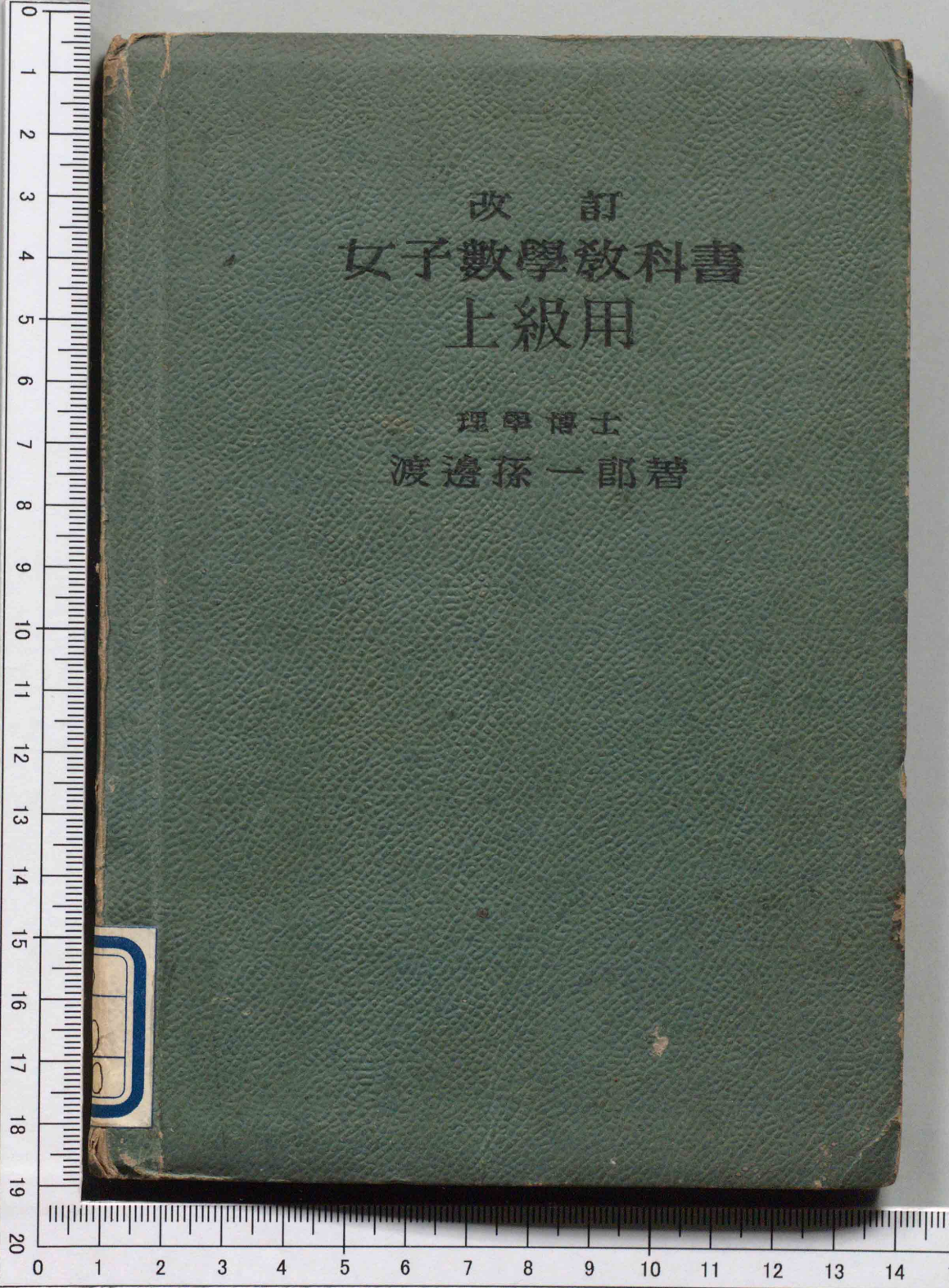


改訂
女子數學教科書
上級用

理學博士
渡邊孫一郎著



Kodak Gray Scale

- A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

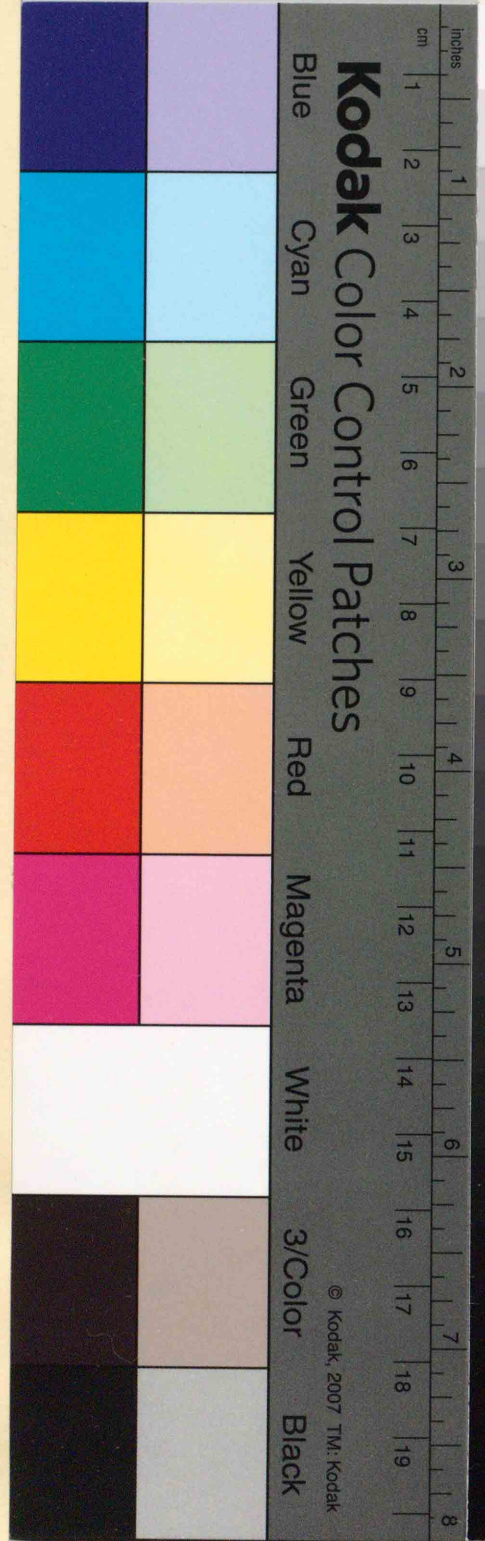


© Kodak, 2007 TM: Kodak

Kodak Color Control Patches

- Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

© Kodak, 2007 TM: Kodak



40204

教科書文庫

4
410
42-1935
2000.0 81709

46
410
PB10

文 部 省 檢 定 濟 資 料 室

昭和十年十二月廿日 * 高等女學校 * 數學科用

改 訂
女子數學教科書
上 級 用

理學博士
渡邊孫一郎著



緒 言

本書ハ別著算術、代數及幾何ト共ニ女子數學教科書ヲ構成スルモノデ高等女學校、實科高等女學校ニ於ケル上級用トシテ編纂シタモノデアアル。

第一編日用諸算ハ特ニ心血ヲ注イダ部分デ經濟生活ニ必須ナル知識ノ大要ヲ生徒ノ理解シ得ル程度ニ於テ確實ニ捕捉セシメル様ニ努メタ。少許ノ部分ニ於テ既授事項ニ重複スル嫌ガアルガ相當ノ年齢ニ達シ稍理解力ノ進ンダ上級ニ於テ補充スル要アルモノト認メタカラデアアル。

第二編第三編ハ別著代數デ割愛シタ部分ヲ補充シタノデアアル。

第四編ニ於テハ銳角ノ三角函數及其卑近ナル應用ヲ説キ鈍角ノ三角函數ニ觸レテ一般三角形ニ適用スル道ヲ開クニ止メテアル。

第五編空間圖形ヲ論理的ニ授ケルト生徒ハ殆ンド理解スルコトヲ得ズ五里霧中ニ彷徨スルニ止マルコトハ從來ノ經驗ノ教ユル所デアアル。ヨツテ論理ノ嚴密ヲ幾分犠牲ニ供シ立體ノ展開圖

又ハ模型製作等ニヨツテ半バ直觀的ニ空間概念ヲ與ヘル方針ヲ取ツタ。

全編ヲ通ジテ教授事項ハ卑近ナル例ニツイテ具體的ニ説明シ又練習問題ノ選定ニハ細心ナル注意ヲ拂ヒ平易デ趣味ニ富メルモノヲ輯録シタノハ別著算術、代數等ニ於ケルト同様デアル。

女子中等教育上級生ニ對シテハ成ルベク本書ノ全部ヲ教授シタイノデアルガ生徒ノ能力ト教授時數トノ關係デ一部分ヲ省略スルノ止ムヲ得ナイコトモアラウ。ソノ際ニ於ケル教材ノ取捨選擇ハ安ンジテ熟練ナル教師諸賢ニ一任スルコトガ出來ル。或部分ヲ省略シテモ他ニ累ヲ及ボスコトガ比較的輕微デアル様ニ注意シテアルコトモ本書ノ特色ノ一ツデアル。

昭和八年九月

著 者 識

改訂版ニツキテ

先年一連ノ女子數學教科書算術、代數、幾何及上級用ノ四種ヲ刊行スルヤ女子教育界ノ歡迎スル所トナリ、多數ノ學校ニ採用セラレタルハ著者ノ光榮トスル所ナリ。

改訂版ニ於テハ前版ニテ實地教授ノ任ニ當ラレタル教師諸賢ノ忠言ニ基キ、不備ノ點ヲ補ヒ、實際問題ハ悉ク最近ノ資料ニヨリテ改メタリ。

尙不備ノ點ヤ改善スベキ點ハ少ナカラザルベシ。幸ニ教授者諸賢ノ隔意ナキ御示教ヲ賜ハラシコトヲ切望スル次第デアル。

昭和十年十月

著 者 識

目次

第一編 日用諸算

第一章 歩合

1 物價指數.....	1
2 種々ノ料金.....	3
3 租稅.....	13
4 保險.....	17
5 公債社債株式ト其利廻.....	20
6 手形ト其割引.....	24

第二章 外國貨幣ト爲替

7 外國貨幣.....	28
8 外國爲替.....	31
雜題第一.....	35

第二編 級數及對數

第一章 等差級數

9 級數.....	39
10 等差級數.....	40
11 一般項.....	41
12 等差級數ノ諸項ノ和.....	43

第二章 等比級數

13 等比級數.....	46
--------------	----

14 等比級數ノ諸項ノ和.....47

15 無限等比級數.....49

第三章 對數

16 指數.....52

17 對數.....55

18 對數ノ性質.....56

19 對數ノ指標ト假數.....59

20 對數表ト其使用法.....61

21 對數計算.....63

22 計算尺.....66

第四章 複利及年金

23 複利.....67

24 年金.....69

・ 雜題第二.....75

第三編 虛數及二次方程式

第一章 虛數

25 數範圍擴張ノ徑路.....79

26 虛數,複素數.....81

27 複素數ノ四則.....82

第二章 二次方程式

28 一次二次方程式.....84

29 根ト係數トノ關係.....88

30 與ヘラレタ根ヲ有スル方程式.....92

31 二次式ノ因數.....94

雜題第三.....97

第四編 三角函數

32 正弦,餘弦.....99

33 正切,餘切.....102

34 特殊ノ角ノ三角函數.....104

35 三角函數表.....108

36 直角三角形ノ解法.....111

37 鈍角ノ三角函數.....113

38 雜定理.....115

雜題第四.....118

第五編 空間圖形大意

39 平面ト直線.....120

40 平面ニ關スル定理.....124

41 角嚮.....127

42 展開圖ト模型.....129

43 角錐.....132

44 正多面體.....135

45 直圓嚮.....136

46 直圓錐.....137

47 球.....139

第一編

日用諸算

第一章 歩合

1. 物價指數

商品ノ單價ヲ其商品ノ相場トイフ。相場ハ種々ノ原因デ絶エズ變動スル。個々ノ商品ノ相場ノ變動ノ程度ヲ比較シタリ、貨幣ノ購買力ノ消長ヲ知ル爲ニ物價指數ガ作ラレテアル。

或時期ニ於ケル個々ノ商品ノ相場ヲ標準ニシテ之ヲ何レモ 100 デ表ハシ、コノ割合デ他ノ時期ニ於ケル是等ノ商品ノ相場ヲ表ハス數ヲ各商品ノ價格指數(其時期ニ於ケル)トイヒマス。

例ヘバ或時白米 10 kg ハ 2.5 圓、砂糖 1 kg ハ 40 錢、石炭 1 噸ガ 20 圓デアツタガ後ニ白米ハ 2.8 圓、砂糖ハ 50 錢、石炭ハ 19 圓ニナツタスル。前ノヲ標準ニ

シテ後ノ時期ニ於ケル各ノ價格指數ヲ作ルト

$$2.5\text{圓} : 2.8\text{圓} = 100 : x \quad x = 112 \dots \text{米價指數}$$

$$40\text{錢} : 50\text{錢} = 100 : y \quad y = 125 \dots \text{糖價指數}$$

$$20\text{圓} : 19\text{圓} = 100 : z \quad z = 95 \dots \text{炭價指數}$$

ニナリ平均ハ $(112 + 125 + 95) \div 3 = 110\frac{2}{3}$ ニナル。

ソコデ米ハ 12%、砂糖ハ 25% 騰貴シ石炭ハ 5% 下落シテ平均ハ $10\frac{2}{3}\%$ ノ騰貴デアルコトガワカル。

重要商品數十種ニ涉リ同一時期ノ相場ヲ標準ニセル各商品ノ價格指數ノ總平均(通常ノ平均デナク多少變ハツタ方法デ平均ヲ求メルコトモアル)ヲ物價指數トイヒマス。

物價指數ハ多クノ商品ヲ概括的ニ見テ其相場ノ變動ノ程度ヲ表ハスモノデアリ、貨幣ノ購買力ノ大小ヲ示スモノデアル。

日本銀行ガ毎月發表シテキル東京卸賣物價指數ハ重要商品 56 種ニツイテ明治 33 年 10 月ノ相場ヲ標準ニシ、小賣物價指數ハ重要商品 100 種ニツ

イテ大正 3 年 7 月ノ相場ヲ標準ニシテ計算シタモノデアル。

圖 1. 明治 33 年 10 月ニハ内地米一石 (1.8 *hl*) ニツキ 11.81 圓デアツタ。之ヲ標準ニスルト大正 9 年 1 月ノ米相場 54.63 圓(昭和 10 年 9 月マデノ最高)ノ指數ハ何程デスカ。又米價指數ガ 174.7 ナルトキ一石ハ幾圓デスカ。

圖 2. 小賣物價指數ガ 236 ノトキニ 1 月ノ生計費ニ 200 圓ヲ要スル家庭ガアル。生計費ハ小賣物價指數ニ比例スルモノトスレバ指數ガ 183 ノトキ此家庭ノ生計費一ケ年ニ何程カカルカ。

2. 種々ノ料金

郵便、電信、瓦斯、水道等ノ料金、乗車船賃其他種々ノ料金ヲ計算スルコトハ日常生活上屢々遭遇スルコトデアル。

料金ハ何ヲ標準ニシテ計算スルカハ一定シナイガ料金計算ノ目的ニナル金額、日方、體積等ノ一定量ニツイテ料金何程トイフコトガ多イ。コノ一定量ヲ單位量トイヒ、單位量ニ對スル料金ヲ料率トイフコトニスル。

料金ハ通常次ノ様ニシテ定メラレル。

1° 1人, 1個, 1回, 1口等ニツキ料金何程トイフ様ニ料金額ガ一定デアル均一制又ハ定額制。
例ヘバ電車, 乗合自動車ナドニハ或區間内ノ乗車料ガ均一デアルコトガアル。

2° 一定ノ料率ヲ使用スル。

例ヘバ瓦斯代金一立方米ニツキ何程トカ, 一熱位ニツキ何程トカイフ様ニ使用量ガ多クトモ少クトモ一定ノ料率デ計算スル。

3° 料金計算ノ目的ニナルモノノ大小多寡ニヨツテ異ナル料率ヲ使用スル。

例ヘバ鐵道省デハ三等普通團體旅客ノ第一期(六月中及1月11日ヨリ2月末日マデハ第二期, 其他ハ第一期)ニ於ケル乗車料割引率ヲ次表ノ様ニ定メテアル。

30人以上 50人未満	50人以上 100人未満	100人以上 200人未満	200人以上 400人未満	400人以上
10%	15%	20%	25%	30%

上表デハ例ヘバ95人ノ乗車料ガ100人分ヨリ高クナルカラ, 95人デモ100人分ヲ拂ヘバ100

人ト見做シ得ルコトニナツテ居ル。

4° 料金計算ノ目的ニナルモノガ或限度ニ達スルマデハ一定ノ基本料金ヲ徴收シ, コノ限度ヲ超過スルト超過部分ニハ一定ノ料率ヲ使用スル(之ハ次ノ5°ニ含マレルト解スルコトガ出來マス)。

例ヘバ東京市ノ上水道使用料, 量水器ノ口徑12mm又ハ13mmノ場合ニハ一戸一ヶ月ノ使用量10立方米マデハ一ヶ月93錢デ, 10立方米ヲ超過スルト其超過部分ハ1立方米ニツキ7錢ノ割デアル。又内地普通電報料15字マデハ30錢, 15字ヲ超エルト5字毎ニ(5字未満ノ端下ハ5字ニ切上)5錢ノ割トイフノモコノ例デアル。

問1. 東京市デ毎日平均上水道637l使用スルト, 上水道使用料1ヶ年(365日)ニ何程要スルカ。
立方米未満ヲ四捨五入シテ計算セヨ。

5° 一口ヲ幾ツカノ部分ニ分ケテ各部分ニ異ナル料率ヲ使用スル超過累進法。

例ヘバ鐵道省ノ規定ニヨル三等乗車料一人分ハ次ノ様デアル(1km未満ハ1kmニ切上ゲテ計

算シ、1錢未満ハ1錢ニ切上ゲル。

80 km マデハ	1 km ニツキ 1.56 錢
80 km ヲ超エ 160 km マデノ部分	" 1.31 錢
160 km " 320 km "	" 1.06 錢
320 km " 480 km "	" 0.87 錢
480 km " 640 km "	" 0.75 錢
640 km " 800 km "	" 0.69 錢
800 km ヲ超エル部分ハ	" 0.63 錢



電燈料、第三種所得稅、相續稅ナドモ之ト同様ノ方法デ計算スル。

6° 特定ノ料金表ニヨル場合

上記ノドノ計算法デモ料金表ヲ作ルコトガ出來ル。又作ツテオク方ガ便利デアル。トコロガ料金ノ計算法則ガ非常ニ複雑ニナツテ事實上特定ノ料金表ニヨラネバナラスコトガアル。例ヘバ次ニ示ス鐵道省ノ小荷物運賃ナドハ其例デアル。

通常小荷物運賃表

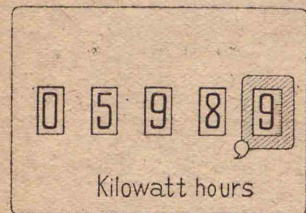
	80kmマデ	240kmマデ	480kmマデ	800kmマデ	以上 480kmマデヲ増ス毎ニ
1kgマデ	15錢	15錢	15錢	15錢	5錢
2kgマデ	20	20	25	25	10
4kgマデ	25	25	35	40	15
6kgマデ	30	35	45	55	20
9kgマデ	35	45	60	75	25
12kgマデ	40	55	75	95	30
以上 6kgマデヲ増ス毎ニ	10	20	30	40	10

圖2. 旅客ノ手荷物一等ハ 60 kg マデ二等ハ 40 kg マデ、三等ハ 30 kg マデ無料デスガ、コノ限度ヲ超過スルト其超過部分ハ通常小荷物運賃ト同額ノ運賃ヲ要スル。56 kgノ手荷物ヲ携帶スル東京、神戸間 589.5 kmノ二等旅客ハ手荷物運賃何程ヲ要スルカ。又三等旅客ナラバ如何。

上ノ 2°, 3°, 4°, 5°ノ場合ニ單位量ノ端數ヲ切捨又ハ切上ゲテ均一制ニ近ヅケー々料金ヲ計算スル

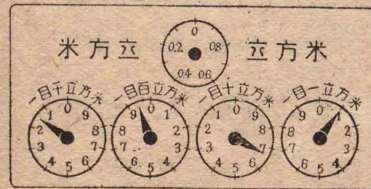
煩ヲ避ケルコトガアル。例ヘバ封書ノ郵便料ハ
 15gニツキ3錢デアルガ15g未滿ノ端下ハ15g
 ニ切上ゲルカラ5gハ1錢, 10gハ2錢トイフノデ
 ハナク15gマデハ目方ガ何程デアツテモ3錢ト
 イフコトニナル。

水道, 電氣, 瓦斯等ノ使用量, 自動車ノ走行路程ナ
 ドハ通俗ニイフめーとるデ測ル。コノ種ノ計量
 器ハ時計式ノ指針デ表ハスモノト, 數字デ表ハス
 モノトガアル。

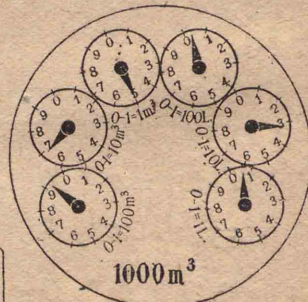


Kilowatt hours

電氣メートル



瓦斯メートル



上水道メートル

問3. 上ニ圖示セル各計量器ノ表ハス數ヲ讀

ミナサイ。

例題

題文中ニ料率ヲ示シテナイトキハ前ニ記載シテア
 ルノヲ參考シナサイ。

1. 商工省調査ノ全國卸賣物價指數ハ昭和4
 年12月ノ物價ヲ基準ニシタモノデ昭和5年, 9年
 ノ指數ハ次ノ様デアル。食料品, 纖維品及平均ハ
 昭和9年ハ5年ニ比ベテ幾%ノ騰貴デスカ, 下落
 デスカ。

	食料品	纖維品	金屬品	建築材料	工業藥品	肥料	燃料	雜	平均*
5年	90.5	82.4	87.3	85.7	93.3	82.5	92.0	90.4	87.7
9年	88.7	92.2	112.5	101.7	93.3	87.5	93.4	111.8	96.3

2. 米價指數ノ物價指數ニ對スル比ヲ米價率
 トイヒマス。次表ヲ見テ米價指數, 物價指數及米

* 食料品ニハ米, 麥, 雜穀等澤山ノ内譯ガアル。其他モ
 同様デアル。表中ノ平均ハ是等ノ澤山ノ内譯ノ總平
 均デアツテ表ニ記シテアルモノダケノ平均デハナイ。

價率ノぐらふヲ作リナサイ。

	明治 33年	明治 38年	明治 43年	大正 4年	大正 9年	大正 14年	昭和 5年	昭和 9年
米價 指數	100	108	107	111	410	356	231	210
物價 指數	100	115	119	125	359	270	189	177
米價 率	1.00	0.93	0.90	0.89	1.14	1.32	1.22	1.19

3. 書籍,印刷物,寫眞等ヲ第四種郵便トシテ差出ストキノ料金ハ110g毎ニ(端下ハ切上)2錢デアリ内地小包郵便料ハ同一郵便區内ニ發着スルモノハ6kgマデ普通6錢,書留12錢デ,同一郵便區外ニ發着スルノハ次表ノ様デアル。

	500g マデ	1 kg マデ	2 kg マデ	3 kg マデ	4 kg マデ	5 kg マデ	6 kg マデ
普通	10錢	14錢	22錢	30錢	38錢	46錢	54錢
書留	15	21	33	45	57	69	81

320gノ書物二冊ヲ姉ニ送ルトキニ第四種郵便ニスルノト普通小包ニスルノトデ料金ニ何程ノ差

ガアルカ。自分ト姉トガ同一郵便區内ニ住ム場合ト同一郵便區外ニ住ム場合トノ各別ニ答ヘナサイ。

4. 内地普通小包郵便料ハ前ニ述ベタ料金定メ方^{1°}カラ^{6°}マデノ中ノ何ニ當リマスカ。同一郵便區内ノト區外ノト別々ニ答ヘナサイ。

5. 次ノ區間ノ鐵道三等乗車賃ハ何程デスカ。

- | | |
|---------------|----------|
| (1) 京都,名古屋間 | 147.6 km |
| (2) 東京(上野)仙臺間 | 362.9 km |
| (3) 神戸,下關間 | 507.6 km |

6. 二等乗車賃ハ三等乗車賃ノ二倍,一等乗車賃ハ三等乗車賃ノ三倍デアル。東京カラ下關ニ行ク二等旅客ガ東京,名古屋間,名古屋,京都間,京都下關間ノ三回ニ分ケテ乗車券ヲ買フノト,東京下關間ノ通シニスルノトデ料金ニ何程ノ差ガアリマスカ。但東京神戸間ハ589.5km,神戸名古屋間ハ223.5kmデアル。

7. 鐵道三等デ上野,仙臺間ヲ往復スル268人ノ普通團體ガアル。コノ中世話人2人ハ無料デスト平均1人ノ乗車料(世話人ヲモ入レテ)ハ何程

ニツキマスカ。4頁記載ノ割引率ヲ使ヒ、往復ハ片道ノ二倍トシテ計算シナサイ。

8. 鐵道デ第一期ニ團體旅行ヲスルトキ 200人未滿幾人以上ハ 200人ト見做ス方ガ得策デスカ。又 400人未滿幾人以上ハ 400人分ノ賃錢ヲ拂フ方ガ利益デスカ。前問ニ於ケル世話人ノ様ナ無料制度ハナキモノトシテ計算セヨ。

9. 或電燈會社デハ 1燈(電燈取付口 1ヶ所)當リ一ヶ月電力使用量ガ

1 K.W.H.以下ノトキ 1燈 1ヶ月 16錢

1 K.W.H.ヲ超エ 2K.W.H.マデノ部分 1K.W.H. 14錢

2 " " 3 " " 10錢

3 " ヲ超エル部分 " 6錢

ト定メテアル。コノ割合デ次ノ電力料金ヲ計算シナサイ。

	取付 燈數	1ヶ月ノ總 使用電力量		取付 燈數	1ヶ月ノ總 使用電力量
(1)	4燈	7K.W.H.	(2)	7燈	18K.W.H.
(3)	8燈	6.5K.W.H.	(4)	13燈	50K.W.H.

