲ中心Oヲ周ツテ回轉シテ扇形AOBノ上ニ持ツテクルニ弧CDハ圓Oノ弧ダカラ常ニ圓周上ヲ動ク。カクシテCヲAノ上ニモツテクルト $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$ ダカラDハBニ合スル。即チ扇形CODハ扇形AOBニ全ク重ナルカラ $\angle COD = \angle AOB$

相等シイ圓ノ時ハ先ヅ二ツノ圓ヲ重ネテカラ上ト同樣ニ證明スルコトガ出來ル。

〔系〕1　同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ相等シイ中心角ニ對スル弧ハ相等シイ。

〔系〕2　同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ弧ガ2倍,3倍……ニナル時ハソノ弧ニ對スル中心角モ亦2倍,3倍……ニナル。即チ弧トソレニ對スル中心角ハ比例スル。

〔系〕3　同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ相等シクナイ二ツノ弧ニ對スル中心角ノ内大ナル弧ニ對スル中心角ハ他ヨリ大キイ。

又コノ逆モ眞デアル。

50　弧ト弦トノ關係

問　一ツノ圓ニ於テ二ツノ弧ガ等シイ時ニソレニ對スル弦ハ等シイカ。

弧ノ大小トソレニ對スル弦ノ大小トハ相伴フカ。

弧ガ2倍,3倍……ニナル時ハソレニ對スル弦ガ2倍,3倍……トナルカ。

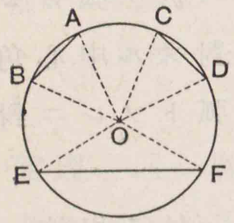
〔定理〕　同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ

(1)　相等シイ弧ニ對スル弦ハ相等シク

(2)　相等シクナイ二ツノ劣弧ノ内大ナル劣弧ニ對スル弦ハ他ヨリ大キイ。

圓 O ニ於テ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ナル時ハ $AB=CD$

$\overset{\frown}{AB}<\overset{\frown}{EF}$ ナル時ハ $AB<EF$



〔證明〕 半徑 OA, OB, OC, OD, OE, OF, ヲ引ク

$\triangle AOB$ ト $\triangle COD$ ニ於テ

$OA=OC$

$OB=OD$

$\angle AOB=\angle COD \quad (\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD})$

$\therefore \triangle AOB \equiv \triangle COD$

$\therefore AB=CD$

又 $\triangle AOB$ ト $\triangle EOF$ ニ於テ

$OA=OE$

$OB=OF$

$\angle AOB<\angle EOF \quad (\because \overset{\frown}{AB}<\overset{\frown}{EF})$

$\therefore AB<EF$

相等シイ圓ニツイテモ同樣ニシテ證明サレル。

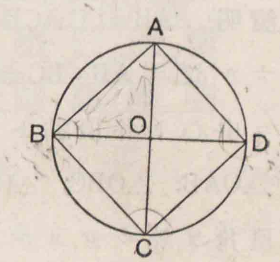
〔系〕 同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ

(1) 相等シイ弦ニ對スル弧ハ相等シク

(2) 相等シクナイ弦ニ對スル劣弧ノ內大ナル弦ニ對スル劣弧ハ他ヨリ大デアル。

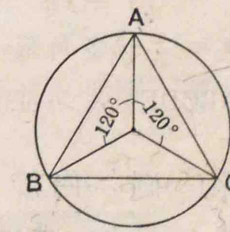
51 圓ニ內接スル正多角形

問一 半徑 2cm ノ圓ヲカキ,ソノ圓ノ中心ニ於テ互ニ垂直ナル直徑ヲカキ圓周ト出合ツタ點ヲ A, B, C, D トスルト四邊形 ABCD ノ四ツ邊ノ長サ及四ツノ角ハ皆等シイカ。



〔定義〕 一ツノ多角形ノ頂點ガ皆一ツノ圓周上ニアルトキハ多角形ハ圓ニ內接スルト云ヒ,圓ハ多角形ニ外接スルトイフ。

問二 直徑 3cm ノ圓ヲカキ分度器デ 120° ノ中心角ヲ圖ノ如クツヾケテ三ツトツテ半徑ノ端 A, B, C ヲ結ンデ三角形ヲツクル時ハコノ三角形ハドンナ性質ノ三角形カ。



問三 正三角形,正四角形,正五角形,正六角形,正七角形ノ一ツノ內角ノ大サハ何程カ。

$(2n-4)\angle R$

n

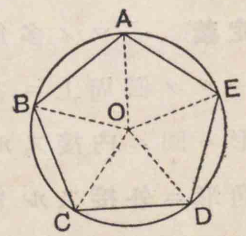
〔定理〕 圓周ヲ若干ノ相等シイ弧ニ分ツ時ハ各ノ弧ニ對スル弦デ圍マレタ內接形ハ正多角形デアル。

〔假設〕 圓 O ニ於テ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}$(五等分ヲ示ス)

〔終結〕 ABCDE……ハ正多角形デアル。

〔注意〕 正多角形デアルコトヲ證明スルニハドウイフコトヲ云ヘバヨイカ。

〔證明〕 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\cdots\cdots$

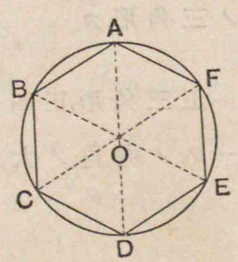


ナル故ニ AB=BC=CD=……

次ニ中心ト各頂點トヲ結ブ時ハ △OAB, △OBC, △OCD……ハ頂角ヲ等シクスル二等邊三角形ダカラ底角ハ皆相等シイ。コノ底角ヲ二ツ宛加ヘタモノガ多角形ノ內角デアルカラ皆相等シイ。即チ ABCDE……ハ正多角形デアル。

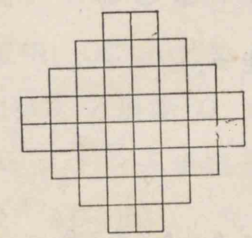
〔系〕 圓ニ內接スル正六角形ノ一邊ハソノ圓ノ半徑ニ等シイ。

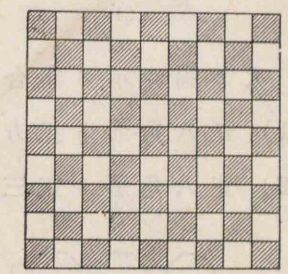
此ノ性質カラ正六角形ヲ描ク最モ簡單ナ方法ガ出ル。



52 正多角形ノ集合

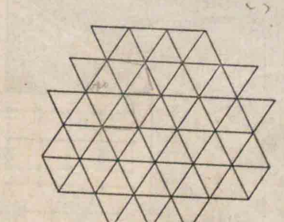
一ツノ正方形ヲ書イテソノ各邊ノ上ニ正方形ヲカイテユクト平面ノ全表面ヲ漸次覆フコトガ出來ル。

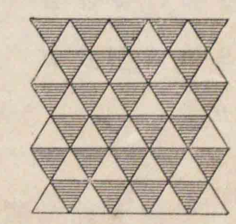


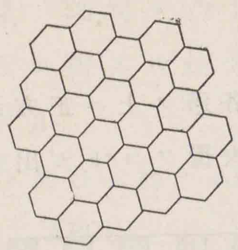


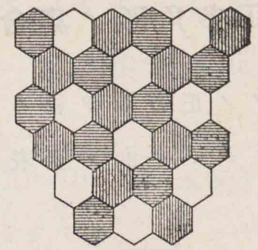
コレハ正方形ノ一角ガ 90° デ四ツ加ヘルト丁度 360° ニナッテ一點ノ周圍ノ角トナルカラデアル。敷石ヤ化粧瓦ヲ敷クトカ布ニ模様ヲエガク時ハ是非考ヘネバナラヌコトデアル。

問 1 正三角形,正五角形,正六角形デハ平面ヲ覆フコトガ出來ルカ。







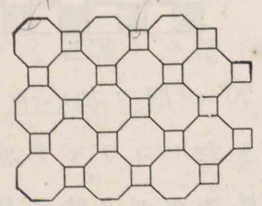


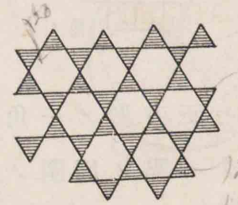
問 2　次ノ圖ニ示ス集合ハ可能カ。

(1)　正八角形ト正方形

(2)　正六角形ト正三角形

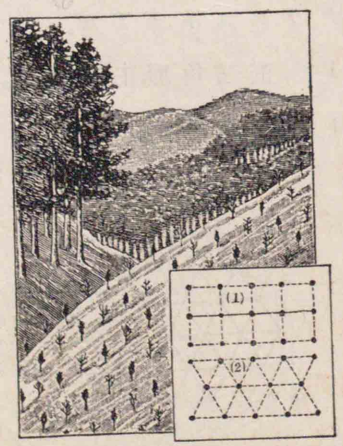
$\frac{(2n-4)直角}{n} = \frac{(8-4)90}{8} = 135°$　$135°\times 2 = 270$　$+90$　360





$120\times 2 = 240$　$60\times 2 = 120$　360

問 3　次ノ圖ハ造林ニ於ケル植樹型式ノ二種ヲ示シタモノデアル。マダコノ外ニヨイ型式ガアルカ。

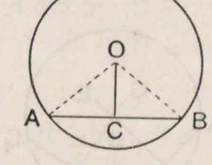


53　弦ト中心トノ關係

〔定理〕　圓ノ中心カラ弦ニヒイタ垂線ハ其弦ヲ二等分スル。

圓 O ニ於テ OC⊥AB ナル時ハ AC＝BC

〔證明〕　OC ハ二等邊三角形 OAB ノ頂點 O カラ底邊 AB ニ下シタ垂線デアルカラ　AC＝BC



〔系〕1　圓ノ中心カラ弦ノ中點ニヒイタ直線ハ弦ニ垂直デアル。

〔系〕2　弦ノ垂直二等分線ハ圓ノ中心ヲ通ル。

問 1　中心ノ不明ナル圓ガアル。ソノ中心ヲ發見スル方法ヲノベヨ。

問一　一ツノ點ヲ通ル圓ハイクツカケルカ。無數

問二　二ツノ點ヲ通ル圓ハイクツカケルカ。描ク方法ヲモノベヨ。　無數　垂直二等分線

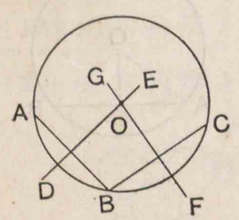
問三　三點ヲ通ル圓ハイクツカケルカ。

問四　同一直線上ニナイ三點ヲ通ル圓ヲカク方法ヲ工夫セヨ。

〔定理〕 同一直線上ニナイ三ツノ點ヲ通ル圓ハ唯一ツデアル。

A,B,C ヲ同一直線上ニナイ三點トスルト, A,B,C ヲ通ル圓ハ唯一ツデアル。

〔證明〕 A, B; B, C ヲ結ビ,夫等ノ垂直二等分線 DE,FG ヲ引ク。



AB,BC ハ相交ハル二直線ダカラコレニ垂直ナ DE, FG ハ必ズ交ハル。(何故カ) ソノ交點ヲ O トシ, O, A, O,B, ヲ結ブ。ソウスルト

OA=OB　(何故カ)

OB=OC

∴ OA=OB=OC

故ニ O ヲ中心トシテ OA ヲ半徑トスル圓ハ A,B,C ヲ通ル。即チ A,B,C ヲ通ル圓ハ一ツアル。

次ニ A,B ヲ通ル圓ノ中心ハ必ズヤ DE 線上ニアリ(何故カ) 又 B,C ヲ通ル圓ノ中心ハ必ズヤ FG 線上ニアリ。

故ニ A,B,C ヲ通ル圓ノ中心ハ DE,FG ノ兩方ノ線ニ共通ナル部分,即チソノ交點デナケネバナラヌ。然ルニ二直線ノ交點ハ唯一ツデアル,故ニ A,B,C ヲ通ル圓

ハ唯一ツデアル。

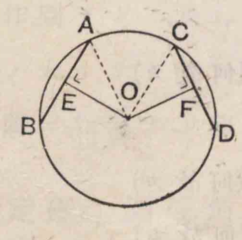
〔系〕 二ツノ圓周ハ二ツヨリ多クノ點デ出合フコトハ出來ナイ。

問　弦ガ漸次大キクナル時ハ中心カラソノ弦ニイタル距離ハドウナルカ。一番大キイ弦ハ何カ。

〔定理〕 同ジ圓又ハ相等シイ圓デ相等シイ弦ハ中心カラ等距離ニアル。

圓 O ニテ AB=CD, OE⊥AB, OF⊥CD ナル時ハ

OE=OF



〔證明〕 $AE=\frac{1}{2}AB$

$CF=\frac{1}{2}CD$

∴ AE=CF

又 OA=OC

∠AEO=∠CFO=∟R

∴ △OAE≡△OCF

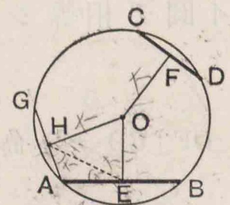
∴ OE=OF

相等シイ圓デモ同様ニシテ證明スルコトガ出來ル。

〔系〕 同ジ圓又ハ相等シイ圓デ中心カラ等距離ニアル弦ハ相等シイ。

〔定理〕 同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ相等シクナイ二ツノ弦ノ内大ナル弦ハ他ヨリハ中心ニ近イ。

圓 O ニ於テ $AB>CD$, $OE\perp AB$, $OF\perp CD$ ナル時ハ $OE<OF$ デアル。



〔證明〕 弦 AG ヲ CD ニ等シクトリ O カラ AG ニ垂線 OH ヲヒキ, 次ニ EH ヲ結ブ。

$\triangle AHE$ ニ於テ

$AE>AH$ (何故カ)

$\therefore\ \angle AHE>\angle AEH$

$\therefore\ \angle OHE<\angle OEH$ (何故カ)

$\therefore\ OE<OH$ (何故カ)

然ルニ $OH=OF$

$\therefore\ OE<OF$

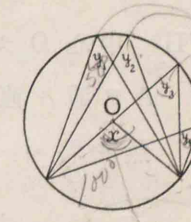
相等シイ圓デモ同様ニ證明スルコトガ出來ル。

〔系〕 同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ中心カラ相等シクナイ距離ニアル二ツノ弦ノ内中心ニ近イモノハ他ヨリハ大デアル。

54 中心角ト圓周角トノ關係

〔定義〕 圓周上ノ一點ヲ其圓周上ノ他ノ二點ニ結ビ付ケタ二直線ノナス角ヲ其ノ二點ヲ兩端トスル**弧ノ上ニ立ツ圓周角**トイフ。

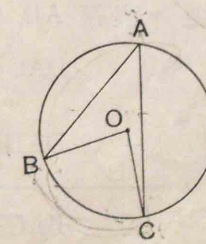
圓ノ弧ニ對スル中心角ノコトヲ**其弧ノ上ニ立ツ中心角**トイヒ,弓形ノ弧ノ上ノ一點トソノ兩端トヲムスブ二直線ノナス角ヲ**弓形ノ角**トイヒ,弓形ハコノ角ヲ含ムトイフ。



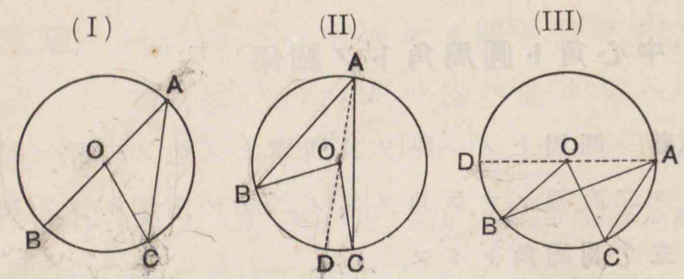
問一 半徑 3cm ノ圓ヲカキ圖ニ示ス作圖ヲナシ,角 x, 及ビ y_1, y_2, y_3, y_4 等ノ大イサヲ測レ。角 x ト角 y トノ間ニ如何ナル關係ガアルカ。

〔定理〕 圓周角ハ同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分デアル。

〔假設〕 圓 O ニ於テ $\angle BAC$ ヲ $\overset{\frown}{BC}$ ノ上ニ立ツ圓周角トシ, $\angle BOC$ ヲ同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角トスル。



〔終結〕 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$



〔I〕 中心 O ガ $\angle BAC$ ノ一邊例ヘバ AB 上ニアル時

$\angle BOC = \angle OAC + OCA$ (何故カ)

然ルニ $\angle OAC = \angle OCA$

$\therefore \quad \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

〔II〕 中心 O ガ $\angle BAC$ 內ニアル時

A ヲ通ル直徑 AD ヲヒク

然ル時ハ $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD$ (I ニヨリ)

$+ \quad \angle DAC = \frac{1}{2} \angle DOC$ (〃)

邊々加ヘルト $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

〔III〕 中心 O ガ $\angle BAC$ 外ニアル時

A ヲ通ル直徑 AD ヲヒク

$\angle DAC = \frac{1}{2} \angle DOC$

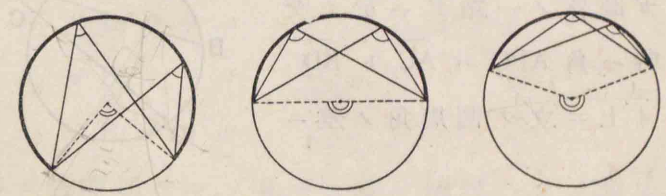
$- \quad \angle DAB = \frac{1}{2} \angle DOB$

