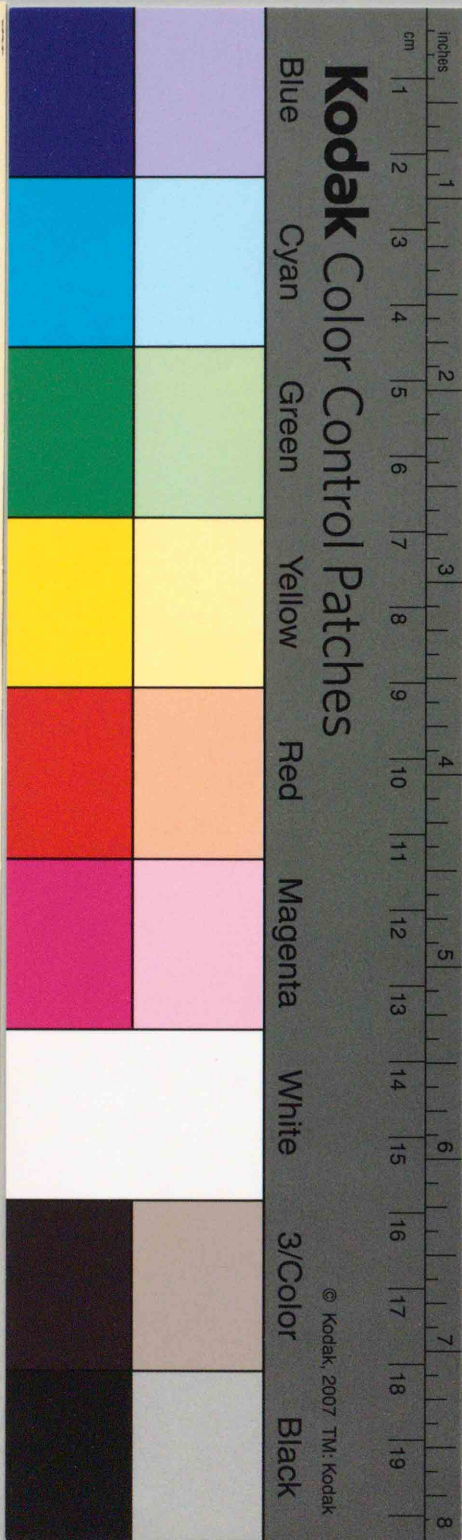


40189

教科書文庫

4
410
41-1934
2000.0 65701



Kodak Color Control Patches

Blue

Cyan

Green

Yellow

Red

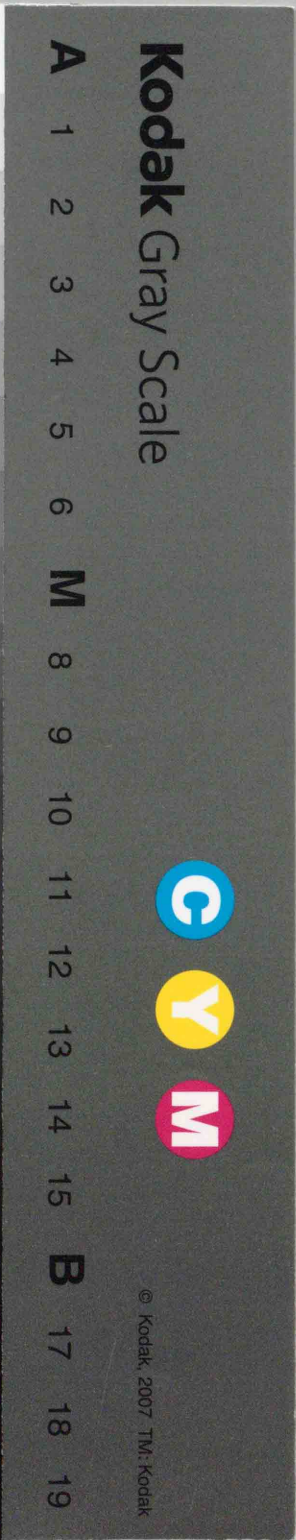
Magenta

White

3/Color

Black

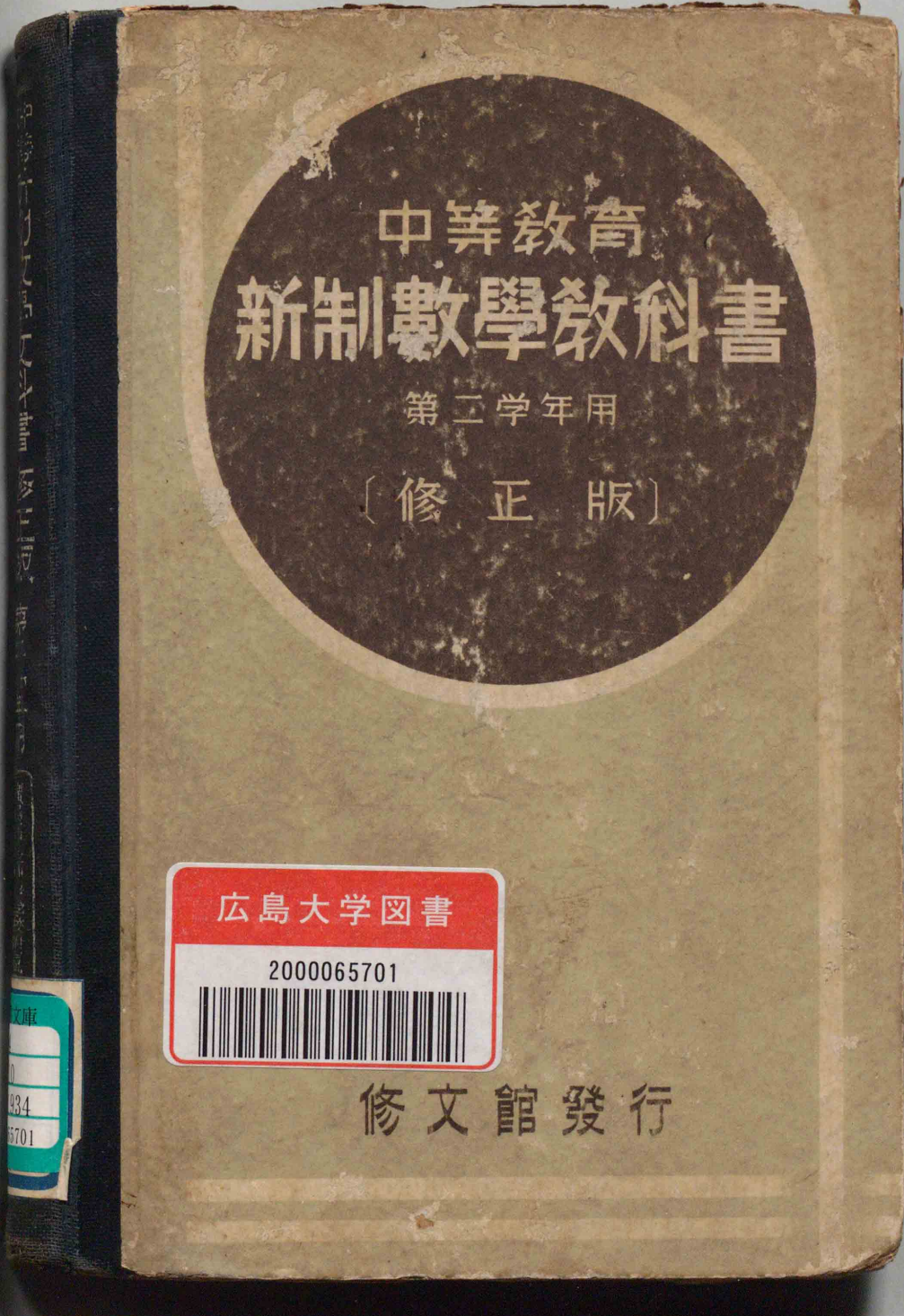
© Kodak, 2007 TM: Kodak



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak



中等教育
新制數學教科書

第二學年用

[修正版]

広島大学図書

2000065701



修文館發行

4a
410
BB9

教科書文庫

4

410

41-1934

2000065701

資料室

文 部 省 檢 定 済

昭和九年十二月二十一日 中學校數學科用

中等教育
新制數學教科書

第二學年用

修 正 版

廣島高等師範學校附屬中學校

數學研究會著



東 京

修 文 館

緒 言

本書ハ新制數學教科書第二學年用トシテ著作シタモノデアル。本學年ニ於テハ理論幾何ノ觀念ヲ與ヘ、二次方程式解法ヲ知ルベキ重要ナ時期デアル。ソレ故代數ニ於テモ幾何ニ於テモ共ニ最モ重要ナ部分デアツテ、第二學年ニ於ケル數學ハ生徒ノ數學學習ニ影響スル所實ニ多大ナモノデアル。

本教科書ノ著作ニ當ツテハ特ニ上ニ述べタコトヲ深ク念頭ニオイテ、且代數ト幾何トヲ並行シテ教授シ得ルヤウニシタ。以下本書デ特ニ留意シタ諸點ノ中ソノ重ナモノヲ述べヨウ。

- (1) 代數ハ二次方程式ヲ主トシタモノデアル。第一學年ニ於テハ一次方程式ノ範圍内ノ計算デアツタノデ、二次ノ項ノ取扱ハ殆ンド全ク之ヲ避ケテ來タノデアルガ、本學年ニ入ツテハ初メテ二次以上ノ項ノ四則ヲ教授シ、漸次二次方程式ヲ主題トシ、コレヲ中心トシテ進ムヤウニ配列シタ。

広島大学図書

2000065701



- (2) 等差級數ハ簡單ナ式ノ取扱ニヨツテ研究シ得ル興味アル教材デアルカラ、其ノ簡單ナ部分ヲ等比級數ト切離シテ整式ノ四則ノ後ニ應用トシテ附ケ加ヘルコトニシタ。
- (3) 乘法公式及ビ因數分解ノ部デハ特ニ暗算ニ重キヲ置キ、僅少ナ公式ヲ活用シテ計算ヲ簡易迅速ナラシメルヤウニシタ。
- (4) 根數根式ハ第四學年ニ於テ充分ナ取扱ヲスルコトトシ、本學年ニ於テハ唯其ノ簡單ナ場合ノ計算ノミニ止メ、虛數モ亦唯ソノ概念ヲ與ヘルダケニシタ。
- (5) 二次方程式ノ根ハ有理數ヲ以テ表ハスヤウニシタ。ソレ故根數ハ之ヲ近似値ヲ以テ算出セシメルコトトシ、從ツテ數ノ開平方ヲ授ケ、尙平方根ノ表ニヨリ根數ノ近似値ヲ求メル方法ヲモ教授スルコトニシタ。
- (6) 幾何ノ部ニ於テハ殊ニ幾何學的證明ノ何タルカヲ會得セシメルコトニ留意シ、且全體ニ互ツテ實驗實測ニ訴ヘ自學自習ニヨツテ幾何學的推理ノ何物タルカヲ悟ラシメルヤウニシタ。
- (7) 面積ニ關スル事項ハ圖形ノ一性質ト考ヘ、他ノ諸性質ト共ニ研究シタ方ガ便デアルコトヲ思ヒ、直線

- 形ノ面積ニ關スル諸事項ハ直線形ノ部ニ取入レタ。
- (8) 軌跡ノ觀念ハ圖形ノ函數的變化ヲ知ラシメル上ニ於テ、又作圖ノ基礎概念ヲ與ヘル上ニ於テ重要ナ事項デアルカラ、常ニソノ豫備的考察ハ怠ラナイヤウニシタ。併シソノ理論ノ研究ハ相當ニ困難デアルカラ、條件ニ從ツテ動ク點ナル一項ヲ設ケテソノ基礎的研究ヲ深カラシメルヤウニシタ。

昭和6年8月

修正改版ニ就テ (昭和9年9月)

昭和六年中學校教授要目ノ改正ニ伴ヒ、我等ノ意ノアル所ヲ以テ新制數學教科書ヲ發行シタ。爾來三年、コレヲ實地ニ教授シ實際ニ研究シタ結果、改善ノ要アルヲ認メ茲ニ修正改訂ヲ加ヘタノデアアル。改訂ニ當ツテ特ニ留意シタ諸點ヲ舉ゲルト次ノヤウデアアル。

- (1) 全卷ヲ通ジテ練習問題ノ配列ニ一層留意シ、易ヨリ難ヘト極メテ自然ニ且愉快ニ學習シ得ルヤウニシタ。コレガタメ新タニ問題ヲ補充シ或ハ在來ノ問題ヲ割愛スル等、適當ニ取捨選擇シタ。
- (2) 生徒ガ問題ノ練習ニ於テ答案作製ノ模範ヲ示スタメ、特ニ白抜キヲ以テ解答ヲ示シタ。此ノ白抜キハ我ガ數學研究會最初ノ試ミデアツテ、教育上多大ノ効果アルモノト確信スル。
- (3) 根數根式ニツイテハ其ノ總括的取扱ハ第四學年ニ於テ行フノデアアルガ、簡單ナ加減乗除ハコレヲ行ヒ得ルヤウニ、適當ニ補充シタ。
- (4) 第一學年摘要ヲ卷頭ニオイテ、本學年ノ學習ニ便ナルヤウニシタ。

著 者 識

第一學年摘要

◎新シク知ツタ代數的ニ重要ナ語句

正數、負數……絕對值

代數式……項、單項式、多項式、同類項……簡約

代數式ノ數值……代入

恒等式、方程式……未知數、既知數、根(正負)、

滿足、一元方程式、二元聯立方程式

消去……加減法、代入法

◎方程式ノ解法

(1) 原理

$$X=Y \cdots \begin{cases} (A) & X \pm N = Y \pm N \cdots \text{移項} \\ (B) & \begin{cases} mX = mY \\ \frac{X}{m} = \frac{Y}{m} \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{但シ } m \text{ ガ } 0 \\ \text{デナイコト} \end{array} \right) \end{cases}$$

(2) 一元方程式ノ解法

移項、簡約 \rightarrow 係數 $\times x =$ 既知數 $\rightarrow x = \frac{\text{既知數}}{\text{係數}}$

(3) 聯立方程式ノ解法

(一) 二元二式 $\xrightarrow[\text{(代入法)}]{\text{(加減法)}} \rightarrow$ 一元方程式

グラフニ依ル解法……二直線ノ交點

(二) 三元三式 \rightarrow 二元二式 \rightarrow 一元一式

◎初等幾何圖形

直方體(立方體)

平行四邊形(矩形,正方形,菱形)

點(交點), 線(直線,曲線,線分,二點間ノ距離)

面(平面,曲面)

角(頂點,邊,直角,餘角,補角,對頂角)

圓(圓周,半圓,中心,半徑,直徑,弦,中心角,扇形)

平行線(同位角,錯角)

多角形(三角形,四角形,五角形,……三邊形,四邊形,五邊形,……對角線,內角,外角,正多角形)

對稱

簡易ノ測量測定

長サノ測定(高サ,距離,圓周)

廣サノ測定(矩形,平行四邊形,三角形其ノ他ノ多角形,圓,橢圓)

體積ノ測定(圓壙,角壙,圓錐,角錐,球)

目次

第一學年摘要	頁(1)
數ノ世界	1

第五篇

二次方程式

第一章 整式ノ乘除

1 冪及單項式ノ乘法	2
2 多項式ノ乘法	10
3 多項式ノ除法	13

第二章 等差級數

4 等差級數(A.P.)	18
--------------	----

第三章 乘法公式及因數分解

5 簡略計算	23
6 二數ノ和ノ二乘	24
7 二數ノ差ノ二乘	28
8 二數ノ和ト差トノ積	31
9 $x+a$ ト $x+b$ トノ積	33
10 $(ax+b)(cx+d)$ ノ形ノ積	36

雜題	33
第四章 最大公約數及最小公倍數	
11 最大公約數及最小公倍數	43
第五章 分數式	
12 分數式ノ意味	47
13 約分	49
14 分數式ノ加法及減法	52
15 分數式ノ乘法及除法	55
摘要	58
雜題	59
第六章 二次方程式	
16 純二次方程式ト數ノ平方根	61
17 數ノ開平	75
18 一般ノ二次方程式	80
(a) 完全平方式ヲ作ツテ解クコト	
(b) 根ノ公式ニヨル一元二次方程式ノ解法	
19 一元二次方程式ノ根ト係數トノ關係	87
20 一元二次方程式ノ應用問題	90

第七章 函數及グラフ

21 函數	95
22 二次函數ノグラフ及極大極小	99
23 二元二次方程式ノグラフ	107
24 二元二次聯立方程式	114
雜題	122

第六篇

直線形

第一章 三角形ノ合同

25 嚴密ナ言ヒ表ハシ方ト定義	123
26 合同	125
27 三角形ノ合同	130

第二章 幾何學的證明

28 幾何學的證明ト定理	138
--------------	-----

第三章 作圖題

29 基本的作圖題	148
30 對稱	161

第四章 平行線

- 31 平行線トナル二直線……………168
 32 平行線ニヨル角……………175
 33 定理ノ逆ト間接證明法……………178

第五章 多角形ノ内角ノ總和

- 34 三角形ノ内角ノ總和……………182
 35 多角形ノ内角及外角ノ總和……………185

第六章 二等邊三角形及直角三角形

- 36 二等邊三角形……………187
 37 直角三角形ノ合同……………189

第七章 三角形ノ角及邊ノ不等

- 38 邊ノ不等ナ三角形……………191
 39 二邊ノ等シイニツノ三角形……………194

第八章 平行四邊形

- 40 平行四邊形ノ性質……………198
 41 平行四邊形トナル四邊形……………201
 42 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ直線……………203

第九章 矩形・平行四邊形・三角形・
梯形ノ面積

- 43 矩形ノ面積……………208
 44 平行四邊形ノ面積……………209
 45 三角形及梯形ノ面積……………212
 摘要……………216
 雜題……………218
 46 條件ニ從ツテ動ク點……………218

第七篇

圓

第一章 弧・弦・切線

- 47 中心角ト弧及弦……………225
 48 弦ト中心トノ距離……………233

第二章 圓周角

- 49 圓周角……………236
 50 內接四邊形……………243

第三章 切線及切圓

- 51 切線……………245

52 切線ト弦251

53 圓ノ内接及外接正多角形.....255

54 二ツノ圓258

55 共通切線261

摘要264

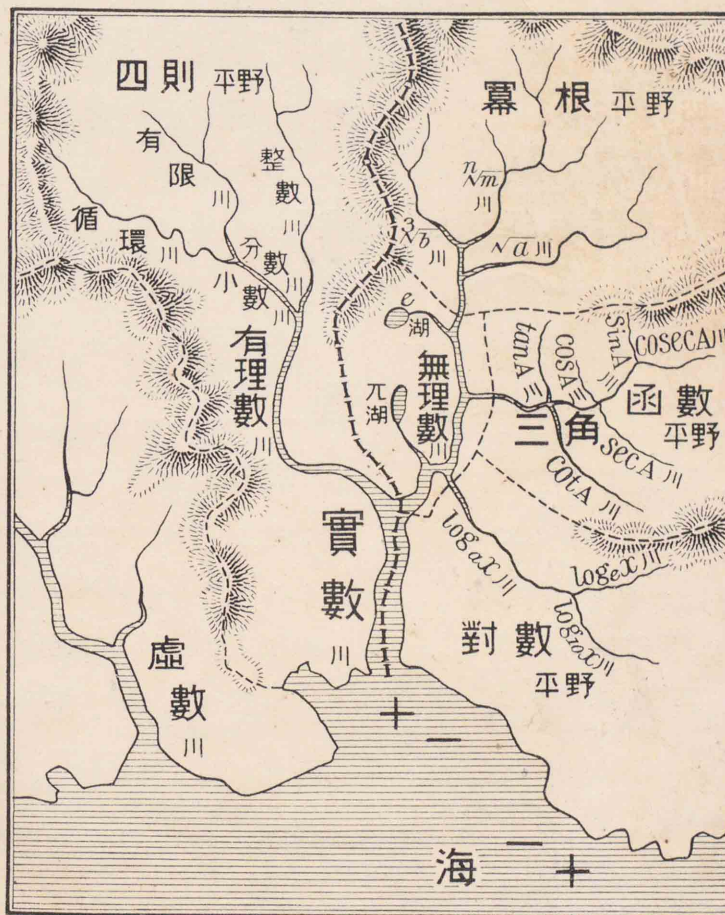
雜題265

附 錄

平方,立方,平方根,立方根ノ表
平方根表

—〔第二學年目次終リ〕—

數ノ世界

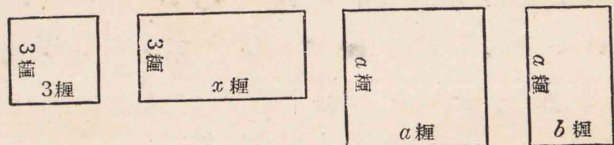


第五篇
二次方程式

第一章 整式ノ乗除

1. 冪及單項式ノ乗除

問1 次ノ正方形及ビ矩形ノ面積ハドレダケカ。

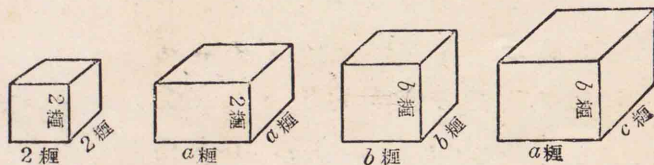


3×3 平方種, $3 \times x$ 平方種, $a \times a$ 平方種, $a \times b$ 平方種

コレヲ夫々次ノヤウニ書ク。

3^2 平方種, $3x$ 平方種, a^2 平方種, ab 平方種

問2 次ノ立方體及ビ直方體ノ體積ハドレダケカ。



$2 \times 2 \times 2$ cc, $2 \times a \times a$ cc, $b \times b \times b$ cc, $a \times b \times c$ cc

コレヲ夫々次ノヤウニ書ク。

2^3 cc, $2a^2$ cc, b^3 cc, abc cc

今迄デモ數ト文字,又ハ文字ト文字トノ間ノ乗號ハ省イテ來タノデアアルガ,更ニ

* 同一ノ數ノ積ハ其ノ數ヲ表ハス文字ノ右肩ニ掛合ハセル文字因數ノ數ヲ書イタモノデ表ハス。之ヲ其ノ數ノ冪トイヒ,文字ノ肩ニ書ク數ヲ指數トイフ。

例ヘバ aa ハ a^2 ト書イテ「 a 二乗(又ハ a ノ平方)」ト讀ミ, bbb ハ b^3 ト書イテ「 b 三乗(又ハ b ノ立方)」ト讀ム。2,3ハ夫々 a, b ノ指數デアアル。

單項式ハ文字因數ノ數ニヨツテ其ノ次數ヲ定メル。

例ヘバ $3a$ ハ一次, $5ab^2$ ハ二次, $\frac{2}{3}abc$ ハ三次, $8lm^2n$, $4.5x^2y^2$ 等ハ四次ノ單項式デアアル。

文字ヲ全ク含マナイ項,即チ既知數ダケノ項ハ既知項(一年用147頁)又ハ絕對項トイフ。

又問2ノ直方體ノ體積カラモ分ルヤウニ,

$$abc = acb = bac = bca = cab = cba$$

* 第一學年用33頁參照。

** 二乗ヲ自乗ト書クコトガアル。

即チ積ノ値ハ其ノ因數ノ順序ニハ關係シナイ。

併シ數因數即チ數係數ハ項ノ初メニ書キ、文字因數ハ普通「アルファベット」ノ順ニ書ク習慣ニナツテキル。又次數ヲイフニハ普通「大キイ」トイフ代リニ「高イ」、「小サイ」トイフ代リニ「低イ」トイフ。

問3 $5a^2 - 8a^3 - 6a^4 + 3$ ノ中ノ最高次ノ項ハ何カ。

多項式デハ其ノ式ノ中デ次數ノ最高イ項ノ次數ヲ以テ其ノ式ノ次數トスル。

例ヘバ上ノ問3ノ多項式ハ五次式、

$4a^2x - 5ax^2 + 6a^3$ ハ三次(ノ同次)式デアル。

又時ニハ特ニ或ル文字ニダケ目ヲツケテ整式ノ次數ヲイフコトガアル。

例ヘバ $5a^3 - 6ax - 7a^4x^2$ ハ總テノ文字ニツイテハ六次式デアルガ、 a ニツイテハ四次式デ、 x ニツイテハ二次式デアル。

問4 次ノ單項式ノ中 x ニツイテ高次ノモノカラ順ニ言ヘ。 $5x^2y$, $-1\frac{1}{2}a^2x^4$, $6ax^3$, $-0.5xy^3$, $\frac{3}{8}z^5$

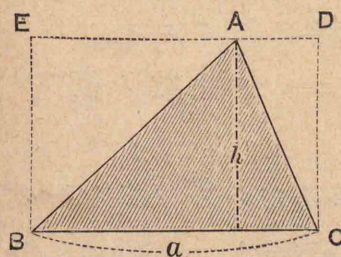
問題

1 x ニツイテ五次ノ三項式ヲ作レ。

2 廣サ1平方米ノ土地ノ値ガ5圓ナラバ、縦 a m, 横 b m ノ矩形ノ土地ノ値ハ何程デアルカ。

3 一稜ガ a cm ノ立方體5箇ノ體積ハ全部デ何程カ。

4 底邊ガ a cm デ、高サガ h cm ノ三角形ノ面積ハ幾平方種カ。



(1) x ニツイテハ二次デ、 y ニツイテハ三次ノ四項式ヲ作レ。

(2) 1平方米ガ a 圓デアルトキ、一邊ガ l m ノ正方形ノ土地ノ値ハ何程デアルカ。

(3) 一稜ガ x cm ノ立方體10箇ヲ接イデー本ノ角柱トシタトキノ表面積ハ何程カ。

(4) 底面ノ半徑ガ r cm, 高サガ h cm ノ直圓柱ノ體積ハ幾立方種デアルカ。



問5 $a^2 \times a^3, a^2 \times a^4 \times a^5$ ノ中ニ含マレル a ノ因數ハ夫々幾ツアルカ.

$$a^2 a^3 = \overbrace{aa}^2 \times \overbrace{aaa}^3 = a^{2+3} = a^5$$

$$a^2 a^4 a^5 = \overbrace{aa}^2 \times \overbrace{aaaa}^4 \times \overbrace{aaaaa}^5 = a^{2+4+5} = a^{11}$$

同一ノ文字因數カラ成ル冪ノ積ハ其ノ文字因數ニ各冪ノ指數ノ和ヲ指數トシテ附ケタモノデアル.

例一 $-4x^3$ ト $-5x^4$ トノ積ヲ求メヨ.

解 $(-4x^3) \times (-5x^4) = (-4) \times (-5)x^3 x^4 = 20x^7$

例二 $(-abc)(-\frac{1}{2}a^2bc^2)(-3a^3b^2c)$ ヲ計算セヨ.

解 $(-abc)(-\frac{1}{2}a^2bc^2)(-3a^3b^2c)$
 $= (-1) \times (-\frac{1}{2}) \times (-3) abc a^2 b c^2 a^3 b^2 c$
 $= -\frac{3}{2} aa^2 a^3 b b b^2 c c^2 c = -\frac{3}{2} a^6 b^4 c^4$ 答

幾ツカノ單項式ノ積ヲ作ルニハソノ各項ノ文字因數ノ積ニソノ係數ノ積ヲ掛ケヨ.

問6 $a^2 \times a^3 = a^5$ カラ $a^5 \div a^2$; 即チ $\frac{a^5}{a^2}$ ノ答ヲ言ヘ.

$$a^5 \div a^2 = \frac{a^5}{a^2} = a^{5-2} = a^3$$
$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$
$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (m > n)$$

或ル文字因數カラ成ル冪ヲ,指數ガソレヨリ小サイ同ジ文字因數ノ冪デ割ツテ得ル商ハ,其ノ文字因數ニ各冪ノ指數ノ差ヲ指數トシテ附ケタモノデアル.

問7 $a^4 \div a^4$ ノ答ヲ言ヘ.

例三 $(-30x^7) \div 5x^4$ ヲ計算セヨ.

解 $(-30x^7) \div 5x^4 = (\frac{-30}{5})(\frac{x^7}{x^4}) = -6x^3$ 答

單項式ヲ單項式デ割ルニハソノ係數ノ商ニ文字因數ノ商ヲ掛ケヨ.

問題

次ノ式ヲ計算セヨ. (暗算) 5-11

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 5 $(-2ab)(-5b)(6abc)$ | 5 $(-3ab^2)(bc^2)(-4bc)$ |
| 6 $\frac{1}{2}ax(\frac{2}{3}a^2x^3y)$ | 6 $\frac{3}{4}xyz(-\frac{x^2y}{6})$ |
| 7 $(0.2a^2)(\frac{b^2}{5})(10ab)$ | 7 $4a^2(-7y)(\frac{1}{7}ax)$ |
| 8 $a^8 \div a^3$ | 8 $b^{10} \div b^7$ |
| 9 $20x^3y \div 10x^2$ | 9 $8a^2b^3 \div 4ab$ |
| 10 $(-x^2y^2z) \div xyz$ | 10 $16r^5 \div (-\frac{4}{5}r^2)$ |
| 11 $12p^4q^3 \div 1.2p^2q^2$ | 11 $(-13m^2n^3) \div (0.13mn^3)$ |

次ノ式ヲ計算セヨ. 12-(13)

12 (a^2b^3)^2, -(3ab^2c)^3 | (12) (xyz^3)^3, (-2ab^2c^3)^4

注意 (a^2b^3)^2 = a^2b^3 x a^2b^3

13 -3a^2b(-x)^3 | (13) (-a)^2(-1/2xy)^3

次ノ式ノ數値ハ x=-5 ノトキハ x=-3 ノトキヨリ
ドレダケ大デアルカ.

14 x^2+3x-1 | (14) x^3-2x

a=3, b=-5 トシテ次ノ式ノ數値ヲ計算セヨ.

15 a^2-2ab+b^2 | (15) -a^3+5a^2b-b^2

a=-2, b=3 ノトキ次ノ方程式ノ x, y ノ値ヲ求メヨ.

16 a^2x-by=5 | (16) bx+ay+1=0
ax+13y=b^2 | a^2x-b^2y+14=0

17 次ノ方眼内ノ各ノ
横ノ行ノ三數ノ
積ヲ求メヨ.

a^2	a^9	a^4
a^7	a^5	a^3
a^6	a	a^5

18 各ノ横ノ行
ニ於テ指數ノ最
大ナモノト最小ナモノ
トノ積ヲ中間ノ指數ノ
モノデ割レ.

縦ノ列ノ三數ノ
積ヲ求メヨ.

(18) 各ノ縦ノ列
ノ中デ指數ノ最
大ナモノト最小ナモノ
トノ積ヲ中間ノ指數ノ
モノデ割レ.

例四 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

8ab+(-10a^2-7ab+6b^2)-(-5a^2+ab-4b^2)

解 8ab+(-10a^2-7ab+6b^2)-(-5a^2+ab-4b^2)
=8ab-10a^2-7ab+6b^2+5a^2-ab+4b^2
=8ab-7ab-ab-10a^2+5a^2+6b^2+4b^2
= -5a^2 +10b^2
答 -5a^2+10b^2

問題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. 19-(23)

19 5x^2-6x^2+7x^2-x^2 | (19) 10a^2+14a^2-23a^2-a^2

20 a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2

(20) a^2-2ab+b^2+a^2+2ab+b^2

21 a^3-3a^2b+3ab^2-b^3+(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)

(21) a^3+3a^2b+3ab^2+b^3-(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)

22 x^2+2xy+5y^2-(3x^2-2xy-3y^2)

(22) 5x^2-3x+2+(-7x^2+5x-6)

23 8x^2-4xy-{3x^2-xy-(3x^2-5xy)}

(23) 3x^3-(z^3+{2y^3-(3xyz-8z^3)})-4xyz

2. 多項式ノ乗法

例一 $2a+b$ ト $3a$ トノ積ヲ求メヨ.

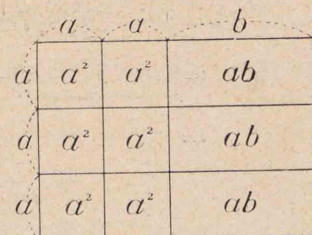
解 $2a$ ト $3a$ ト

ノ積ハ何カ.

b ト $3a$ トノ積ハ

何カ.

$$\begin{aligned} & (2a+b) \times 3a \\ &= 2a \times 3a + b \times 3a \\ &= 6a^2 + 3ab \end{aligned}$$



答 $6a^2+3ab$

多項式ニ單項式ヲ掛ケルニハ多項式ノ各項ニ單項式ヲ掛ケヨ.

問題

暗算デ次ノ積ヲ求メヨ. 24-(26)

24 $5(3m+4n)$

(24) $8(10a-3b)$

25 $2xy(x-y)$

(25) $(p+q)(-5pq)$

26 $3(x^2-3x+2)x^2$

(26) $m(x-y+z)xyz$

次ノヤウナ長サト幅ヲ持ツタ矩形ノ面積如何.

27

長サ	$a+b$	$2x-y$
幅	$3a$	$5x$

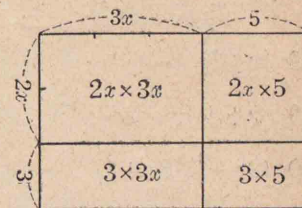
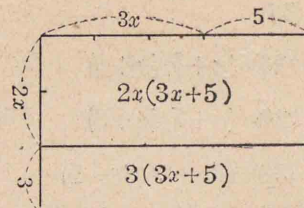
(27)

長サ	$2a-5b$	$p-3q$
幅	$10y$	$2r$

例二 $3x+5 = 2x+3$ ヲ掛ケヨ.

解 (第1圖)

(第2圖)



$(3x+5)(2x+3) = 2x(3x+5) + 3(3x+5) \dots$ (第1圖)

$= 6x^2 + 10x + 9x + 15 \dots$ (第2圖)

$= 6x^2 + 19x + 15 \dots$ 答

例三 $a^2-2ab+b^2 = a-b$ ヲ掛ケヨ.

(解) $(a^2-2ab+b^2)(a-b)$
 $= a(a^2-2ab+b^2) - b(a^2-2ab+b^2)$
 $= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$
 $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \dots$ 答

例三ノ答ノ a ノ指數ハ左カラ順次 = 3, 2, 1, 0

b ノ指數ハ左カラ順次 = 0, 1, 2, 3

或ル文字因數ノ指數ガ左カラ順次ニ小(又ハ大)トナツテキル式ハ其ノ文字因數ニツイテ降冪(又ハ昇冪)ノ順ニ並ベテアルトイフ.

問題

次ノ各式ヲ計算セヨ. 28-(36)

- 28 $(a+b)(a-b)$ (28) $(a+b)(a+b)$
- 29 $(x+4)(x-5)$ (29) $(a+7)(a+3)$
- 30 $(2x+1)(3x+1)$ (30) $(7x-2)(6x-1)$
- 31 $(x^2+x+1)(x-1)$ (31) $(x^2-x+1)(x+1)$
- 32 $(5y^2+3-y)(3y-5)$ (32) $(n-5+2n^2)(n-1)$

注意 被乗數, 乘數共 = 降冪ノ順 = 並ベテ計算セヨ.
答ハ降冪ノ順 = 並ベテ置クガヨイ.

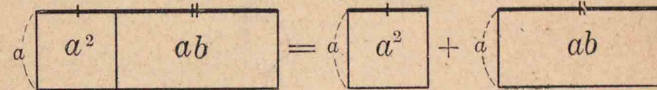
- 33 $(3x^2-2-5x)(7+2x)$ (33) $(3+x)(2-3x+x^2)$
- 34 $(a+b)^2(a+b)$ (34) $(a-b)^3$
- 35 $(a-b)^2-(a+c)^2+(b+c)^2$
 (35) $(a+2)(a+3)+(a+3)(a+1)+(a+1)(a+2)$
- 36 $\{x(x+a)-a(x-a)\} \{x(x-a)-a(x+a)\}$
 (36) $a\{a^2+x(a-x)\}-x\{x^2-a(x-a)\}$

次ノ方程式ヲ解ケ. 37-(38)

- 37 $(x-9)(x-2)=(x-12)(x+7)$
 (37) $(x-3)(x-12)=(x-6)(x-11)$
- 38 $(x-3)^2-(x-4)^2=3$ (38) $(x-3)^2-(x-5)^2=24$

3. 多項式ノ除法

問1 一邊ガ a 面積ガ (a^2+ab) 平方糧ノ矩形ノ他ノ一邊ノ長サヲ求メヨ. (次ノ圖ヲ見ヨ)



問2 $(3ab^2-5a^2b) \times (-4a^3b^2) = -12a^4b^4+20a^5b^3$ カラ
 $(-12a^4b^4+20a^5b^3) \div (-4a^3b^2)$ ノ答ヲ言ヘ.

例一 $4x^3-2x^2+x$ ヲ $2x$ デ割レ.

解 $(4x^3-2x^2+x) \div (2x)$

$$= \frac{4x^3-2x^2+x}{2x}$$

$$= \frac{4x^3}{2x} - \frac{2x^2}{2x} + \frac{x}{2x}$$

$$= 2x^2 - x + \frac{1}{2} \dots \dots \dots \text{答}$$

割算ノ式ハ分數ノ形ニ書イテモヨイ.

多項式ヲ單項式デ割ルニハ其ノ多項式ノ各項ヲ其ノ單項式デ割レ.

例二 $a^2x^5 - 3a^2x^3$ ヲ $-3a^2x^2$ デ割レ.

$$\begin{aligned} \text{解 } & (a^2x^5 - 3a^2x^3) \div (-3a^2x^2) \\ & = -\frac{1}{3}x^3 + ax \dots \dots \text{答} \end{aligned}$$

問題

次ノ割算ヲナセ. (暗算) 39-(42)

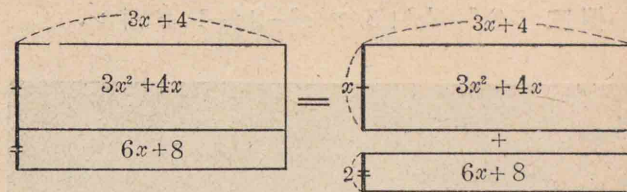
- | | |
|-------------------------------------|---|
| 39 $(4a-2) \div 2$ | (39) $(6x-3y) \div 3$ |
| 40 $(6n-18n^2) \div 6n$ | (40) $(10a^2+25a) \div (+5a)$ |
| 41 $(2x^3y^2+5x^2y^3) \div (-x^2y)$ | (41) $(-12a^3b^2+18a^2b^2) \div 6a^2b^2$ |
| 42 $\frac{6bh-8b^2h-12bh^2}{-6bh}$ | (42) $\frac{-10x^3y+6x^2y^2-2xy^3}{-2xy}$ |

$-a^3b^2 - 5a^3b^5 + 8a^4b^2 + 9a^5b^3$ ヲ次式デ割レ. 43-(44)

- | | |
|-------------|--------------|
| 43 $-2a^3$ | (43) $5ab^2$ |
| 44 $-3a^2b$ | (44) $-a^3b$ |

多項式ヲ多項式デ割ル方法ハ掛算ヲ逆ニ考ヘレバワカリガヨイ.

$$\begin{aligned} (3x+4)(x+2) &= x(3x+4) + 2(3x+4) \\ &= 3x^2 + 4x + 6x + 8 \\ &= \underline{3x^2 + 10x + 8} \end{aligned}$$



實際ニハ次ノヤウニ計算スル.

$$\begin{array}{r} x+2 \\ 3x+4 \overline{) 3x^2+10x+8} \\ \underline{3x^2+4x} \\ 6x+8 \\ \underline{6x+8} \\ 0 \end{array}$$

答 $x+2$

多項式ヲ多項式デ割ルニハ

- (1) 被除數, 除數ヲ共ニ同ジ文字因數ニツイテ降幕ノ順ニ並べ, (其ノ際被除數ニ缺ケタ幕ガアレバ其ノ場所ヲアケテ置クト都合ガヨイ. 次ノ例三ヲ見ヨ.)
- (2) 被除數ノ初項ヲ除數ノ初項デ割ツタ商ヲ商ノ初項トシ,
- (3) 被除數 - {除數 × (商ノ初項)} ヲ第一剩餘トスル.
- (4) 次ニ此ノ剩餘ヲ新タナ被除數ト考ヘ, (2), (3) ト同様ニシテ商ノ第二項ト第二剩餘トヲ求メ, 以下順次ニ此ノ事ヲ繰返シ, 剩餘ガ0 又ハ除數ノ次數ヨリ低クナツタトキヲ以テ計算ノ終トスル.

例三 $3x^3-7x^2+6$ ヲ x^2-2x-1 デ割レ,

$$\begin{array}{r} \text{解} \\ x^2-2x-1 \overline{) 3x^3-7x^2+6} \\ \underline{3x^3-6x^2-3x} \\ -x^2+3x+6 \\ \underline{-x^2+2x+1} \\ x+5 \end{array}$$

答 (商) $3x-1$
(剰餘) $x+5$

被除數, 除數, 商, 剰餘ノ關係ヲ式デ表ハスト

$$(1) 3x^3-7x^2+6=(3x-1)(x^2-2x-1)+(x+5)$$

又ハ 恒等式

$$(2) \frac{3x^3-7x^2+6}{x^2-2x-1}=3x-1+\frac{x+5}{x^2-2x-1}$$

問3 上ノ(1)及ビ(2)ニ於テ, $x=2$ デアルトキノ兩邊ノ數値ヲ計算シテ見ヨ,

注意 此ノ計算ハ割算ノ驗トモナル,

又此ノ計算デ x ノ値ハ除數ヲ0ニシナイ數ナラバ何デアツテモヨイ。

問題

次ノ第一式ヲ第二式デ割レ. 45-(52)

45 $a^2+5a+6, a+3$

46 $b^2+6b-16, b-2$

47 $8x^2-22x+15,$

$4x-5$

48 $x^3+y^3, x+y$

49 $p^3-125, p-5$

50 $a^3+6a^2-2a-12,$

a^2-2

51 $x^2-7x+11, x-2$

52 $x^4+x^2+x+1,$

x^2-x+1

53 或ル式ヲ x^2+x+1 デ

割ルト商 x^3-3x^2+4x-7

ト剰餘 $11x-7$ トヲ得ル

トイフ. 或ル式トハ何

カ.

(45) $x^2-12x+27, x-9$

(46) $y^2-3y-10, y-5$

(47) $20d-8+12d^2,$

$8+4d$

(48) $a^3-b^3, a-b$

(49) $27m^3+1, 3m+1$

(50) $p^3-4p^2+3p-12,$

p^2+3

(51) $3x^2+5x-9, x-4$

(52) $y^3-y^2-5y-4,$

y^2-3y+2

(53) 上ノ問題(48)ノ結

果ヲ用ヒテ

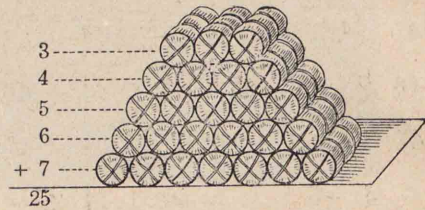
$[(x+y)^3-8z^3] \div (x+y-2z)$

ヲ求メヨ,

第二章 等差級數

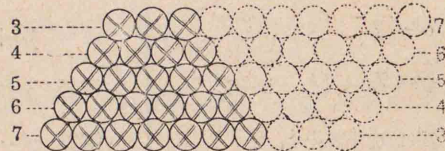
4. 等差級數 (A. P.)

圖ノヤウニ
俵ガ積ンデア
ツテ、ソノ下積
ガ7俵、上積ガ



3俵デア。今コノ總和ヲ求メルニ下圖ノ
點線ノヤウニ他カラ丁度同ジ數ダケノ俵ヲ
持ツテ來テ並ベタト考ヘルト、簡單ニ之レヲ
求メルコト

ガ出來ル。
各段ノ俵
數ハモトノ



下積ト上積トノ和デ全體ノ俵數ハ $(7+3) \times 5$
デア。カラモトノ俵數ハ

$$\frac{(7+3) \times 5}{2} = 25 \quad \text{即チ 25 俵デア。}$$

問1 次ノ數ノ列ビ方ノ規則ヲ見出シテ、其ノ缺ケ
タ所ノ數ヲ當テテ見ヨ。

* A. P. ハ Arithmetic Progression (等差級數) ノ頭字ヲト
ツタモノデア。

- (1) 2, 4, 6, , 10, , , 16, 18
- (2) 30, 27, 24, 21, , , 12, , 6
- (3) -10, -5, 0, , 10, , , 25
- (4) $a, a+d, a+2d, , a+4d, ,$

上ノヤウニ次々ノ數ガソノ前ノ數ニ
或ル一定ノ數ヲ加ヘテ出來テキルヤウ
ニ列ンデキル數ヲ等差級數トイヒ、ソノ
各數ヲ項、加ヘル一定ノ數ヲ公差、初メノ
項ヲ初項、終リノ項ヲ末項トイフ。

問2 上ノ各級數ノ初項、公差及ビ項ノ數如何。

初項ガ a 、公差ガ d デ、項數ガ n ノ等差級數
ノ末項ヲ l トスルト

$$l = a + (n-1)d$$

問3 上ノ問1 (4) ノ級數ノ第15項、第100項、第 p 項、
第 m 項、第 n 項、第 $(m+n)$ 項ハ夫々如何。

問1 (1) ノ級數ノ和ヲ S トシテ之ヲ求メルニ

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18$$

$$S = 18 + 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

$$2S = 20 + 20 + 20 + \dots + 20 = 20 \times 9$$

$$S = \frac{(2+18) \times 9}{2} = 90$$

同様ニ問1(4)ノ級數ノ n 項ノ和ヲ求メルト

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + \{a+(n-1)d\}$$

$$S = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + \{l-(n-1)d\}$$

$$2S = (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l)$$

$$S = \frac{n(a+l)}{2} \dots \dots \dots (1)$$

此ノ式デ末項ノ l ヲ $\{a+(n-1)d\}$ デ表ハスト

$$S = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2} \dots \dots \dots (2)$$

(1)ハ初項 a ,末項 l ,項數 n ノ等差級數ノ總和ヲ求メル式デ,(2)ハ初項 a ,公差 d ,項數 n ノ等差級數ノ總和ヲ求メル式デアル.

此ノ式ハ如何ナル等差級數ニモ通用スル式即チ一ツノ公式デアル.

例 3カラ200迄ノ3ノ倍數ノ和ヲ求メヨ.

[解] 3カラ始マル3ノ倍數ハ等差級數ヲナシ,初項 a ハ3,末項 l ハ198,項數 n ハ
 $3+(n-1) \times 3 = 198$ カラ
 $n = 66$ デアル.
故ニ $S = \frac{66 \times (3+198)}{2} = 6633$
答 6633

問題

1 1カラ100マデノ總テノ整數ノ和如何.

2 1カラ80マデノ間ノ7ノ倍數ノ總和如何.

3 21+18+15+...ノ15項マデノ和如何.

注意 公差ハ $18-21=-3$, 末項ハ $21+(-3) \times 14$

4 等差級數
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \dots$
ノ9項迄ノ和如何.

5 次ノ圖ノヤウニ積ンデアル杉丸太ハ皆デ幾本アルカ.

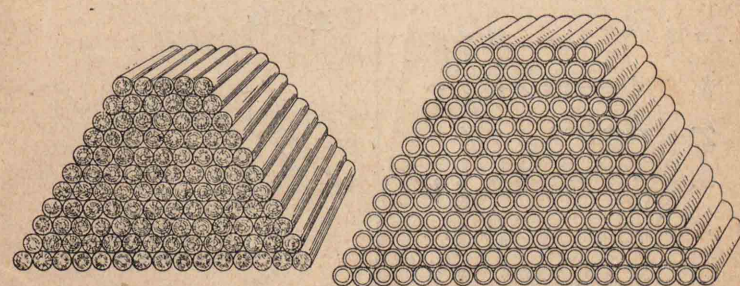
(1) 2カラ100マデノ總テノ偶數ノ和如何.

(2) 100ト200トノ間ノ9ノ倍數ノ總和如何.

(3) 2-5-12-...ノ12項マデノ和如何.

(4) 等差級數
 $\frac{1}{2} + \frac{7}{10} + \frac{9}{10} + \dots$
ノ10項マデノ和如何.

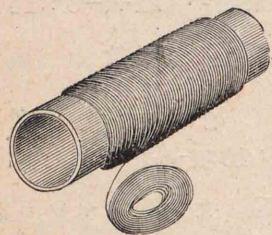
(5) 次ノ圖ノヤウニ積ンデアル土管ハ皆デ幾本アルカ.



6 兄、仲、弟三人ノ兄弟ノ年ガ3ツツツ違ツテキテ、ソノ年ノ和ガ54歳デアアル。各ハ幾歳カ。

注意 弟ノ年ヲ x 歳トスルト仲ノ年ハ $(x+3)$ 歳、兄ノ年ハ $(x+6)$ 歳トイフヤウニ考ヘテモヨイガ、仲ノ年ヲ x 歳トシテ兄ト弟トノ年ヲ x ヲ用ヒテ表ハシタ方ガヨイ。

7



圓筒ニ針金ヲ一重ニ50卷並ベテ20重卷イタ「コイル」ガアル。最モ内部ノ列ノ一卷ノ長サハ21cmデ、其ノ次カラ外ヘ一重毎ニ1cm宛長クナツテキル。此ノ針金全體ノ長サハ何程カ。

(6) 公差ガ5デアアル等差級數ヲナス四數ノ和ガ178デアルト。各數ヲ求メヨ。

(7) 縦50m、横80mノ矩形ノ土地ノ周圍ト四隅トニ2m置キニ杉苗ヲ植エ、ソレヨリ2m外ノ周ニ同ジク矩形ニ2m置キニ植樹シテ10重トスルニハ幾本ノ苗木ガ要ルカ。



第三章 乘法公式及因數分解

5. 簡略計算

第一位ノ數ガ5ノ數例ヘバ75ノ二乗ヲ計算スルニハ實際75ヲ二ツ掛合ハス代リニ、「7ト7ニ1ヲ加ヘタ8トヲ掛合ハセテ56トシ、其ノ次ニ5²ノ25ヲ書並ベテ5625トスレバヨイ。」〔一年用43頁参照〕

コノ方法ニヨレバ誠ニ簡略デアアルカラ計算ノ間違ヒモ少ク、且大變ニ速イ。例ヘバ

$$45^2 \text{ ハ } 4 \times 5 = 20 \text{ デアルカラ } 2025$$

$$295^2 \text{ ハ } 29 \times 30 = 870 \text{ デアルカラ } 87025$$

問1 上ニ倣ツテ次ノ各ヲ計算セヨ。

$$25^2, 55^2, 65^2, 85^2, 95^2, 195^2, 595^2$$

上ノ計算法ハ或ルーツノ公式ヲ應用シタモノデアアル。

公式ニハ色々ナ應用方面ノアルモノガアツテ、ソレヲ研究スルコトハ數學上極メテ大切デアアル。〔一年用159頁参照〕

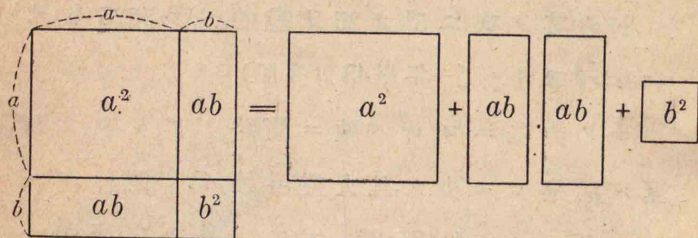
コレカラ種々ノ公式ヲ調べテ見ヨウ。

6. 二數ノ和ノ二乗

二數ヲ夫々 a, b トスレバ

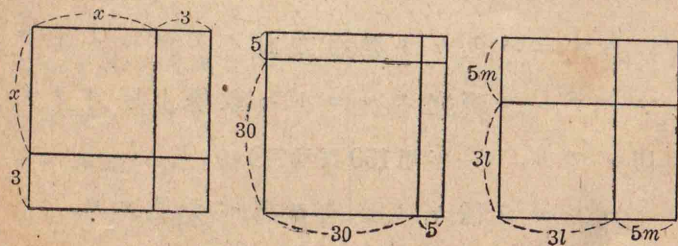
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \dots\dots\dots (A)$$

問1 $(a+b)^2$ ヲ計算シ上ノ式ノ正シイ事ヲ示セ。
又下ノ圖ニヨツテ之ヲ説明セヨ。



如何ナル二數デモソノ和ノ二乗ハ、二數ノ二乗ノ和ニ二數ノ積ノ2倍ヲ加ヘタモノニ等シイ。

問2 次ノ圖ノ各區切内ニ適當ナ數又ハ式ヲ入レヨ。



問3 次ノ空欄ヲ第一列ニ做ツテ充タセ。

$(a+b)^2$	a^2	$2ab$	b^2
$(m+6)^2$	m^2	$12m$	36
$(2a+5)^2$	$4a^2$	$20a$	25
$(4m+3n)^2$	$16m^2$	$24mn$	$9n^2$
$(10x+y)^2$	$100x^2$	$20xy$	y^2
37^2	30^2	2×210	7^2

問題

次ノ數ノ二乗ヲ公式(A)ヲ應用シテ出セ。 1—(3)

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 21, 116, 61 | (1) 31, 17, 71 |
| 2 32, 51, 26 | (2) 42, 62, 33 |
| 3 $5\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}, 8.5$ | (3) $6\frac{1}{2}, 7\frac{1}{4}, 9.5$ |

次ノ式ヲ公式ヲ用ヒテ計算セヨ。 4—(10)

- | | |
|---|--|
| 4 $(3x+2y)^2, (5p+1)^2$ | (4) $(5p+4q)^2, (q+8r)^2$ |
| 5 $(ab+c)^2, (x^2+11)^2$ | (5) $(cd+7)^2, (x^2+y)^2$ |
| 6 $(m^2+\frac{1}{2})^2, (m+\frac{2n}{3})^2$ | (6) $(3n^2+\frac{1}{2})^2, (5m+\frac{b}{3})^2$ |
| 7 $(2a+b)^2+(a+2b)^2$ | (7) $(x+2y)^2-(2x+y)^2$ |
| 8 $(x+y)^2+(y+3x)^2$ | (8) $(a+3b)^2-(a+b)^2$ |
| 9 $2(3a+2b)^2-2(3a+b)^2$ | (9) $2(2x+3y)^2+3(x+y)^2$ |
| 10 $a(a+2b)^2+l(2a+b)^2$ | (10) $a^2(2a+b)^2-b^2(a+2b)^2$ |

11 一邊ガ $a\text{ cm}$ ノ正方形
形ハ一邊ガ之ヨリ 4 cm
大キイ正方形ヨリハ面
積ガドレダケ小サイカ.