10. 水 1gヲ溫度 1°高メル熱量ヲ 1 かるりートイヒ、1000 かるりーヲ 1 匹かるりー 10000 匹かるりー

ーヲ 1 熱位トイフノデスガ誤解ノ恐ガナイトキニハ 1 匹かるりーヲ 單ニかるりートイフコトガアル。以下かるりート稱スルハ 1 匹かるりーノ意味デアアル。瓦斯 1 熱位 20.4 錢デスト 1 立方米何程ノ割デスカ。但瓦斯 1 立方米ヲ燃燒スルト 4200 かるりーノ熱量ヲ生ズルモノトスル。

11. 瓦斯風呂ガアリマス。浴槽ハ直方體デ内法ハ長サ 0.85m, 幅 0.55m, 之ニ溫度 18°ノ水ヲ深サ 0.4m 入レテ 45°ニ沸カスマデニ 30分カカツテ瓦斯 1.4 立方米ヲ要スルモノトスレバ

(1) 水 1 kgヲ溫度 1°高メルニ瓦斯幾ノイルカ。

(2) 瓦斯代金ヲ前問ノ通りニスルト一回沸カスニ瓦斯代金何程ヲ要スルカ。

(3) 瓦斯ヲ燃燒シテ發生スル熱量ノ幾%ガ有効ニ使ハレタカ。

3. 租 稅

租稅ニハ國稅、府縣稅、市町村稅ガアル。

國稅ハ國家ノ費用ニ充テル爲ニ國家ノ徵收スル稅金デ其主ナルモノハ地租、所得稅、

營業收益税、關稅、酒造税等デアル。

府縣税ハ其府縣ノ費用ニ充テル爲ニ府縣ノ徵收スル税金デ國税ノ附加税ト其府縣デ定メタ特別税(例ヘバ家屋税、自轉車税ノ様ナ)トガアル。市町村税ハ國税、府縣税ノ附加税ヲ主トスル。

我國ノ國税總額ハ一ケ年ニ約八、九億圓ニシテ歲入總額ノ約半分デアル。

地租ハ土地所有者カラ其土地ノ賃貸價格ノ3.8%ヲ、營業收益税ハ各種營業者カラ法人ハ純益金ノ3.4%ヲ、個人營業者ハ純益金年額1000圓マデハ2.2%、1000圓ヲ超ユル部分ハ2.6%ヲ徵收スル。

問1. 或個人商店デ一ケ年間ノ商品賣上高89603.6圓、之ニ相當スル商品仕入高64322.95圓、店員給料及其他ノ營業費17520.65圓ナラバ、營業收益税一ケ年ニ何程ヲ要スルカ。

問2. 宅地25aト田畑450aトヲ持ッテキル人ガ一ケ年ニ地租52.44圓ヲ納メル。宅地ノ賃貸價格ハ一ケ年1aニツキ12圓デスト田畑ノ賃貸價格ハ一ケ年平均1aニツキ何程ノ見積リデスカ。

所得税ハ第一種ハ法人ノ所得、第二種ハ利子所

得、第三種ハ第二種ニ屬シナイ、個人ノ所得ニ課スル税金デアル。

公債、社債ノ利子、銀行預金ノ利子、貸附信託ノ配當金ナドヲ受取ル際ニハ其受取ル利子又ハ配當金ノ幾%カヲ第二種所得税及甲種資本利子税トシテ差引カレル。

第三種所得税ハ個人ノ所得中第二種ノ所得ヲ除イタ部分ニ課税セラレルノデ其全額ヲ課税ノ標準ニスルコトモアリ、種々ノ事由デ幾ラカヲ差引イタ殘ヲ課税標準ニスルコトモアル。課税標準ガ定マレバ次表ニヨツテ超過累進率デ課税セラレル。

課税標準ガ

1200圓ノトキ	課税標準ノ0.8%
1200圓ヲ超ユ 1500圓マデノ部分	2%
1500圓 " 2000圓 "	3%
2000圓 " 3000圓 "	4%
3000圓 " 5000圓 "	5%
5000圓 " 7000圓 "	6.5%
7000圓 " 10000圓 "	8%

10000圓ヲ超ユル部分 略

問3. 次ノ場合ノ第三種所得稅ヲ計算セヨ。

- (1) 課稅標準 1450圓
 (2) " 3600圓

關稅ハ輸入品ニ對シテ稅關デ取立テル稅金デ輸入品ノ種類ニヨツテ價格ノ幾%トイフコトモアリ、1/ニツキ何程トカ1廔ニツキ何程トカイフコトガアル。前者ヲ從價稅率トイヒ、後者ヲ從量稅率トイフ。

國稅ノ稅率ハ國家ガ法律デ定メルノデアアルガ關稅ノ中ニハ條約デ制限ヲ受ケルモノガアル。ソコデ關稅率ニハ國定稅率ト協定稅率トガアツテ條約國ヨリノ輸入品ハ協定稅率デ課稅セラレル。例ヘバ銑鐵ノ輸入稅ハ100斤ニツキ國定稅率ハ10錢、日英協定稅率ハ8.3錢デアリ又自動車ノ輸入稅ハ國定ハ從價50%デアアルガ日佛協定デハ從價35%デアアル。

問4. 薰香ヲ附シタル石鹼ノ輸入稅ハ100斤(60kg)ニツキ國定ハ28.6圓デ日佛協定ハ18圓デアアル。コノ種ノ石鹼150kgノ輸入稅ガ國定ト協

定トデ何程ノ差ガアルカ。

4. 保 險

保險ハ偶然ニ起ル事故ノ爲ニ蒙ル損害ヲ輕減スルタメノ互助的精神ヲ基トシテ出來タモノデアアル。

保險契約ハ豫メ料金ヲ拂込ム代ハリニ或種ノ事故ガ起ツタトキニ一定ノ金額ヲ受取ル契約デアツテ豫メ拂込ム料金ヲ保險料、事故ノ起ツタトキニ受取ルべき金額ヲ保險金額トイヒマス。

被保險者ノ生命ニ關スル事故ニヨツテ保險金ノ支拂ハレルコトヲ約束スル保險ガ生命保險デアリ、被保險者ノ財産上ニ關スル事故ニヨツテ保險金ノ支拂ハレルコトヲ約束スル保險ガ損害保險デアアル。

生命保險ハ通常年々一定ノ保險料(比較的少額ノ)ヲ拂込ミ置キ被保險者ガ死亡ノトキ又ハ一定ノ年限間生存シテキテ滿期ニ達シタトキニ豫テ契約ノ保險金ヲ受取ルノデアアル。

問1. 満25歳ノ人ガ保険料拂込期間30年ノ有限掛金終身保険ヲ契約スルト、ソノ保険料ハ保険金10000圓ニツキ1ケ年225圓デアルトスレバ、保険金3500圓ニ對スル保険料毎年何程カ。

問2. 満25歳ノ人ガ30年満期ノ養老保険ヲ契約スルトキノ保険料ハ保険金10000圓ニツキ1ケ年293圓デアルトスレバ、コノ種ノ養老保険金45000圓ニツキテノ保険料ト同額ノ保険料デ前問ノ終身保険何程ノ契約ガ出來ルカ。

損害保険ニハ火災保険、盜難保険、海上保険等澤山ノ種類ガアル。火災保険ハ被保険物ガ火災ニヨル損害ヲ受ケタトキニ、盜難保険ハ被保険物ガ盜難ニ罹ツタトキニ、又海上保険ハ船舶又ハソノ積荷等ノ被保険物ニ損害ノ出來タトキニ保険金ヲ受取ル保険デアル。

損害保険デハ保険ニツケルモノノ價格ヲ保険價格トイヒ、保険金額ハ保険價格以下ニ定メルコトニナツテキル。

保険期間ハ生命保険ノ様ニ長期デハナイ。例ヘバ火災保険デハ普通一ケ年デアリ、船積荷物ノ

海上保険ハ積出カラ到着マデデアル。被保険物ガ契約ノ保険期間内ニ損害ヲ受ケルト、ソノ損害ノ程度ニヨツテ契約ノ保険金ノ全部又ハ一部ガ填補セラレル。

問3. 木造瓦葺住宅一棟價格8500圓ノ八掛ヲ保険金額トシテ保険契約ヲシタ。保険料ハ保険金額100圓ニツキ一ケ年45錢ノ割デアルト保険料一年分ハ何程カ。

問4. 前問ノ家屋ガ契約期間内ニ $\frac{1}{3}$ 類焼シタトスレバ、保険會社ヨリ何程填補セラレルカ。

例 題

1. 西貢米^{サイゴン}1袋170斤(100斤ハ60g)入450袋ヲ輸入スレバ輸入税何程デスカ。税率ハ100斤ニツキ1圓デアル。

2. 俸給月額145圓、賞與金350圓(一年間ニ)ヲ受ケル人ガ收入ノ八掛ヲ課税標準トスル第三種所得税ヲ課セラレルト其金額何程デスカ。

3. 或人ガ昨年中ニ受取ツタ株式配當金560圓ノ六掛ト、昨年中ノ營業純益6285圓トノ合計カ

ラ昨年中ニ拂ツタ生命保険料 168 圓ヲ引去ツタ
 殘額ヲ課税標準トスル第三種所得税及營業純益
 金ヲ課税標準トスル營業收益税ヲ納メルナラバ
 合計何程ノ税金ヲ納メルカ。錢未滿ヲ切捨テテ
 計算シナサイ。

4. 住宅價格 4500 圓ト同建物内ノ動産 3000 圓
 トニ何レモ價格ノ七掛ヲ火災保險ニツケ保險金
 ノ 0.55 %ニ當ル保險料ヲ拂ヒマシタガ、保險期間
 内ニ全燒シタトスレバコノ人ノ損失ハ皆デ何程
 デスカ。

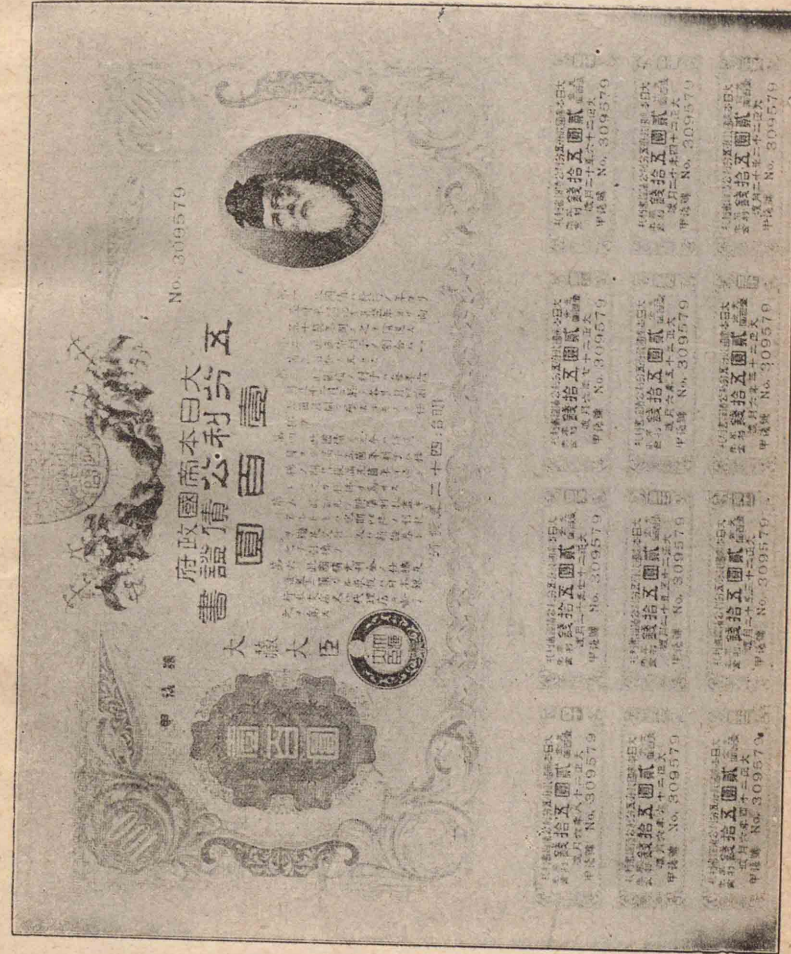
手引 保險料モ損失ノ一部分デアル。

5. 米國デ自動車一臺ヲ 4200 圓デ買ヒ、運賃 135
 圓ト原價ノ 2 %ニ當ル海上保險料ヲ拂ツテ取寄
 セマシタガ、輸入税ハ原價、運賃、保險料ノ合計ノ 35
 %デアル。總經費何程デスカ。

6. 第三種所得税一ケ年ニ 56.72 圓納メル人ノ
 課税標準ハ何程デスカ。

5. 公債社債株式ト其利廻

政府ガ一般公衆ヨリ借入レル國債ト府、
 縣市町村ガ一般公衆ヨリ借入レル地方債



ガ株券ハ通常記名式デアル。ソレ故ニ債券ハ引渡ニヨツテ賣買讓與出來ルガ株券ハ引渡ダケデハ賣買讓與ニナラス。

問1. 昭和9年末ノ國債現在高ハ96.5091億圓デアル。年利率平均4.5%ト見ルト一ケ年ニ利息何程ヲ要スルカ。

問2. 五分五厘利附某社債額面3000圓ヲ92圓ノ相場デ賣ツテ其代金ヲ年5%ノ定期預金ニスルト一ケ年ノ收入ニ何程ノ差ガ出來ルカ。*

問3. 配當率8.5%,拂込50圓ノ株券ヲ一株65圓ノ割デ買フ代リニ其代金ヲ年幾%デ利殖スルト配當金ニ等シイ利息ガ得ラレルカ。

公債,社債,株券等ノ買入ニ要スル金額又ハ時價ニ等シイ金額ヲ利殖シテ,コノ有價證券ヨリ得ル利益ト同額ノ利息ヲ得ル年利率ヲコノ有價證券ノ利廻トイヒマス。

前問ハ株券ノ利廻ヲ求メル問題デアル。

*五分五厘利附トイフノハ年利率五分五厘ノ利息ガツクトイフ意味デアリ,又92圓ノ相場トイフノハ額面100圓ニツキ92圓トイフ意味デアル。

利廻ハ公債,社債,株券ニ限ルノデハナク若干ノ資本ヲ投ジテアル事業ヲナストキニ其資本金ヲ利殖シテコノ事業ヨリ得ル利益ト同額ノ利息ヲ得ル年利率ヲコノ事業ノ利廻トイフノデアル。例ヘバ金 a 圓ニテ土地ヲ買ヒ之ヲ貸シテ年々 b 圓ツツノ純益金ヲ得ルナラバ其利廻ハ $\frac{b}{a}$ 即 $\frac{100b}{a}$ %デアル。

例 n 年後ニ償還セラレル六分利某社債ノ發行價格*95圓ナラバ其利廻何程カ。

解 $(100\text{圓} - 95\text{圓}) \div n = \frac{5}{n}\text{圓} \dots\dots\dots$ 償還差益一年分

$100\text{圓} \times 0.06 + \frac{5}{n}\text{圓} = \left(6 + \frac{5}{n}\right)\text{圓} \dots\dots$ 利益一年分

$\left(6 + \frac{5}{n}\right)\text{圓} \div 95\text{圓} = \frac{6n+5}{95n} \dots\dots\dots$ 利廻

【注意】 n ガ大キクナレバ通常償還差益一年分ハ極メテ少額ニナルカラ償還期ノホイモノ又ハ償還期ノ不明ノモノハ償還差益ヲ考ヘナイデ利廻ヲ算出スルノガ普通デアル。コノ様ニシテ算出シタ利廻ヲ

*發行價格95圓トイフノハ發行スルトキノ價格ガ額面100圓ニツキ95圓ノ意味デアツテ之ニ應募スレバ95圓拂込ムト額面100圓ノ債券ヲ受取ルコトガ出來ルノデアル。

直接利廻トイヒ、上例ノ様ニ償還差益ヲモ考ヘテ償還期ノ最後ニ償還セラレルモノトシテ算出シタ利廻ヲ最終利廻トイフコトガアル。

問4. 10年後ニ償還セラレル五分利公債ヲ92.5圓ノ相場デ買ヘバ最終利廻何程カ。

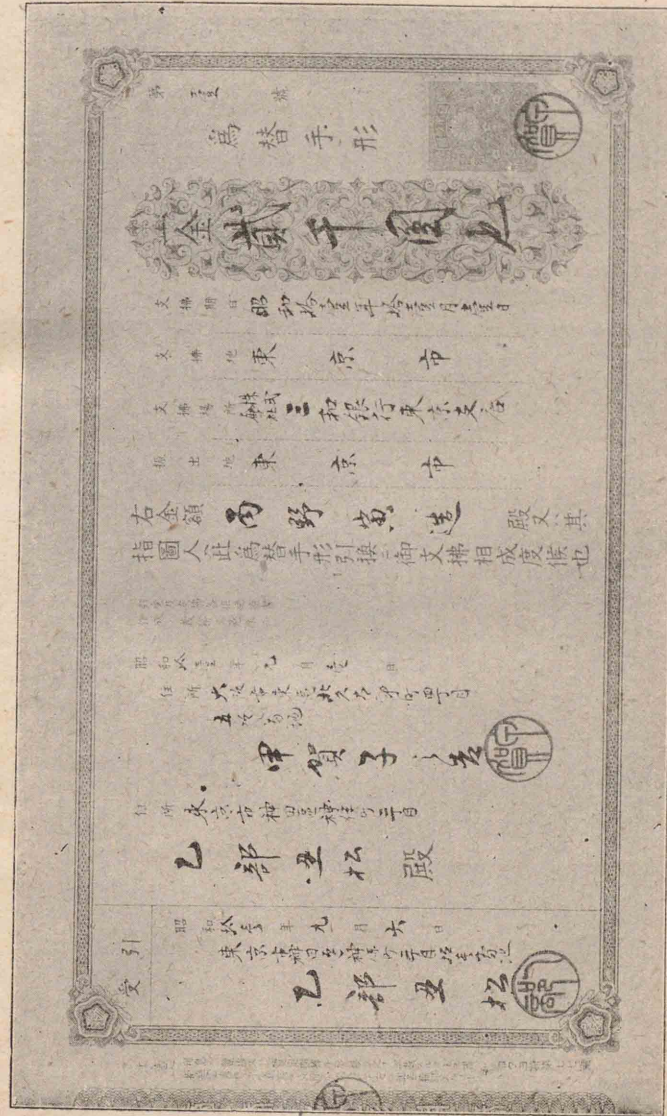
問5. 社債ノ利息ヲ受取ルトキニハ、受取ル利息ノ5%ニ當ル第二種所得稅ト、2%ニ當ル資本利子稅トヲ要スル。7分利附滿鐵社債ヲ96.8圓ノ相場デ買フニ買入手數料額面100圓ニツキ20錢ヲ要スルモノトシテ税金及手數料ヲモ勘定ニ入レテ直接利廻ヲ算出シナサイ。

問6. 25圓拂込配當率8.5%ノ株式ヲ買ツテ直接利廻6%以上ニナル様ニスルニハ一株ニツキ何程以下デ買フベキカ。但買入手數料一株ニツキ35錢ヲ要ス。

6. 手形ト其割引

一定ノ金額ヲ一定ノ期日ニ支拂ハレル旨ヲ記セル證書ヲ手形トイツテ爲替手形、約束手形、小切手ノ三種類アル。

爲替手形ハ一定ノ金額ヲ一定ノ期日ニ第三者



第一號



約束手形

金壹千圓也

支拂期日 昭和三年九月廿九日

支拂地 東京市

支拂場所 三和銀行東京支店

振出地 東京市

右金額 貴殿又、貴殿ノ指圖人
此約束手形引換ニ支拂可申候也

昭和三年九月廿九日

住所 東京市神田區神保町二丁目

於此也

乙部丑松



白野寅造 殿

注意 1. 本手形は、支拂期日以前に、本支店に提出して、現金に換換せしめらるべきものである。2. 本手形は、支拂期日を過ぎても、本支店に提出して、現金に換換せしめらるべきである。3. 本手形は、支拂期日を過ぎても、本支店に提出して、現金に換換せしめらるべきである。

昭和三年九月廿九日

表書ノ金額正ニ受取候也

昭和三年九月廿九日

其指圖人即支拂相成度候也

表書ノ金額 殿又

昭和三年九月廿九日

其指圖人即支拂相成度候也

表書ノ金額 殿又

白野寅造

住所 東京市神田區神保町二丁目

其指圖人即支拂相成度候也

表書ノ金額 殿又

ニ支拂ハレタキ旨ヲ記セル支拂委託證書デアリ、
約束手形ハ一定ノ金額ヲ一定ノ期日ニ支拂フベ
キコトヲ約束セル證書デ、又小切手ハ銀行ノ當座
預金引出ニ使用セラレル。

手形ノ所持人ハ支拂期日前ニ其額面高ヨリ若
干割引シテ現金ヲ受取ルコトガアル。コノ時割
引スル金高ヲ割引料トイヒ、額面高ヨリ割引料ヲ
引キ去ツタ殘即所持人ノ受取ル金額ヲ手取金又
ハ現價トイフ。

例ヘバ額面 1000 圓ノ手形ノ所持人ガ之ヲ或銀
行デ割引シテ現金 950 圓ヲ受取ツタトスレバ 950
圓ハ手取金又ハ現價デアリ

$$1000\text{圓} - 950\text{圓} = 50\text{圓}$$

ハ割引料デアル。コノ銀行ハ 950 圓ヲ所持人ニ
渡ス代リニ期日ニ支拂人カラ 1000 圓受取ルカラ
ツマリ 950 圓ヲ貸シ期日ニ利息 50 圓ヲ込メテ元
利合計 1000 圓ヲ受取ルモノト考ヘルコトガ出來
マス。

例 3 月後ニ支拂ハレル額面 1 圓ノ手形ヲ年
8 % デ割引スルト割引料及現價各何程デスカ。

84

東京日本橋區區町三丁目
三和銀行東京支店

AL 05599

乙部五松

振出地 東京市

昭和八年六月廿日

右金額此切手引換持參人御支拂可被成候也

金壹千圓也

AL 05599

小切手

解 現價ヲ x 圓トスルト、3 月後ノ元利合計ガ A 圓デスカラ

$$x \times \left(1 + 0.08 \times \frac{3}{12}\right) = A$$

$$\therefore x = \frac{A}{1.02} \text{ (圓) } \cdots \cdots \text{ 現價}$$

$$A - \frac{A}{1.02} = A \left(1 - \frac{1}{1.02}\right) = \frac{0.02A}{1.02} \text{ (圓) } \cdots \cdots \text{ 割引料}$$

問 1. 2 年後ニ金 10000 圓ヲ受取ル權利ガアル。之ヲ年 $r\%$ デ割引スルト現價、割引料各何程。

上ノ様ニ期日支拂金高ヲ元利合計現價ヲ元金、割引料ヲ利息ト考ヘテ計算スル方法ヲ**眞割引**トイッテ理論上正シイ方法デアルガ手形ヲ割引スルトキニハ通常額面高ヲ元高ト考ヘテ其利息ヲ割引スル。之ヲ**銀行割引**トイヒマス。

前例ヲ銀行割引デ計算スルト

$$A \text{ 圓} \times 0.08 \times \frac{3}{12} = 0.02A \text{ 圓} \cdots \cdots \text{ 割引料}$$

$$A \text{ 圓} - 0.02A \text{ 圓} = 0.98A \text{ 圓} \cdots \cdots \text{ 現價}$$

以下手形ノ割引ハ銀行割引ヲ使ヒ、割引スル日モ支拂期日モ割引日數ニ入レ且割引料ノ錢未滿ハ切捨テルコトニスル。

問 2. 額面 1500 圓、支拂期日 3 月 31 日ノ約束手

形ヲ同月 5 日ニ日歩 1.8 錢デ割引スルト手取金何程デスカ。

例 題

1. 六分五厘利附東京市電氣事業公債額面 3000 圓ヲ買フニ額面 100 圓ニツキ 104.5 圓ノ外ニ買入手數料 20 錢カカル。

(1) 買入ニ要スル總費用何程カ。

(2) 毎回受取ル利息中ヨリ其 4% ノ第二種所得稅ト 2% ノ資本利子稅トヲ差引カレルト半年間ノ實收入何程カ。

(3) 利廻何程ナルカ。

2. 13 年後ニ償還セラレル 5.5% 利ノ某市債ヲ 93.3 圓ノ相場デ買ヘバ最終利廻何程デスカ。但買入ノトキニ額面 100 圓ニツキ手數料 20 錢ヲ要シ、利息ヲ受取ル時ニ其 4% ノ第二種所得稅ト 2% ノ資本利子稅トヲ要スル。

3. 前問ノ公債ノ相場ガ何程デアレバ最終利廻ガ 8% ニナルカ。

4. 額面 50 圓、全額拂込濟ノ某會社株式ヲ一株

ニツキ 78.4 圓ノ割デ 150 株賣リ其代金ヲ 3 月後
拂ノ約束手形デ受取り直チニ年 8% デ割引スル
ト實際何程デ賣ツタコトニナルカ。

5. 半年後ニ受取ル金若干ヲ年 10% デ割引シ
テ手取金 2223 圓ニナツタ。期日ニ支拂ハレル金
額ハ何程デアツタカ。銀行割引眞割引ノ二様ニ
計算セヨ。

6. 半年後ニ受取ル金若干ヲ年 8% デ割引ス
ルニ眞割引ニヨルト銀行割引ニヨルトテ手取金
ニ 7.2 圓ノ差ガ出來ル。ソウスルト期日ニ受取ル
金額ハ何程デスカ。

第二章 外國貨幣ト爲替

7. 外國貨幣

外國トノ交通ヤ取引ガ頻繁ニナルニツレテ外
國度量衡外國貨幣ニ關スル知識ガ益々必要ニナ
ル。度量衡ハ米突法ヲ使用スル國家ガ漸次増加
シテ來マシタガ貨幣ハマダ各國マチマチデ統一
ガナイ。

主ナル國ノ價格ノ單位ノ名稱命位ハ次ノ様デ
アル。

英	1 磅 (\pounds)	^{ホンド} = 20 ^{シルリング} 志 = 9.763 圓
		1 志 = 12 ^{ペンス} 片
米	1 弗 ($\$$)	^{ドル} = 100 ^{セント} 仙 = 1.185 圓
佛	1 法 (Fr)	^{フラン} = 0.0786 圓
獨	1 馬 (M)	^{マーク} = 0.478 圓
露	1 留 (Rb)	^{ルーブル} = 1.032 圓
中華	1 兩 (TL)	^{テール} = 10 ^{メース} 錢 = 100 ^{フエン} 分
滿洲	1 圓	^{チヤフ} = 10 ^{フエン} 角 = 100 分

外國貿易ナドデ實際使用スル價格ノ換算率ハ
後ニ示ス外國爲替相場ニヨルノデ絶エズ變動シ
テキル。上記ノ本邦貨幣トノ比較ハ法定平價ト
イツテ本位貨幣(金貨)ノ地金ノ價デアル。中華ト
滿州國ハ銀本位デアルカラ銀相場ノ變動ニツレ
テ變動スル。

【注意】 12 磅 3 志 4 片ヲ $\pounds 12-3-4$ ト書キ表ハシ、56
弗 78 仙ヲ $\$ 56.78$ ト書ク。其他モ之ニ準ズ。又コノ記
法ニ倣ヒテ邦貨 35.48 圓ヲ $\pounds 35.48$ ト書クコトガアル。

問 1. $\pounds 245-15-4$ ハ幾片デスカ。



英金貨一磅



英銀貨一志



米銅貨一仙



佛銀貨一法



獨銀貨一馬



佛銀貨五參

(1參 = 1/100 法)



獨銅貨一布

(1布 = 1/100 馬)



米銀貨一歩



米 20 弗 紙 幣

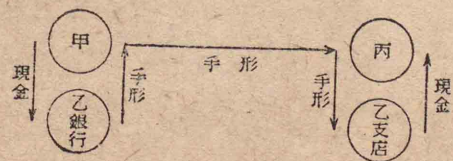
問 2. 前問ノ金額ヲ $\frac{1}{2}$ ノ帶分數デ表ハシナサイ。

問 3. 米國ノ \$ 10 金貨ノ重サハ 152.4 ぐれーん (1 ぐれーんハ約 0.065g) デ其 90% ハ純金デアル。純金 0.75g ヲ 1 圓トシテ計算スルト \$ 10 金貨中ニ含マレテキル純金ノ價ハ何程デスカ。

8. 外國爲替

外國ニ貸借ノアルトキ直接現金ヲ受渡セズ爲替手形ヲ利用シテ決済スル方法ヲ外國爲替トイツテ送金即通常爲替ト貸金ヲ取立テル逆爲替ノ何レヲモ取組ムコトガ出來ル。

通常爲替 甲ガ外國ニ送金スルニハ取扱銀行乙ニ相當ノ金額ヲ拂ツテ爲替手形ヲ受取り之ヲ受取人丙ニ送ルト丙ハ其地ノ乙銀行支店カラ手形ト引換ニ其額面高ヲ受取ルコトガ出來ルノハ

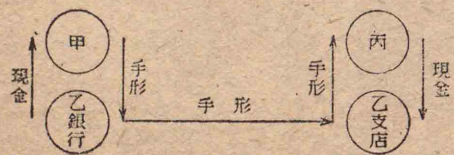


日本國內デノ送金ト同様デアツテ異ナルノハ甲ガ乙ニ

渡ス金額ガ圓ヲ單位トスルモノデアノニ丙ガ乙支店カラ受取ルノハ磅、弗、法等ヲ單位トスル金額デアダケノコトデア。

上ノ手續中甲ガ手形ヲ受取ツテ丙ニ送ル代リニ乙銀行カラ乙支店ニ電報デ通知スルノヲ電信爲替トイヒ。又丙ガ受取ツタ手形ト引換ニ何時デモ現金ヲ受取ルコトガ出來ルノデアレバ之ヲ一覽拂、參着拂、又ハ要求拂トイヒマス。