$\therefore \quad \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

〔系〕1 同ジ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ相等シイ。

〔系〕2 同ジ弓形ノ角ハ相等シイ。

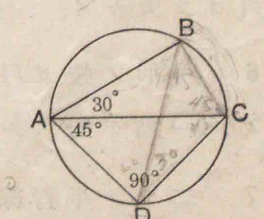
〔系〕3 弓形ノ角ハソノ弓形ガ半圓ヨリ大キイカ,等シイカ,又ハ小ナルカニヨツテ銳角,直角鈍角デアル。



〔系〕4 同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ相等シイ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ相等シイ。

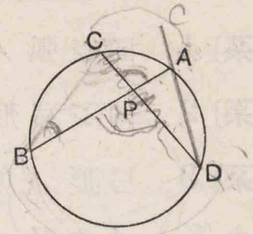
〔系〕5 同ジ圓又ハ相等シイ圓ニ於テ相等シイ圓周角ニ對スル弧ハ相等シイ。

問 1 次ノ圖ニ於テ BC, BD ヲムスビツケタ時ニ出來ルスベテノ角ノ大イサヲ求メヨ。

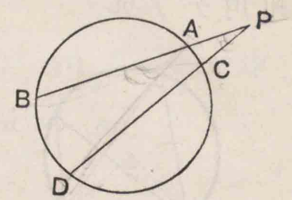


問 2 弧ガ圓周ノ $\frac{1}{6}$ デアル時ソノ上ニ立ツ中心角ト圓周角ヲ求メヨ。

問 3　二ツノ弦 AB, CD ガ圓内ノ一點 P ニ於テ交ハル時 $\angle APC$ ハ $\overset{\frown}{AC}$ ト $\overset{\frown}{BD}$ トノ上ニ立ツ圓周角ノ和ニ等シイ。



問 4　二ツノ弦 AB, CD ノ延長ガ圓外ノ一點 P ニ於テ交ル時ハ角 APC ハ $\overset{\frown}{AC}$ ト $\overset{\frown}{BD}$ トノ上ニ立ツ圓周角ノ差ニ等シイ。



〔注意〕 問 3 ニ於テ點 C ガ圓周上ヲ點 A ノ方ニ移動シテ A ニ重ナリナホコレヲ越ス場合ニ角ノ關係ガ如何ニカワルカヲ研究セヨ。

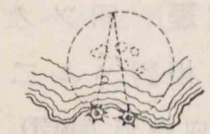
問 5　弓形ノ弦ガ弓形内ノ一點デ對スル角ハ弓形ノ角ヨリ大キイ。

問 6　弓形ノ弦ガ弓形外ノ(形ニ對シテ弓形ト同側ニアル)一點デ對スル角ハ弓形ノ角ヨリ小サイ。

問 7　二ツノ平行線ガ一ツノ圓周ト交ハル時ハソノ間ニアル二ツノ弧ハ相等シイ。

問 8　海岸ニ暗礁アリ,二個ノ燈臺ヲ設ケテ之ヲ $15°$ ノ

角ニ見込ム區域ヲ危險區域ト定メタ。其ノ區域ハ如何ナル形デアルカ。



問 9　系 3 ノ逆ヲノベ之ヲ證明セヨ。

〔注意〕

一般ニアル事柄ニツイテ若干個ノ命題

A_1 ガ B_1 ナラバ　　C_1 ハ D_1 デアル

A_2 ガ B_2 ナラバ　　C_2 ハ D_2 デアル

A_3 ガ B_3 ナラバ　　C_3 ハ D_3 デアル

等ガ皆證明サレ。且ツ此等ノ**假設ハソノ事柄ニツイテ起リウルスベテノ場合ヲツクシ,終結ハ互ニ相容レナイ**時ハ之等ノ命題ノ逆ハ總テ眞デアル。

何トナレバ

C_1 ガ D_1 ナル時ニ A_1 ガ B_1 ナラザレバ

A_2 ガ B_2 ナルカ

A_3 ガ B_3 等デナケネバナラヌ。

然ルニ A_2 ガ B_2 ナラバ C_2 ハ D_2 トナリ

A_3 ガ B_3 ナラバ C_3 ハ D_3 等トナリ

何レモ假設ニ反スル。

故ニ C_1 ガ D_1 デアルトキハ A_1 ハ B_1 デナケレバナラヌ。他モ同様ニ云ヘル。

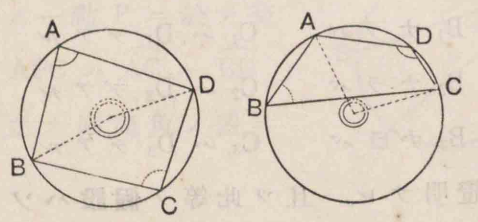
コノ論證ノ方法ヲ**轉換法**トイフ。

〔定理〕 四ツノ頂點ガ同一圓周上ニアル四邊形ノ相對スル二角ハ互ニ補角デアル。

四邊形 ABCD ヲ圓ニ内接スル四邊形トスルト

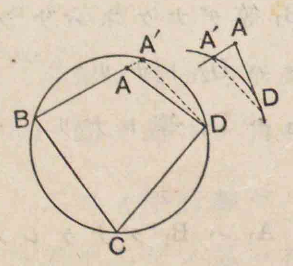
$\angle A+\angle C=2\angle R$

$\angle B+\angle D=2\angle R$ (證明ヲ試ミヨ)



〔系〕 四邊形ノ相對スル角ガ互ニ補角ヲナス時ハ之ニ外接スル圓ヲ描クコトガ出來ル。

四邊形 ABCD ニ於テ $\angle A+\angle C=2\angle R$ デアルトキハ四邊形 ABCD ニ外接圓ヲカクコトガ出來ル。



〔證明〕 三點 B, C, D ヲ通ル圓ハ唯一ツ描クコトガ出來ル。コノ圓ガ A ヲ通ラヌトスルト A ハ圓内ニアルカ圓外ニアルカデアル。

BA 又ハ BA ノ延長ガ圓周ト交ハル點ヲ A' トシ A'D ヲムスブト

$\angle A'+\angle C=2\angle R$ (定理)

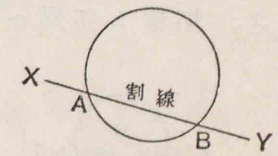
然ルニ $\angle A+\angle C=2\angle R$ (假設)

$\therefore\ \angle A=\angle A'$

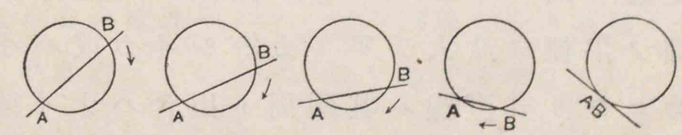
ソウスルト △A'AD ノ外角ガ内對角ニ等シクナッテ不合理トナル。故ニ B, C, D ヲ通ル圓ハ必ズ A ヲ通ル。即チ四邊形 ABCD ニハ外接圓ヲカクコトガ出來ル。

55 直線ト圓トノ關係

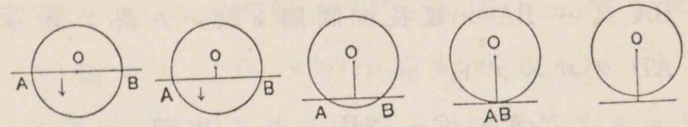
〔定義〕 圓周ト二ツノ點デ出合フ直線ヲ**割線**トイフ。



問一 一ツノ圓ノ割線 AB ヲ A ヲ固定シテ矢ノ方向ニ回轉スル時ハ弦 AB ハドウナルカ。

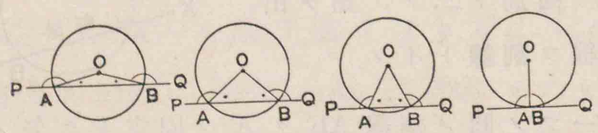


又次ノヨウニ割線ヲ漸次中心カラ遠ザケテ中心カラノ距離ガ半徑ニ等シクナル時コノ割線ハドウナルカ。



〔**定義**〕 圓周ト唯一點ニ於テ出合フ直線ハソノ點デ圓ニ切スル又ハ圓ノ**切線**デアルトイヒソノ點ヲ**切點**トイフ。

問二 下圖ニ於テ $\angle OAB$ ト $\angle OBA$ ハ等シイカ。又 $\angle OAP$ ト $\angle OBQ$ ハヒトシイカ。コレ等ノ角ハ弦 AB ガ小サクナルトドウ變化スルカ。切線ト切點ヘノ半徑トノナス角ハ何程カ。



〔**定理**〕 圓ノ中心ト一ツノ直線トノ距離ガ其ノ圓ノ半徑ヨリ大デアルカ等シイカ或ハ小サイカニヨリ其直線ハ其圓周ト出合ハナイ或ハ切線トナリ或ハ割線トナル。

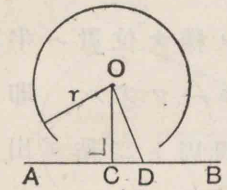
圓ノ中心Oカラ一ツノ直線ABニ到ル距離ヲOCトシコノ圓ノ半徑ヲrトスルト

距離ニ直角

(i) $OC>r$……AB ハ圓Oト出合ハナイ

(ii) $OC=r$……AB ハ圓Oノ切線デアル

(iii) $OC<r$……AB ハ圓Oノ割線デアル



〔**證明**〕 (i) $OC>r$ ナル時

中心OトAB上ノ任意ノ點Dトヲムスブ。

(1) $OD \geqq OC>r$

$\therefore\ OD>r$

故ニDハ圓外ニアル

直線AB上ノスベテノ點ハ圓Oノ外ニアルカラ直線ABハ圓Oニ出合ハナイ。

(ii) $OC=r$ ナル時

C點ガ圓周上ニアルコトハ明カデアル。コノ直線上C以外ノ任意ノ點ヲDトスルト

$OD>OC=r$

$\therefore\ OD>r$

(2) OC=r
OD>OC=r
OD>OC=r
OD>r

故ニDハ圓外ニアル。故ニ直線ABハ圓周ト一點Cヲ共有スルノミデアル。即チ切線デアル。

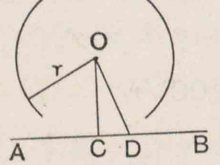
切線

(iii) $OC<r$ ナル時

今DガCニ合シタ位置カラ半直線CBニ沿ウテ動ク時ハ斜線ODハ漸次ソノ長サヲ増シテキテ遂ニrヨリモ大キクナル。ソノ途中デ

$OD=r$

ナル位置ガ一ツアル。コノ D ハ圓周上ニアツテソノ前後デハ OD ハ r ニ等シクナイカラ圓周上ニハナイ。



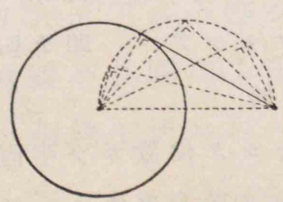
ソシテコノ様ナ位置ハ半直線 CA 上ニモ一ツアル。即チコノ直線ハ圓周ト二點デ出合ヒ割線トナル。

〔系〕**1**　圓ノ一ツノ半徑ノ端デ之ニ垂直ナ直線ハ其ノ圓ノ切線デアル。

〔系〕**2**　切線ハ切點ヘノ半徑ニ垂直デアル。

〔系〕**3**　圓周上ノ一點ニ於テコノ圓ニ切線ハ唯一ツヒクコトガ出來ル。

問　圓外ノ一點カラ目分量デ切線ヲヒケ。カヽル切線ガ何本引ケルカ。切點ト中心トヲ結ンデ見ヨ。又切點ニ於テ切線ト半徑トナス角ハ何程カ。

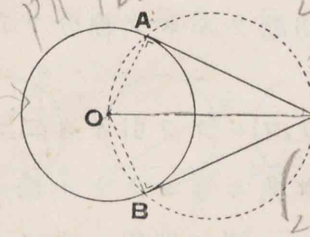


〔**定理**〕　圓外ノ一點カラ其圓ニ唯二ツノ切線

ガヒカレル。

圓 O 外ノ一點 P カラ唯二ツノ切線ガ引カレル。

〔**證明**〕　切線ト切點ニオケル半徑ハ垂直デアルカラ切點ハ OP ヲ直徑トスル圓周上ニアル。



故ニ求ムル切點ハ OP ヲ直徑トスル圓周ト O 圓トノ交點デアル。O 圓ノ内部ニアル O 點トソノ外ニアル P 點ヲ通ル圓ハ圓 O ト交ハル。ソシテソノ交點ハ A,B ノ二ツデアル。次ニ PA,PB, ヲヒクト求ムル切線デアル。何トナレバ

∠OAP, ∠OBP ハ半圓ノ角ダカラ直角デアル。故ニ PA, PB ハ切線デアル。

圓 O ノ周上ノ A, B 以外ノ任意ノ點ヲ C トシ CP ヲ結ブトコレハ切線デハナイ。何トナレバ ∠OCP ハ C ガ半圓ノ内又ハ外ニアルカラ直角デナイ。

故ニ CP ハ切線デハナイ。即チ圓外ノ一點 P カラ切線ハ唯二ツヒクコトガ出來ル。

〔系〕**1**　圓外ノ一點カラ之ニヒイタ二ツノ切線ノ切點マデノ長サハ相等シイ。

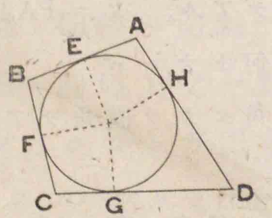
〔系〕2　圓外ノ一點トソノ圓ノ中心トヲムスブ直線ハソノ點カラ引イタ二ツノ切線ノナス角ヲ二等分スル。

∠APO＝∠BPO

問 1　圓外ノ一點ト圓ノ中心トヲ過ル直線ハ其點カラ引イタ二ツノ切線ノ切點ヲムスブ線分ヲ二等分スル。

問 2　圓外ニ一點ヲ求メテ,ソレカラ引イタ二ツノ切線ノナス角ガ與ヘラレタ角ニ等シクナル樣ニセヨ。

問 3　四邊形ノ各邊ガ一ツノ圓ノ切線ニナツテ居ル時ハ二双ノ相對スル邊ノ和ハ相等シイ。



〔注意〕四邊形 ABCD ハ圓ニ外接スルトイヒ圓ハ四邊形 ABCD ニ内接スルトイフ。

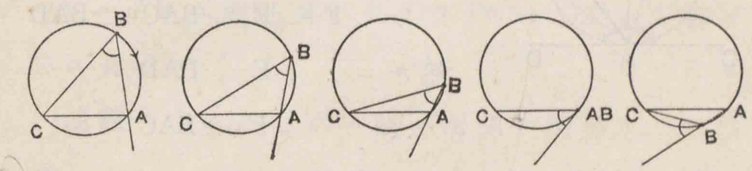
〔考ヘ方〕E,F,G,H, ヲ切點トスルト AH,AE ハ圓外ノ一點カラヒイタ切線ダカラ前頁ノ定理ノ系 1 ニヨツテ AH＝AE デアルコトカラ考ヘヨ。

問 4　角ノ二邊ニ切スル圓ヲカケ。

〔考ヘ方〕圓外ノ一點カラコノ圓ニ二ツノ切線ヲヒク作圖ヲミルト,コノ圓ハ二ツノ切線ノナス角ノ二邊ニ切スル圓ト見ラレルコトカラ考ヘヨ。

問　圖ノ樣ニ圓周角 ∠CBA ヲ作ツテ B ヲ圓周上ヲ漸次 A ニ近ヅケル時ハコノ角ノ大サハ變化スルカ。B ガ A ニ一致シタ時ハドウナルカ。

半徑 3cm ノ圓ヲ一ツカキ B ノ位置ノ變化シタ圖ヲカイテ各ノ場合ノ角ヲ測ツテ見ヨ。



〔定理〕弦トソノ一端ニ於テノ切線トナス角ハコノ角内ノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイ。

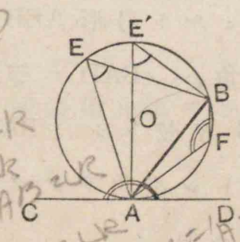
〔假設〕AB ヲ圓 O ノ弦トシ

ソノ一端 A ニ於イテノ切線ヲ CD トスル。

〔終結〕∠E＝∠BAD

∠F＝∠BAC

〔證明〕A ヲ通ル直徑ヲ引キ他ノ端ヲ E′ トシ E′B ヲ結ブ。



△E′AB ニ於テ

∠E′BA＝∠R

∴　∠E′＋∠BAE′＝∠R

然ルニ　∠BAD＋∠BAE′＝∠R

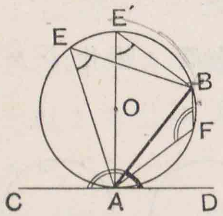
∴　∠E′＝∠BAD

∠E＝∠BAD
∠E′＝∠E
∠E′BA＝∠R
∠E′AD＝∠R
∠AE′B＋∠E′AB＝∠R
∠AE′B＋∠BAD＝∠R
∠AE′B＋∠E′AB＝∠E′AB＋∠BAD
∴ ∠E′＝∠BAD
∠E′＝∠E
∴ ∠E＝∠BAD

然ルニ $\angle E = \angle E'$

∴ $\angle E = \angle BAD$

次ニ四邊形 EAFB ニ於テ



$\angle F + \angle E = 2\angle R$

又 $\angle BAC + \angle BAD = 2\angle R$

∴ $\angle F + \angle E = \angle BAC + \angle BAD$

然ルニ $\angle E = \angle BAD$

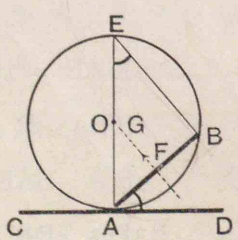
∴ $\angle F = \angle BAC$

〔系〕 弦ノ一端ヲ過ル直線ト弦トノナス角ガ其角內ノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイ時ハ其直線ハ切線デアル。