(11) 半徑 $r\text{ cm}$ ノ圓ト、半
徑ガコレヨリモ 6 cm 大
キイ圓トデ面積ガドレ
ダケ違フカ.

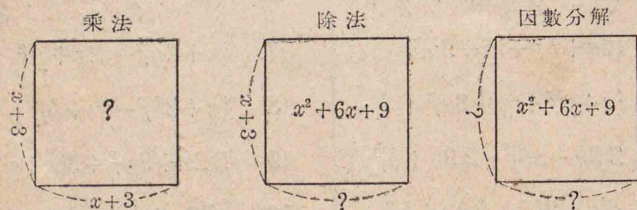
例 x^2+6x+9 ハ如何ナル式ノ二乗カ.

解 x^2+6x+9
 $=x^2+2\times x\times 3+3^2$
 $=(x+3)^2$

答 $x+3$ ノ二乗

即チ此ノ式ガ公式ニ當テハマルカドウカ
ヲ見ルニ x^2 ガ a^2 ニ當リ、 9 ガ b^2 ニ當ルト考ヘ
ルト、 $6x$ ハ丁度 $2ab$ ニ當ツテキルカラ、 $x+3$ ガ
 $a+b$ ニ相當スルコトガ知ラレル。

此ノ例ノヤウニ多項式ヲ幾ツカノ式
ノ積ノ形ニ直スコトヲ其ノ式ヲ因數ニ
分解スルトイフ。



問題

次ノ式ヲ因數分解セヨ。(暗算) 12—(16)

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 12 $x^2+2xy+y^2$ | (12) x^2+4x+4 |
| 13 $a^2+10a+25$ | (13) $l^2+12lm+36m^2$ |
| 14 $4a^2+4ab+b^2$ | (14) $9m^2+6mx+a^2$ |
| 15 $p^2+2pqr+q^2r^2$ | (15) $p^2+8pqr+16q^2r^2$ |
| 16 $100+20b+b^2$ | (16) $y^2+200y+10000$ |

次ノ() 内ニ適當ナ數ヲ入レテ丁度或ル式ノ二乗
ノ形ニナルヤウニシテ後コレヲ因數分解セヨ。

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 17 $a^2+16ab+()$ | (17) $x^2+30xy+()$ |
| 18 $a^2+()+9b^2$ | (18) $m^2+()+100n^2$ |
| 19 $()+50ab+b^2$ | (19) $()+70x+x^2$ |
| 20 $x^4+()+\frac{1}{4}$ | (20) $x^4+()+16y^4$ |
| 21 $a^2b^2+abc+()$ | (21) $x^2y^2z^2+xyz+()$ |

次ノ式ヲ適當ニ移項シテ右邊ヲ二乗ノ式ニ化セ.

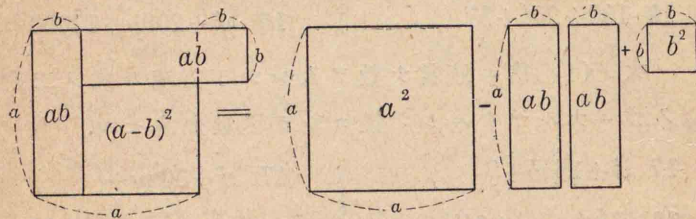
- | | |
|----------------------------|-----------------------------------|
| 22 $x^2+2b^2=a^2+2ab+3b^2$ | (22) $x^2+6=a^2+6a+15$ |
| 23 $x^2-3=13+8m+m^2$ | (23) $x^2-10=p^2+10p+15$ |
| 24 $x^2-2a^2=4+4a-a^2$ | (24) $x^2-5c^2=a^2+2ac-4c^2$ |
| 25 $x^2+20a=25a^2+50a+9$ | (25) x^2+15m
$=100m^2+35m+1$ |

7. 二數ノ差ノ二乗

二數ヲ夫々 a, b デ表ハスト

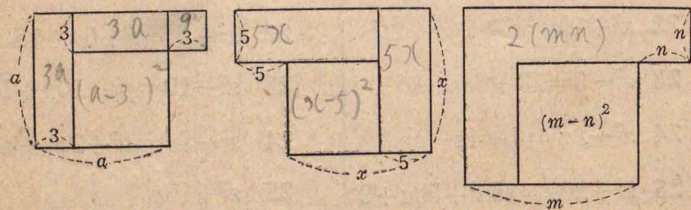
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \dots\dots\dots (B)$$

問1 實際掛算ニヨリ、又次ノ圖ニヨツテ上ノ式ノ正シイコトヲ示セ。



如何ナル二數デモソノ二數ノ差ノ二乗ハ、各數ノ二乗ノ和カラ二數ノ積ノ2倍ヲ引イタモノニ等シイ。

問2 次ノ圖ノ各區劃ノ中ニ適當ナ數(式)ヲ書ケ。



問3 次ノ空欄ヲ第一列ニ倣ツテ充タセ。

$(a-b)^2$	a^2	$-2ab$	b^2
$(2a-b)^2$	$4a^2$	$-4ab$	b^2
$(x-2y)^2$	x^2	$-4xy$	$4y^2$
$(2x-3y)^2$	$4x^2$	$-12xy$	$9y^2$
58^2	2500	-240	$+4$

問4 次ノ式ノ中デ互ニ等シイモノヲ線デ結ビ附ケヨ。

- | | |
|-------------|-----------------------|
| $(a-3)^2$ | $b^2 - 6ab + 9a^2$ |
| $(a-3b)^2$ | $9a^2 - 24ab + 16b^2$ |
| $(3a-4b)^2$ | $16a^2 - 24ab + 9b^2$ |
| $(3a-b)^2$ | $a^2 + 9 - 6a$ |
| $(4a-3b)^2$ | $a^2 - 6ab + 9b^2$ |

問題

公式ヲ用ヒテ、暗算デ次ノ冪ヲ計算セヨ。 26—(29)

- | | |
|--|--|
| 26 $(x-8)^2, (5x^2-1)^2$ | 26 $(a-10)^2, (x^2-y^2)^2$ |
| 27 $(3a^2-b^2)^2, (p-5q)^2$ | 27 $(4x^2-3y^2)^2, (8x-5y)^2$ |
| 28 $(x-\frac{1}{2})^2, (2y-\frac{z}{2})^2$ | 28 $(3a-\frac{1}{3})^2, (\frac{x}{2}-\frac{y}{3})^2$ |
| 29 $29^2, 38^2, 199^2$ | 29 $49^2, 27^2, 298^2$ |

例 $25x^2 - 30xy + 9y^2$ ヲ因数 = 分解セヨ.

解 $25x^2 - 30xy + 9y^2$
 $= (5x)^2 - 2 \times (5x)(3y) + (3y)^2$
 $= \underline{(5x - 3y)^2} \dots \dots \dots$ 答

問題

次ノ式ヲ因数 = 分解セヨ. 30-32

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 30 $4x^2 - 12xy + 9y^2$ | 30 $y^2 - 22y + 121$ |
| 31 $49a^2 - 70ab + 25b^2$ | 31 $16a^2 - 24ax + 9x^2$ |
| 32 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$ | 32 $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ |

次ノ式中因数分解シ得ルモノヲ選ンデ分解セヨ.

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| 33 $a^2 - 2ab - 1$ | 33 $4b^2 - 4b + 1$ |
| 34 $y^2 - 26yz + 169z^2$ | 34 $0.25a^2 - a + 1$ |
| 35 $9a^2 - 7ab + b^2$ | 35 $64r^2 + 48r + 9$ |

次式ノ()内ヲ補ツテ其ノ式ヲ或ル式ノ平方 = 化セ. 36-37

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 36 $y^2 - 6y + ()$ | 36 $() - 10y^2 + 25$ |
| 37 $16z^2 + () + x^2$ | 37 $9x^2 + () + 4y^2$ |

次ノ式ヲ適當 = 移項シテ兩邊ヲ二乗ノ式 = 化セ.

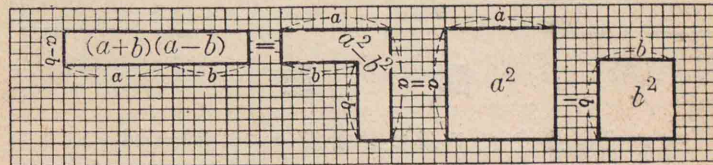
- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 38 $x^2 + 14 = c^2 - 8c + 30$ | 38 $x^2 - 10 = 16r^2 - 24r - 1$ |
|-------------------------------|---------------------------------|

8. 二數ノ和ト差トノ積

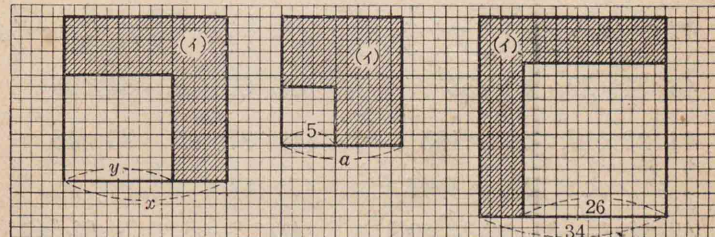
二數ヲ夫々 a, b トスレバ

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \dots \dots \dots (C)$

問1 コノ式ノ正シイコトヲ實際 = 掛算ヲシテ驗セ. 又次ノ圖 = ヨツテ示セ.



問2 次ノ圖ノ(イ)ノ面積ヲ表ハス式ヲ二通り書ケ.



如何ナル二數モ其ノ和ト差トノ積ハ其ノ二數ノ二乗ノ差ニ等シイ.

問3 第一列=倣ツテ次ノ空欄ヲ適當ナ數(式)ヲ補ヘ.

a	b	$a+b$	$a-b$	a^2-b^2
37	33	70	4	280
105	95	200	10	2000
62	58	120	4	900
$2x$	1	$2x+1$	$2x-1$	$4x^2-1$
ab	c	$ab+c$	$ab-c$	a^2-c^2

問題

次ノ式ヲ公式(C)ヲ用ヒテ計算セヨ. 39-(44)

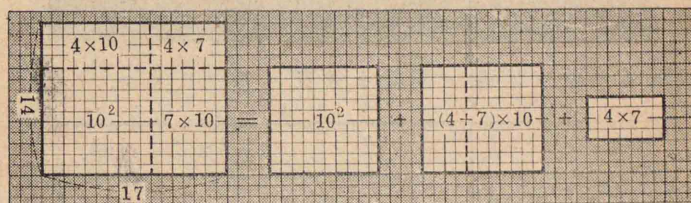
- | | |
|---|---|
| (39) $(d+10)(d-10)$ | (40) $(6h-m)(6h+m)$ |
| (41) $(4r-3s)(4r+3s)$ | (42) $(15-w)(15+w)$ |
| (43) $(2.5+2x)(2.5-2x)$ | (44) $(\frac{1}{2}a-11)(\frac{1}{2}a+11)$ |
| (45) $(\frac{1}{5}x-\frac{1}{3}y)(\frac{1}{3}y+\frac{1}{5}x)$ | (46) $(\frac{2}{5}p+\frac{2}{3}q)(\frac{2}{3}q-\frac{2}{5}p)$ |
| (47) $31 \times 29, 62 \times 58$ | (48) $63 \times 57, 84 \times 96$ |
| (49) $23 \times 17, 205 \times 195$ | (50) $37 \times 23, 75 \times 45$ |

次ノ式ヲ因数=分解セヨ. 45-(47)

- | | |
|---|--|
| (45) $a^2m^2-n^2, 16a^2-49b^2$ | (46) $x^2-a^4, 9p^2-64q^2r^2$ |
| (47) $\frac{1}{4}-a^2b^2c^2, 1.21d^2-0.09$ | (48) $\frac{4}{9}m^2-\frac{9}{25}n^2, 9a^2-0.16$ |
| (49) $100^2-99^2, (3\frac{1}{3})^2-\frac{1}{9}$ | (50) $51^2-49^2, (8\frac{1}{2})^2-(\frac{1}{2})^2$ |

9. $x+a$ ト $x+b$ ト ノ 積

問1 $14 \times 17 = 10^2 + (4+7) \times 10 + 4 \times 7$ デアルコトヲ次ノ圖=ヨツテ説明セヨ. [一年用43頁参照]

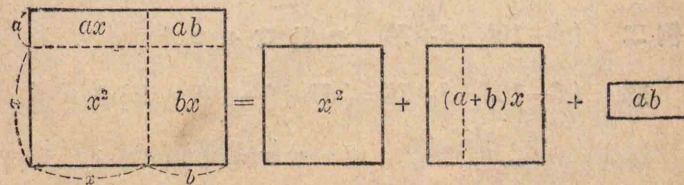


問2 上ノ方法デ次ノ掛算ヲナセ. (暗算)

- $15 \times 18, 13 \times 17, 19 \times 16, 14 \times 12$
 $16 \times 15, 16 \times 18, 15 \times 15, 18 \times 18,$

問3 次ノ式ノ正シイコトヲ實際ノ掛算ト圖トデ示セ.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \dots (D)$$



例一 $(x-8)(x+5)$ フ公式ヲ用ヒテ計算セヨ.

解 $x-8=x+(-8)$ デアルカラ,公式(D)ニ於テ $a=-8, b=5$ ト考ヘテ

$$(x-8)(x+5)=x^2+(-8+5)x+(-8)\times 5$$

$$=x^2-3x-40 \dots\dots\dots \text{答}$$

問 4 次ノ空欄ニ適當ナ式又ハ數ヲ入レヨ.

$(x+a)(x+b)$	x^2	$(a+b)x$	ab
$(x+3)(x+4)$	x^2	$+7x$	12
$(x+2a)(x+3a)$	x^2	$+5ax$	$6a^2$
$(y+l)(y+5l)$	y^2	$+6ly$	$+5l^2$
$(x+5)(x+2)$	x^2	$7x$	10
$(x+6)(x+4)$	x^2	$10x$	24
$(x+5)(x-3)$	x^2	$+2x$	-15
$(x-5)(x+3)$	x^2	$-2x$	-15
$(x+5)(x-3)$	x^2	$-8x$	15

例二 $(a^2-10b)(a^2+7b)$ フ計算セヨ.

$$\text{解 } (a^2-10b)(a^2+7b)=(a^2)^2+\{(-10b)+7b\}a^2$$

$$+(-10b)(7b)$$

$$=a^4-3a^2b-70b^2 \dots\dots \text{答}$$

問 題

次ノ掛算ノ答ヲ公式ヲ應用シテ暗算デ言ヘ.

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 48 $(x+2)(x-3)$ | (48) $(m-5)(m-7)$ |
| 49 $(x-3y)(x+4y)$ | (49) $(mn+10)(mn-6)$ |
| 50 $(ab-3c)(ab+4c)$ | (50) $(x+5b)(x-8b)$ |
| 51 $(2a-5)(2a-3)$ | (51) $(3x-1)(3x-2)$ |
| 52 $(4xy-2)(4xy+3)$ | (52) $(a^2-7)(a^2+11)$ |

例三 $x^2-5x-14$ フ因数分解セヨ.

解 此ノ式ガ因数ニ分解シ得ラレルナラバ $(x \quad)(x \quad)$ トナル筈デアルカラ,積ガ -14 デ和ガ -5 ノ二數ヲ見ツケレバヨイト考ヘルト丁度 2 ト -7 トガアル. ソレ故

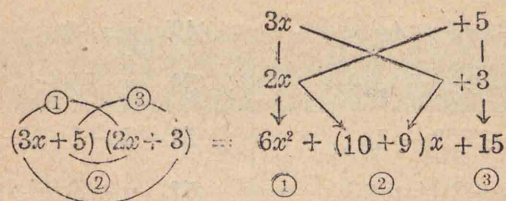
$$x^2-5x-14=(x-7)(x+2) \dots\dots \text{答}$$

次ノ式ヲ因数ニ分解セヨ. 53-(58)

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 53 x^2+6x+8 | (53) x^2-6x+8 |
| 54 $a^2-2a-15$ | (54) $x^2+2x-15$ |
| 55 $y^2+12y-45$ | (55) $m^2+5m-36$ |
| 56 $a^2b^2+5ab-24$ | (56) $a^2x^2-7ax-30$ |
| 57 $p^2-104pr+400r^2$ | (57) $x^2+30xy+200y^2$ |
| 58 $x^2y^2-4xyz-12z^2$ | (58) $x^6-8x^3y^2-9y^4$ |

10. $(ax+b)(cx+d)$ ノ形ノ積

問 1 $(3x+5)(2x+3)$ ノ計算セヨ. [11頁ヲ見ヨ]



例 $(3x-4)(5x+2)$ ノ上ニ倣ツテ計算セヨ.

解 先ヅ $3x$ ト $5x$ トノ積ヲ $15x^2$ トシ、次イ
 デ 3 ト 2 トノ積 6 へ -4 ト 5 トノ積 -20 ヲ加へ
 タモノヘ x ヲツケテ $-14x$ トシ、次ニ -4 ト 2
 トノ積ヲ -8 トシテ次ノヤウニ書ケバヨイ.

$(3x-4)(5x+2) = 15x^2 - 14x - 8$ 答

問 2 次ノ式ノ缺ケク所ヲ補ヘ.

- (1) $(2x+5)(3x+4) = 6x^2 \quad x + 20$
- (2) $(2x-5)(3x-4) = x^2 \quad x$
- (3) $(2x+5)(3x-4) = x^2 \quad x$
- (4) $(2x-5)(3x+4) = x^2 \quad x$
- (5) $(2x-5)(\quad) = 6x^2 - 19x + 10$
- (6) $(\quad + 5)(3x \quad) = 6x^2 + 13x - 5$

問 題

次ノ式ヲ計算セヨ. 59-(63)

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 59 $(2x+1)(x+2)$ | (59) $(3x-2)(2x-9)$ |
| 60 $(2x+3)(3x-1)$ | (60) $(5x-4)(2x+3)$ |
| 61 $(2x+y)(x+2y)$ | (61) $(2x-y)(x+2y)$ |
| 62 $(3x-2y)(2x+5y)$ | (62) $(5a+3b)(2a-5b)$ |
| 63 $(5x^2-3)(6x^2+5)$ | (63) $(2a^2-7)(3a^2+8)$ |

次ノ式ヲ因數分解セヨ. 64-(70)

- 64 $4x^2+16x+15 = (2x \quad)(\quad + 5)$
 (64) $2x^2+15x-8 = (2x \quad)(\quad + 8)$
- 65 $6x^2+x-12 = (\quad - 4)(2x \quad)$
 (65) $6a^2+5a-6 = (2a \quad)(\quad - 2)$
- 66 $9y^2-6y-8 = (3y+2)(\quad)$
 (66) $8x^2-2xy-3y^2 = (2x \quad)(\quad)$
- 67 $12x^2-7xy-12y^2 = (\quad)(\quad + 3y)$
 (67) $10a^2-29ab+10b^2 = (\quad - 2b)(\quad)$
- 68 $4x^2+20x+21$ | (68) $15x^2+34x+15$
- 69 $6a^2-7ab-3b^2$ | (69) $3a^2-5ab-2b^2$
- 70 $7a^2+4ab-3b^2$ | (70) $3y^2+17yz-6z^2$

雑題

例一 $8a^3+24a^2b+18ab^2$ ヲ因數分解セヨ.

解 此ノ式ニハ各項ニ $2a$ トイフ共通ナ
因數ガアルカラ全體ガ $2a$ デ割レル. 故ニ

$$8a^3+24a^2b+18ab^2=2a(4a^2+12ab+9b^2)$$
$$=2a(2a+3b)^2 \dots \dots \dots \text{答}$$

或ル式ヲ因數ニ分解スルトキ,

其ノ各項ニ共通ナ因數ガアレバ,先ヅコ
レヲ括リ出スガヨイ. 式ヲ示スト

$$ax+bx-cx=(a+b-c)x$$

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ. 1-8

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| 1 $5x^3+50x^2+45x$ | (1) $3ax^2+3ax-60a$ |
| 2 $x^2y^2-7xy^3+12y^4$ | (2) $a^2b-6ab+8b$ |
| 3 $6r^3+8r^2+2r$ | (3) $24h-72h^2+30h^3$ |
| 4 $na^2+7na+6n$ | (4) $6n^3a+2n^2a-48na$ |
| 5 $7a^3b-7ab^3$ | (5) $27a^2x^2-12a^2$ |
| 6 $-ab^2c^2+2a^2bc-a^3$ | (6) $5x^3y-50x^2y^2+125xy^3$ |
| 7 a^4-x^4 | (7) x^4-16 |
| 8 $a^4-2a^2b^2+b^4$ | (8) $a^4+a^2b^2-2b^4$ |

因數分解ニヨツテ次ノ計算ヲナセ. 9-11

- | | |
|--|--|
| 9 $97 \times 53 + 97 \times 47$ | (9) $461 \times 7 + 539 \times 7$ |
| 10 $46 \times 173 - 46 \times 73$ | (10) $475 \times 22 - 75 \times 22$ |
| 11 $\frac{22}{7} \times 62 - \frac{22}{7} \times 48$ | (11) $\frac{22}{7} \times 82 + \frac{22}{7} \times 58$ |

例二 $px-p+x-1$ ヲ因數ニ分解セヨ.

解 此ノ式ハ其ノママデハ因數分解ノ
公式ニ當テハマラナイガ,初メノ二ツノ項ヲ
 p デ括ツテミルト

$$px-p+x-1=p(x-1)+(x-1)$$

此ノ最後ノ式ヲ見ルト $x-1$ ガ共通因數ニナ
ツテキルカラ

$$px-p+x-1=p(x-1)+(x-1) \quad \text{トナル.}$$
$$=(x-1)(p+1) \dots \dots \dots \text{答}$$

例三 $a^2+4ab+4b^2+2(a+2b)+1$ ヲ因數ニ分
解セヨ.

(解) $a^2+4ab+4b^2+2(a+2b)+1$
 $= (a+2b)^2+2(a+2b)+1$
 $= (a+2b+1)^2 \dots \dots \dots \text{答}$

例ニヤ例三ノヤウニ適當ニ項ヲ括ツテ後
因數分解ガ出來ル場合ガアル.

$$(x-y)^2 = (y-x)^2 = (x-a)(x-b) - (a-x)(b-x)$$
$$(b-a)(x+y) + (b-a)(y+x)$$

次ノ式ヲ因数 = 分解セヨ. 12-(17)

$$12 \quad ab-ac+bx-cx \quad | \quad (12) \quad 2pq-q^2-2px+qx$$

$$13 \quad ab+cd+ac+bd \quad | \quad (13) \quad ab+cd-bc-ad$$

$$14 \quad ax+bx-cx-cy+by+ay$$

$$(14) \quad ax-ay+bx+cy-cx-by$$

$$15 \quad a^3+2a^2-4a-8 \quad | \quad (15) \quad a^4+a^3-a^2-a$$

$$16 \quad a^2-b^2+x^2-y^2+2(ax-ly)$$

注意 與ヘラレタ式ヲ $a^2+2ax+x^2$ ト $b^2+2by+y^2$

トノ差 = 直シテ考ヘヨ.

$$(16) \quad a^2-b^2-c^2+d^2-2(ad-bc)$$

$$17 \quad (x-1)(x-2)(x-3)+(x-1)(x-2)-(x-1)$$

$$(17) \quad 4(ad+bc)^2-(a^2-b^2-c^2+d^2)^2$$

18 $x-1$ ハ $12x^3-19x^2-3x+10$ ノ因数ノ一ツデア

ルコトヲ驗シテ見ヨ. 又他ノ二ツノ因数ハ何カ. コレ

ヲ見出セ.

(18) x^2+2x-3 ハ $x^4+x^3-7x^2-x+6$ ノ因数

デア

ルコトヲ驗セ. 又 $x^4+x^3-7x^2-x+6$ ノ四ツノ因数ヲ悉ク求メヨ.

例四 $x^2-5x+4=0$ ヲ解ケ.

[解]

$$x^2-5x+4=0$$

此ノ左邊ヲ因数 = 分解スルト

$$(x-1)(x-4)=0$$

ソレ故

$$x-1=0 \quad \text{カ} \quad x-4=0 \quad \text{カデア$$

從ツテ $x=1$ 又ハ $x=4$ 答 1, 4

$$\text{驗} \quad x=1 \text{ ナラバ} \quad x^2-5x+4=1^2-5 \times 1+4=0$$

$$x=4 \text{ ナラバ} \quad x^2-5x+4=4^2-5 \times 4+4=0$$

方程式ノ總テノ項ヲ左邊ニ集メタ式ガ未知數ニツイテ二次式トナルヤウナ方程式ヲ二次方程式トイフ.

例四ハ一元デ二次ノ方程式デア

ルカラコレヲ一元二次方程式トイフ.

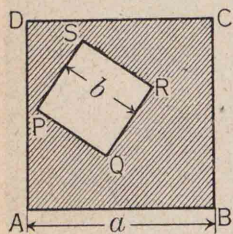
$$19 \quad x^2-9x+14=0 \quad | \quad (19) \quad x^2-6x+8=0$$

$$20 \quad x^2-4=0 \quad | \quad (20) \quad x^2=5x$$

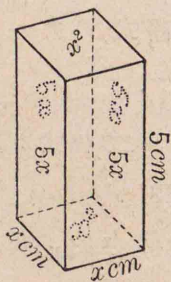
$$21 \quad y^2-4y-12=0 \quad | \quad (21) \quad n^2-3n-10=0$$

$$22 \quad x^2-3x=40 \quad | \quad (22) \quad y^2-15y=54$$

23 圖ノヤウニ正方形内ニ正方形ガアルト影ヲツケタ部分ノ面積ハ $(a+b)(a-b)$ デ表ハサレルコトヲ示セ。

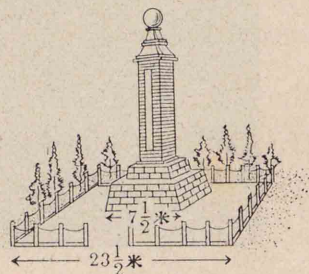


24 高サ 5 cm ノ正四角* 塙ノ全表面積ガ 48 平方* 糰トナルヤウニスルニハ、底ノ一 邊ヲ何程ニシタラヨイカ。

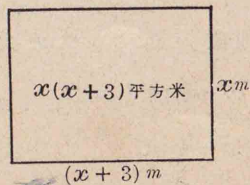


*正四角塙ハ底面ガ正方形デ側面ハ全部矩形デアアル。

(23) 圖ノヤウニ底ガ正方形ノ記念塔ガアツテ、其ノ周リニ幅ノ一定ナ地面ガアル。此ノ地面ノ面積ヲ暗算デ出セ。



(24) 面積ガ 130 平方米ノ矩形ノ土地ガアツテ、ソノ横ハ縦ヨリモ 3 m 廣イトイフ。ソノ土地ノ $\frac{1}{500}$ ノ縮圖ヲ畫ケ。



第四章 最大公約數及最小公倍數

11. 最大公約數及最小公倍數

問 1 次ノ各組ノ數ノ最大公約數及ビ最小公倍數ヲ言ヘ。

(24, 60), (15, 45, 75)

問 2 次ノ三式ヲ同時ニ割切ル式ヲ求メヨ。

a^3bc^2 , a^2b^3 , $a^2b^2c^2$

上ノ三式ヲ同時ニ割切ル式ハ

a , a^2 , b , ab , a^2b デアツテ、此ノ中デ次數ノ最モ高イノハ a^2b デアル。

二ツ以上ノ整式ヲ同時ニ割切ル整式ヲソレ等ノ整式ノ公約數トイヒ、公約數ノ中デ次數ノ最モ高イモノヲ最大公約數(G.C.M.)トイフ。

問 3 次ノ二式デ同時ニ割切ルコトノ出來ル式ヲ言ヘ。

$2x^2y^3$, $3x^3y^3$

二ツ以上ノ式デ、同時ニ割切ルコトノ出來ル式ヲソレ等ノ式ノ公倍數トイヒ、公倍數ノ中デ次數ノ最モ低イモノヲ最小公倍數(L.C.M.)トイフ。

例一 $5x^2y^3z^4, -15xy^2, 10x^3y^3z^2$ ノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求メヨ。

解 $5x^2y^3z^4, -15xy^2, 10x^3y^3z^2$ ノ數係數ト各文字因數ノ G.C.M., L.C.M. ヲ求メルト

	G.C.M.	L.C.M.
數係數	5	30
文字因數 $\left\{ \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right.$	x y^2	x^3 y^3 z^4
三式ヲ通ジテ	$5xy^2$	$30x^3y^3z^4$

答 G.C.M. $5xy^2$, L.C.M. $30x^3y^3z^4$

幾ツカノ單項式ノ最大公約數ヲ求メルニハ、各式ニ共通ナ文字因數ノ中デ次數ノ最モ低イモノヲ取ツテ掛合セテ積ニ各式ノ數係數ノ最大公約數ヲ掛ケレバヨイ。又幾ツカノ單項式ノ最小公倍數ヲ求メルニハ各式ニ

共通デナイ文字因數全部ト二式以上ニ共通ナ文字因數ノ中デ次數ノ最モ高イモノトノ積ニ各式ノ數係數ノ L.C.M. ヲ掛ケレバヨイ。G.C.M., L.C.M. 共ニ數係數ニハ正ヲトルコトトスル。

例二 $(x-1)^2(x-2), (x-2)^2(x-1), (x-1)(x-2)(x-3)$ ノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求メヨ。

解 各式ノ括弧内ノ式ヲ一ツノモノト見レバ例一ト同様ニシテ、ソノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求メルコトガ出來ル。

$(x-1)^2(x-2), (x-2)^2(x-1), (x-1)(x-2)(x-3)$
 即チ $\left. \begin{array}{l} \text{G.C.M. } (x-1)(x-2) \\ \text{L.C.M. } (x-1)^2(x-2)^2(x-3) \end{array} \right\} \text{答}$

問題

次ノ各式ノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求メヨ。 1—(5)

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1 $abc, bcd, a^2b^2c^2$ | ① x^2y, xy^2, xyz |
| 2 $6a^2bx^4, 21ax^3, 18a^3x^2y$ | ② $20a^8b^{10}, 25a^6b^6c^6$ |
| 3 $(x+y)^2(x-y), (x+y)(x-y)^2$ | ③ $(a-b)^2(a+b)^3, (a-b)^3(a+b)^4$ |
| 4 $12y^2(a-b), 30y(a-b)^2$ | ④ $a^2b^2(a+1)(a-2)^3, a^3b^4(a+1)^3(a+2)$ |

$$\begin{array}{l|l}
 5 \quad 12a^3b^2c(a-c)^3, & (5) \quad 2ax(a-b), \\
 18a^2b^3c^2(a-c)^2, & 6a^3x^2(b-c), \\
 24a^2b^2c^2(a-c)^4 & 8a^4x^3(c-a)
 \end{array}$$

例三 $x^2-3x+2, x^2-5x+6, x^2-4x+4$ ノ G.C.M.

及ビ L.C.M. ヲ求メヨ。

(解) 各式ヲ因數ニ分解スルト

$$\begin{array}{l}
 x^2-3x+2=(x-1)(x-2) \\
 x^2-5x+6=(x-2)(x-3) \\
 x^2-4x+4=(x-2)^2
 \end{array}$$

故ニ

G.C.M.	(x-2)	} 答
L.C.M.	(x-1)(x-2) ² (x-3)	

次ノ各組ノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求メヨ。 6-8)

$$\begin{array}{l|l}
 6 \quad x^2-x, & (6) \quad a^2+ab-30b^2, \\
 x^2-2x+1 & a^2-2ab-15b^2 \\
 7 \quad x^2y^2-xy^3-42y^4, & (7) \quad x^2-3x-40, \\
 6x^3y+18x^2y^2-108xy^3 & x^2+3x-10, \\
 & x^2-x-30 \\
 8 \quad a^4-a^2b^2, & (8) \quad 2a^2-4a-6, \\
 a^2b^2-b^4, & a^2b^2+2ab^2-15b^2, \\
 a^4+2a^3b+a^2b^2 & a^2-6a+9
 \end{array}$$

第五章 分數式

12. 分數式ノ意味

問1 $\frac{3}{5}, \frac{a}{4}, \frac{x-y}{7}$ ノ意義ヲ言ヘ。

問2 100圓ヲ x 人デ分ケルト 1 人ノ分ケ前ガ何程トナルカ。又果物 a 個ノ價ガ m 錢デアルト 1 個ノ價ハ何程カ。

或ル式 A ヲ他ノ式 B デ割ツタモノヲ $\frac{A}{B}$ ト書ク。此ノヤウナ式ヲ分數式トイフ。

ココデハ A ハ分子、 B ハ分母デアアル。

分數式デハ必ず分母ニ文字ガ含マレテキナケレバナラナイ。(分子ニハ文字ガナクテモヨイ。)

$\frac{a}{4}, -1\frac{2}{3}x^2y, \frac{1}{5}a-3b, \frac{x+y}{7}$ 等ハ分數式デアアル。

$\frac{100}{x}, \frac{7}{x+y}, \frac{m}{a}, 5a-\frac{2}{3b}$ 等ハ分數式デアアル。

注意 數デハ $2\frac{3}{5}$ ハ $2+\frac{3}{5}$ ノ意味デアアル

ガ、 $2\frac{y}{x}$ ハ $2 \times \frac{y}{x}$ ノ意味デアツテ、 $\frac{2y}{x}$ ト同ジ

コトデアアル。 $2+\frac{y}{x}$ ト混同シテハナラヌ。

[一年用 144 頁ノ注意ヲ見ヨ]

問 題

1 p 米ガ q 圓ノ羅紗^{ヲシヤ}

1 米ノ値ハイクラカ。

2 面積ガ a 平方米ノ

矩形ノ土地ノ横ガ $(x+2)$

米アルト縦ノ長サハ何

程カ。

3 $1l$ ガ a 錢ノ醬油 xl

ト, $1l$ ガ b 錢ノ醬油 yl ト

ヲ混合スルト, コノ混合

シタ醬油 $1l$ ノ値ハ何程

トナルカ。

$m=6, n=4, s=-3, x=-1, y=2$ ノトキノ次ノ分
數式ノ數値ヲ求メヨ. 4-(7)

4 $\frac{n}{m}$

5 $\frac{17n}{12s}$

6 $\frac{mx-ny}{m-n}$

7 $\frac{x^2}{4y} + \frac{5}{3y^2} - \frac{n-2y}{xy}$

(1) t 時間 = d 軒進ム

汽車ノ平均ノ速サハ毎

時何程カ。

(2) 面積 100 平方米, 上

底 a 米, 下底 b 米ノ梯形

ノ高サハ如何。

(3) a 圓ヲ x 人デ分ケ

ルト, a 圓ヲ y 人デ分ケ

ルヨリモ一人ノ分ケ前

ガ q 圓ダケ多イトイフ

コトヲ式デ書ケ。

(4) $\frac{x}{y}$

(5) $\frac{4s}{3n}$

(6) $\frac{3s(m^2-n^2)}{m^3+n^3}$

(7) $\frac{x-y+s}{x+y-s} - \frac{6}{ns}$

13. 約 分

問 1 $\frac{12}{20}, \frac{6a}{9}, \frac{14xy}{8ab}, \frac{50c^2d^3}{75a^3b^2}$ ヲ約セ。

問 2 次ノ式ノ缺ケタ項ヲ補ヘ。

$$\frac{b}{a} = \frac{10b}{a^2} = \frac{b^2}{axy}$$

問 3 $\frac{15x^4y^3}{18x^3y^4}$ ノ兩項ヲ次ノ式デ割ツタ結果ヲ言ヘ。

$$3x, x^2y, 3xy^3, x^3y^3, 3a^3y^3$$

分數式ハ普通ノ分數ト同ジヤウニ分子ヲ
分母デ割ルコトヲ示スモノデアルカラ,

分數式ノ分母, 分子ニ同ジ數又ハ式ヲ
掛ケテモ, 又之ヲ同ジ數又ハ式デ割ツテ
モ, 其ノ値ハ變ラナイ。但シコノ數ヤ式
ハ決シテ 0 デアツテハナラヌ。

コノ性質ニヨツテ分數式ノ分母, 分子ヲ公
約數デ割ツテ簡約スルコト, 即チ約分スルコ
トガ出來ル。分母ト分子ヲツノ最大公約數
デ割ルト最早ツレ以上約分ノ出來ナイ分數
式トナル。コレヲ既約分數式トイフ。

例一 $\frac{21a^4bc^5d^2}{28a^5b^2c^3}$ ヲ既約分數式ニセヨ。

解 分母,分子ノG.C.M.ハ $7a^4bc^3$ デアル。コレデ此ノ分數式ノ兩項ヲ割ルト

$$\frac{21a^4bc^5d^2}{28a^5b^2c^3} = \frac{3c^2d^2}{4ab} \dots \dots \dots \text{答}$$

注意 分母,分子ガ共ニ單項式ノ分數式ヲ既約分數式トスルニハ,先ヅ係數ハ之ヲ約シ,次ニ分母,分子ニ共通ナ文字ハ指數ノ大キイ方ヘソノ指數ノ差ヲツケテ殘シ,共通デナイ文字ハソノママ置ケバヨイコトガワカル。

暗算 次ノ分數式ヲ約セ。

$$\frac{a^4}{a^5} \quad \frac{4mn}{6m} \quad \frac{15a^2bc}{20ab^2c} \quad \frac{6abx^2y^5}{9ax^3y^4}$$

例二 $\frac{a^3-4a^2+4a}{a^4-4a^2}$ ヲ約分セヨ。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕 } \frac{a^3-4a^2+4a}{a^4-4a^2} &= \frac{a(a^2-4a+4)}{a^2(a^2-4)} = \frac{a(a-2)^2}{a^2(a-2)(a+2)} \\ &= \frac{a-2}{a(a+2)} \dots \dots \dots \text{答} \end{aligned}$$

注意 分母,分子ガ多項式ノ分數式ヲ約スニハ,先ヅ兩方ヲ因數ニ分解スルコトヲ忘レテハナラヌ。

共通因數ヲ求ルル

問 題

次ノ分數式ヲ約分セヨ。 8-(16)

8 $\frac{2a+2b}{4a-4b}$

9 $\frac{a(x+y)}{b(x+y)}$

10 $\frac{2(a-1)}{a^2-1}$

11 $\frac{4x^2-4x}{2x}$

12 $\frac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$ 又コノ

式ヲ $x=4$ トシテ約シタ
前後ノ式ノ値ヲ驗セ。

13 $\frac{5a}{5a-a^2}$

8) $\frac{7a^2-7}{7b^2-7}$

9) $\frac{a^2b(m-n)}{ab^2(m-n)}$

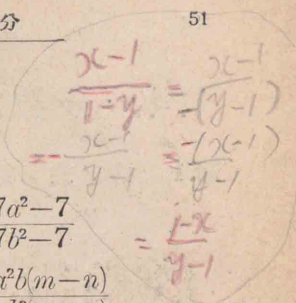
10) $\frac{x^2+2x+1}{m(x+1)}$

11) $\frac{5x+5y}{15ax+15ay}$

12) $\frac{a^2-a-12}{a^2+6a+9}$ 又コノ

式ヲ $a=1$ トシテ約シタ
前後ノ式ノ値ヲ驗セ。

13) $\frac{(a+3)+3}{2(a+3)-a}$



注意 $\frac{5a}{5a-a^2} = \frac{0}{-a^2}$ 又ハ $\frac{1}{2(a+3)-a} = \frac{4}{2-a}$

ノヤウナ誤リヲシテハナラナイ。

14 $\frac{ax-bx+cx}{ay-by+cy}$

15 $\frac{ax-a}{b-bx}$

16 $\frac{m(p+q)-n(p+q)}{m^2-n^2}$

14) $\frac{ax-ay+az}{bx-by+bz}$

15) $\frac{1-x^2}{x-1}$

16) $\frac{\pi r^2+\pi r h}{\pi r^2+\pi r l}$

14. 分數式ノ加法及減法

問1 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8}, \quad \frac{a}{7} + \frac{2a}{7} + \frac{3a}{7} - \frac{4a}{7},$$

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{x} - \frac{5}{x} + \frac{6}{x}, \quad \frac{x}{a} - \frac{2y}{a}$$

問2 次ノ式ヲ言葉ヲ説明セヨ.

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} - \frac{d}{a} = \frac{b+c-d}{a} \quad \text{〔第一學年用65頁参照〕}$$

例一 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c}$ ヲ一ツノ分數式ニセヨ.

解 $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$ ノ各分母ヲ a, b, c ノ最小公倍數 abc ニ直シテ分子ヲ加減スレバヨイ.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = \frac{bcx}{abc} + \frac{acy}{abc} - \frac{abz}{abc} \\ = \frac{bcx+acy-abz}{abc} \quad \text{答}$$

異分母ノ分數式ノ加減ハ先ヅ各分數式ヲ同分母ノ式ニ直シテ後之ヲ行へ.

幾ツカノ異分母ノ分數式ヲ同分母ノ分數式ニ直スコトヲ分數式ヲ通分スルトイヒ、ソノ共通ナ分母ヲ公分母トイフ.

問 題

次ノ式ヲ一ツノ分數式ニ直シ、出來ルダケ之レヲ簡單ニセヨ. 17-(20)

17 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

18 $\frac{b}{a} + \frac{d}{c}$

19 $\frac{b}{a^2} - \frac{c}{b^2} + \frac{a}{c^2}$

20 $\frac{m-4}{4m} - \frac{n-3}{3n}$

(17) $\frac{2}{x} - \frac{3}{y}$

(18) $\frac{a}{x} - \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$

(19) $\frac{c}{ab} - \frac{a}{bc} + \frac{3b}{ca}$

(20) $\frac{a^2-b^2}{ap} + \frac{a^2-2ab+b^2}{aq}$

例二 $\frac{4}{a-1} - \frac{a-2}{a+1} + \frac{3a^2}{a^2-1}$ ヲ簡單ニセヨ.

$$\text{解 } \frac{4}{a-1} - \frac{a-2}{a+1} + \frac{3a^2}{a^2-1} \\ = \frac{4}{a-1} - \frac{a-2}{a+1} + \frac{3a^2}{(a-1)(a+1)} \\ = \frac{4(a+1) - (a-2)(a-1) + 3a^2}{(a-1)(a+1)} \\ = \frac{2a^2+7a+2}{(a+1)(a-1)} \quad \text{答}$$

注意 公分母ハ各分母ノ公倍數ナラバナンデモヨイガ、其ノ中デ最低次ノモノ即チ最小公分母ガ一番簡單デ便利デアル.

問 題

次ノ式ヲ一ツノ分數式ニ直シ出來ルダケ之レヲ簡
單ニセヨ. 21—(30)

21 $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2-9}$

22 $\frac{5}{y^2-y} - \frac{2}{y}$

23 $\frac{8}{y+5} - \frac{5}{y+8}$

24 $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}$

25 $\frac{4}{x^2+5x+6} + \frac{x}{x+2}$

26 $4 - \frac{a-18x}{5x}$

27 $x - \frac{2x-3xy}{1-y}$

28 $1 - \left(a - \frac{a^2}{1+a} \right)$

29 $\frac{x-2}{x^2-2x-3} + \frac{x+3}{x^2-x-2}$

30 $\frac{r-5}{r-6} + \frac{3r}{r+2} - \frac{1}{r^2-4r-12}$

(30) $\frac{5}{a+2} + \frac{7}{a+3} - \frac{a-4}{a^2+5a+6}$

(21) $\frac{2r}{r^2-1} - \frac{3}{r-1}$

(22) $\frac{6}{x} + \frac{x+3}{x^2-3x}$

(23) $\frac{4}{x+2} - \frac{2}{x+3}$

(24) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}$

(25) $\frac{5}{x+1} + \frac{2x+1}{x^2+2x+1}$

(26) $\frac{a^2-ay}{2y} - y$

(27) $\frac{x^2+xy-y^2}{2x-y} - y$

(28) $3a+1 - \frac{3-7a}{2a-3}$

(29) $\frac{5}{y^2-3y+2} - \frac{4}{y^2+y-6}$

15. 分數式ノ乘法及除法

問1 $\frac{14}{15} \times \frac{5}{7}, \frac{x}{3} \div \frac{5}{6}$ ヲ計算セヨ.

問2 $\frac{b}{a} \times \frac{3}{8}, \frac{4x}{9} \div \frac{x}{6}$ ヲ計算セヨ.

分數式ノ乘法モ除法モ算術ノトキノ分數
ノ乘法, 除法ト變ラナイ. [第一學年用69, 70頁参照]

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{bd}{ac}, \quad \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}$$

例一 $\frac{3ab}{4xy} \times \frac{5bc}{6yz} \times \frac{7xz}{8ac}$ ヲ簡單ニセヨ.

$$\text{[解]} \quad \frac{3ab}{4xy} \times \frac{5bc}{6yz} \times \frac{7xz}{8ac} = \frac{3ab \times 5bc \times 7xz}{4xy \times 6yz \times 8ac} = \frac{35b^2}{64y^2}$$

コノ例ノヤウニ分數式ノ分母, 分子ニ公約
數ガアルトキハ之ヲ約シテ後掛合ハスガヨ
イ.

暗算 次ノ掛算ヲセヨ.

1 $\frac{3}{5} \times \frac{a}{b}$

2 $\frac{ax}{y} \times \frac{ax}{y^2}$

3 $xy \times \frac{x}{y}$

4 $ab^2 \times \frac{4}{ab}$

5 $\frac{ab}{xy} \times \frac{x}{a^3b^2}$

6 $\frac{x}{15y} \times 10y^2$

7 $\left(\frac{b}{a^2} \right)^2$

8 $\left(\frac{y}{x} \right)^3 \times \frac{1}{y^2}$

9 $\left(\frac{a}{b} \right)^2 \times \frac{b}{a^3} \times \frac{ab}{c}$

例二 $\frac{x-3}{x^2} \times \frac{x(x-4)}{x^2-5x+6} \div \frac{x^2-6x+8}{x^2-4x+4}$ ヲ計算セ

ヨ。

[解] $\frac{x-3}{x^2} \times \frac{x(x-4)}{x^2-5x+6} \div \frac{x^2-6x+8}{x^2-4x+4}$
 $= \frac{x-3}{x^2} \times \frac{x(x-4)}{(x-2)(x-3)} \div \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)^2}$
 $= \frac{x(x-3)(x-4)(x-2)^2}{x^2(x-2)(x-3)(x-2)(x-4)}$
 $= \frac{1}{x}$ 答 $\frac{1}{x}$

問 題

次ノ式ヲ計算セヨ。 31—(34)

31 $\frac{x^2+8x+16}{x^2-9} \times \frac{x-3}{x+4}$

32 $\frac{a^2-3a-10}{(a-2)^2} \div \frac{a-5}{a-2}$

33 $\frac{24x^2}{3(x^2-4x+4)} \times \frac{3x-6}{2x}$

34 $(x^2-2x+1) \times \frac{ax}{3-3x}$

(31) $\frac{x^2-6x+5}{x-2} \times \frac{x-2}{x-5}$

(32) $\frac{c^2-6c}{c-6} \div \frac{c}{c-3}$

(33) $\frac{9-y^2}{r^3-r} \div \frac{y+3}{r-1}$

(34) $\frac{x+y}{2ax} \div \frac{y^2-x^2}{4a}$

$a=4, b=3, x=2, y=1$ ヲ次ノ式及ビソレヲ計算

シタ後ノ式ニ代入シテ其ノ結果ヲ驗セ。 35—(36)

35 $\frac{5x}{12yz^2} \div \frac{15x^3}{18y^2z^2}$

(35) $\frac{4ab}{3xy} \times \frac{5bx}{8ay} \div \frac{5ab}{6xy}$

36 $\frac{a(a-b)}{(a+b)^2} \times \frac{a+b}{a}$

(36) $\frac{1+a}{1-a} \times \frac{(1-a)^2}{a} \div \frac{1-a^2}{a}$

次ノ式ヲ計算セヨ。 37—(41)

37 $\left(\frac{y}{x}+1\right)^2$

(37) $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2$

38 $\left(x^2-\frac{4}{25}\right) \div \left(x+\frac{2}{5}\right)$

(38) $\left(25a^2-\frac{1}{b^2}\right) \div \left(5a-\frac{1}{b}\right)$

39 $\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{\frac{1}{ab}}$

(39) $\frac{\frac{1}{x}-1}{x-x^2}$

注意 上ノ式ハ割算ヲ分數式ノ形ニ書キ表ハシタモノデ、一番長イ線ノ上ニアル式ヲ下ニアル式デ割ルコトヲ示スモノデアル。コノヤウナ式ヲ繁分數式トイフ。

40 $\frac{x+y}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

(40) $\frac{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}}{\frac{ac}{bd}}$

41 $\frac{4+\frac{a}{x}}{\frac{6x}{a}+\frac{3}{2}}$

(41) $\frac{\frac{1}{2x}-\frac{1}{y}}{\frac{y}{4x}-\frac{x}{y}}$

摘 要

◎ 乘法及ビ因數分解ニ用ヒル公式

1 共通因數 $ax+bx-cx=(a+b-c)x$

2 二項式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3 三項式 $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

$$acx^2+(bc+ad)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

◎ G.C.M. 及ビ L.C.M. ノ求メ方

G.C.M.=(係數ノG.C.M.)×(各文字因數ノG.C.M.)

L.C.M.=(係數ノL.C.M.)×(各文字因數ノL.C.M.)