逆爲替 甲ガ外國ニ居住スル丙ニ對スル貸金ヲ取立テルニハ甲ハ丙宛ノ爲替手形ヲ作ツテ之ヲ乙銀行ニ渡シ乙銀行カラ相當ノ金額ヲ受取ル。乙銀行ハ其支店ニ手形ヲ送ルト支店ハ手形ト引換ニ丙カラ現金ヲ受取ル。コノ場合ニ丙ハ乙ノ請求次第何時デモ支拂ハネバナラス様ナ手形ナラバ之ヲ一覽拂、參着拂、又ハ要求拂トイヒ、モシ請求ヲ受ケテカラ一ヶ月ノ猶豫ガアレバ之ヲ一覽



後一ヶ月拂トイフノデア。トヒノ説明中ニハ丙ノ居所

ニ乙銀行ノ支店ガアルモノトシタガ支店ガナクトモ乙ノ取引銀行ガアレバヨイ譯デア。又送金ハ郵便局デモ上ノ説明ト全ク同ジ手續デ取扱ヒマス。

送金デモ逆爲替デモ手形ノ額面ハ宛名地ノ貨幣制度デ記スノガ通常デア。例ヘバ前例デ甲ガ日本ニ丙ガ英國ニ居ルナラバ額面金額ハ何磅何志何片トスルノデア。ソコデ甲ガ乙銀行ニ受渡スル金額ヲ算出スル爲ニ磅ヲ圓ニ換算シナケレバナラスガソノ換算率ヲ爲替相場トイフノデア。

例1. 米國宛爲替相場ガ ¥100 ニツキ \$28.50 ノトキニ \$456.78 ヲ米國ニ送ルニハ金何程ヲ要スルカ。

$$\text{解 } ¥100 \times \frac{456.78}{28.5} = ¥1602.74 \quad \text{答 } ¥1602.74$$

【注意】邦貨ハ錢英貨ハ片米貨ハ仙、中華及滿洲貨ハ分、其他ハ29頁記載單位ノ小數第二位マデトリ其未滿ヲ四捨五入セヨ。

例2. 英國宛爲替相場 ¥1 ニツキ $1\frac{1}{8}$ (1志 $8\frac{1}{2}$ 片ヲ表ハス記號)ナルトキ債權 4562.3 圓ヲ取立テ

ル逆爲替ノ額面ハ何程ナルカ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 1 \text{ 志} \quad & 8.5 \text{ 片} \times 4562.3 = 20.5 \text{ 片} \times 4562.3 \\ & = 93527.15 \text{ 片} = \text{£}389-13-11^* \quad \text{答} \quad \underline{\underline{\text{£}389-13-11}} \end{aligned}$$

例 題

1. 法定平價デ換算スルト英貨 £1563-4-0 ハ邦貨何程ニ當ルカ。
2. 葡萄酒 3850 l ヲ 1 l ニツキ Fr 23.5 ノ割デ買ヒマシタ。法定平價デ計算スルト、コノ代金ハ邦貨何程ニナルカ。
3. 神戸ノ甲ハ伯林ノ乙カラ器械 M 45680 ヲ買ヒ其代金ヲ電信爲替デ送ルニハ金何程ヲ要スルカ。電信爲替相場ヲ ¥1 ニツキ M 1.45 トスル。
4. 横濱ノ A ハ紐育ノ B ニ生絲 1 kg ニツキ \$ 4.05 ノ約束デ 60 kg 入 250 梱ヲ賣リ、コノ代金ヲ取立テル爲ニ一覽後四月拂ノ逆爲替ヲ取組メバ手取金何程。但爲替相場ハ ¥100 ニツキ一覽後一月拂ノハ \$ 28. デ、一覽後四月拂ハ其 1% 増デアル。
5. 英國ヘ輸出シタ蟹罐詰ノ代金 £2056-12-6

* ≡ ハ近似的ニ等シイコトヲ表ハス。

ヲ取立テル爲仲立人ニ依頼シテ逆爲替ヲ取組ミマシタ。爲替相場ハ ¥1 ニツキ $1/7\frac{3}{4}$ デ仲立人手數料ハ手形賣却代(逆爲替手形ト引換ニ銀行カラ受取ル金額)ノ $\frac{1}{8}\%$ デスト手取金何程デスカ。

6. 英國カラ買入レタ商品ノ代金 ¥4678.25 ヲ送ルニ ¥1 ニツキ $1/8\frac{3}{8}$ ノ電信爲替ニスルノト $1/8\frac{1}{2}$ ノ參着拂ニスルノト額面金高ニ何程ノ差ガアリマスカ。

雜 題 第 一

1. 本邦内地ニ發着スル封書ヲ航空郵便トシテ差出スト通常郵便料ノ外ニ 15g 毎ニ (15g 未滿ノ端下ハ切上) 15 錢ヲ要スル。目方 34g ノ封書ヲ福岡カラ東京マデ航空郵便トシテ差出スト其料金何程カ。
2. 商品見本ヲ航空郵便デ内地カラ朝鮮ニ送ルト通常郵便料ノ外ニ 75g 毎ニ (75g 未滿ノ端下ハ切上) 50 錢ヲ要スル。通常郵便料ハ 110g 毎ニ (110g 未滿ノ端下ハ切上) 2 錢ナラバ 200g ノ商品見本ヲ内地カラ朝鮮ニ航空郵便トシテ差出スト料

金何程デスカ。

3. 或家ノ瓦斯めーとるノ指針ガ前々月末ニハ 1563.8 立方米ヲ、前月末ニハ 1687.2 立方米ヲ指シテキタ。12頁例題10ニ記シテアル割合デ計算シタ瓦斯代金ノ外ニ瓦斯めーとる損料一ヶ月ニ50錢ヲ要スルモノトスルト瓦斯會社ニ支拂フベキ金額前月分ハ何程デスカ。但前後トモ立方米未滿ノ端下ハ切捨テ其差ニ對スル代金ヲ支拂フモノトシ錢未滿ヲ四捨五入セヨ。

4. 3月7日振出、日付後90日拂、額面 4783.5 圓ノ約束手形ヲ3月12日ニ日歩1.6錢デ割引スレバ手取金何程。支拂期日ハ振出ノ翌日ヨリ90日目トシテ計算セヨ。

【注意】手形ノ支拂期日ハ何月何日ト定メテアル定期拂振出ノ日ヨリ幾日後ト定メテアル日付後定期拂、支拂人ガ支拂ヲ承諾シタ日(引受日)カラ幾日後トイフ一覽後定期拂請求次第何時デモ支拂ハレル一覽拂等ノ種類ガアル。

5. 額面 1000 圓、6 月拂ノ手形ヲ年 8 % デ割引スルト年利率何程デ金何程ヲ借リルコトニナリ

マスカ。

6. 滿27歳ノ人ガ30年滿期ノ養老保險ヲ契約シテ滿期ノトキニ受取ル保險金ヲ信託會社ニ委託シテ年々2000圓以上ノ配當ヲ受ケル爲ニハ滿期マデ年々何程以上ノ保險料ヲ要スルカ。但金錢信託ノ配當ハ年5.3%ト見積リ保險料率ハ保險金 10000 圓ニツキ一年 298 圓トシ保險金額ニハ1000 圓未滿ノ端下ヲツケナイコトニスル。

7. 或汽船ノ一等乗船料横濱カラ倫敦マデハ £107 デアル。 ¥1 = 1/6 $\frac{3}{4}$ トスレバコノ料金ハ邦貨何程デスカ。

8. 横濱カラ桑港マデハ 4531 海里デアル。桑港マデノ一等乗船料 \$280, ¥100 = \$22.5 トスレバ1海里當リノ乗船料邦貨デ何程ニツキマスカ。

9. 國稅所得稅一圓ニツキ府稅附加稅ハ18錢市稅附加稅ハ21錢ノトキニ第三種所得稅課稅標準 3435 圓ノ人ハ所得稅ト其附加稅トデ一年ニ何程ヲ納メルカ。

10. 前問ニ於テ所得稅ト其附加稅トノ合計一年分 37.53 圓デアルト課稅標準何程デスカ。

11. 額面 50 圓、拂込 37.5 圓ノ某株式ヲ一株ニツキ 53.4 圓ノ割デ買ヒ三ヶ年間毎年 8% ノ配當金ヲ受取リ一株 57.9 圓デ賣ルト利廻何程デスカ。

12. 英國ノ商人ニ對スル貸金ヲ取立テル爲ニ仲立人ニ依頼シテ一覽後 60 日拂ノ逆爲替ヲ取組ムニ手数料 $\frac{1}{8}\%$ フ要スルモノトシ爲替相場 1 圓ニツキ $1\frac{3}{8}$ ノトキニ手取金 12000 圓ヲ得ルニハ手形ノ額面ヲ何程ニスレバヨイカ。

第二編 級數及對數

第一章 等差級數

9. 級數

問 1. 次ノ諸數ハ或法則ニ從ツテ並ベラレテアル一列ノ數デアリマス。○印ノ所ニアルト思ハレル數ヲ言ヒナサイ。

(1) 1, 3, 5, 7, ○, ○, ○

(2) 30, 20, 10, 0, -10, ○, ○, -40

(3) ○, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, ○

(4) 1, 11, 111, 1111, ○, ○

前問ノ様ナ一列ノ數ヲ級數トイツテ、其各ノ數ヲ級數ノ項トイヒマス。例ヘバ前問(2)ノ級數デハ初項ハ 30、第二項ハ 20、第三項ハ 10、末項ハ -40 デ項ノ數ハ八ツデアリマス。

問 2. 次ノ級數ノ第 10 項ヲ求メナサイ。

(1) $\frac{1}{n-1}$, $\frac{1}{n-2}$, $\frac{1}{n-3}$

- (2) $a, a+b, a+2b, a+3b \dots\dots\dots$
- (3) $a, b, a^2, b^2, a^3, b^3, \dots\dots\dots$

10. 等差級數

上ノ問 2(2)ノ様ニ或項ニ一定ノ數ヲ加ヘルト其次ノ項ニナル様ナ級數ヲ等差級數(略記號 $A. P.$) トイツテ、コノ一定ノ數ヲ公差トイヒマス。例ヘバ上ノ問 2(2)ノ $A. P.$ デハ公差ハ b デアリマス。

問1. 次ノ一列ノ數ハ等差級數デスカ。モシ等差級數ナラバ其初項、末項、公差、項數ハ各何カ。

- (1) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15
- (2) 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5
- (3) 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1
- (4) 2カラ100マデノ偶數ヲ殘ラズ大サノ順(大キイノカラ始メテ次第ニ小サク)ニ書キ列ネタモノ

問2. 初項 5, 公差 3 ノ等差級數ヲ第 10 項マデ書キナサイ。

問3. 初項 a 公差 d ノ等差級數ヲ第 5 項マデ書キナサイ。

11. 一般項

初項ガ a , 公差ガ d デアル等差級數ハ

$$a, a+d, a+2d, a+3d \dots\dots\dots$$

デ其第 n 項ヲ l トシマスト

$$l = a + (n-1)d \dots\dots\dots (A)$$

コレハ初項、公差及項ノ番號ヲ知ツテ、其項ヲ求メル公式デ、 n ニ適當ナ値ヲ與ヘルト幾番目ノ項デモ表ハス事ガ出來マス。ソウイウ譯デ l ヲ一般項トイヒマス。

例ヘバ $n=4$ トスレバ

$$l = a + (4-1)d = a + 3d$$

ニナツテ第四項ヲ表ハシマス

例1. 7, 3, -1ナル等差級數ノ第 20 項ヲ求メナサイ。

解 (A)ニ於テ $a=7, d=3-7=-4, n=20$ トオケバ

$$l = 7 + (20-1)(-4) = -69 \quad \text{答 } -69$$

公式(A)ハ第 n 項ヲ求メルノニ使ハレルダケデナク初項、公差、或項ノ番號、其項ノ値ノ中ノ三ツヲ知ツテ殘リノ一ツヲ求メルノニモ使ハレマス。

例2. 7, 5, 3,ナル $A.P.$ デハ -15 ハ幾番目

ノ項デスカ。

解 $a=7, d=5-7=-2, l=-15$ ヲ (A) = 代入
スルト。

$$-15 = 7 + (n-1)(-2)$$

$$\text{即 } -15 = 7 - 2n + 2$$

$$\therefore n = 12$$

答 第12項

例 題

1. 初項が1, 公差が3 デアル等差級數ノ第50項ヲ求ム。
2. $6, 6\frac{1}{2}, 8, \dots$ ナル等差級數ノ第30項ハ何カ。
3. 初項15, 公差 -2 , 項數8 ナル A.P. ガアリマス。其末項ハ何程デスカ。
4. 初項6, 第10項0 デアル等差級數ノ公差ヲ求メナサイ。
5. 公差 $-\frac{1}{3}$, 項數25, 末項4 デアル等差級數ノ初項ヲ求ム。
6. 公差 d , 末項 l ナル A.P. = 於テ終ヨリ2番目, 3番目, 4番目及 n 番目ノ項ヲ求メヨ。

12. 等差級數ノ諸項ノ和

等差級數ノ諸項ノ和ヲ單 = 等差級數ノ和トイフコトガアリマス。

例 奇數ヲ順ニ並ベタ $1, 3, 5, \dots$ = 於テ初ノ10個ノ和ヲ求メナサイ。

解 奇數ヲ順ニ並ベタ $1, 3, 5, \dots$ ハ等差級數デアツテ10番目ノ項ヲ l トスルト

$$l = 1 + (10-1) \times 2 = 19$$

デアリマス。今所要ノ和ヲ S トシマスト

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 17 + 19 \quad \dots(1)$$

之ヲ反對ノ順ニ書クト

$$S = 19 + 17 + 15 + \dots + 3 + 1 \quad \dots(2)$$

(1), (2) ヲ邊々加ヘルト

$$2S = 20 + 20 + 20 + \dots + 20 + 20$$

$$= 20 \times 10$$

$$\therefore S = \frac{20 \times 10}{2} = 100$$

答 100

☞ 100以下ノ偶數ヲ殘ラズ加ヘルトイクラニナルカ。

初項 a , 末項 l , 公差 d , 項數 n ノ等差級數ノ諸項ノ和 S ヲ前例ト同ジ方法デ求メルト

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-2d) + (l-d) + l$$

$$S = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + (a+2d) + (a+d) + a$$

$$2S = (a+l) + (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l) + (a+l) + (a+l)$$

$$= (a+l) \times n$$

$$\therefore S = \frac{n(a+l)}{2} \dots \dots \dots (B)$$

(B)ハ初項,末項,項數ヲ知ツテ和ヲ求メル公式デアリマス。

次ニ $l = a + (n-1)d$ デアルカラ (B) ノ $l = a + (n-1)d$ ヲ置キ換ヘルト

$$S = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2} \dots \dots \dots (C)$$

(C)モ和ヲ表ハス公式デアツテ初項,公差,項數ヲ知ツテ和ヲ求メルノニ都合ガヨイ。

例 題

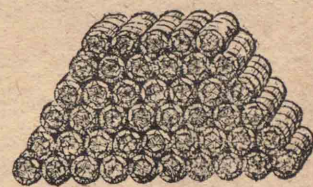
1. 次ノ A. P. ノ和ヲ求メナサイ。
 - (1) 初項 6, 末項 20, 項數 8
 - (2) 初項 15, 公差 -3, 項數 20
2. $10, 8\frac{2}{3}, 7\frac{1}{3}, \dots$ ナル A. P. ノ 10 項マデノ和ヲ求メナサイ。

3. 初項ガ 20, 第 6 項ガ 0 デアル等差級數ノ公差ハ何カ。又コノ級數ノ第 11 項マデノ和ヲ求メナサイ。

4. $1+2+3+\dots+n$ ヲ簡單ニシナサイ。

5. 100 ト 200 トノ間ニアル奇數ノ和ヲ求メナサイ。

6. 米俵ヲ圖ノ様ニ梯形狀ニ積ンデアル。



最上層ハ 5 俵, 最下層ハ 10 俵デアルト總數何程デスカ。

7. 米 75 俵ヲ前問ノ様ニ梯形狀ニ積ンデ最上層ヲ 3 俵ニスルニハ幾段ニ積メバヨイカ。

手引 $S = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ = 於テ $a=3, d=1, S=75$ トシテ n ヲ求メナサイ。

8. 或人初ニ 20 圓, 次ノ月ニハ 18 圓, 其次ノ月ニハ 16 圓トイフ様ニ毎月其前月ノヨリ 2 圓少イ金高ヲ貯蓄シテ總額ガ 104 圓ニナリマシタ。幾月貯蓄シマシタカ。

第二章 等比級數

13. 等比級數

細菌ハ其體ガ二ツニ分レ、次ニ其各ガ二ツニ分レ更ニ又其各ガ二ツニ分レルトイフ様ニ體ガ分裂シテ蕃殖シマス。或細菌ガ1時間毎ニ分裂スルモノトスルト最初1ツデアッタノガ1時間後ニハ2, 2時間後ニハ $2^2=4$, 3時間後ニハ $2^3=8$, 4時間後ニハ $2^4=16$, 一晝夜後ニハ $2^{24}=16777216$ ニナリマス。コノ例ニ於ケル一時間毎ノ細菌ノ數ハ級數ヲナシ或項ハ其前ノ項ノ二倍ニ等シイ。コノ様ニ或項ニ一定ノ數ヲ掛ケルトスグ次ノ項ニナル様ナ級數ヲ**等比級數**(略記號 *G.P.*)トイツテコノ一定ノ數ヲ**公比**トイヒマス。前例ノ細菌ノ數ハ等比級數ヲナシ初項ハ1, 公比ハ2デアリマス。又2, 6, 18, 54, 162ハ初項2, 末項162, 公比3, 項數5ノ等比級數デアル。

問1. 初項1, 公比 $\frac{1}{2}$ ノ等比級數ヲ第6項マデ書キナサイ。

問2. 初項5, 公比-3ノ等比級數ヲ第4項マ

デ書キナサイ。

問3. 初項 a , 公比 r ノ等比級數ヲ第4項マデ書キナサイ。コノ等比級數ノ第10項, 第20項ハ各何デスカ。

初項 a , 公比 r ノ等比級數ノ第 n 項ヲ l トシマスト

$$l = ar^{n-1} \dots \dots \dots (A)$$

デアツテ, コノ公式ニヨツテ初項, 公比ノ知レテキル等比級數ノ幾番目ノ項デモ求メル事ガ出來ル。

例ヘバ等比級數3, 5, $\dots \dots \dots$ デハ公比ハ $\frac{5}{3}$ デスカラ其第6項ハ

$$3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{6-1} = 3 \times \frac{5^5}{3^5} = \frac{5^5}{3^4} = \frac{3125}{81}$$

問4. 初項125, 公比 $-\frac{1}{5}$ ノ等比級數ノ第8項ハ何デスカ。

問5. 24, 12, $\dots \dots$ ナル*G.P.*ノ第6項ハ何カ。

問6. 公比ガ3デアル或等比級數ノ第5項ハ243デアル。コノ級數ノ初項ハ何カ。

14. 等比級數ノ諸項ノ和

等比級數ノ諸項ノ和ヲ單ニ等比級數ノ和トイ

フコトガアリマス。

等比級數 $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$ ノ和ヲ S トスルト

$$S = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \dots (1)$$

コノ兩邊ニ r ヲ掛ケルト

$$Sr = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \dots (2)$$

(1), (2) ヲ邊々減ズルト

$$S - Sr = a - ar^n$$

$$\text{即 } S(1-r) = a(1-r^n)$$

$$\therefore S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \dots (B)$$

(B)ハ初項 a , 公比 r , 項數 n ノ等比級數ノ和ヲ示ス公式デアリマス。

例 $G.P.$ 4, 12, 36..... ノ初ノ6項ノ和ヲ求メナサイ。

解 公式(B)デ $a=4, r=\frac{12}{4}=3, n=6$ ト置クト

$$S = \frac{4(3^6-1)}{3-1} = \frac{4(729-1)}{2} = 1456$$

答 1456

問 初項 1, 公比 2 ノ等比級數ノ第 8 項マデノ和ヲ求メナサイ。

例題

1. 初項 $\frac{1}{4}$, 第 2 項 $-\frac{1}{2}$, 項數 8 ノ等比級數ガアル, 其末項ハ何デスカ。

2. 前問ノ級數ノ和ヲ求メナサイ。

3. 等比級數ノ初項 a , 第三項 b デアルト公比ハ何デスカ。

4. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$ ヲ簡單ニセヨ。

5. $1 + x + x^2 + \dots + x^n$ ヲ簡單ニセヨ。

6. a, a, a, a, a, a, \dots ハ何級數デスカ。

7. 第 1 項ハ a , 第 2 項ハ b デアル等差級數ト等比級數トヲ各第 5 項マデ書キナサイ。

8. 床ニ垂直ニ護謨球ヲ落スト初ノ高サノ $\frac{3}{5}$ ノ高サニ跳上ツテ又落チテハ跳上ル。床カラ 2.5 m ノ高サニアル柵カラコノ毬ガ落ちルト 5 回目ニハ幾 m 跳上リマスカ。

15. 無限等比級數

限リナク引續ク等比級數

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots (1)$$

ニ於テ先ヅ第 n 項マデノ和ヲ S トスルト

$$S = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

デスカラ(1)ハ幾項マデトツテモ其ノ和ハ常ニ1ヨリ小サク項數ヲ如何程澤山トツテモ和ガ1ニ達スルコトガアリマセン。シカシ項數即 n ガ増スニ從ツテ $\frac{1}{2^n}$ ハ次第ニ小サクナリ、 n ガドコマデモ大キクナレバ $\frac{1}{2^n}$ ハドコマデモ0ニ近ヅキ、和ハドコマデモ1ニ接近シマス。

同様ニ無限等比級數

$$a, ar, ar^2, \dots \dots \dots (2)$$

ノ最初ノ n 項ノ和ヲ S トスルト

$$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

$$= \frac{a}{1-r} - \frac{a}{1-r} r^n$$

r ノ絶對值ガ1ヨリ小サイトキニハ n ガ限リナク大キクナレバ r^n ノ絶對值ハ限リナク0ニ接近シ、 S ハ限リナク $\frac{a}{1-r}$ ニ接近シマス。

此事實ヲ簡單ニ r ノ絶對值ガ1ヨリ小サイトキニハ無限等比級數(2)ノ和ハ $\frac{a}{1-r}$ デア

ルトイツテ

$$a + ar + ar^2 + \dots = \frac{a}{1-r} \quad |r| < 1^*$$

ト略記シマス。

例 無限等比級數 $3, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \dots$ ノ和ヲ求めナサイ。

解 公比 $-\frac{1}{3}$ ノ絶對值ガ1ヨリ小サイトニ注意スルト

$$S = \frac{3}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} \quad \text{答 } 2\frac{1}{4}$$

【注意】 公比ノ絶對值ガ1以上ノトキニハ無限等比級數ノ和ヲ求めルコトガ出来マセン。

例 題

1. 次ノ無限級數ノ和ヲ求めナサイ。

- (1) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$
- (2) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$
- (3) $0.24, 0.0024, 0.000024, \dots$

* $|r|$ ハ r ノ絶對值ヲ表ハス記號デス。

2. 無限等比級數 $1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots$ ノ和ヲ求メナサイ。

手引 和ハ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ ニナル。コノ分母分子 $(\sqrt{2}+1)$ ヲ掛ケヨ。

3. 公比 $\frac{1}{3}$ 和ガ15デアル無限等比級數ノ初項ハ幾ラデスカ。

4. 無限等比級數 $1, a, a^2, \dots$ ノ和ハ4デアル。コノ級數ノ初ノ4項ノ和ヲ求メナサイ。

5. 或無限等比級數ノ和ハ2デ各項ノ平方デ出來テキル無限等比級數ノ和ハ $\frac{4}{3}$ デアル。初ノ級數ノ初項ト公比トヲ求メナサイ。

第三章 對數

16. 指數

例ヘバ a^3 ハ aaa ノコトデ b^5 ハ b ヲ五ツ掛ケタ積デアリマス。コノ様ニ指數ハ其底數*ヲ幾ツ掛ケ合ハスカヲ示ス數デアルカラ正ノ整數ニ限ルノデ $a^{\frac{1}{2}}, x^{-2}$ ナドハ本來無意味デアリマスガ更メ

* a^m デハ a ヲ底數トイヒマス。本章デハ底數ハ正數ノ場合ダケヲ考ヘマス。

テ指數ノ意味ヲ擴張シテ次ノ様ニ $a^{\frac{1}{2}}, x^{-2}$ ナドニモ適當ナ意味ヲツケルコトニシマス。

m, n ガ正ノ整數デアルト

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \dots \dots \dots (1)$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (m > n) \dots \dots \dots (2)$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \dots \dots \dots (3)$$

$m=0$ ノトキニモ(1)ガ成立ツトスルト

$$a^0 \times a^n = a^{0+n} = a^n$$

$$\therefore a^0 = a^n \div a^n = 1 \dots \dots \dots (4)$$

ヨツテ如何ナル數ノ0乗冪モ1デアルト定メマス。

次ニ $m=-n$ ノトキニモ(1)ガ成立ツトスルト

$$a^{-n} \times a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$$

$$\therefore a^{-n} = \frac{1}{a^n} \dots \dots \dots (5)$$

ヨツテ或數ノ負數冪ハ其指數ノ絕對値ヲ指數トスル冪ノ逆數デアルト定メル。

$$\text{例ヘバ } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

問1. 次ノ値ヲ求メナサイ。

- (1) 5^0 (2) 10^{-1} (3) 4^{-2} (4) 2^{-3}

更ニ $m = \frac{q}{p}$, $n = p$ (p, q ハトチラモ整數デ p ハ

正)ノトキニモ (3)ガ成立ツトスルト

$$(a^{\frac{q}{p}})^p = a^{\frac{q}{p} \times p} = a^q$$

ニナツテ $a^{\frac{q}{p}}$ ヲ p 乗スレバ a^q ニナルノデスカラ

$$a^{\frac{q}{p}} = \sqrt[p]{a^q} \dots \dots \dots (6)$$

ヨツテ或數ノ分數冪ハ此數ノ分子乘冪ノ分母乘根デアルト定メマス。

例ヘバ $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

圖2. 次ノ式ノ値ヲ求メナサイ。

- (1) $4^{\frac{1}{2}}$ (2) $27^{\frac{2}{3}}$ (3) $8^{-\frac{1}{3}}$

上ノ様ニ指數ノ意味ヲ定メルト m, n ハ0又ハ正負ノ整數分數ノトキデモ (1), (2), (3), ハイツモ成立チ, 且(2)ノ附帶條件 $m > n$ ハ不要ニナル。

例 題

1. 次ノ式ヲ書き換ヘテ指數ニ負數分數, 小數ヲ含マス様ニシナサイ。

- (1) 10^{-2} (2) $10^{\frac{1}{2}}$ (3) $10^{\frac{2}{3}}$ (4) $10^{-\frac{1}{2}}$
- (5) $10^{0.4}$ (6) $10^{1.25}$ (7) $10^{-0.8}$ (8) $10^{-1.2}$

2. 次ノ數ヲ10ノ冪ノ形ニ書き直シナサイ。

- (1) 1000 (2) 0.01 (3) $\sqrt{10}$
- (4) $\sqrt[3]{100}$ (5) $\sqrt[4]{0.001}$ (6) $(\frac{1}{100})^3$

3. 次ノ式ヲ簡單ニシナサイ。

- (1) $10^{-3} \times 10^2$ (2) $9^{\frac{1}{2}} \div 9^{\frac{1}{3}}$ (3) $(4^{-3})^{\frac{1}{2}}$
- (4) $(10^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{4}}$ (5) $ab^{-\frac{1}{2}}c^{\frac{2}{3}} \times a^{-1}b^{-1}c^{-1}$

17. 對 數

或數 a ガ 10^b ニ等シイトキニ b ヲ a ノ常用對數(略シテ單ニ對數), a ヲ常用對數 b ノ眞數トイヒマス。

ツマリ a ノ對數トイフノハ a ガ10ノ幾乗冪ニ等シイカト考ヘタトキノ指數ノコトデアリマス。

a ノ對數ヲ $\log a$ ト書キマス。例ヘバ

$100 = 10^2$ デアルカラ $\log 100 = 2$

$0.001 = 10^{-3}$ デアルカラ $\log 0.001 = -3$

又 $\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}} = 3.162 \dots$ デアルカラ對數ガ $\frac{1}{2}$ 即0.5デアル眞數ハ3.162デアリマス。