問 題 7

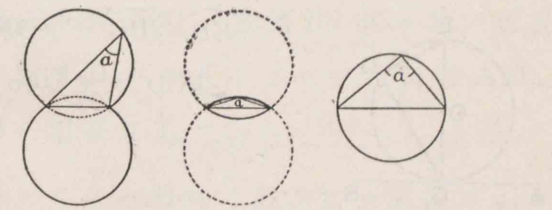
1 與ヘラレタル線分ヲ弦トシ與ヘラレタル角ヲ含ム弓形ヲエガケ。

〔考ヘ方〕 上ノ定理ノ作圖ヲミルト弓形 AEB ノ含ム角ハ $\angle BAD$ ニ等シイ。AB ヲ弦トシ $\angle BAD$ ニヒトシイ角ヲフクム弓形ヲ作ラントスル手順ヲ考ヘヨ。



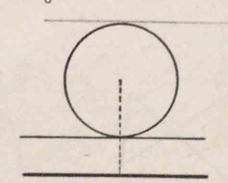
點 A ハ切線 CD ノ切點ダカラ中心ハ A ニ於テ CD ニ垂直ナ線 AE 上ニアル。又 AB ハ弦ダカラ AB ヲ弦トスル圓ノ中心ハ AB ノ垂直二等分線上ニアル筈デアル。即チ弓形ヲツクル圓ノ中心ハ AE ト FG トノ交點デナケネバナラヌ。ソシテ FG ハ AB ニ垂直デ OA ハ AB ニ垂直デナイカラ FG ト OA ハ平行デナク必ズ交ハル。

〔注意〕 求ムル弓形ハ弦ノ兩側ニ出來ル。

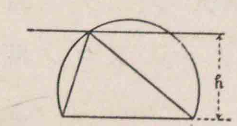


$\alpha < \angle R$　　$\alpha > \angle R$　　$\alpha = \angle R$

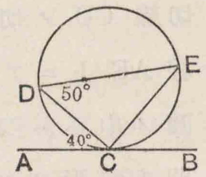
2 與ヘラレタ直線ニ平行デアツテ且ツ與ヘラレタ圓ニ切スル直線ヲヒケ。



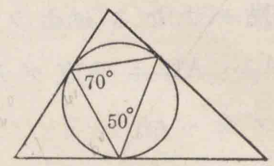
3 底邊,頂角,高サヲ與ヘテ三角形ヲツクレ。



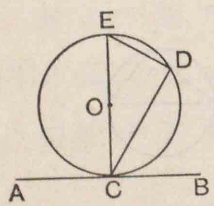
4　右ノ圖ニ於ケルスベテノ角ノ大イサヲ求メヨ。



5　右ノ圖ニオケルスベテノ角ノ大イサヲ求メヨ。



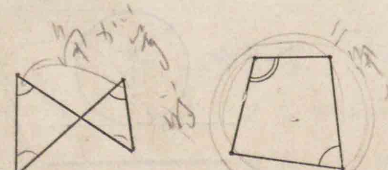
6



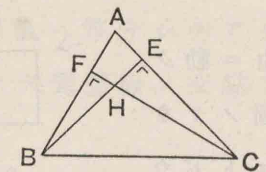
$\overset{\frown}{CD}=2\overset{\frown}{DE}$ ナル時 $\angle BCD$ ヲ求メヨ。

7　任意ノ三點ヲ通ツテ常ニ圓ガカケルカ。

8　任意ノ四點ヲ通ツテ常ニ圓ガカケルカ。



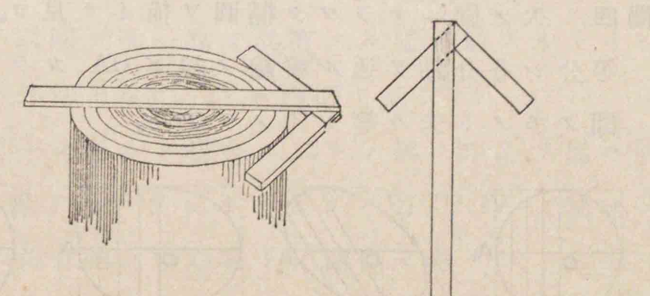
9　BE,CF ガ △ABC ノ二ツノ高サデアルト B,F,E,C ハ同一圓周上ニアル。又コノ圓ノ中心ハドコカ。



10　BE,CF ハ △ABC ノ二ツノ高サデソノ交點ヲ H トスルト四邊形 AEHF ニハ外接圓ガカケル。又ソノ圓ノ中心ハドコカ。(9ノ圖參照)

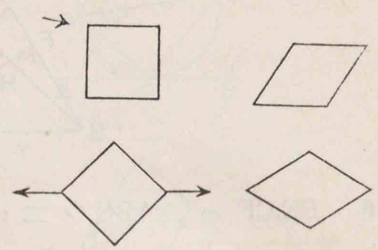
11　二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC 又ハ其ノ延長上ノ任意ノ一點ヲ D トスルト二ツノ三角形 ABD, ACD ノ外接圓ハ相等シイ。

12　圖ニ示シタノハ圓材ノ截リ口ニ直徑ヲ引クタメノ道具デアル,其ノ構造ヲ說明シ且ツソレガ此目的ニ役立ツ理由ヲ證明セヨ。



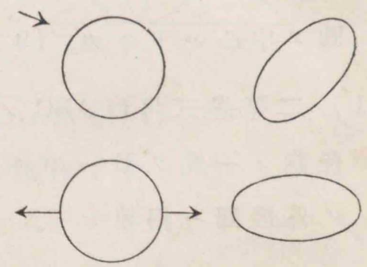
56 楕　圓

問一　カドガ自由ニ動ク正方形ノ枠ヲ圖ノヤウニ上横カラ押ストドウナルカ。



問二　上ノ正方形ノ枠ヲ右圖ノ様ニ左右ニ引伸バストドウナルカ。

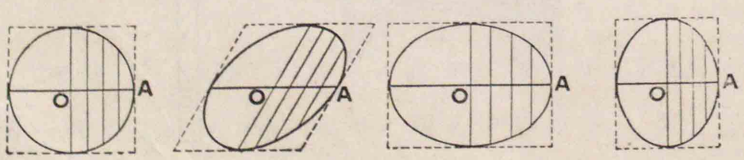
問三　圓形ノ金輪ヲ横ニ押ストドウナルカ。



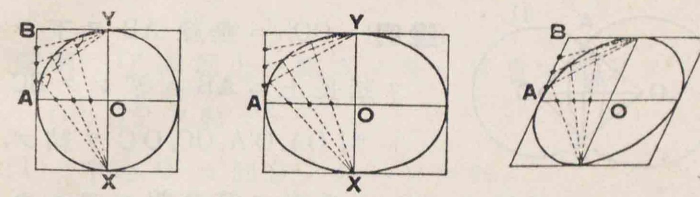
又左右ニ引ノバストドウナルカ。コノ形ヲ何トイフカ。

圓ヲ歪(ユガ)メ,左右ニ引伸バシ又ハ左右ヨリ押シ縮メタヤウナ形ヲ**楕圓**トイフ。

問四　次ノ圖ニナラツテ楕圓ヲ描イテ見ヨ。OA ヲ等分シ各分點ヲ通ル縦線ノ端ガ OA カラノ距離ハ圓ノモノト夫々等シイノデアル。

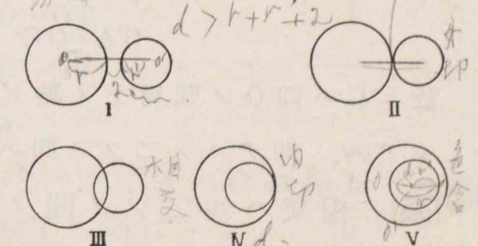


問五　次ノ圖ニナラツテ圓及ビ楕圓ヲ描イテ見ヨ。OA ト AB トハ同數ニ等分シテアリ,其ノ分點ヲ夫々 X,Y ニ結ビ付ケタ對應線ノ交點ヲ滑カニ結ブノデアル。



57 二ツノ圓

問一　二ツノ圓ノ位置ノ關係ニハイカナル場合ガアルカ。



III　二ツノ圓ガ二點ヲ共有スル場合(**相交ハル**トイフ)

II IV　二圓ガ唯一點ヲ共有スル場合(**切スル**トイフ)

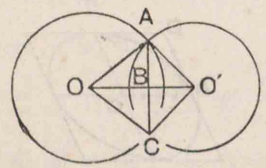
(II ハ**外切**ト云ヒ, IV ハ**内切**ト云フ)

問二　問一ノ各々ノ場合ニ二ツノ圓ノ中心ヲ通ル直線(**中心線**トイフ)ヲヒイテミヨ, II III IV ノ場合ニ二圓ノ共有點ト中心線トノ關係ヲ考ヘヨ。

〔**定理**〕　二ツノ圓周ガ中心線上デナイ一點デ

出合フ時ハ二ツノ圓周ハ更ニ他ノ一點デモ出合フ。

二圓 O, O' ガ中心線 OO' ノ上ニナイ一點 A ニテ出合フモノトスルト二圓ハ更ニ他ノ一點デ出合フ。



〔證明〕 OO' ニ垂線 AB ヲ下シソノ延長上ニ AB ニ等シク BC ヲトリ, $OA, O'A, OC, O'C$ ヲ結ブ, ソウスルト OO' ハ AC ノ垂直二等分線デアルカラ

$$OA = OC$$
$$O'A = O'C$$

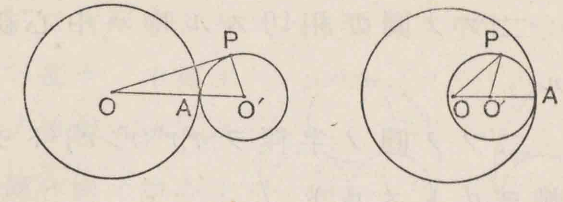
故ニ C ハ圓 O ノ圓周上ノ點デ又圓 O' ノ圓周上ノ點デアル。即チコノ二ツノ圓ハ更ニ點 C デ出合フ。

〔系〕 相交ハル二ツノ圓ノ半徑ヲ r, r' (但 $r>r'$ トス)トシ, ソノ中心間ノ距離ヲ d トスルト, 本定理ノ場合ニハ

$$r+r'>d>r-r'$$

〔定理〕 二ツノ圓周ガ中心線上ノ一點デ出合フ時ハ二ツノ圓ハ相切スル。

O, O' ナル二ツノ圓周ガ中心線上ノ一點 A デ出合フ時ニハ二ツノ圓周ハ相切スル(即チ再ビ他ノ點デ出合ハナイ。)



I　　II

〔證明〕 O' 圓周上ニ點 A ノ外ニ任意ノ點 P ヲトリ $OP, O'P$ ヲ結ブ

(I) 中心 O' ガ圓 O ノ外ニアル時

$$OP+O'P>OO' \qquad (\text{何故カ})$$
$$\therefore \quad OP>OO'-O'P$$
$$\therefore \quad OP>OO'-O'A$$
$$\therefore \quad OP>OA$$

即チ P ハ圓 O ノ外ニアリ, 故ニ O' 圓周上ノ A 以外ノスベテノ點ハ圓 O ノ外ニアル。

(II) 中心 O' ガ圓 O ノ内ニアル時

$$OP<OO'+O'P \qquad (\text{何故カ})$$
$$OP<OO'+O'A$$
$$OP<OA$$

即チ P ハ圓 O ノ内ニアリ。 故ニ圓周 O' 上ノ A 以外ノスベテノ點ハ圓 O ノ中ニアリ。

故ニ(I)(II)孰レノ場合デモ二ツノ圓周ハ A 以外ノ點デ更ニ出合ハナイ。 即チ相切スル。

〔系〕1 二ツノ圓ガ相切スル時ハ中心線ハ切點ヲ通ル。

〔系〕2 二ツノ圓ノ半徑ヲ r, r' $(r>r')$ トシ中心間ノ距離ヲ d トスルト

外切スル時ハ $d=r+r'$

內切スル時ハ $d=r-r'$

問1 二ツノ相ヒトシイ圓ノ位置ノ關係ニハイカナル場合ガアルカ。

問2 前定理ノ系及本定理ノ系2ノ逆ハ眞デアル。

問3 二ツノ圓ノ半徑ガ 4cm 3cm ナル時,次ノ場合ニオケル二圓ノ位置ノ關係ハドウカ。

$d=7cm$
$d=r+r'$

中心圓ノ距離ガ

$d=5cm$

(a) 5cm ナル時　(b) 7cm ナル時 $=7$

$r+r'$

(c) 0.5cm ナル時　(d) 1cm ナル時

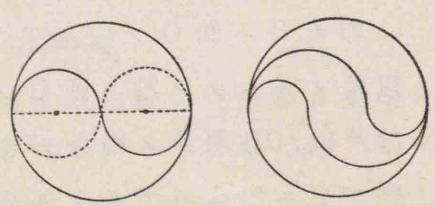
7 7 5 7 1

(e) 9cm ナル時

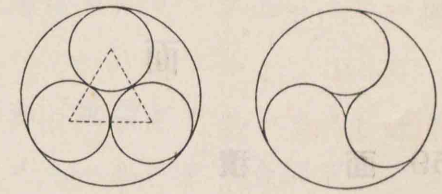
$9=4+3+2$

58 圓ノ集合

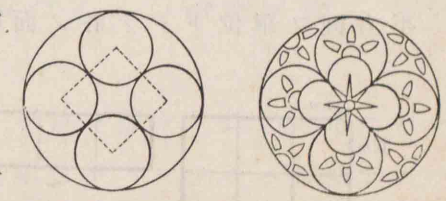
問一 右ノ圖ヲ大圓ノ直徑ヲ 6cm トシテ作圖セヨ。



問二 正三角形ヲカキソノ各頂點ヲ中心トシテ邊ノ半分ノ長サノ半徑デ三ツノ等圓ヲカキ,次ニ外側ノ圓ノ中心ト半徑ヲ工夫シテ右ノ圖ヲカケ。

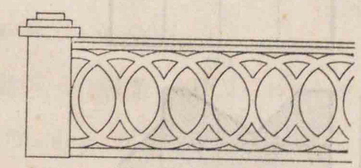


問三 右方ノ圖ノAハBノ下圖デアル。大圓ノ直徑ヲ 6cm トシテ作圖シ模樣ヲ考案セヨ。

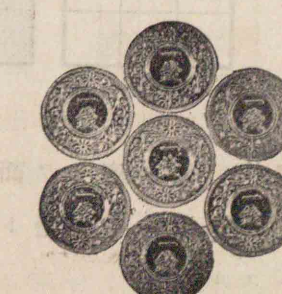


A　B

問四 次ノ圖ハ橋ノ欄干デアル。適當ノ大サハ作圖セヨ。



問五 右圖ノ如クーツノ一錢銅貨ノ周リニ六ツノ一錢銅貨ヲ置クト丁度相切セシメルコトガ出來ル理由ヲ證明セヨ。

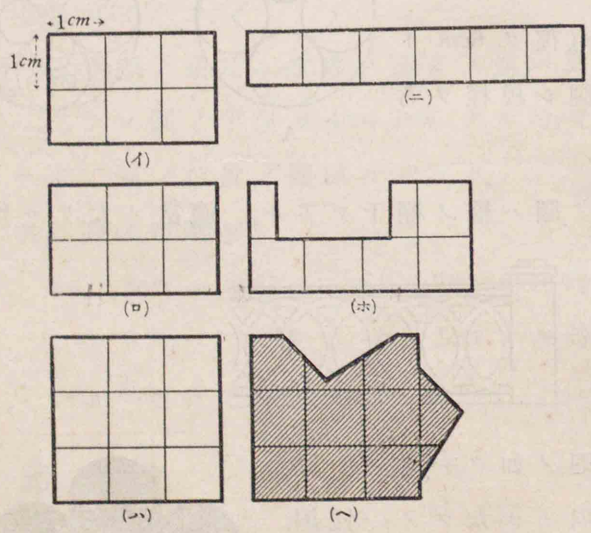


第九篇

面　積

59 面　積

問 次ノ圖ニ於テ面積ノ等シイノハドレカ平方糎ヲ單位トシテ各ノ面積ヲイヘ。



〔定義〕 面ノ廣サヲ面積トイフ。

長サノ單位ヲ一邊トスル正方形ノ面積ヲ面積ノ單位トスル。

二ツノ平面形ノ面積ガ相等シイ時ハソノ二ツノ平面形ハ等積ナリトイヒ,等積ナルコトヲ表ハスニハ記號＝ヲ用フ。

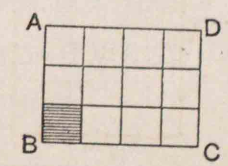
二ツノ合同ナル平面形ハ等積デアル。シカシ二ツノ平面形ガ相等シイタメニハ必ズシモ合同デナクトモヨイ。