◎ 分數式ノ符號

$$\frac{A}{B} = \frac{+A}{+B} = \frac{-A}{-B}, \quad -\frac{A}{B} = \frac{+A}{-B} = \frac{-A}{+B}$$

◎ 分數式ノ變化

$$\frac{m(a+b)}{ma} = \frac{(a+b)}{a} = \frac{p(a+b)}{pa} = 1 + \frac{b}{a}$$

◎ 分數式ノ四則

$$\frac{p}{a} \pm \frac{q}{a} = \frac{p \pm q}{a}, \quad \frac{p}{a} \pm \frac{q}{b} = \frac{bp \pm aq}{ab}$$

$$\frac{p}{a} \times \frac{q}{b} = \frac{pq}{ab}, \quad \frac{p}{a} \div \frac{q}{b} = \frac{bp}{aq}$$

雜 題

1 $(x-1-\frac{30}{x}) \div (x+4-\frac{5}{x})$

1 $(\frac{x+y}{x-y}+1) \div (\frac{x-y}{x+y}-1)$

2 $(3a+5-\frac{a+7}{a+2}) \div (\frac{5a}{a^2-10a-24}+1)$

2 $(\frac{x+1}{x-2}-\frac{x-1}{x+2}) \div (3x-6+\frac{12}{x+2})$

3 $\frac{b}{a}$ ノ分母ト分子ニ
同ジ數 x ヲ加ヘタ分數
式ハ原ノ分數式ヨリ何
程大キイカ、結果ヲ簡
單ナ式デ表ハセ。

3 $\frac{y}{x}$ ノ分母ト分子カ
ラ同ジ數 a ヲ引イタ分
數式ハ原ノ分數式ヨリ
何程小サイカ、結果ヲ
簡單ナ式デ表ハセ。

次ノ式ニ誤ガアレバ右邊ヲ正セ。

4 $\frac{5}{x-3}-\frac{3}{x+2}=\frac{2x+1}{x^2-x-6}$

4 $\frac{2x-y}{2x+y}-\frac{2x+y}{2x-y}=\frac{8xy}{4x^2-y^2}$

次ノ□ノ中ノ式ヲ最モ簡單ナ形デ答ヘヨ。

5 $\frac{a+ax}{mx-m} \times \square = \frac{ab}{mn}$

5 $\frac{x^2+7x+12}{x^2+x-12} \div \square = \frac{x+3}{x+4}$

ニュートン Isaac Newton (1642—1727)



$(a+b)^2$ トカ $(a+b)^3$ ノヤウ
ナ簡單ナ計算ハ既ニ紀元
前ニ知ラレタコトデア
ルガ、二項式ノ何乗デモコレ
ヲ展開スルコトガ出来テ、
如何ナル式トナルカトイ
フヤウナ定理ハニュート
ンノ発見シタモノデア
ル。

ニュートンハ英國リンコルンシャー州ノ一寒村ノ
農夫ノ子デア
ル。幼時ハ虚弱デア
リ、其ノ上臆病デモ
アツタノデ、始メハ
餘リ成績モ振ハナ
カツタ。併シ小
學校ノ時代ニ他ノ
生徒カラ侮辱サレ
テ發奮シ、ソレカ
ラ大イニ其ノ才能
ヲ現ハシ、20歳ノ
時、ケンブリッヂ
大學ニ入ルヤ、殊
ニ數學ニ於テソノ
天才ヲ發揮シテ、
當時有名ナ數學
者デカルト、ヴィ
ータ、ワリス等ノ
著書ヲ悉ク了解
シタトイフコト
デア
ル。二項定理ヤ微
分學積分學ヲ發
見シ、方程式論ヲ
著シテ忽チ世界
ノ大數學者トナ
リ、又物理學ニ
於ケル萬有引力
ノ法則ヲ發見シ
テ、當時世界第一
ノ科學者ト仰ガ
レルニ到ツタ。

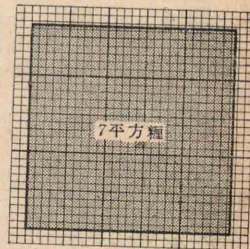
第六章 二次方程式

16. 純二次方程式ト數ノ平方根

問1 面積ガ100平方米ノ正方形ノ土地ノ一邊ノ
長サハ何米カ。

問2 廣サガ $\frac{4}{9}$ 平方米ノ正方形ノ布ヲ作ルニハ一
邊ノ長サヲ何程ニスレバヨイカ。

問3 面積ガ7平方糎ノ正方
形ノ一邊ノ長サハ何程カ。



問1、問2デハ一邊ノ長サヲ x m,
問3デハ x cm トスレバ、正方形ノ
面積ヲ表ハス數ハ何レモ x^2 デ
アルカラ、夫々次ノ方程式ガ出来ル。

$$(1) x^2=100, \quad (2) x^2=\frac{4}{9}, \quad (3) x^2=7$$

此等ハ何レモ一次ノ項ノナイ二次方
程式デア
ルカラ、コレヲ純二次方程式ト
イフ。〔41頁参照〕

問1、問2ノ答ハ夫々整數ト分數トデ正確
ニ表ハサ
レルガ、問3ノ答ハ今マデニ知ツテ

キル整数、小数、分數等デハ正確ニ表ハスコト
ガ出來ナイ。ソレ故其ノ値ヲ知ラウトスル
ニハ小数ノ或ル桁マデヲ近似値トシテ取ル
ヨリ他ニ仕方ガナイ。此ノ値ノ小数第三位
マデノ近似値ハ或ル方法デ求メルト2.646cm
デアアル。即チ

$(2.646)^2$ ハ 7.001316 トナツテ略^{ホ語}7ニ等シイ。

問4 $(-10)^2$, $(-\frac{2}{3})^2$, $(-2.646)^2$ ハ夫々何程カ。

前頁ノ問デハ一邊ノ長サハ正數デアアルカ
ラ答ハ各唯一通りシカ得ラレナイガ(1), (2),
(3)ノ方程式ノ根、即チ二乗スレバ、100, $\frac{4}{9}$, 7ト
ナル數ハ夫々10ト-10, $\frac{2}{3}$ ト $-\frac{2}{3}$ 及ビ約
2.646ト約-2.646ノ二ツ宛アル。

二乗スレバ或ル正數トナル數ハ常ニ
二ツアツテ、其ノ二數ハ絶対値ハ等シク
符號ハ反對デアアル。

此ノ二數ヲ其ノ正數ノ平方根トイフ。

例ヘバ方程式(1), (2), (3)ノ二根ハ夫々10, $\frac{4}{9}$,
7ノ平方根デアアル。

注意 二乗シテ負數トナルヤウナ數ハ正
數、負數ノ範圍内ニハナイ。

一ツノ正數 a ノ平方根ノ中ノ正數ノ
方ヲ \sqrt{a} デ表ハシテ平方根 a ト讀ミ、負
數ノ方ハ $-\sqrt{a}$ デ表ハシテマイナス平
方根 a ト讀ム。又 $\sqrt{\quad}$ ヲ根號トイヒ、根
號ヲ用ヒテ表ハサレタ數ヲ根數トイフ。

例ヘバ100ノ平方根ノ中、正數ノ方ハ10デ
アルカラ $\sqrt{100}=10$ 故ニ $-\sqrt{100}=-10$

注意 「100ノ平方根ト言ヘバ10ト-10トヲ
指シ、 $\sqrt{100}$ ハ100ノ二ツノ平方根ノ中ノ正數
ノ方即チ10ダケヲ表ハス。

從ツテ a ガ或ル正數ヲ表ハストキ、方程式

$$x^2=a$$

ノ正根ハ \sqrt{a} デ、負根ハ $-\sqrt{a}$ デアル。

コレヲ複(符)號ヲ用ヒテ「此ノ方程式ノ根ハ
 $\pm\sqrt{a}$ デアル」ト言ツテモヨイ。

問5 次ノ方程式ノ根ヲ複號ヲ用ヒテ言ヘ。

$$x^2=9, \quad x^2-400=0, \quad x^2=2\frac{14}{25}$$

數ノ平方根ノ中ノ正ノ方ヲ求メルコトヲ其ノ數ヲ平方ニ開クトイヒ、ソノタメニ行フ計算ヲ開平トイフ。

平方根ガ整数、分數デ正確ニ表ハサレル數ハ平方ニ開キ切レルトイヒ、サウデナイモノハ開キ切レナイトイフ。平方ニ開キ切レナイ根數ヲ不盡根數トイフ。不盡根數ヤ π ノヤウニ整数分數デ表ハスコトガ出來ナイ數ヲ無理數トイフ。無理數ニ對シテ整数及ビ分數ヲ有理數トイフ。

問6 $\sqrt{25}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{8}$ ノ中カラ有理數ニナルモノト無理數トヲ選べ。

本書ニハ卷末ニハ1カラ1100マデノ正ノ整数ノ正ノ平方根(不盡根數ニ對シテハ小數第三位マデノ近似値)ノ表ガ附ケテアル。

例一 $\sqrt{545}$ ノ値ヲ卷末ノ表ニヨツテ求メヨ。

解 表中、數ノ列ノ所デ545ヲ求メ、平方根ノ列中ニ545ト同行ノ所ヲ見テ23.345ヲ得ル。

答 23.345

例二 方程式 $x^2-331=0$ ヲ解ケ。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad & x^2-331=0 \\ & x^2=331 \\ & x=\pm\sqrt{331} \\ & x=\pm 18.193 \quad \text{答 } \pm 18.193 \end{aligned}$$

注意 此ノ方程式ノ根ハ $\pm\sqrt{331}$ デアルト答ヘルコトモアルガ、コノママデハソノ實際ノ値ヲ知ルコトガムヅカシイカラ、例一ノヤウニ卷末ノ表カラソノ近似値ヲ求メテ ± 18.193 ヲ答トスル方ガヨイ。

問題

次ノ數ノ値ヲ卷末ノ表ニヨツテ求メヨ。 1-(2)

1 $\sqrt{91}$, $\sqrt{200}$	(1) $\sqrt{679}$, $\sqrt{13}$
2 $\sqrt{1023}$, $\sqrt{389}$	(2) $\sqrt{254}$, $\sqrt{425}$

次ノ方程式ヲ解イテ根ノ近似値ヲ求メヨ。 3-(6)

3 $x^2-15=0$	(3) $x^2-19=0$
4 $x^2=3$	(4) $x^2=431$
5 $x^2-123=0$	(5) $x^2-700=0$
6 $y^2-577=0$	(6) $y^2-101=0$

問7 次ノ數ノ値ヲ言ヘ。

$$\sqrt{4}, \sqrt{400}, \sqrt{40000}, \sqrt{25}, \sqrt{2500}, \sqrt{0.25},$$

$$(\sqrt{7}=2.646), \sqrt{700}, \sqrt{70000}, \sqrt{0.07},$$

$$(\sqrt{95}=9.747), \sqrt{9500}, \sqrt{950000}, \sqrt{0.95}, \sqrt{0.0095}$$

上ノ問7デ分ルヤウニ數ガ100倍, 10000倍ト
ナレバ平方根(正)ハ10倍, 100倍トナリ, 數ガ $\frac{1}{100}$,
 $\frac{1}{10000}$ トナレバ平方根ハ $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ トナル。即チ

列數字ガ同一デ小數點ノ位置ガ偶數
桁ダケ異ナル數ノ平方根ハ, 唯小數點ノ
位置ガ異ナルダケデ列數字ハ皆同一デ
アル。

例三 $\sqrt{4.58}$ ノ近似値ヲ求メヨ。

解 4.58ハ表ノ數ノ中ニハナイ。

併シ4.58ハ458ノ $\frac{1}{100}$ デアルカラ

$\sqrt{4.58}$ ハ $\sqrt{458}$ ノ $\frac{1}{10}$ デアル。ソレ故

表ニヨリ

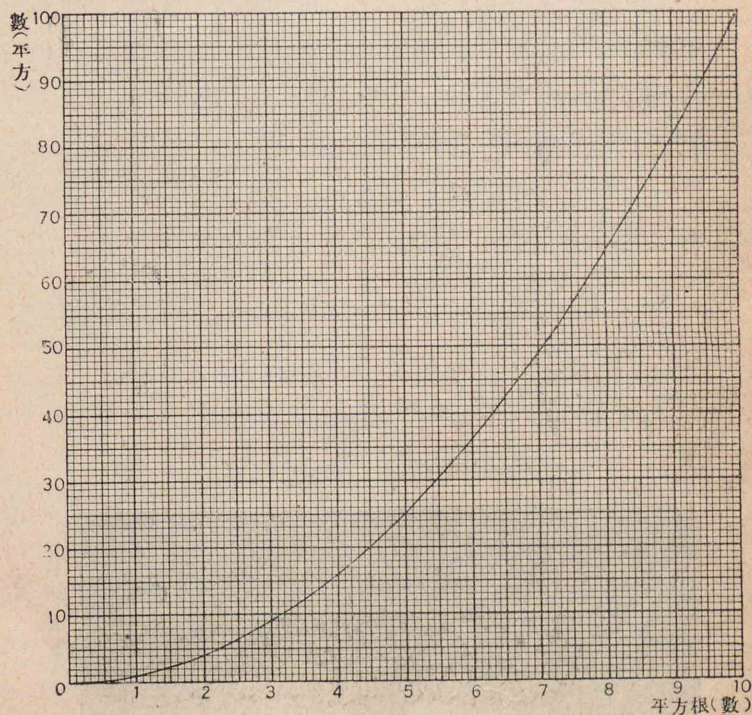
$$\sqrt{458} = 21.401$$

$$\sqrt{4.58} = 2.1401$$

答

下ノ圖ハ數ト其ノ平方根(正)トノ關係ヲ示
スグラフデアル。ソノ小部分ヲトツテ見ル
ト何處モ大體直線ト考ヘテモヨイカラ、

二數ノ差ガ小サイトキハ, 其ノ差ノ割
合ト其ノ二數ノ平方根(正)ノ差ノ割合ト
ハ等シイト見テヨイ。



前頁ノコトヲ應用スレバ表中ニナイ數ノ近似値モ表ノ中ノ數カラ計算スルコトガ出來ル。

例四 $\sqrt{45.8}$ ノ近似値ヲ求メヨ。

解 45.8 モコレト小數點ノ位置ガ二桁違フ4580モ表ノ數ノ中ニナイ。45.8ト458トハ小數點ノ位置ガ一桁(奇數桁)違ツテキルカラ各數ノ平方根ノ列數字ハ違フ。ソコデコノ場合ハ次ノヤウニスル。

$$45 < 45.8 < 46$$

$$\sqrt{45} < \sqrt{45.8} < \sqrt{46}$$

$$\text{表ニヨリ } \begin{array}{c} \vdots \\ \sqrt{45} \\ \vdots \end{array} = 6.708 \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \sqrt{45.8} \\ \vdots \end{array} = (6.708+x) \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \sqrt{46} \\ \vdots \end{array} = 6.782$$

即チ數ノ差1ニ對スル平方根ノ差ハ0.074

デアルカラ、

數ノ差0.8ニ對スル平方根ノ差 x ハ前頁ノ

理ニヨツテ求メレバヨイ。即チ

$$\sqrt{46} = 6.782$$

$$\sqrt{45} = 6.708$$

$$0.074 \times 0.8 = 0.0592 = x$$

$$\sqrt{45.8} = \sqrt{45} + 0.0592$$

$$= 6.708 + 0.0592 = 6.767 \dots \text{答}$$

問題

次ノ數ノ近似値ヲ表ニヨツテ求メヨ。7—(8)

7 $\sqrt{66.3}$, $\sqrt{100.8}$

8 $\sqrt{23.5}$, $\sqrt{2.35}$

9 半徑5cmノ圓ノ面積ノ二倍ノ面積ヲ有スル圓ノ半徑ハ何cmカ。

10 三角形ノ三邊ノ長サガ a , b , c デアルトキ、其ノ面積ハ

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

デアルトイフ。但シ

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

三邊ノ長サガ夫々5cm,

7cm, 8cmデアル三角形

ノ面積ヲ求メヨ。

(7) $\sqrt{730.7}$, $\sqrt{851.4}$

(8) $\sqrt{68.5}$, $\sqrt{6.85}$

(9) 半徑1mノ圓ノ面積ト等積ナ正方形ノ一邊ノ長サハ何cmカ。

$\pi = 3.14$ トシテ計算セヨ。

注意 圓ト等積ナ正方形ノ一邊ノ長サハ定規ト「コンパス」トデハ作圖スルコトガ出來ナイ。

(10) 問題10ニ於テ、三邊ガ夫々13cm, 17cm, 20cmノ三角形ノ面積ヲ求メヨ。

有理數ト不盡根數トノ積、例へバ、2ト $\sqrt{5}$ トノ積ハ $2\sqrt{5}$ ト書イテ、2平方根5(又ハ2倍ノ平方根5)ト讀ミ、 $\frac{2}{5}$ ト $\sqrt{7}$ トノ積ハ $\frac{2}{5}\sqrt{7}$ 又ハ $\frac{2\sqrt{7}}{5}$ ト書イテ $\frac{2}{5}$ 平方根7ト讀ム。

又 $5\sqrt{7}$ ト $-3\sqrt{7}$ 又ハ $\frac{2}{5}\sqrt{19}$ ト $-1\frac{1}{6}\sqrt{19}$
ノヤウニ

根號及ビ其ノ根號内ノ數ガ全ク同一
デアアル根數ヲ同類根數トイフ。

問 8 $5\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ 及ビ $8\sqrt{5}-2\sqrt{5}$ ヲ簡單ニ
セヨ。

同類根數ヲ加減スルコトハ代數式デ
同類項ヲ加減スルノト全ク同様デアアル。

例 5 $2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$ カラ $5\sqrt{2}-4\sqrt{5}$ ヲ引ケ。

解 $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})-(5\sqrt{2}-4\sqrt{5})$
 $=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+4\sqrt{5}$
 $=6\sqrt{5}-8\sqrt{2}$ 答

或ル式ノ數值ノ近似値ヲ求メル場合ニハ、
其ノ式ノ中ニ同類根數ガアレバ先ヅ簡約シ
テ後計算スルガヨイ。

問 題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。 11—(15)

- | | |
|--|---|
| 11 $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$ | (11) $6\sqrt{5}-3\sqrt{5}$ |
| 12 $\sqrt{13}-3\sqrt{13}+8\sqrt{13}$ | (12) $4\sqrt{7}+10\sqrt{7}-18\sqrt{7}$ |
| 13 $\frac{\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{5}$ | (13) $\frac{3\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}$ |

14 $\sqrt{3}+3\sqrt{2}-7\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

(14) $6\sqrt{5}+12\sqrt{7}+4\sqrt{5}-2\sqrt{7}$

15 $(5\sqrt{5}-3\sqrt{7})+(-2\sqrt{7}+3\sqrt{5})$

(15) $(4\sqrt{3}-8\sqrt{10})-(7\sqrt{10}-10\sqrt{3})$

問 9 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ ト $\sqrt{6}$ トヲ比較セヨ。

又 $\sqrt{8}$ ト $2\sqrt{2}$ 及ビ $\sqrt{18}$ ト $3\sqrt{2}$ トヲ比較セヨ。

一般ニ a, b ヲ正ノ數トスレバ

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ デアル。

問 10 $(3a+2b)(2a-5b)$ ヲ計算セヨ。

上ノ問10ノ a ノ代リニ $\sqrt{3}$ ヲ b ノ代リニ $\sqrt{2}$ ヲ
代入シテミルト

$(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})$
 $=3\sqrt{3}(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})+2\sqrt{2}(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})$
 $=3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}-3\sqrt{3}\times 5\sqrt{2}+2\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}$
 $-2\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}$
 $= 18 -15\sqrt{6} +4\sqrt{6} -20$
 $= -2-11\sqrt{6}$ 答

根數ノ乘法ハ代數式ノ乘法ト同様ニ
行ヘバヨイ。

問題

次ノ根數ノ計算ヲナセ. 16—(26)

16 $\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

17 $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

18 $(\sqrt{7})^4$

19 $\sqrt{3}\sqrt{7}$

20 $\sqrt{75}$

21 $\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32}$

(16) $\sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
 $\times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$

(17) $2\sqrt{6} \times 10\sqrt{6} \times \sqrt{6}$

(18) $(\sqrt{10})^6$

(19) $\sqrt{6}\sqrt{27}$

(20) $\sqrt{6}\sqrt{\frac{1}{2}}$

(21) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{3}$

注意 問題21. (21)ハ先ヅ總テノ項ヲ同類根數ニ直セ.

22 $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$

23 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

24 $(1 + 2\sqrt{2})^2$

25 $(3 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5})$

26 $(2 + \sqrt{3})(3 - 2\sqrt{2}) - (\sqrt{8} - 2)(\sqrt{2} + 1)$

(26) $(7 + 2\sqrt{6})(9 - 5\sqrt{6}) + (7 - 2\sqrt{3})(7 + 2\sqrt{3})$

27 $x = 2 + \sqrt{3}$ デアルトキ $x^2 - 4x + 2$ ノ値ヲ求メヨ.

(27) $x = 5 - 2\sqrt{3}$ デアルトキ $x^2 - 10x + 13$ ノ値

ハ0トナルコトヲ示セ.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

例六 $\sqrt{3} = 1.732$ トシテ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 及ビ $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ ノ値ヲ求メヨ.

解 分數ノ分母, 分子ニ零デナイ同ジ數ヲ掛ケテモ其ノ値ハカハラナイカラ,

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1.732}{3} = 0.5773 \dots \text{答 } \underline{0.577}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1 \times (\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1) \times (\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{3-1}$$

$$= \frac{1.732+1}{2} = 1.366 \dots \text{答 } \underline{1.366}$$

根數ノ割算ニ於テハ上ノ例ノヤウニ除數即チ分母ヲ有理數ニ直スガヨイ.

カヤウニ分數ノ値ヲカヘナイデ分母ヲ有理數ニ直スコトヲ, 分母ヲ有理化スルトイフ.

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$
 デアルカラ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ノ何レカ一方ノ式ヲ分母トスル分數式ノ分母ヲ有理化スルニハ, 其ノ分母, 分子ニ他ノ式ヲ掛ケレバヨイ.

注意 上ノ例六ヲ分母ヲ有理化セズニ計算シテ見

コ.

問題

卷末ノ表ニヨツテ次ノ近似値ヲ求メヨ. 28-(32)

28 $\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{6}}$

29 $\frac{3}{\sqrt{8}}, \frac{6}{\sqrt{12}}$

30 $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

31 $\frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

● 32 $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{10}}{2\sqrt{3}+\sqrt{10}}\right)^2$

(28) $\frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{1}{\sqrt{10}}$

(29) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{5}{13}}$

(30) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

(31) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

(32) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ. 33-(34)

√ 33 $\frac{1}{\sqrt{x+5}-2}$

√ 34 $\frac{1}{\sqrt{3x-2}-\sqrt{3x+8}}$

35 $x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$ デアル

トキ x^2-2x-4 ノ値ヲ

計算セヨ.

√ 33) $\frac{1}{\sqrt{x-2}} - \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

√ 34) $\frac{\sqrt{2x+7}+\sqrt{2x+3}}{\sqrt{2x+7}-\sqrt{2x+3}}$

35) $x = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ ノ

トキ $x^2-\sqrt{2}x-3$ ノ

値ヲ計算セヨ.

17. 數ノ開平

如何ナル數ノ平方根デモ其ノ最上位ノ一桁ハ直チニ見出スコトガ出來ル.

例ヘバ $\sqrt{1369}$ ハ $\sqrt{900}$ ヨリハ大キク $\sqrt{1600}$

ヨリハ小サイ. 即チ $30 < \sqrt{1369} < 40$

ソレ故 $\sqrt{1369}$ ノ値ノ最上位ノ桁ハ十ノ位デ、其ノ數字ハ 3 デアル.

問 1 1カラ9マデノ整數ノ二乗ハ幾桁カ.

10カラ99マデノ整數ノ二乗ハ幾桁カ.

100カラ999マデノ整數ノ二乗ハ幾桁カ.

問 2 次ノ平方根ノ最上位ノ一桁ヲ言ヘ.

$\sqrt{441}, \sqrt{1849}, \sqrt{6889}, \sqrt{11025},$

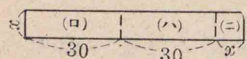
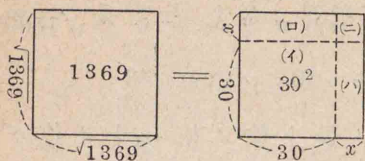
$\sqrt{283024}, \sqrt{1000}, \sqrt{39.69}, \sqrt{4710.41}$

問 1, 問 2 カラ考ヘテ正ノ整數ト其ノ正ノ平方根ノ整數部トノ位取リノ關係ヲ示スト

數	六位	五位	四位	三位	二位	一位
平方根	三位	二位	一位			

例ヘバ $\sqrt{55789}$ ノ整數部ハ三桁デアル.

次ニ $\sqrt{1369}$ ノ値ヲ求メルコトヲ考ヘヨウ。
 $\sqrt{1369}$ ノ整数部ハ二桁デ、ソノ十ノ位ハ 3 デ
 アル。故ニ $\sqrt{1369} = 30 +$ 或數。今コノ或ル數
 ヲ x デ表ハスト $1369 = (\sqrt{1369})^2 = (30+x)^2$ トナ



ル。コレヲ正
 形ノ面積デ示
 ト左圖ノ上方ノ
 ヤウニナル。コ
 ノ x ヲ求メル爲
 ニ左圖ノ下方ノ

様ニ (ロ), (ハ), (ニ) ノ部分ヲ繼合セテ見ルト、其
 ノ面積ハ $1369 - 30^2 = 469$

從ツテ $x(30 \times 2 + x) = 469 \dots\dots(1)$

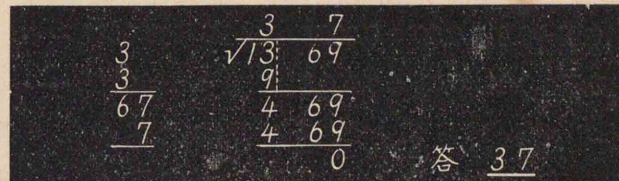
コノ x ハ 30 ニ比ベテ可ナリ小サイ數デア
 ルカラ $30 \times 2 + x$ ヲ大體 30×2 ト見テ 469 ヲ割
 ルト x ノ値ノ大體ノ見當ガワカル。

$469 \div (30 \times 2) = 7 \dots\dots$ 餘リ 49

ソコデ $x = 7$ トシテ見ルト (1) ノ左邊ハ丁度
 $7(30 \times 2 + 7) = 469$ トナツテ都合ガヨイ。

ソレ故 $\sqrt{1369} = 30 + 7 = 37$

上ノコトヲ基トシテ實際ニハ次ノ頁ノヤ
 ウニ書イテ計算スル。

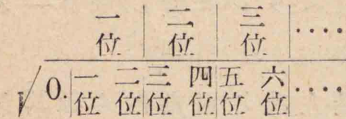


計算説明

- (1) 先ヅ與ヘラレタ數 1369 ヲ一ノ位カラ二
 桁宛ニ區切り、
 - (2) ソノ最左端ノ區劃内ノ數 13 ヲ超エナイ
 平方數ノ中ノ最大ナモノ 9 ヲ目ノ子デ見
 ヲケテ 13 ノ直下ニ書キ、13 トノ差 4 ヲ求メ
 ル。又同時ニ其ノ 9 ノ平方根(正) 3 ヲ上欄
 ニ書ク。
 - (3) 次ニ差 4 ノ右ニ次ノ區劃内ノ數 69 ヲ書
 キ並ベテ 469 トスル。
 - (4) 別ニ左方ノ適當ナ場所ニ上ノ平方根 3
 ヲ二ツ縦ニ書キ、ソレヲ加ヘテ 6 トシ、其ノ
 6 ノ右ニ 0 ガアルモノト考ヘ、此ノ 60 デ (3)
 ノ 469 ヲ割ツテ其ノ商 7 ヲ上欄ニ書キ、
 - (5) コノ 7 ヲ左方ノ 6 ノ右ニ書キ添ヘテ 67
 トシ、コレニ商 7 ヲ掛ケテ 469 カラ引ク。
- 問 3 上ニ倣ツテ次ノ數ノ値ヲ求メヨ。

$\sqrt{961}$, $\sqrt{625}$, $\sqrt{1296}$, $\sqrt{2401}$, $\sqrt{2916}$

次ニ小數ノ平方根ノ位取リヲ考ヘルト
 $0.9^2=0.81$, $0.09^2=0.0081$, $0.009^2=0.000081$, ...
 $0.1^2=0.01$, $0.01^2=0.0001$, $0.001^2=0.000001$, ...
 デアルカラ、小數ノ最初ノ有効數字ノ位ト其
 ノ平方根ノ最初ノ有効數字ノ位トノ關係ヲ
 示スト、



即チ小數點カラ二桁宛右へ區切ルト
 ソノ區切リノ數ガ平方根ノ小數點以下
 ノ桁數ヲ表ハス。

例一 0.7921 ノ平方根(正)ヲ求メヨ。

解

$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ \hline 169 \\ 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.89 \\ \sqrt{0.7921} \\ \underline{64} \\ 1521 \\ \underline{1521} \\ 0 \end{array}$
--	---

答 0.89

問題

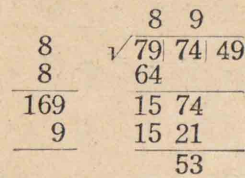
次ノ數ノ平方根(正)ヲ求メヨ。 36—(37)

- | | | | |
|-----------|--------|-------------|--------|
| 36 289, | 8.41 | (36) 676, | 7.29 |
| 37 92.16, | 313600 | (37) 73.96, | 592900 |

例二 $\sqrt{797449}$ ヲ計算セヨ。

解 先ヅハジメノ

二桁ヲ求メルニ



次ニ一ノ位ノ數ヲ求
 メルコトヲ考ヘヨウ。

$797449 - 890^2$

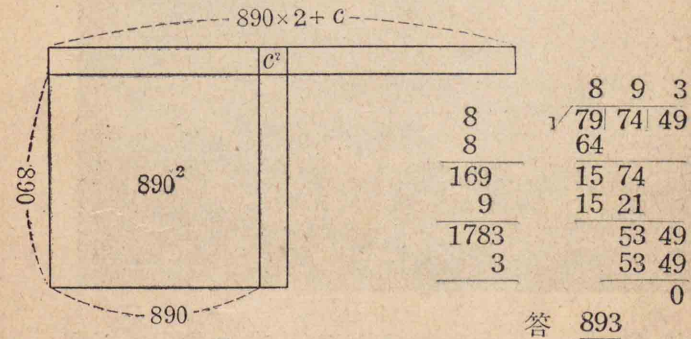
$= 5349$

$= (890 \times 2 + c) \times c$

故ニ $5349 \div (890 \times 2) = 3 \dots \dots \dots$ 餘 9

3 ガ大體 c ニ相當スルコトガワカル。

故ニ此ノ計算ハ次ノヤウニスル。



問題

次ノ數ノ平方根(正)ヲ求メヨ。 38—(39)

- | | | | |
|------------|---------|---------------|--------|
| 38 329476, | 23716 | (38) 224676, | 75625 |
| 39 17956, | 1436.41 | (39) 78.8544, | 9.9856 |

18. 一般ノ二次方程式ノ解法

(a) 完全平方式ヲ作ツテ解クコト

一元二次方程式ヲ因數分解ニヨツテ解クコトハ既ニ41頁デ學ンダカラ、ココデハ他ノ方法ヲ研究シヨウ。

例一 $x^2+6x+9=25$ ヲ解ケ。

解 與式ノ兩邊ハトモニ二乗ノ形ニスルコトガ出來ル。故ニ

$$\begin{aligned} x^2+6x+9 &= 25 \\ (x+3)^2 &= 5^2 \\ \text{コノ兩邊ヲ平方ニ開ケト} \\ x+3 &= \pm 5 \\ x &= \pm 5-3 \\ x &= 2 \quad \text{又} \quad -8 \quad \text{答} \quad \underline{2, -8} \end{aligned}$$

注意 $(x+3)^2=5^2$ ノ兩邊ヲ平方ニ開ケバ兩邊トモ複號士ガツク筈デアル。

即チ $\pm(x+3)=\pm 5$

併シコレハ結局上ノ二通りニナルカラ既知項ノ方ニ士ヲツケルダケデヨイ、

問 題

次ノ方程式ヲ例一ノヤウナ方法デ解ケ。40—(42)

40 $x^2-6x+9=25$

(40) $x^2-4x+4=9$

41 $x^2-2x+1=36$

(41) $y^2-10y+25=4$

42 $y^2+22y+121=64$

(42) $y^2+18y+81=49$

次ノ式ノ()内ニ適當ナ數ヲ入レテ例一ノヤウナ方程式トシテ後コレヲ解ケ。43—(44)

43 $x^2-8x+(\quad)=1$

(43) $y^2-20y+(\quad)=100$

44 $y^2+14y+(\quad)=81$

(44) $x^2-12x+(\quad)=121$

例二 $x^2-6x+4=0$ ヲ解ケ。

解 コノ左邊ハ既知項4ガ9ナラバ丁度二乗ノ形(完全平方式)トナルカラ、ソレニ導ク如クスルニ $x^2-6x+4=0$
4ヲ移項シテ $x^2-6x=-4$
兩邊ニ9ヲ加ヘテ $x^2-6x+9=-4+9$

$(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5}$

$x=3\pm\sqrt{5}=3\pm 2.236$

$x=5.236$ 又ハ 0.764

答 5.236, 0.764

問題

例二 = 做ツテ次ノ方程式ヲ解ケ. 45-(47)

$$45 \quad x^2 - 6x + 2 = 0 \quad | \quad (45) \quad x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$46 \quad x^2 - 8x + 10 = 0 \quad | \quad (46) \quad x^2 - 10x + 22 = 0$$

$$47 \quad y^2 + 12y + 29 = 0 \quad | \quad (47) \quad y^2 + 14y + 2 = 0$$

例三 $3x^2 - 14x + 15 = 0$ ヲ解ケ.

解 $3x^2 - 14x + 15 = 0$

x^2 ノ係數ガ 1 デアレバ例二ノヤウニシテ
解クコトガ出來ル.

ソレ故 $3x^2 - 14x + 15 = 0$ ノ兩邊ヲ 3 デ割レバ

$$x^2 - \frac{14}{3}x + 5 = 0$$

$$x^2 - \frac{14}{3}x = -5$$

コノ兩邊ニ x ノ係數 $-\frac{14}{3}$ ノ半分ノ二乗ヲ
加ヘルト

$$x^2 - \frac{14}{3}x + \left(\frac{7}{3}\right)^2 = -5 + \left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$x - \frac{7}{3} = \pm \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7}{3} \pm \frac{2}{3}$$

$$x = 3 \quad \text{又ハ} \quad 1\frac{2}{3} \quad \text{答} \quad 3, 1\frac{2}{3}$$

(比較) 例三ノ左邊ヲ因數ニ分解スルト

$$3x^2 - 14x + 15 = (3x - 5)(x - 3)$$

ソレ故 $(3x - 5)(x - 3) = 0$

$$3x - 5 = 0 \quad \text{又ハ} \quad x - 3 = 0$$

$$3x = 5 \quad | \quad x = 3$$

$$x = 1\frac{2}{3} \quad | \quad \text{答} \quad 3, 1\frac{2}{3}$$

完全平方式ヲ作ツテ一元二次方程式
ヲ解クニハ

(1) 既知項ヲ右邊ニ未知項ヲ左邊ニ
集メ、且未知項ハ降冪ノ順ニスル.

(2) x^2 ノ係數デ兩邊ヲ割ル.

(3) x ノ係數ノ半分ノ平方ヲ兩邊ニ
加ヘル.

(4) 左邊ヲ一次式ノ二乗ノ形(完全平
方式)トシテ後兩邊ヲ平方ニ開キ、右邊ニ
ダケ複號士ヲ附ケル.

(5) 左邊ノ既知項ヲ右邊ニ移シ、複號
ノ十ノトキトーノトキトノ値ヲ計算シ
テ二ツノ根ヲ求メル.

問題

例三 = 做ツテ次ノ方程式ヲ解キ根ガ根數ヲ含ムト
キハ小數第三位マデノ近似値ヲ求メヨ. 48-(52)

48 $2x^2 - 3x + 1 = 0$

(48) $x^2 - 6x + 4 = 0$

49 $x^2 + 4x = 12$

(49) $y^2 - 6y = 16$

50 $x^2 - 8x - 9 = 0$

(50) $x^2 - 14x = 15$

51 $3x^2 - 10x + 3 = 0$

(51) $2x^2 + 17x + 21 = 0$

52 $4x^2 - 15x = -9$

(52) $6x^2 + 13x = 5$

(b) 根ノ公式ニヨル一元二次方程式ノ解法

例四 $ax^2 + bx + c = 0$ ヲ解ケ. (但シ $a \neq 0$)

解 $ax^2 + bx + c = 0$ ノ c ヲ移項シテ a デ
兩邊ヲ割レバ

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

左邊ヲ完全平方式トスルタメ兩邊 $= \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ ヲ
加ヘテ

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

故ニ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

即チ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

一元二次方程式ハ一般ニ

(1) x^2 ノ項, (2) x ノ項, (3) 既知項
ノ三ツカラ出來テキル. ソレ故

$$ax^2 + bx + c = 0 \cdots \cdots (1)$$

ハ何レノ一元二次方程式デモ代表スル一元
二次方程式ノ一般ノ形ト考ヘラレル. 故ニ
(1) ノ根ハ一元二次方程式ノ根ノ公式デアル.

問 前頁ノ問題48-52)ハ(1)ノ方程式ノ a, b, c ガ夫
夫何デアル場合カ.

例五 $3x^2 - 14x + 15 = 0$ (例三)ヲ解ケ.

解 與方程式ヲ一般ノ形ト照シ合セテ
見ルニ $a=3, b=-14, c=15$ ノ場合デアルカラ

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 3 \times 15}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{14 \pm \sqrt{196 - 180}}{6} = \frac{14 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$= \frac{14 \pm 4}{6} = 3 \text{ 又ハ } \frac{5}{3} \text{ 即チ } 1\frac{2}{3}$$

答 $3, 1\frac{2}{3}$

問題

根ノ公式ニヨツテ次ノ方程式ヲ解ケ。53—(59)

但シ根ガ根數ヲ含ムトキハ、其ノ値ハ小數第三位ヲ四捨五入シテ小數第二位マデ求メヨ。

53 $2x^2 - 5x + 2 = 0$

(53) $3x^2 + 10x + 3 = 0$

54 $5x^2 + 6x + 1 = 0$

(54) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

55 $-x^2 - 2x + 15 = 0$

(55) $-x^2 + 9x + 22 = 0$

注意 55, (55)ハ兩邊ニ -1 ヲ掛ケ x^2 ノ係數ヲ正トシテ後公式ニ當テハメルガヨイ。

56 $3n(n-5) = 14$

(56) $2x(x-12) + 35 = 0$

57 $0.2x^2 - 0.5x = 0.3$

(57) $0.75x^2 + 8 = 5x$

58 $2x^2 - 6x = 0$

(58) $3x^2 + 8x = 0$

59 $x^2 + \frac{2}{3}x = 40$

(59) $y^2 + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}y$

60 二數ガアツテ其ノ和ハ15、積ハ56デアルト。其ノ二數如何。

(60) 或ル數トコレヨリ4多イ數トノ積ハ117デアルト。或ル數如何。

61 或ル數ノ $\frac{1}{3}$ ト $\frac{1}{5}$ トノ積ハ60デアルト。或ル數トハ如何ナル數カ。

(61) 或ル數ノ $\frac{1}{4}$ ト $\frac{1}{6}$ トノ積カラ4ヲ引クト2ガ殘ルト。或ル數如何。

19. 一元二次方程式ノ根ト係數トノ關係

例一 $x^2 - 7x + 12 = 0$ ノ根ヲ求メ、ソレト係數トノ關係ヲ調べヨ。

解 $x^2 - 7x + 12 = 0$ ノ根ハ3ト4トデアル。

コノ根ノ3ト4ト方程式ノ各項ノ係數1ト -7 及ビ12トノ關係ヲ考ヘルト

$$x^2 - (3+4)x + 3 \times 4 = 0$$

即チ x^2 ノ係數ガ1ノ一元二次方程式デハ二根ノ和ハ x ノ係數ノ符號ヲ變ヘタモノニ等シク、二根ノ積ハ既知項ニ等シイ。

問題

次ノ方程式ノ二根ヲ求メ、ソノ和ト積トヲ方程式ノ係數ト比較セヨ。62—(64)

62 $x^2 - 7x + 10 = 0$

(62) $x^2 - 30x + 200 = 0$

63 $x^2 - 6x + 9 = 0$

(63) $x^2 - 10x + 25 = 0$

64 $x^2 + 3x - 10 = 0$

(64) $x^2 - 4x + 45 = 0$

次ノ二根ヲ有スル方程式ヲ作レ。

65 5, -7 ; 12, 0 | (65) 8, -6 ; -3 , 3

一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$

ノ二根ノ一方ヲ α , 他方ヲ β トスルト

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

故ニ

$$\alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{c}{a}$$

即チ一元二次方程式ニ於テハ

二根ノ和ハ x^2 ノ係數デ x ノ係數ヲ割ツ
タモノノ符號ヲ變ヘタモノニ等シク, 二
根ノ積ハ x^2 ノ係數デ既知項ヲ割ツタモ
ノニ等シイ.

例二 $3x^2+5x+1=0$ ノ根ヲ求メナイデ二根
ノ和ト積トヲ求メヨ.

解 二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha + \beta = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}, \quad \alpha\beta = \frac{1}{3}$$

答 和 $-1\frac{2}{3}$, 積 $\frac{1}{3}$



$$ax^2+bx+c=0 \quad \begin{array}{l} \text{ノ二根ガ等シトスルニ} \\ \text{ハ} \end{array} \quad \begin{array}{l} b^2-4ac=0 \\ \text{(等根)} \end{array}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例三 $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ヲ二根トスル一元二次方程式ヲ作レ.

[解] 二根ノ和ハ $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$

二根ノ積ハ $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

故ニ求メル方程式ハ

$$x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0 \quad \text{即チ} \quad 6x^2 - 7x + 2 = 0 \quad \text{答}$$

又ハ求メル方程式ハ

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \text{コノ括弧ヲ解イテ}$$

$$x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0 \quad \text{即チ} \quad 6x^2 - 7x + 2 = 0 \quad \text{答}$$

問題

66 方程式

$2x^2-4x+1=0$ ノ二根ノ
和ト積トヲ求メヨ.

67 $9x^2+bx+4=0$ ノ二
根ガ等シクナルヤウニ
 b ノ値ヲ定メヨ.

68 次ノ二根ヲ有スル
一元二次方程式ヲ作レ.

$$1\frac{1}{2}, \quad 3\frac{1}{2}$$

(66) 方程式

$9x^2-3x-2=0$ ノ二根ノ
和ト積トヲ求メヨ.

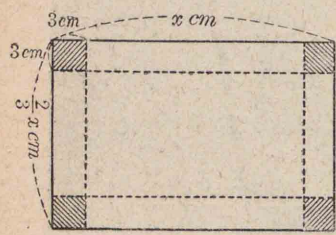
(67) $3x^2-4x+c=0$ ノ二
根ガ等シクナルヤウニ
 c ノ値ヲ定メヨ.

(68) 次ノ二根ヲ有スル
一元二次方程式ヲ作レ.

$$1+\sqrt{5}, \quad 1-\sqrt{5}$$

20. 一元二次方程式ノ應用問題

例一 或ル人ガ圖ノヤウナ縦ノ長サガ横



ノ長サノ $\frac{2}{3}$ ノ矩形ノ
「ブリキ」板ヲ用ヒ、ソノ
四隅カラ1邊ガ 3cm
ノ正方形ヲ截リ落シ、
其ノ残リヲ點線ニ沿

ウテ折リ曲ゲ、直方體ノ箱ヲ作り、其ノ容積ガ
 756 立方糶アルヤウニシヨウトシタ。縦横ガ
各何糶ノ板ヲ用ヒレバヨイカ。

〔解〕 横ノ長サヲ $x\text{cm}$ トスルト、縦ノ長サハ
 $\frac{2}{3}x\text{cm}$ デアルカラ、箱ノ底面ノ縦横ノ長サハ
夫々 $(x-6)\text{cm}$ 、 $(\frac{2}{3}x-6)\text{cm}$ デ、深サハ 3cm トナ
ル。トコロガ容積ガ 756cc デアルカラ次ノ
式ヲ得ル。

$$3(x-6)\left(\frac{2}{3}x-6\right)=756$$

$$\text{之ヲ解クニ} \quad (x-6)\left(\frac{2}{3}x-6\right)=252$$

$$\frac{2}{3}x^2-10x+36=252$$

$$\frac{2}{3}x^2-10x-216=0$$

$$\text{分母ヲ拂ツテ} \quad 2x^2-30x-648=0$$

$$\text{兩邊ヲ2デ割ツテ} \quad x^2-15x-324=0$$

$$\text{根ノ公式ニヨリ} \quad x=\frac{15\pm\sqrt{225+1296}}{2}$$

$$x=\frac{15\pm 39}{2}=27 \text{ 又ハ } -12$$

矩形ノ一邊ノ長サニ負ノ値ハ無イカラ正

ノ値ヲ採ツテ、横ハ 27cm 、從ツテ縦ハ

$27\text{cm} \times \frac{2}{3} = 18\text{cm}$ デアル。答縦 18cm 、横 27cm

問題

69 三角形ガアツテ、ソ
ノ高サハ底邊ヨリモ
 2cm 長ク、面積ハ 84 平方
糶アルトイフ。高サト
底邊トハ各幾糶カ。

70 圓形ノ池ノ周圍ニ
幅 1m ノ路ガアツテ、ソ
ノ道路ノ總面積ハ池ノ
面積ノ $\frac{7}{9}$ デアルトイフ。
池ノ半徑ハ幾米カ。

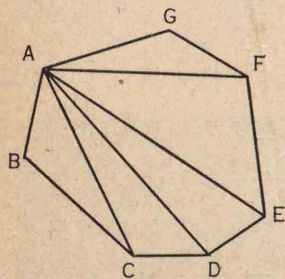
(69) 横ガ縦ヨリモ 9m
長クテ、面積ガ 850 平方
米アル矩形ノ土地ヲ千
分ノ一ノ縮圖デ畫ケ。

(70) 長サ 100m 、幅 60m
ノ矩形ノ運動場ノ外側
ニ幅ノ一樣ナ歩道ヲ作
ツテ歩道ノ全面積ヲ運
動場ノ面積ノ $\frac{1}{3}$ ニシタ
イト思フ。歩道ノ幅ヲ

何程ニスベキカ。 m ノ小數第一位マデ求メヨ。

71 金 2400 圓ヲ 2 年間
同ジ利率デ預ケテ置ク
ト、單利ト複利トデハ元
利合計ガ 6 圓ダケ違フ
トイフ。年利率ハ何程
デアルカ。

72 對角線ノ總數ガ 14
本デアル多角形ハ何邊
形デアルカ。



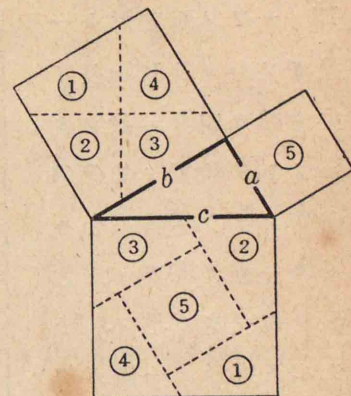
注意 n 邊形ノ一頂點
カラ引クコトノ出來
ル對角線ノ總數ハ
 $(n-3)$ 本デアル。

(71) 初メ = 1000 圓ヲ預
ケ、一ケ年後 = 更 = 450
圓ヲ加ヘテ前ト同ジ利
率デ尙一ケ年預ケテ元
利合計 1575 圓ヲ得タト
イフ。年利率ハ何程カ。

(72) 何レノ三點モ同一
直線上ニナイ幾ツカノ
點ガアツテ、ソノ二點宛
ヲ結ブ直線ノ總數ガ 55
本デアルトイフ。點ノ
總數ハ何程デアルカ。

注意 點ノ總數ヲ n ト
シ、問題 72 ト同ジヤウ
ニ、 n 個ノ中ノ任意ノ
一點ト他ノ總テノ點
トヲ結ブ直線ガ幾本
アルカラ考ヘヨ。

直角三角形デハ常ニ
斜邊ヲ一邊トスル正方
形ノ面積ハ他ノ二邊ヲ
夫々一邊トスル正方形
ノ面積ノ和ニ等シイト
イフコトガアツテ、コレ
ハピタゴラスガ考ヘ出
シタト言ハレテキル幾
何學ノ最モ重要ナ定理
デアル。即チ斜邊ガ c
纏、他ノ二邊ガ夫々 a 纏、 b 纏ノ直角三角形デハ

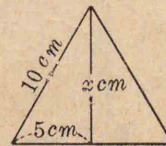


$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{デアル。}$$

73 直角ヲ夾ム二邊ガ
夫々 20 cm, 21 cm ノ直角
三角形ノ斜邊ノ長サハ
何程デアルカ。

74 一邊ガ 10 cm ノ正三
角形ノ高

サ如何。
但シ纏ノ
小數第一
位マデ答ヘヨ。

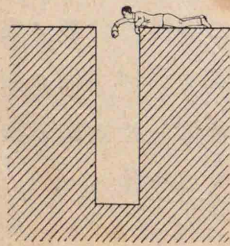


(73) 直角三角形ノ斜邊
ノ長サガ 65 cm, 直角ヲ夾
ム一邊ガ 33 cm デアルト、
他ノ一邊ノ長サハ如何。

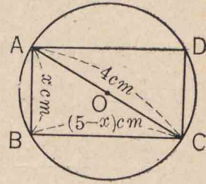
(74) 高サ 7 cm 等邊ガ 9 cm
ノ二等邊三角形ノ底邊
ノ長サ如何。但シ纏ノ
小數第一位未滿ハ四捨
五入シテ答ヘヨ。

75 一ツノ正方形ト、一
邊ガソレヨリ16cm長イ
正方形ヲ四ツニ截ツタ
モノトヲ前頁ノ①,②,③,
④,⑤ノヤウニ接ギ合ハ
セテ一邊ガ80cmノ正方
形ヲ作ラウト思フ。小
サイ正方形ノ一邊ガ何
程デアレバヨイカ。

76 物ヲ自然ニ落スト
落チ初メテカラ*t*秒間
ニ4.9*t*²米ダケ落チル。
今深サ35米ノ穴ノ縁ノ
所デ握ツテキル石ヲ放
スト、此ノ石ハ何秒デ穴
ノ底ニトドクカ。



75 直径ガ4cmノ圓ニ
周圍ガ10cmノ矩形ヲ内
接サセルト、其ノ各邊ノ
長サハ
何程ニ
ナルカ。
繩ノ小
數第二
位マデ
計算セヨ。



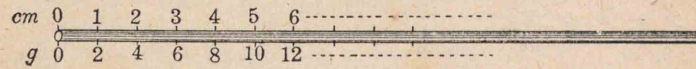
76 毎秒*v*米ノ速サデ
眞上ニ抛ゲ上ゲタ物體
ハ抛ゲ始メテカラ*t*秒
後ニハ(*vt*-4.9*t*²)米ノ
高サノ所ニアル。毎秒
721米ノ速サデ直上ニ
射チ出サレタ小銃彈ハ
何秒後ニ1000米ノ高サ
ノ所ニアルカ。但シ空
氣ノ抵抗ハナ
イモノト假定
スル。



第七章 函數及グラフ

21. 函 數

ココニ太サノ一樣ナ銅線ガアツテ、ソノ長
サ1cmノ重サヲ2*g*トシ、此ノ銅線ノ長サト重
サトノ關係ヲ圖ニ示スト



デアツテ、長サト重サトハ互ニ比例シテキル。

今此ノ銅線 *l* cm ノ重サヲ *m* *g* トスルト

$$m = 2l \dots \dots \dots (A)$$

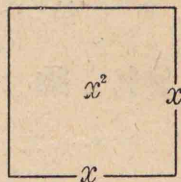
コレガ此ノ銅線ノ長サト重サトノ關係ヲ表
ハス式デアル。

吾々が日常出會フ事柄ノ間ニモ幾ツカノ
量ガ相伴ツテ變化スルトイフ場合ガ随分多
イ。

例ヘバ1日ノ晝ノ時間ト夜ノ時間トハ相
伴ツテ變ハル。今1日ノ中ノ晝ノ時間ヲ *x*
時間、夜ノ時間ヲ *y* 時間トスルト

$$y = 24 - x \dots \dots \dots (B)$$

問1 正方形ノ一邊ノ長サヲ x
 纏ソノ面積ヲ y 平方糎デ表ハスト、
 x ト y トノ間ニハドンナ關係式ガ
 成立ツカ。又ソノ關係ヲグラフデ
 表ハシテ見ヨ。



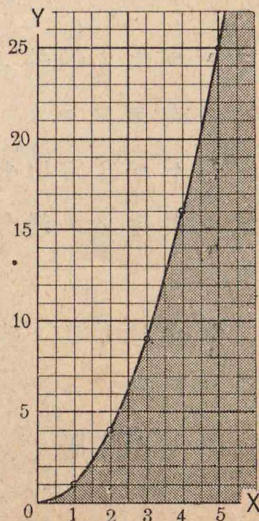
正方形ノ面積ハ一邊ノ長サヲ二乗シテ得
 ラレルカラ

$$y = x^2 \dots\dots\dots(C)$$

コノ式ノ x ニ色々ナ値ヲ與ヘテ、ソレニ對
 應スル y ノ値ヲ求メテ表ニシテ見ルト、

x	1	2	3	4	5
y	1	4	9	16	25

コノ x ト y トノ關係ヲ
 グラフニ表ハスト右ノヤ
 ウニナル。コノ場合ハ相
 對應スル x ト y ノ値デ點
 ヲ作ツテ見ルト、一直線ニ
 ハ並バナイカラ此等ノ點
 ヲ出來ルダケ滑カナ曲線
 デ結ブノデアル。



又元金 5000 圓ヲ年利率 3 分 5 厘ノ複利デ
 銀行ニ預ケルトキ、 n 年後ニ於ケル元利合計
 ヲ A 圓トスレバ、 A ト n トノ關係ハ

$$A = 5000 \times 1.035^n \dots\dots\dots(D)$$

デ表ハサレル。

(A) 式ノ l ト m 、(B) 式ヤ (C) 式ノ x ト y 、(D) 式
 ノ A ト n 等ハ色々ナ値ヲ取り得ル數デアル
 カラコレヲ變數トイフ。變數ニ對シテ普通
 ノ數ヤ、又ハ文字デアツテモ少ナクトモ其ノ
 問題ノ中デハ一定ノ値ヲ持ツテキルモノヲ
 常數トイフ。

(A) 式ノ 2、(B) 式ノ 24、(D) 式ノ 5000 及ビ 1.035
 等ハ常數デアル。

二ツノ變數 x 、 y ガアツテ、 x ノ或ル値
 ニ對シテ他ノ變數 y ノ或ル値ガ對應ス
 ルヤウナ關係ガアルトキハ、「變數 y ハ變
 數 x ノ函數デアル」トイフ。

上ノ例デ m 、 y 、 A ハ夫々 l 、 x 、 n ノ函數デアル。
 又反對ニ l 、 x 、 n ハ夫々 m 、 y 、 A ノ函數デアル
 ト考ヘテモヨイ。

問題

- 1 底邊ノ長サガ一定 ($a\text{cm}$)ノ三角形ノ面積ハ何ノ函数デアルカ. 此ノトキノ變數ト函数トノ關係ヲ式デ書表ハセ.
- 2 物體ガ自然ニ落下スルトキ, 落ち初メテカラ t 秒間ニ降ル距離ヲ S 米トスルト $S=4.9t^2$ デアル. 此ノ關係式カラ何ガ何ノ函数デアルカヲイヘ. 又此ノトキノ常數ハ何カ. [94頁76]
- 3 圓周率ヲ π , 圓ノ半徑ヲ $r\text{cm}$, 面積ヲ A 平方糎トスルト $A=\pi r^2$ デアル. 圓ノ面積ハ何ノ函数デアルカ.