【注意】 b ガ如何ナル數デアツテモ 10^b ハイツモ正ノ數デアアルカラ0又ハ負數ニハ對數ガアリマセン。ソ

コデ今後一々明言セズトモ眞數ハ常ニ正ノ數デア
ル場合ダケヲ考ヘマス。

問1. 次ノ數ノ對數ハ何デスカ。

- (1) 1000 (2) 0.01 (3) $\sqrt[3]{10}$

問2. 次ノ式ニ適スル x ノ値ヲ求メナサイ。

- (1) $\log 10000 = x$ (2) $\log 10 = x$
 (3) $\log \sqrt[5]{10^3} = x$ (4) $\log \frac{1}{100} = x$
 (5) $\log x = 3$ (6) $\log x = 2.5$
 (7) $\log x = 0$ (8) $\log x = -3$

18. 對數ノ性質

- 1° 1ノ對數ハ零 卽 $\log 1 = 0$
 10^n „ „ „ $\log 10^n = n$
 $\frac{1}{10^n}$ „ „ „ $\log \frac{1}{10^n} = -n$

デアルコトハ明カデアリマス。

2° 積ノ對數ハ其因數ノ對數ノ和ニ等シイ。

卽 $\log(ab) = \log a + \log b$

證明 $\log a = x$ $\log b = y$ ト置クト

$$a = 10^x \quad b = 10^y$$

$$\therefore ab = 10^x \times 10^y = 10^{x+y}$$

ヨツテ $\log(ab) = x + y = \log a + \log b$

例ヘバ $\log 30 = \log(10 \times 3) = \log 10 + \log 3 = 1 + \log 3$

3° 商ノ對數ハ被除數ノ對數カラ除數ノ對數ヲ
引イタ差ニ等シイ。

卽 $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$

證明 前ノ様ニ $\log a = x$ $\log b = y$ トシマスト

$$a = 10^x \quad b = 10^y$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}$$

$$\therefore \log \frac{a}{b} = x - y = \log a - \log b$$

例ヘバ $\log 0.45 = \log \frac{45}{100} = \log 45 - \log 100$
 $= -2 + \log 45$

問1. 次ノ數ノ對數ヲ整數ト $\log 7$ トノ和デ表
ハシナサイ。

- (1) 700 (2) 0.7 (3) 0.007

問2. 次ノ數ノ對數ヲ素數ノ對數デ表ハシナ
サイ。

- (1) 6 (2) 105 (3) 63 (4) $\frac{1}{3}$

4° 冪ノ對數ハ底數ノ對數ト其指數トノ積ニ等
シイ。

即 $\log a^n = n \log a$

証明 $\log a = x$ とスルト $a = 10^x$

$$\therefore a^n = (10^x)^n = 10^{nx}$$

$$\therefore \log a^n = nx = n \log a$$

例へば $\log 72 = \log(2^3 \times 3^2) = \log 2^3 + \log 3^2$
 $= 3 \log 2 + 2 \log 3$

又 $\log \sqrt[3]{25} = \log 25^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 25$

一般に $\log \sqrt[m]{a} = \log a^{\frac{1}{m}} = \frac{1}{m} \log a$

ソコデ

5° a の m 乗根ノ対数ハ a ノ対数ノ $\frac{1}{m}$ ニ等シイ。

例 題

1. 次ノ式ヲ唯一ツノ数ノ対数ニ變形セヨ。

(1) $\log 7 + \log 5$ (2) $\log 24 - \log 8$

(3) $3 \log 5$ (4) $\frac{1}{2} \log 64$

2. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ デス。ソウスルト

次ノ数ノ対数ハ何デスカ。

(1) 4 (2) 12 (3) 300 (4) $\sqrt[3]{36}$

(5) 5 (6) $\frac{2}{3}$ (7) 2.4 (8) $\sqrt{\frac{3}{8}}$

3. $\log 3.56 = 0.5514$ デアル。次ノ値ヲ 0.5514 ト正負ノ整数トノ和デ表ハシナサイ。

(1) $\log 35.6$ (2) $\log 356$ (3) $\log 35600$

(4) $\log 0.356$ (5) $\log 0.0356$

19. 對數ノ指標ト假數

$\log 1 = 0$, $\log 10 = 1$ デスカラ 1 ト 10 トノ間ノ數例へば 3.56 ノ對數ハ 0 ト 1 トノ間ニアリマス。即整数部ガ一桁デアル數ノ對數ハ正ノ眞小數(0ヲ含ム)デアリマス。

ソウシテ前ノ例題第3問ノ様ニシテ或數ノ對數ハ整数部ガ一桁デアル數ノ對數ト正負ノ整数(0ヲ含ム)トノ和ニ書キ換ヘラレマスカラ或數ノ對數ハ正ノ眞小數(0ヲ含ム)ト正負ノ整数(0ヲ含ム)トノ和ト考ヘルコトガ出來マス。例へば

$$\log 356 = 2 + 0.5514 = 2.5514$$

$$\log 35600 = 4 + 0.5514 = 4.5514$$

$$\log 0.0356 = -2 + 0.5514 = \bar{2}.5514 *$$

* $\bar{2}.5514$ ハ $-2 + 0.5514$ ヲ略記シクノデアル。對數デハ通常コノ様ナ略記法ヲ使用スル。

コノ様ニ考ヘタトキニ對數ノ整數部ヲ指標、小數部ヲ假數トイヒマス。

對數ノ指標ハ次ノ法則デ容易ニ求メルコトガ出來マス。

1° 眞數ノ整數部ガ n 桁デアラナラバ對數ノ指標ハ $n-1$

2° 眞數ガ小數第 n 位デ初マル數デアラナラバ對數ノ指標ハ $-n$

例 題

1. 次ノ數ヲ正ノ眞小數ト負ノ整數トノ和ニ書キ改メナサイ。

(1) -3.1527 手引 $-3.1527 = -4 + 4 - 3.1527$
 $= -4 + (4 - 3.1527)$

(2) -2.2345 (3) -0.562 (4) $-\frac{1}{4}$

2. 次ノ數ノ對數ノ指標ハ何カ。

(1) 45.27 (2) 968700 (3) 3.517
 (4) 0.5 (5) 0.0081 (6) 0.029

3. 或數ノ對數ガ次ニ記ス數デアルト元ノ數ノ最上位ハ何ノ位デスカ。

(1) 2.7126 (2) 5.4133 (3) $\bar{2}.0607$

(4) $\bar{4}.1987$ (5) $\frac{1}{2}$ (6) $-\frac{1}{3}$

4. $\log 1138 = 3.0561$ デアリマス。次ノ數ノ對數ヲ求メナサイ。

(1) 11380 (2) 0.01138 (3) 11.38

20. 對數表ト其使用法

對數ノ近似値ヲ表ニシテアルノヲ對數表トイヒマス。本書ノ卷末ニアル對數表ハ指標ヲ略シ、假數ハ四捨五入シテ小數第四位ニ止メ尙其小數點ヲモ略シテアリマス。

例1. $\log 38.4$ ヲ求メナサイ。

解 指標ハ1デアルコトハ明カデス。次ニ假數ヲ表カラ見付ケテ $\log 38.4 = 1.5843$

問1. $\log 7.85$, $\log 11500$, $\log 0.213$ ヲ求メナサイ。

例2. $\log x = \bar{1}.0934$ ノ x ヲ求メヨ。

解 表ヲ見テ假數ガ0934(實ハ0.0934)デアル眞數ハ124(小數點ノ位置ニカマハズニ)デアリマス。指標ガ-1デアルカラ小數第一位ニ初マル様ニ小數點ヲツケルト

$x=0.124$

答 0.124

問2. 對數ガ次ノ數デアアル眞數ヲ求メナサイ。

- (1) 2.5353
- (2) 0.0294
- (3) $\bar{3}.1703$

例3. 2376ノ對數ハ何カ。

解 $\log 2370 = 3.3747$

$\log 2380 = 3.3766$

差 10 0.0019

6 x

$10:6=0.0019:x \quad x=0.00114$

四捨五入シテ小數第四位ニ止メルト $x=0.0011$

$\log 2376 = 3.3747 + 0.0011 = 3.3758$ 答 3.3758

コノ運算ハ次ノ様ニ略記シマス。

$2370 \dots \dots 3747 \quad d=19$

6 11

$\log 2376 = 3.3758$

問3. 次ノ數ノ對數ヲ求メサイ。

- (1) 1234
- (2) 3.512
- (3) 0.01457

例4. $\log x = 1.5239$ ノ x ヲ求メナサイ。

解 假數ガ5239以下デ5239ニ最モ近イノヲ表カラ求メテ誤差ヲ比例デ修正スルト次ノ様ニナ

リマス。

$\log 3340 = 3.5237$

$\log 3350 = 3.5250$

差 10 ... 0.0013

$y \dots 0.0002$

$10:y=0.0013:0.0002 \quad y=1.5\dots$

y ノ小數部ヲ四捨五入スルト 2

$3340 + 2 = 3342$

指標ガ1デアアルカラ整數部ガ二桁ニナル様ニ小數點ヲツケテ 答 $x = 33.42$

コノ運算ハ通常次ノ様ニ略記シマス。

$\log x \dots \dots \dots 2.5239$

3340 5237 $d=13$

2 2

$x = 33.42$

問4. 對數ガ次ノ數デアアル眞數ヲ求メナサイ。

- (1) 1.2514
- (2) 3.0256
- (3) $\bar{4}.7100$

21. 對數計算

例1. 42.65×0.268 ヲ計算シナサイ。

解 $x = 42.65 \times 0.268$ ト置ケバ

$\log x = \log 42.65 + \log 0.268$

右邊ニアル各對數ヲ求メテ其和ヲ對數トスル
眞數ヲ求メル。

4260	6294	$d=10$
5	5	$\log x=1.0580$
<hr/>			
$\log 42.65$	=	1.6299	1140 ... 0569 $d=38$
$\log 0.268$	=	$\bar{1}.4281$	3 11
$\log x$	=	1.0580	$x=11.43$

答 11.43

問1. 對數ヲ利用シテ次ノ計算ヲセヨ。

- (1) 450×734
- (2) 35.7×2.468

例2. $x=3.278 \div 81.4$ ノ x ヲ求メナサイ。

$\log x = \log 3.278 - \log 81.4$

3270	5145	$d=14$
8	11	$\log x = \bar{2}.6050$
<hr/>			
$\log 3.278$	=	0.5156	4020 ... 6042 $d=11$
$\log 81.4$	=	1.9106	7 8
$\log x$	=	$\bar{2}.6050$	$x=0.04027$

答 0.04027

問2. 次ノ式ノ値ヲ小數テ表ハシナサイ。

- (1) $\frac{1}{437}$
- (2) $\frac{563 \times 0.827}{3.75}$

例3. $\sqrt[3]{345^2}$ ヲ計算シナサイ。

解 $x = \sqrt[3]{345^2}$ ト置クト

$$\log x = \frac{1}{3} \log 345^2 = \frac{2}{3} \log 345$$

$$= \frac{2}{3} \times 2.5378 = \frac{5.0756}{3} = 1.6919$$

4910	6911	$d=9$
9	8	

$x = 49.19$ 答 49.19

問3. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{4750}$, $6.326^{\frac{1}{4}}$ ヲ計算シナサイ。

例4. $x = \sqrt[5]{0.1048}$ ノ x ヲ求メナサイ。

解 $\log x = \frac{1}{5} \log 0.1048$

1040	0170	$d=42$
8		34	

$$\log 0.1048 = \bar{1}.0204$$

$$\bar{1}.0204 = -1 + 0.0204 = (-1 - 4) + (4 + 0.0204)$$

$$= -5 + 4.0204$$

デアルカラ $\log x = \frac{1}{5}(\bar{1}.0204) = \frac{-5 + 4.0204}{5}$

$$= -1 + 0.8041 = \bar{1}.8041$$

表ヨリ $x = 0.6370$ 答 0.6370

問 4. $\sqrt{2.3451} \div 3$, $\sqrt[3]{3.1086} \div 2$ ヲ計算シナサイ。

問 5. $\sqrt{0.45}$, $\sqrt[3]{0.023}$ ヲ計算シナサイ。

22. 計算尺

計算尺ハ對數ノ理ヲ應用シタ極メテ便利ナ計算器デ、基點カラノ距離ガ $\log 1, \log 2, \log 3, \dots$ ニ等シイ點 = 1, 2, 3, \dots ノ目盛ヲシテアル二本ノ尺^モ度ヲ滑動出來ル様ニ作ツタモノデアリマス。



圖ハ滑尺ヲ動カシテ C 目盛ノ 1 ヲ D 目盛ノ 2.5ニ合ハセルト C 目盛ノ 2.4 ト D 目盛ノ 6 トガ重ナルコトヲ示シテアリマス之ハ $2.5 \times 2.4 = 6$ 及 $6 \div 2.4 = 2.5$ ヲ表ハシテキルノデス。

例 題

1. 對數ヲ利用シテ次ノ式ヲ計算シナサイ。

(1) 6.38×26.45 (2) 76.5×3.567

(3) $\frac{1}{3.142}$ (4) $\frac{5.264}{0.09788}$

(5) $87 \times 3.45 \div 65.8$ (6) $689 \div 38 \div 479$

(7) $0.2175^2 \div 0.685$ (8) $\sqrt{8.562}$

(9) $\sqrt[3]{2.718 \div 0.52}$ (10) $4.781 \times \sqrt{29.5}$

2. $\pi = 3.14$ $g = 9.8$ $l = 1$ トシテ

$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ノ値ヲ求メナサイ。

3. 半徑 15 cm ノ圓ノ面積ヲ計算シナサイ。

4. 初項 1, 公比 2 デアル G.P. ノ第 31 項ハ約何程カ。

5. 次ノ G.P. ノ和ヲ計算シナサイ。

(1) $1 + 1.05 + 1.05^2 + \dots + 1.05^{10}$

(2) $\frac{1}{1.06} + \frac{1}{1.06^2} + \frac{1}{1.06^3} + \dots + \frac{1}{1.06^{50}}$

第四章 複利及年金

23. 複 利

金錢貸借ガ長期ニ涉ルトキハ定期ニ利息ヲ元金ニ加ヘテ之ヲ次ノ期ノ元金トスルコト、コノ方法ニヨル利息計算法ヲ複利法トイフコトハ既ニ學ビマシク。

例1. 金 a 圓ヲ年利率 r デ貸シ一年毎ニ利息ヲ元金ニ繰入レルト3年後ノ元利合計何程。

解 a 圓 $\times (1+r) = a(1+r)$ 圓 …… 一年後ノ元利合計
即二年目ノ元金

$a(1+r)$ 圓 $\times (1+r) = a(1+r)^2$ 圓 …… 二年後ノ元利合計
即三年目ノ元金

$a(1+r)^2$ 圓 $\times (1+r) = a(1+r)^3$ 圓 …… 三年後ノ元利合計

答 $a(1+r)^3$ 圓

一年毎ニ利息ヲ元金ニ繰込ムノヲ一年一期ノ複利トイヒ、半年毎ニ利息ヲ元金ニ繰込ムノヲ半年一期ノ複利トイヒマス。

一般ニ元金 a 圓ヲ一期ノ利率 r ニテ n 期間貸借スレバ最後ノ元利合計 A 圓ヲ表ハス公式ハ

$$A = a(1+r)^n$$

デアアル。

問1. 年利率8% デ金2500圓ヲ半年一期ノ複利デ利殖スルトキ8年6月後ノ元利合計ヲ表ハス式ヲ書キナサイ。

複利法デハ元利合計ヲ表ハス式ヲ書キ下スコトハ容易デアアルガ n ガ大キクナルト $(1+r)^n$ ヲ計算スルノハ容易デナイ。コノ困難ヲ避ケル爲ニ

對數ヲ利用スルカ又ハ複利表ヲ用ヒルノデアアル。

例2. 年利率5% 一年一期ノ複利法デ金2650圓ヲ8年間預ケルト元利合計何程ニナルカ。

解 元利合計ヲ A 圓トスルト

$$A = 2650 \times (1+0.05)^8$$

$$\therefore \log A = \log 2650 + 8 \log 1.05$$

$$\log 2650 = 3.4232 \quad \log 1.05 = 0.0212$$

デアアルカラ

$$\log A = 3.4232 + 8 \times 0.0212 = 3.5928$$

表ヨリ

$$A = 3915$$

答 3915 圓

問2. 金10000圓ヲ年6%, 半年一期ノ複利デ15年間利殖スルト元利合計何程カ。

問3. 五年後ニ2500圓ヲ要スルコトガアル。

今之ニ備フル爲金何程ヲ年5%, 半年一期ノ複利デ預ケテ置ケバヨロシイカ。

本問ノ答數ヲ五年後ニ於ケル2500圓ノ現價トイヒマス。複利法デ眞割引シタトキノ現價デアアル。

24. 年金

例ヘバ五分利公債額面10000圓ヲ持ツテ

キルト、コノ公債ノ償還セラレルマデハ毎年 500 圓ツツノ利息ヲ受取ルコトガ出來ル。コノ様ニ定期ニ授受セラレル一定ノ金額ヲ年金トイヒマス。

年金ノ繼續スル期間ハ豫メ確定セル有限年數デアルコトモアリ、永久ニ繼續スルコトモアリ、金鷄勳章ヲ持ツテキル人ノ受ケル年金ノ様ニ關係者ノ生命ニヨツテ始終スルコトモアル。初ノ二ツヲ確定年金、最後ノヲ生命年金トイフ。

年金ノ繼續スル期間中授受セラレル金額ノ最後ニ於ケル總元利合計ヲ年金終價トイヒ、其現價ヲ年金ノ現價トイヒマス。

例1. 今ヨリ滿1年後ニ第一回分 a 圓ヲ、其後滿一年毎ニ金 a 圓ヅツ積立テルト n 年後ニ元利合計何程ニナルカ。但年利率 r 、一年一期ノ複利法デ計算セヨ。

解 第一回分 a 圓ノ元利合計ハ $a(1+r)^{n-1}$ 圓

* コノ但書ハ特ニ明言ナキ限リ本節全體ニ適用セラレル。

第二回分 a 圓ノ元利合計ハ $a(1+r)^{n-2}$ 圓

.....
.....

第 $n-1$ 回分 " $a(1+r)$ 圓

第 n 回分 " a 圓

是等ノ總和ガ所要ノ金額デアル。之ヲ A 圓デ表ハスト

$$A = a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + \dots + a(1+r) + a$$

右邊ハ初項 $a(1+r)^{n-1}$ 、公比 $\frac{1}{1+r}$ 、項數 n デアル $G.P.$ ノ和デアル。又初項 a 、公比 $(1+r)$ 項數 n ノ $G.P.$ ト考ヘテモヨイ。何レニシテモ

$$A = \frac{a\{(1+r)^n - 1\}}{1+r-1} = \frac{a}{r} \{(1+r)^n - 1\}$$

之ガ積立金ノ終價ヲ與ヘル公式デアル。

例ヘバ上ノ公式ニ於テ $a=100$, $r=0.05$, $n=20$ トシテ A ヲ計算スルト

$$\log(1+r)^n = n \log(1+r) \quad \text{ニ於テ } r=0.05, \quad n=20$$

トオイテ

$$\log 1.05^{20} = 20 \log 1.05 = 20 \times 0.0212 = 0.424$$

對數ガ 0.424 デアル眞數ヲ表カラ見付ケルト

$$1.05^{20} = 2.655$$

$$\therefore A = \frac{100}{0.05} \times (2.655 - 1) = 2000 \times 1.655 = 3310$$

問1. 本年末カラ始メテ毎年末ニ金 250 圓ツツ貯蓄スルト第10年末ニハ元利合計ガ何程ニナリマスカ。年利率 4%, 一年一期ノ複利法デ計算シナサイ。

例2. 借入金 A 圓ヲ返済スル爲ニ滿一年後ニ第一回ヲ其後滿一年毎ニ毎回等額ヅツ支拂ツテ n 年間デ皆済スル様ニシタイ。毎回支拂フベキ金額ヲ求メナサイ。

解 毎回金 a 圓ヅツ支拂フモノトスル。

毎年 a 圓ヅツ拂渡ス代リニ是等ヲ年利率 r デ積立置キ n 年後ニ其總元利合計ヲ一時ニ返済スルモノト考ヘルト積立金ノ總元利合計ハ前例ニヨツテ $\frac{a}{r} \{ (1+r)^n - 1 \}$ 圓デアリ、又返済スベキ金額ハ A 圓ノ n 年後ニ於ケル元利合計 $A(1+r)^n$ 圓デアル。

$$\therefore A(1+r)^n = \frac{a}{r} \{ (1+r)^n - 1 \}$$

$$\text{之ヨリ } a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{Ar}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}$$

ヲ得。

コノ例ノ様ナ返済法ヲ年賦償還トイツテ、 a 圓ヲ年賦金トイヒマス。

問2. 勸業銀行カラ年 8% デ金 10000 圓ヲ借リ十ヶ年賦デ償還スルト年賦金何程デスカ。

例3. 滿一年後ヨリ始メテ滿一年毎ニ a 圓ヅツ n 回受取ル年金ノ現價ヲ求メヨ。

解 受取ト支拂トノ地位ヲ換ヘテ考ヘルト前例ノ年賦金 a 圓ハ年金ニ當リ借入金ハ所要ノ現價ニ當ル。故ニ前例ノ公式ヨリ直チニ

$$A = \frac{a}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}$$

ガ得ラレル。

前例ニ關係ナク直接次ノ様ニシテ求メルコトモ出來ル。

第一回分 a 圓ノ現價	$\frac{a}{1+r}$ 圓
第二回分 "	$\frac{a}{(1+r)^2}$ 圓
.....
.....
第 n 回分 "	$\frac{a}{(1+r)^n}$ 圓

デアツテ是等ノ和ガ所要ノ現價 A 圓デアル。

$$\therefore A = \frac{a}{1+r} + \frac{a}{(1+r)^2} + \dots + \frac{a}{(1+r)^n}$$

右邊ハ初項 $\frac{a}{1+r}$, 公比 $\frac{1}{1+r}$, 項數 n デアル

G.P. ノ和デアルカラ

$$A = \frac{\frac{a}{1+r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}}{1 - \frac{1}{1+r}} = \frac{a \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}}{r}$$

$$= \frac{a}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}$$

〔注意〕 上ノ解キ方ハ前例ニモ適用スルコトガ出來ル。

問 3. 滿一年後ヨリ始メテ滿一年毎ニ a 圓ツ
ツ受取ル永續年金ノ現價ヲ求メナサイ。年利率 r

例 題

1. 金 10000 圓ヲ年 5% デ預ケテ置クトキ、一年一期ノ複利法ト半年一期ノ複利法トデハ 100 年後ニ何程ノ差ガ出來マスカ。
2. 年 5% 一年一期ノ複利法デ、元利合計ガ元金ノ二倍ニナルニハ約幾年カカリマスカ。
3. 一年一期ノ複利法デ 100 年後ノ元利合計

ガ元金ノ 10000 倍ニナル利率ヲ求メナサイ。

4. 只今カラ始メテ半年毎ニ金 100 圓ツツ貯蓄スルト 20 年末ニハ何程ニナルカ。年 5%, 半年一期ノ複利法デ計算シナサイ。

5. 年 4.8% デ低利資金 58600 圓ヲ借入レ、其後半年毎ニ一定ノ金額ヲ償却シテ初ヨリ 20 年間ニ皆済スルニハ毎回何程ツツ償却スレバヨイカ。半年一期ノ複利法デ計算セヨ。

6. 今ヨリ 3 年後ニ第一回分金 500 圓ヲ受取リ、其後滿一年毎ニ金 500 圓ツツ、初ヨリ 20 年間ニ受取ル年金ノ現價ヲ計算セヨ。年五分、半年一期ノ複利。

雜 題 第 二

1. 等差級數、等比級數ノ第 n 項ヲ表ハス公式、和ヲ表ハス公式ヲ書キナサイ。
2. 第 8 項ガ -6, 第 15 項ガ -20 デアル等差級數ガアリマス初項ト公差トヲ求メナサイ。
3. 等比級數ノ第 3 項ガ 3, 第 6 項ガ 24 デスト第 8 項ハイクラデスカ。

4. 等差級數 $(a-b)^2, a^2+b^2, (a+b)^2, \dots$ ノ初メヨリ 20 項マデノ和ヲ求メナサイ。

5. 次ノ級數ノ奇數番目ノ項ノ和ト偶數番目ノ項ノ和トノ比ヲ求メナサイ。

(1) 1, 3, 5, 7, ……………, 99

(2) 1, 3, $3^2, 3^3, \dots, 3^{99}$

6. 4, $x, 9$ ガ *A.P.* デアルト x ヲ 4 ト 9 トノ等差中項トイヒ, モシ又 4, $y, 9$ ガ *G.P.* デアルト y ヲ 4 ト 9 トノ等比中項トイヒマス。4 ト 9 トノ等差中項, 等比中項ヲ求メナサイ。

7. 1, $x, y, z, 625$ ガ *A.P.* デアルト x, y, z , ハ各何程デスカ。又 *G.P.* デアルトキニハ如何。

8. a ト b トノ間ニ 9 個ノ數ヲ插入シテ全體デ等差級數ニナル様ニスルト其公差ハ何程デスカ。

9. 或三角形ノ三ツノ角ガ公差 30° ノ *A.P.* ナルトキ各ノ角ハ幾度デスカ。

10. 或四角形ノ四ツノ角ガ *A.P.* フナシ, 最大角ト最小角トノ差ガ 30° デスト各ノ角ハ幾度デスカ。

11. 等差級數ヲナス三數ガアリマス。其ノ和ハ 30 デ平方ノ和ハ 308 デスト各ハ何程デスカ。

12. 等比級數ヲナス四ツノ數ガアリマス。第一ト第二トノ和ハ 4, 第三ト第四トノ和ハ 36 デス。コノ四ツノ數ヲ求メナサイ。

13. $1.2\bar{3}8 = 1.2383838 \dots$

$= 1.2 + 0.038 + 0.00038 + 0.0000038 + \dots$

ノ右邊第二項以下ハ初項 0.038 公比 $\frac{1}{100}$ ノ無限等比級數ニナツテキマス。之ヲ利用シテ循環小數 $1.2\bar{3}8$ ヲ分數ニ改メナサイ。

14. 次ノ循環小數ヲ分數ニ改メナサイ。

(1) $0.1\bar{5}$ (2) $0.34\bar{5}$ (3) $2.374\bar{0}$

15. x ガ -5 カラ $+5$ マデノ整數 (0 ヲ含ム) ノトキ $= 2^x$ ノ値ヲ求メテ x ノ絶對値ガ 5 以下ノトキ $= 2^x$ ノぐらふヲ畫キナサイ。

16. 對數表ヲ見テ x ガ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20 ノトキノ $\log x$ ノ値ヲ求メテ x ガ 20 以下ノ値ヲトルトキノ $\log x$ ノぐらふヲ畫キナサイ。

17. 對數ヲ使ツテ次ノ方程式ノ根ヲ小數デ表

ハシナサイ。

$$(1) 2.256x = 315 \quad (2) 6214x^3 = 4897$$

18. 對數ヲ使ツテ 3^{100} ハ幾桁ノ數デアルカヲ判定シナサイ。

19. 年4.8%, 半年一期ノ複利法デ金3789圓ヲ12年間利殖スルト元利合計ガ何程ニナリマスカ。對數デ計算シナサイ。

20. 年10%, 半年一期ノ複利法デ100年後ニ元利合計ガ1000000圓ニナル元金ヲ對數デ計算シナサイ。

21. 金12000圓デ建築シタ住宅ガ20年後ニ3000圓ニ賣レモノトスル。今建築後一年毎ニ一定ノ金額ヲ貯蓄シテ20年後ニ同價格デ再建築スル資金ヲ作ルタメニ毎回何程ゾツ貯蓄スルトヨロシイカ。一年一期, 年5%ノ複利法デ計算シナサイ。