〔定理〕 矩形ノ面積ハソノ二隣邊ノ積ニ等シイ。

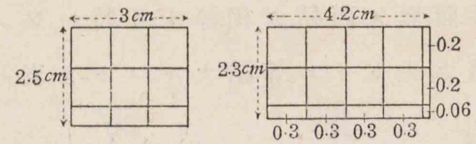
(嚴密ニイフト,長サノ單位ニ等シイ長サヲ邊トスル正方形ノ面積ヲ面積ノ單位トスルトキハ面積ヲアラハス數値ハ二隣邊ヲアラハス數値ノ積ニ等シイ。)

矩形ノ相隣レル邊ノ長サヲ $a\,cm$, $b\,cm$, 面積ヲ S 平方糎トスルト　$S=ab$

〔證明〕 例ヘバ矩形 ABCD ニ於テ AB=3*cm* AD=4*cm* デアルトスル。AB ハ三等分シ, AD ハ四等分シ, テ各分點カラ矩形ノ邊ニ平行線ヲヒクト面積一平方糎デアル正方形ガ四ツ宛三段出來ル。依テ全面積ハ (4×3) 平方糎デアル。

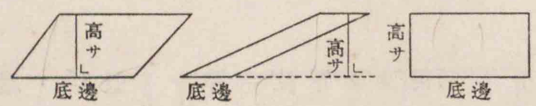


コノ理ハ 4, 3 トイフ數ニ限ラナイ。故ニ一般ニ矩形ノ面積ハ底邊ト高サトノ積ニ等シイ。



$(2.5\times3)cm^2=7.5cm^2$　$(2.3\times4.2)cm^2=9.66cm^2$

〔**定義**〕 平行四邊形ノ任意ノ一邊ヲ**底邊**トイフ。コノ時ソノ底邊ト對邊トノ距離ヲ**高サ**トイフ。



〔**定理**〕 底邊ト高サトガ夫々相等シイ二ツノ平行四邊形ハ等積デアル。

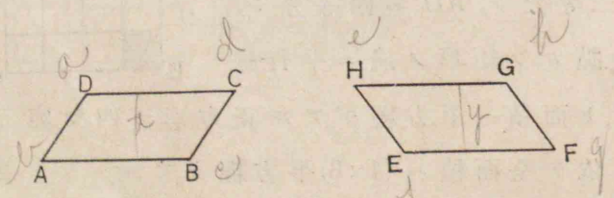
□ABCD, □EFGH ニ於テ

AB＝EF

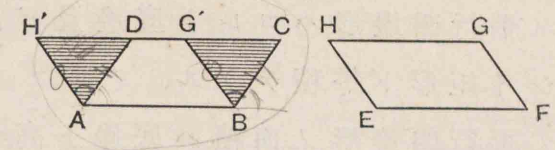
x＝y

且ツ高サ等シイ時ハ

□ABCD＝□EFGH



〔**證明**〕 □EFGH ヲ □ABCD 上ニモツテユク。



先ヅ底邊 EF ヲ AB ト重ネル。ソノ時 G, H ノオチル點ヲ G′, H′ トスル高サガ相等シイカラ G′, H′ ハ直線 CD 上ニアル。

△ADH′, △BCG′ ニ於テ

AD＝BC

AH′＝BG′

∠DAH′＝∠CBG′

∴ △ADH′≡△BCG′

四邊形 ABCH′ カラ上ノ各々ノ三角形ヲヒクト

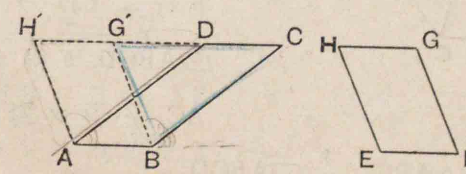
□ABCD＝□ABG′H′

∴ □ABCD＝□EFGH

EBCD －△E′BA＝
四巴形 E′BCD－△H′CD
□

〔**注意**〕 上ノ證明ニテ圖ノ如キ位置トナル時ハ

△H′HD≡△G′BC



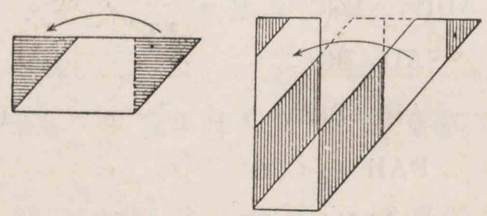
三巴が等しい
四巴形 H′ABC－△H′AD
＝四巴形 H′ABC－△G′BC
□ABCD＝□H′ABG′
＝□EFGH

△BCG′ ト △ADH′ ノ合同ナルコトカラサキノ證明ト略同様ナ手順デ證明サレル。

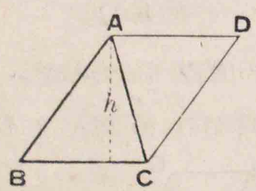
〔系〕1　平行四邊形ハコレト底邊及ビ高サガ夫々等シイ矩形ト等積デアル。

〔系〕2　平行四邊形ノ面積ハ底邊ト高サトノ積ニ等シイ。

問一　平行四邊形ヲ面積ヲカヘズニソノ一邊ヲ底邊トシタ矩形ニ直スコトガ出來ル。



〔定理〕　三角形ハコレト等シイ底邊及ビ等シイ高サノ平行四邊形ノ$\frac{1}{2}$デアル。



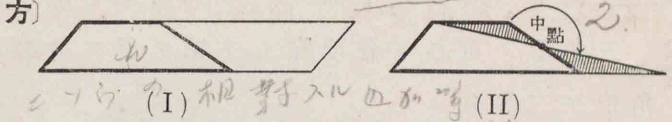
〔考ヘ方〕　AカラBCニ平行ニAD, CカラBAニ平行ニCDヲヒケバ▱ABCDガ得ラレル。ACハソノ對角線デアルカラ　$\triangle ABC=\frac{1}{2}$▱ABCD

〔系〕三角形ノ面積ハ底邊ト高サトノ積ノ$\frac{1}{2}$デアル。

〔定理〕梯形ノ面積ハ上底,下底ノ和ト高サトノ積ノ$\frac{1}{2}$デアル。

$\frac{上底+(下底)\times h}{2}$

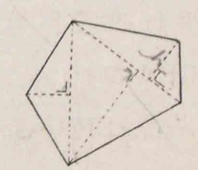
〔考ヘ方〕

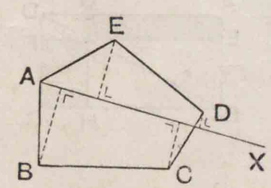


問1　三角形ヲ適當ニ切ッテ矩形ニ直セ。

問2　物指デ必要ナ線分ノ長サヲ測ッテ次ノ多角形ノ面積ヲ求メヨ。

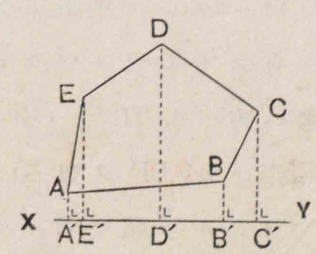
(イ)　三角形ニ分ケル方法





(ロ)　AXナル基線ヲヒイテ之ニ各頂點カラ垂線ヲヒキ直角三角形ト梯形トノ面積ヲ求ムル方法ニヨッテ

(ハ)　形外ニ基線XYヲヒキコレニ垂線ヲオコシ梯形ノ面積ヲ求ムル方法デ。

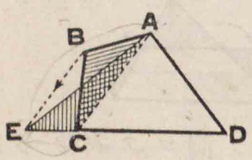


問　題　8

1　三角形ノ一ツノ中線ハコノ三角形ヲ二等分スル.

2　三角形ノ重心ト各頂點トヲ結ブ三ツノ直線ハ三角形ヲ三等分スル。

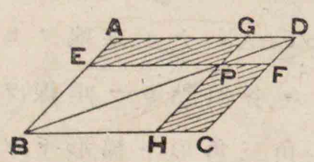
3　四邊形ヲ面積ヲカヘナイデ三角形ニ直セ。

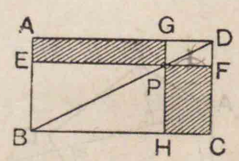


〔注意〕 コノ方法ヲ逐次行フト多角形ヲソレニ等積ナ三角形ニ直スコトガ出來ル。

4　P ヲ平行四邊形 ABCD ノ對角線 BD 上ノ一點トシ EPF,GPH ヲ夫々 AD,AB ニ平行ニヒク時ハ

$$\square AEPG=\square PHCF$$

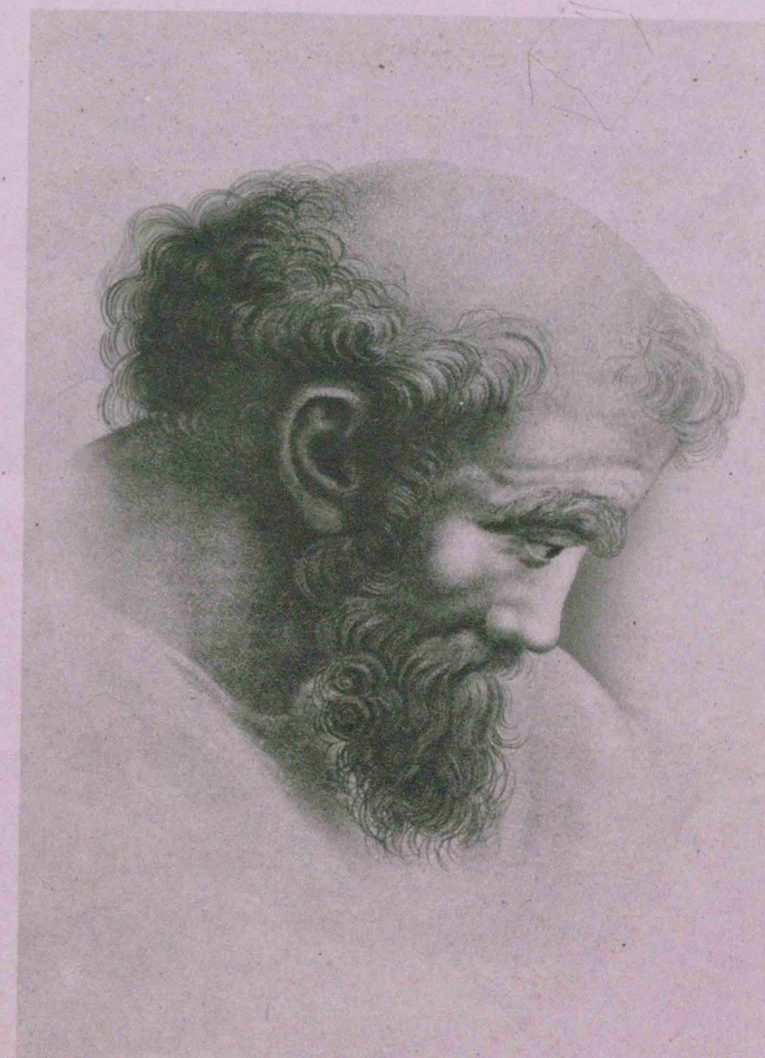
(I)


(II)


5　與ヘラレタ矩形ト等積デアッテ與ヘラレタ一邊ヲ有スル矩形ヲツクレ。

〔考へ方〕 4, (II) ヲミルニ □AEPG ヲ與ヘラレタ矩形トシ, PF ヲ與ヘラレタ一邊ト考へ □PHCF ヲツクル手順ヲ考ヘヨ。

ピ　タ　ゴ　ラ　ス



Pythagoras

ピタゴラス　Pythagoras

（西暦紀元前約569年—500年）

ピタゴラスハ 地中海ノ サモス島ニ生マレ，伊太利ノ南方 クロトナ ニ於テ 有名ナ ピタゴラス學校ヲ 創設シタ。彼ハ此ノ學校デ 哲學，數學，自然科學ヲ 教ヘタ。コノ學校デノ彼ノ成功ハ，實ニ偉大ナモノデ アツテ 聽衆ガ常ニ講堂ニ溢レタトイハレル。コトニ當時公開ノ席ニ出ルコトヲ，トメラレテヰタ婦女子サヘ，其ノ禁ヲ破ツテ聽講シタ程デアツタ。

彼ノ倫理學，哲學ハ スベテ 數學ノ上ニタテラレタモノデアツタ。彼ハ天文學，機械學，音樂ニモ長ジタトイハレルガ。秘密ヲ重ンジタカラ，著書トシテノコサレタモノハナイ，ピタゴラスノ定理ハ幾何學ニ於ケル最モ重要デアツテ，且ツ興味アル定理デアルガ，コレハ彼以前ニ知ラレテヰタモノヲ 彼ガ嚴密ニ證明シタカラ，彼ノ名ヲ以テ呼バルヽヨウニナツタモノデアル。併シ彼ノ證明法ハ今傳ツテヰナイ。コノ定理ノ證明法ハ凡ソ五十種モアルトイハレル。本書ニトツタモノハ ユウクリツドノ發見シタモノトイハレテヰル。

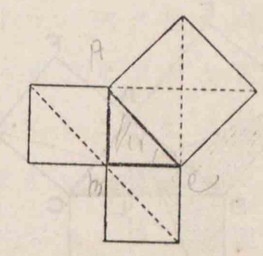
60　ピタゴラス定理

問一　次ノ圖ハ最初ニ直角二等邊三角形ヲカキ，次ニ各邊ノ上ニ正方形ヲカキ，之ヲ點線ニヨツテ直角三角形ニ分割シタモノデアル。

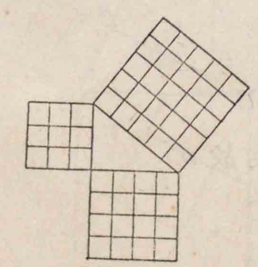
角度が同じ

分割サレタ直角三角形ハモトノ直角三角形ト合同カ。

直角三角形ノ斜邊上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シイカ。



問二　直角ヲ夾ム二邊ガ 3cm, 4cm デアル直角三角形ヲカケ。斜邊ノ長サハ何程トナルカ。

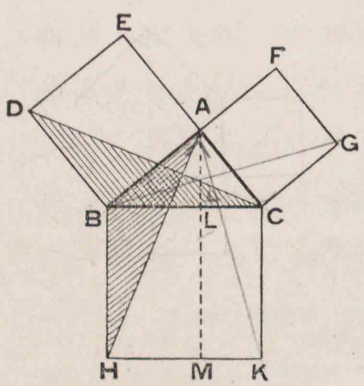


問三　任意ノ直角三角形ヲカキ，三邊ノ長サヲ測リ，斜邊ノ上ニ出來ル正方形ノ面積ト他ノ二邊ノ上ニ出來ル正方形ノ面積ノ和トノ關係ヲシラベヨ。

〔定理〕 直角三角形ニ於テ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シイ。

(*Pythagoras* ノ定理)

Aガ直角デアル直角三角形ABCノ各邊ノ上ニ正方形ヲツクルト



$BC^2=AB^2+AC^2$

〔BC^2 ニテ BC ノ上ノ正方形ヲ表ハス〕

〔證明〕 AカラBCニ垂線ALヲ下シ延長シテHKト交ハツタ點ヲMトスル。

DC, AH ヲ結ブ。

ソウスルト　$\triangle DBC \equiv \triangle ABH$

$$\because \begin{cases} DB=AB \quad BC=BH \\ \angle DBC=\angle ABH \quad (\text{何故カ}) \end{cases}$$

然ルニ　正方形DBAE $=2.\triangle DBC$

　　　　矩　形BHML $=2.\triangle BHA$

$\therefore$　正方形DBAE＝矩　形BHML

同様ニシテ　正方形ACGF＝矩　形LMKC

故ニ　正方形DBAE＋正方形ACGF＝□BHML＋□LMKC

$\sqrt{169}$

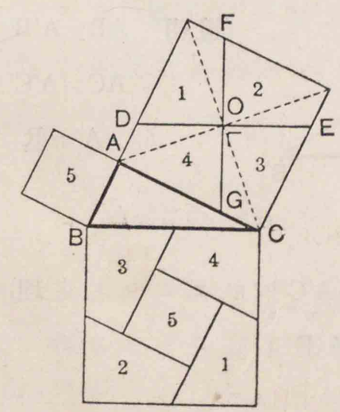
故ニ　正方形DBAE＋正方形ACGF＝正方形BHKC

即チ　$AB^2+AC^2=BC^2$

問 1　矩形ノ二邊ガ 5*cm*, 12*cm* ナル時ハソノ對角線ハ何程カ。

問 2　一邊ガ 6*cm* ナル正三角形ノ高サヲ計算セヨ。

問 3　紙又ハウスキボール紙ノ上ニ次ノ様ナ直角三角形ヲエガキ,ソノ各邊ノ上ニ正方形ヲカキ實線デ示スヨウニ AC ノ上ノ正方形ヲ 1, 2, 3, 4, ノ部分ニ分割シ,コレト AB 上ノ正方形5トヲ圖ノ様ニ BC ノ上ノ正方形上ニモツテキテ,ピタゴラス定理ノ眞ナルコトヲ實驗セヨ。