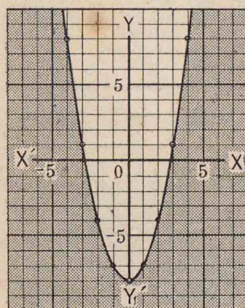
- (1) 圓ノ半徑ト周トノ關係ヲ式デ表ハセ. 圓ノ周ハ何ノ函数デアアルカ. 又其ノトキノ常數ハ何カ.
- (2) 一定ノ速サデ走ル汽車ガ通過スル距離ハ何ノ函数カ. 又毎時 60km ノ速サデ走ル汽車ノ通過スル距離トコレニ要スル時間トノ關係式ヲ書ケ. 又此ノ時, 何ガ何ノ函数デアアルカ.
- (3) 球ノ半徑ヲ r , 圓周率ヲ π デ表ハストソノ體積 V ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ デ表ハサレル. 常數, 變數, 函数ハ夫々何カ.

22. 二次函数ノグラフ及極大極小

或ル變數ノ函数ガ其ノ變數ニツイテノ二次式デ表ハサレルナラバ, コノ函数ヲ二次函数トイフ.

例一 x ノ函数 x^2-8 ノグラフヲ描ケ.

解 $y=x^2-8$ ト置キ, 變數 x ノ變化ニ伴フ函数 y ノ値ノ變化ヲ考ヘ, ソノ對應スル値ヲ求メテ見ルト



x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	1	-4	-7	-8	-7	-4	1	8	...

尙コノ際, x ガ負カラ順次ニ増大シテ 0 トナルト, y ハ順次ニ減少シテ -8 トナリ, x ガ更ニ増大スルト, y ハ却ツテ -8 カラ増大スルコトガワカル. ソレ故對應スル x, y ノ値ヲ座標トスル點ハ, 點 $(0, -8)$ ヨリモ下ニハナイカラ, 上ノ表ノ各組ノ値ニヨツテ點ヲ打ち, 此等ノ點ヲ順次ニ滑カニ連結スルト, 圖ノヤウナ曲線ノグラフガ得ラレル.

コノ曲線ハ拋物線ト呼バレル.

問1 例一ノ圖上ニコレト同ジ軸ヲ用ヒテ

$y=x^2, y=x^2+5, y=x^2-10$ ノグラフヲ描ケ。

例一及ビ上ノ問1ノグラフハ何レモ $y=x^2$ ノグラフヲ上下ニ移動シタモノニ過ギナイ。
 $y=x^2$ ノグラフヲ標準拋物線トイフ。例一ノ $y=x^2-8$ ノグラフハ又

$$x^2=y+8 \quad \text{又ハ} \quad x=\pm\sqrt{y+8}$$

ノグラフトイフコトモ出來ル。

今 y ノ値ヲ種々ニトリ、之ニ對應スル x ノ値ヲ考ヘルト、次ノ表ノヤウニ、

y	...	8	...	1	0	-1	-2	-3	...	-8
x	...	± 4	...	± 3	$\pm 2\sqrt{2}$	$\pm \sqrt{7}$	$\pm \sqrt{6}$	$\pm \sqrt{5}$...	0

y ノ一ツノ値ニ對シテ x ニハ符號ガ反對デ絶對値ノ等シイ二ツノ値ガアル。ソレガ y ガ -8 ノトキハ唯一ツノ値トナリ、グラフ上ノ點モ唯一ツデアアルコトガワカル。

尙 y ノ値ヲ減ジテ行ツテソレニ應ズル x ノ値ヲ考ヘルト

y	-9	-10	-11
x	$\pm\sqrt{-1}$	$\pm\sqrt{-2}$	$\pm\sqrt{-3}$

トナリ、 y ノ -8 ヨリ小サイ値ニ對シテハ數ノ

上デハ根號内ニ負數ガ現ハレルガ、グラフノ上デハ之ニ應ズル點ハナイ。コレハ

平方根ノ根號内ニ負數ヲ持ツ數ハ吾々ノ實際生活ニハ表ハレナイ數デアルコトヲ示ス。コノヤウナ數ヲ虚數ト名ヅケ、二乗スレバ負數トナル數ト規約スル。虚數ニ對シテ今マデ學ンデ來タ數ヲ實數トイフ。

例ヘバ $(\sqrt{-3})^2 = -3, -(\sqrt{-5})^2 = -(-5) = 5$

例二 $x^2+9=0$ ヲ解ケ。

【解】 $x^2+9=0$
 $x^2=-9$
 $x=\pm\sqrt{-9} \quad x=\pm 3\sqrt{-1}$ 答 $\pm 3\sqrt{-1}$

注意 $\sqrt{-9} = \sqrt{-1 \times 9} = \sqrt{9} \times \sqrt{-1} = 3\sqrt{-1}$ デアアル。

問 題

次ノ方程式ヲ解ケ。 4-(6)

- | | | |
|--|--|--|
| <p>4 $x^2+25=0$</p> <p>5 $x^2+2x+4=0$</p> <p>6 $y^2-5y+5=0$</p> | | <p>(4) $y^2+12=0$</p> <p>(5) $x^2-x+3=0$</p> <p>(6) $5x^2+6x+2=0$</p> |
|--|--|--|

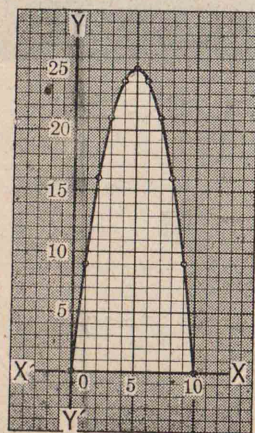
例三 周囲ガ20米ノ矩形ノ中デ面積ノ最大ナモノハ何カ. コレヲグラフデ解ケ.

解 矩形ノ周囲ガ20米デアルカラ, 縦ト横トノ長サノ和ハ10米デアル. ソレ故縦ノ長サヲ x 米デ表ハスト, 横ノ長サハ $(10-x)$ 米デ, ソノ矩形ノ面積ヲ y 平方米トスルト

$$y=x(10-x) \quad \text{ノ式ガ得ラレル.}$$

今 x ガ順々ニ 0 ト 10 トノ間ノ値ヲ取ル場合, x ノ整数ニ對應スル y ノ値ヲ求メテ表ニシテ見ルト,

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0



此等ノ各組ノ値ニヨツテ方眼紙上ニ順次ニ點ヲ取リ, ソレラノ點ヲ滑カニ連結スルト圖ノヤウニナル.

コレモ拋物線デアツテ, 例一ノ拋物線ト異ナルトコロハ其ノ向キト, 軸ニ對スル位置等デアル.

(a) 今コノ拋物線上ノ點ノ座標ヲ檢ベテ見ルニ, x ガ 0 カラ順次ニ増スニ從ツテ y モ増シ, $x=5$ ノトキ $y=25$ トナリ, x ガ更ニ増スニツレテ y ハ却ツテ減ルコトガワカル.

即チ y ノ取り得ル値ノ中デ最モ大キイモノハ 25 デ, 其ノトキノ x ノ値ハ 5 デアル.

ソレ故周囲ガ20米ノ矩形ノ中デ面積ノ最大ナモノハ縦ガ5米, 從ツテ横モ5米ノ正方形デ, ソノ面積ハ 25 平方米デアル.

今式ノ上カラ上ノ結果ヲ出シテ見ヨウ.

$$\begin{aligned} y &= x(10-x) = 10x - x^2 \\ &= -(-10x + x^2) \\ &= -(x-5)^2 + 25 \end{aligned}$$

コノ式ノ中ノ $-(x-5)^2$ ハ 0 以外ノトキハ常ニ負デ, 決シテ正トナルコトハナイ. 從ツテ y ハ $-(x-5)^2 = 0$ 即チ $x=5$ ノトキ最大デ, 其ノ値ハ 25 デアル.

① 方程式ノ解法 ② 最大値又最小値が求メラレル ③ 上向き, 下向き $-x$ 係数
 (+) (-)
 ④ 不等式ノ解法

(b) 例三ノ曲線ガ x 軸ト出會フノハ $y=0$ ノトキデアアルカラ, 其ノ交點ノ x ノ値(即チ横座標)ガ方程式 $x(10-x)=0$ ノ根トナル. コレハ 0 ト 10 トデアツテ計算デ求メルモノト一致シテキル.

或ル函數ノ値ガ其ノ變數ノ値ノ變化ニツレテ次第ニ増シ, 遂ニ増大ノ極點ニ達シ, 其ノ後ハ却テ減ルナラバ, 其ノ増大ノ極點ノ函數ノ値ヲ其ノ**最大**値トイフ.

例三ノ函數 $x(10-x)$ ノ極大値ハ 25 デアル.

或ル函數ノ値ガ其ノ變數ノ値ノ變化ニツレテ次第ニ減リ, 遂ニ減少ノ極點ニ達シ, 其ノ後ハ却テ増スナラバ, 其ノ減少ノ極點ノ函數ノ値ヲ其ノ**最小**値トイフ.

例一ノ函數 x^2-8 ノ極小値ハ -8 デアル.

問題

7 $y=x^2-2x+1$ ノグラフヲ描イテ標準拋物線ト重ネ合セテ見ヨ.

(7) $y=x^2-2x-3$ 及ビ $y=x^2-2x+5$ ノグラフヲ描ケ.

次ノ一元二次方程式ヲグラフデ解キ, 計算ニヨル結果ト比較セヨ.

8 $x^2-4x-5=0$

注意 $y=x^2-4x-5$

ノグラフヲ描ケ.

コノグラフガ x 軸ト交ハル點ヲ考ヘヨ.

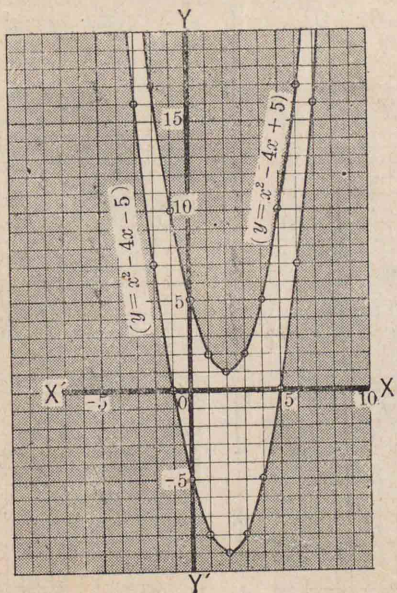
(8) $x^2-4x+5=0$

注意 $y=x^2-4x+5$

ノグラフヲ描ケ.

コノグラフガ x 軸ト交ハラナイコトハ如何ナルコトヲ示スカ.

計算デ求めルト $x=2 \pm \sqrt{-1}$ トナル.



9 $x^2-2x-8=0$ ヲグラフト計算トノ兩方デ解ケ.

(9) $x^2-x-12=0$ ヲグラフト計算トノ兩方デ解ケ.

(1) $y = x^2 + 3x + 1$
 (2) $y = -x^2 + 5x + 3$
 分り. 計算 最大 最小

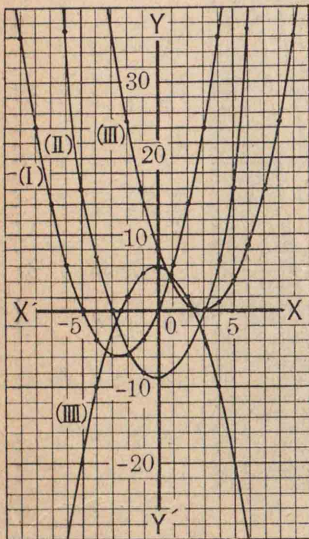
次ノ圖ハ下ノ各式ノグラフデアル. ドノ式ガドノ
 グラフニ當ツテキルカヲイヘ.

10 4 $y = x^2 - 9$

□ $y = 6 - x^2$

ハ $y = x^2 + 5x$

ニ $y = x^2 - 6x + 9$

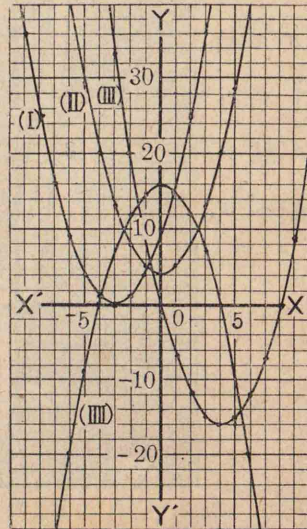


10 (1) $y = x^2 + 4$

□ $y = -x^2 + 16$

ハ $y = x^2 - 8x$

ニ $y = x^2 + 6x + 9$



注意 $y = ax^2 + bx + c$ ノグラフト x 軸トノ交
 点ノ横座標ガ $ax^2 + bx + c = 0$ ノ根デアル事ヲ
 利用スルト上ノ解ヲ得ルノニ都合ガヨイ.

23. 二元二次方程式ノグラフ

例一 $x^2 + y^2 = 25$ ノグラフヲ描ケ.

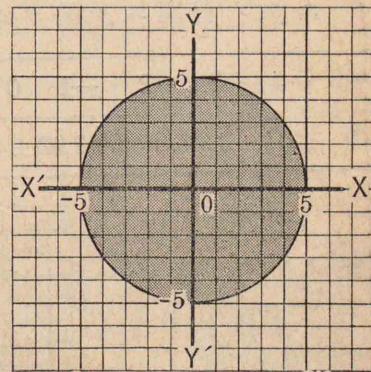
解 $x^2 + y^2 = 25$ ノ y ヲ變數 x ノ函数トシ
 テ表ハスト $y = \pm\sqrt{25 - x^2}$ デアル. コノ式カ
 ラ對應スル x, y ノ値ヲ求メテ見ルト

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	0	± 3	± 4	± 4.58	± 4.90	± 5	± 4.90	± 4.58	± 4	± 3	0

コレニヨツテ上ノ方程式ノグラフヲ描ク

ト次ノヤウナ圓ト
 ナル.

此ノ圓ノ半径ハ
 $\sqrt{25} = 5$ デ, 中心ハ
 原点デアル.



注意

$y = \pm\sqrt{25 - x^2}$

デアルカラ $x > 5$ ヤ $x < -5$ ノヤウナ x ノ値
 ニ對スル y ノ値ハナイ. 又 $x = \pm\sqrt{25 - y^2}$ デ
 アルカラ $y > 5$ ヤ $y < -5$ ヤウノナ y ノ値ニ
 對スル x ノ値モナイ.

例二 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ノグラフヲ描ケ.

解 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ヲ變化スルト

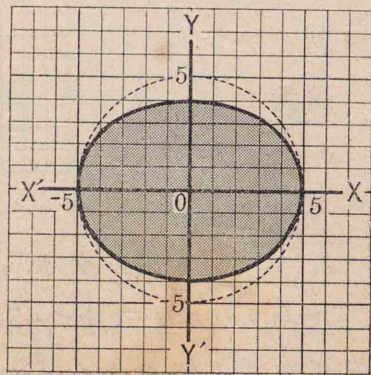
$$y = \pm \frac{4}{5} \sqrt{25 - x^2} \quad \text{トナルカラ}$$

x ノ値ニ對應スル y ノ値ハ丁度例一ノ場合ノ値ノ $\frac{4}{5}$ デアル. ソレ故例一ノ圓ノ縦ガ $\frac{4}{5}$ ニ縮ンダ形ガ得ラレル筈デアル.

x, y ノ對應スル値ヲ求メテ見ルト

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	0	± 2.4	± 3.2	± 3.66	± 3.92	± 4	± 3.92	± 3.66	± 3.2	± 2.4	0

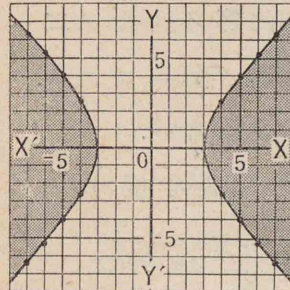
コレニヨツテ
上ノ方程式ノグ
ラフヲ描クト右
ノヤウナ閉ヂタ
曲線ガ得ラレル.
此ノ曲線ハ橢
圓ト呼バレル.



例三 $x^2 - y^2 = 9$ ノグラフヲ描ケ.

解 $x^2 - y^2 = 9$ カラ $y = \pm \sqrt{x^2 - 9}$

x, y ノ對應スル値ハ



x	± 3	± 4	± 5	± 6	± 7
y	0	± 2.65	± 4	± 5.20	± 6.32

コレニヨツテ上ノ方
程式ノグラフヲ描クト上

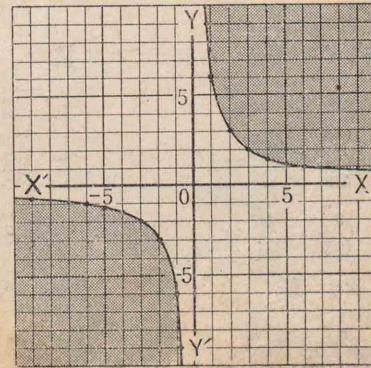
ノヤウナ雙曲線ガ得ラレル.

例四 $xy = 6$ ノグラフヲ描ケ.

解 x, y ノ對應スル値ヲ求メルト

x	..	-6	-5	-4	-3	-2	-1	..	1	2	3	4	5	6	..
y	..	-1	-1.2	-1.5	-2	-3	-6	..	6	3	2	1.5	1.2	1	..

コレニヨツテ
グラフヲ描クト
右ノヤウナ曲線
トナル. コレモ
ヤハリ雙曲線デ
ハアルガ, 例三ノ
モノトハ軸ニ對
スル位置ガ異ナ
ツテキル.



或ル特別ノ場合ノ外ハ、 x ト y ニツイテノ二元二次方程式ノグラフハ、圓、橢圓、雙曲線、又ハ拋物線ノ何レカニナル。此等ノ曲線ヲ二次曲線トイフ。ソシテ方程式ノ形ニヨツテ、其ノ表ハス曲線ヲ知ルコトガ出來ル。

(1) $x^2 + y^2 = r^2$ 圓(半径 r)

(2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 橢圓 (a, b ノ何レカ一方ガ短半径デ他ガ長半径)

(3) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, xy = c$ 雙曲線

(4) $y = ax^2 + bx + c, y^2 = px$ 拋物線

問題

次ノ方程式ノグラフヲ描ケ。 11—(15)

11 $x^2 + y^2 = 64$

12 $\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{4} = 1$

● 13 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{81} = 1$

14 $xy = 12$

15 $x^2 - y^2 = 0$

(11) $y^2 = 4x$

(12) $y^2 = \frac{16}{25}(36 - x^2)$

(13) $y^2 = \frac{25}{64}(x^2 - 64)$

(14) $y^2 - x^2 = 36$

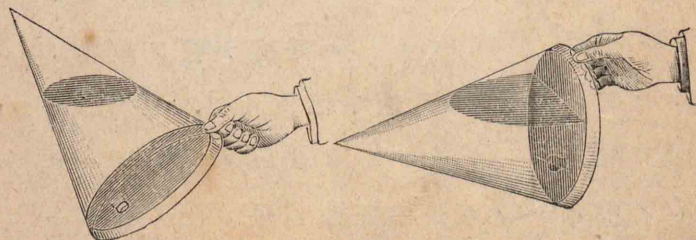
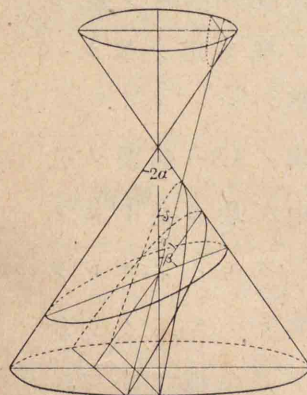
(15) $xy = 8$

$xy = -24$

前ニ述ベタヤウニ、一ツノ二元二次方程式ヲグラフニ表ハスト特別ノ場合ヲ除ク外ハ總テ圓、橢圓、雙曲線、拋物線ノ中ノ何レカニナル。ソシテ此等ノ四種ノ曲線ハ何レモ直圓錐ヲ平面デ截ツタトキニ其ノ截口トシテ現ハレルモノデアルカラ一名圓錐曲線トモ呼

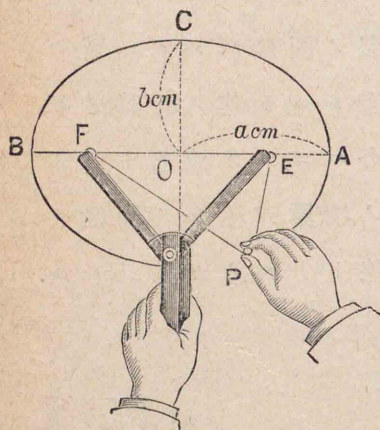
バレル。

硝子又ハ「セルロイド」製ノ圓錐形ノ器ニ水ヲ入レルト、其ノ傾斜ノ具合ニヨツテ液面ト器トノ境界ガ種々ノ圓錐曲線トナルノガ見ラレル。



圖ハ一ツノ定點カラ一定ノ距離ニ在ルヤウニ點ガ動クトキニ生ズル曲線デアツテ、コムバスヲ以テ容易ニ描クコトガ出來ル。

橢圓ハ二定點(E,F)カラノ距離ノ和ガ變ラナイヤウニ點(P)ガ動クトキニ生ズル曲線デアル。コレヲ描クニハ圖ノヤウニ二定點(E,F)ニ當ルトコロニ環狀ノ或ル長サノ絲ヲカケ、其ノ絲ニ鉛筆ヲカケテ、絲ヲ張リ乍ラ一

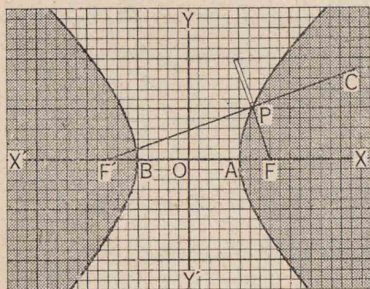


廻轉スレバヨイ。圖ノABハ橢圓ノ弦ノ中デ最モ長イモノヲ示スモノデ、コレヲ長軸トイヒ、其ノ半分OAヲ長半徑トイフ。又長軸ノ中點デコレニ垂直ナ弦ヲ短軸ト

イヒ、其ノ半分OCヲ短半徑トイフ。

方程式 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ノ表ハス橢圓デハ、 a 、 b ノ中ノ一ツガ長半徑、他ガ短半徑ノ長サニ等シク、且其ノ面積ハ πab デアル。

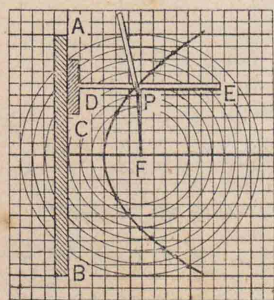
雙曲線ハ二定點E,F'カラ一點(P)マデノ距離ノ差ガ一定ナヤウニ動イタトキ生ズル曲



線デアル。針金ノ一端ヲF'ニ於テ自由ニ廻轉シ得ルヤウニ止メ、點Fニ一端ヲ固定シタ糸ノ他端ヲ針金ノ他端ニ結び付ケ、鉛筆ヲ

糸ニ引ツ掛ケ針金ニ沿ウテ動カストキハ雙曲線ヲ描クコトガ出來ル。

拋物線ハ一點(P)ガ一定直線トソノ直線上ニナイ一定點(F)トカラ等距離ニアルヤウニ動クトキ生ズル曲線デアル。直角定規(CDE)



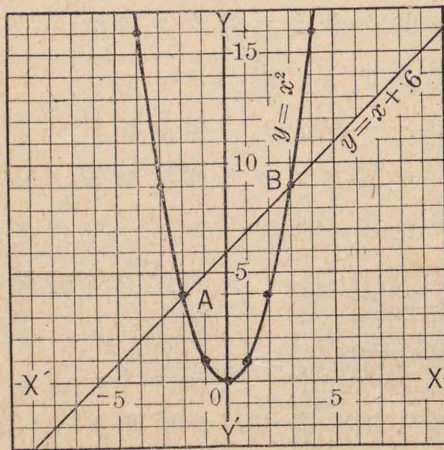
ガ固定シタ直線定規ABニ沿ウテ動クトキ、定點Fニ糸ノ一端ヲ結び、他端ヲ直角定規ノ端ニ結び付ケ、鉛筆ニ糸ヲ掛ケ定規ノ縁DEニ沿ウテ動カスト拋物線ヲ描クコトガ出來ル。

24. 二元二次聯立方程式

問1 二元一次聯立方程式ヲグラフデ解ク方法ヲ述ベヨ.

例一
$$\begin{cases} y=x^2 \dots\dots(1) \\ y=x+6 \dots\dots(2) \end{cases}$$
 ヲグラフデ解ケ.

解 此等ノ方程式ノグラフハ下圖ノヤウニ $y=x^2$ カラハ拋物線ヲ,
 $y=x+6$ カラハ直線ヲ得ル.



ソシテ此ノ拋物線上ノ點ノ座標ハ總テ $y=x^2$ ヲ満足シ、直線上ノ點ハ總テ $y=x+6$ ヲ満足スル。ソシテ此等ノ線以外ニハ方程式ヲ満足スル點ハナイ。從ツテ此ノ拋物線ト

直線トノ交點A, Bノ座標 $(-2, 4), (3, 9)$ ハ兩方程式ヲ同時ニ満足スル。

ソレ故此ノ二組ノ値ガ求メル根デアル。次ニ計算ニヨツテ(1), (2)ヲ解イテ見ヨウ。(2)ヲ(1)ニ代入シテ

$$x+6=x^2$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x+2)(x-3)=0$$

$$x+2=0 \quad \text{又ハ} \quad x-3=0$$

$$x=-2$$

$$x=3$$

コレヲ(2)ニ代入シテ

コレヲ(2)ニ代入シテ

$$y=-2+6=4$$

$$y=3+6=9$$

即チ
$$\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$$

即チ
$$\begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases}$$

答

x	-2	3
y	4	9

トナリ、グラフニヨル解ト一致スル。

問2 前頁ノ圖ニ必要ナグラフヲ描イテ次ノ方程式ヲグラフデ解ケ.

(一)
$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=x+2 \end{cases}$$

(二)
$$\begin{cases} y=x^2 \\ x+y=12 \end{cases}$$

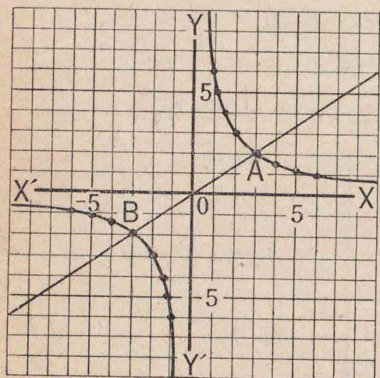
(三)
$$\begin{cases} y=3x+4 \\ y=x^2 \end{cases}$$

例二 $xy=6 \dots\dots(1)$ ログラフ及ビ計算
 $2x=3y \dots\dots(2)$ デ解ケ.

解 $xy=6$ カラ

x	1	1.5	2	3	4	5	6
y	6	4	3	2	1.5	1.2	1

ソシテ x ガ負デアルト, y モ亦負トナル.



コノコトカラ(1)ノ
 グラフハ圖ノヤウ
 ナ雙曲線トナリ,又
 (2)ノグラフハ直線
 デアル. 此等ノ二
 線ノ交點ノ座標
 $A(3, 2); B(-3, -2)$
 ガ求メル根デアル.
 コレヲ計算デ解イ
 テ見ルト

(2)カラ $y=\frac{2}{3}x$ ヲ得テ(1)ニ代入シ,

$$\frac{2}{3}x^2=6 \quad x^2=9$$

$$x=3 \quad \text{又ハ} \quad x=-3$$

$$y=\frac{2}{3} \times 3=2 \quad | \quad y=\frac{2}{3} \times (-3)=-2$$

答

x	3	-3
y	2	-2

問題

次ノ聯立方程式ヲグラフ及ビ計算デ解ケ.

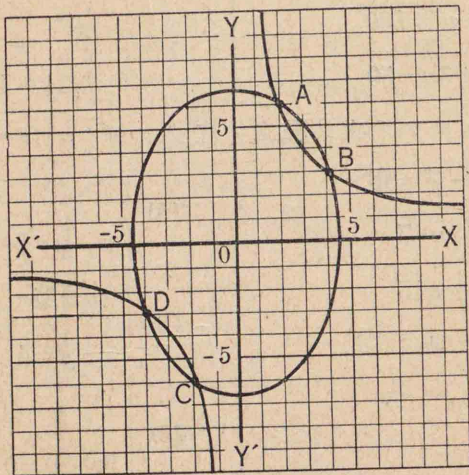
16	$x+y=8$	(16)	$y^2=5x$
	$xy=15$		$y=10-10x$
17	$x^2+y^2=100$	(17)	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$
	$4x+3y=50$		$x+2y+4=0$

計算ニヨツテ次ノ聯立方程式ヲ解ケ. 18-22

18	$4x^2-y^2=35$	(18)	$x^2-xy=35$
	$2x+y=7$		$x-y=5$
19	$x+y=15$	(19)	$xy=21$
	$xy=54$		$x-y=4$
20	$x^2+y^2=25$	(20)	$x^2+y-40=0$
	$x-y=1$		$3x-y=0$
21	$x-3y+5=0$	(21)	$4x^2-xy=0$
	$y-xy=0$		$2x-3y=6$
22	$x-3y=4$	(22)	$(2+x)(9+y)=91$
	$2x^2-xy-y^2=26$		$x+y=9$

例三 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 5 \dots\dots\dots(1) \\ xy = 12 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$ ヲ解ケ.

解 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 5$ ノグラフハ楕圓トナリ,
 $xy = 12$ ノグラフハ雙曲線トナル.



此ノ二ツノ曲線ノ交點ハ四ツアツテ,其等
 ノ點ノ座標 A(2, 6); B(4, 3); C(-2, -6); D(-4, -3)
 ガ聯立方程式(1),(2)ノ根デアル.

コレヲ計算デ求メルト

(2)ニ於テ明カニ $x \neq 0$ デナイカラ兩邊ヲ x
 デ割ツテ $y = \frac{12}{x} \dots\dots\dots(3)$

(3)ヲ(1)ニ代入シテ $\frac{x^2}{4} + \frac{144}{9x^2} = 5$

即チ $\frac{x^2}{4} + \frac{16}{x^2} = 5$

兩邊ニ $4x^2$ ヲ掛ケテ分母ヲ拂フト

$$x^4 + 64 = 20x^2$$

$$x^4 - 20x^2 + 64 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0$$

$$(x+2)(x-2)(x+4)(x-4) = 0$$

$$x+2=0, \quad x-2=0, \quad x+4=0, \quad x-4=0,$$

$$x=-2, \quad x=2, \quad x=-4, \quad x=4$$

コレヲ(3)ニ代入スレバ夫々

$$y=-6, \quad y=6, \quad y=-3, \quad y=3,$$

答

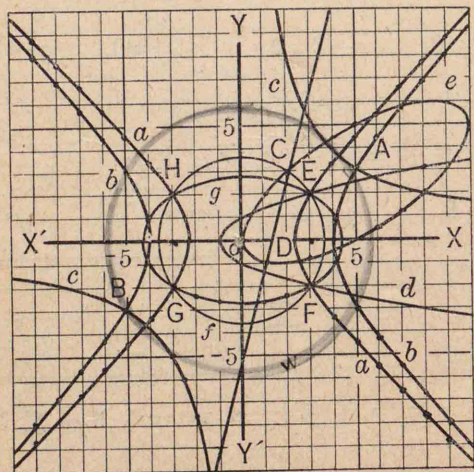
x	2	4	-2	-4
y	6	3	-6	-3

即チ上ノグラフニヨル解ト一致スル.

問題

計算ニヨツテ次ノ聯立方程式ヲ解キ、下圖ノグラフニヨル解法ノドレト一致シテキルカヲ定メヨ。

- | | | | |
|----|---|------|---------------------------------------|
| 23 | $x^2 + y^2 = 16$
$xy = 15$ | (23) | $4x^2 + 9y^2 = 72$
$y^2 = x + 1$ |
| 24 | $x^2 - 2xy + 2y^2 = 5x \cdot (e)$
$4x - y = 5$ | (24) | $x^2 + y^2 = 13$
$x^2 - y^2 = 5$ |
| 25 | $x^2 + y^2 = 13$
$4x^2 + 9y^2 = 72$ | (25) | $4x^2 + 9y^2 = 72$
$x^2 - y^2 = 5$ |



26 ニツノ正方形ノ面積ノ和ハ 116 平方米デ、各邊ノ差ハ 6m デアルトイフ。各正方形ノ邊ノ大サハ何程カ。

27 面積ガ 912 平方米ノ矩形ノ土地デソノ三方ニ垣ヲスルト垣ノ長サガ 100m トナルヤウナ矩形ノ兩邊ハ何程デアルカ。

28 面積ガ 60 平方糎デ等邊ガ 13cm ノ二等邊三角形ヲ作レ。

(26) 斜邊ノ長サハ 13m デ、他ノ二邊ノ和ガ 17cm デアル直角三角形ヲ描ケ。

注意 93頁参照。

(27) 周圍ガ 300m デ面積ガ 5000 平方米ノ矩形ノ土地ノ縦横ハ何程デアルカ。

(28) 直徑 10cm ノ圓ニ内接スル矩形ノ面積ヲ 48 平方糎トナルヤウニスルニハ矩形ノ二邊ヲ何程トスベキカ。

雑題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. 1-(2)

$$1 \quad \frac{2}{3}(3x-1) - \frac{1}{4}(1-2x) - 1 + \frac{1}{2}x$$

$$(1) \quad \left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \div \left(\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$2 \quad \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x+y) - \left(2 + \frac{x}{y}\right)$$

$$(2) \quad \frac{4x}{x^2-9} + \frac{2}{3-x} - \frac{3}{3+x}$$

$$3 \quad a = \frac{1}{1-b}, \quad b = \frac{1}{1-c}$$

ナラバ $c = \frac{1}{1-a}$ デアル
コトヲ證セヨ.

$$4 \quad 2 = \frac{1}{a} = a + \frac{1}{b}$$

$$= b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{d}$$

ナラバ $5abcd=1$ デアル
コトヲ證セヨ.

$$5 \quad x = a + \frac{1}{b}, \quad y = b + \frac{1}{a}$$

ノトキ

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

ヲ a, b バカリノ式トシ
テ簡單ニセヨ.

$$(3) \quad \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} \quad \wedge$$

$$x = a+b \quad \text{ノトキト}$$

$$x = \frac{2ab}{a+b} \quad \text{ノトキト}$$

同一ノ値ヲ有スルコト
ヲ證セヨ.

$$(4) \quad y = x + \frac{1}{x}, \quad z = x - \frac{1}{x}$$

デアルトキハ

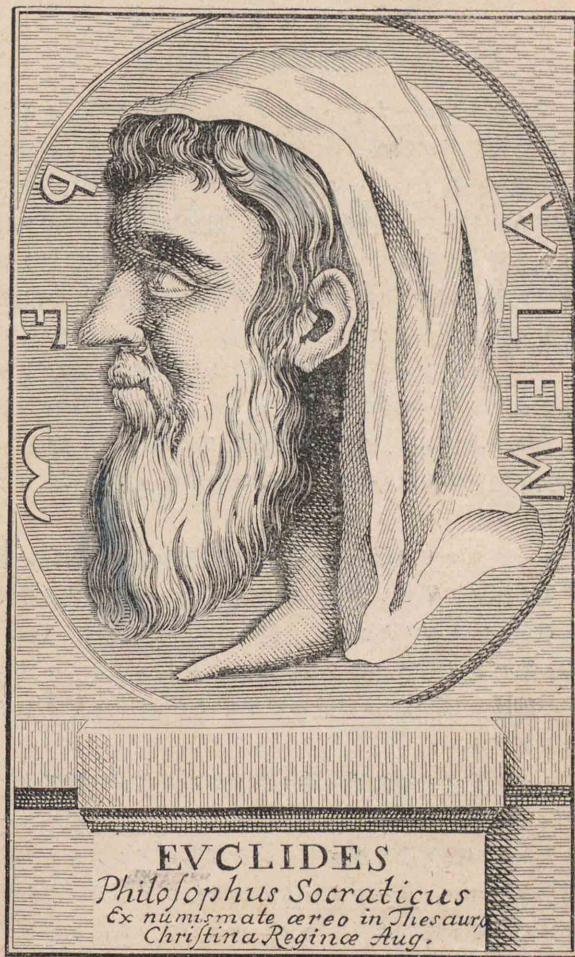
$$y^2 - z^2 = 4$$

デアルコトヲ證セヨ.

$$(5) \quad \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} \quad \text{ヲ}$$

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \quad \text{デ割}$$

ル.



ユークリッド Euclid

(紀元前330-275頃)

アレクサンダー大王ハエジプトヲ占領シタ時、ナイル河口ニ一大都市ヲ建設シテ之ヲアレクサンドリアト名ヅケタ。

大王ノ死後トレミー王ガ之ニ代ツテ此ノ地ノ王トナリアレクサンドリアヲ首府トシ宮殿ニ近イ處ニ一大大學ヲ建テ、多クノ賢人ヤ哲人ヲココニ集メタ。コレガ即チ世界デ最モ古イ大學デ。創立後僅カ40年ノ内ニ其ノ圖書館ニハ60萬巻ノ書ガ集ツタトイフコトデアル。

ユークリッドハ此ノ大學最初ノ大數學者デ、ソノ名聲ノ高カッタコトハ幾何學ノコトヲ「ユークリッド」ト呼バレルノヲ見テモワカル。實ニソノ著書「エレメンツ」Elementsハ二千二百年後ノ今日迄モ幾何學教科書ノ基本トサレルモノデアル。

ユークリッドノ幾何學ハ眞ニ整然タル立派ナ内容ノ本デアルガ極メテ學ビニクイ。或ル時トレミー王ガソノ幾何學ヲ學ビ、ソノムツカシイノニ驚キ、ユークリッドニ向ヒ「モ少シ學ビ易イ方法ハナイカ」ト問ウタトコロ、ユークリッドハ即座ニ「幾何學ニ王道ハゴザイマセン」トイツタトイフコトデアル。

ユークリッドハ又利ノ爲ニ學問ヲスルコトヲ嫌ツタ。或ル時一青年ガ來テ幾何學ヲ學ンダ。フトソノ青年ハユークリッドニ「幾何學ヲ學ブトドンナ利得ガアルノデスカ」ト問ウタトコロ、ユークリッドハ大ニ怒ツテ「コンナ利慾ノタメバカリニ學問ヲスルモノニハコレヲヤレ」トイツテ奴隸ニ一錢銅貨ヲ與ヘサセテ歸ラセタトイフコトデアル。

第六篇

直線形

第一章 三角形ノ合同

25. 嚴密ナ言ヒ表ハシ方ト定義

吾々ガ日々使ツテキル言葉ニハ夫々意味ガアツテ、互ニ語り合フ中ニソノ意味ヲ了解スルモノデアル。例ヘバ

「鉛筆デ文字ヲ書ク」

ト言ヘバ「鉛筆」トハ何か、「文字」トハ何か、「書ク」トハドウスルコトカ等夫々意味ガアツテ、言フ人ノ考ヘト聞ク人ノ了解スルコトトガ一致シテ互ニ意志ガ通ズルモノデアル。今モシ

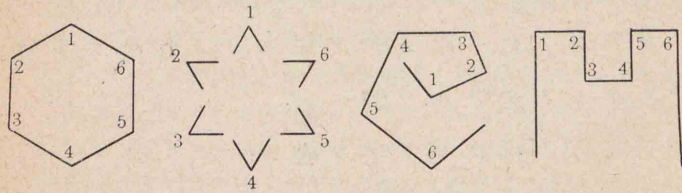
「文字ヲ書クモノヲ鉛筆トイフ」

ト言ヘバ「ペン」モ筆モ皆鉛筆デアルコトトナツテ、鉛筆ト他ノモノトヲ區別スルコトガ困難デアル。故ニ此ノ言ヒ表ハシ方ハ不正確デアルト言ハネバナラナイ。又

「無色透明ナ液體ヲ水トイフ」

ト言へバ「アルコール」モ水ノ一種デアルトイ
フコトナツテ、之モ亦不正確ナ言ヒ表ハシ
方トイハネバナラナイ。又

「六角形トハ六ツノ角カラ出来タ形デアル」
トイヘバ、下圖ノヤウナ形ハ何レモ六角形ト
イハネバナラナイ。



斯様ニ言語ハツノ意味ヲ正確且嚴密ニ述
ベナケレバ色々ノ誤ヲ起スモノデ、

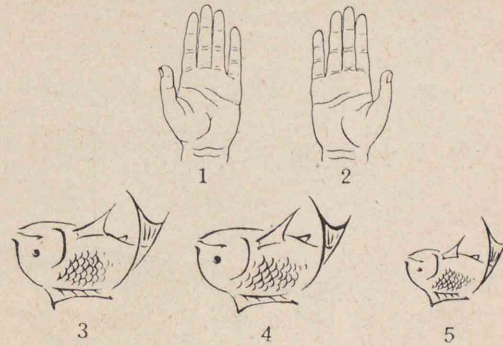
**用語ノ意味ヲ明カニスルコトト
之ヲ正確ニ言ヒ表ハスコト**

トハ最モ大切ナコトデアル。

幾何學デハ用語ノ意味ヲ正確且嚴密
ニ定メルタメニ**定義**ヲ用ヒル。前ニ習
ツタ點、線、平面、角等ノ名稱ヤ垂直、平行、對
稱等ノ事柄ノ意味ヲ定メタノハ皆ソレ
ラノ定義ヲシタノデアル。

26. 合 同

次ノ圖ノ1ト2及ビ3, 4, 5ニツイテツノ
形狀ニドンナ關係ガアルカラ調べヨ。



吾々ノ周圍ニハ色々ノ形ヲシタモノガア
ルガ上圖ノ1ト2及ビ3, 4, 5ノヤウニヨク
似タ形ノモノガ澤山アル。ヨク似タ中デモ

(1) 形モ大サモ等シイモノ

(a) 同ジ向ノモノ(3ト4ノヤウニ)

(b) 異ナツタ向ノモノ(1ト2ノヤウニ)

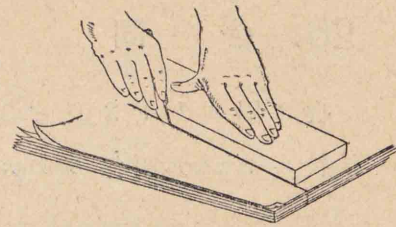
(2) 形ハ似テキルガ大サノ違フモノ

(3ト5又ハ4ト5ノヤウニ)

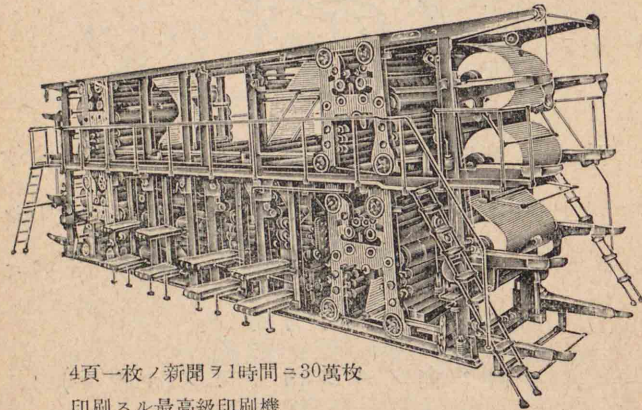
ガアル。

問1 何枚カノ紙ヲ重ネ合ハセ、小刀デ三角形ヲ切抜イテ比較セヨ。

問2 一錢銅貨ヲ型トシテ圓ヲ描キ、ソレ等ノ圓ヲ重ネ合ハセテ見ヨ。



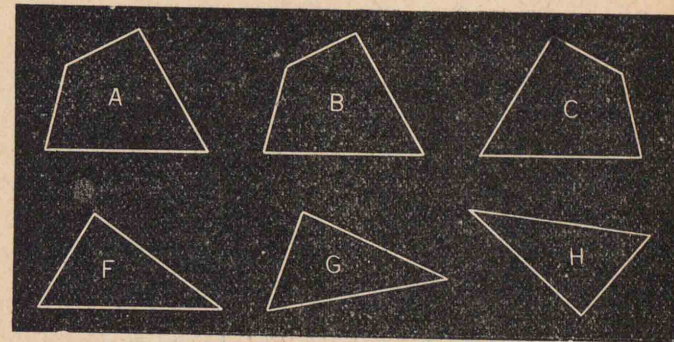
定義 全ク重ネ合ハスコトガ出來ル圖形ヲ合同ナ圖形トイフ。



4頁一枚ノ新聞ヲ1時間ニ30萬枚印刷スル最高級印刷機

印刷ヤ寫眞ノ複製ハ合同ナ圖形ヲ作ル方法デアル。他ニ合同ナ圖形ヲ作ル方法ハナイカ。

下ノ圖 Aヲ他ノ紙ニ寫シ之ヲ B又ハ Cニ重ネテ見ヨ。又圖 E, G, Hハ互ニ合同デアルカドウカラ驗シテ見ヨ。



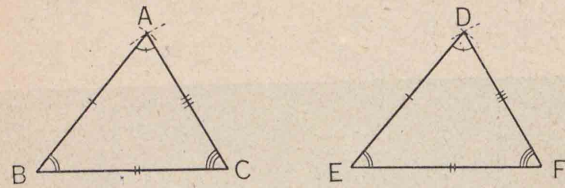
二ツノ圖形ガ合同ナ場合ニモ、

(1) 一ツノ圖形ヲソノママ平面上ニ移動シテ他ノ圖形ニ全ク重ネ合ハスコトガ出來ル場合ト、

(2) 一ツノ圖形ヲ裏返シテ移動スルコトニヨツテ他ノ圖形ニ全ク重ネ合ハスコトガ出來ル場合トノ二通りガアル。此等ヲ區別スル必要ガアルトキニハ

(1)ヲ順ニ合同 (2)ヲ逆ニ合同トイフ。

$\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トガ合同ナコトヲ
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ノヤウニ書キ表ハス.

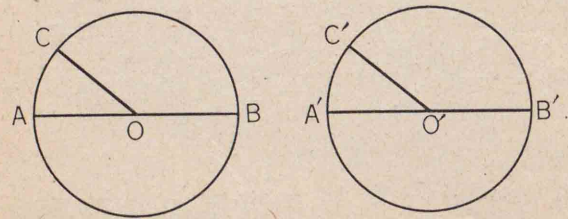


$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ デ圖ノヤウニ各頂點ガ對
 應シテ居ルナラバ

$$\angle A = \angle D, \quad \angle B = \angle E, \quad \angle C = \angle F$$

$$AB = DE, \quad BC = EF, \quad CA = FD$$

問3 重ネ合ハセズニツノ圓ノ合同ナコトヲ知
 ルニハ何ヲ知レバヨイカ.

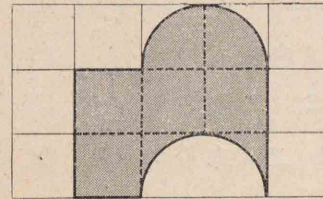


半徑ノ相等シイ二圓ハ合同デア
 ル. 又一ツノ圓ヲ直徑デ分ケルト
 兩半圓ハ合同デア
 ル.

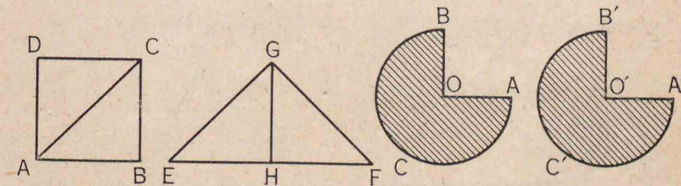
合同ナ多角形(圓)ノ面積ハ相
 等シイ.

問題

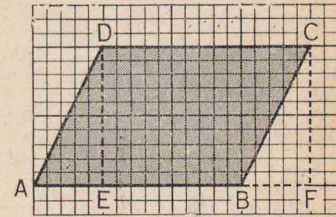
① 次ノ圖ノ方眼ノ目
 ヲ1平方糎トスレバソ
 ノ圖ノ陰ノアル部ノ全
 面積ハ6平方糎アルコ
 トヲ説明セヨ.



② 次ノ圖ガドンナ圖
 デアツタラ $\triangle EFG$ ト正
 方形 $ABCD$ トノ面積ガ
 等シイカ.



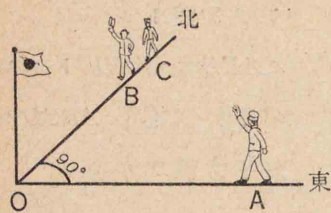
① 次ノ圖ノ AB ノ長
 サヲ3糎トシ,
 $\triangle AED \equiv \triangle BFC$ トスレ
 バ平行四邊形 $ABCD$ ハ
 幾平方糎アルカ.



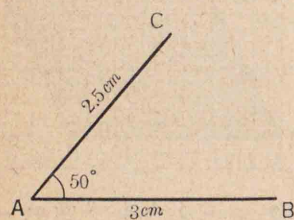
② 次ノ二ツノ圖形ハ
 ドコドコガ等シカツタ
 ラ合同カ.