22. 15年後ニ額面デ償還セラレル六分利附某市債ヲ額面100圓ニツキ何程デ買ヘバ利廻ガ8%ニナルカ。一年一期ノ複利法。

手引 買價ハ年々受取ル利息ノ現價ト最後ニ償還セラレル100圓ノ現價トノ和デアル。

第三編

虛數及二次方程式

第一章 虛數

25. 數範圍擴張ノ徑路

小學校デ整數, 分數ヲ學ビ(小數ハ10ノ器ヲ分母トスル分數デアル)次ニ負數, 無理數ヲ學ビマシタガ, 實際ニ學ビ來ツタ順序デハナク理論上カラ數ノ範圍ヲ擴張スル徑路ヲ考ヘテ見マセウ。

0及1, 2, 3, ……ヲ自然數トイヒマス。自然數ノ範圍内デハ加法ハ可能デアル。即自然數ノ中ノ如何ナル二數ヲモ加ヘルコトガ出來, 其和ハ唯一ツノ自然數デアル。併シ加法ノ逆算デアル減法ハ必ズシモ可能デハナイ。即自然數ノ範圍内デハ其差ヲ求メ得ラレナイコトガアル。

ソコデ數ノ範圍ヲ擴張シ負數ヲ導入シテ得ル

$$\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

ヲ整數トイフコトニスレバ整數ノ範圍内デハ前ノ制限ガ徹廢セラレテ加法, 減法ハ可能デアル。

即整数中ノ如何ナル二數デモ加減スルコトガ出來、其和、差ハ唯一ツノ整数デアアル。

整数ノ範圍内デハ加法減法ガ可能デアアルダケデナク乘法モ亦可能デアアルガ其逆算デアアル除法ハ必ズシモ可能デハナイ。 $(-12) \div 3$ ハ -4 デ整数デアアルガ $12 \div 5$ ハ整数ノ範圍内デハ求メ得ラレナイ。

ソコデ再ビ數ノ範圍ヲ擴張シテ分數ヲモ數ノ仲間ニ入レ之ヲ總稱シテ**有理數**トイヒマス。有理數ノ範圍内デハ「0デ割ル」トイフ唯一ノ除外例ノ外ハ加減乗除ハ可能デアツテ和、差、積、商ハ唯一様ニ定マル。

有理數ノ範圍内デハ其中ノ任意ノ一ツヲ底數ニシ整数ヲ指數トスル冪例ヘバ $5^2, 6^{-3}, \left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 等ハ可能デスガ分數ヲ指數トスル冪(開方)例ヘバ $5^{\frac{1}{2}}, 9^{-\frac{1}{3}}$ 等ハ必ズシモ求メルコトガ出來ナイ。

コノ制限ヲ徹廢スル爲ニ $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}$ ノ様ナ無理數ヲ導入シマシタガ未ダ十分デハナイ。無理數ヲモ數ノ仲間ニ入レタガ爲ニ有理數ノ範圍内デハ求メ得ラレナイ $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}, 10^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$

等ハ求メ得ラレルガ負數ノ平方根ハ依然トシテ求メルコトガ出來ナイ。

以上ガ只今マデ學ビ來ツタコトデアアル。併シ數ノ範圍ガ次第ニ擴張セラレテ來タ徑路ヲ考ヘルト此處デ更ニ數ノ範圍ヲ擴張シテ如何ナル場合ニモ冪法(開法ヲ含ム)ヲ可能ナラシメルノガ自然ノ要求デアアル。

26. 虚数, 複素數

正數 a ノ平方根ガ $\pm\sqrt{a}$ ノ二ツアル様ニ負數例ヘバ -9 ノ平方根モ二ツアルモノトシテ之ヲ $\pm\sqrt{-9}$ デ表ハス。一般ニ $a > 0$ ナルトキ負數 $-a$ ノ平方根ハ二ツアルモノトシテ之ヲ $\pm\sqrt{-a}$ デ表ハス。

$\sqrt{-a}$ ($a > 0$) ハ自乗スルト $-a$ ニナル新シイ數デ之ヲ**虚数**トイヒ、虚數ニ對シテ從來ノ數即有理數、無理數ヲ總稱シテ**實數**トイヒマス。

$\sqrt{-1}$ ヲ**虚數單位**トイヒ、之ヲ i デ表ハス。 i ハ -1 ノ平方根デアアルカラ $i^2 = -1$

總テノ虚數ハ i ト實數トノ積ト考ヘルコトガ出來ル。例ヘバ

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \times (-1)} = \sqrt{4} \times \sqrt{-1} = 2\sqrt{-1} = 2i$$

$$\begin{aligned} \sqrt{-\frac{16}{25}} &= \sqrt{\frac{16}{25} \times (-1)} = \sqrt{\frac{16}{25}} \times \sqrt{-1} \\ &= \frac{4}{5} \sqrt{-1} = \frac{4}{5} i \end{aligned}$$

$$\sqrt{-3} = \sqrt{3 \times (-1)} = \sqrt{3} \times \sqrt{-1} = \sqrt{3} \times i = i\sqrt{3}$$

問 次ノ數ノ平方根ヲ i ト實數トノ積デ表ハシナサイ。

$$(1) -25 \quad (2) -\frac{36}{49} \quad (3) -5 \quad (4) -\frac{2}{3}$$

a, b ガ實數デアルト $a+bi$ ハ實數 a ト虚數 bi トノ和デ、之ヲ複素數トイヒマス。時ニハ複素數ヲモ虚數トイツテ本來ノ虚數ヲ純虚數トイフコトガアル。

$b=0$ デアルト複素數 $a+bi$ ハ實數 a ニナル。

$a=0$ " " " 純虚數 bi ニナル。

複素數 $a+bi$ ハ實數、純虚數ヲ含ム廣義ノ數デアル。

27. 複素數ノ四則

複素數ヲ加減乗除スルニハ虚數 $\sqrt{-a}$ ($a>0$) ハ總テ $i\sqrt{a}$ ト書キ換ヘ i ヲ實數同様ニ扱ツテ指定ノ計算ヲナシ其結果又ハ途中ニ於テ i^2 ヲ

-1 ト書キ換ヘレバヨロシイ。

$$\text{例 1. } (\sqrt{-1})^3 = i^3 = i^2 \times i = -1 \times i = -i$$

$$(\sqrt{-1})^4 = i^4 = i^2 \times i^2 = -i \times i = -i^2 = 1$$

$$(\sqrt{-1})^5 = i^5 = i^4 \times i = 1 \times i = i$$

$$\text{例 2. } \sqrt{-4} + \sqrt{-9} - \sqrt{-16} = 2i + 3i - 4i = i$$

$$\begin{aligned} \text{例 3. } (6 + \sqrt{-25}) - (5 - \sqrt{-1}) &= (6 + 5i) - (5 - i) \\ &= 1 + 6i \end{aligned}$$

$$\text{例 4. } \sqrt{-36} \times \sqrt{-49} = 6i \times 7i = 42i^2 = -42$$

[注意] $\sqrt{-36} \times \sqrt{-49} \neq \sqrt{(-36)(-49)}$

$$\begin{aligned} \text{例 5. } (3 - \sqrt{-5})(2 + \sqrt{-9}) &= (3 - i\sqrt{5})(2 + 3i) \\ &= 6 + (9 - 2\sqrt{5})i - 3\sqrt{5}i^2 = 6 + (9 - 2\sqrt{5})i + 3\sqrt{5} \\ &= (6 + 3\sqrt{5}) + (9 - 2\sqrt{5})i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 6. } \frac{5 + \sqrt{-3}}{4 - \sqrt{-3}} &= \frac{5 + i\sqrt{3}}{4 - i\sqrt{3}} = \frac{(5 + i\sqrt{3})(4 + i\sqrt{3})}{(4 - i\sqrt{3})(4 + i\sqrt{3})} \\ &= \frac{20 + 9i\sqrt{3} + 3i^2}{16 - 3i^2} = \frac{20 + 9i\sqrt{3} - 3}{16 + 3} \\ &= \frac{17 + 9i\sqrt{3}}{19} \end{aligned}$$

例題

1. 文字ハ正數ヲ表ハスモノトシテ次ノ式ヲ

ト實數トノ積ニ直シナサイ。

(1) $\sqrt{-100}$ (2) $\sqrt{-a^2b^4}$ (3) $\sqrt{-x^3}$

2. 次ノ式ヲ計算シナサイ。

(1) $\sqrt{-4} \times \sqrt{-9}$ (2) $\sqrt{-64} \times \sqrt{-\frac{3}{4}} \times \sqrt{-6}$

(3) $\sqrt{-25} + \sqrt{-81} - \sqrt{-144}$ (4) $(3 - \sqrt{-16})\sqrt{-1}$

(5) $(2 + \sqrt{-16})(3 - \sqrt{-16})$ (6) $(a + bi)(c + di)$

(7) $\frac{4 - \sqrt{-49}}{-3 + \sqrt{-25}}$ (8) $\frac{6 - \sqrt{-8}}{6 + \sqrt{-8}}$ (9) $\frac{a + bi}{c + di}$

3. 次ノ方程式ヲ解ケ。

(1) $x\sqrt{-3} = \sqrt{-6}$ (2) $3x - 5i = 2i\sqrt{-1}$

(3) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 + 7i \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 5x - 3iy = 40 + 6i \\ 3x - 2iy = 25 + 3i \end{cases}$

第二章 二次方程式

28. 一元二次方程式

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)..... (1)

ノ根ノ公式

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (2)

ヲ使用シテ一元二次方程式ヲ解クコトハ既ニ學ビマシタガ尙一二ヲ例示スル。

例1. $2x^2 + 3x - 1 = 0$ ヲ解ケ。

解 所題ノ方程式ヲ(1)ニ比較シテ

$a = 2, \quad b = 3, \quad c = -1$

$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

例2. $x^2 - 6x + 9 = 0$

解 本問デハ $a = 1, b = -6, c = 9$ ソコデ

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 9}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$
 $= \frac{6}{2} = 3$

例3. $x^2 - 2x + 3 = 0$

解 $a = 1, b = -2, c = 3$ デスカラ

$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2}$
 $= \frac{2 \pm 2i\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1 \pm i\sqrt{2})}{2} = 1 \pm i\sqrt{2}$

上ノ諸例ニヨツテ a, b, c ガ皆實數ノトキニ根ノ公式ニ於ケル根號内ノ式 $b^2 - 4ac$ ノ値ガ正カ又零デアレバ根ハ實數デアリ、負デアレバ根ハ虚數

デアルコトガワカル。

又 $b^2-4ac \neq 0$ ナラバ $x =$ ハ二ツノ相異なる値ガアリ、 $b^2-4ac=0$ ナラバ x ノ値ハ唯一ツデアル。

例3 ノヤウナ場合ニハ從來ハ根ガナイト言ッテキマシタガ虚数ヲ導入シタノデ二ツノ相異なる虚根ガアルノデアル。又例2 ノヤウナ場合ニハ二ツノ實根ガアツテ其二根ハ等シイノデアルト考ヘルコトニスル。ソウスルト上記ノ事實ハ次ノ様ニ述ベルコトガ出來ル。

方程式(1)ニハ常ニ(2)デ表ハサレル二ツノ根ガアリ、ソシテ(1)ノ係數及未知數ヲ含マナイ項ガ皆實數デアルトキ其二根ハ

- 1° $b^2-4ac > 0$ ナラバ相異なる實數
- 2° $b^2-4ac = 0$ " 相等シイ實數
- 3° $b^2-4ac < 0$ " 相異なる虚數

デアル。

コノヤウニ二次方程式(1)ノ根ノ性質ハ b^2-4ac ノ符號ニヨツテ判別セラレルカラ b^2-4ac ヲ二次

* 本書デハ特ニ明言シナイ限り既知數ヲ表ハス文字ノ値ハ皆實數デアルモノトスル。

方程式(1)ノ判別式トイヒマス。

問1. 次ノ方程式ヲ解キナサイ。

(1) $x^2-4x+13=0$ (2) $3x^2+2x+1=0$

問2. 次ノ方程式ヲ解カナイデ根ノ性質ヲ判別シナサイ。

(1) $x^2+x+1=0$ (2) $2x^2-10x+5=0$

(3) $x^2-14x+49=0$

例4. $x^2-2m(x-4)=15$ (1)

ガ等根ヲ有スル様ニ m ノ値ヲ定メヨ。

解 (1)ガ等根ヲモツナラバ其判別式ハ0デア
ル。ソコデ先ヅ(1)ヲ整頓スルト

$$x^2-2mx+(8m-15)=0$$

ニナル。其判別式ヲ0ニ等シトオイテ

$$(2m)^2-4(8m-15)=0 \text{(2)}$$

m ニツイテノ方程式(2)ヲ解クト

$$4m^2-32m+60=0$$

$$m^2-8m+15=0$$

$$(m-3)(m-5)=0$$

∴ $m=3$ 又ハ $m=5$ 答 3又ハ 5

問3. $3kx^2+4x-1=0$ ノ二根ハ等シイ。 k ノ値

如何。

例 4. $(x-a)^2 + (x-b)^2 = a^2 + b^2$ ノ二根ガ等シイナ
ラバ $a+b=0$ ナルコトヲ證明セヨ。

例 題

1. 次ノ方程式ノ根ヲ判別シテカラ解ケ。

- (1) $x^2 - x + 5 = 0$ (2) $(x+1)(x+3) = 2(x^2 + 4)$
- (3) $6x^2 - 11x = 10$ (4) $x^2 - x\sqrt{12} + 1 = 0$

2. 次ノ方程式ヲ解キナサイ。

- (1) $(a-x)^2 + (a-2x)^2 = (a-3x)^2$
- (2) $2ax^2 + ax = 1$ (3) $\frac{a^2 + x^2}{3} + \frac{a^2 - x^2}{4} = ax$
- (4) $(k-1)x^2 - 2(k-2)x + k - 3 = 0$
- (5) $(a^2 - b^2)(x^2 + 1) = 2(a^2 + b^2)x$

3. $(mx-1)(x-1) = 1-m$ ガ等根ヲモツ様ニ m ノ
値ヲ定メナサイ。

4. $(x-a)^2 = 4b(a-b-x)$ ノ二根ハ等シイコトヲ
證明シナサイ。

29. 根ト係数トノ關係

$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \dots\dots\dots (1)$

ノ二根ヲ α, β デ表ス。即

$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

トオケバ

$\alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $= \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \dots\dots\dots (2)$

$\alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$
 $= \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \dots\dots\dots (3)$

x ニツイテノ一元二次方程式ノ二根ノ和ハ x
ノ係数ヲ x^2 ノ係数デ割ツタ商ノ符號ヲ變ヘタモ
ノニ等シク、二根ノ積ハ x ヲ含マナイ項ヲ x^2 ノ係
数デ割ツタ商ニ等シイ。

例 1. 次ノ方程式ヲ解カナイデ其二根ノ和ト
積トヲ求メナサイ。

- (1) $x^2 - 5x + 4 = 0$ (2) $2x^2 + 9x - 8 = 0$

* 希臘文字デアル。αハあるふあー、βハびーたト讀ム。

例1. 方程式 $x^2+5x+m=0$ ノ一 根ガ他ノ根ノ
四倍デアルナラバ m ハ何程カ。

解 一 根ヲ a トスレバ他ハ $4a$ デアル。

$$a+4a=-5 \dots\dots\dots (1) \quad a(4a)=m \dots\dots\dots (2)$$

(1) カラ得ル $a=-1$ ヲ (2) ニ代入シテ

答 $m=4$

例2. $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ノ比ガ $m:n$ ナラバ
 $mn b^2=(m+n)^2 ac$ デアル。

解 一 根ヲ ma トスレバ他根ハ na デアル。

$$ma+na=-\frac{b}{a} \dots\dots\dots (1)$$

$$(ma)(na)=\frac{c}{a} \dots\dots\dots (2)$$

(1) ヲ a ニツイテ解クト $a=-\frac{b}{(m+n)}$

之ヲ (2) ニ代入シテ $mn \times \frac{b^2}{(m+n)^2 a^2} = \frac{c}{a}$

分母ヲ拂ツテ $mn b^2=(m+n)^2 ac$

例3. $x^2-5x+6=0$ ヲ解カナイデ其二根ノ平方
ノ和及立方ノ和ヲ計算シナサイ。

解 二根ヲ a, β トスルト

$$a+\beta=5 \dots\dots\dots (1) \quad a\beta=6 \dots\dots\dots (2)$$

(1) ノ兩邊ヲ自乗スルト $a^2+2a\beta+\beta^2=25$

$$\therefore a^2+\beta^2=25-2a\beta=25-2 \times 6=13$$

又 (1) ノ兩邊ヲ三乗スルト

$$a^3+3a^2\beta+3a\beta^2+\beta^3=125$$

即 $a^3+\beta^3+3a\beta(a+\beta)=125$

$$\therefore a^3+\beta^3=125-3a\beta(a+\beta)=125-3 \times 6 \times 5 \\ =35$$

答 平方ノ和 13, 立方ノ和 35

問2. $3x^2-10x+3=0$ ノ二根ノ平方ノ和ヲ計算
シナサイ。

例4. $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ヲ a, β トスルトキ
 $\frac{\beta}{a} + \frac{a}{\beta}$ ヲ a, b, c デ表ハセ。

解 $a+\beta=-\frac{b}{a}, \quad a\beta=\frac{c}{a}$

$$\frac{\beta}{a} + \frac{a}{\beta} = \frac{a^2+\beta^2}{a\beta} = \frac{(a+\beta)^2-2a\beta}{a\beta}$$

$$= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2-2 \times \frac{c}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b^2-2ac}{ac}$$

問3. $x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ a, β トスルト
 $a^2\beta+a\beta^2$ ヲ p, q デ表ハセ。

30. 與ヘラレタ根ヲ有スル方程式

例1. $3+i, 3-i$ ヲ根トスル二次方程式ヲ作レ。

解 所要ノ方程式ヲ $x^2+px+q=0 \dots\dots(1)$

トスレバ根ト係數トノ關係カラ

$(3+i)+(3-i)=-p, \quad (3+i)(3-i)=q$

$\therefore p=-6, \quad q=10$

是等ヲ(1)ニ代入シテ所要ノ方程式ハ

$$x^2-6x+10=0$$

問1. $-1-i\sqrt{2}, -1+i\sqrt{2}$ ヲ根トスル二次方程式ヲ作リナサイ。

例2. $ax^2+bx+c=0 \dots\dots(1)$

ノ根ノ平方ヲ根トスル方程式ヲ作リナサイ。

解 (1)ノ二根ヲ a, β トスレバ, a^2, β^2 ヲ根トスル方程式ヲ作ルノデアアル。所要ノ方程式ヲ

$$x^2+px+q=0 \dots\dots(2)$$

トスルト $a^2+\beta^2=-p \quad a^2\beta^2=q$

トコロガ $a+\beta=-\frac{b}{a}, \quad a\beta=\frac{c}{a}$ デスカラ

$$-p=a^2+\beta^2=(a+\beta)^2-2a\beta=\left(-\frac{b}{a}\right)^2-2\times\frac{c}{a}$$

$$=\frac{b^2-2ac}{a^2}$$

$$q=a^2\beta^2=(a\beta)^2=\left(\frac{c}{a}\right)^2=\frac{c^2}{a^2}$$

是等ヲ(2)ニ代入シテ

$$x^2-\frac{b^2-2ac}{a^2}x+\frac{c^2}{a^2}=0$$

即 $a^2x^2-(b^2-2ac)x+c^2=0$

ハ所要ノ方程式デアアル。

問2. $x^2+px+q=0$ ノ根ノ逆數ヲ根トスル方程式ヲ作レ。

例題

1. $mx^2+5x+m-8=0$ ノ二根ノ積ハ2デアアル。
 m ノ値ヲ求メナサイ。

2. $x^2-(2k-1)x+k=0$ ノ二根ノ和ハ5デアアル。
二根ノ積ヲ求メナサイ。

3. 甲乙二人ガ $x^2+px+q=0$ ノ形ヲシテキル方程式ヲ解イタガ甲ハ其方程式ノ第三項ヲ書キ誤ツタノデ二根 $+5, -7$ ヲ得乙ハ第二項ヲ書キ誤ツタノデ二根ハ $+3, -8$ ニナツタ。正シイ根ヲ求メナサイ。

4. $3x^2-6x+2=0$ ノ二根ノ平方ノ和及逆數ノ

和ヲ求メナサイ。

5. $x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ a, β トスル。

$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2}$ ヲ p, q デ表ハシナサイ。

6. $x^2+px+q=0$ ノ一根ガ他ノ根ノ二倍ニ等シイナラバ $2p^2=9q$ ナルコトヲ證明シナサイ。

7. $2x^2-6x-9=0$ ノ二根ヲ a, β トスル。 $2a+\beta$ 及 $a+2\beta$ ヲ二根トスル二次方程式ヲ作リナサイ。

8. $2x(x-a)=a^2$ ノ二根ノ平方ヲ根トスル二次方程式ヲ作レ。

31. 二次式ノ因數

x = 關スル二次式

$$ax^2+bx+c \quad (a \neq 0) \dots\dots\dots (1)$$

ヲ 0 = 等シト置イテ得ル方程式

$$ax^2+bx+c=0 \dots\dots\dots (2)$$

ノ根ヲ a, β トスルト

$$a+\beta = -\frac{b}{a}, \quad a\beta = \frac{c}{a}$$

デアルカラ

$$b = -a(a+\beta), \quad c = aa\beta$$

* 方程式ノトキト同様ニ a, b, c ガ皆實數デアルトスル。

$$\begin{aligned} \therefore ax^2+bx+c &= ax^2 - a(a+\beta)x + aa\beta \\ &= a\{x^2 - (a+\beta)x + a\beta\} = a(x-a)(x-\beta) \end{aligned}$$

x = ツイテノ整式ガ因數ニ分解セラレルトイフノハ通常各因數ニ於ケル x ノ係數及 x ヲ含マナイ項ガ實數デアル場合ニ限ラレルノデアル。故ニ(2)ノ根ガ實數ノ場合ニ限ツテ(1)ハ因數

$$a(x-a)(x-\beta) \dots\dots\dots (3)$$

ニ分解セラレル。併シ a, β ガ實數デアルト否トニ拘ラズ(1)ハ(3)ニ等シイ。

例1. $5x^2+42x-80$ ヲ因數ニ分解セヨ。

解 $5x^2+42x-80=0$ ノ二根ハ $\frac{8}{5}$ 及 -10

$$\begin{aligned} \therefore 5x^2+42x-80 &= 5\left(x-\frac{8}{5}\right)\{x-(-10)\} \\ &= 5\left(x-\frac{8}{5}\right)(x+10) = (5x-8)(x+10) \end{aligned}$$

問 $6x^2-11x-7, 15x^2+34x+15$ ヲ各因數ニ分解セヨ。

例2. x = ツイテノ二次式

$$ax^2+bx+c \quad (a \neq 0) \dots\dots\dots (1)$$

ガ完全平方ナラバ $b^2-4ac=0$, 反對ニ $b^2-4ac=0$ ナラバ(1)ハ完全平方ナルコトヲ證明セヨ。

解 (1) が完全平方ナルトキ即

$$ax^2+bx+c=(dx+e)^2$$

ナルトキハ(1)ヲ0ニ等シト置イテ得ル方程式

$$ax^2+bx+c=0 \dots\dots\dots(2)$$

ハ等根 $-\frac{e}{d}$ ヲ有スル。ヨツテ(2)ノ判別式ハ0ニ等シイ。

$$\therefore b^2-4ac=0$$

逆ニ $b^2-4ac=0$ ナラバ(2)ハ等根ヲ有スル。コノ等根ヲ k トスレバ

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a(x-k)(x-k) \\ &= a(x-k)^2 = (x\sqrt{a}-k\sqrt{a})^2 \end{aligned}$$

故ニ(1)ハ完全平方デアル。

例 題

1. 次式ヲ因数ニ分解シナサイ。

(1) $15x^2-4x-91$ (2) $6x^2-97x+300$

(3) $k(k-1)x^2-(2k^2-1)x+k(k+1)$

2. ax^2+bx+c が $2ax+b$ デ割切レルナラバ ax^2+bx+c ハ完全平方ナルコトヲ證明セヨ。

3. 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ根ガ $a+\beta i$,

$a-\beta i$ デアルナラバ

$$ax^2+bx+c=a\{(x-a)^2+\beta^2\}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

4. $x^2-xy-6y^2-8x-y+15$ ヲ因数ニ分解セヨ。

手引 x = ツイテノ二次式ト考ヘナサイ。

雑題第三

1. $\omega_1 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, $\omega_2 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ナラバ

$\omega_1^2 = \omega_2$, $\omega_2^2 = \omega_1$, $\omega_1^3 = \omega_2^3 = \omega_1\omega_2 = 1$ ナルコトヲ證明セヨ。

2. $x^3=1$ ヲ解イテ1ノ立方根ハ1, ω_1 , ω_2 デアルコトヲ證明セヨ。

3. 1ノ四乗根ヲ求メヨ。

4. 一次ノ項ヲ缺ケル一元二次方程式ガ實根ヲ有スルトキハ二根ノ絶對値ハ相等シ。

5. $x^2-(a+b)x+b(a-5)=0$ ノ根ガ $2\pm\sqrt{10}$ デアルトキ a, b ノ値ヲ求メナサイ。

6. $x^2+px+q=0$ ノ判別式ノ値ガ36デ二根ノ比ガ4:3デアル。 p, q ノ値ヲ求メヨ。

7. $a(b-c)x^2+b(c-a)x+c(a-b)=0$ ガ等根ヲ有スル

トキ a, b, c ノ間ニドンナ關係ガアルカ。

手引 判別式ヲ a ニツイテ整頓シテ因數ニ分解セヨ。

8. $x + \frac{4}{y} = 1, y + \frac{4}{x} = k$ ノ二組ノ根ガ等シクナル様ニ k ノ値ヲ定メヨ。

9. $x^2 + px + q = 0$ ノ二根ヲ α, β トスル。 $\frac{\alpha+1}{\alpha}, \frac{\beta+1}{\beta}$ ヲ根トスル二次方程式ヲ作リナサイ。

10. x ガ實數ナラバ $x + \frac{1}{x}$ ノ絶對値ハ 2 ヨリ小サクナイコトヲ證明シナサイ。

手引 $x + \frac{1}{x} = k$ トオキ、 x ガ實數デアルクメニドンナ條件ガ必要デアルカヲ考ヘナサイ。

11. $x^2 + px - q^2 = 0$ ハ一ツノ正根ト一ツノ負根トヲモツコトヲ證明シナサイ。但 $q \neq 0$

手引 先ヅ根ガ實數デアルクトヲ證明シ次ニ二根ノ積ニ着目シナサイ。

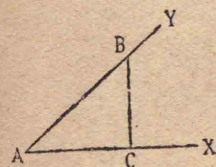
12. $(x-a)(x-b) = c^2$ ノ根ハ實數ナルコトヲ證明セヨ。

第四編

三角函數

32. 正弦, 餘弦

銳角 XAY ノ一邊上ノ點 B カラ他ノ邊ニ下シタ垂線ノ足ヲ C トスルト $\triangle ABC$ ハ直角三角形デ AB ハ其斜邊デアル。今 BC ヲ垂線、 AC ヲ底邊トイフ



コトニシテ垂線ノ斜邊ニ對スル比ノ値即 $\frac{BC}{AB}$ ヲ $\angle A$ ノ正弦トイッテ之ヲ $\sin A$ デ表ハシ底邊ノ斜邊ニ對スル比ノ値即 $\frac{AC}{AB}$ ヲ $\angle A$ ノ餘弦トイッテ之ヲ $\cos A$ デ表ハス。即

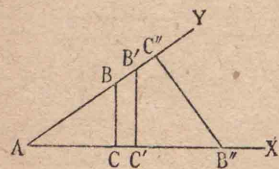
$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \cos A = \frac{AC}{AB}$$