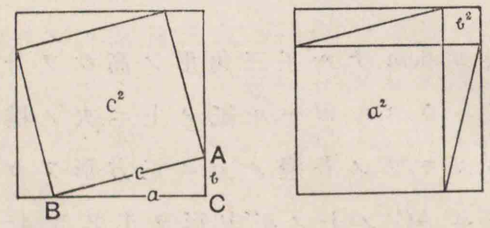
但シ O ハ AC ノ上ノ正方形ノ對角線ノ交點デアル。 DE ∥ BC

FG ⊥ BC。

〔注意〕 小サイ風呂敷二枚ヲツイデ大キイ風呂敷ヲツクル時ノ裁方ハコノ問題カラ求メラレル。

問 4　一ツノ直角三角形ノ直角ヲハサム二邊ノ和ヲ一邊トシタ正方形ヲ二ツカイテ,一方ハ斜邊ノ上ノ

正方形ト直角三角形四ツニ,他方ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ト直角三角形四ツニ分割シテ,ピタゴラス定理ヲ證明セヨ。



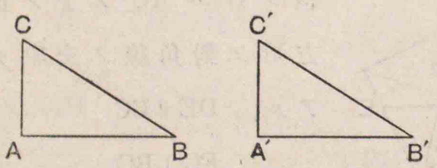
〔系〕 ピタゴラス定理ノ逆ハ眞デアル。

$\triangle ABC$ ニ於テ $AC^2+AB^2=BC^2$ ナル時ハ $\angle A$ ハ直角デアル。

〔證明〕 $AB=A'B'$

$AC=A'C'$

$\angle A'=$∟R



ナル様ナ $\triangle A'B'C'$ ヲツクル。

然ル時ハ　$B'C'^2=A'B'^2+A'C'^2$ (ピタゴラス定理)

$=AB^2+AC^2$

$=BC^2$

$\therefore\ B'C'=BC$

故ニ $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ ハ三邊ヲ等シクスルカラ

$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

然ルニ　$\angle A'=$∟R

$\therefore$　$\angle A=$∟R

故ニ $\triangle ABC$ ハ A ヲ直角トスル直角三角形デアル。

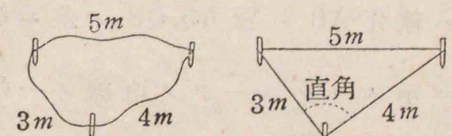
問 1　次ノ様ナ三邊ヲモツテ居ル三角形ハ直角三角形カ。

(1) $3cm,\ 4cm,\ 5cm,$ yes

(2) $8cm,\ 17cm,\ 15cm,$ yes

(3) $12cm,\ 36cm,\ 34cm,$ No.

〔注意〕 第I圖ノ様ニ長サ $12m$ ノ綱ヲ輪狀ニ結ビ $3m,\ 4m,\ 5m,$ 宛離シテ三本ノ棒ヲムスビツケコレヲ第II圖ノ様ニ綱ヲ緊張サセルト $5m$ ノ綱ノ向フニ直角ガ出來ル。



(I)　　(II)

問 2　m, n ニテ任意ノ整數ヲ代表セシムルトキ $m^2+n^2,\ m^2-n^2,\ 2mn$ ヲ三邊トスル三角形ハ直角三角形デアルコトヲ證明セヨ。

三邊ノ長サガ整數デ表ハサレル様ナ直角三角形ヲツクルニハ此方法ヲ使フコトガ出來ル。

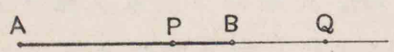
第十篇
比例

61 比例線

A:B=B:C
B²=AC

〔**定義**〕 線分 AB 上ニ一點 P ヲトル時ハ點 P ハ線分 AB ヲ**内分**スルトイヒ，AB ノ延長上ニ一點 Q ヲトル時ハ點 Q ハ線分 AB ヲ**外分**スルトイフ。

分點デ分タレタモトノ線分ノ二部分ヲモトノ線分ノ**分**トイフ。



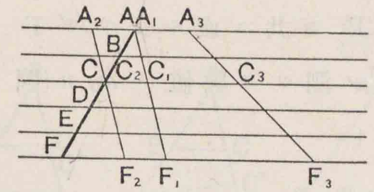
内分ノ時ハ線分 AB ハ分 (AP, PB) ノ和ニ等シク

外分ノ時ハ線分 AB ハ分 (AQ, QB) ノ差ニ等シイ。

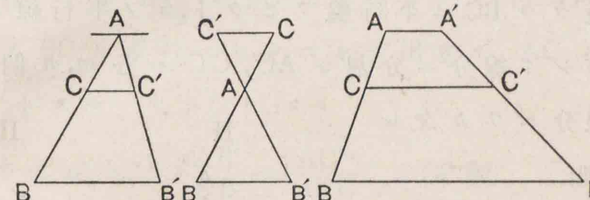
問 次ノ圖ニ示スヨウニ一ツノ直線ノ一端 A カラ AB=BC=CD=DE=EF トナルヨウニコンパスデキリ各分點ヲ通ッテ一ツノ平行線群ヲツクレ。

次ニ A ト F トヲ通ル平行線上ニ兩端ヲオク線分ヲツクレ。コノ線分ハコレ等ノ平行線ニヨッテ等分サレルカ。

コノ時 $AC:CF$ ハ $A_1C_1:C_1F_1$, $A_2C_2:C_2F_2$, $A_3C_3:C_3F_3$ 等ト等シイカ。



コノ圖カラ次ノ (I)(II)(III) ノ圖ガトリ出サレル。



(I) (II) (III)

〔I〕 デハ C, C′ ハ AB, AB′ ヲ夫々内分シ，AC : CB, AC′ : C′B′ ハソノ分ノ比デアル。

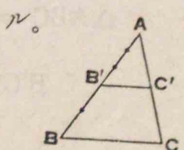
〔II〕 デハ C, C′ ハ AB, AB′ ヲ外分シ AC : BC, AC′ : B′C′ ハソノ分ノ比デアル。

〔III〕 デハ C, C′ ハ AB, A′B′ ヲ内分シテ居ル。

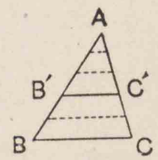
〔**定理**〕 三角形ノ一邊ニ平行ナ直線ハ他ノ二邊ヲ相ヒトシイ比ニ内分又ハ外分スル。

〔**假設**〕 △ABC ノ一邊 BC ニ平行ナ直線ガ AB, AC 又ハソノ延長ト交ハル點ヲ夫々 B′, C′ トスル。

〔**終結**〕 $$\frac{AB'}{B'B}=\frac{AC'}{C'C}$$



I

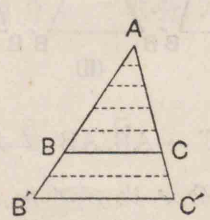


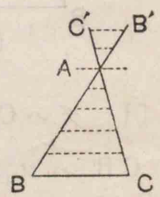
〔證明〕 AB′, B′B ガ共ニ或ル長サデ丁度測ラレル時ソノ測ッタ數値ヲ m, n (圖デハ 3,2,) トスルト

$$AB' : B'B = m : n$$

今 AB′, B′B ヲコノ丁度測ラレタ或ル長サデキリ各分點ヲ通ッテ BC ニ平行線ヲヒクト,コノ平行線ハ AC ヲ又相等シイ線分ニ分割シ AC′, C′C ハ各 m, n 個ノ相等シイ線分ニワカタレル。(定理)

II　III





ソウスルト

$$AC' : C'C = m : n$$

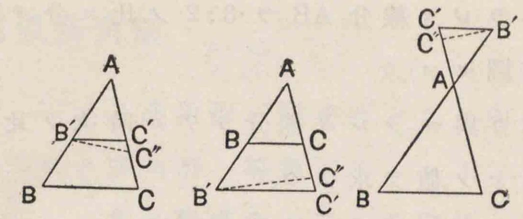
$$\therefore\ AB' : B'B = AC' : C'C$$

〔系〕 梯形ノ兩底ニ平行ナ直線ハ平行デナイ邊ヲ相等シイ比ニ内分又ハ外分スル。 (前頁問ノIII圖參照)

〔定理〕 三角形ノ二邊ヲ同ジ比ニ内分又ハ外分スル直線ハ第三邊ニ平行デアル。

△ABC ニ於テ $\dfrac{AB'}{B'B} = \dfrac{AC'}{C'C}$ ナル時ハ

$$B'C' \parallel BC$$



〔證明〕 モシ B′C′ ガ BC ニ平行デナイトスルト B′C″ ヲ BC ニ平行ニヒクコトガ出來ル。AC トノ交點ヲ C″ トスル

ソウスルト　$\dfrac{AB'}{B'B} = \dfrac{AC''}{C''C}$　(定理)

シカルニ　$\dfrac{AB'}{B'B} = \dfrac{AC'}{C'C}$　(假設)

故ニ　$\dfrac{AC''}{C''C} = \dfrac{AC'}{C'C}$

$\therefore\ 1+\dfrac{AC''}{C''C} = 1+\dfrac{AC'}{C'C}$　(外分ノ時ハ1トノ差ヲツクル)

$\dfrac{C''C+AC''}{C''C} = \dfrac{C'C+AC'}{C'C}$　(合比ノ理)

$\dfrac{AC}{C''C} = \dfrac{AC}{C'C}$

$\therefore\ C''C = C'C$

故ニ　C′, C″ ハ一致セネバナラヌ。

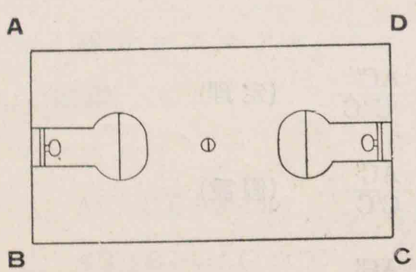
即チ　$B'C' \parallel BC$

問1 與ヘラレタ線分 AB ヲ 3:2 ノ比ニ分テ(内分外分兩方作圖セヨ)

問2 a,b,c ガ與ヘラレタ線分デアル時次ノ比例式ヲ滿足スル x ノ値ヲ求メヨ。

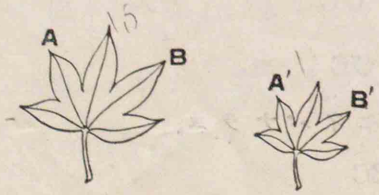
$$a:b=c:x$$

62 相似形



圖ニ示スハバスケットボールノコートヲ $4m$ ヲ $1cm$ ニカイタ圖デアル。コノ圖ト本當ノバスケットボールノコートトハ形ガ同一デアル。コウイフ二ツノ圖形ヲ**相似**デアルトイフ。コノ圖ノ AB ノ長サト實際ノコートノ短カイ側ノ長サトノ比ハ $1cm:4m$ デソノ比ノ値ハ $\frac{1}{400}$ デアル。コレヲ**相似率**トイフ。

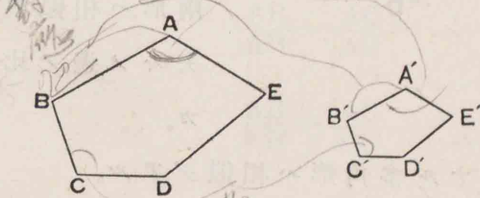
問1 次ノ圖ハ相似形デアルカ。相似率ハ何程カ(相對應スル部分,例ヘバ AB, A'B' ヲ測ッテ相似率ヲ求メヨ)



63 相似多角形

〔定義〕 二ツノ多角形デ順々ニトッタ角ガ相ヒトシイ時ハ二ツノ多角形ハ**等角**デアルトイフ。ソシテ一双ノ相等シイ角ヲ**對應角**ト云ヒ,**對應角**ノ頂點間ノ邊ヲ**對應邊**トイフ。

二ツノ多角形ガ等角デ且ツ對應邊ノ比ガ相等シイ時コノ多角形ヲ相似多角形トイフ。



多角形 ABCDE, A'B'C'D'E' ニ於テ

$$\angle A=\angle A',\ \angle B=\angle B',\ \angle C=\angle C',\ \angle D=\angle D'\ \ \angle E=\angle E'$$

且ツ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'}$$ ナル時

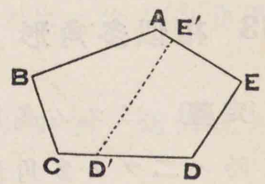
ABCDE ト A'B'C'D'E' トハ相似形デアル。

相似多角形ナルコトヲ示ス記號ニ ∽ ヲ用フ。

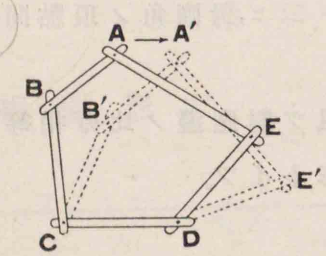
即チ　ABCDE ∽ A'B'C'D'E'

$1=\frac{AB}{AB}=\frac{BC}{BC}=\frac{CD}{CD'}=\frac{DE}{DE}=\frac{AE}{AE'}$

問一　圖ニ於テ E′D′ ∥ ED ナル時 ABCDE ト ABCD′E′ ハ等角カ。又相似デアルカ。



問二



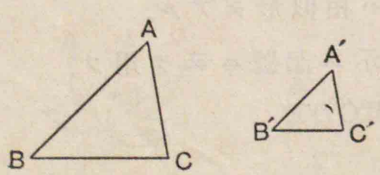
ABCDEA ノヨウナ木ノ枠ヲツクリ矢ノ方向ニ押シテツクツタモノガ A′B′CDE′A′ デアルコノ兩形ハ相似形カ。夫々ノ邊ノ比ハ等シイカ。

問三　合同ナル多角形ハ相似デアル。

問四　一ツノ多角形ニ相似ナル二ツノ多角形ハ相似デアル。

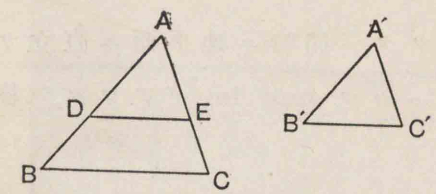
64 相似三角形

〔定理〕 夫々相等シイ角ヲ有スルニツノ三角形ハ相似デアル。



〔假設〕 △ABC, △A′B′C′ ニ於テ ∠A=∠A′ ∠B=∠B′, ∠C=∠C′

〔終結〕 △ABC∽△A′B′C′



〔證明〕 A′B′=AD　A′C′=AE ナルヨウニ D,E ヲトリ D, E ヲ結ブ。

ソウスルト　△ADE≡△A′B′C′

∴　∠ADE=∠B′=∠B

∴　DE ∥ BC

∴　$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$

∴　$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$

同様ニシテ　$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$

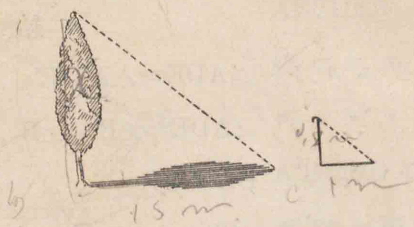
∴　$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$

依ツテ　△ABC∽△A′B′C′

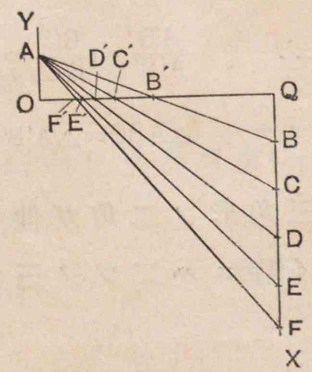
〔系〕 一ツノ三角形ノ二角ガ他ノ三角形ノ二角ニ夫々等シイ時ニハ二ツノ三角形ハ相似デアル。

問 1　梯形ノ二ツノ對角線ハ互ニ他ヲ平行ナ二邊ノ比ニ分ケル。

問 2　アル時刻ニ地平面上ニ投ズル樹木ノ影ヲ測ッタノニ 15m デアッタ。同時ニ地平面ニ直立サセタ 0.8m ノ杖ノ影ヲハカッタラ 1m デアッタ。樹木ノ高サハ何程カ。



問 3　與ヘラレタ直線OQヲ種々ノ數ニ等分スルノニOQニ垂直ナ OY, QX ヲ引キ任意ノ長サデ OA=QB=BC=CD=……ヲ定メ AB,AC,AD……ヲ結ブト OB′,OC′,OD′,OE′……ハ夫々OQノ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$……デアル。



塵　劫　記

豐臣秀吉ノ臣毛利勘兵衛重能ハ支那カラ**算法統宗**（明ノ萬暦二十年新安ノ汝思甫ノ著セル算書）トイフ本ヲ持チ歸リ**歸除濫觴**二卷ヲ著シタ。之ハ我ガ國ニテ出來タ初メテノ算術書デアル。京都ニ道場ヲ開キ表札ニ天下一割算指南ト書キ多クノ門弟子ニ敎ヘタ。其ノ弟子中、今村知商、吉田光由、高原吉種ハ三子ト呼バレ拔群ノ高弟デアツタ。