27. 三角形ノ合同

問1 點O = 旗ガ立ツテキル。甲生ハ點Oノ眞東

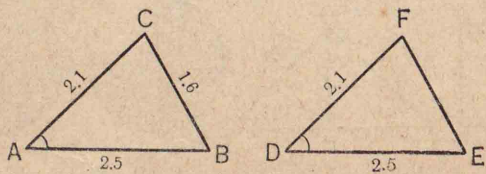


20 mノ點A = 立ツテ居リ、
乙生ハ點Oノ眞北 = 立ツ
テキル。甲乙ノ距離ガ何
mカラキメルニハマダ他
ニ何ヲキメナケレバナラ
ナイカ。



問2 二邊ガ3 cm ト
2.5 cm, ソノ夾角ガ50°ノ角
ヲ二ツ畫イテ重ネ合ハセヨ。
二點B, Cハドウナルカ。

問3 二ツノ三角形ABCトDEFトガアツテ
 $\angle A = \angle D$, AB, DE ガ共 = 2.5 cm, AC, DF ガ共 = 2.1 cm
デBCガ1.6 cmデアツタナラバ, EF ノ長サハ何程デア
ルカ。



問1, 問2, 問3カラモワカルヤウニ

二ツノ三角形ノ二邊ト夾角トガ夫々
相等シイトキハ此ノ兩三角形ハ合同デ
アル。

コノコトハ唯實驗上眞理デアルコトガ確
メラレルバカリデナク, 理論ノ上カラモソノ
夫々等シイ邊ト邊, 並ニ夾角トヲ重ネテ置ク
トキハ全部ガ重リ合フコトヲ明カニスルコ
トガ出來ルモノデ, 三角形ノ形ニハ少シモ關
係ナク一般ノ三角形ニツイテ成立ツ眞理デ
アル。

$\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$\angle A = \angle D$, $AB = DE$, $AC = DF$ ナラバ

$\triangle ABC = \triangle DEF$ トナリ

$BC = EF$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ デアアル。

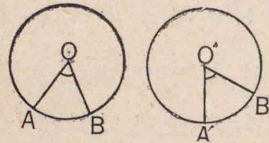
即チ二ツノ合同ナ三角形デハ相等シ
イ角ニ對スル邊ハ夫々相等シク, 又相等
シイ邊ニ對スル角ハ夫々相等シイ。

且兩三角形ノ面積ハ相等シイ。

問題

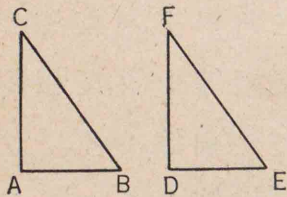
3 圖ノヤウナ半徑ノ等シイ圓 O ト O' トニ於テ

$\angle AOB = \angle A'O'B'$
ナラバ、 $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$ デア
ルコトヲ、此ノニツヲ重
ネ合ハセルコトニヨツ
テ示セ。

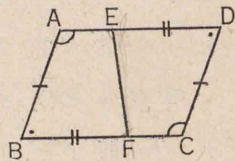


前頁ニ述ベタ眞理ヲ使ツテ次ノ問題ガ理論的ニ正
シイ理由ヲ述ベヨ。

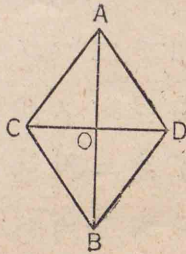
4 ニツノ直角三角形
ニ於テ直角ヲ夾ム二邊
ガ夫々相等シケレバ兩
三角形ハ合同デア
ル。



(3) 圖ニ於テ $\angle A = \angle C$,
 $\angle B = \angle D$ 且 $AB = CD$,
 $BC = AD$ 及ビ $BF = DE$
デア
ル。此ノトキ四邊
形 $ABFE$ ト四邊形 $CDEF$
トハ合同デア
ルコトヲ
證セヨ。

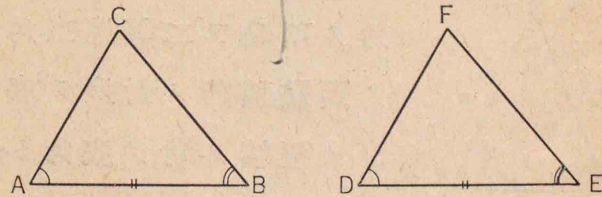


(4) 二線分 AB ト CD ト
ガ互ニ中點ニ於テ直角
ニ交ルトキハ AC , CB ,
 BD , DA ハ皆等シイ。



問4 一邊ガ 5cm , ソノ左端ノ角ガ 60° , 右端ノ角ガ
 45° ノ三角形ヲニツ作レ。他ノ邊及ビ他ノ角ヲ測ツテ
比較セヨ。又兩三角形ヲ重ネ合ハセテ見ヨ。

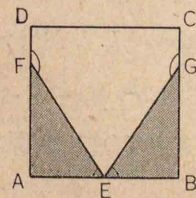
問5 ニツノ三角形ニ於テ一邊トソノ兩端ノ角ガ
夫々相等シイトキハ、此ノ兩三角形ハ全ク重ネ合ハス
コトガ出來ルコト、即チ合同デア
ル理由ライヘ。



コレニヨツテ次ノコトガ眞デア
ルコトヲ
知ル。

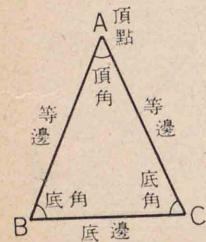
ニツノ三角形ニ於テ一邊トソノ兩端
ノ角トガソレゾレ相等シイトキハ、此ノ
兩三角形ハ合同デア
ル。

問6 正方形 $ABCD$ ノ邊 AB ノ
中點 E カラ $\angle AEF = \angle BEG$ ノヤウ
ニ直線 EF , EG ヲ引クト $EF = EG$,
 $AF = BG$, $\angle EFD = \angle EGC$ デア
ル理由ライヘ。



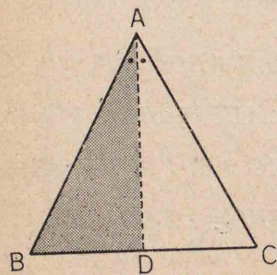
問7 一角ガ30°デソレヲ夾ム二邊ガ5cmノ三角形ヲ描ケ。又一角ガ90°デソレヲ夾ム二邊ノ等シイ三角形ヲ描ケ。又此ノ角ガ120°ノ三角形ヲ描ケ。

二邊ガ等シイ三角形ヲ二等邊三角形トイフ。二等邊三角形ニ於テハ等邊ノ



夾角ヲ特ニ頂角トイヒ、頂角ノ頂點ヲ二等邊三角形ノ頂點、頂角ノ對邊ヲ底邊、ソノ兩端ノ角ヲ底角トイフ。

問8 頂點ガA、底邊ガBCノ二等邊三角形ヲ紙上ニ描キ紙ヲ折ツテ等邊ヲ重ネテ見ヨ。兩底角ハ如何ニナルカ。又紙ヲ擴ゲテ見ヨ。折目ハ頂角ヲ如何ニスルカ。



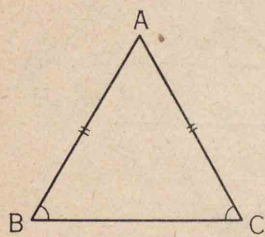
頂點ガA、底邊ガBCノ二等邊三角形ヲ描キ、頂角Aノ二等分線ヲ引キ底邊BCトノ交點ヲDトセヨ。

$\triangle ABD$ ト $\triangle ACD$ トヲ比較スルニ

$$\left. \begin{array}{l} AB=AC \\ ADハ共通 \\ \angle BAD=\angle CAD \end{array} \right\} \text{故ニ } \triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

$$\text{故ニ } \angle B = \angle C$$

即チ 次ノコトノ眞デアルコトガワカル。二等邊三角形ノ兩底角ハ相等シイ。



$\triangle ABC$ ニ於テ $AB=AC$ ナラバ等シイ角ハ何カ。

又 $AB=BC$ ナラバドウカ。

三邊 AB, BC, CA ガ等シクレ

バ三ツノ角ハドウカ。

三角形ノ三邊ガ等シイトキニハ三ツノ角モ等シイ。即チ

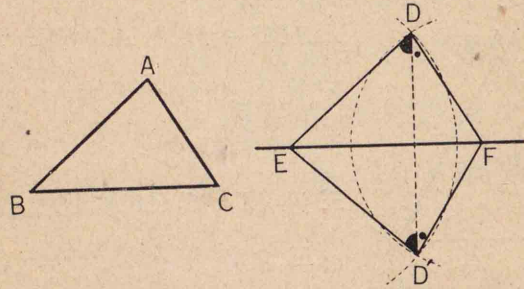
三邊ノ等シイ三角形ハ正三角形デア

問題

⑤ 一邊ガ5cmノ正三角形ヲ描ケ。

⑤ 任意ノ長サヲ一邊トスル正三角形ヲ描キ、ソノ一内角ヲ測レ。

問9 $\triangle ABC$ ヲ描ケ. 他ニ直線ヲ引キ此ノ上ニ BC ニ等シク EF ヲトリ, E ヲ中心トシ AB ヲ半徑トシテ圓ヲ描キ, F ヲ中心トシ AC ヲ半徑トシテ圓ヲ描イテ兩圓ノ交點ヲ D, D' トシ, ED, FD, ED', FD' ヲ結ブト $\triangle ABC, \triangle DEF, \triangle D'EF$ ノ三ツノ三角形ノ三邊ハ夫々ドウカ.



$\triangle DEF$ ト $\triangle D'EF$ トニ於テ

$DE = D'E, DF = D'F, EF$ ハ共通.

今此ノ兩三角形ガ合同デアルカドウカヲ調べルニ, D, D' ヲ結ブト

$\triangle EDD'$ ハ二等邊三角形デアルカラ

$$\angle EDD' = \angle ED'D$$

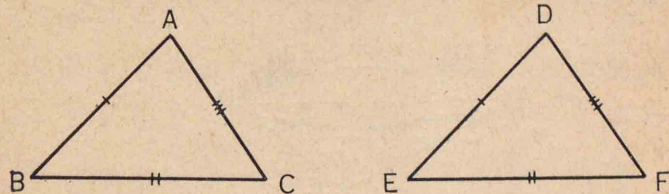
又 $\triangle FDD'$ モ二等邊三角形デアルカラ

$$\angle FDD' = \angle FD'D$$

故ニ $\angle EDF = \angle ED'F$

故ニ $\triangle DEF$ ト $\triangle D'EF$ トハ二邊ト夾角トガ夫々等シイカラ合同デアル.

次ニ $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トヲ三邊ガ夫々相等シイ三角形トスルト, $\triangle ABC$ ヲ裏返シ, BC

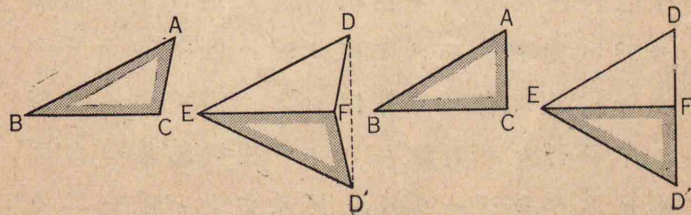


ヲ EF ノ上ニ重ネ, $\triangle DEF$ ト反對ノ側ニ置イテ之ヲ $\triangle D'EF$ トスレバ, 前頁ノ理ニヨリ

$$\triangle D'EF = \triangle DEF$$

故ニ $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トハ合同ナコトガワカル. 即チ三邊ガ夫々相等シイ兩三角形ハ合同デアル.

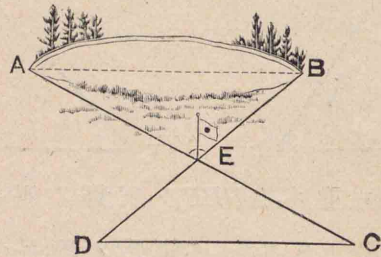
問10 $\triangle ABC$ ヲ $\triangle DEF$ ノ反對ノ側ニ置イタトキ, 圖ノヤウニナレバドウナルカ.



第二章 幾何學的證明

28. 幾何學的證明ト定理

問 圖ニヨツテ池ノ幅 AB ヲ測ル方法ヲ述ベヨ。



吾々ハ既ニ第一學年ニ於テ此ノ問題ヲ解イタ。ソノトキハ $AE, EB, \angle AEB$ ヲ方眼紙ニ移シ、實測ニヨツテ AB ノ長サヲ知ツタ。コレハ縮圖ノ理ト131頁ニ於テ學ンダ三角形ノ合同ノ理トニヨツタモノデアアル。尙三角形ノ内角ノ和ハ2直角デアアルコトモ、三角形、平行四邊形、梯形ノ面積モ、圓ノ周ヤソノ面積モ或ハ實驗ニヨツテ確メ或ハ既ニ知ラレテキル結果ヲ用ヒテ算出シタニ過ギナイ。併シ乍ラ吾々ハ實驗ニヨツテ得タ結果ダケデ満足スベキデハナイ、何故ナラバ唯一二ノ

實驗ニ依ツテ得タ結果ヲ以テ廣ク一般ニ通ズル理法トスルコトハ出來ナイカラデアアル。又吾々ハ唯先人ノ發見シタ結果バカリヲ使用スルダケニ止ツテハナラナイ。何故ナラバ唯ソレダケデハ學問ノ基礎ヲ作ルコトガ出來ナイシ、理法研究ノ道モ學ブコトガ出來ナイカラデアアル。幾何學上ノ理法ハ實ニ多イ。一々實驗ニヨツテ究メ盡シ得ベキモノデモナク、又系統ナクシテハ之ヲ充分會得スルコトハ出來ナイ。然ラバ之ヲ系統アラシメル一般ノ理法ヲ見出ス研究法ハドウカ。

吾々ハ先ヅ前節ノ初メニ

「二邊ト夾角トガ夫々相等シイ兩三角形ハ合同デアアル」トノ眞理ヲ打テ立テ、ソレカラ進ンデ、「二等邊三角形ノ底角ハ相等シ」トイフコトヲ究メ、尙進ンデ、「三邊ガ夫々相等シイ兩三角形ハ合同デアアル」コトノ眞デアアルコトヲ論定シタ。

コノヤウニ推論ヲ進メル方法ヲ證明トイヒ、コノ論定サレタ眞理ヲ定理トイフ。

定理ハ二ツノ部分カラ成ツテキル。

(a) 二ツノ三角形ニ於テ三邊ガ夫々相等シイトキハ

(b) ソノ兩三角形ハ合同デアアル。

ノ如クデアツテコノ初メノ部分(a)ハ或ル事柄ニ對スル條件ヲ示スモノデ之ヲ**假設**トイヒ、後ノ部分(b)ハ假設カラ論究スルコトニヨツテ當然起ツテ來ル結論ヲ表ハスモノデ之ヲ**終結**トイフ。故ニ

證明トハコノ條件タル假設カラ出發シテ論ヲ進メ、結論タル終結ヲ得ルマデノ推論ノ方法ヲイフノデアアル。

證明ハ嚴密且正確デ、微塵モ忽ニスルコトヲ許サナイノデアアル。ソレ故ソノ推論ノヨルベキ基礎ガナクテハナラナイ。ソノ基礎トシテトルベキモノハ**定義**ト**公理**ト既ニ證明サレタ**定理**トデアアル。

公理トハ

二點ヲ通ル直線ハ唯一ツデアアル、
二點間ノ最短距離ハ二點ヲ結ブ線分デアアル、
トカイフヤウナモノデソレ以上説明ヲシナ

イデ誰モガ眞デアアルト認メルモノデアアル。

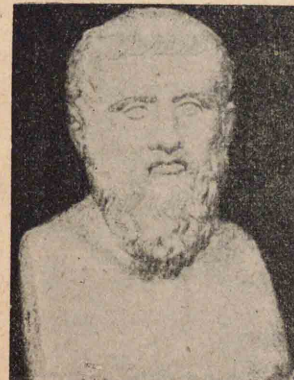
尙算術ヤ代數デ知ラズ識ラズ使ツテキル公理ガアル。例ヘバ A, B, C, D ヲ或ル量又ハ數トシ、 m ヲ任意ノ正ノ數トスレバ

$$(1) A=B \text{ ナラバ } mA=mB$$

$$(2) A=B, A=C \text{ ナラバ } B=C$$

$$(3) A=B, C=D \text{ ナラバ } A \pm C = B \pm D$$

等ノヤウナモノデ、幾何學デモヤハリ用ヒルモノデアアル。



プラトー Plato

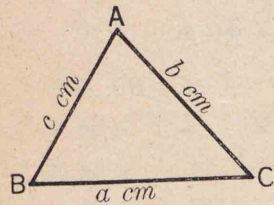
(紀元前429—348)

プラトーハギリシヤノアテネノ貴族ノ出デ、カノ有名ナ哲學者ソクラテスノ弟子デアアル。諸國ヲ旅行シテ知名ノ數學者ヲ訪ヒ、後アテネニ歸ツテアカデミーノ森ニ學校ヲ建テテ哲學ノ教授ヲシタ。

プラトーハ數學ヲ重シシ數學ハ人ノ精神ヲ練リ、人格ヲ作り上ゲル上ニ於テ重要ナ課目デアアルコトヲ主張シ、ソノ講堂ノ門ニ「幾何學ヲ知ラザルモノハ吾門ニ入ルヲ許サズ」ト書付ケタトイフコトデアアル。定義公理ヲ定メ、幾何學ノ系統ヲ作り、初等幾何學ノ作圖ニ於テハ定規トコンバストノミヲ使用スルコトニ限定シ、又後ニ學ブトコロノ解析法ヲ發明シタノモ彼ダトイハレテキル。

二點ヲ結ブ種々ノ線ノ中デ線分ガ最モ短イ。トイフ公理カラ三角形ノ邊ノ長サノ間ニ次ノ關係ノアルコトガワカル。

$\triangle ABC$ ノ邊 BC, CA, AB ノ長サヲ夫々 $a\text{ cm}, b\text{ cm}, c\text{ cm}$ トスレバ



$b+c > a$

$c+a > b$

$a+b > c$ 即チ

定理 三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリ大デアアル。トイフコトモ眞デアアル。

又此ノ三角形ニ於テ $a > b > c$ トスレバ $a-b < c, a-c < b, b-c < a$ 即チ

定理 三角形ノ二邊ノ差ハ他ノ一邊ヨリ小デアアル。トイフコトモ眞デアアル。

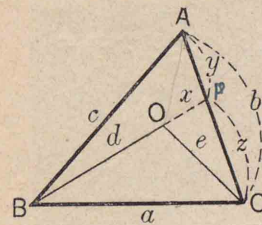
尙コレカラ進ンデ次ノ問題1, (1), 2, (2)ノ眞デアアルコトモ知ラレル。

問題

1 三邊ノ長サガ夫々 $a\text{ cm}, b\text{ cm}, c\text{ cm}$ デアアル圖ノヤウ

ナ $\triangle ABC$ 内ノ一ノ點 O ト B, C ト結ンダ線分 BO, CO ヲ夫々 $d\text{ cm}, e\text{ cm}$ トスレバ $b+c > d+e$

(1) 問題1ニ於テ線分 AO ヲ $f\text{ cm}$ トスレバ $2(d+e+f) > a+b+c > d+e+f$



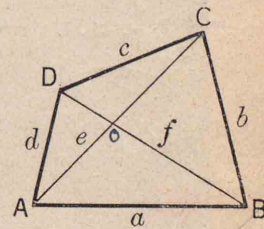
注意 $c+y > d+x$

$x+z > e$

$c+y+x+z > d+x+e$

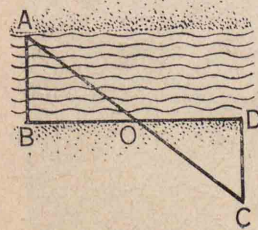
カラ考ヘヨ。

四邊形 $ABCD$ ノ四邊 AB, BC, CD, DA 及ビ對角線 AC, BD ノ長サヲ夫々 $a\text{ cm}, b\text{ cm}, c\text{ cm}, d\text{ cm}, e\text{ cm}, f\text{ cm}$ トスレバ



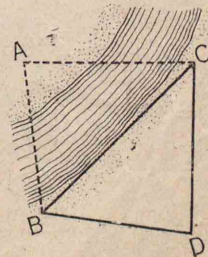
2 $a+b+c+d > e+f$

3 三角形ノ合同ノ理ヲ用ヒ、圖ノヤウニシテ川幅ヲ測ル方法ヲイヘ。

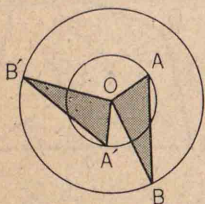


(2) $a+b+c+d < 2(e+f)$

(3) 圖ニヨツテ A, B ノ距離ヲ測ル方法ヲ述ベヨ。



4 圖ノヤウニ中心ガ
Oノ同心圓ガアル。小
サイ圓ノ上ノ點ト大キ
イ圓ノ上ノ點トヲ結ビ
付ケル線分 AB, A'B'ヲ
等シクスルト $\angle AOB$ ト
 $\angle A'O'B'$ トハ等シイコ
トヲ證明セヨ。



5 圖ニ於テ $AB=AC$
トシ BD, CE ヲ夫々 $\angle B,$
 $\angle C$ ノ二等分線トスル

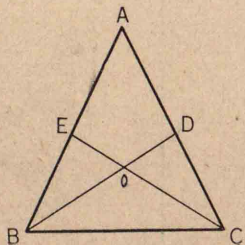
ト

$$BD=CE$$

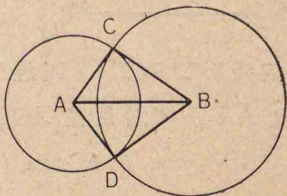
$$AD=AE$$

デアルクトヲ

證セヨ。



(4) ニツノ圓ノ中心ヲ
A, Bトシ, ソノ二圓ガ C,
Dデ交ルトスレバ, AB
ハ AC, AD及ビ BC, BD
ト等シイ角ヲナスコト
ヲ證セヨ。



(5) 問題5ニ於テ $BD,$
 CE ノ交點ヲOトスレ
バ,

$$BO=CO$$

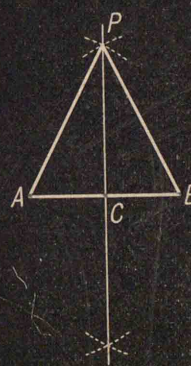
$$EO=DO$$

$$\angle AEO=\angle ADO$$

デアルクトヲ證

セヨ。

6 定線分(長サト位置トガ定ツテキル線分)ノ兩端カ
ラ等距離ニ在ルスベテノ點ハソノ定線分ノ垂直二等
分線(垂直デ且中點ヲ通ル直線)上ニ在ル。



[假設] ABヲ定線分トシ, 點P
ヲ $AP=BP$ デアル任意ノ
一點トスレバ

[終結] 點PハABノ垂直二等
分線上ニ在ル。

[證明] 點PガABノ垂直二等
分線上ニ在ルタメニハ
ABノ中點ト點Pトヲ結ン

ダ直線ガABニ垂直デアレバヨイ。

ABノ中點ヲCトシ, CPヲ結ベバ

$\triangle ACP$ ト $\triangle BCP$ トニ於テ

$$AP=BP, AC=BC, CPハ共通$$

故ニ $\triangle ACP \cong \triangle BCP$

故ニ $\angle ACP = \angle BCP$ 且 $\angle ACP + \angle BCP = 2\text{R.L.}$

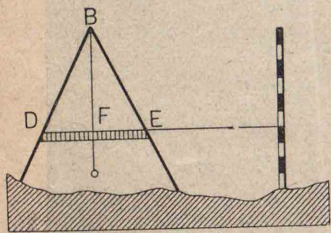
故ニ $\angle ACP = 1\text{R.L.}$ 即チ $PC \perp AB$

即チ任意ノ點PハABノ垂直二等分線上
ニ在ル。故ニA, Bカラ等距離ニ在ルスベテ
ノ點ハABノ垂直二等分線上ニ在ル。

7 定線分 AB ノ垂直二等分線上ノ點ハスベテ A, B カラ等距離ニ在ル。

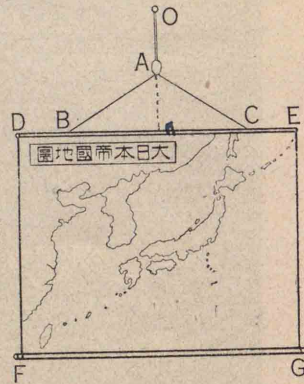
注意 定理及ビ問題ニハ證明セヨト書イテナイモノガアルガ皆證明スベキモノデアル。

8 下ノ圖ハ地ナラシヲスルトキニ用ヒル^{ワク}框^カデ BD, BE ガ等シクシテアル。之ヲ地面ニ垂直ニ立テ、 B カラ釣ツタ錘ノ絲ガ DE ノ中點 F ニ來ルヤウニスルト DE ハ水平トナルコトヲ證明セヨ。

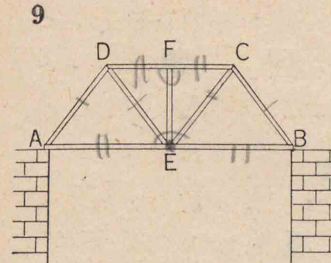


(7) 正方形 $ABCD$ ノ對角線 BD 上ノ任意ノ點 P ト A, C トヲ結ブト AP, CP ハ相等シイ。

(8) 圖ノヤウニ地圖ヲツルシ、地圖ノ上下ノ線ガ水平ニナルヤウニシヨウト思フ。絲ハドウイフ風ニ張レバヨイカ。但シ $BD=CE, DF=EG$ トスル。

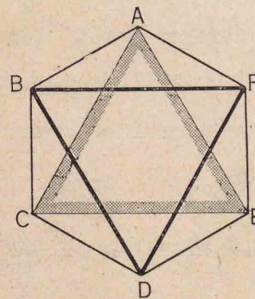


*錘ヲ釣ツタ絲ノ方向ハ鉛直デ、鉛直線ニ垂直ナ直線ノ方向ハ水平デアル。

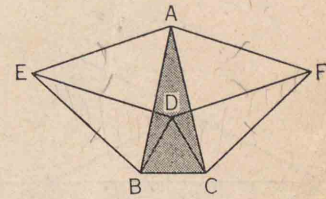


圖ノヤウナ紐手ガアツテ $AE=BE, DF=CF, AB \perp EF, DC \perp EF$ デアルトスルト $DE=CE, AD=BC$ ヲ證セヨ。

10 $ABCDEF$ ヲ正六邊形トスルト $\triangle ACE$ ト $\triangle BDF$ トハ合同ナ正三角形デアル。



(9) 圖ニ於テ $\triangle ABC$ ハ BC ヲ底トスル二等邊三角形デ、 $\triangle ABE, \triangle BCD, \triangle ACF$ ガ何レモ正三角形デアルトキハ、四邊形 $AEDF$ ノ各邊ハ相等シイ。但シ正三角形ノ一ツノ内角ハ 60° デアル。

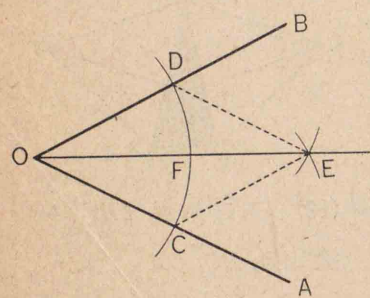


(10) 正三角形 ABC ノ邊 AB, BC, CA ノ上ニ夫々點 P, Q, R ヲトリ、 AP, BQ, CR ヲ各邊ノ $\frac{1}{3}$ トナルヤウニスルト、 $\triangle PQR$ ハ又正三角形デアル。又 $\frac{1}{3}$ ガ $\frac{2}{5}$ デアツタナラバドウナルカ。

第三章 作 圖 題

29. 基本的作圖題

分度器ヲ用ヒズニ定規トコンバスト
バカリヲツカツテ與角 $\angle AOB$ ヲ二等分
スル直線ヲ引ク方法ヲ考ヘヨウ。



描キ方 $\angle AOB$ ヲ定
メラレタ角即チ與
角トスル。頂點 O
ヲ中心トシ、任意ノ
半徑ヲ以テ圓ヲ描
キ OA, OB トノ交
點ヲ C, D トスル。

C, D ヲ中心トシ線分 CD ノ半分ヨリ大ギイ
半徑デ圓ヲ描キ、ソノ交點ヲ E トスルト O, E
ヲ結ブ直線ハ求メルモノデアアル。

其ノ理由ヲ述ベルニ、 CE, DE ヲ結ベバ、

$\triangle COE$ ト $\triangle DOE$ トニ於テ

$OC=OD, CE=DE, OE$ ハ共通

故ニ $\triangle COE \equiv \triangle DOE$

故ニ $\angle COE = \angle DOE$

即チ OE ハ $\angle AOB$ ノ二等分線デアアル。

問1 前頁ノ圖デ OE ヲ折目トシテ $\angle AOE$ ヲ折返
スト 弧 CF, FD ハドウナルカ。

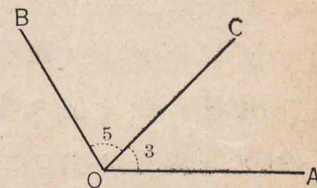
前頁ノ作圖法ハ又

弧 CD ヲ二等分スル方法デアアル。

問 題

① 一直線上ノ一點カ
ラ他ノ直線ヲ引イテ出
來タニツノ角ノ二等分
線ハ互ニ垂直デアアルコ
トヲ證明セヨ。

① 與角 AOB ヲ $5:3$
ノ大サノニツノ部分ニ
分ツ直線ヲ引ケ。

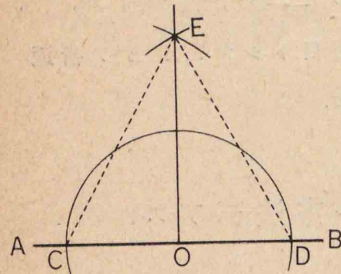


定義 頂點ト一

邊トヲ共有シテソノ共有邊ノ兩側ニア
ルニツノ角ヲ接角トイフ。

$\angle AOC, \angle COB$ ハ互ニ他ノ接角デアアル。

次ニ定直線 AB 上ノ定點 O ニ於テ此ノ直線ニ垂線ヲ引クコトヲ考ヘヨウ。



描キ方 O ヲ中心トシ、任意ノ半徑デ圓ヲ畫キ直線 AB ヲ點 C, D デ截ル。次ニ C, D ヲ中心トシ、線分 CO ヨリ大キイ任意ノ相等

シイ半徑ノ圓ヲ畫ク、ソノ二圓ノ交點ノ一ツヲ E トスル。 E, O ヲ結ブト、

EO ハ求メル垂線デアル。

理由 CE, DE ヲ結ベ。145頁問題6ト同様ニシテ $\angle COE$ ガ直角即チ OE ガ AB ニ垂直デアルコトヲ證明セヨ。

注意 此ノ描キ方ハ角ノ大イサガ二直角デアル場合ノ角ノ二等分線ノ描キ方デアル。

與角ノ二等分線ガ唯一ツデアルヤウニ、與直線上ノ與點ニ於テ此ノ直線ニ垂直ナ直線ハ唯一ツデアル。

圖形ヲ描ク問題ハ**作圖題**デアルガ、

(1) ソノ方法ハ一々幾何學ノ理ニ適ヒ、

(2) 且ソノ出來上ツタ圖形ガ悉ク與ヘラレタ條件ヲ満足スルモノデナクテハナラナイ。

ソレ故作圖題ノ解法デハ先ツ**作圖**トシテ圖形ヲ描ク幾何學的ノ方法ヲ述べ、次ニ**證明**トシテソノ出來タ圖形ガ與條件ヲ満足スル理由ヲ明カニシナクテハナラナイ。ソノ出來上ツタ圖形ヲ**作圖**ノ解トイフ。

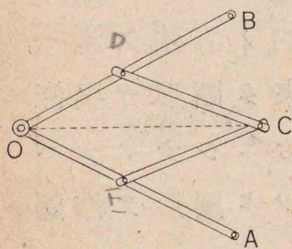
角ノ二等分線モ一直線上ノ一點ニ於ケル垂線モ、分度器デ角ヲ測ツテ作圖スルコトガ出來ルノデアルガ、ソレハ實測ニヨル方法デ幾何學的ノ方法デハナイ。ソレ故作圖題ヲ解クニハ特ニ斷ツタ場合ノ他ハ尺^{コトハ}度ヤ分度器等ハ使用シナイモノトシ、器具トシテハ

直線ヲ引クタメノ**直線定規**ト

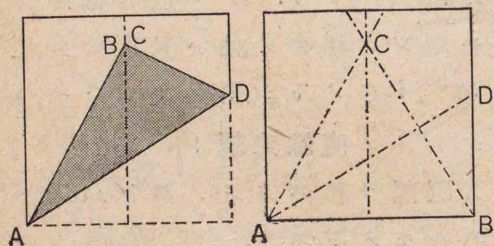
圓ヲ描キ又距離ヲ移スタメノ**コンパス**トダケヲ使用スルモノトスル。

問 題

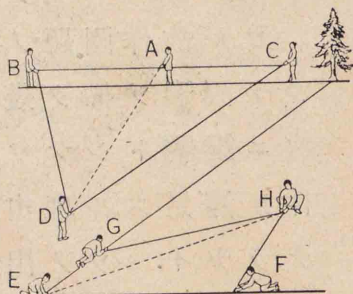
2 圖ノヤウナ角ノ二等分器ガアル。ソノ構造トコレニヨツテ角ヲ二等分シ得ル理由トヲイヘ。



- 3 135° ノ角ヲ描ケ。
- 4 紙ヲ折ツテ正三角形ヲ作レ。



(2) 綱ヲ張ツテ或ル角ヲ二等分スル方法及ビ或ル直線上ノ或ル點ニ垂線ヲ立テル方法ヲ述ベヨ。

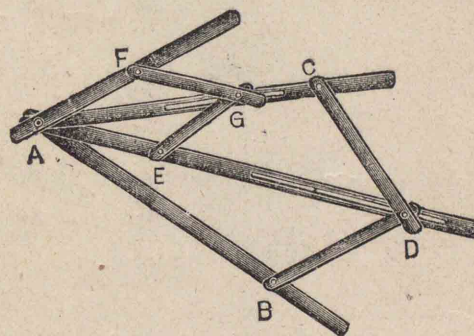


- (3) $22^\circ 30'$ ノ角ヲ描ケ。
- (4) 縦3cm, 横5cm ノ矩形(四ツノ角ガ直角デアアル四邊形)ヲ描ケ。

5 次ノ圖ハ角ノ三等分器デアアル。ソノ構造ト何故コレニヨツテ角ヲ三等分スルコトガ出來ルカトイフ理由ヲ述ベヨ。

5 直角ヲ三等分シテ 30° ノ角ヲ作レ。

[135頁5)ヲ参照セヨ]



角ノ三等分ノ問題

任意ノ角ヲ三等分スルコトハゴクタヤスイヤウデアアルガ實ハ非常ニ困難ナ問題デアツテ、定規トコンパストダケデハ幾何學的ノ作圖ヲスルコトガ出來ナイ、所謂作圖不能問題デアアル。

コレハ紀元前カラギリシヤノ幾何學者等ニヨツテ盛ニ研究サレタ問題デアアル。現今デハ幾何學的作圖法ハ不能デアアルコトガ明カニナツタガ、種々ノ器具ヤ曲線ニヨル角ノ三等分法ハ多數發見サレルニ至ツタ、[250頁(4)ヲ見ヨ。]

作圖題 定直線 PQ 上ノ一與點 R ガ
ラ直線 RS ヲ引キ, $\angle PRS$ ヲ與角 ABC ニ等
シクセヨ.

[作圖] 頂點 B ヲ中心
トシ, 任意ノ半徑デ
圓ヲ描キ, 角ノ二邊
 BA, BC ト D, E デ
交ラセル. R ヲ中
心トシ, 之ト等シイ
半徑デ圓ヲ描イ, テ
 PR ヲ F デ截ル.
 F ヲ中心トシ, 線分
 DE ヲ半徑トシテ
圓ヲ描キ, 圓 R ト S デ交ラス.
 RS ヲ結ブト, $\angle PRS$ ハ求メル角デアル.
[證明] DE, FS ヲ結ベ, $\triangle BDE$ ト $\triangle RFS$ トハ作圖
ニヨツテ三邊ガ夫々相等シイ.
故ニ $\triangle BDE \cong \triangle RFS$
故ニ $\angle PRS = \angle ABC$

問 2 PR ト $\angle ABC$ ニ等シイ角ヲナス直線ハ RS ダ
ケデアルカ.

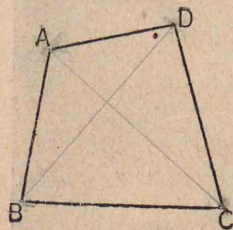
問 題

6 次ノ三線分ヲ三邊
トスル三角形ヲ作レ.

l _____
 m _____
 n _____

7 定直線 AC 上ノ定
點 B = 於テ定直線 AC
ト問題 6 ノ邊 l, n ノナ
ス角ト等シイ角ヲナス
直線ヲ四本畫ケ.

8 次ノ四邊形ト合同
ナ四邊形ヲ畫ケ.



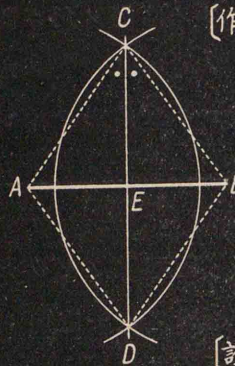
6 次ノ線分ヲ底邊ト
シ, ソノ兩端ノ角ガ問題
6 ノ邊 m ノ兩端ノ角ト
等シイ三角形ヲ作レ.

k _____

7 問題 7 ノヤウナ直
線ハ二ツ宛一直線トナ
ルコトヲ證セヨ.

8 問題 8 ノ圖 = 於テ
四邊形 $ABCD$ ノ二ツノ
對角線ヲ作り, ソノ對角
線ノ一ツト四邊形ノ邊
トノミヲ用ヒテ之ト合
同ナ四邊形ヲ作レ.

作圖題 與線分 AB ノ垂直二等分線ヲ作レ.



[作圖] AB ヲ與線分トスル.
 A, B ヲ中心トシ, AB ノ半
 分ヨリモ大キイ任意ノ等
 半径デ圓ヲ描キ, ソノ交點
 ヲ C, D トスル. C, D ヲ結
 ブト CD ハ AB ノ垂直二等
 分線デアル.

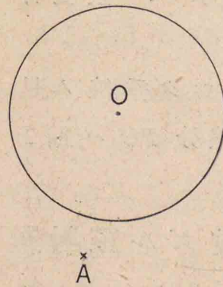
[證明] CD ト AB トノ交點ヲ
 E トシ, AC, BC, AD, BD ヲ結ブ.
 $\triangle ACD$ ト $\triangle BCD$ トハ夫々三邊が等シイカ
 ラ合同デアル.

故ニ $\angle ACE = \angle BCE$
 $\triangle ACE$ ト $\triangle BCE$ トニ於テ
 $AC = BC, CE$ ハ共通, $\angle ACE = \angle BCE$
 故ニ $\triangle ACE \cong \triangle BCE$
 $\therefore AE = BE$
 又 $\angle AEC = \angle BEC$ 且 $\angle AEC + \angle BEC = 2R.L$
 故ニ $\angle AEC = 1R.L$ 即チ $CE \perp AB$
 即チ CD ハ AB ノ垂直二等分線デアル.

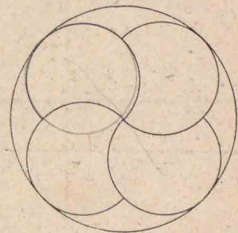
問 題

9 三邊ガ $3\text{ cm}, 3.5\text{ cm}, 4\text{ cm}$ ノ三角形ヲ描イテ, 各邊ノ垂直二等分線ヲ作ツテ如何ニナルカヲ調ベヨ. (證明ハ省ケ.) 又ソレ等ノ交點ト三角形ノ各頂點トノ距離ヲ測レ.

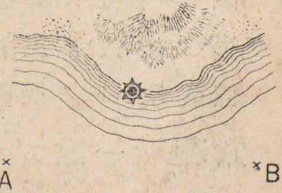
10 圓 O ノ周上ニ中心ヲ置イテ A, B 二點ヲ通ル圓ヲ畫ケ.



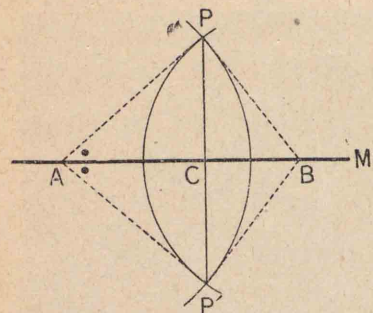
(9) 次ノ圖ヲ描ケ.



10 海上 A, B 二箇所ニ暗礁ガアル. A, B 二點カラ等距離ノ海岸ニ燈臺ヲ建テヨウト思フ. ソノ位置ハドコカ. 之ヲ作圖セヨ.



作圖題 與直線 LM 外ノ與點 P カラ之ニ垂線ヲ引ケ。



作圖 LM ヲ與直線, P ヲ與直線外ノ與點トスル。與直線 LM 上ノ任意ノ二點 A, B ヲ中心トシ, AP, BP ヲ半徑トシテ圓ヲ描キソノ交點ヲ P' トスル。直線 PP' ト LM トノ交點ヲ C トスルト CP ハ求メル垂線デアル。

證明 AP, BP, AP', BP' ヲ結ビ, 156 頁ノ證明ト同様ニ證明スルコトガ出來ル。生徒各自之ヲナセ。

點 C ハ點 P カラ直線 LM ニ下シタ垂線ノ足デ, 點 C ヲ點 P ノ正射影トイヒ, 線分 PC ハ點 P ト直線 LM トノ距離トイフ。

定義 一點ガ一直線ニ投ズル正射影トハソノ點カラソノ直線ニ下シタ垂線ノ足ノコトデアル。

定義 直線外ノ一點カラソノ直線ニ下シタ垂線ノ長サヲソノ點ト直線トノ距離トイフ。

問 3 前頁デ LM ヲ軸トシテ圖形ヲ折返シタナラバドウナルカ。

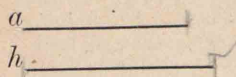
問 4 點 P, P' ラ互ニ關係サセル名稱ハ何トイフカ。

注意 以上述ベタ作圖題ハ何レモ基本のナ作圖題デ, 使用スルコトガ極メテ多イ。ソレデ今後此等ノ作圖ヲ用フル場合ニハ, 上ニ述ベタヤウニ詳細ニ作圖法ヲ述ベナイデ唯,

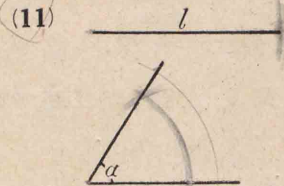
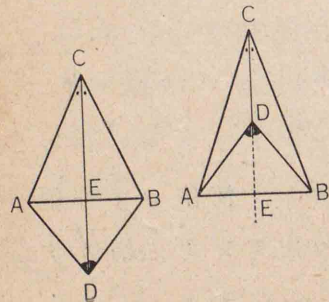
- (1) $\angle AOB$ ヲ二等分スル。
- (2) 直線 PQ 上ノ一點 R ヲ頂點, PQ ヲ一邊トスルヤウニ $\angle AOB$ ヲ移ス。
- (3) 線分 AB ノ垂直二等分線ヲ作ル。
- (4) 直線 AB 上ノ點 O ニ垂線ヲ立テル。
- (5) 直線 LM 外ノ點 P カラコレニ垂線ヲ下ス。

等ノヤウニ簡單ニ述ベルコトトスル。併シ乍ラ圖ハ定規トコンバストヲ使用シテ作圖法ニ適ツタ方法デ正確デ且キレイニ描カナクテハナラナイ。

問 題

11 
 底邊 a , 高サ h ノ二等邊
 三角形ヲ作レ.

12 同ジ線分ノ上ニ兩
 側又ハ同側ニ二ツノ二
 等邊三角形ヲ作ルト,ソ
 ノ頂點ヲ結ビ付ケル線
 分又ハソノ延長ハ各頂
 角ヲ二等分シ,且底邊ヲ
 垂直ニ二等分スル.

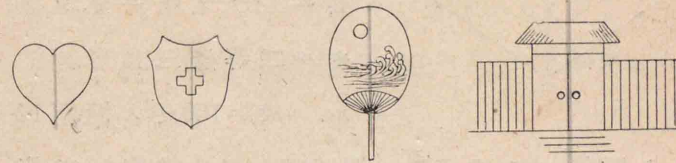


底角 a , 等邊 l ナル二等
 邊三角形ヲ作レ.

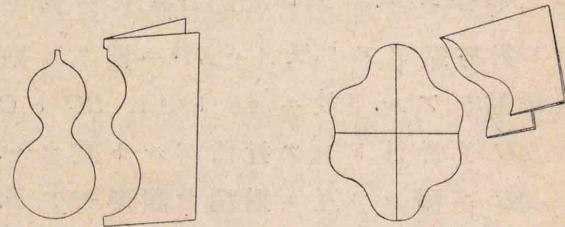
(12) 與直線 LM 外ノ與
 點 C ヲ中心トシ, LM ト
 交ル任意ノ圓ヲ描キソ
 ノ交點ヲ A, B トシ, A, B
 ヲ中心トシ AB ノ半分
 ヨリモ大キイ半徑デ等
 シイ圓ヲ描キ, ソノ交點
 ヲ D トスルト, 直線 CD
 ハ LM ニ垂直デアル.
 又此ノ理ヲ用ヒ野外デ
 綱ヲ張ツテ直線外ノ點
 カラソノ直線ニ垂線ヲ
 引ク方法ヲ述ベヨ.

30. 對 稱

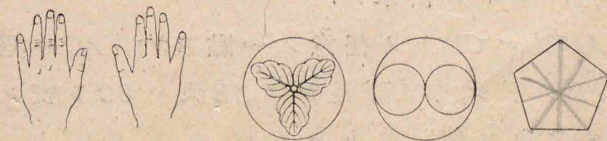
問 1 何故多クノ人ハ左右鈞合ノ取レタ形ヲ好ム
 カ.



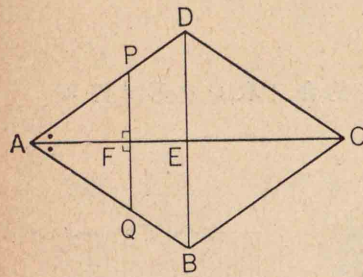
問 2 紙ヲ二ツ折ニシテ重ネ, 折目ヲ切ラナイヤウ
 ニ或ル形ヲ截リ抜イテ之ヲ擴ゲタナラバドンナ形ガ
 出來ルカ. 又四ツ折ニシタ場合ハドウカ.



問 3 次ノ圖ヲドノ線デ折返スト折目ノ兩側ノ圖
 ガ重ナルカ.



問 4 菱形ヲ描イテソノ對稱軸ヲ調ベヨ.



四邊形 $ABCD$ ヲ菱形
トスルト、
 $\triangle ABC$ ト $\triangle ADC$ トハ
共ニ AC ノ上ニ立ツテ
キル二等邊三角形デア
ル。故ニ160頁ノ問題12

ト同様ニシテ BD ハ對角線 AC ヲ垂直ニ二等
分スル。又 AC ハ對角線 BD ヲ垂直ニ二等分
スル。故ニ對角線 AC ト BD トハ互ニ他ヲ垂
直ニ二等分スル。ソレ故點 B ハ AC ニ關スル
點 D ノ對稱點デアリ、又 A ハ BD ニ關スル點 C
ノ對稱點デアル。故ニ AB ト AD 、 BC ト CD
トハ AC ヲ折目トシテ折曲ゲルト重ナル。
即チ AC ニ關シテ互ニ對稱ナ圖形デアル。

併シ AB ト AD 、 BC ト CD トガ AC ニ關シテ對
稱ナ圖形デアルコトハ又次ノヤウニシテ證
明スルコトガ出來ル。

AD 又ハ CD 上ノ任意ノ一點 P カラ AC ニ垂
線 PF ヲ下シ、之ヲ延長シテ AB 又ハ BC ト交ラ
シメ、ソノ交點ヲ Q トスルト

$\triangle AFP$ ト $\triangle AFQ$ トニ於テ

AF ハ共通、 $\angle PAF = \angle QAF$ 、 $\angle AFP = \angle AFQ$
デアルカラ $\triangle AFP \cong \triangle AFQ$

$\therefore PF = FQ$

故ニ Q ハ P ノ對稱點デアル。

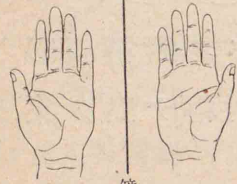
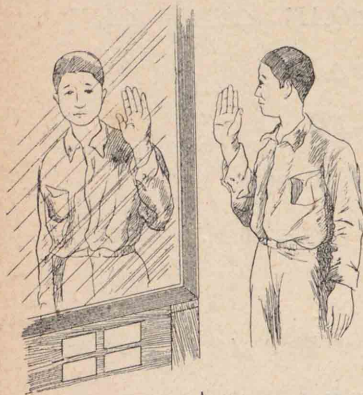
即チ AD 、 CD 上ノ點ノ AC ニ關スル對稱點
ハ AB 、 BC 上ニ在ル。

同様ニシテ AB 、 BC 上ノ點ノ AC ニ關スル
對稱點ハ夫々必ズ AD 、 DC 上ニ在ル。

一般ニ或ル直線ニ關スル對稱圖形ハ
ソノ直線ニ關シテ互ニ對稱ナ點ノ集リ
デアル。

故ニ或ル圖形ガ或ル直線ニ關シテ對
稱デアルコトヲ證明スルニハ

- (1) ソノ圖形ヲソノ直線デ折曲ゲタ
トキ兩側ノ圖形ガ全ク重リ合フコ
トカ、
- (2) ソノ直線ニ關シテ互ニ對稱點ヲ
有スルコトカヲ述ベレバヨイ。

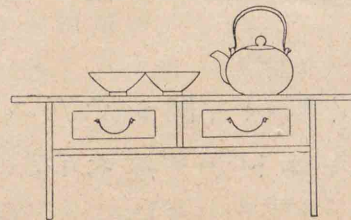


鏡面

鏡ノ前ニ立ツテ手ヲ出シテ見ヨ。ソノ鏡ニウツル手ハ鏡ニ對シテモトノ手ト對稱デアル。ソノ實物ト鏡ニ寫ツタ像トヲ鏡ヲ對稱ノ面トスルヤウナ正面圖ヲ描クト下ノヤウニナル。

吾々ノ身體ヲ初メ、スベテノ動物又ハ家屋建築等ニ到ルマデ日常眼ニフレルモノデ丁度左右ガ鏡デ寫シタモノノヤウニ同様ニナツテキ

ルモノガ随分多イ。コレ等ノモノハ**立體對稱**トイツテ、後ニ學ブコトトシ、今ハ唯ソレ等ヲ正面ニ描イタ、平面圖形ノミヲ研究スルコトトシヨウ。



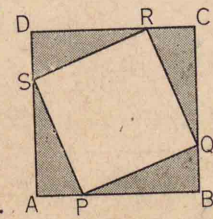
問 題

13 正三角形ハ三ツノ對稱軸ヲ有スルコトヲ證セヨ。

14 直線 AB ノ同側ニ三點 P, Q, R ガアル。ソノ AB ニ關スル對稱點ヲ P', Q', R' トスレバ $\triangle PQR$ ト $\triangle P'Q'R'$ トハ合同デアルコトヲ證セヨ。

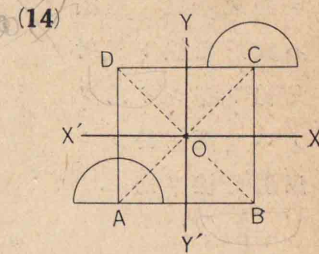
15 正方形(四邊ガ等シク四角ガ直角) $ABCD$ ノ邊上ニ AP, BQ, CR, DS ヲ等シクトリ、 PQ, QR, RS, SP ヲ

結ブト此等ノ線分ハ等シイ。



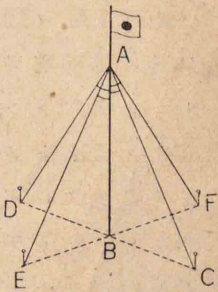
シテ等シイ長サノ綱 AC, AD, AE, AF ヲ張ルコトガ出來タ。綱ノ端ハ B カラ等距離ニアル理ヲイヘ。

(13) 四本ノ對稱軸ヲ有スル圖形ヲ作レ。

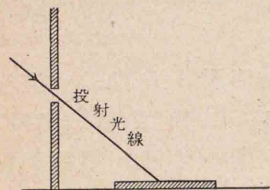


四點 A, B, C, D ハ直交スル二軸 XOX', YOY' ニ關シテ互ニ對稱ナ點デ、又 A, C ヲ中心トスル半圓ハ等シイ。 XOX', YOY' ニ關スルコレ等ノ半圓ノ對稱圖形ヲ畫ケ。

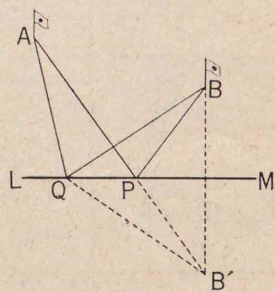
(15) 直立スル旗竿ノ一點 A カラ竿 AB ト等シイ角ヲナ



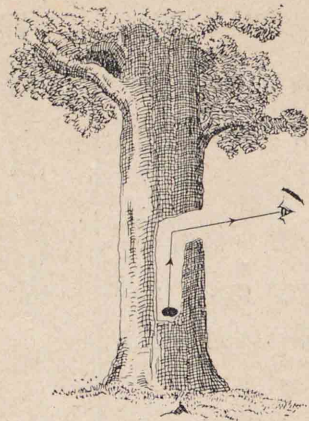
16 光ガ平面鏡ニ當ツテ反射スルトキハ、光ノ當ツタ點ニ於ケル鏡ノ垂線ハ、投射光線ト反射光線ト等シイ角ヲナス。圖ニ於ケル反射光線ヲ描ケ。



17 A カラ直線 LM 上ノ一點 P ラ經テ B ニ行ク最モ近イ道ヲ作ルニハ先ヅ LM ニ關スル B ノ對稱點ヲ求メ、コレヲ B' トシ、AB' ト LM トノ交點ヲ P トスレバヨイ。コノ點 P ラ求メル作圖ヲナセ。



* 齒科醫ノ口中鏡ハ此ノ鏡ト同様ナ目的デ用ヒルモノデアル。



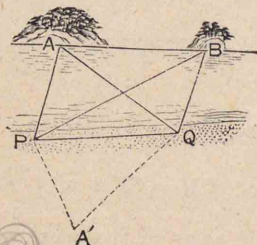
(16) 圖ノ様ナ樹木ノ空洞ノ底ニアル者ヲ見ヨウト思フ。鏡ヲ何處ニ置

ケバヨイカ、コレヲ描ケ。

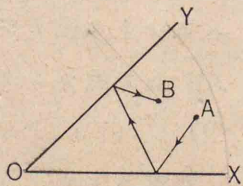
(17) 問題17ニ於テ LM 上ニ P 以外ノ任意ノ點 Q ラトレバ AQ + BQ ハ

AP + BP ヨリ大キイコトヲ證明セヨ。

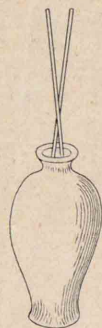
18 海岸ニ於テ沖合ニ在ル二島ノ二地點 A, B ノ距離ヲ測ラウトスルニ、A, B, P, Q ガ同一平面上ニアルトスレバ點 P デ $\angle APQ, \angle BPQ$, 點 Q デ $\angle AQP, \angle BQP$ ノ四ツノ角ヲ測ツテ計算スレバヨイ。PQ ヲ軸トスル AB ノ對稱圖ヲ上ノ測ツタ角ヲ移シテ描ケ。



19 A カラ出タ直線ガ OX, OY デ光線ガ鏡ニ當ツタ如ク反射サレテ B ニ歸ルヤウナ圖ヲ描ケ。

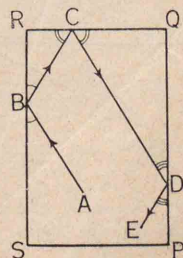


(18) 圖ノヤウニ細長イ二本ノ棒ヲ用ヒテ深イ



瓶ノ内底ノ直徑ヲ測ルニハドウスレバヨイカ。又ソノ理由如何。

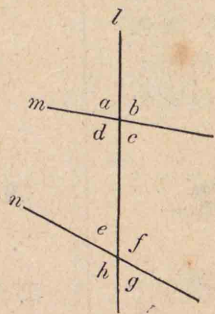
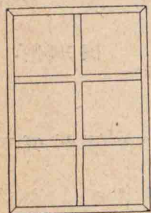
(19) PQRS ハ矩形デアル。圖ノヤウニ A カラ出タ直線ガ矩形ノ縁トソノ交點デ等シイ角ヲシテ E ニ歸ルヤウナ圖ヲ描ケ。



第四章 平行線

31. 平行線トナルニ直線

問1 硝子戸ノ棧ヲ見テ對頂角,同位角,錯角,同傍内角ノ組ヲ指シ示セ. 又右ノ圖ニ於ケル各角ニツイテ

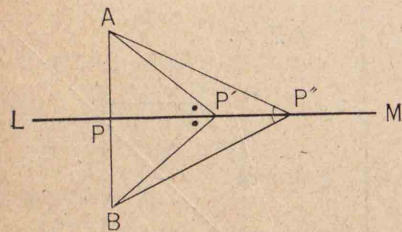


モ同様ニセヨ.