例ヘバ垂線 BC ガ 3cm 、底邊 AC ガ 4cm デアルト斜邊ハピタゴラスノ定理ニヨツテ $\sqrt{3^2+4^2}\text{cm}$ 即 5cm デアルカラ

$$\sin A = \frac{3}{5}, \quad \cos A = \frac{4}{5}$$

正弦, 餘弦ノ値ハ角ノ大サニヨツテ定マルモノ

デ前圖 B 又ハ C ノ位置ニ關係ナイコトハ次ノ様ニシテ證明セラレル。



$\angle XAY$ ノ一邊上ニ B, B', B''
ヲトリ, 是等ノ點カラ他ノ邊
ニ下シタ垂線ノ足ヲ夫々 C,
C', C'' トスルト

$$\triangle ABC \text{ の } \triangle AB'C' \text{ の } \triangle AB''C''$$

デアルカラ

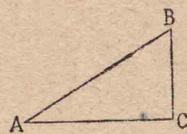
$$\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} = \frac{B''C''}{AB''}, \quad \frac{AC}{AB} = \frac{AC'}{AB'} = \frac{AC''}{AB''}$$

問 1. $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle C = 90^\circ$, $AB = 13cm$,
 $BC = 12cm$ ナラバ $\sin A$, $\cos A$ ハ各何程カ。

問 2. $\sin A = \frac{1}{2}$ デアル角 A ヲ作圖セヨ。

例 1. $\sin 38^\circ = 0.6157$, $\cos 38^\circ = 0.7880$ デアル。斜
邊ガ $50m$, 一角ガ 38° デアル直角三角形ノ他ノ邊
ノ長サハ何程カ。

解 $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle A = 38^\circ$,
 $\angle C = 90^\circ$, $AB = 50m$ トスル。



$$\sin A = \sin 38^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore BC = AB \sin 38^\circ = 50m \times 0.6157 = 30.785m$$

$$\text{又 } \cos A = \cos 38^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\therefore AC = AB \cos 38^\circ = 50m \times 0.788 = 39.4m$$

答 30.8m, 39.4m

今後ハ $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ノ對邊ノ長
サヲ a, b, c デ表ハスコトニスル。又直角三角形
 ABC トイヘバ $\angle C$ ガ直角デアルトスル。

前例ニヨリ一般ニ直角三角形 ABC ニ於テハ

$$BC = AB \sin A \quad \text{即} \quad a = c \sin A$$

$$AC = AB \cos A \quad \text{即} \quad b = c \cos A$$

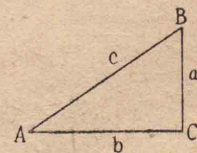
デアルコトガワカル。故ニ直角三角形ノ斜邊ト
一銳角ノ正弦, 餘弦ヲ知レバ他ノ邊ノ長サヲ算出
スルコトガ出來ル。

例 2. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1^*$ ヲ證明セヨ。

解 直角三角形 ABC ニ於テ

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$



* $\sin^2 A$ ハ $(\sin A)^2$ ノ略記號デアリ, $\cos^2 A$ ハ $(\cos A)^2$ ノ略
記號デアル。

$$\therefore \sin^2 A + \cos^2 B = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$$

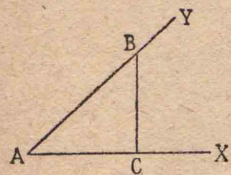
トコロガびたごらすノ定理ニヨツテ

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \therefore \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

問3. 前ノ結果ヲ利用シテ $\sin A = \frac{3}{5}$ ノトキ
 $\cos A$ ノ値ヲ算出シナサイ。又 $\cos A = \frac{5}{13}$ ナラ
 $\sin A$ ハ何程カ。

33. 正切, 餘切

前ノ様ニ $\angle XAY$ ノ一邊上ノ點 B カラ他ノ邊ニ
 下シタ垂線ノ足ヲ C トスル



垂線ノ底邊ニ對スル比ノ値
 即 $\frac{BC}{AC}$ ヲ $\angle A$ ノ正切トイヒ、
 之ヲ $\tan A$ デ表ハシ、底邊ノ垂
 線ニ對スル比ノ値即 $\frac{AC}{BC}$ ヲ

$\angle A$ ノ餘切トイッテ之ヲ $\cot A$ デ表ハス。即

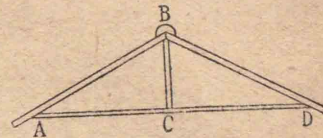
$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}, \quad \cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$$

正切餘切ノ値モ亦角ノ大サニヨツテ定マルノ
 デ前圖 B 又ハ C ノ位置ニハ關係ガナイ。

例 屋根ノ勾配ハ通常屋根ノ面ト水平面トノ
 ナス角ノ正切デ表ハサレル。圖ニ於テ

$$\angle BAC = 22^\circ, \quad AD = 10m$$

デアルト BC ハ幾 m デス
 カ。但 $\tan 22^\circ = 0.4040$



$$\text{解} \quad \tan A = \tan 22^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore BC = AC \tan 22^\circ = \frac{10}{2} m \times 0.404 = 2.02m$$

答 2.02m

一般ニ直角三角形 ABC ニ於テハ

$$BC = AC \tan A \quad \text{即} \quad a = b \tan A$$

$$AC = BC \cot A \quad \text{即} \quad b = a \cot A$$

又定義ニヨツテ或角ノ正切ト餘切トハ互ニ逆
 數ヲナスコトモ明ラカデアアル。即

$$\tan A \cdot \cot A = 1, \quad \tan A = \frac{1}{\cot A}, \quad \cot A = \frac{1}{\tan A}$$

問1. 平地ニ直立シテキル塔ノ基底カラ $60m$
 離レタ地點デ塔ノ仰角ヲ測ツタトコロガ 16° デア
 ヲ塔ノ高サ幾 m デスカ。但 $\tan 16^\circ = 0.2867$

* 上方ニアルモノヲ望ムトキ視線ト水平面トノナス角ヲ仰角トイヒ、
 下方ニアルモノヲ望ムトキ視線ト水平面トノナス角ヲ俯角トイヒマス。

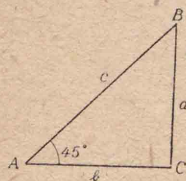
問 2. $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ナラバ $\cot 30^\circ$ ハ何程カ。

問 3. $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$, $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$ ヲ證明セヨ。

既ニ述ベタ様ニ或角ノ正弦、餘弦、正切、餘切ハ角ノ大サニヨツテ定マルモノデ、角ノ大サガ變ハレバ之ニツレテ變化スル。故ニ正弦、餘弦、正切、餘切ハ何レモ角ノ函數デアル。コノ四ツノ函數ヲ總稱シテ三角函數*又ハ圓函數*トイフ。

34. 特殊ノ角ノ三角函數

直角三角形 ABC ニ於テ $\angle A = 45^\circ$ ナラバ $\angle B = 45^\circ$ デアツテ $AC = BC$



今 BC ヲ單位ニトルト

$$a = b = 1, \quad c = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$$

* $\frac{1}{\cos A}$ ヲ $\angle A$ ノ正割トイッテ之ヲ $\sec A$ デ表ハシ、

$\frac{1}{\sin A}$ ヲ $\angle A$ ノ餘割トイッテ之ヲ $\operatorname{cosec} A$ デ表ハス。

通常三角函數又ハ圓函數トイフノハ正弦、餘弦、正切、餘切、正割、餘割ノ六ツノ總稱デアルガ正割、餘割ハ稀ニ用ヒラレルダケデアルカラ省略スル。

次ニ $\angle A = 60^\circ$ ナラバ $\angle B = 30^\circ$

AC ノ延長上ニ $AC =$ 等シク

CA' ヲトルト $\triangle BAA'$ ハ正三角形デアツテ

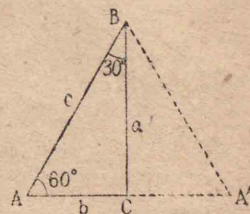
$$AB = AA' = 2AC$$

今 AC ヲ單位ニトルト

$$b = 1, \quad c = 2 \quad \text{ヨツテ} \quad a = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}, \quad \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

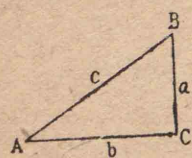


上圖ニ於テ $\angle ABC$ ノ三角函數ヲ考ヘルトキニハ AC ハ垂線、BC ハ底邊ニナル。 $\angle B = 30^\circ$ デアルカラ

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot 60^\circ, \quad \cot 30^\circ = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

60° ノ三角函數ヲ考ヘルトキノ垂線、底邊ハ 30° ノ三角函數ヲ考ヘルトキニハ底邊、垂線ニナツテ入替ツテキル。コノコトハ任意ノ銳角ト其餘角トノ間ニモ成立ツノデアル。即直角三角形 ABC ニ於テ $\angle A$ ノ三角函數ヲ考ヘルトキニハ a ハ垂



線、 b ハ底邊デアアルガ $\angle B$ ノ三角
函數ヲ考ヘルトキニハ a ハ底邊
 b ハ垂線デアアル。

$$\therefore \sin A = \cos B \quad \cos A = \sin B$$

$$\tan A = \cot B \quad \cot A = \tan B$$

トコロガ $B = 90^\circ - A$ デアルカラ或角ノ正弦ハ
其餘角ノ餘弦ニ等シク、或角ノ餘弦ハ其餘角ノ正
弦ニ等シイ。正切、餘切ニツイテモ同様デアアル。
ツマリ

$$\sin A = \cos(90^\circ - A), \quad \cos A = \sin(90^\circ - A)$$

$$\tan A = \cot(90^\circ - A), \quad \cot A = \tan(90^\circ - A)$$

デスカラ 0° カラ 45° マデノ角ノ三角函數ノ値
ヲ知ルコトガ出來レバ 45° カラ 90° マデノ角ノ三
角函數ノ値ヲ知ルコトガ出來ル。

問 1. $\sin(45^\circ + A) = \cos(45^\circ - A)$ ヲ證明セヨ。

問 2. $\tan(2A) = \cot(3A)$ ナラバ A ハ幾度デスカ。

0° ノ三角函數ヲ考ヘルコトハ本來ハ出來ナイ
譯デスガ角ガ次第ニ小サクナツテ 0 ニ接近スル
トキ其三角函數ハ何ニ接近スルカラ考ヘテ見ル
ト正弦ト正切トハ 0 ニ、餘弦ハ 1 ニ接近シマスガ、

餘切ハ次第ニ大キクナリ如何ナル正數ヨリモ大
キクナル。是等ヲ次ノ様ニ略記スル。

$$\sin 0^\circ = 0, \quad \cos 0^\circ = 1, \quad \tan 0^\circ = 0, \quad \cot 0^\circ = \infty$$

90° ノ三角函數モ同様ニ考ヘテ

$$\sin 90^\circ = 1, \quad \cos 90^\circ = 0, \quad \tan 90^\circ = \infty, \quad \cot 90^\circ = 0$$

例 題

1. 次式ノ値ヲ求メナサイ。

(1) $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$

(2) $\tan 60^\circ \sin 45^\circ - \cos 45^\circ \cot 30^\circ$

2. 直角三角形 ABC ニ於テ

(1) $\angle A = 30^\circ$, $AB = 15m$ ナラバ BC, AC ハ各幾米デ
スカ。

(2) $\angle A = 60^\circ$, $BC = 24cm$ ナラバ AB, AC ハ各幾厘カ。

(3) $AC = 3m$, $BC = \sqrt{27}m$ ナラバ $\angle A$ ハ幾度カ。

3. 次ノ等式ニ適スル A ヲ求メナサイ。

(1) $1 - 2\cos A = 0$ (2) $2\sin^2 A = \sqrt{3} \sin A$

(3) $\tan A = \cot A$ (4) $\sin A = \cos A$

手引 (1), (2)ニ於テハ $\cos A, \sin A$ ノ値ヲ求メテカラ A ハ
何デアアルカラ考ヘヨ。

4. $\cos A = \frac{5}{13}$ ナラバ $\tan A$ ハ何程カ。

手引 先ヅ $\sin A$ ヲ求メヨ。

5. $\tan A = 2$ ナルトキ $\sin A, \cos A$ ヲ求メヨ。

手引 $\frac{\sin A}{\cos A} = 2, \sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ハ $\sin A, \cos A$ ヲ未知

數トスル聯立方程式デアアル。

6. 次ノ等式ヲ證明セヨ。

(1) $1 + \tan^2 A = \frac{1}{\cos^2 A}$

(2) $\tan A + \cot A = \frac{1}{\sin A \cos A}$

(3) $\tan^2 A - \sin^2 A = \tan^2 A \sin^2 A$

35. 三角函數表

前節デ幾ツカノ角ノ三角函數ノ値ヲ求メマシタ。コノ外ニモ尙幾ラカノ角ノ三角函數ノ値ヲ求メルコトガ出來マスガ一般ニ與ヘラレタ角ノ三角函數ヲ算出スルノハ容易デハナイカラ通常既製ノ三角函數表ヲ用ヒルノデアアル。

本書卷末ノ表ハ 1° ノ整數倍ニ當ル角ノ三角函數ノ値ヲ示スモノデ、コノ表ニヨツテ 1° 未滿ノ端數ノナイ角ノ三角函數ハ直ニ求メルコトガ出來反對ニ三角函數ノ値ヲ知レバ之ニ應ズル角ノ大

サヲ求メルコトガ出來ル。又コノ表デ 1° 未滿ノ端數アル角ノ三角函數ノ求メ方ハ四桁ノ數ノ對數ヲ對數表デ求メタノト全ク同ジ方法デアアル。

問1. 次ノ値ヲ表ヨリ求メナサイ。

(1) $\sin 28^\circ$ (2) $\cos 56^\circ$ (3) $\tan 73^\circ$

問2. 次ノ等式ヲ満足スル $\angle A$ ハ幾度デスカ。

(1) $\sin A = 0.8829$ (2) $\cos A = 0.9659$

(3) $\tan A = 0.9325$ (4) $\cot A = 0.3443$

例1. $\sin 24^\circ 15'$ ヲ求メナサイ。

解 $\sin 24^\circ = 0.4067$ $60' : 15' = 0.0159 : x$

$\sin 25^\circ = 0.4226$ $x = 0.0040$

$1^\circ = 60' \dots 0.0159$

$15' \dots x$

$\therefore \sin 24^\circ 15'$

$= 0.4067 + 0.0040$

$= 0.4107$

例2. $\cos 71^\circ 18'$ ヲ求メヨ。

解 $\cos 71^\circ = 0.3256$ $60' : 18' = 0.0166 : x$

$\cos 72^\circ = 0.3090$ $x = 0.0050$

$1^\circ = 60' \dots 0.0166$

$18' \dots x$

$\therefore \cos 71^\circ 18'$

$= 0.3256 - 0.0050$

$= 0.3206$

〔注意〕 正弦、正切ノ値ハ角ト共ニ増大スルガ餘弦、餘切ノ値ハ角ガ大キクナレバ反對ニ小サクナル。故ニ $\cos 71^\circ 18'$ ノ値ハ $\cos 71^\circ$ ノ値カラ $18'$ ニ對スル分ヲ引カネバナラス。餘切ニツイテモ同様デアル。

例 3. $\tan A = 2.52$ ニ適スル A ヲ求メヨ。

$$\begin{array}{l} \text{解} \quad \tan 68^\circ = 2.4751 \qquad 60 : x = 0.1300 : 0.0449 \\ \quad \tan 69^\circ = 2.6051 \qquad \qquad \qquad x = 21 \\ \hline 1^\circ = 60' \dots 0.1300 \\ \quad x' \dots 0.0449 \qquad \qquad \qquad \therefore A = 68^\circ + 21' \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = 68^\circ 21' \end{array}$$

例 4. $\cot A = 1.2978$ ニ適スル A ヲ求ム。

$$\begin{array}{l} \text{解} \quad \cot 37^\circ = 1.3270 \qquad 60 : x = 0.0471 : 0.0292 \\ \quad \cot 38^\circ = 1.2799 \qquad \qquad \qquad x = 37 \\ \hline 1^\circ = 60' \dots 0.0471 \\ \quad x' \dots 0.0292 \qquad \qquad \qquad \therefore A = 37^\circ + 37' \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = 37^\circ 37' \end{array}$$

問 3. 次ノ値ヲ求メナサイ。

- (1) $\sin 56^\circ 23'$ (2) $\tan 18^\circ 42'$
 (3) $\cot 64^\circ 27'$ (4) $\cos 25^\circ 36'$

問 4. 次ノ等式ヲ満足スル A ヲ求メナサイ。

- (1) $\sin A = 0.6$ (2) $\tan A = 1.26$
 (3) $\cos A = 0.9423$ (4) $\cot A = 0.3528$

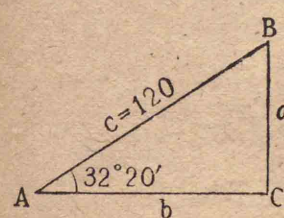
36. 直角三角形ノ解法

三角形ノ三ツノ邊ト三ツノ角ノ中デ一邊ト他ノ二ツヲ知レバ殘リノ三ツハ計算デ求メルコトガ出來ル。コノ様ニスルコトヲ三角形ヲ解ツトイヒマス。

特ニ直角三角形ノトキニハ一角ガ 90° デアルコトハ初ヨリ知レテキルカラ其他ニ一邊ト他ノ一ツヲ知レバ殘リノ三ツヲ求メルコトガ出來ル。

例 1. $c = 120m$, $\angle A = 32^\circ 20'$ ヲ知ツテ直角三角形 ABC ヲ解ケ。

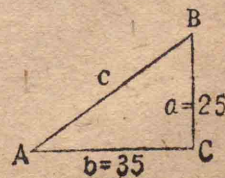
$$\text{解} \quad \angle B = 90^\circ - 32^\circ 20' = 57^\circ 40'$$



$$\begin{aligned} a &= c \sin A = 120 \sin 32^\circ 20' \\ &= 120 \times 0.5348 = 64.18 (m) \\ b &= c \cos A = 120 \cos 32^\circ 20' \\ &= 120 \times 0.8449 = 101.39 (m) \end{aligned}$$

例 2. $a = 25$ (米), $b = 35$ (米) ナルトキ直角三角形 ABC ヲ解キナサイ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \tan A &= \frac{a}{b} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7} \\ &= 0.7143 \end{aligned}$$



表ヨリ $\angle A = 35^\circ 32'$

コツテ $\angle B = 90^\circ - 35^\circ 32' = 54^\circ 28'$

又 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25^2 + 35^2} = \sqrt{1850} = 43.01 (m)$

例3. 或山ノ麓デ山頂ノ仰角ヲ測ツタトコロガ 30° デアツタ。水平面上デ $200m$ 後退シテ再ビ仰角ヲ測ルト 20° ニナツタ。コノ山ノ高サハ何程カ。

解 山ノ高サ AB ヲ x 米、初ニ仰角ヲ測ツタ地



點ヲ C、後ノヲ D ト

スルト $\angle ACB = 30^\circ$ 、

$\angle ADB = 20^\circ$ デアツテ

$CD = 200m$ デアル。

$$\frac{BC}{x} = \cot 30^\circ \quad \therefore BC = x \cot 30^\circ$$

$$\frac{BD}{x} = \cot 20^\circ \quad \therefore BD = x \cot 20^\circ$$

$$BD - BC = x \cot 20^\circ - x \cot 30^\circ$$

トコロガ $BD - BC = 200 (m)$ デアルカラ

$$x \cot 20^\circ - x \cot 30^\circ = 200$$

$$\therefore x = \frac{200}{\cot 20^\circ - \cot 30^\circ} = \frac{200}{2.7475 - 1.7321}$$

$$= \frac{200}{1.0154} = 197 (m)$$

答 197m

例題

1. 次ノ場合ニ直角三角形 ABC ヲ解ケ。

(1) $b = 40, \angle B = 58^\circ$ (2) $c = 300, a = 240$

(3) $\angle A = 18^\circ 48', c = 3.27$

2. 平地ニ直立セル樹ガアル。其根元カラ $50m$ 離レタ地點デ頂上ノ仰角ヲ測ルト $26^\circ 30'$ デアル。樹ノ高サ幾米デスカ。

3. 直線狀ノ海岸 AB カラ沖ノ離レ島ニアル燈臺 C ヲ望ミ $\angle CAB = 30^\circ, \angle CBA = 45^\circ$ デアルコトガワカッタ。今 AB ガ $800m$ デアルト燈臺ト海岸トノ距離ハ幾 m デスカ。

37. 鈍角ノ三角函數

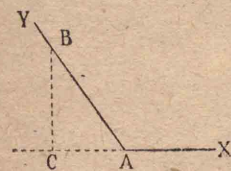
$\angle XAY$ ガ鈍角デアルト其一邊 AY 上ノ點 B カ

ラ AX ニ下シタ垂線ノ足 C ノ

XA ノ延長上ニアル。コノト

キ AC ノ長サハ負數デ表ハサ

レルモノトスル。例ヘバ



$\angle XAY = 120^\circ$ デアルト $\angle CAY = 60^\circ$ デアツテ AB ヲ

單位ニトルト $AB = 1, AC = -\frac{1}{2}, BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ デアル。

ソコデ鈍角ノトキデモ垂線底邊斜邊ナドノ相互ノ比ノ値トシテ三角函數ヲ定義スルト,

$$\sin 120^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \div 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\cos 120^\circ = \frac{AC}{AB} = \left(-\frac{1}{2}\right) \div 1 = -\frac{1}{2} = -\cos 60^\circ$$

$$\tan 120^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3} = -\tan 60^\circ$$

$$\cot 120^\circ = \frac{AC}{BC} = \left(-\frac{1}{2}\right) \div \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\cot 60^\circ$$

一般ニ鈍角ノ三角函數ハ其補角ノ三角函數ト絶對値等シク其符號ハ正弦ハ正他ハ負デアアル。

即 $\angle A$ ガ鈍角ノトキニ

$$\sin A = \sin(180^\circ - A), \quad \cos A = -\cos(180^\circ - A)$$

$$\tan A = -\tan(180^\circ - A), \quad \cot A = -\cot(180^\circ - A)$$

問1. 次ノ角ノ三角函數ノ値ヲ求メナサイ。

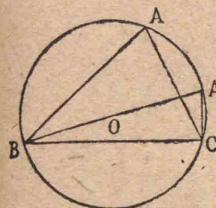
(1) 150° (2) 135° (3) 180°

(4) 128° (5) $156^\circ 20'$

問2. 餘弦ガ -0.3256 デアル角ハ幾度デスカ。

又正弦ガ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ デアル角ハ幾度デスカ。

38. 雜定理



$\triangle ABC$ ノ外接圓ノ半徑ヲ r

トスル。 B ヲ通ル直徑ヲ BA'

トスレバ、 $\angle A$ ガ鋭角ナラバ、 A

ト A' トハ BC ノ同シ側ニアツ

テ $\angle A = \angle A'$, $\angle A'CB = \angle R$ デアルカラ

$$\sin A = \sin A' = \frac{BC}{BA'} = \frac{a}{2r} \quad \therefore 2r = \frac{a}{\sin A}$$

同様ニ $\angle B$ モ $\angle C$ モ鋭角ナラバ

$$2r = \frac{b}{\sin B}, \quad 2r = \frac{c}{\sin C}$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r \dots\dots\dots (1)$$

次ニ $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle B, \angle C$ ガ共ニ鋭角デアアルナ

ラバ A カラ BC ニ下シタ垂線ノ

足 D ハ BC 上ニアル。ソウシテ

$$BD = AB \cos B = c \cos B$$

$$DC = AC \cos C = b \cos C$$

$$\therefore BD + DC = c \cos B + b \cos C$$

即 $a = c \cos B + b \cos C$
同様ニ $b = a \cos C + c \cos A$
 $c = b \cos A + a \cos B$ (2)

前圖 = 於テ

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 \\ &= (\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2) + (\overline{BC} - \overline{BD})^2 \\ &= \overline{AB}^2 - \overline{BD}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{BC} \cdot \overline{BD} + \overline{BD}^2 \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{BC} \cdot \overline{BD} \end{aligned}$$

BD = AB cosB = c cosB = 注意スルト

$$\text{同様ニ} \left. \begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ac \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\ a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(1),(2),(3)ハ何レモ銳角三角形ニツイテ證明シタノデアルガ直角三角形デモ、鈍角三角形デモ、成立ツノデアル。

問1. $\angle A > \angle R$ ナルトキニモ(1)ガ成立ツコトヲ證明シナサイ。

問2. $\angle C > \angle R$ ナルトキニモ(2)ガ正シイコト證明セヨ。

例題

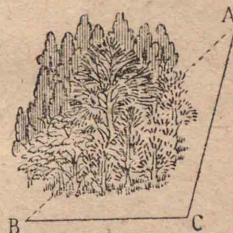
1. 一邊ガ 10cm デ之ニ對スル角ガ 45° デアル三角形ノ外接圓ノ半徑ハ何程デスカ。

2. $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $AB = 20m$ ナラバ AC ハ幾米デスカ。

3. 二邊ガ夫々 8m, 5m デ其夾角ガ 60° デアル三角形ノ第三邊ノ長サヲ求メヨ。

4. 三邊ガ夫々 8m, 7m, 5m デアル三角形ヲ解キナサイ。

5. 森林ノ兩側ニ二點 A, B ガアル。一點 C ニ觀測器ヲ据ヘテ測ツタトコロガ $\angle ACB$ ハ 105° デ $CA = 200m$, $CB = 160m$ デアツタ。A, B ノ距離ハ幾米デスカ。



6. $\triangle ABC$ ノ面積ヲ S トスルト $S = \frac{1}{2}bc \sin A$ デアルコトヲ證明シナサイ。

7. 前問ノ結果ヲ利用シテ $abc = 4rS$ デアルコトヲ證明シナサイ。但 r ハ外接圓ノ半徑デアル。

8. 115頁公式(2)ハ $\cos A, \cos B, \cos C$ ヲ未知數トスル聯立方程式ト考ヘテ之ヨリ得ル $\cos A, \cos B, \cos C$ ノ値ハ公式(3)ヨリ得ル値ニ一致スルコトヲ確メナサイ。

雜題第四

1. 次式ノ値ヲ求メヨ。

(1) $\sin 0^\circ + \sin 30^\circ + \sin 60^\circ + \sin 90^\circ$

(2) $\cos 0^\circ + \cos 30^\circ + \cos 60^\circ + \cos 90^\circ$

2. $\sin A + \sin B$ ト $\sin(A+B)$ トハ等シイデスカ。

3. 直角三角形 ABC ニ於テ $AC=1$, $BC=t$ デアルト $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ ハ各何程カ。

4. $\angle A$ ガ鋭角ノトキニ

$$\sin A = \frac{\tan A}{\sqrt{1+\tan^2 A}}, \quad \cos A = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 A}}$$

ヲ證明シナサイ。 $\angle A$ ガ鈍角ナラバ如何。

5. $\tan A = \frac{5}{12}$ ノトキニ $\sin A$, $\cos A$ ハ各何程デスカ。

6. 次ノ等式ハ A ノ如何ニ拘ハラズ成立ツコトヲ證明シナサイ。

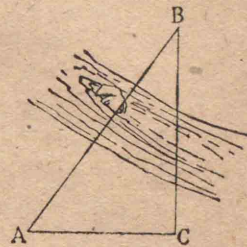
(1) $\tan^2 A \cos^2 A + \cot^2 A \sin^2 A = 1$

(2) $\sin^4 A - \cos^4 A = 1 - 2\cos^2 A = 2\sin^2 A - 1$

(3) $\sin(180^\circ - A)\cos(90^\circ - A) = \frac{\tan^2(180^\circ - A)}{1 + \tan^2 A}$

7. 河岸ノ C ト其對岸ニアル B トノ距離ヲ測

ル爲ニ C カラ CB ニ垂直ノ方向ニ 120m 歩イテ A ニ達シタ。 $\angle CAB$ ガ $53^\circ 15'$ ナラバ B, C ノ距離ハ何程カ。



8. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$,

$AB = 10\text{cm}$ ナル三角形 ABC ニ

テ $\angle C$ ノ二等分線ト AB トノ交點ヲ D トスル。

CD ノ長サヲ計算セヨ。

9. 三角函數表ヲ參考シテ x ガ 0° カラ 180° マデノ値ヲトルトキ $y = \sin x$, $y = \cos x$ ノぐらふヲ畫キナサイ。

10. x ガ 0° カラ 180° マデノ値ヲトルトキ $y = \tan x$ ノぐらふヲ畫キナサイ。

11. $y = 3x$ ノぐらふデアアル直線ノ x 軸ノ上方ニアル部分ガ x 軸ノ正ノ方向トナス角ノ正切ハ 3 ナルコトヲ驗シナサイ。 $y = 3x + 2$ ナラバ如何。