吉田光由（皇紀2258―2332）ハ洛西嵯峨ノ人、寛永四年**塵劫記**ヲ著シタ。我國ニ出來タ第二番目ノ算術書デアル。其後若干ノ改訂增補ヲシテ飜刻シソノ種類數十種ニ及ブトイハレル。德川時代寺小屋ニ於テ庶民算術書トシテ最モ廣ク用ヒラレタモノノ一ツデアル。

茲ニ示スハ明治ニナツテ飜刻サレタ新編塵劫記大全ノ一頁ヲ示シタモノデアル。圖中下欄ニ示ス文章ハ次ノ如キモノデアル。

○立木の間を積る事

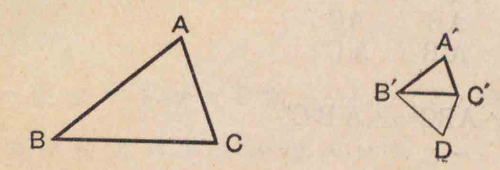
是は柚など如斯內股より木の末を見通しにて扨夫より木の元迄打て長さ何程といふ此木七間半也又術に鼻紙を四角に折又角を打て下の角に糸にて小石にても重りを付て斯のごとく下の角より上の角迄見通して木の末を見扨夫より木の根迄七間あらば又居丈を半に入申す也。

〔**定理**〕 二ツノ三角形ノ三邊ガ夫々比例スル時ハ相似デアル。

〔**假設**〕 $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$ ニ於テ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$$

〔**終結**〕 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



〔**證明**〕 $\angle C'B'D=\angle B$,

$\angle B'C'D=\angle C$, ナル樣ニ $B'D, C'D$ ヲ $B'C'$ ニ關シテ $\triangle A'B'C'$ ノ反對側ニツクル。

ソウスルト $\triangle DB'C' \backsim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{B'C'}{BC}=\frac{C'D}{CA}=\frac{DB'}{AB}$$

然ルニ假設カラ $\dfrac{B'C'}{BC}=\dfrac{C'A'}{CA}=\dfrac{A'B'}{AB}$

$$\therefore \frac{C'D}{CA}=\frac{C'A'}{CA} \qquad \therefore C'D=C'A'$$

又 $\dfrac{DB'}{AB}=\dfrac{A'B'}{AB} \qquad \therefore DB'=A'B'$

$$\therefore \triangle DB'C' \equiv \triangle A'B'C'$$

$$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DB'C' \backsim \triangle A'B'C'$$

$$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

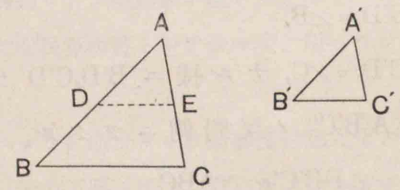
〔**定理**〕 二ツノ三角形ニ於テ一角ガ相等シク之ヲ夾ム二邊ガ比例スル時ニハ二ツノ三角形ハ相似デアル。

〔**假設**〕 $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トニ於テ

$$\angle A=\angle A'$$

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$$

〔**終結**〕 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



〔**證明**〕 $AD=A'B'$ $AE=A'C'$ ナル様ニ D,E, ヲトリ DE ヲ結ビツケルト

$$\triangle ADE \equiv \triangle A'B'C'$$

假設ニヨリ $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}$ ナルガ故ニ

$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$$

$\therefore$ $DE \parallel BC$ (何故カ)

$\therefore$ $\angle B=\angle ADE$

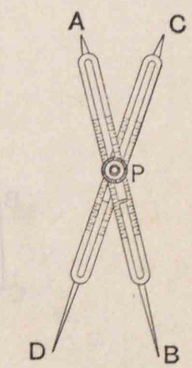
$\angle C=\angle AED$

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

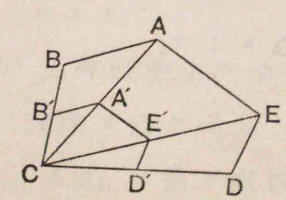
問 1 線分ヲ與ヘラレタル比ニ大キクシタリ小サクシタリスルニ用ヒル**比例コンパス**ハ次ノ圖ノ様ナ器械デアル。

AB,CD ハ長サヒトシクP點ハAPガCPニ等シクナル様ニ任意ノ位置ニトメル様ニシテアル。AC デ實物ヲハカルト DB ハ之ヲ擴大シタ長サガアラハレル。圖ニ示ス位置デノ擴大率ハドノ部分ノ長サノ比デアルカ。擴大率ヲ尚大キクスルニハドウスレバヨイカ,縮小ノ時ニハドウイフ風ニ使用スルカ。



〔**注意**〕 擴大率ハコノ比例コンパスノ脚ニカイテアルカラソノ位置ニPノネジノシルシヲアハセテトメレバヨイ。

問 2 圖ニ於テ



$$\frac{CD'}{D'D}=\frac{CE'}{E'E}=\frac{CA'}{A'A}=\frac{CB'}{B'B}$$

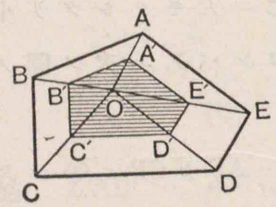
ナル時ハ $CD'E'A'B' \backsim CDFAB$

問 3　次ノ圖ニ於テ O ヲ平面上ノ任意ノ點トシ

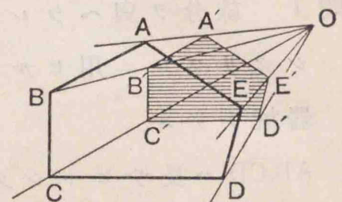
$$\frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}=\frac{OC}{OC'}=\frac{OD}{OD'}=\frac{OE}{OE'}$$ ナル時ハ

$$A'B'C'D'E' \backsim ABCDE$$

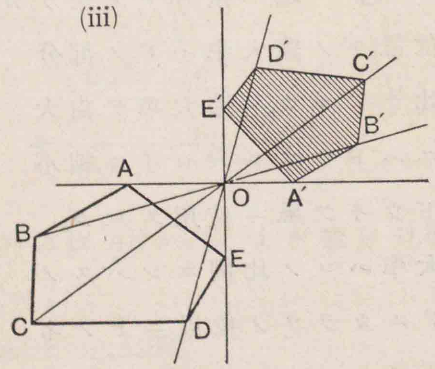
(i)



(ii)



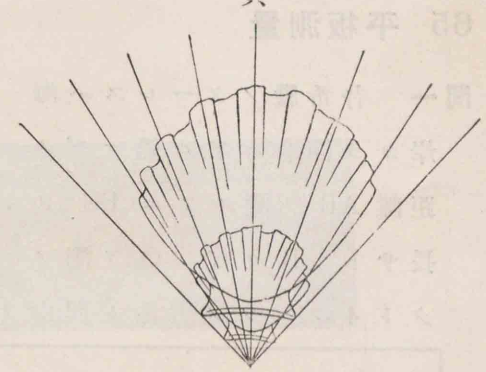
(iii)



〔注意〕 コノ問題ノ ABCDE ト A'B'C'D'E' ハ相似ノ位置ニアルトイヒ, O ヲ相似ノ中心トイフ。

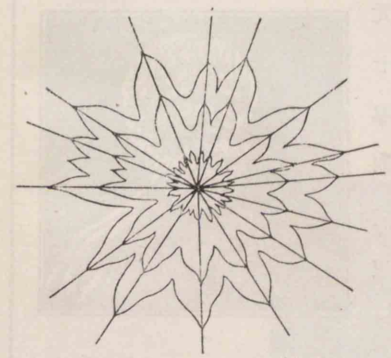
問 4　問 3 ノ方法ヲ用ヒテ次ノ如ク任意ノ圖ヲ擴大又ハ縮小シテ見ヨ。

貝



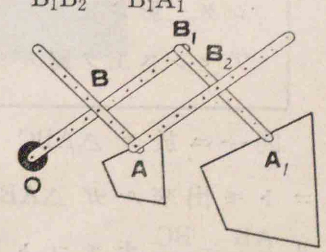
相似率 $\frac{1}{2}$

ダリヤ



相似率 $\frac{2}{3}$

問 5　圖形伸縮模寫器(パントグラフ)ハ圖ノヨウニ BAB_2B_1 ガ平行四邊形デアッテ $\frac{OB}{B_1B_2}=\frac{OB_1}{B_1A_1}$ ニナッテ居ル。



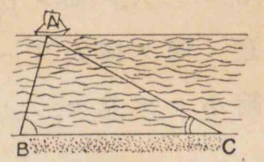
(a) O, A, A_1, ハ常ニ一直線ヲナスコト。

(b) A ガ直線上ヲ動ケバ A_1 ハ直線ヲ描クコト

(c) A, A_1, ノ描ク直線形ハ相似デアルコトヲ證セヨ。

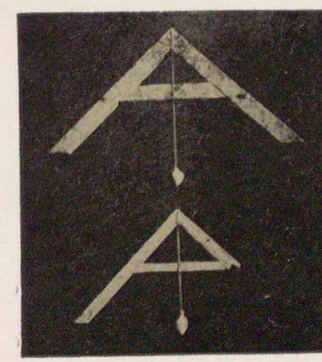
65　平板測量

問一　昔希臘ノターレスハ海岸カラ沖合ニアル船マデノ距離 AB ヲ測ルノニ BC ノ長サト ∠B 及ビ ∠C ヲ測ッタトイフ。ソノ方法ト理由ヲ述べヨ。



ターレス Tnales（西曆紀元前 640—546）ハギリシヤノ七賢人デ偉大ナ數學者,天文學者デアツタ。二等邊三角形ノ兩底角ノ相等シキコト,三ツノ角ガ夫々相ヒトシキ三角形ノ對應邊ガ比例スルコト,半圓内ノ角ガ直角ナルコト,底邊トソノ二ツノ底角ガ與ヘラレルトキソノ三角形ハ定マルコト,等ヲ發見シタ。影ノ長サニヨツテピラミツドノ高サヲ測ツテアマシス王ヲ驚カシタ話ハ有名デアル。

問一ニ於テ △ABC ト合同ノ三角形ヲ作ツテ求メルコトモ出來ルガ △ABC ノ相似ナル三角形 A′B′C′ ヲ作リ $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$ ナルコトヨリ AB ノ長サヲ求メルコトガ出來ル。



埃及人ノ土地測量

"Geometry is the gift of the Nile" 即チ幾何學ハ ナイル河ノ賜デアルトイハレル。コレハ カノ ナイル河ガ毎年洪水ノタメニ汎濫シテ土地ノ目標ヤ境界線ヲ消失サシテシマフタメニソノ跡ヲ測量セネバナラナ カツタ事情ヲイツタ モノデアル。Geometry ノ Geo ハ土地ノ意 metry ハ測量ノ意デアルコトデモ明カデアル。

コノ様ナ土地ノ測量ヤ天文觀測等ノ實用的方面カラ幾何學ガ築カレテキタコトヲ示シテ居ル。即チ實用幾何ハ人生幾何ノ出發點ヲナシ、又尤モ自然的ナ且ツ興味深キ幾何學ノ部面デアルトイツテヨイ。表面ノ圖ニ於テ、

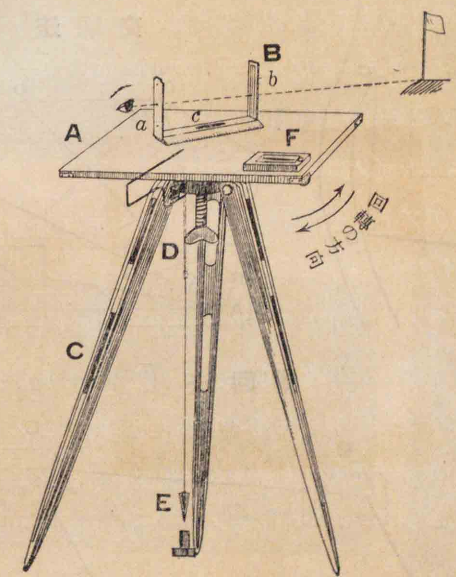
上ノ圖ハ エヂプト人（西暦紀元前 1400年）ガ土地測量ニ出カケル所ヲカイタモノデ、

下ノ圖ハ エヂプト デ用ヒラレタ A形水平器デアル。

A形ノ上部 二等邊三角形ノ頂點カラ重錘ガツルサレテアリコノ鉛直線ガ二等邊三角形ノ底邊ノ中點ヲ通ル時ハコノ二等邊三角形ノ底邊ハ水平デアルコトヨリ水平線水平面ヲ定メルヨウニナツテ居ル。コレハ エヂプト カイロ ノ博物館ニ陳列サレテ居ルモノデアル。

コノ様ニ未知ノ距離ヲ求メルニ野外デ測量シタ結果ヲ縮圖ニ描キ,ソノ圖ノ上デ未知ノ距離ニ相當スル所ヲ測ツテ計算ニヨツテ實際ノ長サヲ出スコトガ出來ル。カヽル測量ニハ**平板測量**ガ多ク用ヒラレル。

平板測量ニハ平板器ヲ用ヒル。ソノ要部ハ平板(A)覘視器(アリダード)(B), 三脚(C), 求心器(D), 垂球(E), 磁石(F)等デアル。

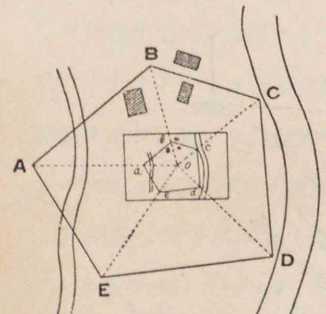


a（覘視孔）　c（水準器）　b（毛髪線）

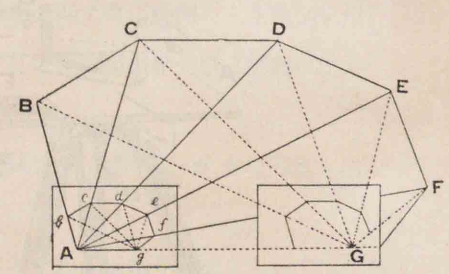
アリダードニアル水準器ニヨリ三脚ヲ調節シテ平板ヲ水平ニシ,求心器ニヨリ測量基點ノ眞上ノ板上ニ圖上ノ基點ヲ定メ,アリダードノ孔ヨリ目標ヲネラヒテ方向ヲ定メ,アリダードノ縁ニアル定規ニヨツテソノ方向ヲ平板上ニ描クノデアル。

平板測量ニヨル作圖ニハ種々ノ方法ガアルガ次ニソノ例ヲ示サウ。

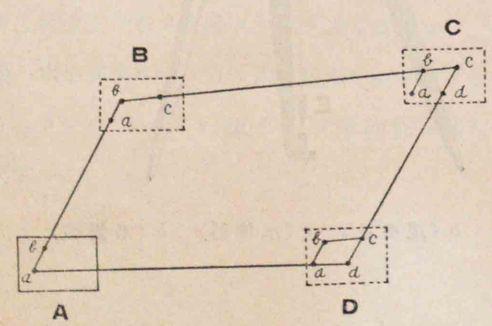
射出法

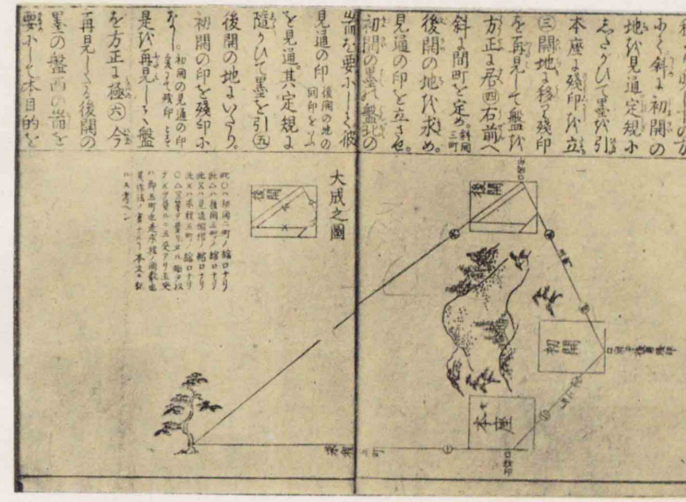


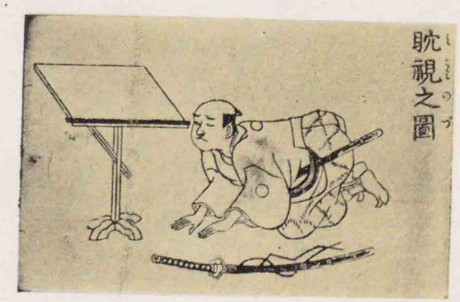
交切法



周回法







量地指南

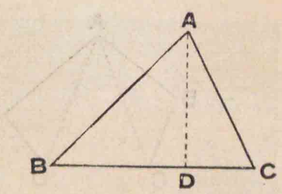
コレハ享保十五年（皇紀2390年）**村井昌弘**ノ編述シタ測量書デアル。

卷一ヲミルニ、**先量作法ノ事**（コレハ先ヅ量ルノ意デ概測ノ必要ヲノベテ居ル）**精眼作法ノ事**（コレハ眼力ヲ精シクスベキコトヲノベテ居ル。清明ノ日、陰曇ノ日、炎暑ノ日、嚴寒ノ日又ハ雨後、雪日、春夏秋冬ナド、時ニヨリ日ニヨリ、其他日ヲ前ニシ、日ヲ後ニシ、風ニ向ヒ風ニ背キ、或ハ眞向キ、斜向キ、直上、直下等見違ユルナキ樣ニ眼力ヲ養フベキコトヲノベテ居ル）