[一年用219頁

参照]

問2 直線 LM 外ノ點ヲ A トシ, LM ニ關スル A ノ



正射影ヲ P, 對稱點ヲ

B トセヨ. AB ヲ A,

B デ兩端ヲ固定シテ

ゴム糸ト考ヘ, ソノゴ

ム糸ノ上ノ點 P ヲ

LM 上デ動カシタト

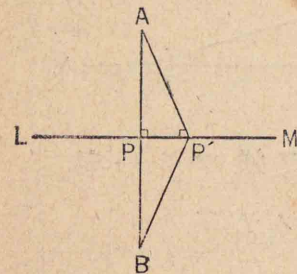
キ P ガ P, P' 等ニ來タトキノ $\angle AP'L$ ト $\angle BP'L$ ト

ノ關係. $\angle AP'L$ ト $\angle BP'L$ トノ關係ハドウカ.

問3 直線 LM ヲ軸トシテ一方ノ圖形ヲ折返シタ
ナラバドウナルカ.

點 P' ハ LM 上如何ナル位置ニ在ツテ
モ $\angle AP'P$ ト $\angle BP'P$ トノ大サハ等シイ.

定理 與直線外ノ一定點カラソノ直
線ヘノ垂線ハ唯一ツアルノミデアル.



證明 A ヲ定直線 LM 外

ノ定點トシ, AP ヲ LM へノ

垂線, B ヲ LM ニ關スル A ノ

對稱點トスル.

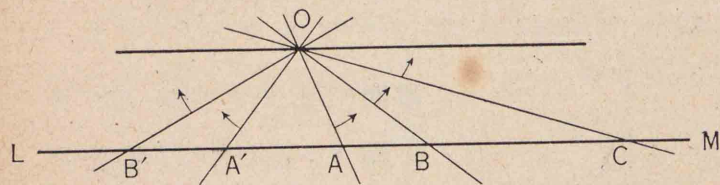
假リニ垂線ガ唯一ツデナ

ク AP ノ外ニモアルト考ヘ, ソレヲ AP' トシ
BP' ヲ結ブト

$\angle AP'P$ ト $\angle BP'P$ トハ何レモ直角トナル
ベキデアルカラ

$\angle AP'P + \angle BP'P = 2R.L$ 即チ AP'B ガ一直
線トナリ, A, B ノ間ニ二直線ガアルトイフヤ
ウナ不合理ナコトニナルカラ, 垂線ハ唯一ツ
ヨリ他ニハナイ.

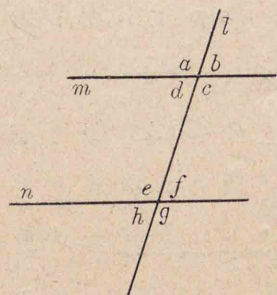
問4 O ヲ直線 LM 外ノ點トシ、 O ヲ通ツテ LM ト交ル直線ヲ OA トスル。直線 OA ガ點 O ノ周リヲ右ノ方ヘ廻轉スルトキ、 OA ト LM トノ交點ハ LM 上ヲ如何ニ動クカ。又 OA ガ左ノ方ヘ廻轉スルトキハドウカ。又兩方ヘ廻轉シタ直線ガ一致スルトキハドウナルカ。



平行線ノ公理 一與點ヲ通ツテ一與直線ニ平行ナ直線ハ唯一ツデアル。

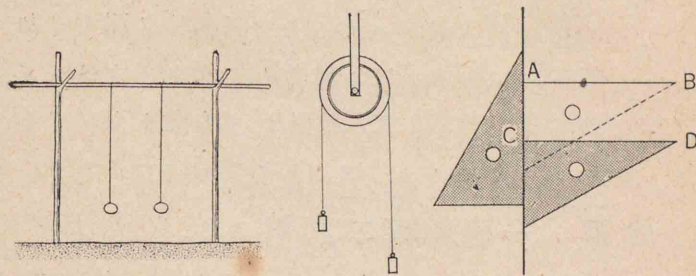
問題

1 圖ニ於テ $\angle a$ ガ 120° デ、 $\angle a$ ノ同位角ガ $\angle a$ ト等シイナラバ他ノ角ハ何度デアルカ。

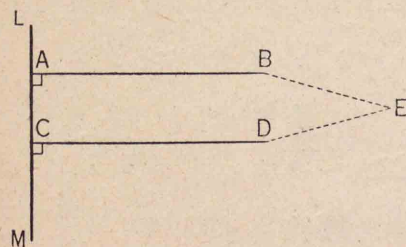


(1) 圖ニ於テ一組ノ錯角 $\angle d$ ト $\angle f$ トガ相等シイトキ互ニ補角ヲナス角ノ組ハ何々カ。

問5 次ノ圖ヲ見テ互ニ平行ナ直線ヲイヘ。



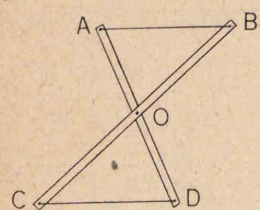
定理 同一ノ直線ニ垂直ナ二直線ハ平行デアル。



AB ト CD トガ同一ノ直線 LM ニ垂直ダトスレバ $AB \parallel CD$

證明 モシ AB ト CD トガ平行デナ

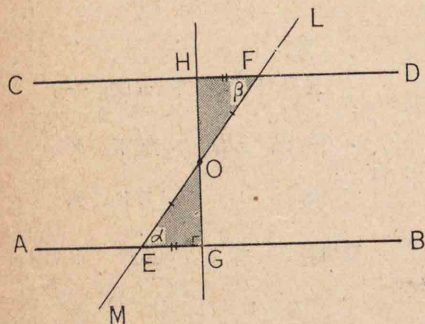
イトスレバ何處カデ交ラナクテハナラナイ。モシ交ツタトスルトツノ交點(假リニ E)カラ直線 LM ニ二本ノ垂線ガアルコトニナリ169頁ノ定理ニ反ク。ソレ故 AB ト CD トハ交ルワケニハ行カナイ。即チ $AB \parallel CD$



問6 二本ノ棒 AD, BC ノ各ノ中點 O ヲ釘デ止メ. $A, B; C, D$ ニゴム糸ヲ張り, 棒ノ開キヲ加減シ, 錯角ハドウナルカ調べヨ. 又 $\angle OAB$ ガ直角トナツタト

キ $\angle ODC$ ハドウナルカ. 又 AB, CD ハドウナルカ.

定理 一直線ガ二直線ニ交ツテナス錯角ガ相等シイトキハ二直線ハ平行デアアル.



假设 直線 LM ガ一
直線 AB, CD ト夫
々 E, F デ交ツテ
錯角 $\angle \alpha$ ト $\angle \beta$ ト
ガ等シイトスル.

終結 $AB \parallel CD$

證明 二直線ガ平行ナタメニハ二直線ガ同一直線ニ垂直ニナルカドウカラ見レバヨイ.

ソレガタメニ EF ノ中點 O カラ AB ニ垂線ヲ下シ, 之ヲ OG トスル. FC 上ニ $FH=EG$

トナルヤウニ點 H ヲトリ, HO ヲ結ブ.

$\triangle OEG$ ト $\triangle OFH$ トニ於テ

$$OE=OF, \quad EG=FH, \quad \angle \alpha = \angle \beta$$

故ニ $\triangle OEG \cong \triangle OFH$

$$\angle EOG = \angle FOH$$

故ニ OG, OH ハ一直線トナル.

又 $\angle OHF = \angle OGE = 1R.L$

即チ AB, CD ハ同一直線 GH ニ垂直デアアル.

故ニ $AB \parallel CD$

問7 前頁ノ定理ヲ用ヒ同位角 $\angle LFC$ ト $\angle FEA$ トガ等シイトキハ $AB \parallel CD$ ライヘ. 又同傍内角 $\angle CFE$ ト $\angle FEA$ トノ和ガ二直角デアツタラドウカ.

上ノ問7ノヤウナノハ 前頁ノ定理カラ容易ニソノ眞デアアルコトガワカル事項デアアル. コノヤウナ定理ヲ特ニ或ル定理ノ系トイフ.

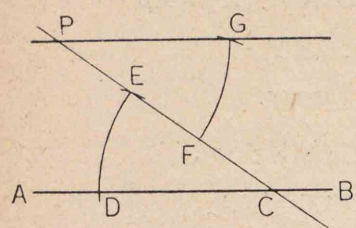
系 一直線ガ二直線ニ交ツテ出來ル

(1) 同位角ガ等シイトキ, 又ハ

(2) 同傍内角ガ補角ヲナストキハ

ソノ二直線ハ互ニ平行デアアル.

作圖題 與直線 AB 外ノ一與點 P ヲ通ツテ之ニ平行ナ直線ヲ引ケ。



點 P ハ 與直線 AB 外ノ一與點デアル。

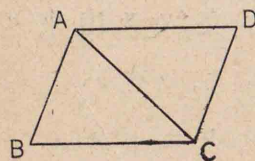
作圖法ト證明トヲ

イヘ。

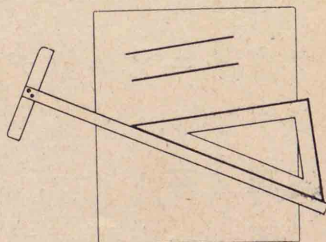
問題

2 上ノ作圖題ヲ同位角ガ等シイ理ヲ使ツテ解ケ。

3 圖ニ於テ $\triangle ABC$ ト $\triangle CDA$ トガ順合同デアルナラバ平行ナ邊ハドレカ。

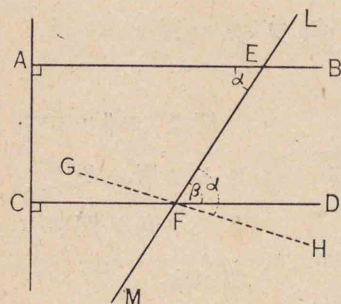


(2) 定規ヲ用ヒテ平行線ヲ引クノハ如何ナル理ニヨルカ。



(3) 硝子窓ノ枠ヤ戸ノ棧ノ平行ナコトハ何ニ依ツテ驗サレルカ。

32. 平行線ニヨル角



問1 直線 AC ニ垂線 AB, CD ヲ立テヨ。 AB, CD ハドウナルカ。直線 LM ヲ引イテ AB, CD ト E, F デ交ラスト錯角 $\angle \alpha$ ト $\angle \beta$ トハドウカ。

定理 一ツノ直線ガ平行線ニ交ルトキハソノナス錯角ハ相等シイ。

證明 $AB \parallel CD$ ナラバ錯角 $\angle \alpha = \angle \beta$ デナケレバナラナイ。何故ナラバ F ニ於テ LM ト $\angle \alpha$ ノ角ヲナス直線 GH ヲ引イテ見レバ

錯角ガ等シイ故 $GH \parallel AB$

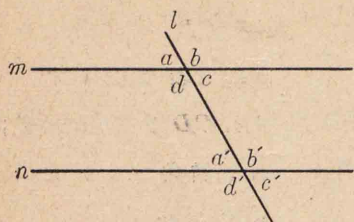
然ルニ $CD \parallel AB$ デアル。

同一ノ點 F ヲ通ツテ AB ニ平行ナ直線ハ唯一ツシカナイカラ CD ト GH トハ一致スル。

ソレ故錯角 $\angle \alpha = \angle \beta$ デアル。

系 一直線ガ二平行線ニ交ルトキハ

- (1) ソノナス同位角ハ相等シク,
- (2) 同傍内角ハ補角ヲナス.



問 2 $m \parallel n$ デア
 ルトキ圖ニ於ケル
 8ツノ角ノ關係ヲ
 調べヨ.

問題

4 上ノ圖ニ於テ
 $\angle d = 3\angle a'$ ナラバ各角
 ノ大サハドウカ.

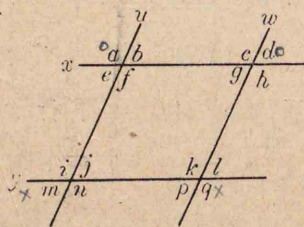
5 $u \parallel w, x \parallel y$

デアルトキ

$\angle a = \angle k$

デアルコト

ヲ證セヨ.



(4) 上ノ圖ニ於テ
 $\angle a + \angle a' = 76^\circ$ ナラバ他
 ノ角ノ大サハドウカ.

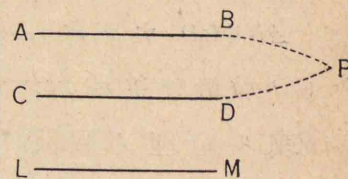
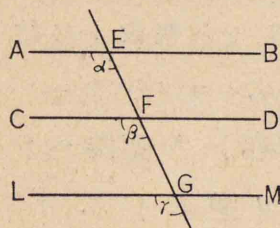
(5) 圖ニ於テ
 $\angle a + \angle d = \angle m + \angle q$

デアルコトヲ證
 セヨ.

又 $\angle q = \angle d + \angle m$
 ナラバ $\angle q$ ノ大
 サハドウカ.

定理 同一ノ直線ニ平行ナ二直線ハ
 互ニ平行デアアル.

假設 $AB \parallel LM, CD \parallel LM$ 終結 $AB \parallel CD$



證明 1 一直線ヲ
 LM ト交ルヤウニ
 引クト之ハ又 $AB,$
 CD ト交ル. ソノ
 ナス角ヲ $\angle \alpha, \angle \beta, \angle \gamma$
 トスル.

$AB \parallel LM$

故ニ $\angle \alpha = \angle \gamma$

$CD \parallel LM$

故ニ $\angle \beta = \angle \gamma$

故ニ $\angle \alpha = \angle \beta$

AB, CD ニ一直線ガ
 交ツテナス同位角
 ガ相等シイ故

$AB \parallel CD$

證明 2 假リニ

$AB \parallel CD$ デナイト

スルト,何處カ一點

デアラナクテハナ

ラナイ. ソノ點ヲ

P トスルト,一點 P

ヲ通ツテ一直線 LM

ニ平行ナ二ツノ直

線ヲ引キ得ルコト

トナル.

コレハ公理ニ反

ク. 故ニ AB, CD ハ

決シテ交ルコトハ

ナイ.

即チ $AB \parallel CD$

33. 定理ノ逆ト間接證明法

172頁ノ定理ト175頁ノ定理トヲ比較スルニ

$\angle a = \angle \beta$ ナラバ $AB \parallel CD$ ト,

$AB \parallel CD$ ナラバ $\angle a = \angle \beta$ トハ假設ト終結トノ位置ガ逆ニナツテキル。コノヤウニ、
或ル定理ノ假設ト終結トヲ取換ヘテ述ベタモノヲソノ定理ノ逆トイフ。

問1 次ニ述ベタ事項ノ逆ヲイヘ。

(1) 半徑ノ相等シイニツノ圓ハ合同デア
ル。

(2) ニツノ三角形ガ合同デアルトキハ兩
三角形ノ内角ハ夫々相等シイ。

(3) 或ル整数ガ6ノ倍數デアレバソノ整
數ハ3ノ倍數デアル。

(4) スベテ物ヲ打ツト音ヲ出ス。

(5) -5 ヲ二乗スレバ25トナル。

問2 今マデニ學ンダ定理又ハ問題ニ於テ互ニ逆ノ關係ニナツテキルモノヲ述ベヨ。

或ル定理ガ眞デアツテモソノ逆ハ必

ズ眞デアルトハ限ラナイ。ソレ故ソレガ眞デアルカドウカハ又別ニ證明スベキモノデアル。

171頁及ビ177頁(右側)ニ用ヒタ證明ヲ見ルト

$AB \parallel CD$ デナイトスレバ定理ニ反ク。

$AB \parallel CD$ デナイトスレバ公理ニ反ク。

ソレ故ソノ定理ガ眞デアルトイフヤウニ

(1) 先ヅソノ定理ガ眞デナイトシ終結ヲ打消シテ論ヲ進メルト、

(2) 終ニハ不合理ナ結論ニ到達スル。

(3) ソレ故ソノ定理ノ終結ヲ打消スベキデハナイ。即チソノ定理ハ眞デナクテハナラナイ。

トイフヤウナ論法ヲトツテキル。

コノヤウナ證明法ヲ歸謬法又ハ間接法トイフ。

之ニ對シテ假設ノ條件カラ進ンデ終結ヲ導キ出スヤウナ證明ノ方法ヲ直接法トイフノデアル。〔139頁参照〕

問題

6 平行ナ二直線ノ一ツニ交ハル直線ハ他ノ直線ニモ交ハルコトヲ間接法ニヨツテ證明セヨ。

7 二直線ニ他ノ一直線ガ交ハツテナス同傍内角ノ和ガ $2R.L$ ニ等シクナイトキハ、其ノ二直線ハ交ハルコトヲ間接法ニヨツテ證明セヨ。

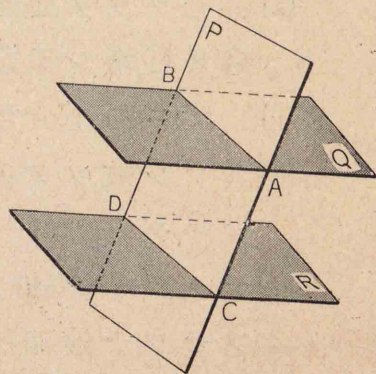
8 二ツノ整数(式) A, B ノ最大公約數ヲ G トシ、

$$A = aG$$

$$B = bG$$

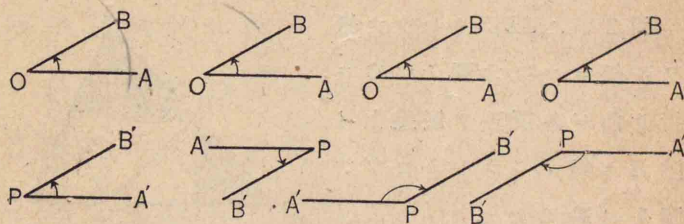
トスレバ、 a ト b トハ互ニ素デアルコトヲ間接法ニヨツテ證セヨ。

(6) 二ツノ平行ナ平面(何等ノ共有點ノナイ二平面)ガアル。此ノ二平面ニ一平面ガ交ハルトキ、其ノ交ハリノ二直線ハ平行デアルコトヲ間接法ニヨツテ證明セヨ。



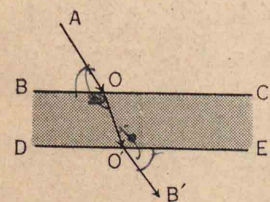
(7) 相交ハル二直線ノ各ニ垂直ナ二直線ハ相交ハルコトヲ間接法ニヨツテ證明セヨ。

9 一定點 P ヲ通り、一與角 $\angle AOB$ ノ二邊ト夫夫平行ナ邊ヲ有スル二角ヲ作レ。

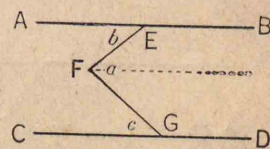


(9) 問題9ノ二ツノ角ハ互ニ相等シイカ又ハ補角ヲナスコトヲ證セヨ。

10 光ガ透明ナ層ヲ通ルトキハ圖ノヤウニ、 $BC \parallel DE$ ナラバ $\angle AOB = \angle B'O'E$ トナル。コノトキハ $AO \parallel O'B'$ デアルコトヲ證セヨ。



(10) 圖ニ於テ $AB \parallel CD$ ナラバ $\angle a = \angle b + \angle c$



注意 問題9, (9)ノ圖ノヤウナ角ヲ針金デ作り種々ノ場合ヲ研究セヨ。

第五章 多角形ノ内角ノ總和

34. 三角形ノ内角ノ總和

問1 三角形ノ三内角ノ和ハイクラカ.

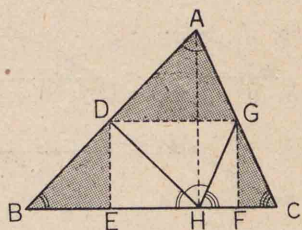
問2 $\triangle ABC$ ノヤウナ紙

ヲ點線ニヨツテ圖ノヤウニ

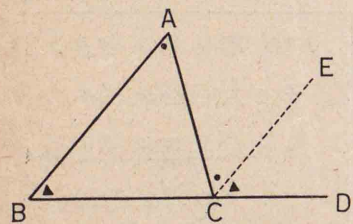
折り曲ガ各頂點ヲ底邊上ノ

點 H ニ集メルコトニヨツテ

問1ノ驗ヲナセ.



定理 三角形ノ三ツノ内角ノ和ハ二
直角ニ等シイ.



C ヲ通ツテ BA ニ
平行ナ直線ヲ引キ,
 $\angle A, \angle B$ ト等シイ
角ヲ考ヘテ證明ヲ
セヨ.

注意 上ニ用ヒタ直線 CE ハ證明ヲ容易
ニスルタメニ引イタ補助線デアル.

上ノ圖ノ $\angle A$ 及ビ $\angle B$ ハ外角 ACD ノ内對角
トイフ. 即チ三角形ノ二ツノ内角ハ他ノ殘
リノ内角ニ隣ル外角ノ内對角トイハレル.

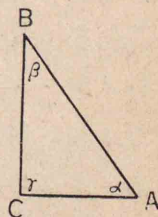
系一 三角形ノ一内角ノ外角ハソノ
二ツノ内對角ノ和ニ等シク,ソノ何レヨ
リモ大キイ.

定義 一内角ガ直角デアル三角形ヲ
直角三角形,一内角ガ鈍角デアル三角形
ヲ鈍角三角形,スベテノ内角ガ皆銳角デ
アル三角形ヲ銳角三角形トイフ.

系二 直角三角形ノ二ツ
ノ銳角ハ互ニ餘角デアル.

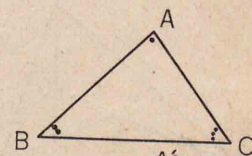
$\triangle ABC$ ノ $\angle C$ ヲ直角トスルト

$$\angle \alpha + \angle \beta = 90^\circ$$

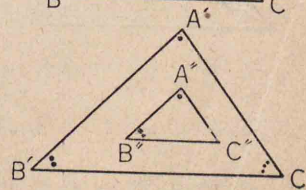


系三 一ツノ三角形ノ二

角ガ夫々他ノ一ツノ三
角形ノ二角ニ等シイト
キハ殘リノ一角モ亦相
等シイ.



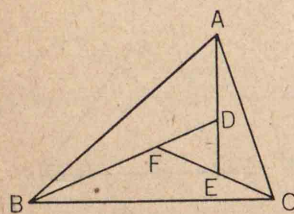
問3 直角二等邊三角形(二
等邊三角形デ且直角三角形)ノ
各内角ノ大サハ夫々何度カ.



問題

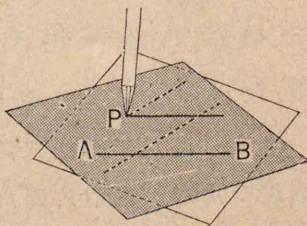
1 三角形ノ三内角ヲ $\angle a, \angle \beta, \angle \gamma$ トシ $\angle \beta = 2\angle a, \angle \gamma = 3\angle a$ ナラバ各角ノ大サハ何程カ。

2 圖ニ於テ何レノ角ガ何レノ三角形ノ外角デアルカ。又 $\triangle ABC$ ノ内角ノ和ハ $\triangle DEF$ ノ内角ノ和ニ等シイコトヲ圖ニヨツテ證明セヨ。



(1) 三角形ノ三内角ヲ $\angle a, \angle \beta, \angle \gamma$ トシ $\angle a + \angle \beta = 83^\circ$ $\angle \beta + \angle \gamma = 145^\circ$ ナラバ各角ノ大サ如何。

(2) 紙上ニ直線 AB ヲ描キ、ソノ紙上ノ一點 P ヲ押ヘテソノ紙ヲソノ點ノ周リニ廻ハストキハ、初メノ AB ト終リノ位置ノ AB トノナス角ハ紙ノ廻轉シタ角ニ等シイコトヲ實驗シ後コレヲ證明セヨ。

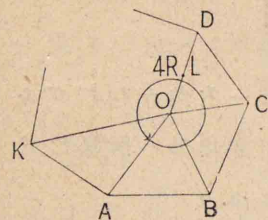


35. 多角形ノ内角及外角ノ總和

問1 四邊形、五邊形ノ内角ノ總和ハイタラカ。

定理 n 邊形ノ内角ノ總和ハ

$$(2n-4)R.L. \text{ デアル。}$$

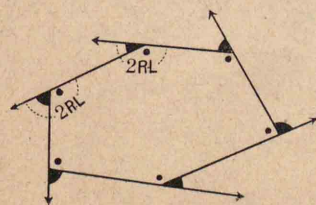


多角形内ニ一點 O ヲトリ、多角形ノ各頂點ト結ブト幾ツカノ三角形ガ出來、ソレ等ノ三角形ノ何レノ角ガ多角形ノ

内角ニ當ツテキルカヲ考ヘテ證明セヨ。

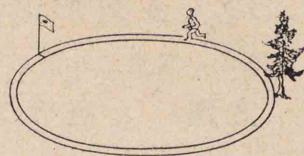
問2 正15邊形ノ内角ノ總和從ツテ一内角及ビ一外角ノ大サハ何程カ。

系 多角形ノ各邊ヲ順次ニ一方ニ延長シテ出來ルスベテノ外角ノ和ハ4直角デアアル。



各頂點ニ於テ内角ト外角トノ和ハ $2R.L.$ デアル。内角ダケノ和ハ如何。故ニ外角ノ總和ハ $4R.L.$

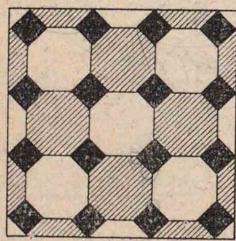
問3 或ル人ガ運動場ヲ一周シテ原位置ニ歸ツタ。何度ノ角ヲ回轉シタカ。



問題

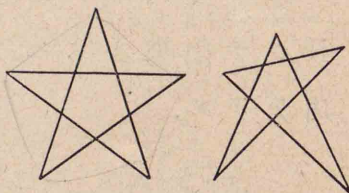
3 正 n 邊形ノ一内角ハ $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ デアルコトヲ證セヨ。

4 圖ノヤウニ邊ノ等シイ正方形ト正八邊形トハ敷詰メ得ル理ヲ述ベヨ。



(3) 一内角ガ 144° デアル正多角形ハ何邊形デアルカ。

(4) 次ノ圖ハ五邊形ノ邊ヲ延長シテ出來タ星形デアル。突キ出タ角ノ和ハ何度デアルカ。



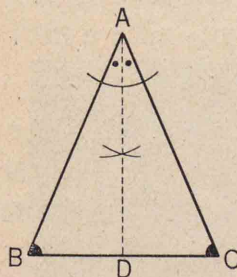
第六章 二等邊三角形及直角三角形

36. 二等邊三角形

問1 頂角ガ m 度ノ二等邊三角形ノ二ツノ底角ノ大サ如何。

問2 一邊ノ兩端ニ相等シイ角ヲ有スル三角形ヲ作レ。

定理 一ツノ三角形ノ二角ガ相等シイトキハ二等邊三角形デアル。



假設 $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle B = \angle C$ ナラバ

終結 $AB = AC$

證明 補助線トシテ $\angle A$ ノ二等分線 AD ヲ引ク。
 $\triangle ABD$ ト $\triangle ACD$ トニ於

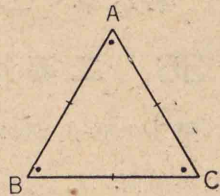
テ二角ガ夫々等シイカラ殘リノ角 $\angle ADB$ ト $\angle ADC$ トハ等シイ。

AD ハ共通デ、ソノ兩端ノ二角ガ夫々等シイカラ $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

故ニ $AB = AC$

問 3 此ノ定理ノ逆ハ何處デ學ンダカ。

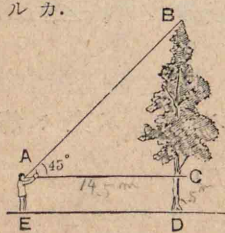
系 三ツノ角ガ相等シ
イ三角形ハ正三角形デア
ル。



問題

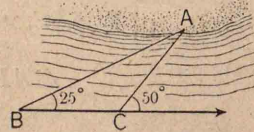
1 二等邊三角形ノ合同
ナ場合ヲ研究セヨ。

2 直立シテキル立木
ノ高サヲ測ラウトシテ
14.5 米距ツタ地點 A カ
ラ眼ト等シイ高サノ點
C ト頂上 B ヲ見タノニ
 $\angle BAC$ ハ 45° デアツタ。
目ノ高サヲ 1.5 米トス
レバ立木ノ高サハ何程
デアアルカ。



(1) 正三角形 ABC ノ $\angle B$
ノ二等分線 BM ヲ引キ、
 A カラ BM ト 105° ノ角
ヲナス直線 AD ヲ引ク
ト、 AD ハ AC 及ビ BC ト
何度ノ角ヲナスカ。

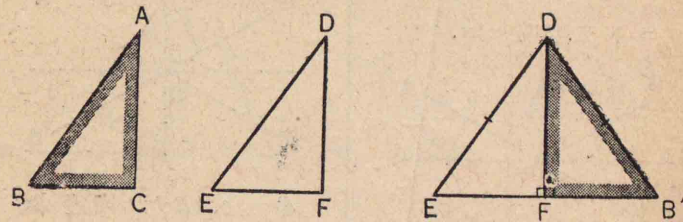
(2) 或ル汽船ガ眞直ニ
進行中船中ノ一人ガ陸
地ノ一點 A ノ方向ト進
行ノ方向ノ角ヲ測ツテ
 25° ヲ得タ。後 6.5km 進
行シテ同様ノ角ヲ測ツ
テ 50° ヲ得タ。後ノ點
ト A トノ距離如何。



37. 直角三角形ノ合同

問 二ツノ直角三角形ノ合同ナ場合ヲアゲヨ。

定理 斜邊ト一邊トガ夫々相等シイ。
二ツノ直角三角形ハ合同デア
ル。



[假設] $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ、 $\angle C, \angle F$ ガ直
角、 $AB = DE, AC = DF$ トスレバ

[終結] $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

[證明] $\triangle ABC$ ヲトリ、 AC ヲ DF = 重ネ、 $\triangle DB'F$
ノ位置ニ來ルヤウニスレバ EF, FB' ハ一
直線トナリ、 $\triangle DEB'$ ハ二等邊三角形トナ
ル。

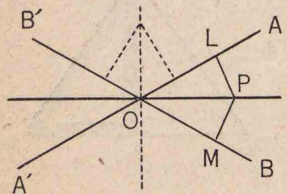
故ニ $\angle E = \angle B'$ 從ツテ $\angle E = \angle B$

故ニ $\angle A = \angle D$

故ニ $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ ハ二邊トソノ夾角
トガ等シイ。故ニ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

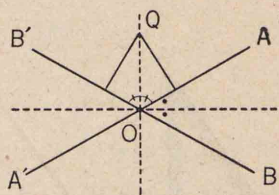
問題

3 一ツノ角ノ二邊カラ等距離ニアル點ハソノ角ノ二等分線上ニ在ルコトヲ證明セヨ。

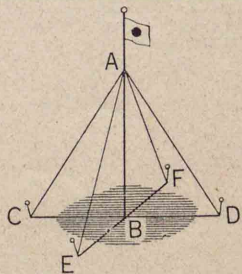


4 圖ノヤウニ竿 AB ガ平地ニ直立スルトキハ、ソノ根元 Bヲ通ツテ平地ニ引イタ直線ハ AB ト垂直デアアル。Aカラ出タ等シイ長サノ綱ノ端ガ夫々地面ニ達スル點ハ根元カラ相等シイ距離ニ在ル理由ヲ述ベヨ。

(3) 問題 3 ノ逆ヲ述ベテ之ヲ證明セヨ。



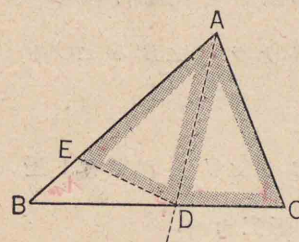
(4) △ABC ノ底邊 BC ノ兩端カラ對邊ニ下シタ垂線ガ等シイトキハソノ三角形ハ二等邊三角形デアアル。



* 此ノ理論ハ立體幾何學ノ説クトコロデアアル。

第七章 三角形ノ角及邊ノ不等

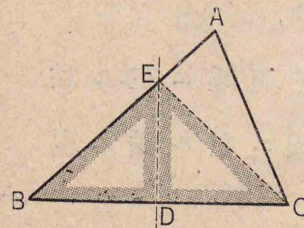
38. 邊ノ不等ナ三角形



問 1 圖ノヤウニ邊 AB, AC ノ長サガ違ツテキル三角形ヲ描キ、邊 AC ガ邊 AB ノ上ヘ來ルヤウニ折曲ゲテ見ヨ。折目ガ BC ト交ル點ヲ D トスルト DC ハ D ノ位置ニ來ルカ、∠C ハ

D ノ位置ニ來ルカ、∠AED ト ∠B トノ大小ハドウカ。

定理 一ツノ三角形ノ二邊ガ等シクナイトキハ、大キイ邊ニ對スル角ハ小サイ邊ニ對スル角ヨリハ大キイ。



注意 問 1 ノ折紙ノ通りノ作圖ヲシテ證明セヨ。

問 2 ∠B ガ ∠C ヨリ小サイ三角形ヲ圖ノヤウニ頂點 B ガ頂點 C ト重ナルヤウニ折曲ゲ、折目ガ AB ト交ハル點ヲ E トスルト、△EBC ハ如何ナル三角形カ。又 AB ト (AE+EC) ト AC トヲ比較セヨ。

定理 一ツノ三角形ノ二角ガ等シク
ナイトキハ、大キイ角ノ對邊ハ小サイ角
ノ對邊ヨリ大キイ。

注意 問2ノ折紙ト同様ナ作圖ヲシテ證明セヨ。

問3 $\triangle ABC$ ニ於テ $AB \cong AC$ ナラバ $\angle B$ ト $\angle C$ ト
ノ關係如何。

問4 問3ノ逆ニツイテ $\angle B$ ト $\angle C$ トノ大小ト邊
 AB ト AC トノ大小トノ關係ヲ研究セヨ。

問5 直線外ノ一定點カラ之ニ垂線ト斜線トヲ引
イテソノ大小ヲ研究セヨ。

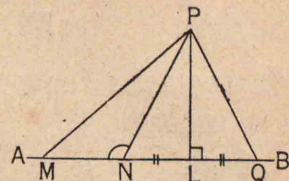
定理 直線外ノ一點カラ之ニ引イタ
種々ノ線分中

- (1) 垂線ハ最モ短カク、
- (2) 垂線ノ足カラ遠イ距離ニ在ル點
ニ引イタ斜線ハ、近イ距離ニ在ル點ニ引
イタ斜線ヨリモ大キイ。

而シテ此ノ逆モ亦眞デアル。

證明 (1) 直線 AB 外

ノ一點 P カラ之ニ引イ
タ垂線ヲ PL , 任意ノ斜
線ヲ PM トスレバ,



$\triangle PLM$ ニ於テ $\angle PLM$ ハ直角、從ツテ $\angle PML$ ハ
銳角デアルカラ $PM > PL$ 即チ垂線ハ最モ短イ。

(2) 次ニ $LQ < LM$ トシ、 LM 上ニ LQ ニ等
シク LN ヲトリ、 PN ヲ結ベバ

$$\angle PNM = \angle PLN + \angle NPL > \angle PLN$$

故ニ $\triangle PMN$ ニ於テ $\angle PNM > \angle PMN$

故ニ $PM > PN$

然ルニ $PN = PQ$ デアルカラ $PM > PQ$

又逆ニ $PM > PQ$ デアルトキ LM ガ LQ ヨ
リ大キクナイトスレバ、 $LM = LQ$ デアルカ、
又ハ $LM < LQ$ デナケレバナラナイ。

$LM = LQ$ デアルトスレバ、 $PM = PQ$ トナッ
テ假設ニ相反スル。

又 $LM < LQ$ デアルトスレバ、 $PM < PQ$ トナ
ッテ又假設ニ相反スル。

故ニ $LM > LQ$

問題

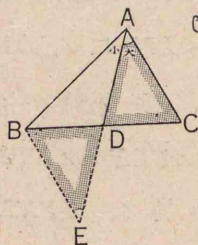
$\triangle ABC$ ノ $\angle A$ ノ二等分線ガ邊 BC ト D ニ於テ交レバ

① $AB > BD$ | (1) $AC > DC$

定義 三角形ノ頂點トソノ對邊ノ中點トヲ結ブ線分ヲ其ノ頂點カラ出ル三角形ノ中線トイフ。

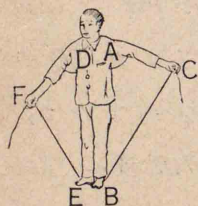
② 三角形ノ中線

ガ之ヲ夾ム二邊ノ中、大邊トナス角ハ小邊トナス角ヨリ小サイ。

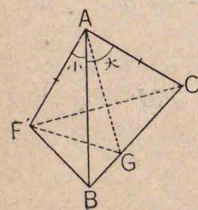


② 三角形ノ中線ハ中線ト同ジ頂點ヨリ出ル二邊ノ和ノ半分ヨリ小サイ。

39. 二邊ノ等シイニツノ三角形



問1 圖ノヤウニ、足ニ綱ヲカケ、兩手デ其ノ兩端ヲ取り、引ツ張ツテ $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トガ出來ルト考へ、左右ノ腋下ノ角ヲ色々ニ變ヘテ、其ノ角ノ大小ト兩方ノ綱ノ長サトノ關係ヲ言へ。



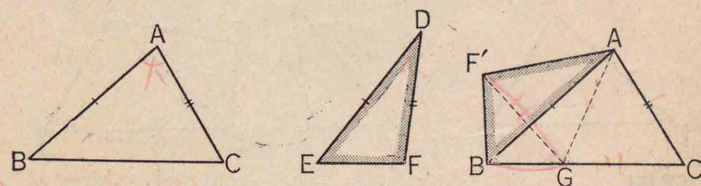
問2 圖ノヤウニ $AF' = AC$, $BC > BF'$ ノ四邊形ヲ畫キ、 AC ガ AF' ニ重ナルヤウニ折り曲ゲテ、 $\angle BAC$ ト $\angle BAF'$ ノ大小ト邊 BC ト BF' ノ大小ノ關係ヲ調べヨ。

定理 ニツノ三角形ニ於テ二邊ガ夫夫等シクテ、ソノ夾角ガ等シクナイトキハ、大キイ角ニ對スル邊ハ小サイ角ニ對スル邊ヨリ大キイ。

假設 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ ニ於テ $AB = DE$,

$AC = DF$, $\angle A > \angle D$ ナラバ

終結 $BC > EF$



證明 $\triangle DEF$ ヲトツテ DE ヲ AB ニ重ネ、頂點 F ガ C ニ對シ AB ノ反對側ニアルヤウニシ之ヲ F' トセヨ。 $\angle A > \angle D$ デアルカラ $\angle CAF'$ ノ二等分線 AG ハ $\angle BAC$ 内ニアツテ、邊 BC ト交ル。コノ交點ヲ G トセヨ。 $F'G$ ヲ結ベバ、 $\triangle ACG = \triangle AF'G$ ……………何故カ。

故ニ $F'G = GC$

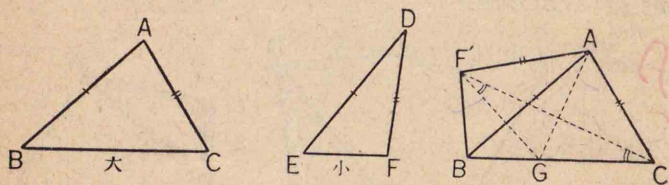
$BC = BG + GC = BG + F'G > BF'$

$\therefore BC > EF$

定理 ニツノ三角形ノ二邊ガ夫々等シクテ、第三邊ガ等シクナイトキハ、大キイ邊ニ對スル角ハ小サイ邊ニ對スル角ヨリモ大キイ。

假設 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ
 $AB=DE, AC=DF, BC>EF$ ナラバ

終結 $\angle A > \angle D$



證明 モシ $\angle A$ ガ $\angle D$ ヨリ大デナイトシタナラバ $\angle A$ ハ $\angle D$ ニ等シイカ、小サイカノ他ハナイ。トコロガ $\angle A = \angle D$ トスルト $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トガ合同トナリ、 $BC=EF$ トナツテ假設ニ反クコトトナル。ソレ故 $\angle A = \angle D$ デハナイ。
 又 $\angle A < \angle D$ トスレバ $BC < EF$ トナツテコレ又假設ニ反ク。ソレ故 $\angle A < \angle D$ デモナイ。
 故ニ $\angle A > \angle D$ デナクテハナラナイ。

月
接

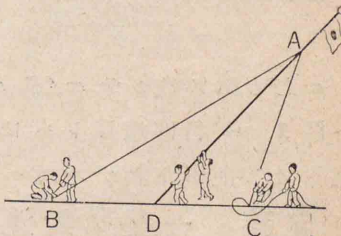
前頁ノ證明ヤ193頁ノ終リノ證明ハ一種ノ間接法デアル。コレハ假設ガ起リ得ル總テノ場合ヲ含ミ、終結ガソノ假設ノ一ツ一ツニ應ジテ異ナツテキル定理ノ間ニ起ルコトデ、其ノ定理ノ證明サレタ場合ニソノ逆ノ證明ニ用ヒラレ、眞ニ都合ノヨイモノデアル。

問3 前頁ノ右ノ圖ノヤウニシテ直接ニ證明セヨ。

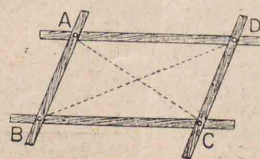
問4 192頁ノ上ノ定理ヲ間接法デ證明セヨ。

問題

③ 旗竿ヲ立テヨウトシテ旗竿カラ二本ノ綱ヲ張り、ソノ綱ノ端ヲ竿ノ根元ヲ通ル直線上デ根元Dカラ等距離ノ點B, Cニ固定シヨウトスル。綱AB, ACノ大小ト $\angle ADB, \angle ADC$ ノ大小トノ關係ヲイヘ。



③ 圖ノヤウナ $BC=AD, BC \parallel AD$ ノ四邊形ノ組手ガアル。之ヲ動かスニ AC ガ長クナルニツレテ BD ハ短クナルコトヲ證セヨ。

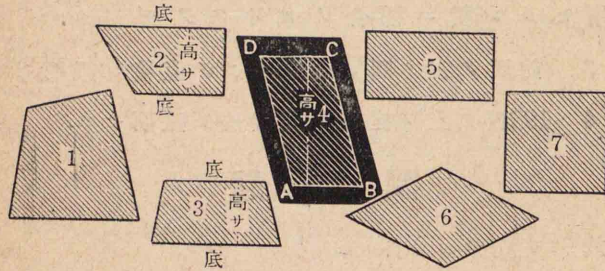


第八章 平行四邊形

40. 平行四邊形ノ性質

問1 種々ノ位置ニ在ル四直線ヲ畫キ相互ノ關係ヲ研究セヨ.

問2 次ノ四邊形ノ名稱ヲイヘ.



□ABCDヲ略シテ□AC, □BDトモ記ス.

問3 平行四邊形トハドンナ四邊形カ. 又コレガ矩形及ビ菱形ト異ナル所ハドコカ. [一年用198頁参照]

定義 一雙ノ對邊ガ平行ナ四邊形ヲ梯形トイフ. 平行デナイ二邊ガ等シイ梯形ヲ等脚梯形トイヒ, 下底ノ兩端ノ角ヲ底角トイフ.

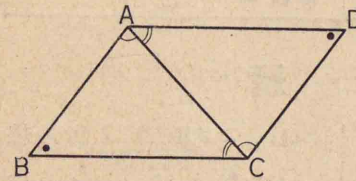
二雙ノ隣邊ガ夫々相等シイ四邊形ヲ風形トイフ.



定理 平行四邊形ニ於テハ

- (1) 對角線ハ之ヲ合同ナニツノ三角形ニ分チ,
- (2) 相對シテキル角ハ相等シク,
- (3) 相對シテキル邊ハ相等シイ.

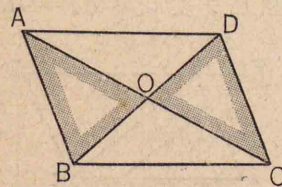
合同



證明 對角線ACヲ引イテ, △ABCト△CDAトヲ比較セヨ.

$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D, AB = CD, BC = AD$$

- (4) 對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル.

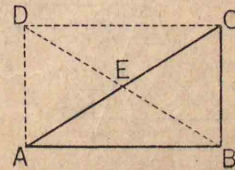


證明 △AOBト△CODトヲ比較シテ合同デアル理ヲイヘ.

$$AO = CO, BO = DO$$

系一 矩形ノ兩對角線ハ等長デアル.

系二 直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ三頂點カラ等距離ニアル.

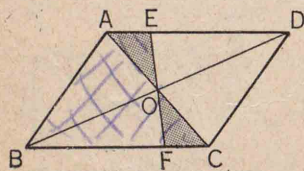


問4 次ノ表ノ空欄ニ必要ナ事項ヲ入レヨ。

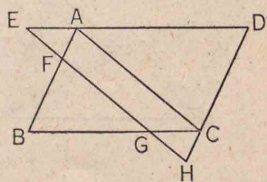
	各邊ノ長サノ關係	各角ノ大サノ關係	對角線ノ長サノ關係
平行四邊形	對邊ハ等シ	對角等シ	等シトイ
矩形	〃	皆ヒトシ	等シ
菱形	各邊等シ	對角ハ等シ	不同
正方形	〃	皆直角	等シ

問題

- 1 等脚梯形ノ兩底角ハ相等シク又ソノ兩對角線モ相等シ、
- 2 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ通ル直線ハ平行四邊形ノ面積ヲ二等分シ、又此ノ直線ノ對邊ノ間ニアル部分ハ對角線ノ交點ニヨツテ二等分サレル。



(1) $\square ABCD$ ノ對角線 $AC =$ 平行ニ引イタ直線ガ邊 BA, BC 及ビ DA, DC ノ延長ト夫々 F, G, E, H デ交レバ $EF = GH$

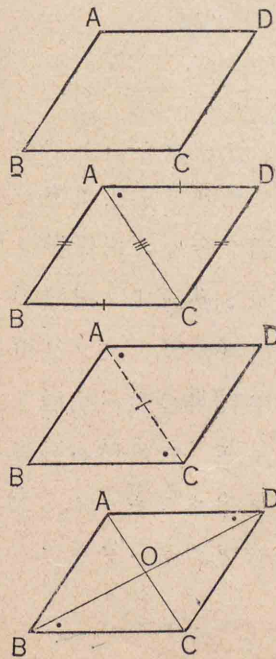


(2) 問題2ノ圖ノ中ニ出來テキル合同ナ四邊形ハドレドレカ。
〔132頁(3)参照〕

41. 平行四邊形トナル四邊形

定理・四邊形ハ

- (1) 相對スル角ガ夫々等シイカ、
- (2) 相對スル邊ガ夫々等シイカ、
- (3) 一雙ノ對邊ガ等シク且平行カ、
- (4) 二ツノ對角線ガ互ニ他ヲ二等分スルカノトキハ平行四邊形デアル。

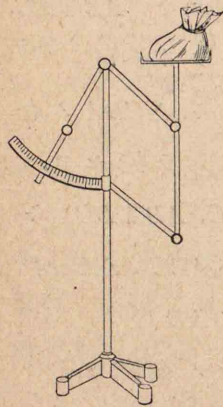


- (1) 相隣ル二角ガ補角ヲナスコトカラ $AB \parallel DC, BC \parallel AD$ ヲイヘ。
- (2) $\triangle ABC$ ト $\triangle CDA$ ノ合同ナコトカラ證セヨ。
- (3) $AB = DC, AB \parallel DC$ トスレバ $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ カラ $BC \parallel AD$
- (4) AC, BD ノ交點ヲ O トセヨ。 $\triangle AOB \equiv \triangle COD$ カラ $\angle OAB = \angle OCD$
故ニ $AB \parallel DC$
同様ニ $BC \parallel AD$

問題

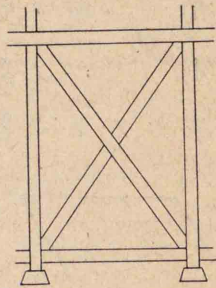
3 一雙ノ對邊ガ平行
デ他ノ一雙ノ對邊ガ相
等シイ四邊形ハ平行四
邊形デアルカ。

4 次ノ圖ノヤウニ常
ニ皿ガ水平ニナツテキ
ル秤ガアル。ドンナ構
造カ。



ツノ合同ナ三角形ガ二等邊三角形ノトキハドウカ。
又正三角形ノトキハドウカ。

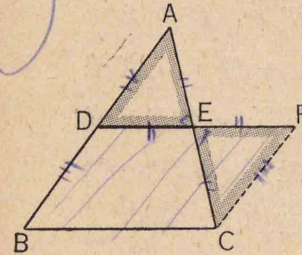
(3) 柱ト柱トノ間ニ斜
ノ突張リヲ入レルト何
故家ガ丈夫ニナルカ。



(4) ニツノ合同ナ不等
邊三角形ヲ切抜キ、等シ
イ邊ヲ合セテ四邊形ヲ
作ルト、幾通りノ四邊形
ガ出來ルカ。又ソノ中
デ平行四邊形ハ幾通り
アルカ。三角形ハ裏返
シテ合セテモヨイ。二

42. 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ直線

定理 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線
分ハ底ニ平行デ且底ノ半分ニ等シイ。



假設 $\triangle ABC$ ノ二邊 AB, AC
ノ中點ヲ夫々 D, E トスレ

終結 $DE \parallel BC$
 $DE = \frac{1}{2} BC$

證明 DE ヲ延長シテ EF ヲ DE ニ等シイヤ
ウニトツテ CF ヲ結ベバ、

$\triangle ADE \equiv \triangle CFE$ 何故カ。

故ニ $AD \parallel CF, AD = CF$

$BD \parallel CF, BD = CF$

故ニ四邊形 $BCFD$ ハ平行四邊形トナル。

故ニ $BC \parallel DF$

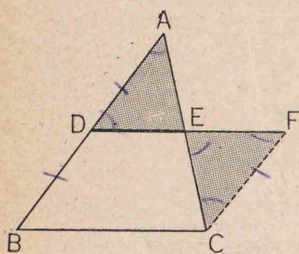
$DE = EF$

故ニ $DE \parallel BC$

$DE = \frac{1}{2} BC$

系一 三角形ノ一邊ノ中點ヲ通ツテ底邊ニ平行ニ引イタ直線ハ他ノ邊ノ中點ヲ通ル。

證明 DE ハ AB ノ中點ヲ通ツテ BC ニ平行



ナ直線デアル。Cカラ BA ニ平行ニ引イタ直線ト DE ノ延長トヲ F デ交ラスト、四邊形 $DBCF$ ハ如何ナル四邊形カ。

$$BD = AD = CF$$

$$\triangle ADE \cong \triangle CFE \dots \dots \text{何故カ。}$$

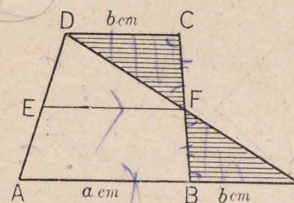
故ニ E ハ AC ノ中點トナル。

問題

5 四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結付ケテ生ズル四邊形ハ何カ。原四邊形ガ矩形ノトキハ如何。又菱形ノトキハ如何。

(5) 三角形ノ二邊ノ中點ヲニツツ結ビ付ケテ出來ル四ツノ三角形ハ何レモ合同デアルコトヲ證セヨ。

系二 梯形ノ平行デナイ二邊ノ中點ヲ結付ケル線分ハ底ニ平行デ且兩底ノ和ノ半分ニ等シイ。



$ABCD$ ヲ梯形トシ、 E, F ヲ平行デナイ邊ノ中點トスル。 DF ヲ結ビコレヲ延

長シテ AB ノ延長ト G デ交ラス。 $\triangle BFG$ ト $\triangle CFD$ トヲ比較セヨ。

EF ハ $\triangle AGD$ ノ如何ナル線カ。

$$EF \parallel AB, \quad EF = \frac{1}{2} AG = \frac{AB + CD}{2}$$

問1 上ノ圖ニ於テ EF ノ長サヲ a, b デ表ハセ。

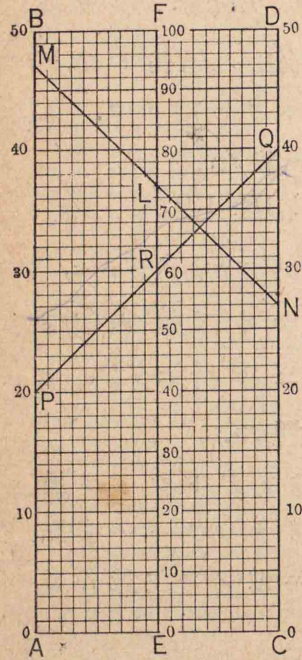
系三 梯形ノ平行デナイ二邊ノ中ノ一邊ノ中點ヲ通ツテ底ニ平行ニ引イタ直線ハ他ノ邊ノ中點ヲ通ル。

平行デナイ邊 AD ノ中點ヲ E トシ、 E ヲ通ツテ底ニ平行ナ直線ヲ引イテ BC トノ交點ヲ F トセヨ。系二ノ證明ニ倣ツテ生徒各自コレヲ證明セヨ。

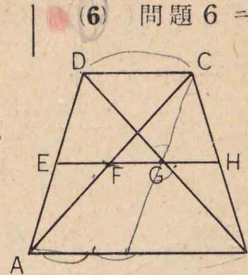
問2 系二ニ於テ C ガ次第ニ D ニ近ヅキ、遂ニ重ナツタ場合ハドウナルカ。又本節ノ定理ト系一及ビ系二ト系三トノ關係ハドウカ。

問題

6 梯形 $ABCD$ ノ二邊 AB, CD ヲ平行トスルトキ, AD ノ中點 E カラ AB ニ平行ニ引ク直線ハ AC, BD, BC ノ中點 F, G, H ヲ通ルコトヲ證セヨ。



(6) 問題 6 = 於テ, FG ハ AB, CD ノ差ノ半分 = 等シイコトヲ證セヨ。



圖ノヤウニ直線 EF カラ等距離ニアル二ツノ平行線 AB, CD ヲ作り AB, CD 及ビ EF ニ圖ノヤウナ目盛ヲスルトキハコレニヨリ系二ノ梯形ノ理ヲツカツテ圖上デ計算ヲスルコトガ出來ル。
* 例ヘバ AB 上ノ 20 ノ點 P ト CD 上ノ 40 ノ

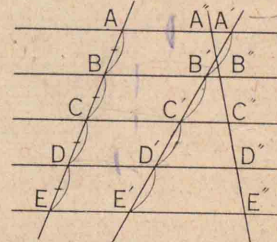
*此ノ圖ニヨル計算ハ極メテ迂遠ナヤウデアアルガコレハ唯此ノ種ノ計算ノ原理ヲ示スタメニアゲタモノデ, コレヨリ進ンデ「ノモグラフ」トイフ實用數學上重要ナ事項ガ出來上ルノデアアル。

點 Q トヲ結ンダ直線ガ EF ト交ル點 R ハ 60デアリ, EF 上ノ 74 ノ點 L ト AB 上ノ 47 ノ點 M トヲ結ンデ延長シタ線ガ CD ト交ツタ點 N ニハ 74 カラ 47 ヲ引イタ殘リ 27 ガ出ル。

7 前頁ノ左ノ圖ニ於テ, PQ, MN ヲ引イテ行ツタ計算ノ理由ヲ説明セヨ。

(7) $26+38, 50-34$ ヲ圖ニヨツテ計算シテ説明セヨ。

8 三ツ以上ノ平行線ガ之ニ交ル直線カラ等シイ部分ヲ截取ルトキハ他ノ直線ガ之ト交ツテモ等シイ部分ヲ截取ル。



(8) 圖ニ於テ AA' ト DD' ノ和ハ BB' トノ和ト等シイ。

9 與線分 AB ヲ 5 等分セヨ。〔一年用 221 頁 9〕

(9) 數多ノ平行線ヲ有スル罫紙デ與線分ヲ 7 等分スル方法ヲ述ベヨ。

10 平行四邊形 $ABCD$ ノ BC ノ中點ヲ E, AD ノ中點ヲ F トシ AE, CF ヲ結ブト AE, CF ハ對角線 BD ヲ三等分スル。

(10) $\triangle ABC$ ノ邊 AC ノ三等分點ノ中 A = 近イ點ヲ D, BC ノ中點ヲ E トスレバ AE ハ BD ニヨツテ二等分サレル。

第九章 矩形・平行四邊形・三角形

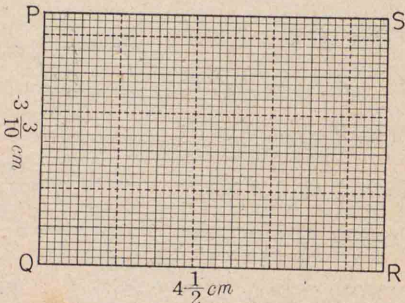
梯形ノ面積

43. 矩形ノ面積

問1 縦3cm, 横5cmノ矩形ノ面積ハ15cm²デア
コトヲ圖ヲ描イテ説明セヨ.