12. $y = x \tan 60^\circ$ ノぐらふデアアル直線ト x 軸トノナス角ハ幾度デスカ。

13. $x^2 - 2x \cos A + 1 = 0$ ノ根ハ $\cos A \pm i \sin A$ デアルコトヲ證明シナサイ。

第五編

空間圖形大意

39. 平面ト直線

平面トハ平ラナ面デアアル。シカシ平ラナ面トイフダケデハ曖昧デアアルカラ次ノ様ニ平面ヲ定義スル。

定義 或ル面上ノ任意ノ二點ヲ通ル直線(無限)ガ全ク其面ニ含まレルナラバコノ面ヲ平面トイフ。

定義ニヨツテ平面ハ其面上ニアル二點ヲ通ル無限直線ヲ含ンデキルカラ無限ニ擴ガツテキル。サレド之ヲ圖示スルニハ其有限ノ一部分デ其位置ヲ示スニ止メル。

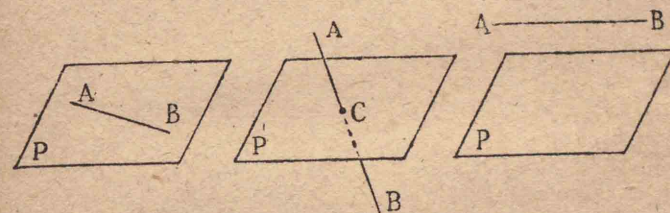
平面ノ定義ニヨツテ一直線ト一平面トノ關係ニハ次ノ三ツノ場合ガアルコトガワカル。

1° 直線 AB 全體ガ平面 P ニ含まレル。コノ場合ニハ AB ハ P 上ニアルトイフ。

2° 直線 AB ト平面 P トガ唯一點 C デ出會フ。コ

ノ場合ニハ AB ト P トハ交ハルトイツテ C ヲ交點トイフ。

3° 直線 AB ト平面 P トガ全ク出會ハナイ。コノ場合ニハ AB ト P トガ平行デアルトイツテ之ヲ $AB \parallel P$ デ表ハス。



平面ニツイテ次ノ公理ガアル。

公理一 一直線トコノ直線外ニアル一點トヲ含ム平面ハ一ツアツテ唯一ツニ限ル。

之ヲ次ノ様ニ略述スルコトガ出來ル。

一直線トコノ直線外ニアル一點トハ一平面ヲ決定スル。

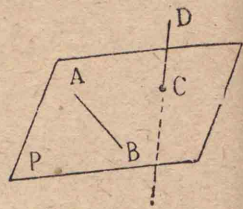
系一 同一直線上ニアラザル三點ハ一平面ヲ決定スル。

系二 相交ハル二直線ハ一平面ヲ決定スル。

系三 平行二直線ハ一平面ヲ決定スル。

平行線ノ定義ニヨリ平行二直線ハ同一平面上ニアルコトハ明カデア。平行二直線ヲ含ム平面ガ二ツ以上ナイト云フノガ系三ノ主張デア。

直線 AB ト AB 外ノ點 C トヲ含ム平面ヲ P トシ、 P 平面外ノ一點ヲ D トスル。 AB ト C トヲ含ム平面ハ P ダケデア。カラ AB, CD ヲ共ニ含ム平面ハア



リ得ナイ。故ニ空間ニハ同一平面上ニナイ二直線ガアルコトガワカル。從ツテ空間ニアル二直線ノ關係ニハ次ノ場合ガアル。

1° 二直線ガ同一平面上ニアル。コノ場合ニハ二直線ハ交ハルカ平行スルカデア。

2. 二直線ガ同一平面上ニナイ。コノ場合ニハ二直線ハ交ハラナイケレドモ平行デナイ。

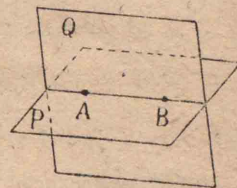
故ニ二直線ガ平行ナルコトヲ證明スルニハコノ二直線ガ交ハラヌコトヲ證明スルダケデアハ不十分デアツテ同一平面上ニアルコトヲ證明シナケレバナラス。

公理二 二平面ガ出會フトキハ少クモ二點ヲ

共有スル。

系 二平面ガ出會ヘバ一直線デ出會フ。

二平面 P, Q ガ出會ヘバ少クモ二點ヲ共有スル。コノ二點ヲ A, B トスレバ平面ノ定義ニヨリ直線 AB ハ P 平面上ニモア



リ、 Q 平面上ニモアル。故ニ P, Q ハ直線 AB ヲ共有スル。ソウシテ P, Q ハ公理 1 ニヨリ AB 外ノ點ヲ共有スルコトガ出來ナイカラ P, Q ハ直線 AB デ出會フノデア。

ソコデ二平面ノ關係ニハ次ノ二ツノ場合ガアルコトガワカル。

1° 二平面 P, Q ガ一直線 AB デ出會フ。コノ場合ニハ P, Q ハ交ハルトイッテ AB ヲ交リノ線トイフ。

2° 二平面 P, Q ガ全ク出會ハナイ。コノ場合ニハ P, Q ハ平行デアルトイッテ之ヲ $P \parallel Q$ デ表ハス。

40. 平面ニ關スル定理

定理一 平面Pト點Oデ交ハル直線OMガP上ノ二直線OA,OBニ垂直デアラナラバOMハP平面上ニアツテOヲ通ル總テノ直線ニ垂直デアル。

證明 P平面上ニアツテOヲ通ル任意ノ直線ヲOCトシ,OA,OB,OCニ交ハル直線ヲ引イテOA,OB,OCトノ交點ヲ夫々A,B,Cトスル。MOノ延長上ニMOニ等シクOM'ヲトレバOAハMM'ノ垂直二等分線デアルカラ

$$AM = AM'$$

$$\text{同様ニ } BM = BM'$$

$$\therefore \triangle MAB \equiv \triangle M'AB$$

$$\text{從テ } \angle MAC = \angle M'AC$$

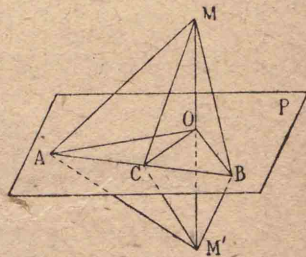
$$\text{ヨツテ } \triangle MAC \equiv \triangle M'AC$$

$$\therefore CM = CM'$$

CハM, M'カラ等距離ニアルカラMM'ノ垂直二等分線上ニアル。

$$\therefore OC \perp OM$$

定義 一直線ガ一平面ニ交ハリコノ平面上ニ於テ交點ヲ通ル總テノ直線ニ垂直



デアラナラバ初ノ直線ヲコノ平面ノ垂線トイヒ,其交點ヲ垂線ノ足トイフ。

直線MOガ平面Pノ垂線デアルコトヲ $MO \perp P$ デ表ハシ線分MO(Oハ垂線ノ足)ノ長サヲ點Mト平面Pトノ距離トイフ。

定義 一平面ニ交ハル直線ガコノ平面ノ垂線ナラザルトキハ,コノ直線ヲ平面ノ斜線トイヒ,其交點ヲ斜線ノ足トイフ。

平面,直線ニツイテ次ノ諸定理ガ成立ツガ此處デハ其證明ヲ略シテ承認スルニ止メル。

定理二 同ジ直線ニ平行ナル二直線ハ互ニ平行ナリ。

定理三 同ジ直線ニ平行ナル二平面ノ交ハリハ初ノ直線ニ平行ナリ。

定理四 一角ノ二邊ガ他ノ角ノ二邊ニ夫々平行ニシテ且同方向ナラバ此二角ハ相等シ。

例題

1. 直線ABト平面Pトガ平行ナラバABヲ含ム平面トPトノ交リハABニ平行ナリ。

2. 平行二平面ニ他ノ平面ガ交ハレバ其交ハリノ線ハ平行ナリ。

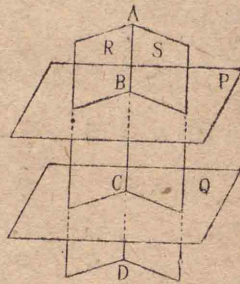
3. 平面Pノ外ニアル點Aカラコノ平面ニ下セル垂線ノ足ヲHトシ、Aヲ通ルニツノ斜線ノ足ヲB、Cトスル。モシ $HB=HC$ ナラバ $AB=AC$

4. 同ジ直線ニ垂直ナル二平面ハ平行ナリ。

手引 ABニ垂直ナル二平面ヲP、QトシABトノ交點ヲ夫々A、Bトセヨ。モシ $P \parallel Q$ ナラズトスレバ其交リノ上ノ點CヲA、Bニ結ビテ生ズル $\triangle ABC$ ノ内角ノ和ヲ考ヘナサイ。

5. 一直線ガ平行二平面ノ一方ニ垂直ナラバ他ニモ垂直デアル。

手引 直線ヲABCD、二平面ヲP、Qトシ、ABCDトP、Qトノ交點ヲ夫々B、Cトスル。ABCDヲ含ム平面RトP、Qトノ交ハリニツキテ考ヘヨ。

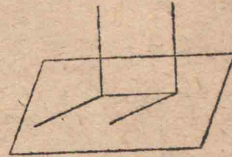


注意 平行二平面P、Qノ共通垂線ABCDガP、Q間ニ夾マレル部分BCノ長サヲ平行二平面P、Qノ距離トイフ。

6. 平行線ノ一方ガ一平面ニ垂直ナラバ他モ亦コノ平面ニ垂直ナリ。

手引 定理四ヲ用ヒヨ。

7. 同ジ平面ノ垂線ハ互ニ平行ナリ。



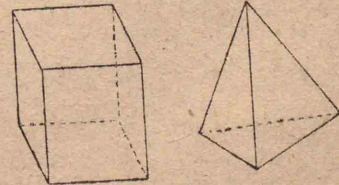
手引 AB、CDヲ共ニP平面ノ垂線トシ、其足ヲA、Cトスル。Cヲ通りABニ平行ナ直線ヲ引イテ考ヘナサイ。

41. 角 壙

定義 幾ツカノ平面デ圍マレテキル立體ヲ多面體トイフ。

平面ト平面トノ交ハリハ直線デアルカラ多面體ノ境界ハ直線デ圍マレタ平面ノ一部分即多角形デアル。コノ多角形ヲ多面體ノ面トイヒ、其邊ヲ多面體ノ稜、其頂點ヲ多面體ノ頂點トイフ。又同一面上ニナイニツノ頂點ヲ結ブ線分ヲ多面體ノ對角線トイフ。

多面體ハ其面ノ數ニヨツテ四面體、五面體等ニ區別スル。



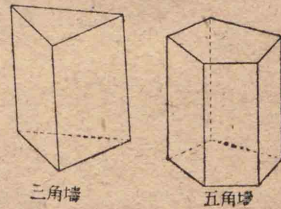
問1. 前圖ニ示セル多面體ノ面ノ數、頂點ノ數、稜ノ數及對角線ノ數ヲ求メヨ。

問2. 種々ノ五面體ヲ圖示シナサイ。

定義 同ジ直線ニ平行ナル三ツ以上ノ平面ト其直線ニ交ハルニツノ平行平面トデ圍マレテキル多面體ヲ角壙トイフ。

平行ニ平面ヲ底面、其他ノ面ヲ側面トイヒ、側面ノ交ハリノ線デアル稜ヲ側稜、兩底面ノ距離ヲ高サトイフ。

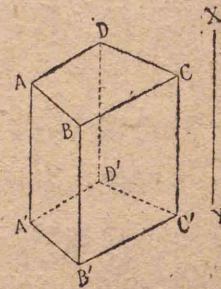
角壙ハ底面デアル多角形ノ邊數ニヨツテ三角壙、四角壙等ニ分タレル。



定理五 角壙ノ側面ハ平行四邊形ニシテ兩底面ハ合同ナル多角形デアル。

證明 ABCD-A'B'C'D'ハABCD, A'B'C'D'ヲ兩底面トシ、側面ハXYニ平行ナル角壙トスル。

側面ハ何レモXYニ平行デアルカラ側稜ハ皆XYニ平行(定理



三)從テ互ニ平行デアル(定理二)。即

$$AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD'$$

次ニ平行ナル兩底面ト側面トノ交ハリハ平行(126頁例題2)デアルカラ

$$AB \parallel A'B', BC \parallel B'C', CD \parallel C'D', DA \parallel D'A'$$

故ニ側面ハ皆平行四邊形デアル。

又底面デアル多角形ノ對應セル邊ハ平行四邊形ノ對邊デアルカラ等シク、且對應セル角ハ其二邊ガ夫々平行デアルカラ等シイ(定理四)。

故ニ兩底面ハ合同ナル多角形デアル。

系 角壙ノ側稜ハ皆平行ニシテ且等シイ。

定義 側稜ガ底面ニ垂直デアル角壙ヲ直角壙トイフ。直角壙ノ高サハ側稜ニ等シイ。

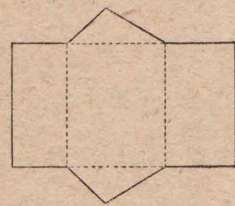
直方體ハ底面ガ矩形デアル直角壙デアル。

問3. 直角壙ノ側面ハ皆矩形デアル。

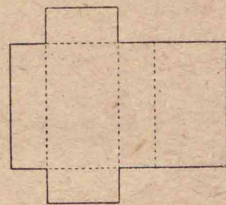
42. 展開圖ト模型

多面體ヲ其幾ツカノ稜ニ沿ヒテ截リ開キ之ヲ一ツノ平面上ニ展ゲタモノヲ其多面體ノ展開圖トイヒマス。

厚紙ニ多面體ノ展開圖ヲ畫イテ切り抜キ、稜ニ沿フテ折り合ハセテ糊附スルト多面體ノ模型ガ出來ル。多面體ノ模型ヲ作ルト其形ヲ明瞭ニ理解シ得ルダケデナク種々ノ性質ヲ知ルコトガ出來ル。



直三角嚢ノ展開圖



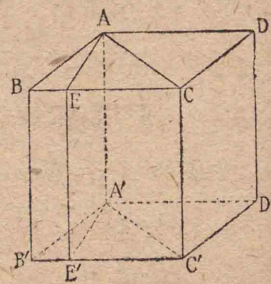
直方体ノ展開圖

問1. 底面ガ平行四邊形デアル直四角嚢ノ展開圖ヲ畫キナサイ。

手引 マツチ箱ノ^{ワケ}枠ヲ幾ラカ押シ潰シタノヲ手本ニシナサイ。

問2. 底面ハ一邊 $3cm$ ノ正三角形デ高サガ $4cm$ デアル直三角嚢ノ展開圖ヲ畫キナサイ。

問3. 平行四邊形 $ABCD$ ニ於テ A カラ BC ニ下シタ垂線ノ足ヲ E トスル。底面ガ $\triangle ABE, \triangle AEC, \triangle ACD$ デア



ツテ高サノ等シイ三ツノ直三角嚢ノ模型ヲ作りナサイ。

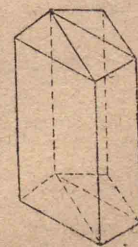
直角嚢ノ展開圖カラ直角嚢ノ側面積ハ底面ノ周圍ヲ一邊トシ高サ(側稜ノ長サ)ヲ他ノ一邊トスル矩形ノ面積ニ等シイコトガワカル。故ニ底面ノ周圍 c 稜側稜 h 稜ノ直角嚢ノ側面積ヲ S_1 平方 h トスレバ

$$S_1 = c \times h$$

又問3ニ於ケル三ツノ直三角嚢ノ模型ヲ組合ハシテ底面ガ $\square ABCD$ デアル直四角嚢ノ體積ハ底面ガ AD, AE ヲ二邊トスル矩形デアル直方體ノ體積ニ等シイコト及底面ガ $\triangle ACD$ デアル直三角嚢ノ體積ノ二倍デアルコトガワカル。

故ニ底面ガ平行四邊形又ハ三角形デアル直角嚢ノ體積ヲ表ハス數ハ底面積ヲ表ハス數ト高サヲ表ハス數トノ積ニ等シイ。

更ニ直角嚢ハ幾ツカノ三角嚢ニ分ケルコトガ出來ルカラ前ノ事實ヲ推シ擴メテ一般ニ底面積 S_2 平方 h 高サ h 稜ノ直角嚢ノ體積ヲ V 立



方糰トスルト

$$V = S_2 \times h$$

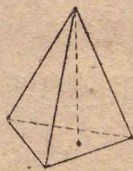
圖4. 底面ガ正六角形デ高サ4cmノ直六角糰ノ水晶ノ印材ガアル。或器ニ水ヲ滿タシ前ノ印材ヲ沈メタトコロガ水3cc溢レ出タナラバ印材ノ底面積ハ何程カ。

43. 角錐

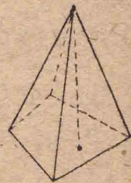
定義 一ツノ多角形ト其各底邊ヲ夫々底邊トシ、多角形ノ平面外ノ一點ヲ共通頂點トスル三角形トテ圍マレテキル多面體ヲ角錐トイヒマス。

初ノ多角形ヲ角錐ノ底面、其他ノ面ヲ側面、側面ノ交ハリヲ側稜トイヒ、側面ナル三角形ノ共通頂點ヲ角錐ノ頂點、頂點ト底面トノ距離ヲ角錐ノ高サトイフ。

角錐ハ其底面デアアル多角形ノ邊數ニヨツテ三角錐、四角錐等ニ分ケル。



三角錐



四角錐

定義 底面ガ正多角形デ、頂點ヨリ底面ニ下セル垂線ノ足ガ底面ノ中心デアアル角錐ヲ正角錐トイフ。

定理六 正角錐ノ側面ハ合同ナル二等邊三角形デアアル。

證明 V-ABCDEヲ正角錐トシテ頂點Vカラ底面ABCDEニ下シタ垂線ノ足ヲHトスル。

Hハ底面デアアル正多角形ABCDEノ中心デアアルカラ

$$HA = HB = HC = HD = HE$$

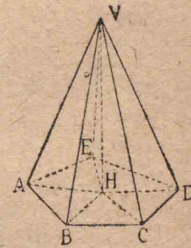
故ニ $\triangle VAH$, $\triangle VBH$, $\triangle VCH$ 等ハ二邊夾角夫々等シイ直角三角形デアアルカラ合同デアアル。

$$\therefore VA = VB = VC = VD = VE$$

ヨツテ $\triangle VAB$, $\triangle VBC$, $\triangle VCD$ 等ハ三邊夫々相等シイ二等邊三角形デアアル。

故ニ正角錐ノ側面ハ合同ナル二等邊三角形デアアル。

定義 正角錐ノ側面ナル二等邊三角形ノ高サヲ正角錐ノ側高トイフ。



定理六ニヨツテ正角錐ノ展開圖ヲ作ルコトガ出來ル。

問1. 底面ハ一邊 $3\sqrt{2}cm$ ノ正方形デ高サガ $4cm$ ノ正四角錐ノ側稜ノ長サ何程カ。

問2. 前問ノ正四角錐ノ展開圖ヲ畫キナサイ。

問3. 前問ノ展開圖カラ側面積ヲ計算シナサイ。

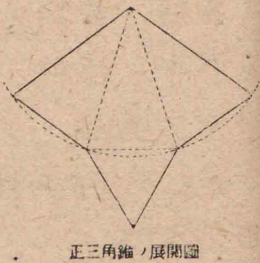
正角錐ノ底面デアアル正多角形ノ邊數ヲ n , 其一邊ノ長サヲ a トシ, 側高ヲ b トスルト一ツノ側面ノ面積ハ $\frac{1}{2}ab$ デアアル。故ニ底面ノ周圍ヲ c , 側面積ヲ S_1 トスレバ

$$S_1 = \frac{1}{2}ab \times n = \frac{1}{2}(na \times b) = \frac{1}{2}bc$$

又角錐ノ體積ハ之ト等底等高ナル角壩ノ體積ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シ。ヨツテ底面積 S_2 , 高サ h ノ角錐ノ體積ヲ V デアラハスト

$$V = \frac{1}{3} \times S_2 \times h$$

デアアルガ, ココデハ其證明ヲ略スル。



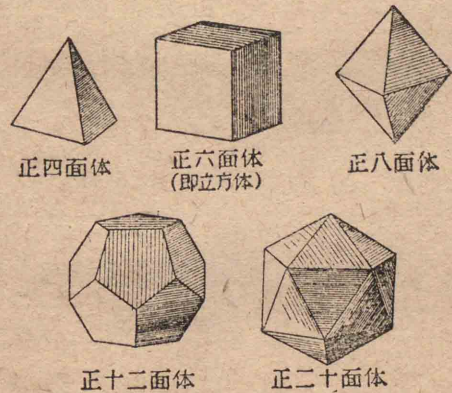
正三角錐ノ展開圖

問4. 底面ハ一邊 $10\sqrt{3}cm$ ノ正三角形デ高サガ $12cm$ デアアル正三角錐ノ側高ハ $13cm$ デアリ底面積ハ $75\sqrt{3}$ 平方糎デアアル。コノ正三角錐ノ側面積全表面積及體積ヲ計算シナサイ。

44. 正多面體

定義 總テノ面ガ合同ナル正多角形デアアル多面體ヲ正多面體トイフ。

正多面體ハ次ニ圖示スル五種類アルダケデス。



正八面體, 正十二面體及正二十面體ノ展開圖ハ本書卷末ニ示シテアルカラ之ヲ切抜イテ模型ヲ作りナサイ。

問1. 立方體ノ四ツノ對角線ハ一點ニ交ハル

コトヲ證明シナサイ。

図2. 稜ノ長サガ a 糲デアアル正八面體ノ對角線ノ長サヲ計算セヨ。

図3. 稜ノ長サガ 2cm デアル正四面體ノ展開圖ヲ畫キナサイ。

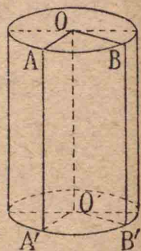
45. 直圓壙

曲面又ハ曲面ト平面トデ圍マレタ立體ヲ曲面體トイヒマス。曲面體ニハ澤山ノ種類ガアリマスガ簡單デ重要ナノハ直圓壙、直圓錐及球デアアル。

定義 矩形ガ其一邊ヲ軸トシテ一廻轉スルトキ他ノ三邊ニヨツテ生ズル面デ圍マレル立體ヲ直圓壙トイフ。

矩形 $OAA'O'$ ガ OO' ヲ軸トシテ廻轉スルモノト考ヘルト邊 $OA, O'A'$ ノ畫ク面ハ相等シイ圓デアツテ之ヲ底面トイヒ、邊 AA' ノ畫ク面ヲ側面トイフ。

廻轉ノ途中ニ於ケル矩形ノ位置ヲ $OAA'O', OBB'O'$ 等トスレバ OA, OB 等ハ一底面上ニ $O'A', O'B'$ 等ハ他ノ底面上ニアツテ AA', BB' 等ハ側面上ニアル。故ニ軸ハ兩底面ニ垂直デアツ



テ側面ハ軸ニ平行ナル無數ノ直線ヲ含ム。是等ノ直線ヲ母線トイフ。

図1. 母線ハ平行ニシテ且相等シイ。

直圓壙ノ側面ヲ一ツノ母線ニ沿ヒテ截リ之ヲ展ゲルト矩形ニナル。故ニ直圓壙ノ展開圖ハ右圖ノ如キ形デアアル。

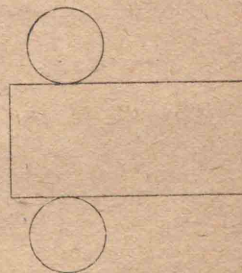


図2. 底面ノ半徑 3cm 、高サ(軸ノ長サ) 5cm ナル直圓壙ノ側面ノ展開圖ハ二邊ノ長サ各何程ノ矩形デスカ。

底面ノ半徑 r 糲高サ h 糲ノ直圓壙ノ側面積ヲ S 平方糲、體積ヲ V 立方糲トスレバ

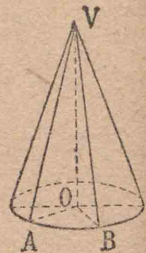
$$S = 2\pi rh, \quad V = \pi r^2 h$$

図3. 前問ノ直圓壙ノ側面積、全表面積及ビ體積ヲ求メナサイ。

46. 直圓錐

定義 直角三角形ガ直角ヲ夾ム一邊ヲ軸トシテ一廻轉スルトキ他ノ二邊ニヨツテ生ズル面デ圍マレル立體ヲ直圓錐トイフ

直角三角形VOA ($\angle O$ が $\angle R$) が邊VO
ヲ軸トシテ廻轉スルモノト考ヘルト
邊OAノ畫ク面ハ圓デアツテ之ヲ底
面トイヒ、斜邊VAノ畫ク面ヲ側面、V
ヲ頂點トイフ。



廻轉ノ途中ニ於ケル三角形ノ位置ヲVOA, VOB
等トスレバOA, OB等ハ底面上ニ、VA, VB等ハ側
面上ニアル。故ニ軸VOハ底面ニ垂直デアツテ
側面ハ頂點ヲ通ル無數ノ直線ヲ含ム。是等ノ直
線ヲ母線トイフ。

軸ノ長サ即頂點カラ底面ニ下シタ垂線ノ長サ
ヲ高サトイヒ、母線ノ長サヲ側高トイフ。

圖1. 直圓錐ノ側面ヲ一ツノ母線ニ沿ヒテ截
リ展ゲテ作ツタ側面ノ展開圖ハ如何ナル形カ。

直圓錐ノ側面積ヲ表ハス數ハ底面ノ周圍ヲ表
ハス數ト側高ヲ表ハス數トノ積ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シク、體
積ヲ表ハス數ハ底面積ヲ表ハス數ト高サヲ表ハ
ス數トノ積ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ。

故ニ底面ノ半徑 r 糶、高サ h 糶デアル直圓錐ノ
側面積ヲ S_1 平方糶、體積ヲ V 立方糶トスレバ

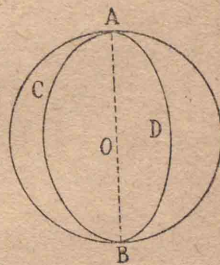
$$S_1 = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}, \quad V = \frac{1}{3} \pi h r^2$$

圖2. 底面ノ半徑 5cm 、高サ 12cm ノ直圓錐ノ側
面積、體積ハ各何程カ。

47. 球

定義 半圓ガ其直徑ヲ軸トシテ一廻轉
スルトキ生ズル面ヲ球面トイヒ、球面デ圍
マレル立體ヲ球トイフ。

初メノ半圓ノ中心ヲ球ノ中
心トイヒ、球面上ノ點ト中心ト
ヲ結ブ線分ヲ球ノ半徑、中心ヲ
通ル直線ノ球ノ内ニアル部分
ヲ直徑トイフ。球ノ半徑、直徑
ハ夫々圓ノ半徑、直徑ニ等シイ。



球面ハ如何ニ切開イテモ之ヲ一平面上ニ展ゲ
ルコトガ出來ナイカラ球面ノ展開圖ヲ作ルコト
ガ出來ナイ。

半徑 r 糶ノ球ノ體積ヲ V 立方糶、表面積ヲ S 平
方糶トスレバ

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi (2r)^3, \quad S = 4\pi r^2 = \pi (2r)^2$$

例題

1. 直角嚙ヲ兩底面ノ間デ底面ニ平行ナ平面デ截ルト其截面ハドンナ形デスカ。又側面ニ平行ナ平面デ截レバ如何。

2. 三ツノ稜ガ夫々 a 糶, b 糶, c 糶デアアル直方體ノ(1)體積,(2)表面積,(3)對角線ノ長サヲ求メヨ。

3. 底面ノ直徑 10cm , 高サ 10cm ノ直圓嚙ト直徑 10cm ノ球トガアル。球ノ表面積ト直圓嚙ノ側面積トハドチラガ大キイカ。又直圓嚙ノ體積ハ球ノ體積ノ幾倍カ。