本座ヲ選ブ作法ノ事（測量ノ基點決定）**開地ヲ求ムル作法ノ事**（平板ヲ移動スルコト）**量盤居ヤウノ事**、**眂視ヤウ作法ノ事** 等ヲノセテ居ル。

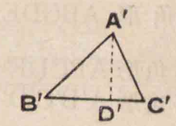
卷二以下實際ノ場合ヲノベテ居ル今日カラミルモ参考トナル記事ガ多イ。

〔定理〕 相似三角形ノ比ハ對應邊ノ上ノ正方形ノ比ニ等シイ。



〔假設〕 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

〔終結〕 $\dfrac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C} = \dfrac{BC^2}{B'C'^2}$



〔證明〕 $AD \perp BC,\ A'D' \perp B'C'$ ナルヨウニ $AD, A'D'$ ヲヒク。

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} BC.AD$$

$$\triangle A'B'C' = \frac{1}{2} B'C'.A'D'$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'} = \frac{BC.AD}{B'C'.A'D'}$$

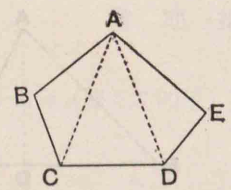
然ルニ　$\triangle ABD \backsim \triangle A'B'D'$

$$\because \begin{cases} \angle B = \angle B' \\ \angle BDA = \angle B'D'A' = \angle R \end{cases}$$

$$\therefore \quad \frac{AD}{A'D'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'} = \frac{BC.AD}{B'C'.A'D'} = \frac{BC.BC}{B'C'.B'C'} = \frac{BC^2}{B'C'^2}$$

〔系〕 相似多角形ノ比ハ對應邊ノ上ノ正方形ノ比ニ等シイ。



〔假設〕 多角形 ABCDE∽多角形 A′B′C′D′E′ ナル時ハ

〔終結〕 $\dfrac{\text{多角形 ABCDE}}{\text{多角形 A}'\text{B}'\text{C}'\text{D}'\text{E}'}=\dfrac{AB^2}{A'B'^2}$

〔證明〕 對應スル一ツノ頂點カラ對角線ヲヒイテ三角形ニワケル。

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ (何故カ)

$\triangle ACD \backsim \triangle A'C'D'$ (何故カ)

…………………………

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\frac{AB^2}{A'B'^2}$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\frac{\triangle ACD}{\triangle A'C'D'}=\frac{\triangle ADE}{\triangle A'D'E'}\cdots\cdots=\frac{AB^2}{A'B'^2}$$

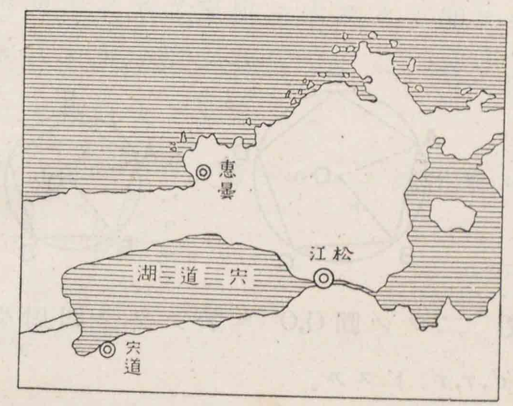
$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC+\triangle ACD+\triangle ADE+\cdots\cdots}{\triangle A'B'C'+\triangle A'C'D'+\triangle A'D'E'+\cdots\cdots}=\frac{AB^2}{A'B'^2}$$

(加比ノ理ニヨル)

$$\frac{\text{多角形 ABCDE}}{\text{多角形 A}'\text{B}'\text{C}'\text{D}'\text{E}'}=\frac{AB^2}{A'B'^2}$$

問 1 五萬分ノ一ノ地圖上ニ於テ 3 平方 cm^2 アル土地ノ實際ノ面積ハ何程カ。

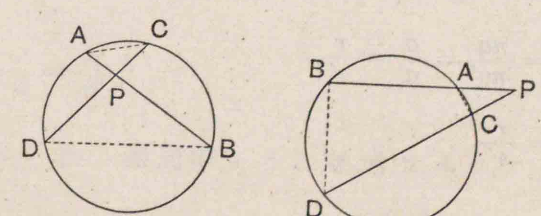
問 2



コノ圖ハ 50 萬分ノ一ノ宍道湖附近ノ地圖デアル。松江宍道間ノ實際ノ直線距離ハ何程カ。松江,宍道,惠曇ヲ頂點トスル三角形ノ地面ノ廣サハ何程カ。

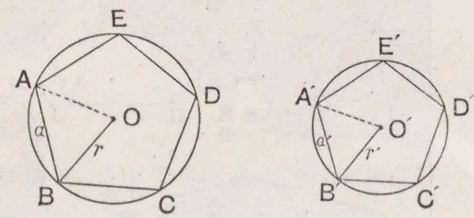
問 3 直角三角形ノ直角ノ頂點カラ斜邊ニ垂線ヲヒク時ハ新タナ二ツノ三角形ハ互ニ相似デアツテ且ツモトノ三角形ニ相似デアル。

問 4 圓ノ二ツノ弦 AB, CD 又ハソノ延長ガ P デ交ハル時ハ $\triangle PAC \backsim \triangle PDB$



66 圓周率

〔定理〕 二ツノ圓周ノ比ハソノ半徑ノ比ニ等シイ。



〔假設〕 二ツノ圓 O,O′ ニ於テソノ圓周及半徑ヲ夫々 c, c', r, r' トスル。

〔終結〕 $c : c' = r : r'$

〔證明〕 各ノ圓ニ內接スル正 n 角形, (n ヲ 5 トスル) ABCDE, A′B′C′D′E′, ヲカキソノ一邊ヲ a, a' トシソノ周ヲ夫々 p, p' トスル。

$\triangle AOB \backsim \triangle A'O'B'$ (何故カ)

$$\therefore \quad \frac{a}{a'} = \frac{r}{r'}$$

$p = na \quad p' = na'$ ナルガ故ニ

$$\frac{p}{p'} = \frac{na}{na'} = \frac{a}{a'} = \frac{r}{r'}$$

$$\therefore \quad \frac{p}{p'} = \frac{r}{r'}$$

ソシテコノ關係ハ n ガ如何程大キクナッテモ常ニ成立スル。

然ルニ正 n 角形ノ n ヲ無限ニ大キクシ即チ邊數ヲ無限ニ大キクスルト p, p' ハ遂ニ c, c' ニ一致スルヤウニナル,即チ n ガ無限大ナル時ニハ,

$p = c \quad p' = c'$ ト考ヘルコトガ出來ル。

$$故ニ \quad \frac{c}{c'} = \frac{p}{p'} = \frac{r}{r'}$$

$$故ニ \quad \frac{c}{c'} = \frac{r}{r'}$$

〔系〕**1** 圓周トソノ直徑トノ比ハ一定デアル。

二ツノ圓ノ圓周,半徑,直徑ヲ夫々 c, r, d 及 c', r', d' トスルト

$$\frac{c}{d} = \frac{c'}{d'}$$

〔證明〕 $\dfrac{c}{c'} = \dfrac{r}{r'} = \dfrac{2r}{2r'} = \dfrac{d}{d'}$

$$\therefore \quad \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'}$$

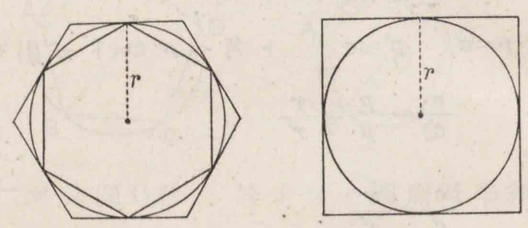
$$\therefore \quad \frac{c}{d} = \frac{c'}{d'}$$

コノ比ノ値ヲ**圓周率**トイヒ,通常 π ニテアラハス。

〔系〕2　半徑 r ナル圓周ハ $2\pi r$ デアル。

π ノ求メ方

圖ニ示スヨウニ圓周ハ内接正多角形ノ周ヨリモ大キクテ外接正多角形ノ周ヨリモ小サイ。



半徑ガ r デアル圓ニ内接スル正六角形ノ周ハ $6r$ デ外接スル正方形ノ周ハ $8r$ デアル,故ニ内接正六角形ノ周ハ直徑ノ3倍,外接正方形ノ周ハ4倍デアル故ニ圓周率ハ3ヨリ大キクテ4ヨリモ小サイコトハ明カデアル。

圓ニ内接スル正多角形ノ邊數ヲ多クスルトソノ周ハ漸次增加シ外接セル正多角形ノ邊數ヲ多クスルトソノ周ハ漸次減少シテ圓周ニ近ヅイテクル。

次ノ表ハ圓ノ直徑ヲ1トシタ時ノ内接正多角形ト外接正多角形ノ周ヲ計算シタモノデアル。

邊數	内接正多角形ノ周	外接正多角形ノ周
6	3.	3.4641016
12	3.1058285	3.2153903
24	3.1326286	3.1596599
48	3.1393502	3.1460862
96	3.1410320	3.1427146
192	3.1414525	3.1418731
384	3.1415576	3.1416628
768	3.1415839	3.1416102
1536	3.1415909	3.1415970

故ニ　$3.1415909 < \pi < 3.1415970$

故ニ　$\pi = 3.14159\cdots\cdots$

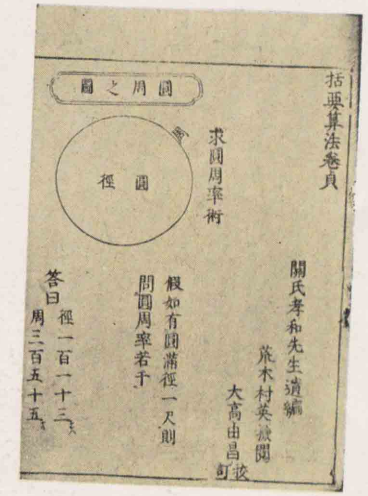
π ノ近似値トシテ實際計算ニ用ヒラレル値ハ $\frac{22}{7}$, $\frac{355}{113}$, 3.1416 等ガアル。$\frac{22}{7}$ ハ**アルキメデス**(287－212, B.C.) $\frac{355}{113}$ ハ**メテウス**(1571－1635) ノ用ヒタモノデアル。

又**シヤンクス**ハ1873年ニ π ノ値ヲ707桁モ求メテキル。π ハ循環小數ニナラヌ無限小數デ所謂無理數ノ一ツデアル。

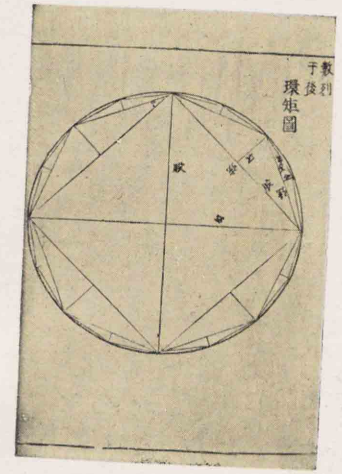
關孝和 (2302－2368)

上野ノ國藤岡ノ人デアル。

九歳ノ時當時ノ算術書"塵劫記"ニ通ジ,神童トマデ唱ヘラレタ。六代將軍家宣ニ仕ヘ,幕府ノ御家人ニ列セラレタ。深ク數學ヲ研究シテ數理ノ微妙ヲ究メ,前人未到ノ境ニ進ミ算聖ト稱セラレタ。圓理術ハ圓ノ周及ビ面積球ノ計算ヲスル方法ヲ論ズルモノデアツテ,今ノ所謂微分學積分學ノヤウナモノデアル。微分學積分學ノ創始者トシテ世界ニ知ラレタモノニニュートン(西曆1642—1727)トライブニッツ(西曆1646—1716)トガアルガ關氏(西曆1642—1708)ハ之ト年代ヲ同ジクシテ其ノ班ニ列セラレル數學者デアル。實ニ世界數學ノ奇蹟デアツテ又我ガ國數學界ノ誇デアル。


括要算法卷貞
關氏孝和先生遺編
荒木村英撿閲
大高由昌校訂
圓周之圖

求圓周率術
假如有圓滿徑一尺則
問圓周率若干
答曰 徑一百一十三
周三百五十五


環矩圖
數列于後

角	勾	股	弦	周
六萬五千五百三十六角	二沙二九七九四六三四三六弱	四絲七九三六八九九五四七九八八七弱	四絲七九三六八九九六〇三〇六六九弱	三尺一四一五九二六五三三八六五九一三五七一強
一十三萬一千零七十二角	五塵七四四八六五八六二強	二絲三九六八四四九八〇一五三三四強	二絲三九六八四四九八〇八四一八二強	三尺一四一五九二六五三二八八九九二七七五九弱

括 要 算 法

關孝和先生ノ遺文ヲ門人荒木村英ガ寶永六年（皇紀2369年）＝編述シタ括要算法ノ第四卷ノ第一枚目、第二枚目、第五枚目ノ終リト第六枚ノ初メトヲ示シタモノデアル。

最初圓＝內接スル正四角形＝ツキ股勾ヲ各五寸トシテ弦ヲ求メ次＝正八角形……カクシテ正 131072 角形＝到リ、弦ノ長サ2絲39684498084182强ヲ得、周3尺 14159265328899927759 弱ヲ求メテ居ル。コレハ小數以下第九位マデ正シイ。

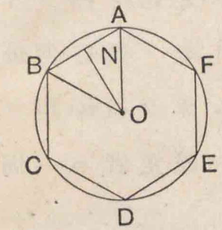
尙コノ數＝ハ第六枚目ノ裏＝徑ヲ 1, 2, 3, 4, 5……113 ＝到ルマデノ數＝テアラハス時，圓周ハ 3, 7, 10, 13……355 トナルコトヲ示シテ居ル。

日本＝テ古來用ヒラレタ π ノ價ハ次ノ如クデアル。

塵 劫 記	3.16
竪 亥 記	3.162
算法童介抄	3.14
算法闕疑抄	3.1416
括 要 算 法	3.14159……$\left(\frac{355}{113}\right)$
大 成 算 法	3.14159265358979323846264З
不 休 綴 術	第四十一桁マデ正
方 圓 算 徑	第四十九桁マデ正

〔定理〕 半徑 r ナル圓ノ面積ハ πr^2 ニヒトシイ。

〔證明〕 圓＝內接スル正 n 角形(圖＝ハ n ヲ 6 トスル)ヲ ABCDEF トスル



OA, OB ヲ結ビ O ヨリ AB ＝垂線 NO ヲ下ス。

$$\triangle ABO=\frac{AB\cdot NO}{2}$$

$$正n角形ノ面積=\frac{AB.NO}{2}\times n=\frac{(AB\times n)\times NO}{2}$$

$$=\frac{正多角形ノ周\times NO}{2}$$

多角形ノ邊數ヲ無限＝多クスルト

正多角形　ハ　圓トナリ

正多角形ノ周ハ　圓周トナリ

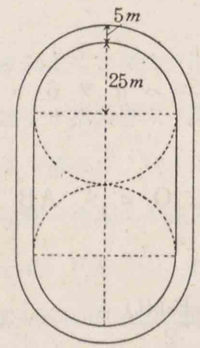
中心カラ一邊＝下シタ垂線ハ半徑＝等シクナル

故＝　圓ノ面積$=\dfrac{圓周\times 半徑}{2}$

$$=\frac{2\pi r\times r}{2}$$

$$=\pi r^2$$

問1 圖ニ示ス競技場ハ半徑25mノ二ツノ外切スル圓ヲ描イテ作ツタモノデアル。



(一) トラック(走路)ノ内ライン及外ラインノ周各何mカ。

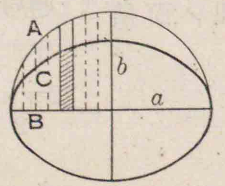
(二) 内ラインカラ1m距ツタ所ヲ走ル競走者ハ一周スルニ何m走ルカ。

(三) フイルド(内ラインノ内)ノ面積ハ何程カ。

(四) トラックノ面積ハ何程カ。

問2 長半徑a,短半徑bノ楕圓ハ初メaヲ半徑トスル圓ヲカキ直徑ニ垂直ナル弦(半分ヲ圖示ス)ABヲソノ$\frac{b}{a}$ニ縮メ之ヲCBトシ,カクノ如キ點ヲムスベバ得ラル。