問2 矩形PQRSノ面積ハ何平方糎カ.
長サノ單位ニ何ヲト
レバ兩邊ガ整數デア
ラハサレルカ.

此ノ圖中ノ $\frac{1}{100}$ cm² 即チ1mm²ノ數ハ如何.

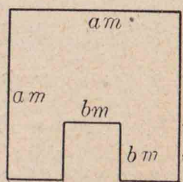


問3 縦am, 横bmノ矩形ノ面積ハ何程カ.

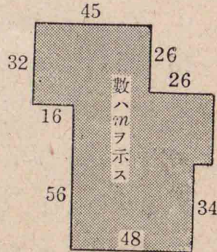
問4 一邊ガacmノ正方形ノ面積ハ何程カ.

問題

1 圖ノヤウナ形ノ面積ハ何程カ.



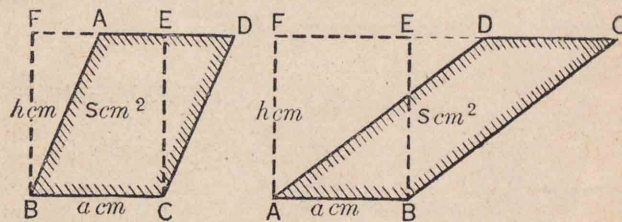
(1) 圖ノヤウナ形ノ面積ハ何程カ.



44. 平行四邊形ノ面積

問1 底邊5.8cm, 高サ3.5cmノ平行四邊形ノ面積ハ何程カ.

定理 平行四邊形ノ面積ハ底邊ト高サトノ積ニ等シイ.



平行四邊形 ABCD ノ底邊ヲ a cm, 高サヲ h cm, 面積ヲ S cm² トスレバ **S = ah** トナル.

證明 A, B ニ於テ AB = 垂線ヲ立テ, CD 又ハソノ延長ト F, E デ交ラスト AB EF ハ底邊ガ a cm, 高サガ h cm, 從ツテ面積ガ ah cm² ノ矩形デアル.

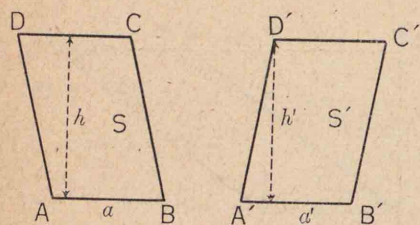
トコロガ $\triangle ADF \equiv \triangle BCE$ デアルカラ,
四邊形 ABCF - $\triangle ADF$ = 四邊形 ABCF - $\triangle BCE$

故ニ $\square ABCD = \square ABEF$

故ニ **S = ah**

系一 等底等高デアアルニツノ平行四邊形ハ等積デアアル。

等底等高ナニツノ平行四邊形ヲ $ABCD$, $A'B'C'D'$ トシ,其ノ底ト高サヲ夫々圖ノヤウニ名ヅクレバ



$S = ah \dots\dots(1)$

$S' = a'h' \dots\dots(2)$

(1)ト(2)ニ於テ

$a = a', h = h'$

デアアルカラ,

$S = S'$

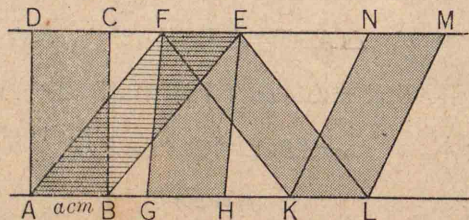
系二 等底(高),等積デアアルニツノ平行四邊形ハ等高(底)デアアル。

上式(1)ト(2)ニ於テ

$S = S', a = a' \text{ ノトキハ } h = h'$

又 $S = S', h = h' \text{ ノトキハ } a = a'$

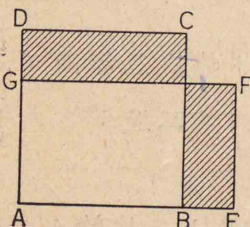
問2 次ノ圖中ニ五ツノ平行四邊形ガアル。ソノ面積ヲ比較セヨ。



問題

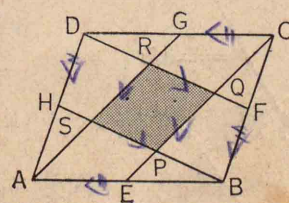
2 面積ガ 7cm^2 ,底邊ガ 3.5cm ,一對角線ガ 2.8cm ノ平行四邊形ヲ作レ。

3 正方形ヲ之ト等周ノ矩形ニ改メルト面積ハ減少スルコトヲ證明セヨ。



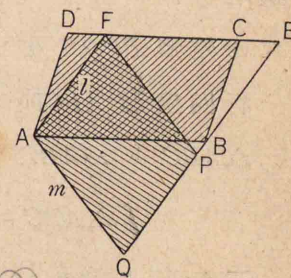
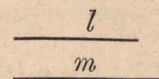
4 圖ニ於テ E, F, G, H ハ $\square ABCD$ ノ各邊ノ中點デアアル。 $PQRS$ ハ平行四邊形デア

ルコトヲ證セヨ。



2 二邊ガ 7cm ト 10cm デ面積ガ 35cm^2 ノ平行四邊形ヲ作レ。

3 與ヘラレタ平行四邊形ヲ之ト等積デ,二隣邊ガ夫々ニツノ與線分ニ等シイ平行四邊形ニ化セヨ。

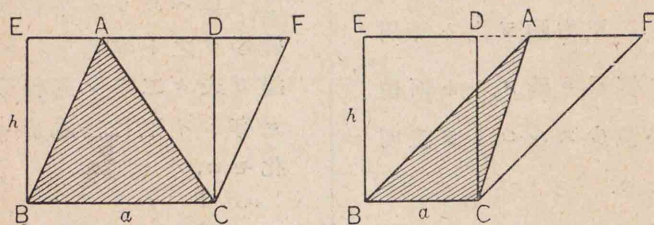


(4) 問題4ニ於テ

$\square PQRS$ ノ面積ハ $\square AC$ ノ幾分ノ幾ツカ。

45. 三角形及梯形ノ面積

定理 三角形ノ面積ハソノ底ト高サトノ積ノ半分ニ等シイ.



證明 圖ノヤウニ $\triangle ABC$ ト等底且等高デア
ル矩形 $BCDE$ 及ビ BA, BC ヲ二邊トスル平
行四邊形 $ABCF$ ヲ作レ.

$\triangle ABC$ ト $\square ABCF, \square BCDE$ トヲ比較セヨ.

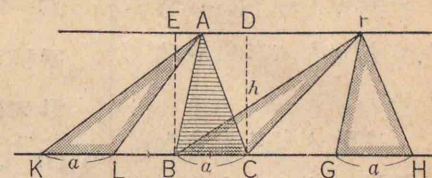
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square BCDE$$

三角形ノ底ヲ $a \text{ cm}$, 高サヲ $h \text{ cm}$, ソノ面積ヲ
 $S \text{ cm}^2$ トスレバ

$$S = \frac{1}{2} ah$$

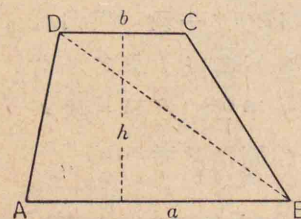
系一 三角形ノ面積ハ之ト等底等高
ノ平行四邊形ノ面積ノ半分ニ等シイ.

系二 等
底等高ノ三
角形ハ等積
デアル.



$$\triangle ABC = \triangle FBC = \triangle FGH = \triangle AKL = \frac{ah}{2}$$

系三 梯形ノ面積ハ兩底ノ和ト高サ
トノ積ノ半分ニ等シイ.



梯形 $ABCD$ ヲ對角線 BD
デ二ツノ三角形ニ分ケルト

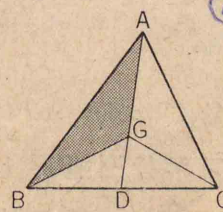
$$\triangle ABD = \frac{1}{2} ah$$

$$\triangle DBC = \frac{1}{2} bh$$

$$\text{梯形 } ABCD = \frac{1}{2}(a+b)h$$

問題

5 AD ヲ三角形
 ABC ノ中線トス
レバ, AD ハ三角
形 ABC ノ面積
ヲ二等分スル.



(5) 問題 5 = 於
テ, $AG = \frac{2}{3} AD$

トスレバ

$$\triangle ABG = \triangle BCG$$

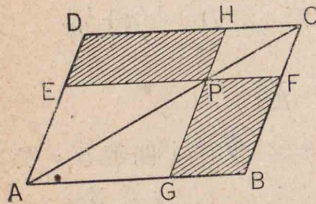
$$= \triangle CAG$$

$$= \frac{1}{3} \triangle ABC$$

6 二邊ガ 5cm, 6cm, 面積ガ 12cm² ノ三角形ヲ作レ.

7 二邊ノ定ツテキル三角形ハソノ夾ム角ガ直角ノトキ面積ガ最大デアコトヲ證セヨ.

8 平行四邊形 ABCD ノ對角線 AC 上ノ一點 P ヲ通ツテ二隣邊ニ平行ナ直線 EF, GH ヲ引クト平行四邊形 BFPG ト DEPH トハ等積デアル.

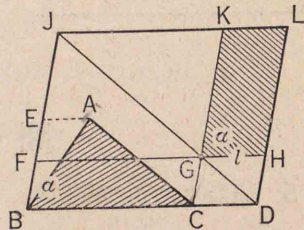


上ノ左圖ニ於テ □AP, □PC ヲ平行四邊形ノ對角線ニ沿フ平行四邊形トイヒ, □PD, □PB ヲ平行四邊形ノ對角線ニ沿フ平行四邊形ノ餘形トイフ.

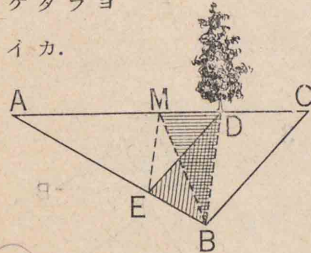
6 兩底ガ 6cm, 8cm デ, 面積ガ 28cm² ノ等脚梯形ヲ作レ.

7 二對角線ノ長サガ定ツテキル平行四邊形ノ中デ面積ノ最大ナモノハ何カ.

8 圖ニヨツテ與三角形 ABC ヲ一角ハ與角 α, 一邊ハ與長 l デアルヤウナ平行四邊形ニ改メル作圖法ヲ考ヘヨ.

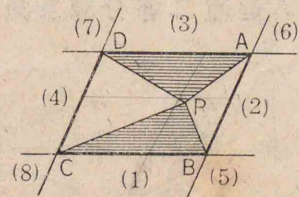


9 三角形狀ノ畑ガアル. ソノ邊上ニ立ツテキル樹木ノ根元ヲ通ル直線狀ノ溝ニヨツテソノ面積ヲ二等分シヨウト思フ. 溝ヲ如何ニ設ケトラヨイカ.

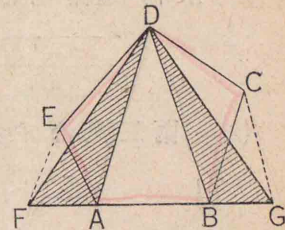


10 與平行四邊形ノ面積ヲソノ一頂點ヲ通ル四直線ニヨツテ五分セヨ.

11 □ABCD 内ニ一點 P ヲトリ A, B, C, D ト結ブトキハ △BPC + △APD = 1/2 □ABCD



9 五邊形 ABCDE ヲ D ヲ頂點トシ, 底邊ガ AB ト重ナリ, 且之ト等積デアアル三角形ニ改メヨ.



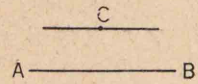
10 與平行四邊形ノ面積ヲソノ一邊上ノ與點ヲ通ル直線ニヨツテ二分セヨ.

11 點 P ガ (1) ノ部ニレバドウカ. 又他ノ部ニ在レバドウカ.

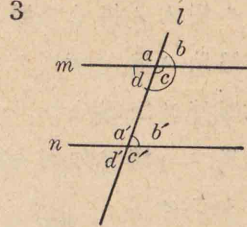
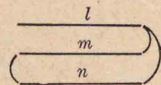
摘要

(1) 平行線ニツイテ

1 平行線ノ公理

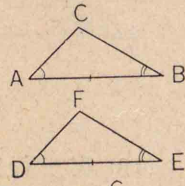


2 同一直線 = 平行ナ二直線

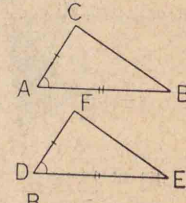


(2) 兩三角形ノ合同

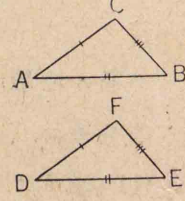
1



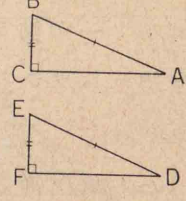
3



2

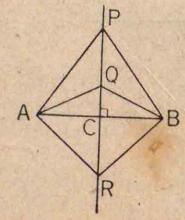


4

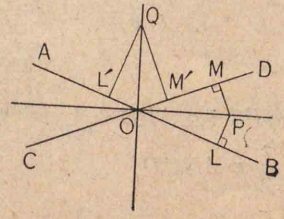


(3) 線分ノ垂直二等分線及角ノ二等分線

1

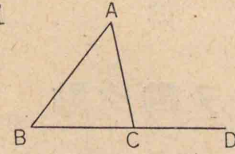


2



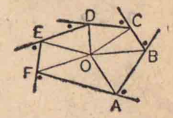
(4) 多角形ノ内角,外角

1

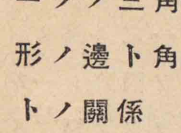


2 内角ノ和(2n-4)R.L

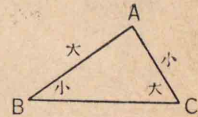
3 外角ノ和4R.L



(5) 一ツノ三角

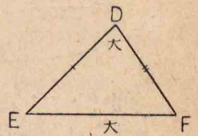
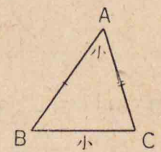


形ノ邊ト角トノ關係



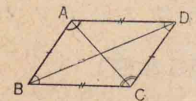
(6) 二邊ガ夫々

相等シイニツノ三角形

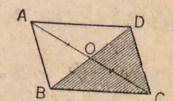


(7) 平行四邊形ノ性質

1

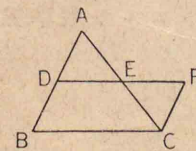


2

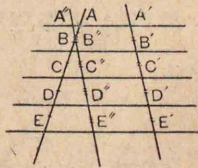


(8) 三角形ノ二邊ノ中點ノ連結線

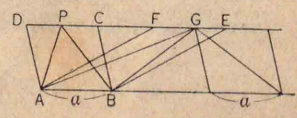
1



2

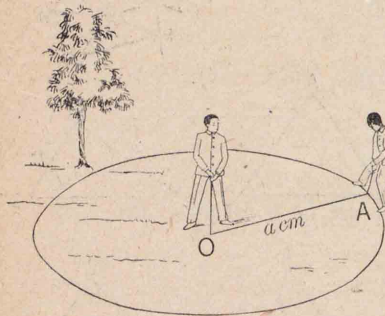


(9) 三角形平行四邊形ノ面積



雑 題

46. 條件ニ從ツテ動ク點

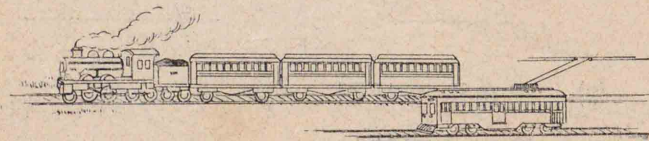


問1 地上ノ點 O = 一定ノ長サノ綱ノ一端ヲ固定シ、一端ニ棒ノ先ヲツケ綱ヲ引張り乍ラ動クト何ヲ描クコトガ出來ルカ。

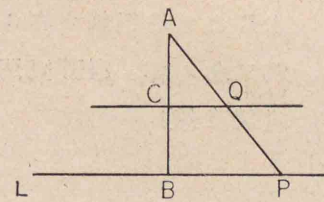
圓ハ一定點カラ一定ノ距離ニ在ルトイフ條件ニ從ツテ動イタ點ノ跡デアル。

問2 二定點 A, B カラ等距離ヲ保チツツ動ク點ノ跡ハ何ニナルカ。〔145頁問題6参照〕

問3 汽車ノ線路ガ一直線ニナツテキル。電車ガソノ線路ヨリ等距離ニ走ルトスルト電車線路ハドンナノカ。



例 定直線 L 外ノ一定點 A カラソノ直線



ニ引イタ線分ノ中點ハ如何ニナルカヲ求め、ソノ理由ヲイへ。

題意 定直線ヲ L 、ソ

ノ外ノ定點ヲ A トスル。 A カラ L ニ引イタ線分ノ中點ハ如何ナル線上ニ在ルカヲ決定スルノデアル。

解答 先ヅ A カラ L ニ垂線 AB ヲ下シ、ソノ中點ヲ C トスル。 C ハ唯一ツシカナイ垂線ノ中點デアルカラ定點デアル。 A カラ L ニ任意ノ線分 AP ヲ引キ、ソノ中點ヲ Q トスル。 CQ ヲ結ブ

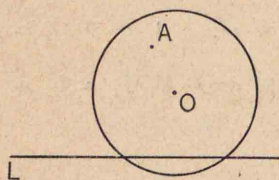
$$\triangle ABP \text{ニ於テ } AC=CB, \quad AQ=QP$$

故ニ $CQ \parallel BP$

點 Q ハ任意ノ線分 AP ノ中點デアルカラスベテノ場合ニ通ズル。即チ

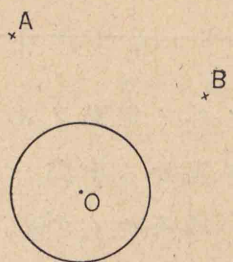
直線外ノ一定點カラソノ直線ニ引イタ線分ノ中點ハソノ點カラソノ直線ニ下シタ垂線ノ垂直二等分線ノ上ニアル。

① 定點 A カラ定直線 L = 引イタ線分ガ定圓ノ周デ二等分サレルヤウニセヨ。

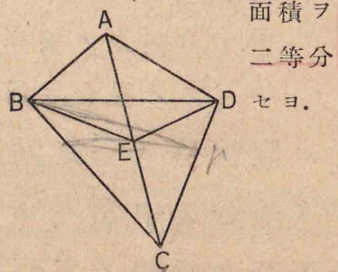


② 直線 L ハ四邊形 $ABCD$ ノ一頂點 B ヲ通リ對角線 BD = 垂直デアル。直線 L 上 BD ノ兩側ニ點 E, Q ヲ求メ, $\triangle PBD$ ヲ $\triangle ABD$ = 等シク, $\triangle QBD$ ヲ $\triangle CBD$ = 等シク, 從ツテ $\triangle PQD$ ヲ四邊形 $ABCD$ ト等積ナラシメヨ。

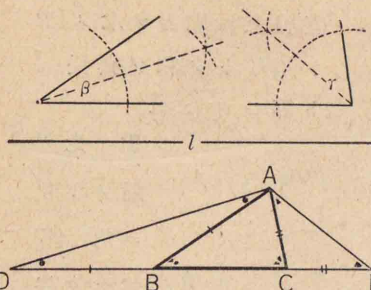
① 定圓周上ニ二定點 A, B カラ等距離ニ在ル點ヲ求メヨ。〔157頁問題10参照〕



② 四邊形 $ABCD$ ノ對角線 AC ノ中點ヲ E トスル。 CD 上ニ一 點 R ヲ求メ, $\triangle BRD$ ヲ $\triangle BED$ ト等積ナラシメヨ。從ツテ B ヲ通ル直線 BR = ヲツテ四邊形 $ABCD$ ノ面積ヲ二等分セヨ。



3 周ト底邊ノ兩端ノ角トヲ知ツテ三角形ヲ作レ。



考ヘ方 l ヲ與ヘラレタ周, $\angle\beta, \angle\gamma$ ヲ與ヘラレタ底ノ兩端ノ角トスル。假ニ $\triangle ABC$ ヲ出來上ツタ三角形トスルト $\angle ABC$ ト $\angle ACB$ トハ知ラレタ角デアアル。 CB ヲ延長シテ $BD=BA$ トシ, BC ヲ延長シテ $CE=CA$ ニトレバ DE ハ l ト等シイ。

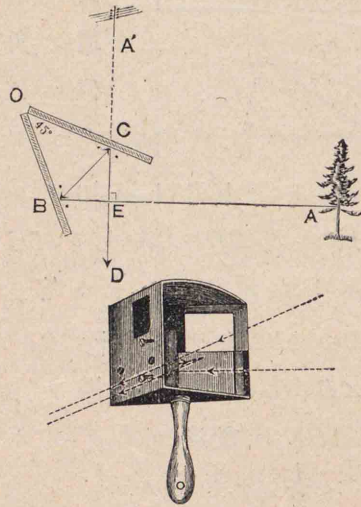
$\angle BAD = \angle BDA$ デ $\angle D + \angle BAD = \angle ABC$
 故ニ $\angle D = \frac{1}{2} \angle ABC$, 同様ニ $\angle E = \frac{1}{2} \angle ACB$
 故ニ $\triangle ADE$ ハ底邊ガ l デ, ソノ兩端ノ角ガ $\frac{1}{2} \angle\beta$ ト $\frac{1}{2} \angle\gamma$ デアル。

作圖 線分 DE ヲ引イテ之ヲ l = 等シクトル。 D = 於テ $\frac{1}{2} \angle\beta$, E = 於テ $\frac{1}{2} \angle\gamma$ ノ角ヲナス直線ヲ引キソノ交點ヲ A トシ, A = 於テ AD, AE ト夫々 $\frac{1}{2} \angle\beta, \frac{1}{2} \angle\gamma$ ノ角ヲナス直線ヲ作り DE トノ交點ヲ B, C トスレバ, $\triangle ABC$ ハ求メル三角形デアアル。

證明 生徒各自之ヲ證明セヨ。

4 底邊ト他ノ二邊ノ差及ビ大キイ邊ト底邊トノナス角ヲ知ツテ三角形ヲ作レ。

5 點Aノ位置ニアル物體ガ45°ノ角ヲナス二ツノ鏡OB, OCデ反射サレテ來ル光ト點A'ニアル物體ノ直接ノ光ト一致スルトキハAトA'トハ丁度光線ノ交點Eニ於テ常ニ90°ノ角ヲナスコトヲ證セヨ。



4 直線AB上ニ點P AB外ニ點Qガアル。直線上ニ點Rヲ求メPRトQRトノ和ヲ與長lト等シクセヨ。

5 光ガ圖ノヤウニ角(45°)デナク任意ノヲナス二ツノ鏡デ二度反射サレルトキハソノ原光線ト反射光線トノナス角ハ鏡ノナス角ノ二倍デアルコトヲ證セヨ。

直角儀ハ上圖ノヤウニ二ツノ鏡ガ45°ノ角ヲナシテ固定シ、柄ヲ軸トシテ廻轉スルヤウニシタモノデアル。

6 高サガ4cm、面積ガ48cm²、兩底ノ差ガ2cm、大キイ底ノ一端ノ角ガ30°ノ梯形ヲ作レ。

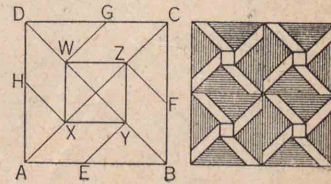
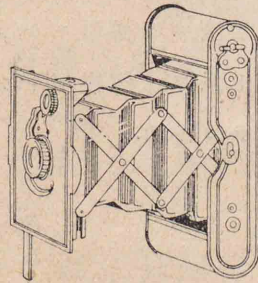
7 周圍ガ84m、一對角線ガ33mノ平行四邊形ガアル。其ノ長イ邊ヲ四等分シ、短イ邊ヲ三等分シ、各分點ヲ通ツテ他ノ邊ニ平行ナ直線ヲ引クトイフ。コノ平行四邊形ヲ縮尺600分ノ1ニ描ケ。

8 寫眞機ノ蛇腹ノ伸縮ヲ自在ニスル仕組ハドウカ。

6 梯形ノ畠ガアル。ソノ兩底ガ24m, 36mデ高サガ15m、一ツノ平行デナイ邊ノ一端ノ角ハ他端ノ角ノ3倍デアル。ソノ圖ヲ描キ面積ヲ計算セヨ。

7 或ル二ツノ合同ナ三角形ヲ接シテ平行四邊形ヲ作ツタノニ、三ツノ場合ガ出來テ、ソノ周圍ガ夫々16cm, 18cm, 14cmデアツタ。ドンナ三角形カ。[202頁(4)参照]

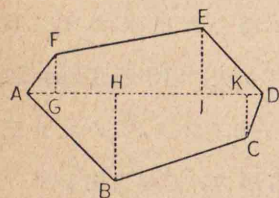
8 ABCDトXYZWトハ正方形デアル。圖ノ描キ方ハドウカ。



9 次ノ圖ノヤウナ多
角形ノ面積ヲ求メヨウ
トシテ、ソノ各部ヲ測ツ
タラ

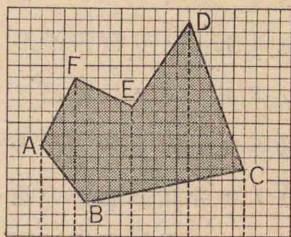
$AG=10m, GH=20m$
 $HI=30m, IK=15m$
 $KD=5m, BH=30m$
 $CK=15m, FG=13m$
 $EI=22m$

デアツク。面積如何。



10 面積ガ12平方糎、高
サト底邊トノ和ガ10糎、
底邊ノ一端ノ角ガ45°ノ
三角形ヲ作レ。

(9) 一方眼ヲ1平方糎
トシテ下圖ニ於ケル不
規則ナ圖形ABCDEFノ
面積ヲ計算セヨ。



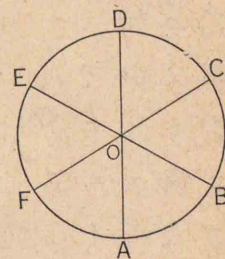
(10) 横斷面ガ梯形デ、其
ノ上底ガ5m、下底ガ9m、
高サガ4mノ堤ヲ切下ゲ、
ソノ土デ上底ガソノ切
下ゲテ低クシタダケノ
4倍廣マル梯形ニシヨ
ウト思フ。何程切下ゲ
タラヨイカ。

第七篇
圓

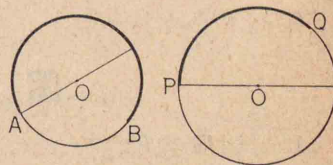
第一章 弧・弦・切線

47. 中心角ト弧及弦

問1 中心ヲOトシ、半径2cm
ノ圓ヲ描キ、6本ノ半径ヲ引イテ、
相等シイ六ツノ中心角ヲ作レ。



問2 或ル圓ノ弧ガ半圓ヨリ
大キイカ、小サイカラ直径ヲ引イ
テ調べヨ。

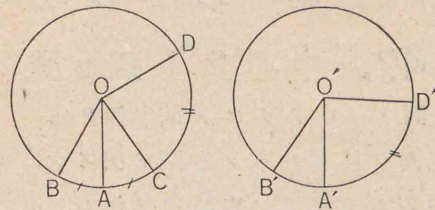


定義 圓周上ノ二
點デ圓周ヲ二ツニ分
ツタトキ二ツノ弧ヲ
互ニ他ノ共軛弧トイヒ、二ツノ弧ガ等シ
クナイトキハソノ大キイモノヲ優弧、小
サイモノヲ劣弧トイフ。

普通ニ弧トイフノハ劣弧ノコトデア
ル。

定義 圓周上ノ二點ヲ結付ケル線分
ヲ弦トイヒ、圓周上ノ二點ヲ通ル直線ヲ
ソノ圓ノ割線トイフ。

定理 同圓又ハ等圓ニ於テ、相等シイ中心角ニ對スル弧(弦)ハ相等シク、相等シクナイ中心角ニ對スル弧ノ中デハ大キイモノニ對スル弧

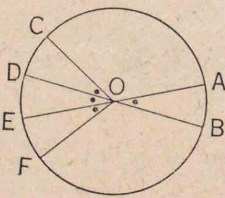


ガ大キイ。此ノ逆モ亦真デアル。

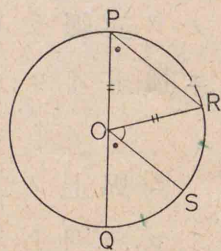
問3 同圓又ハ等圓ニ於テ中心角ト弦トノ大小關係ハドウカ考ヘヨ。

問題

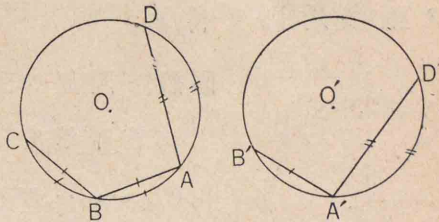
- 1 圓周ヲ8等分セヨ。
- 2 同圓又ハ等圓ニ於テ一ツノ中心角ガ他ノ中心角ノ2倍、3倍、……トナレバ此等ニ對スル弧モ亦夫々モトノ2倍、3倍、……トナル。



- (1) 圓周ヲ12等分セヨ。
- (2) PQ, PRヲ夫々圓ノ直徑及ビ弦デアルトスレバPRニ平行ナ半徑ハQRヲ二等分スル。

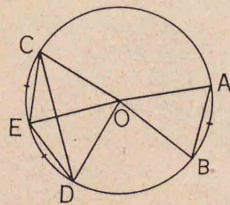


定理 同圓又ハ等圓ニ於テ、等弦ニ對スル弧ハ相等シク、不等ナル弦ニ對スル弧ノ中デハ大キイ弦ニ對スル劣弧ハ小サキ弦ニ對スル劣弧ヨリ大キイ。此ノ逆モ亦真デアル。



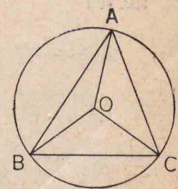
問題

- 3 同圓又ハ等圓ニ於テ、一ツノ弧ガ他ノ2倍トナルトキハ、之ニ對スル弦ハ前者ノ弦ノ2倍ヨリ小サイ。



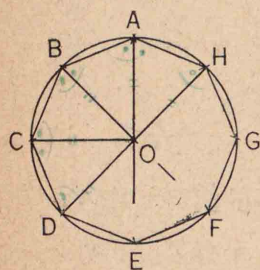
- 4 一ツノ圓ヲ2:3ニ分ツ弦ト、5:7ニ分ツ弦ノ大小如何。

- (3) $\triangle ABC$ ヲソノ三頂點ガ圓Oノ周上ニ在ル不等邊三角形トスレバAB, BC, CA及ビ $\angle AOB, \angle BOC, \angle COA$ ノ大小如何。



- (4) $\triangle ABC$ ト $\triangle PQR$ トガ夫々相等シイ圓ニ三頂點ヲ置クトキ、 $\widehat{AB}=\widehat{PQ}$, $\widehat{BC}=\widehat{QR}$ ナラバ、 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

定理 圓周ヲ三ツ以上ノ相等シイ弧ニ分ケルト、ソノ各弧ニ對スル弦ハ一ツノ正多角形ヲ作ル。



假設 圓周ヲ A, B, C, \dots, H デ若干等分シテ、 AB, BC, CD, \dots, HA ト順次ニ各分點ヲ結ンデ弦ヲ作ルト

終結 多角形 $ABCDE \dots H$ ハ正多角形デアル。

證明 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \dots = \widehat{HA}$

故ニ弦 $AB = BC = CD = \dots = HA$

中心 O ト各分點トヲ結ブトツコニ出來ル三角形ハ何レモ三邊ガ夫々等シイカラ

$\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \dots = \triangle HOA$

且コレ等ノ三角形ハ二等邊三角形デアルカラソノ底角ヲ二ツ宛加ヘルト

$\angle HAB = \angle ABC = \angle BCD = \dots = \angle GHA$

多角形 $ABCD \dots H$ ハスベテノ邊ト、スベテノ内角ガ夫々等シイカラ正多角形デアル。

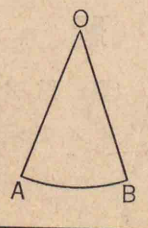
前頁ノ定理ニアルヤウニ

定義 スベテノ頂點ガ同一圓周上ニ在ルヤウナ多角形ヲ圓ニ内接スル多角形即チ圓ノ内接多角形トイヒ、其ノ圓ヲ多角形ニ外接スル圓即チ多角形ノ外接圓トイフ。

問題

5 半徑 2cm ノ圓ヲ描キ、之ニ内接スル正八邊形ヲ描ケ。且ソノ一邊ニ對スル弧ノ長サヲ計算セヨ。但シ $\pi = 3.14$

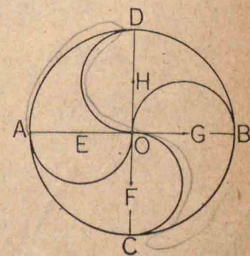
6 中心角ガ 36° 、半徑ガ 4cm ノ扇形ノ周圍ヲ計算セヨ。



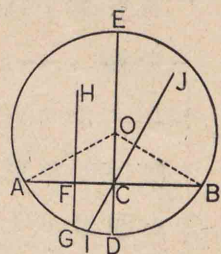
半徑 AO, CO, BO, DO ノ中點デ小半圓ノ中心デアル。曲線 $ADO CB$ ハ圓 O ノ周ト等シイコトヲ證セヨ。

(5) 半徑 3cm ノ圓ヲ描キ、之ニ内接スル正12邊形ヲ描ケ。且ソノ一邊ニ對スル弧ノ長サヲ計算セヨ。但シ $\pi = 3.14$

(6) 圖ニ於テ AB, CD ハ圓 O ノ直交スル直徑、 E, F, G, H ハ夫々



問3 Oヲ中心トシテ任意ノ半徑ノ圓ヲ描キ、コレニ弦 ABヲ引キ、中心カラ ABヘノ垂線ヲ引ケ。 ABト交ル點ハ如何ナル點カ。 ABノ中點ヲ通ル直線ハ何レモ中心ヲ通ルカ。



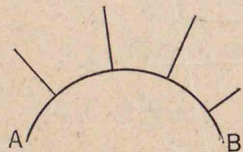
定理 圓ノ弦ニ垂直ナ直徑ハソノ弦ヲ二等分スル。

系一 弦ノ中點ヲ通ル直徑ハソノ弦ニ垂直デアル。

系二 弦ノ垂直二等分線ハ中心ヲ通ル。

問題

7 一ツノ圓ノ弦ノ垂直二等分線ハ其ノ弦ニ對スル共軛弧ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。



(7) 弧 ABノ中心ヲ求メナイデ、圖ノヤウナ圓ノ中心カラ出ル放射線ヲ引ケ。

8 一ツノ圓ノ二ツノ弦ガ互ニ他ヲ二等分スルトキハ、其ノ二ツノ弦ハ直徑デアルコトヲ證セヨ。

前頁ノ定理及ビ系ノ關係ヲ調べテ見ルニ

	定理	系一	系二
假設	$AB \perp DE$ DE ハ直徑	$AC=CB$ DE ハ直徑	$AB \perp DE$ $AC=CB$
終結	$AC=CB$	$AB \perp DE$	DE ハ直徑

上ノヤウニ定理ノ假設ガ二ツ以上ノ條件ヲ含ミ終結ガ一ツデアルトキ、ソノ定理ノ逆ヲ作ルニハ假設中ノ條件ノ一ツト終結トヲトリカヘナクテハナラナイ。コノヤウナ定理ノ逆ノ數ハ假設ノ條件ノ數ト等シイ。コノ場合デモ逆ニハ眞ナモノト眞デナイモノトガアル。

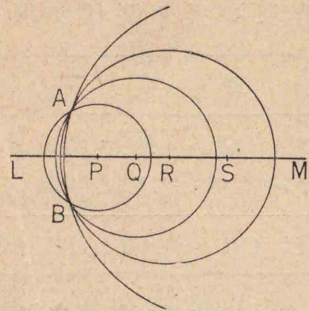
問題

9 定理「二ツノ三角形ノ底邊ト高ヲトガ等シイトキハソノ兩三角形ハ等積デアル」ノ逆ヲ作リソノ眞偽ヲ確メヨ。

(9) 定理「三角形 ABCノ AB, ACノ中點ヲ結ブ線分ハ BCノ $\frac{1}{2}$ デアル」ノ逆ヲ作ツテソノ眞偽ヲ確メヨ。

10 二定點

ヲ通ルスベ
テノ圓ノ中
心ハソノ二
定點ヲ結ブ
線分ノ垂直
二等分線上
ニ在ル。



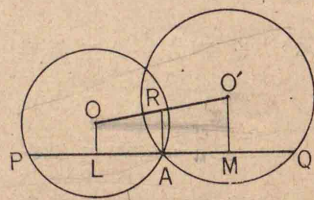
(10) $\triangle ABC$

ノ二邊 AB ,
 BC ノ垂直二
等分線ガ點
 O デ交ルト
キハ O ハ
 $\triangle ABC$ ノ外

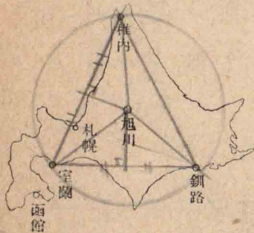
接圓ノ中心デアル。

(11) 平行デナイ二定線
分 AB, CD ヲ夫々弦ト
スル同心圓ヲ描ケ。

(12) 圖ニ於テ R ヲ OO'
ノ中點トシ、 $PQ \perp RA$ ナ
ラバ $PA=AQ$ デアル。
又 PQ ハ $PQ \parallel OO'$ ノト
キ最大トナル。



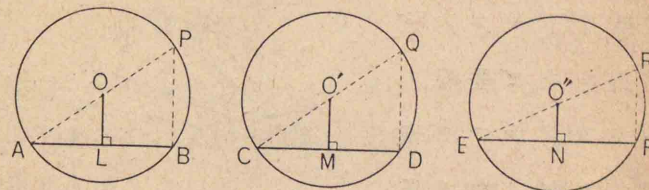
11 圖ニ於テ稚内、釧路、
室蘭カラ等距離ニアル
地點ヲ求メヨ。



12 二圓 O, O' ノ交點ノ
一ツ A ヲ通ル割線ガ二
圓ト夫々 P, Q デ交ルト
キ $OL, O'M$ ヲ PQ ヘノ垂
線トスレバ $PQ=2LM$

48. 弦ト中心トノ距離

定理 同圓又ハ等圓ニ於テ、等弦ハ中
心カラ等距離ニアル。又不等ナ弦ノ中
デ大キイ弦ハ小サイ弦ヨリモ中心ニ近
イ。



假設 圓 O, O', O'' ヲ等圓、弦 $AB=CD$,

弦 $AB < EF$, 中心カラ各弦ヘ下シタ垂線ヲ
夫々 $OL, O'M, O'N$ トスレバ

終結 $OL=O'M, OL > O'N$

證明 L, M, N ハ夫々如何ナル點カ。

A, C, E カラ直径ヲ引キ之ヲ AP, CQ, ER ト
セヨ。

劣弧 $\widehat{AB}, \widehat{CD}, \widehat{EF}$ ノ大小如何。

劣弧 $\widehat{BP}, \widehat{DQ}, \widehat{FR}$ ノ大小如何。從ツテ弦
 BP, DQ, FR ノ大小如何。

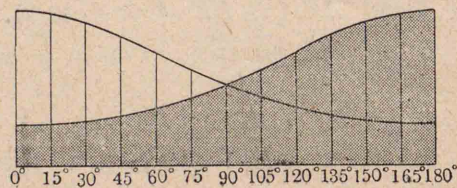
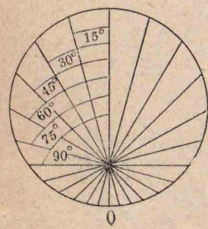
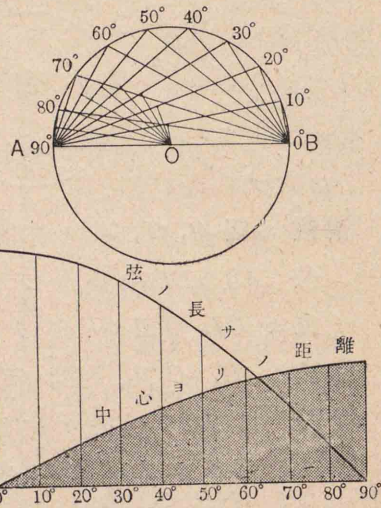
OL ト $PB, O'M$ ト $QD, O'N$ ト RF トノ關係如
何。最後ニ $OL, O'M, O'N$ ノ大小如何。

系 前定理ノ逆モ亦真デアル。

注意 前定理ノ證明ヲ逆ニタドツテ直接ニ證明セヨ。又間接法ニヨツテ證明セヨ。

圓Oノ直徑ヲABトシAカラABト10°オキノ角ヲナス弦ヲ引キ、ソノ各へ中心Oカラ垂線ヲ下シ、ソノ弦ノ長サ及ビ垂線ノ長サヲグラフデ表ハスト右ノ中ノ圖ノヤウニナル。

又圓内ノ一點カラ圓周上ニ至ル線分ノ長サノ變化ヲ圖示スレバ下圖ノヤウニナル。



問題

13 圓内ノ一與點Pヲ通ル弦ノ中デ最小ナモノハ何カ。又ソノ弦ヲ描ケ。

14 ニツノ等圓ノ中心ヲ結付ケル線分ニ平行カ、又ハソノ中點ヲ通ル直線ガ二圓ト交ルトキハ、二圓カラ截リ取ル弦ハ等シイ。

15 圓Oノ直徑ABノ一端Aカラニツノ弦AC, ADヲ引クトキ、

$$\angle BAC < \angle BAD$$

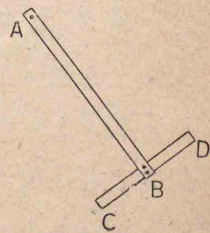
ナラバ弦ACハ弦ADヨリ大キイコトヲ證明セヨ。

(13) 圓内ノ一點カラ直徑及ビ之ト等角ヲナスニツノ弦ヲ引ケバコノニツノ弦ハ相等シイ。

(14) 二定點ノ各ヲ通ツテ平行ナ直線ヲ引キ、定圓周ニ交ラシメテ出來ル二弦ノ長サガ等シクナルヤウニセヨ。

(15) 細イ板CDノ中點ニ於テ直角ニ細イ板ABガ固着シテキル。

コレヲ點Aノ部ヲ釘デ止メAノ廻リニ動カストキハC, D, Bハ何ヲ描クカ。

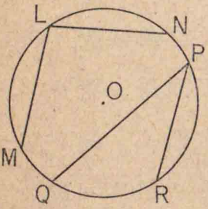
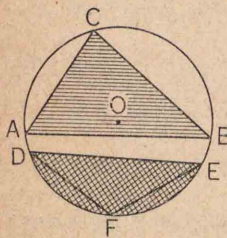


第二章 圓 周 角

49. 圓 周 角

問1 一ツノ線分ヲ描キ、之ヲ弦トスル劣弧ヲ描ケ。又別ニソノ線分ノ上ニ立ツ優弧ヲ描ケ。

定義 弧トソノ兩端ヲ結ンダ弦トデ圍マレタ圓ノ一部分ヲ弓形トイフ。其ノ弧ノ上ノ一點ト弦ノ兩端トヲ結ンダ二線分ノナス角ヲ其ノ弓形ノ角トイフ。

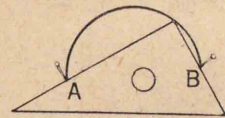
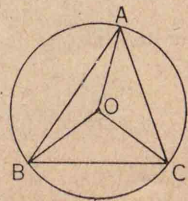


定義 圓周上ノ一點カラ引イタ二ツノ弦ノナス角ヲ其ノ角ノ二邊ノ間ニ

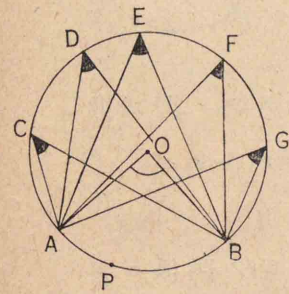
在ル弧ノ上ニ立ツ圓周角トイフ。

問2 上圖ニ於テ圓周角 QPR, MLN ト同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ何々カ。

問3 右ノ圖ニ於テ圓周角ト之ニ對應スル中心角トヲイヘ。



紙ノ上ノ二點 A, B ニピンヲ打チ、三角定規ノ兩線ガ常ニピンニ觸レルヤウニ動カシ、ソノ種々ノ位置ニ於ケルピンノ間ノ頂點ノ部ニ點ヲ打チソノ點ノ並ビ方ヲ調べヨ。ピンノ間ニ來ル頂點ヲカヘテ同様ナ



實驗ヲ繰リ返セ。

圓ヲ一ツ描キ、ソノ周上ニ二點 A, B フトレ。

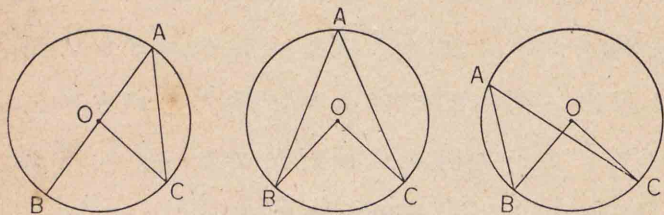
又弧 AB 上ニ點 C, D, E, F, G 等ヲトリ、 AC, BC フ結ビ、

圓周角 ACB フ測レ。又 AD, BD, AE, BE 等ヲ結ビ圓周角 ADB, AEB 等ヲ測リ、 $\angle ACB$ ト比較セヨ。

AO, BO フ結ベ。 $\angle C, \angle D, \angle E, \dots$ 等ハ皆 $\angle AOB$ ノ半分デアルコトヲ調べヨ。

次ニ今點ヲトツタ弧ノ共軛弧ノ上ニ點 P フトリ、 $\angle APB$ ト $\angle C, \angle D, \dots$ 等トノ大サノ關係ヲ調べヨ。

定理 圓周角ハ之ト同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シイ.



假設 $\angle BAC$ ヲ圓周角, $\angle BOC$ ヲソノ圓周角ト同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角トスレバ

終結 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

證明 $\angle BAC$ ト中心 O トノ位置ノ關係ニヨツテ上圖ノヤウナ三ツノ場合ガ出來ル.

(1) 中心ガ圓周角ノ一邊上ニ在ルトキ.

$\triangle AOC$ ハ二等邊三角形デアルカラ

$$\angle A = \angle C$$

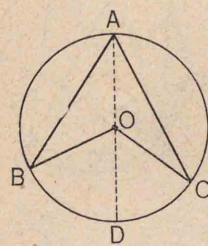
$\angle BOC$ ハ $\triangle AOC$ ノ外角デアルカラ

$$\angle BOC = \angle A + \angle C$$

$$= 2\angle A$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

(2) 中心ガ $\angle BAC$ ノ内ニ在ルトキ.



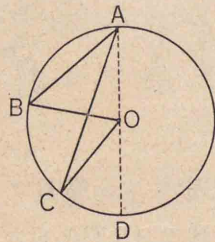
AO ヲ結ンデソノ延長ガ圓周ト交ル點ヲ D トセヨ.

$$\angle BOD = 2\angle BAD$$

$$\angle COD = 2\angle CAD$$

故ニ $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

(3) 中心ガ $\angle BAC$ ノ外ニ在ルトキ.



AO ヲ結ンデ延長セヨ.

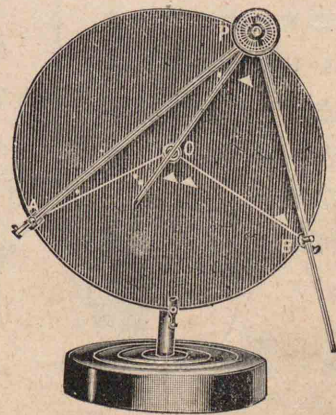
$$\angle BOD = 2\angle BAD$$

$$\angle COD = 2\angle CAD$$

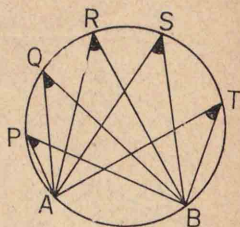
$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

故ニ $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

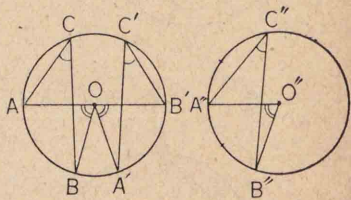
右ノ圖ハ上ノ定理ヲ説明スル器具デ、 P ハ \widehat{APB} 上到ルトコロニ動クコトガ出來ルモノデア



系一 同弧ノ上ニ立ツ
圓周角ハ相等シイ。從ツ
テ同ジ弓形ノ角ハ皆相等
シイ。

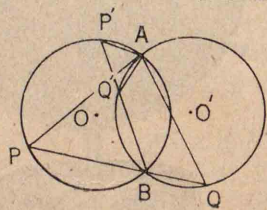


系二 同圓又ハ等
圓ニ於テ、等弧ノ上ニ
立ツ圓周角ハ相等シ
イ。逆モ眞デアル。

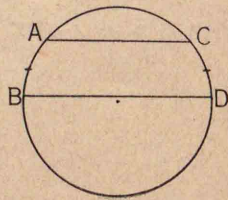


問 題

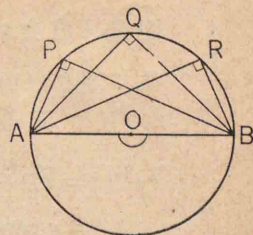
- 1 一ツノ圓周角ノ二
等分線ハソノ圓周角ニ
對スル弧ノ中點ヲ通ル。
- 2 二ツノ等圓ガA, B
デ交ルトキ、Bヲ通ル任
意ノ直線ガ二圓ト交ル
點ヲ夫々P, Qトスレバ
 $\triangle APQ$ ハ
二等邊三
角形デア
ル。



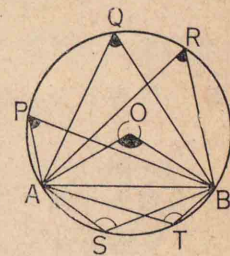
- (1) 圓内ノ一 點Eヲ通
ル二弦ヲAB, CDトスレ
バ $\triangle AEC$ ト $\triangle DEB$ トハ
互ニ等角デア
ル。
- (2) 圖ニ於テ $AC \parallel BD$
ナラバ $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ デア
ル。



系三 半圓ノ角ハ直角
デア
ル。又ソノ逆モ眞デ
アル。



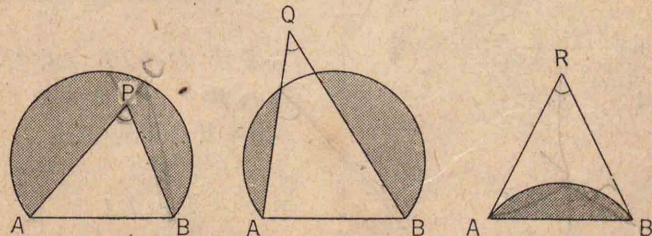
系四 弓形ノ角ハソノ
弓形ガ半圓ヨリ大キイカ、
小サイカニ從ツテ、銳角カ、
鈍角カデア
ル。又ソノ逆
モ眞デア
ル。



問 題

- 3 弓形ノ中ニアル點
ヲ弓形ノ弦ノ兩端ニ結
ンデ出來タ角ハソノ弓
形角ヨリモ大キイコト
ヲ證セヨ。

- (3) 弓形ノ外ニアツテ
弦ニ對シ弓形ト同側ニ
アル點ヲ弦ノ兩端ニ結
ンデ出來タ角ハ弓形角
ヨリ小サイ。



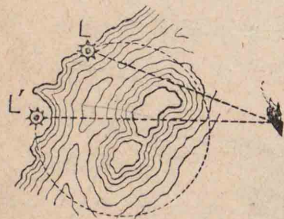
4 圓 O ノ直交スル二ツノ弦ヲ AB, CD トスレバ

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} = \widehat{AD} + \widehat{BC}$$

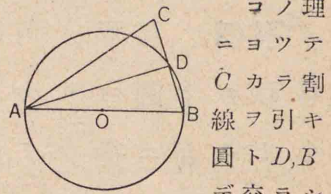
= 半圓周.