4. 母線ガ 6.8cm , 底面ノ半徑ガ 3.2cm デアル直圓錐ノ高サ何程カ。

5. 正四面體ノ一ツノ頂點カラ對面ニ下シタ垂線ノ足ハコノ面デアアル三角形ノ外心ナルコトヲ證明シナサイ。

6. 球面上ノ點ヲ通り, コノ點ヲ通ル半徑ニ垂直ナ平面ハ球面ト唯一點デ出會フコトヲ證明セヨ。

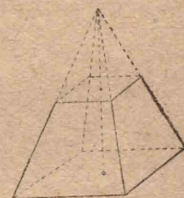
7. 三角錐ヲ其一側稜上ノ點ヲ通ツテ底面ニ

平行ナ平面デ截ルト截面ハ底面ニ相似ナ三角形デアアル。

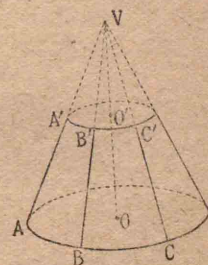
8. 角錐ヲ頂點ト底面トノ間デ底面ニ平行ナ平面デ截ルトキ截面ト底面トノ間ニアル部分ヲ角錐臺トイッテ, 截面及初ノ底面

ヲ共ニ角錐臺ノ底面其他ノ面ヲ側面トイヒ, 兩底面ノ距離ヲ高サトイフ。底面ガ一邊 4cm ノ正

方形デ側稜ガ 6cm デアル正四角錐ヲ一側稜ノ中點ヲ通り底面ニ平行ナ平面デ截ツテ出來ル角錐臺ノ展開圖ヲ畫キナサイ。



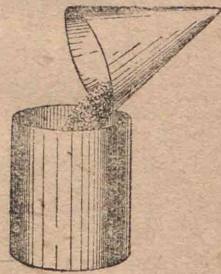
9. 底面ガ圓 O デアル直圓錐 $V-ABC$ ヲ其頂點ト底面トノ間デ底面ニ平行ナ平面デ截リ截面ト VO トノ交點ヲ O' , 母線 VA, VB, VC トノ交點ヲ夫々 A', B', C' トスレバ $O'A' = O'B' = O'C'$ ナルコトヲ證明セヨ。



10. 前問ニ於テ截面ト底面トノ間ニアル部分ヲ直圓錐臺トイヒ, 截面及初ノ圓錐ノ底面ヲ共ニ直圓錐臺ノ底面其他ノ面ヲ側面兩底面ノ距離ヲ高

サトイフ。角錐臺又ハ直圓錐臺ニ於テニツノ底面ノ面積ガ S, S' ニシテ高サガ h ナルトキハ其體積ハ $\frac{h}{3}(S + \sqrt{SS'} + S')$ デ表ハサレル。直圓錐臺ノばけつガアル。其内法ハ底ノ直徑 18cm , 上ノ直徑 30cm , 深サ 35cm ナラバ容量幾ノデスカ。

11. 直圓錐ノ側面ノ模型ト、之ト等底等高デー底面ノナイ直圓壺ノ模型トヲ作り、圓錐ニ砂ヲ滿タシ之ヲ幾杯入レルト圓壺ニ一杯ニナルカヲ驗シナサイ。



手引 先ヅ直圓錐ノ側面ノ模型ヲ作りソノ底面ノ直徑ト高サトヲ實測シテカラ直圓壺ヲ作りナサイ。

12. 底面ガ正三角形ナル直三角壺 $ABC-A'B'C'$ ガアル。之ヲ平面 $AB'C'$ デ截ルト三角錐 $A-A'B'C'$ ト四角錐 $A-BB'C'C$ トニ分レル。更ニコノ四角錐ヲ平面 $AB'C$ デ截ルトニツノ三角錐 $A-BB'C$ ト $A-B'CC'$ トニ分レル。卷末ノ展開圖ヲ切抜キ上ノ三ツノ三角錐ノ模型ヲ作ツテ觀察シナサイ。

問題ノ答

第一編

9-13頁 例題

1. 2.0%下落 11.9%騰貴 9.8%騰貴
3. 小包ノ方ガ區内 6 錢安ク、區外 2 錢高イ
5. (1) 2.14 圓 (2) 4.37 圓 (3) 5.60 圓
6. 6.28 圓 7. 6.51 圓弱
8. 183 人以上, 374 人以上 9. (1) 1.06 圓
(2) 2.5 圓 (3) 1.28 圓 (4) 5.86 圓
10. 8.568 錢 11. (1) 0.277 l (2) 12 錢弱
(3) 85.9%弱

19-20頁 例題

1. 765 圓 2. 20.76 圓 3. 424.45 圓
4. 2278.88 圓 5. 5965.65 圓 6. 2'53 圓

27-28頁 例題

1. (1) 314l 圓 (2) 91.65 圓 (3) 5.36%弱
2. 6.06%強 3. 8.77 圓 4. 11524.8 圓
5. 銀 2340 圓, 眞 2334.15 錢 6. 4680 圓

34-35頁 例題

1. ¥15261.52 2. ¥7111.34 3. ¥31503.45

4. ¥ 214816.12 5. ¥ 24960.66 6. $\angle 2-8-9$

35—38頁 雜題第一

1. 54錢 2. 1.54圓 3. 11.12圓
 4. 4717.68圓 5. 年8.33%強, 960圓
 6. 1132.4圓以上 7. 1369.6圓 8. 27.5錢弱
 9. 128.36圓 10. 1880圓 11. 8.43%弱
 12. $\angle 1020-0-6$

第二編

42頁 例題

1. 148 2. $48\frac{1}{2}$ 3. 1 4. $-\frac{2}{3}$
 5. 12

44—45頁 例題

1. (1) 104 (2) -270 2. 40 3. 公差-4
 和 0 5. 7500 6. 45倭 7. 10段
 8. 8月

49頁 例題

1. -32 2. $-21\frac{1}{4}$ 3. $\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$
 4. $2-\frac{1}{2^n}$ 8. $\frac{243}{1250}m$

51—52頁 例題

1. (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{8}{33}$ 2. $2+\sqrt{2}$

3. 10 4. $2\frac{47}{64}$ 5. 初項 1, 公比 $\frac{1}{2}$

54—55頁 例題

3. (1) $\frac{1}{10}$ (2) $\sqrt[3]{9}$ (3) $\frac{1}{8}$
 (4) $\frac{1}{\sqrt[3]{10}}$ (5) $\frac{1}{\sqrt{b^3}\sqrt[3]{c}}$

58—59頁 例題

2. (1) 0.6020 (2) 1.0791 (3) 2.4771
 (4) 0.5187 (5) 0.6990 (6) -0.1761
 (7) 0.3801 (8) -0.2130

60—61頁 例題

1. (1) $-4+0.8473$ (2) $-3+0.7655$ (3) $-1+0.438$
 (4) $-1+0.75$

66 67頁 例題

1. (1) 168.7 (2) 272.9 (3) 0.3183 (4) 53.78
 (5) 4.561 (6) 0.03785 (7) 0.06907 (8) 2.926
 (9) 1.736 (10) 25.96 2. 2.006
 3. 706.5平方糎 4. 10.72億 5. (1) 33.10
 (2) 15.76

74—75頁 例題

1. 62000圓 2. 14.2年 3. 年0.097
 4. 6884圓 5. 2295圓 6. 約5300圓

75—78頁 雜題 第二

2. 初項 8, 公差 -2 3. 96 4. $20a^2 + 340ab + 20b^2$
 5. (1) 49:51 (2) 1:3 6. 差 6.5, 比 ± 6
 7. A.P. 157, 313, 469 G.P. $\pm 5, 25, \pm 125$
 8. $\frac{b-a}{10}$ 9. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
 10. $75^\circ, 85^\circ, 95^\circ, 105^\circ$ 11. 8, 10, 12
 12. 1, 3, 9, 27 又 \wedge -2, 6, -18, 54
 13. $1\frac{118}{495}$ 14. (1) $\frac{5}{33}$ (2) $\frac{19}{55}$ (3) $2\frac{101}{270}$
 17. (1) 139.6 (2) 0.9236 18. 48 桁ノ數
 19. 6694圓 20. 57.54圓 21. 271.9圓
 22. 82.89圓

第三編

83—84頁 例題

2. (1) -6 (2) $-12i\sqrt{2}$ (3) $2i$ (4) $4+3i$
 (5) $22+4i$ (6) $(ac-bd)+(ad+bc)i$
 (7) $-\frac{47-i}{34}$ (8) $\frac{7-6i\sqrt{2}}{11}$ (9) $\frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$
 3. (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{-12+18i}{13}$ (3) $x=2+i, y=3-i$
 (4) $x=5+3i, y=3+5i$

88頁 例題

1. (1) $\frac{1\pm i\sqrt{19}}{2}$ (2) $2\pm i$ (3) $\frac{5}{2}, -\frac{2}{3}$

- (4) $\sqrt{3}\pm\sqrt{2}$ 2. (1) $\pm\frac{a}{2}$ / (2) $\frac{1}{2a}, -\frac{1}{a}$
 (3) $a(6\pm\sqrt{20})$ (4) $1, \frac{x-3}{k-1}$ (5) $\frac{a-b}{a+b}, \frac{a+b}{a-b}$
 3. $1, -\frac{1}{3}$

93—94頁 例題

1. -8 2. 3 3. -6, 4
 4. 平方ノ和 $\frac{8}{3}$, 逆數ノ和 3 5. $\frac{p^2-2q}{q^2}$
 7. $2x^2-18x+27=0$ 8. $4x^2-8a^2x+a^4=0$

96—97頁 例題

1. (1) $(3x+7)(5x-13)$ (2) $(6x-25)(x-12)$
 (3) $\{kx-(k+1)\}\{(k-1)x-k\}$ 4. $(x+2y-3)(x-3y-5)$

97—98頁 雜題 第三

3. $\pm 1, \pm i$ 5. $a=2, b=2$ 又 \wedge $a=7, b=-3$
 6. $p=-42, q=432$ 又 \wedge $p=42, q=432$
 8. 16 9. $qx^2+(p-2q)x-(p-q-1)=0$

107—108頁 例題

1. (1) 1 (2) 0 2. (1) $BC=7\frac{1}{2}m, AC=\frac{15\sqrt{3}}{2}m$
 (2) $AB=16\sqrt{3}cm, AC=8\sqrt{3}cm$ (3) 60°
 3. (1) 60° (2) $0^\circ, 60^\circ$ (3) 45° (4) 45°
 4. $\frac{12}{5}$ 5. $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$

113 頁 例 題

1. (1) $a=25.00, c=47.17 \quad \angle A=32^\circ$
 (2) $b=180 \quad \angle A=53^\circ 8', \angle B=36^\circ 52'$
 (3) $a=1.054, b=3.095, \angle B=71^\circ 12'$

2. 24.93m 3. 292.8m

116—117 頁 例 題

1. $5\sqrt{2} \text{ cm}$ 2. $10\sqrt{6} \text{ m}$ 3. 7m
 4. $\angle A=81^\circ 47' \quad \angle B=60^\circ, \quad \angle C=38^\circ 13'$
 5. 286.6m

118—119 頁 雜 題 第 四

1. (1) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
 3. $\sin A = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \cos A = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \tan A = t$
 5. $\sin A = \frac{5}{13} \quad \cos A = \frac{12}{13} \quad 7. 160.7m$
 8. 4.48cm 12. 60°

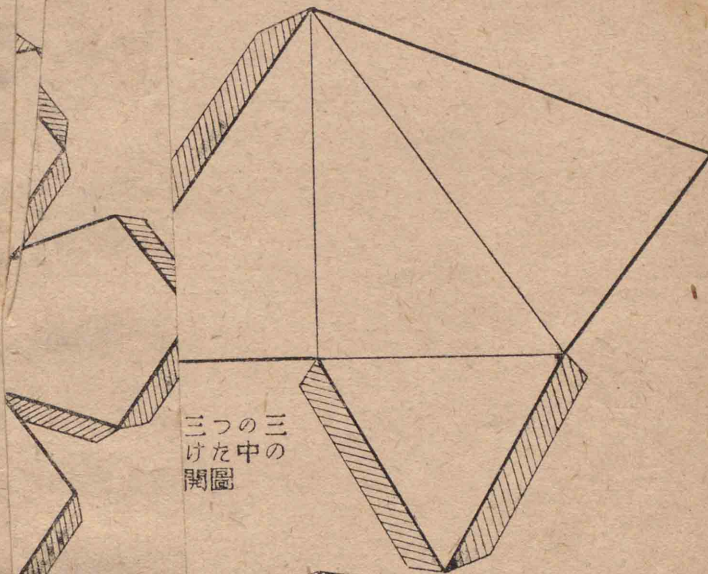
140—142 頁 例 題

3. 表面積ハ等シイ, 體積ハ $\frac{3}{2}$ 倍
 4. 6cm 10. 16.2l

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
	490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
1	566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
2	642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
3	716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
4	789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
5	860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
6	931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
7	000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
8	069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
9	136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
	202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
	267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
	331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
1	395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
2									
3	457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
4	519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
5	579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
6	639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
7	698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
8	756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
9	814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
	871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
	927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
	982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
1	036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
2	090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
3	143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
4	196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
5	248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
6									
7	299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
	350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
8	400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
9	450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
	499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
	547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
1	595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
2	643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
3	689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
4	736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
5	782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
6	827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
7	872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
8	917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
9	961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

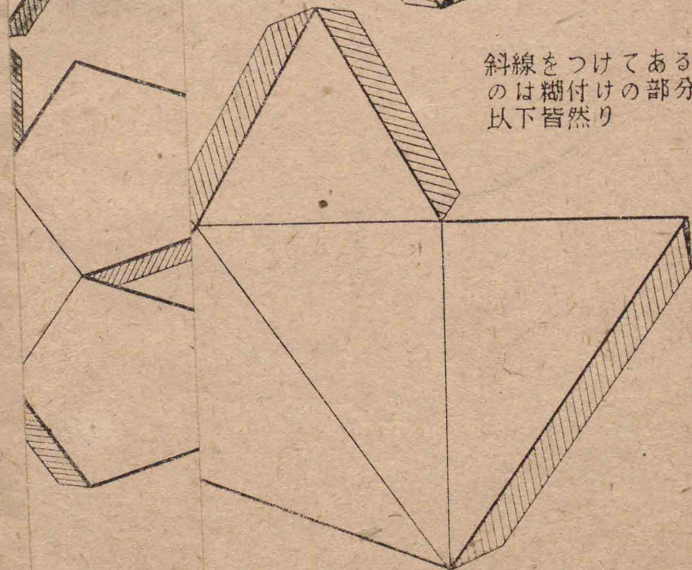
三角函数表

角	sin.	cos.	tan.	cot.	角	角	tan.	cot.	sin.	cos.	角
0°	0.0000	1.0000	∞	0.0000	90°	23°	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	67°
1°	0.0175	0.9998	57.2900	0.0175	89°	24°	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	66°
2°	0.0349	0.9994	28.6363	0.0349	88°	25°	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	65°
3°	0.0523	0.9986	19.0811	0.0524	87°	26°	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	64°
4°	0.0698	0.9976	14.3007	0.0699	86°	27°	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	63°
5°	0.0872	0.9962	11.4301	0.0875	85°	28°	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	62°
6°	0.1045	0.9945	9.5144	0.1051	84°	29°	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	61°
7°	0.1219	0.9925	8.1443	0.1228	83°	30°	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	60°
8°	0.1392	0.9903	7.1154	0.1405	82°	31°	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59°
9°	0.1564	0.9877	6.3138	0.1584	81°	32°	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58°
10°	0.1736	0.9848	5.6713	0.1763	80°	33°	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57°
11°	0.1908	0.9816	5.1446	0.1944	79°	34°	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56°
12°	0.2079	0.9781	4.7046	0.2126	78°	35°	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	55°
13°	0.2250	0.9744	4.3315	0.2309	77°	36°	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54°
14°	0.2419	0.9703	4.0108	0.2493	76°	37°	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53°
15°	0.2588	0.9659	3.7321	0.2679	75°	38°	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52°
16°	0.2756	0.9613	3.4874	0.2867	74°	39°	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51°
17°	0.2924	0.9563	3.2709	0.3057	73°	40°	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	50°
18°	0.3090	0.9511	3.0777	0.3249	72°	41°	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	49°
19°	0.3256	0.9455	2.9042	0.3443	71°	42°	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48°
20°	0.3420	0.9397	2.7475	0.3640	70°	43°	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47°
21°	0.3584	0.9336	2.6051	0.3839	69°	44°	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46°
22°	0.3746	0.9272	2.4751	0.4040	68°	45°	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	45°



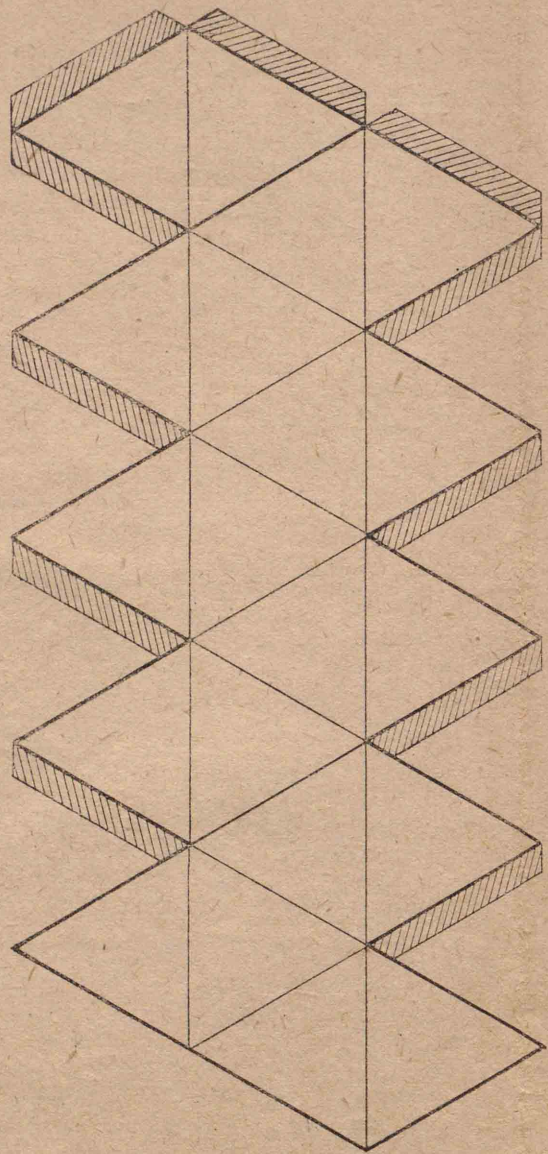
三つの三
けた中の
展開圖

斜線をつけてある
のは糊付けの部分
以下皆然り

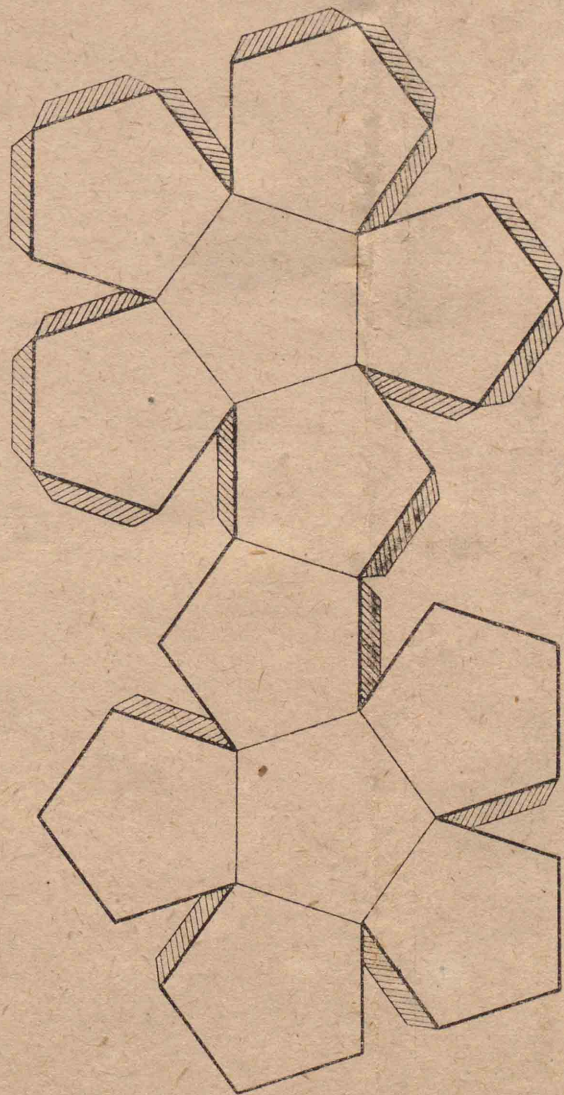


展開圖

三角錐を三つの三角錐に
分けた中の一つの展開圖



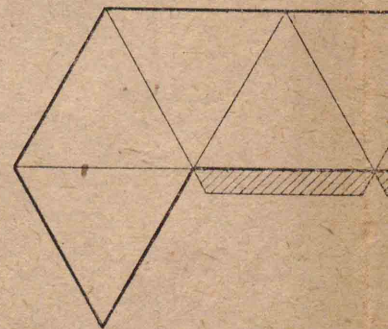
正二十面体展開圖



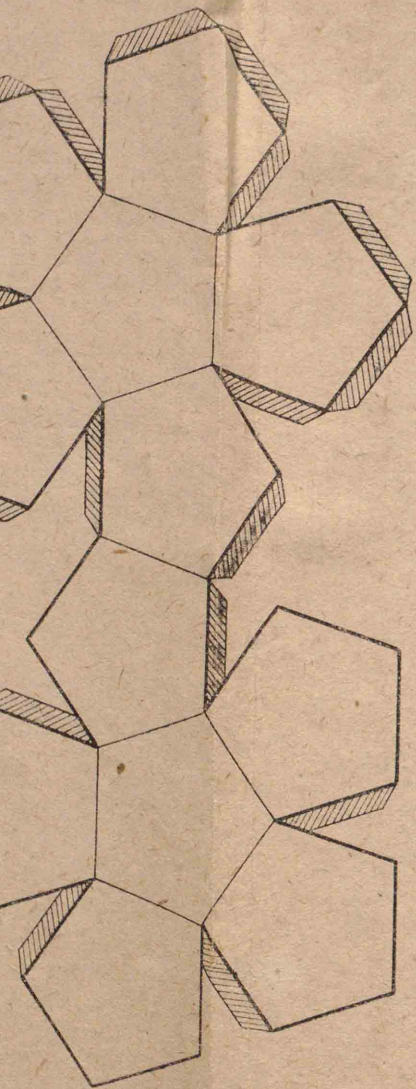
正十二面体展開圖



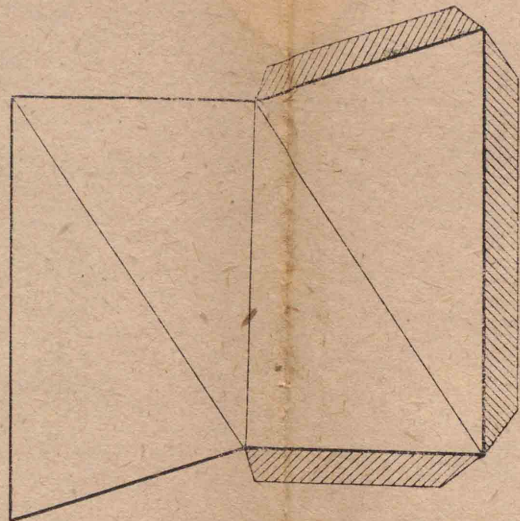
三角端を三つ
分けた中の一



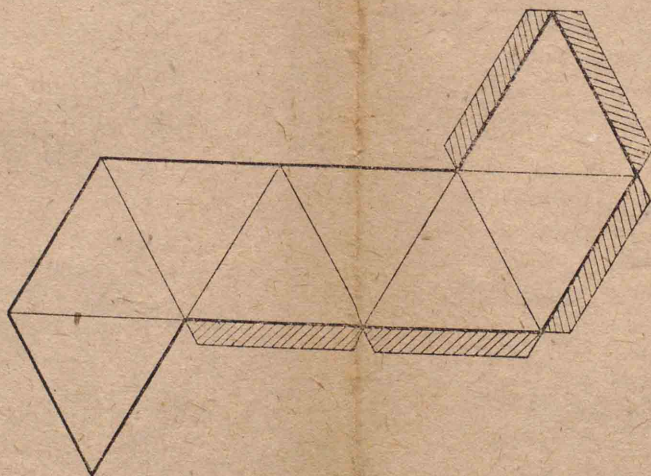
正八面体



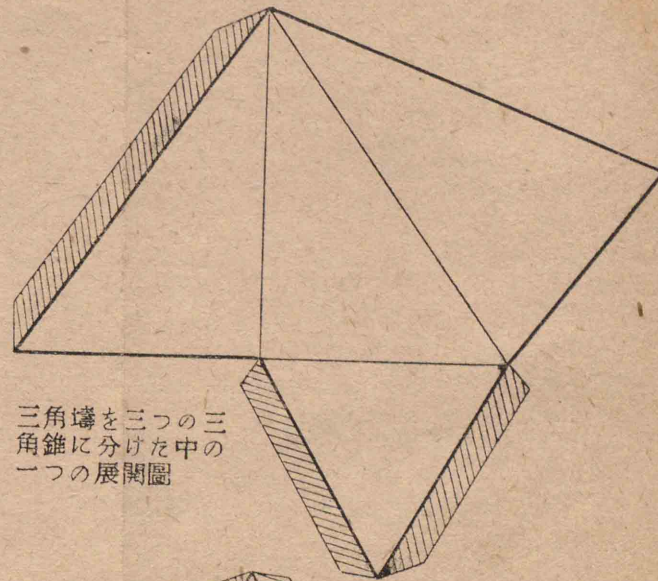
正十二面体展開圖



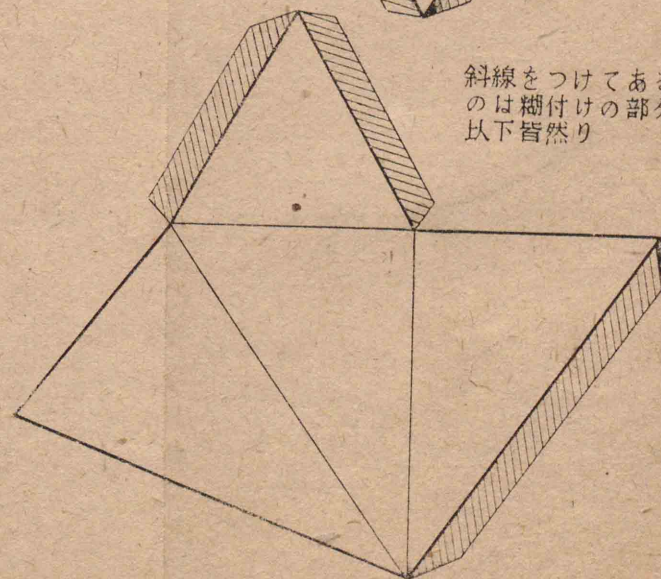
三角壘を三つの三角錐に分けた中の一つの展開圖



正八面体展開圖



三角壘を三つの三角錐に分けた中の一つの展開圖



斜線をつけてあるのは糊付けの部分以下皆然り

三角壘を三つの三角錐に分けた中の一つの展開圖

昭和十年十二月二十日

文部省檢定濟

高等女學校數學科用

昭和八年九月十八日	印刷
昭和八年九月廿一日	發行
昭和八年十一月三十日	訂正再版印刷
昭和八年十一月二日	訂正再版發行
昭和十年十月十五日	改訂三版印刷
昭和十年十二月十八日	改訂三版發行
昭和十年十二月十七日	改訂四版印刷
昭和十年十二月二十日	改訂四版發行



改訂 女子數學教科書
上級用

◎【定價金七拾錢】

著 作 者 渡 邊 孫 一 郎

發 行 者 東京市麴町區飯田町2丁目20番地
中等學校教科書株式會社
代 表 者 山 本 慶 治

印 刷 者 東京市神田區神保町2丁目10番地
來 島 捨 六

印 刷 所 東京市神田區錦町3丁目26番地
山 海 堂 印 刷 部
(印文協東東 3383 番)

發 行 所 東京市麴町區飯田町2丁目20番地
中等學校教科書株式會社
日本出版文化協會會員番號 117522

配 給 元 日本出版配給株式會社
東京市神田區淡路町 2 / 9

(略名) 山海 渡邊 女數學上級