コノ事ヨリコノ楕圓ノ面積$\frac{b}{a}\pi a^2$即チπabナルコトヲ説明セヨ。

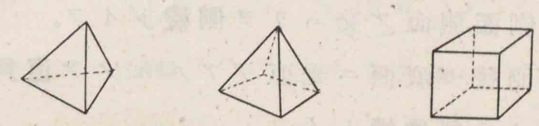


第十一篇

立體

67 角壔

〔定義〕 幾ツカノ平面デ圍マレタ立體ヲ**多面體**トイフ。



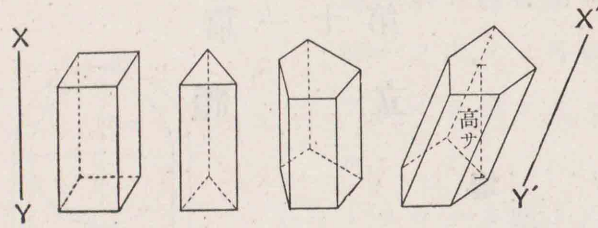
四面體　五面體　六面體

多面體ヲ圍ム平面ノ數ハ四ツヨリ少クハナイ,多面體ヲ圍ム平面ノ數ニヨツテ**四面體,五面體,六面體**等トイフ。

多面體ヲ圍ム一ツノ平面ノ限ラレタ部分(多角形ヲナス)ヲ多面體ノ**面**トイヒ,面ト面トノ交線ヲ多面體ノ**稜**トイフ。稜ト稜トノ交點ヲ多面體ノ**頂點**ト云フ。

〔定義〕 角壔トハ一ツノ直線ニ平行ナ若干ノ平面ト其ノ直線ニ交ハル二ツノ平行ナル平面デ圍マレタ多面體デアル。

〔注意〕 二ツノ平面ガ平行デアルトハ之ヲ孰レノ方向ニ何程延長シテモ出合ハヌコトデアル。



直 角 壔　　斜角壔

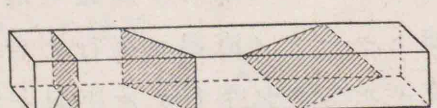
〔定義〕 角壔ニ於テ二ツノ平行ナル二面ヲ**底面**,其ノ他ノ面ヲ**側面**,側面ノ交ハリヲ**側稜**トイフ。

角壔ノ側稜ガ底面ニ垂直デアルモノヲ**直角壔**,垂直デナイモノヲ**斜角壔**トイフ。

又兩底面ノ距離ヲ**高サ**トイフ。

角壔ヲ側稜ニ垂直デ底面ヲキラナイ平面デ切ツタ切口ヲ**直切口**トイフ。

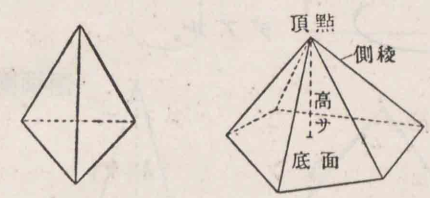
問 1 底面ガ正方形デアル直角壔(正四角壔トイフ)ヲ平面デ切ツタ直切口ハドンナ形カ。又切口ガ矩形,平行四邊形トナル場合ガアルカ。



直切口　矩形　平行四邊形

68 角 錐

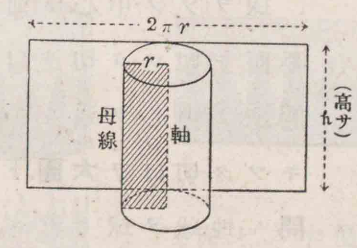
〔定義〕 角錐トハ一ツノ多角形ト其ノ多角形ノ各邊ヲ底邊トシテソノ多角形ノ平面外ノ一點ヲ共通ノ頂點トスル三角形トデ圍マレタ多面體デアル。



三角錐　五角錐

69 直圓壔

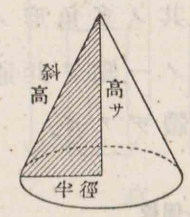
〔定義〕 **直圓壔**ハ矩形ヲ其ノ一邊ヲ軸トシテ一回轉シタ時ニ出來ル立體デアル。軸トシタ線ヲ直圓壔ノ軸,曲面ヲ作ツタ線ヲ**母線**トイフ。



直圓壔ヲ一ツノ母線ニソウテ切ツテ之ヲ一平面上ニ展開スルトーツノ矩形トナルソノ一邊ハ母線即チ高サデ他ノ一邊ハ底面ノ周デアル。

故ニ直圓壔ノ側面積ハ $2\pi rh$ デアル。

70 直圓錐



〔定義〕 **直圓錐**トハ直角三角形ヲ直角ヲ夾ム一邊ヲ軸トシテ一回轉シタ時ニ出來ル立體デアル。

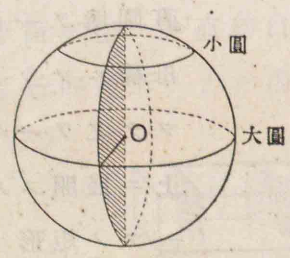
71 球

〔定義〕 **球**トハ半圓ヲ其ノ直徑ヲ軸トシテ一回轉シタ時ニ出來ル立體デソノ表面ヲ**球面**トイフ。

回轉シタ半圓ノ中心ヲ球ノ**中心**トイフ。

球ノ中心カラ球面上ニイタル距離ハスベテ相等シイ,之ヲ球ノ**半徑**トイフ。

球ノ中心ヲ通ツテ球面ニオワル線分ヲ**直徑**トイフ。

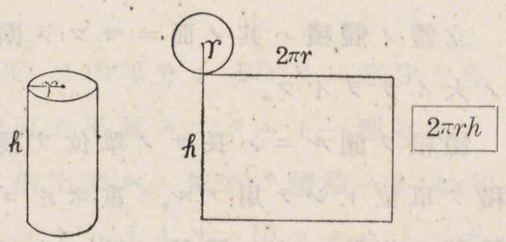


球ヲソノ中心ヲ通ラヌ平面デ切ツタ切リ口ヲ**小圓**,球ノ中心ヲ通ル平面デキッタ切口ヲ**大圓**トイフ。

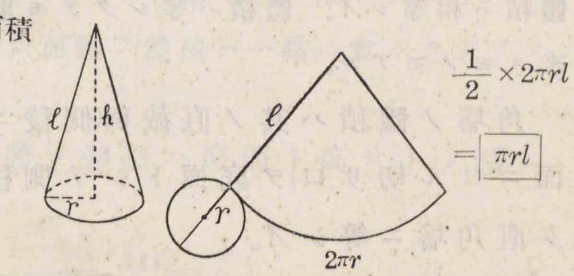
問 地球ヲ球ト考ヘルト赤道ヤ經線,緯線ハイカナル種類ノ圓カ。

72 立體ノ表面積

I 直圓壔ノ側面積

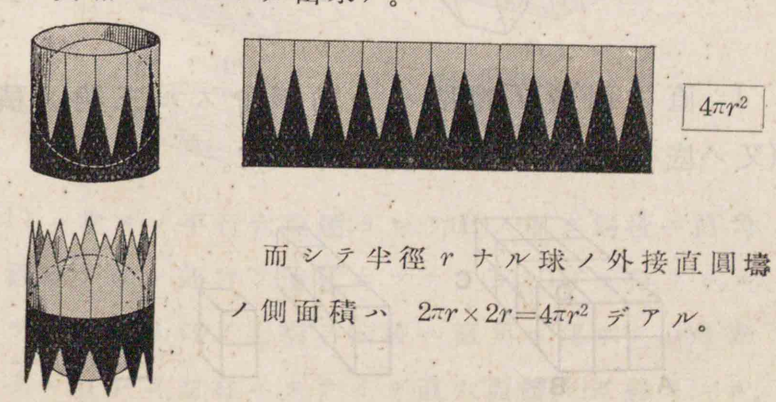


II 直圓錐ノ側面積



III 球ノ表面積

球ノ表面積ハソノ球ニ外接スル直圓壔ノ側面積ニ等シイ。コノコトハ大略次ノ圖ニ示シタ樣ナ方法デ實驗スルコトガ出來ル。



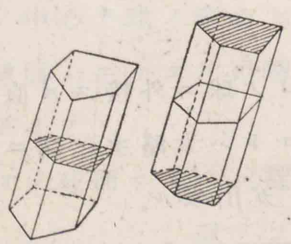
而シテ半徑 r ナル球ノ外接直圓壔ノ側面積ハ $2\pi r\times 2r=4\pi r^2$ デアル。

73 立體ノ體積

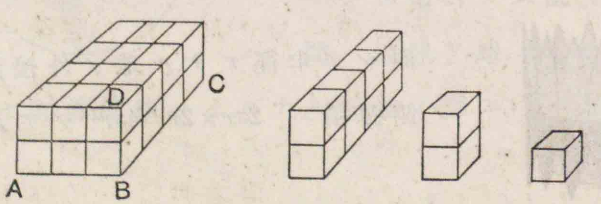
立體ノ體積ハ其ノ面ニヨツテ圍マレタ空間ノ部分ノ大イサヲイフ。

體積ヲ測ルニハ長サノ單位ヲ稜トシタ立方體ノ體積ヲ單位トシテ用フル。重ネルコトノ出來ル立體ノ體積ハ相等シイ。體積ハ等シクテモ重ネルコトノ出來ヌモノモアル。

角壔ノ體積ハ其ノ直截面(側稜ニ垂直ナル平面ニヨル切リ口)ヲ底面トシテ側稜ヲ高サトシタ直角壔ニ等シイ。



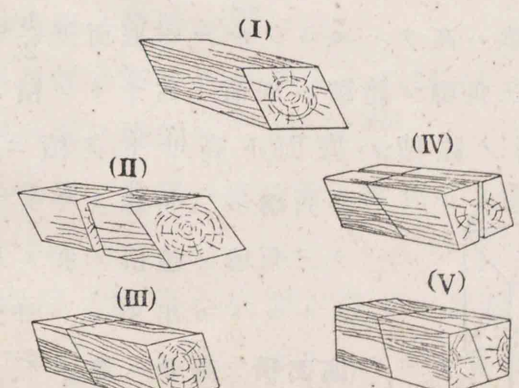
I 直六面體ノ體積ハ一點デ會スル三稜ノ積(又ハ底面ト高サトノ積)ニ等シイ。



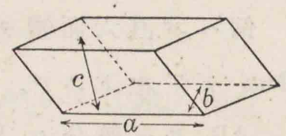
例ヘバ直六面體デ底面ノ二邊ガ 3*cm*, 4*cm*, 高サガ 2*cm* デアルトスル。

AB ヲ三等分シ BC ヲ四等分シ BD ヲ二等分シ各分點ヲ通ツテ稜ニ垂直ナ平面ヲツクルト一糎立方ナル立方體ガ (2×4×3) 個出來ル。依ツテ體積ハ(2×4×3)立方糎デアル。コノコトハ 2, 4, 3 ニ限ツタコトデナイカラ一般ニ直六面體ノ體積ハ一點ニ會シタ三ツノ稜ノ積ニ等シイ。

II 平行六面體ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ。

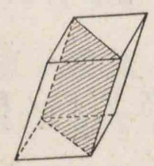


(I)ハ初メノ平行六面體,コレヲ(II)ノ如ク側稜ニ直角ニ截ツテ其ノ部分ヲ前後ニツナイデ(III)ガ得ラレ,コレヲ前ノ截リ口ノ上端ノ側稜ニ直角ニ截ツテ(IV)ガ得ラレ,コレヲ左右ニツナイデ直六面體(V)ガ得ラレル。



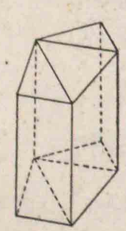
即チ(I)ノ體積ハ(V)ノ體積ニ等シイカラ一般ニ底面ノ一邊 acm 高サ bcm デソノ底面ニ對スル高サ ccm ナル平行六面體ノ體積ハ abc 立方糎デアル。

III 三角壔ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ。



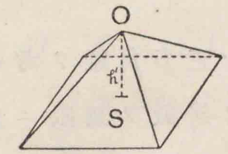
平行六面體ヲ相對スル側稜ヲ含ム平面デ切ルト體積ノ等シイ二ツノ三角壔ニワケラレルカラコノ三角壔ハ平行六面體ノ體積ノ$\frac{1}{2}$デアル。コノ三角壔ハ高サハモトノママデ,底面ガ$\frac{1}{2}$ニナッテ居ルカラ三角壔ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ。

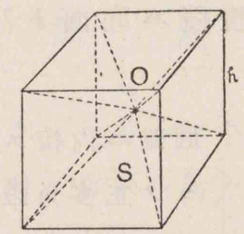
IV 角壔ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ。



多角壔ハ三角壔ニワケラレルカラ三角壔ノ體積ノ求メ方デ計算スルコトガ出來ル。即チ體積ハ**(底面積×高サ)**ニ等シイ。

V 角錐ノ體積ハ底面ト高サトノ積ノ$\frac{1}{3}$ニ等シイ。





立方體ノ對角線ノ交點ヲOトスルト立方體ハOヲ頂點トシテ各面ヲ底面トシタ6ツノ四角錐ニ分割サレル。各四角錐ハ合同デアッテソノ底面ハ立方體ノ底面ト等シク高サハ$\frac{1}{2}$デアル。

故ニ立方體ノ底面積ヲ S, 高サヲ h トスルト

立方體ノ體積 $= Sh$

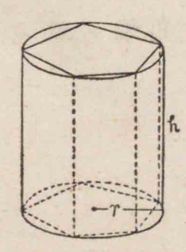
故ニ四角錐ノ體積 $= \frac{Sh}{6}$

所ガ四角錐ノ高サヲ h' トスルト $2h' = h$ ダカラ

四角錐ノ體積 $= \frac{S \times 2h'}{6} = \frac{Sh'}{3}$

一般ニ角錐ノ體積ハ底面積ト高サトノ積ノ三分ノ一ニ等シイ。

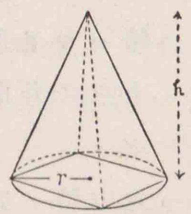
VI 直圓壔ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ。



圓壔ニ內接スル正多角壔ヲ考ヘルト,コノ正多角壔ノ邊數ガ無限ニ多クナルト圓壔ニ一致スル。即チ圓壔ノ體積ハ角壔ノ體積ヲ求メル計算カラ求メルコトガ出來ル。

直圓壔ノ體積 $=$ 底面 $\times$ 高サ $= \pi r^2 h$

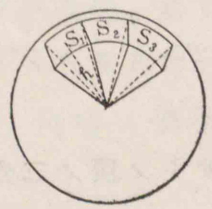
VII 直圓錐ノ體積ハ底面ト高サトノ積ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ。



圓錐ニ內接スル正多角錐ヲ考ヘ，コノ正多角錐ノ邊數ヲ無限ニ多クスルト圓錐ニ一致スルカラ圓錐ノ體積ハ角錐ノ體積ヲ求メル計算カラ求メルコトガ出來ル。

即チ　直圓錐ノ體積 $=\dfrac{\text{底面積}\times\text{高サ}}{3}=\dfrac{\pi r^2 h}{3}$

VIII 半徑 r ナル球ノ體積ハ $\dfrac{4\pi r^3}{3}$ デアル。



球面ノ小サイ一部分ヲ底面トシテ中心ヲ頂點トスル角錐ヲ考ヘル。底面ハ小サイ部分ダカラ平面ト考ヘラレルシ,又ソノ高サハコノ球ノ半徑ト考ヘルコトガ出來ルカラソノ底面積ヲ S トシ,半徑ヲ r トスルトソノ體積 $=\dfrac{1}{3}Sh$ デアル。カヽル角錐ヲ球ノ全表面ニツキ考ヘ之ヲ加ヘ合セルト

$$\text{球ノ體積}=\frac{S_1r}{3}+\frac{S_2r}{3}+\frac{S_3r}{3}+\frac{S_4r}{3}+\cdots\cdots$$

$$=\frac{r}{3}(S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+\cdots\cdots)$$

$$=\frac{r}{3}(4\pi r^2)=\frac{4\pi r^3}{3}$$

問題 9

1 直角壔ノ底面ガ一邊 $5cm$ ナル正方形デアツテ高サガ $8cm$ ナル時ハ全表面積ハ何程カ。又體積ハ何程カ。

2 三角錐ノ底面ガ一邊 $4cm$ ナル正三角形デアツテ高サガ $5cm$ ナル時ハソノ體積ハ何程カ。

3 底面ノ半徑 $5cm$ デアツテ高サガ $15cm$ ナル直圓壔ノ體積及全表面積ヲ求メヨ。

4 直圓錐ノ底面ノ半徑及高サトモニ $5cm$ ナル時ソノ體積ハ何程カ。

5 ゴムマリノ直徑ガ $6cm$ デアルトキソノ中ノ空氣ノ體積ハ何程カ。

6 地球ノ周圍ガ $40000km$ デアルトスルト地球ノ體積ハ何程カ,又地球ノ比重ヲ 5.5 トスルト地球ノ目方ハ大約何程カ。

昭和九年十月二十日印　　　刷
昭和九年十月廿五日發　　　行
昭和九年十二月　三　日訂正再版印刷
昭和九年十二月　八　日訂正再版發行

著作權	中等教育改訂女子幾何 定價金七拾五錢	所有

著作者　　津山三郎

大阪市西區新町南通三丁目四八
發行者　　岡本政治

大阪市西區阿波座中通二丁目四
印刷者　　井下精一郎

大阪市西區阿波座中通二丁目四
印刷所　　井下書籍印刷所

發行所
大阪市西區新町南通三丁目四十八番地
東京市神田區神保町一丁目五十九番地
敞文館

振替口座番號　東京　七八七四七番
　　　　　　　大阪　七一一八一番
電話新町(53)三二一四番

四學年 楓田[illegible]