デアルコトヲ證セヨ.

5 燈臺 L, L' ハ暗礁ノタメニ設ケラレタモノデ海圖上ニ圓ヲ描イテソノ危險區域ヲ示シテアル. 船ガコノ区域内ニ入ラナイヤウニ航海スルニハ如何ニスレバヨイカ.



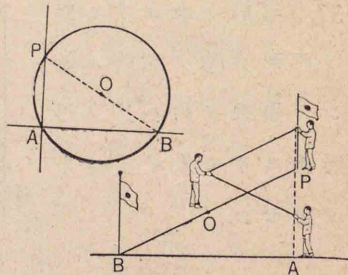
(4) 二等邊三角形ノ等邊ヲ直徑トシテ圓ヲ描クトソノ圓ハ底邊ヲ二等分スル.



ヲノ理ニヨツテ C カラ割線ヲ引キ圓ト D, B デ交ラン

メ, $CD = DB$ トセヨ.

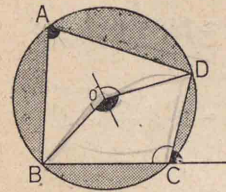
(5) 系ヲ使ツテ與直線上(外)ノ與點ヲ通ツテ之ニ垂線ヲ引ケ.



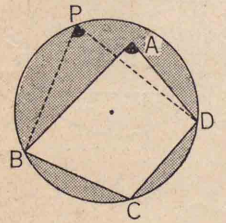
注意 O ハ PB ノ中點, A ハ B ガラ出發シテ BA 線上ヲ動キ丁度 $AO = BO$ トナツタ點トスレバ $PA \perp BA$

50. 内接四邊形

定理 圓ニ内接スル四邊形ノ相對スル角ハ互ニ補角デアル.



系一 圓ニ内接スル四邊形ノ外角ハソノ内對角(内角ノ對角)ニ等シイ.



系二 四邊形ノ相對スル角ガ補角ヲナストキハ此ノ四邊形ハ圓ニ内接スルコトガ出來ル.

證明 先ヅ B, C, D 三點ヲ通ル圓ヲ描ケ.

弧 BCD ノ共軛弧ノ上ニ任意ノ點 P ヲトリ

BP, DP ヲ結ブト $\angle P + \angle C = 2R.L$

假設ニヨリ $\angle A + \angle C = 2R.L$

故ニ $\angle A = \angle P$

故ニ點 A ハ \widehat{BPD} ノ上ニ在ル.

即チ三點 B, C, D ヲ通ル圓ハ點 A ヲモ通り, 從ツテ四邊形ハ同ジ圓ニ内接スル.

問 題

6 前頁ノ定理ヲ對角線AC, BDヲ引イテ證明セヨ.

7 圓ニ内接スル四邊形ABCDニ於テ

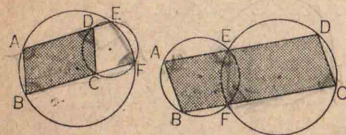
$\angle A + \angle D = \angle C$

$\angle B = 3\angle D$

デアル. 各角ヲ求メヨ.

8 平行四邊形ABCD

ノ二頂點A, Bヲ通ル圓ガAD, BC又ハツノ延長ト夫々E, Fニ於テ交ルトキハE, F, C, Dハ同一圓周上ニ在ル.

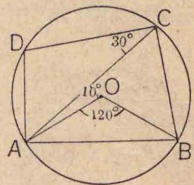


注意 此ノ圖ノ他ニモ場合ガアル.

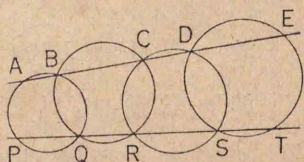
(6) 圓ニ内接スル平行四邊形ハ何カ. 又圓ニ内接スル梯形ハドンナ梯形カ.

(7) 圖ニ於ケル四邊形ABCD

ノ四内角ノ大サヲ計算セヨ.



(8) 圖ノヤウニ次々ニ描イタ圓ガ直線AEトA, B, C, D, Eデ交リ直線PTトP, Q, R, S, Tデ交ルトキハ線分AP, BQ, CR, DS, ETハ一ツオキニ平行デアル.



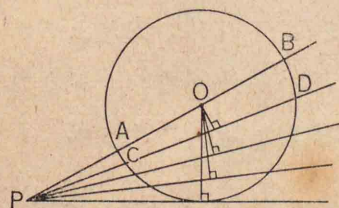
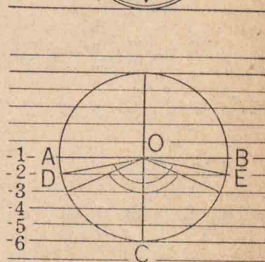
第三章 切線及切圓

51. 切線

問1 一錢銅貨ヲ机ノ面ニ直立シテ横ヨリソノ接觸點ヲスカシテ見テ如何ニナツテキルカラ調べヨ.



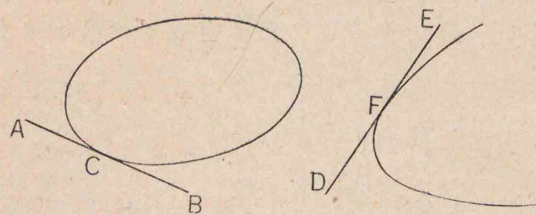
問2 平行ナ野ノ一ツノ線上ニ中心Oヲ置キ, Oカラ野線ノ一ツヘ下シタ垂線ノ長サヲ半徑トシテ圓ヲ描ケ. 線ガ圓ノ中心ヨリ遠ザカレバ線ト圓Oトノ交點ハドウナツテ行クカ.



問3 圓外ノ一定點Pヲ通ル割線ガ次第ニ中心ヲ遠ザカルト, 交點A, B及ビソノ弦ノ中點ハドウナツテ行クカ.

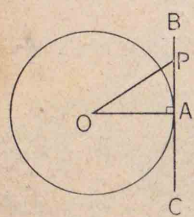


定義 圓周ト唯一点ニ於テ出會フ直線ヲソノ圓ノ切線トイヒ,ソノ點ヲ切點トイフ. 又圓ハ切點ニ於テソノ直線ニ切スルトイフ.



圓ニ限ラズ,圖ノヤウニ曲線ト唯一点デ出會フ直線ヲソノ點ニ於ケルソノ曲線ノ切線トイフ.

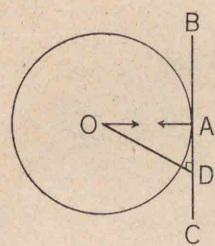
問4 問2,問3ヨリ考ヘテ圓ノ切線トソノ切點ヘ引イタ半徑トハドウナルカヲ考ヘヨ.



圓ノ半徑ヲ OA トシ,點 A ニ於テ $OA \perp BC$ ヲ引ケ. BC 上デ點 A 以外ノ點ハ圓外ニ在ルカドウカ. 任意ノ點 P ニツイテ考ヘヨ.

定理 圓ノ半徑ノ端ニ於テ之ニ垂直ナ直線ハソノ圓ノ切線デアル.

問5 圓周上ノ一與點ニ於テ之ニ切線ヲ引ケ.



O ヲ圓ノ中心 BC ヲ點 A ニ於ケル切線トスルト,半徑 OA ハ $BC \perp$ デアルベキデアル. 何トナレバ,若シ OA ガ $BC \perp$ デナク A 以外ノ點ト O トヲ結ンダ直線ガ $BC \perp$

トナルヤウナコトガアルトシ,假リニ OD ヲソノ線分トスルト $OD < OA$ トナリ,點 D ガ圓内ニ在ルコトトナリ BC ハ點 A 以外デモ圓 O ト出會ヒ,圓ト交ハルコトニナルカラ切線デナイコトニナル.

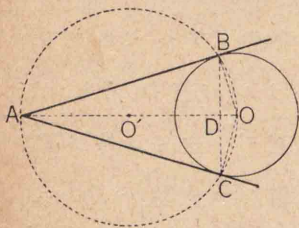
故ニ $OA \perp BC$

從ツテ切點 A ニ於ケル BC ノ垂線ハ中心 O ヲ通り中心カラ BC へノ垂線ハ切點 A ヲ通ル.

系一 切線トソノ切點ニ引イタ半徑トハ互ニ垂直デアル.

系二 切點ニ於テ切線ニ垂直ナ直線ハ圓ノ中心ヲ通り,中心カラ切線ニ下シタ垂線ハ切點ヲ通ル.

作圖題 與圓外ノ一與點カラコノ圓ニ切線ヲ引ケ.



考へ方 圓 Oヲ與圓トシ,圓 O 外ノ與點 A カラ之ニ切線ヲ引ク方法ヲ求メルニ假ニ AB, ACヲ切線トシ,切線ト中心トヲ結ブト $\angle ABO$ ハ直角デアアルカラ,

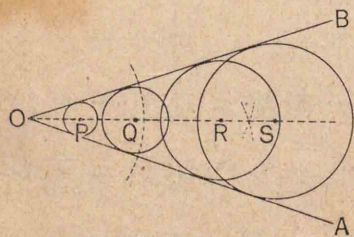
Bハ AOヲ直徑トスル圓周上ニ在ルコトガワカル. 生徒各自ニ作圖ヲセヨ.

問6 ABト ACトノ長サハドウカ.

問7 $\angle BAO$ ト $\angle CAO$ トハドウカ.

問8 BCト AOトハドウナルカ.

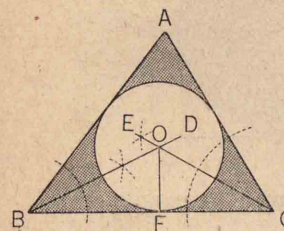
定理 圓外ノ一點カラソノ圓ニ引イタ二本ノ切線ノ切點マデノ長サハ相等シイ.



問9 $\angle AOB$ ノ二邊ニ切スル圓ヲ描ケ. OA, OBニ切スル圓ノ中心ハ如何ナル線ノ上ニアルカラ考へヨ.

作圖題 $\triangle ABC$ ノ三邊ニ切スル圓ヲ描ケ.

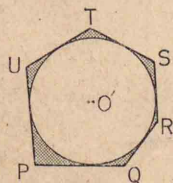
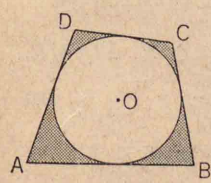
BA, BCニ切スル圓ノ中心ハ如何ナル直線上ニ在ルベキカ. CA, CBニ切スル圓ノ中心ハ如何.



$\angle B, \angle C$ ノ二等分線ノ交點 Oハ AB, BC, CAニ切スル圓ノ中心デアアル. 半徑ハドレカ.

圓 Oノヤウニ三角形ノ三邊ニ切スル圓ヲ三角形ノ内接圓トイフ.

定義 多角形ノ總テノ邊方同一圓ニ切スルトキハソノ多角形ハソノ圓ニ外接スルトイヒ,圓ハソノ多角形ニ内接スルトイフ.



例ヘバ ABCDハ圓 Oノ外接四邊形デアリ,圓 Oハ六邊形 PQRSTUノ内接圓デアル.

問題

1 圓ニ外接スル四邊形ノ對邊ノ和ハ等シイ.

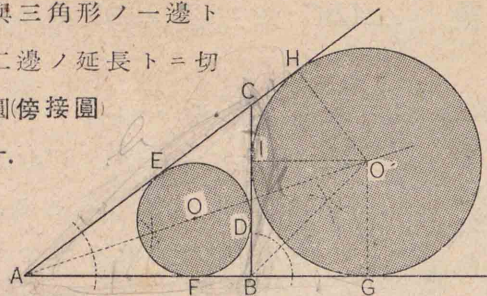
(1) 圓ノ外接六邊形ノ一ツオキニトツタ邊ノ和ハ等シイ.

2 與三角形ノ一邊ト

他ノ二邊ノ延長トニ切

スル圓(傍接圓)

ヲ描ケ.



(2) 尙

他ニ

$\triangle ABC$

ノ傍接

圓ニツ

ヲ描ケ.

圖ニ於テ圓Oヲ $\triangle ABC$ ノ内接圓、圓O'ヲ傍接圓トシ、

D, E, F, G, H, Iヲ夫々各邊ノ切點トスル.

28

$2a = 2A\sqrt{...}$

$BC = a \text{ cm} \quad CA = b \text{ cm} \quad AB = c \text{ cm} \quad \text{トシ}$

$a + b + c = 2s \quad \text{トスレバ}$

3 $AH = AG = s$

$AE = AF = s - a$

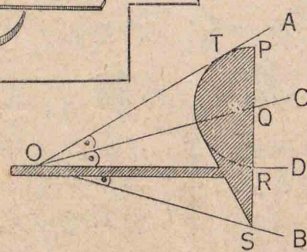
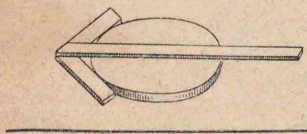
3 $BF = BD = s - b$

$BG = BI = CD = s - c$

4 次ノ圖ハ圓板ノ直

徑ヲ見出ス器具デアル.

構造及ビ用法ヲ述ベヨ.



(4) 圖ハ角ノ三等分定

規デアル. Qハ半圓

PTRノ中心デ, PQ, QR,

RSハ等シク, ORハQS

ニ垂直デアル.

コノ定規デ角ヲ

三等分スル方法

ヲ述ベテソノ理

由ヲ説明セヨ.

52. 切線ト弦

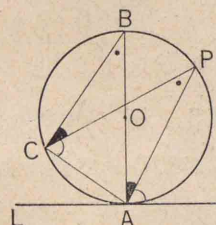
問1 LMヲ點Aニ於ケル圓Oノ切線, ABヲソノ直

徑トセヨ. $\angle ACB$ ノ大サ如何.

點Bガ圓周上ヲ動クトキ其

ノ任意ノ位置ヲPトシ, $\angle PCB,$

$\angle PAB, \angle MAP$ ノ變化ヲ研究



セヨ.

定理 切線ト其ノ切點ヲ通ル弦トノ

ナス角ハ此ノ角内ニアル弧ノ上ニ立ツ

圓周角ニ等シイ.

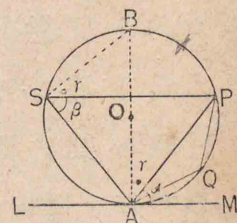
假設 LMヲ點Aデ圓Oニ切

スル切線, APヲAカラ引イ

タ弦トスレバ,

終結 $\angle MAP(\alpha)$ ハ \widehat{AP} ノ上ニ

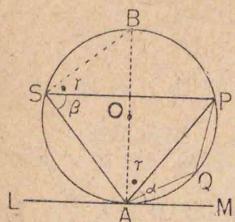
立ツ圓周角(β)ト等シイ.



證明 ABヲ直徑トシ, \widehat{ABP} 上ノ任意ノ一點

ヲSトシ, SA, SP, SBヲ結ベ. $\angle PSB = \angle PAB$

又 $\angle ASB, \angle MAB$ ハ共ニ直角デアル.



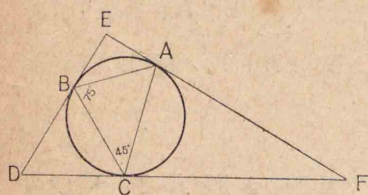
$\angle PAB$ ヲ $\angle \gamma$ トスレバ

$$\angle \alpha + \angle \gamma = 1R.L$$

$$\angle \beta + \angle \gamma = 1R.L$$

$$\therefore \angle \alpha = \angle \beta$$

問2 圖ニ於テ $\angle LAP$ ハドノ角ト等シイカ。



問3 圖ノヤウニ、三

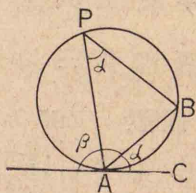
角形 DEF ノ三邊ガ $A,$

B, C デ圓ニ切シテキル。

圖ノ各々ノ角ノ大イサ

ハ夫々イクラカ。

系 圓ノ弦ト其ノ一端
ヲ通ル直線トノナス角ガ
其ノ角ト反對側ニ在ル弓
形ノ角ト等シイトキハ其
ノ直線ハ其ノ圓ニ切スル。



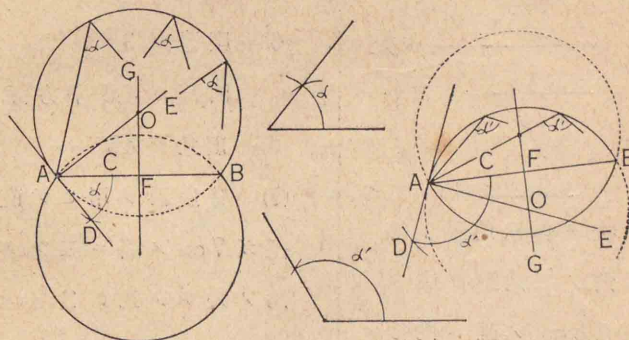
直接法ト間接法トデ證明セヨ。

問題

5 圓ニ内接スル二等
邊三角形ノ頂點ヲ通ル
切線ハ底ニ平行デアル。

5 $\triangle ABC$ ノ外接圓ヲ
描カナイデ點 A ヲ通リ
ソノ圓ノ切線ヲ引ケ、

作圖題 與線分 AB 上ニ與角 α (α') ヲ
含ム弓形ヲ作レ。

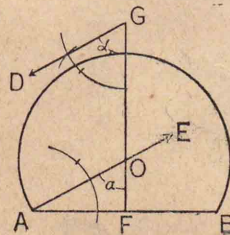


AB ヲ與線分、 $\angle \alpha$ ($\angle \alpha'$) ヲ與角トシ、 AB ノ上
ニ $\angle \alpha$ ($\angle \alpha'$) ヲ含ム弓形ヲ作ルコト。

問4 AD, AE, FG ハ如何ナル直線カ。

問5 上ノ作圖ノ證明ニハドンナ定理ヲ用ヒタカ。

問6 下ノ圖ハ上ノ作圖題ヲ、圓周角ハ中心角ノ半
分デアルコトヲ用ヒテ描イタモノデ、 $GD \parallel AE$ デアル。

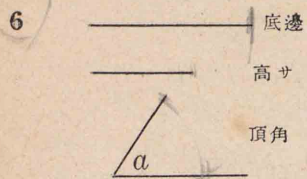


圖ヲ見テソノ方法ヲ述ベヨ。

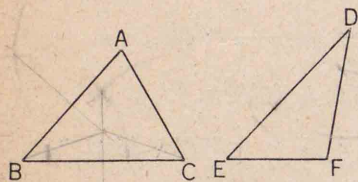
問7 コノ作圖ニヨル圓弧
ハ又如何ナル三角形ノ外接圓
ノ作圖ト見ルコトガ出來ルカ。

問題

次ノモノヲ知ツテ三角形ヲ作レ.

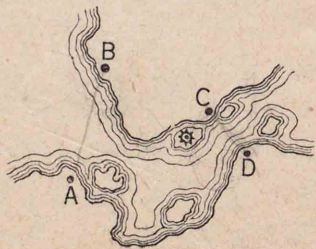


6 次ノ各三角形ト等
シイ角ノ三角形ヲ夫々
半徑 1.8 cm ノ圓ニ内接
セシメヨ.



7 8 A, B 二點及ビ C, D

二點 = 60° ノ角
ヲ張ルヤウナ地
點 = 燈臺ヲ作ラ
ウト思フ. ソノ
地點ヲ求メヨ



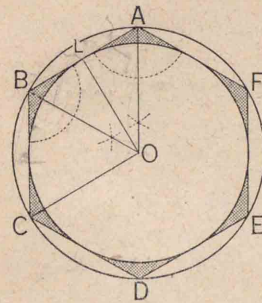
6 底邊ガ 3 cm,
面積ガ 4.5 平方糎,
頂角ガ 45°

7 分度器ヲ用ヒテ直
徑ガ 7 cm ノ圓ニ三ツノ
角ノ大サノ比ガ 2:3:4
ノヤウナ三角形ヲ内接
セシメヨ.

8 與ヘラレタ角ト等
シイ三ツノ角ヲ持ツ三
角形ヲ半徑 2.2 cm ノ圓
ニ外接セシメヨ.

53. 圓ノ内接及外接正多角形

作圖題 正多角形ノ外接圓ヲ描ケ.



與正多角形ヲ ABCDEF ト
シ、之ニ外接スル圓ヲ描カウ。
作圖 $\angle A$ ト $\angle B$ トノ二等分
線ヲ作リソノ交點ヲ O ト
スル。O ヲ中心トシ、OA
ヲ半徑トシテ圓ヲ描クト
外接圓ガ出來ル。

證明 $\angle FAB = \angle ABC$ 故ニ $\angle OAB = \angle OBA$
故ニ $\triangle AOB$ = 於テ $OA = OB$
OC ヲ結ベ、 $\triangle OBA = \triangle OBC \dots$ 何故カ。
故ニ $OA = OC$ 且 $\angle OCB = \angle OAB = \frac{1}{2} \angle FAB$
即チ $OA = OB = OC$ 、且 $\angle OCB = \angle OCD = \frac{1}{2} \angle BCD$
次ニ OD ヲ結ベバ前ト同様ニシテ

$$\triangle OBC = \triangle OCD$$

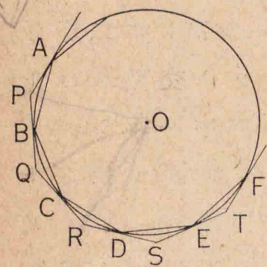
故ニ $OD = OB = OA = OC$

同様ニ $OA = OB = OC = OD = OE = OF$

故ニ O ヲ中心、OA ヲ半徑トシテ描イタ圓
ハ、與ヘラレタ正多角形ノ各頂點ヲ通ル。

問 與ヘラレタ正多角形ニ内接スル圓ヲ描ケ、

定理 圓周ヲ三ツ以上ノ相等シイ弧ニ分ツトキハ各分點ニ引イタ切線ハソノ圓ノ外接正多角形デアル。



假設 圓周ヲ A, B, C, D, \dots ニ於テ若干等分シ、各分點ニ於テ切線ヲ引キソレガ P, Q, R, S, \dots デ交ツタトスル。

終結 $PQRS \dots$ ハ外接正多角形デアル。

證明 $\triangle PAB, \triangle QBC, \triangle RCD, \dots$ ハ底邊ノ等シイ二等邊三角形デアル。

此等ノ二等邊三角形ノ底角ハ夫々 $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \dots$ ノ上ニ立ツ圓周角ト等シイ。

故ニ $\triangle PAB = \triangle QBC = \triangle RCD = \dots$

故ニ $\angle P = \angle Q = \angle R = \dots$

且 $PA = PB = QB = QC = RC = RD = \dots$

故ニ $PQ = QR = RS = \dots$

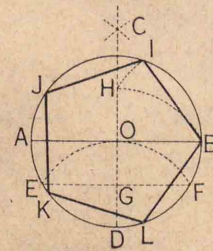
故ニ $PQRS \dots$ ハ外接正多角形デアル。

問題

9 各邊ノ相等シイ外接多角形ハ正多角形デアルカ。邊數ガ奇數ノトキト偶數ノトキトヲ區別シテ考ヘヨ。

10 半徑 4cm ノ圓ニ内接スル正六邊形ニ内接スル圓ノ半徑ガ 3.46cm デアルトスルト、コノ正六邊形ノ面積ハ何程カ。

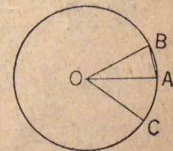
11 次ノ圖ハ正五邊形ノ作圖デアル。コレニヨツテ正十邊形ヲ描クコトヲ考ヘヨ。〔一年用 227頁(14)〕



9 各角ノ相等シイ内接多角形ハ正多角形デアルカ。邊數ガ奇數ノトキト偶數ノトキトヲ區別シテ考ヘヨ。

10 一邊ガ 10cm ノ正八邊形ニ内接スル圓ノ半徑ガ 12.1cm デアルトスルト、ソノ正八邊形ノ面積ハ何程デアルカ。

11 次ノ圖デ $\angle BOC$ ハ正六邊形ノ一邊ガ中心ニ對スル角デ、 $\angle AOC$ ハ正十邊形ノ一邊ガ中心ニ對スル角デアル。弦 AB ハ圓 O ニ内接スル正十五邊形ノ一邊デアルコトヲ證明セヨ。



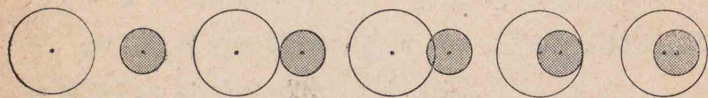
54. ニツノ圓

問 ニツノ圓 O, O' ガ次第ニ遠ザカリ、又次第ニ近ツケバ、兩圓ニハドンナ關係ガ出來ルカ。

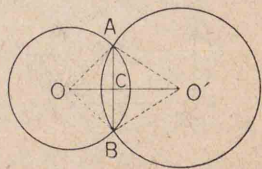
定義 ニツノ圓ガ唯一點ヲ共有スルトキハソノニツノ圓ハ互ニ切スルトイヒ、ソノ各圓ガ互ニ他ノ外ニ在ルトキハ外切、一ツガ他ノ内ニ在ルトキハ内切トイフ。ソシテソノ共通點ヲ切點トイフ。

ニツノ圓ノ位置ニツイテハ内切、外切ノ外ニ尙種々ノ場合ガアルガ、一括シテ次ノ様ニ圖示スレバ明瞭デアラウ。

分離 外切 相交 内切 包含



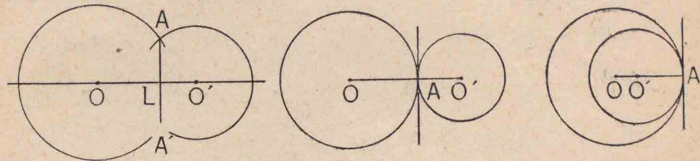
定理 二圓ガ相交レバソノ中心線ハ共通弦ヲ垂直ニ二等分スル。



系三. 一直線上ノ同一點ヲニ切スル円ハ互ニ切スル。

系四. 二円ガ中心線上ノ一莫ヲ共有スルトキハソノ内ハ互ニ切スル。

定理 相切スル二圓ノ切點ハ二圓ノ中心線上ニアル。



證明 モシ二圓ノ切點 A ガ中心線 OO' 上ニナク上圖左ノヤウナ位置 A ニ在ルトスレバ、必ズ點 A ノ OO' ニ關スル對稱點ガアツテ之ヲ A' トスルト $OA' = OA, O'A' = O'A$ トナル。從ツテ A' ハ兩圓周ニ共通ナ點トナリ兩圓ハ切シナイコトトナル。ソレ故相切スル二圓ノ切點ハソノ中心線上ニアル。

系一 相切スル二圓ハ切點デ同一ノ切線ヲモツテキル。

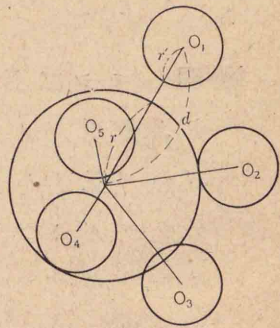
問題

12 二圓ガ點 P デ切スル(内、外トキ、 P ヲ通ル二直線ヲ引イテ一圓ト A, D 他ノ圓ト B, E デ交ラスト $AD \parallel BE$

(12) 問題12デ P ヲ通ル唯一ツノ直線ヲ引イテ二圓ト夫々 A, B デ交ラスト、 A, B ニ於ケル切線ハ互ニ平行デアル。

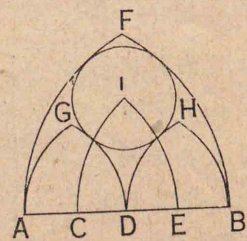
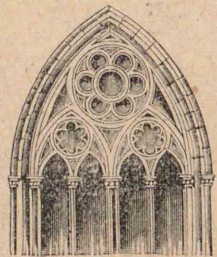
系二 二圓ノ半徑ヲ夫々 r, r' ($r > r'$) トシ、其ノ中心距離ヲ d トスレバ、

- (1) 二圓ガ分離シテキルトキハ $d > r + r'$
 - (2) 二圓ガ外切スルトキハ $d = r + r'$
 - (3) 二圓ガ相交ルトキハ $r - r' < d < r + r'$
 - (4) 二圓ガ内切スルトキハ $d = r - r'$
 - (5) 一圓ガ他ニ包含サレルトキハ $d < r - r'$
- 此等ノ逆モ亦真デアル。



問題

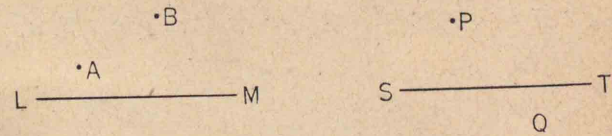
13 三圓 A, B, C ノ半徑ハ夫々 $5\text{ cm}, 2\text{ cm}, 7\text{ cm}$ デ $BC = 5\text{ cm}, CA = 6\text{ cm}, AB = 7\text{ cm}$ トスレバ三圓ノ位置ハドウカ。



(13) 圖ニ於テ C, D, E ハ AB ヲ四等分シ、 A, B, D ガ夫々圖ニ於ケル幾ツカノ弧ノ中心デ、 I ハツレ等ノ弧ニ切スル圓ノ中心デアアル。コノ圖ヲ描ケ。

55. 共通切線

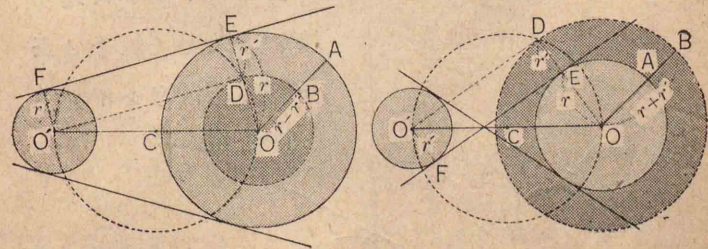
問1 A 及 B ヲ中心トシテ直線 LM ニ切スル二圓ヲ描ケ。又 P 及 Q ヲ中心トシテ ST ニ切スル二圓ヲ描ケ。



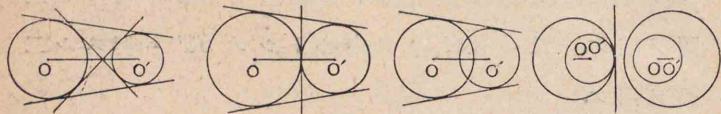
定義 二圓ノドレニモ切スル直線ヲソノ二圓ノ共通切線トイヒ、二圓ガソノ切線ノ同ジ側ニアルトキハ外共通切線、反對ノ側ニアルトキハ内共通切線トイフ。

作圖題 二圓ノ共通切線ヲ引ケ。

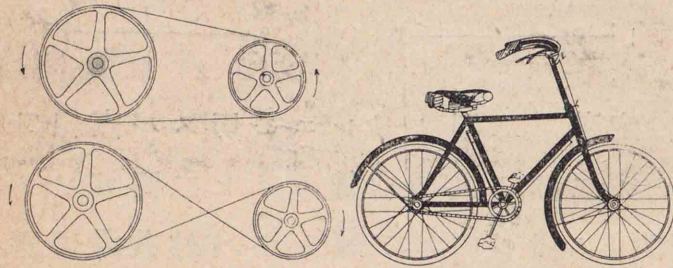
圖ニヨツテ作圖法ヲ述ベテ證明セヨ。



問2 二圓ノ位置ニヨツテ共通切線ノ數ニ種々ノ場合ノアルコトヲ研究セヨ。

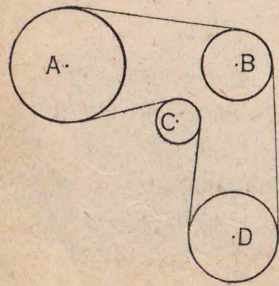


次ノ圖ニ共通切線ノ現レテキルトコロヲ見ヨ。



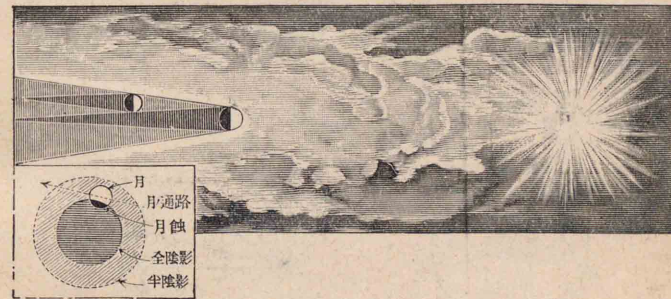
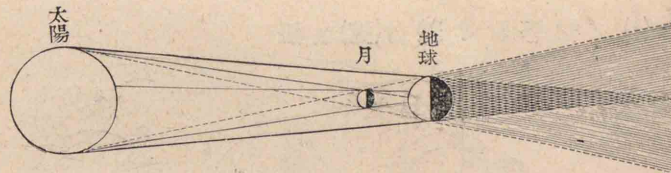
問題

14 次ノヤウナ圖ヲ描ケ。



(14) 二圓ノ共通切線ノ交點ハ二圓ノ中心線上ニ在ルコト及ビ共通切線ノ切點間ノ線分ノ長サハ夫々相等シイコトヲ證セヨ。

15 次ノ圖ニヨツテ日蝕、月蝕ヲ説明セヨ。



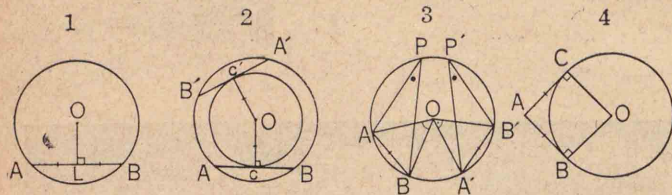
(15) 昔ギリシヤノ天文學者トレミー(西曆150年頃)ハ地球ノ半徑ヲ單位トシテ、太陽ノ半徑、太陽ヘノ距離及ビ月ノ半徑、月ヘノ距離ヲ測定シテ夫々5.5, 1210, 0.29及ビ59ヲ得タ。此ノ値ト現在ノ値トヲ比較セヨ。

備考 上ノ圖ハ日蝕(上)、月蝕(下)ノ關係ヲ示スタメニアゲタモノデアツテ、太陽、地球、月ノ各々ノ大サ及ビ相互ノ距離ノ關係ハ實際ノ割合トハ異ナツテキル。

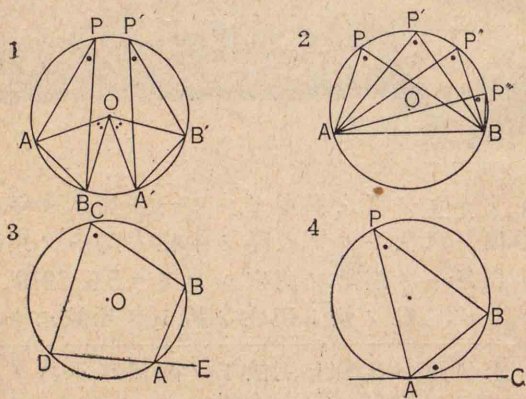
太陽ノ直徑ハ約139萬kmアル。地球ノ直徑ハ約12756kmデ太陽ヲ中心トシ、凡ソ14860萬kmノ距離ヲ保ツテ、平均365日2422デ太陽ヲ一周スル。又月ハソノ直徑ガ約3473kmデ地球ヨリ384000kmノ距離ヲ保チ約27日 $\frac{1}{4}$ デ地球ヲ一周シツツ太陽ヲ廻ルノデ、地球ガ太陽ヲ一周スル間ニ約13回地球ヲ廻ル事ニナル。

摘要

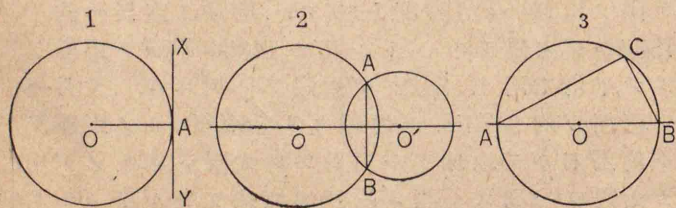
(1) 相等シイ線分(弦)及弧



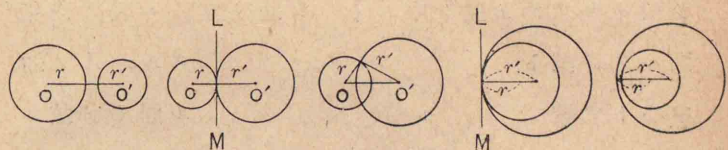
(2) 相等シイ角



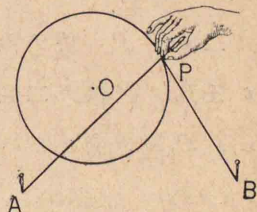
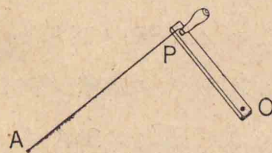
(3) 直角



(4) 二圓ノ位置ノ關係



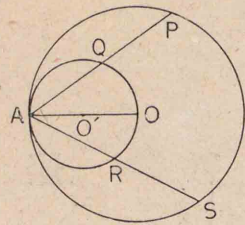
雜題



1 棒 OP ハ O ノ周リ
 ヲ廻轉スル仕掛ニナツ
 テキル。 A ト P トニゴ
 ム絲ノ兩端ヲ固定スル
 トスレバ、 P ガ廻轉スル
 トキゴム絲ノ最モ伸ビ
 タトキト最モ縮ンダト
 キトノ P ノ位置ハドコ
 カ。
 又ソノ理由ヲイヘ。

(1) 定圓 O ト二點 A, B
 ガ圖ノヤウナ位置ニ與
 ヘテアル。ゴム絲ノ兩
 端ヲ A, B ニ固定シ、一
 點 P デ絲ヲ張リナガラ定
 圓 O ノ周上ヲ動カスト
 キハ $\angle APB$ ノ最大ナ點
 P ノ位置ハ $\triangle APB$ ノ外
 接圓ガ圓 O ニ切スル切
 點デアルコトヲ證セヨ。
 又最小ノトキハドコカ。

2 圓周上ノ一定點カ
ラ引イタ凡テノ弦ノ中
點ハソノ點ト
中心トヲ結ブ
線分ヲ直徑ト
スル圓周上ニ
在ル。



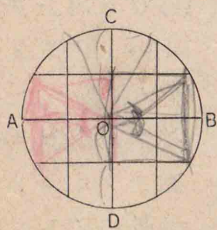
(2) 圓 O' ハ圓 O ノ中心
ヲ通り點 A ニ於テ内切
スル。 A ヲ通
ル圓 O ノ弦
 AP, AS ガ圓 O
ノ周ト夫々 $Q,$
 R デ交ルトキ

3 二圓ガ P ニ於テ内
切シ、任意ノ直線ガ二圓
ト A, B, C, D デ交ルト

$$\angle APB = \angle CPD$$

4 AOB, COD ヲ一ツ
ノ圓ノ互ニ直交ニ交ル
直徑トスル。半徑 $OA,$
 OB, OC, OD ノ中點ヲ
通り此ノ二直徑ノ各々
ニ平行

ナ弦ハ
全圓周
ヲ12等
分スル。

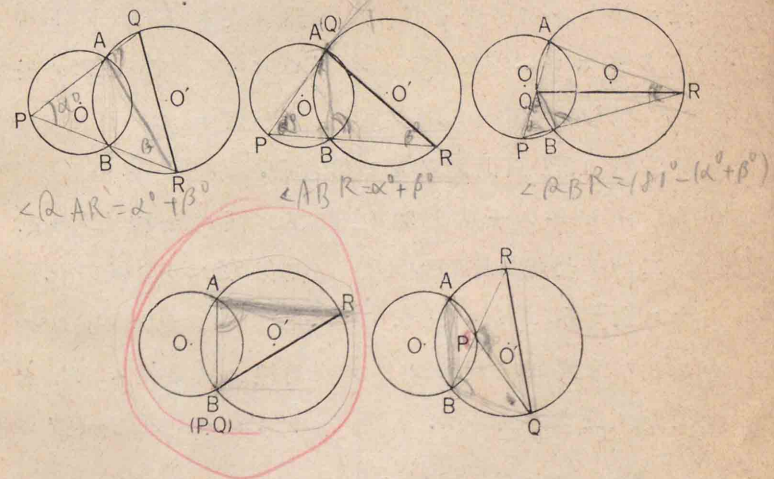


ハ $\triangle APS$ ノ面積ハ
 $\triangle AQR$ ノ面積ノ何倍カ。

(3) 圓周ヲ2:4:4:5ノ
連比ニ分ツトキ、ソレヲ
ノ點ヲ順次ニ結ンデ出
來ル四邊形ノ内角ノ大
イサハ各々何度カ。

(4) 點 C デ外切スル二
圓ノ共通切線ガ各圓ト
 A 及ビ B デ切スルトキ
ハ、 C ニ於ケル共通切線
ハ AB ヲ二等分シ、且
 $\angle ACB$ ハ直交ナル。

5 圓 O, O' ガ二點 A, B デ交ル。圓 O ノ
圓周上ノ點ヲ P トシ、 PA, PB ガ圓 O' ト交ル
點ヲ Q, R トスレバ QR ノ長サハ一定デアル。

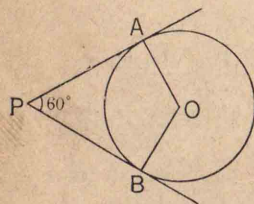


注意 點 P ノ位置ニヨツテ上ノ圖ニ示スマ
ウニ五ツノ場合ガアル。併シソノ何レノ
場合デモ常ニ QR ノ長サハ一定デアル。
弦 QR ガ定長デアルコトヲイフニハ $\angle QBR$
ガ一定ノ角ニ等シイ(又ハ其ノ補角ニ等シ
イ)コトヲイヘバヨイ。

6 $\triangle ABC$ ノ三邊ガ夫
夫 5 cm, 4 cm, 3 cm デア
ルトキ,此ノ三角形ノ内
接圓ガ此ノ三角形ノ三
邊ニ切スル點ヲ夫々 X,
Y, Z トスレバ AX, BY,
CZ ノ長サハ何 cm カ。

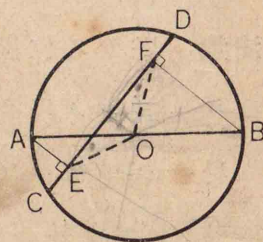
注意 250頁問題2及ビ(2)参照。

7 圓 O 外ノ一點 P カ
ラニツノ切線 AP, BP ノ
ナス角ガ 60° デアルトキ,
 \widehat{AB} ハ全圓周ノ長サノ
幾分ノ幾ツニ當ルカ。



(6) 問題 6 = 於テ $\angle A$
内ノ傍接圓ヲ描ケ。
此ノトキ BC, CA, AB
又ハ其ノ延長ガ切スル
點ヲ夫々 L, M, N トス
レバ BL, CM, AN ノ長
サハ何 cm カ。

(7) 圖 = 於テ AB ハ直
徑デ CD ハ弦デアアル。
A, B カラ CD = 下シタ
垂線ノ足ヲ夫々 E, F
トスレバ $OE = OF$



平方, 立方, 平方根, 立方根ノ表

數	平方	立方	平方根	立方根	數	平方	立方	平方根	立方根
1	1	1	1.000	1.000	51	2,601	132,651	7.141	3.708
2	4	8	1.414	1.259	52	2,704	140,608	7.211	3.732
3	9	27	1.732	1.442	53	2,809	148,877	7.280	3.756
4	16	64	2.000	1.587	54	2,916	157,464	7.348	3.779
5	25	125	2.236	1.709	55	3,025	166,375	7.416	3.802
6	36	216	2.449	1.817	56	3,136	175,616	7.483	3.825
7	49	343	2.646	1.912	57	3,249	185,193	7.549	3.848
8	64	512	2.828	2.000	58	3,364	195,112	7.615	3.870
9	81	729	3.000	2.080	59	3,481	205,379	7.681	3.892
10	100	1,000	3.162	2.154	60	3,600	216,000	7.745	3.914
11	121	1,331	3.316	2.223	61	3,721	226,981	7.810	3.936
12	144	1,728	3.464	2.289	62	3,844	238,328	7.874	3.957
13	169	2,197	3.605	2.351	63	3,969	250,047	7.937	3.979
14	196	2,744	3.741	2.410	64	4,096	262,144	8.000	4.000
15	225	3,375	3.872	2.466	65	4,225	274,625	8.062	4.020
16	256	4,096	4.000	2.519	66	4,356	287,496	8.124	4.041
17	289	4,913	4.123	2.571	67	4,489	300,763	8.185	4.061
18	324	5,832	4.242	2.620	68	4,624	314,432	8.246	4.081
19	361	6,859	4.358	2.668	69	4,761	328,509	8.306	4.101
20	400	8,000	4.472	2.714	70	4,900	343,000	8.366	4.121
21	441	9,261	4.582	2.758	71	5,041	357,911	8.426	4.140
22	484	10,648	4.690	2.802	72	5,184	373,248	8.485	4.160
23	529	12,167	4.795	2.843	73	5,329	389,017	8.544	4.179
24	576	13,824	4.898	2.884	74	5,476	405,224	8.602	4.198
25	625	15,625	5.000	2.924	75	5,625	421,875	8.660	4.217
26	676	17,576	5.099	2.962	76	5,776	438,976	8.717	4.235
27	729	19,683	5.196	3.000	77	5,929	456,533	8.774	4.254
28	784	21,952	5.291	3.036	78	6,084	474,552	8.831	4.272
29	841	24,389	5.385	3.072	79	6,241	493,039	8.888	4.290
30	900	27,000	5.477	3.107	80	6,400	512,000	8.944	4.308
31	961	29,791	5.567	3.141	81	6,561	531,441	9.000	4.326
32	1,024	32,768	5.656	3.174	82	6,724	551,368	9.055	4.344
33	1,089	35,937	5.744	3.207	83	6,889	571,787	9.110	4.362
34	1,156	39,304	5.830	3.239	84	7,056	592,704	9.165	4.379
35	1,225	42,875	5.916	3.271	85	7,225	614,125	9.219	4.396
36	1,296	46,656	6.000	3.301	86	7,396	636,056	9.273	4.414
37	1,369	50,653	6.082	3.332	87	7,569	658,503	9.327	4.431
38	1,444	54,872	6.164	3.361	88	7,744	681,472	9.380	4.447
39	1,521	59,319	6.244	3.391	89	7,921	704,969	9.433	4.464
40	1,600	64,000	6.324	3.419	90	8,100	729,000	9.486	4.481
41	1,681	68,921	6.403	3.448	91	8,281	753,571	9.539	4.497
42	1,764	74,088	6.480	3.476	92	8,464	778,688	9.591	4.514
43	1,849	79,507	6.557	3.503	93	8,649	804,357	9.643	4.530
44	1,936	85,184	6.633	3.530	94	8,836	830,584	9.695	4.546
45	2,025	91,125	6.708	3.556	95	9,025	857,375	9.746	4.562
46	2,116	97,336	6.782	3.583	96	9,216	884,736	9.797	4.578
47	2,209	103,823	6.855	3.608	97	9,409	912,673	9.848	4.594
48	2,304	110,592	6.928	3.634	98	9,604	941,192	9.899	4.610
49	2,401	117,649	7.000	3.659	99	9,801	970,299	9.949	4.626
50	2,500	125,000	7.071	3.684	100	10,000	1,000,000	10.000	4.641

平方根表

數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根
101	10.050	151	12.288	201	14.177	251	15.843	301	17.349
102	10.100	152	12.329	202	14.213	252	15.875	302	17.378
103	10.149	153	12.369	203	14.248	253	15.906	303	17.407
104	10.193	154	12.410	204	14.283	254	15.937	304	17.436
105	10.247	155	12.450	205	14.318	255	15.969	305	17.464
106	10.296	156	12.490	206	14.353	256	16.000	306	17.493
107	10.344	157	12.530	207	14.387	257	16.031	307	17.521
108	10.392	158	12.570	208	14.422	258	16.062	308	17.550
109	10.440	159	12.610	209	14.457	259	16.093	309	17.578
110	10.488	160	12.649	210	14.491	260	16.125	310	17.607
111	10.536	161	12.689	211	14.526	261	16.155	311	17.635
112	10.583	162	12.728	212	14.560	262	16.186	312	17.664
113	10.630	163	12.767	213	14.595	263	16.217	313	17.692
114	10.677	164	12.806	214	14.629	264	16.248	314	17.720
115	10.724	165	12.845	215	14.663	265	16.279	315	17.748
116	10.770	166	12.884	216	14.697	266	16.310	316	17.776
117	10.817	167	12.923	217	14.731	267	16.340	317	17.804
118	10.863	168	12.961	218	14.765	268	16.371	318	17.833
119	10.909	169	13.000	219	14.799	269	16.401	319	17.861
120	10.954	170	13.038	220	14.832	270	16.432	320	17.889
121	11.000	171	13.077	221	14.866	271	16.462	321	17.916
122	11.045	172	13.115	222	14.900	272	16.492	322	17.944
123	11.091	173	13.153	223	14.933	273	16.523	323	17.972
124	11.136	174	13.191	224	14.967	274	16.553	324	18.000
125	11.180	175	13.229	225	15.000	275	16.583	325	18.028
126	11.225	176	13.266	226	15.033	276	16.613	326	18.055
127	11.269	177	13.304	227	15.067	277	16.643	327	18.083
128	11.314	178	13.342	228	15.100	278	16.673	328	18.111
129	11.358	179	13.379	229	15.133	279	16.703	329	18.138
130	11.402	180	13.416	230	15.166	280	16.733	330	18.166
131	11.446	181	13.454	231	15.199	281	16.763	331	18.193
132	11.489	182	13.491	232	15.232	282	16.793	332	18.221
133	11.533	183	13.528	233	15.264	283	16.823	333	18.248
134	11.576	184	13.565	234	15.297	284	16.852	334	18.276
135	11.619	185	13.601	235	15.330	285	16.882	335	18.303
136	11.662	186	13.638	236	15.362	286	16.912	336	18.330
137	11.705	187	13.675	237	15.395	287	16.941	337	18.358
138	11.747	188	13.711	238	15.427	288	16.971	338	18.385
139	11.790	189	13.748	239	15.460	289	17.000	339	18.412
140	11.832	190	13.784	240	15.492	290	17.029	340	18.439
141	11.874	191	13.820	241	15.524	291	17.059	341	18.466
142	11.916	192	13.859	242	15.556	292	17.088	342	18.493
143	11.958	193	13.892	243	15.588	293	17.117	343	18.520
144	12.000	194	13.928	244	15.620	294	17.146	344	18.547
145	12.042	195	13.964	245	15.652	295	17.176	345	18.574
146	12.083	196	14.000	246	15.684	296	17.205	346	18.601
147	12.124	197	14.036	247	15.716	297	17.234	347	18.628
148	12.166	198	14.071	248	15.748	298	17.263	348	18.655
149	12.207	199	14.107	249	15.780	299	17.292	349	18.682
150	12.247	200	14.142	250	15.811	300	17.321	350	18.708

平方根表

數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根
351	18.735	401	20.025	451	21.237	501	22.383	551	23.473
352	18.762	402	20.050	452	21.260	502	22.405	552	23.495
353	18.788	403	20.075	453	21.284	503	22.428	553	23.516
354	18.815	404	20.100	454	21.307	504	22.450	554	23.537
355	18.841	405	20.125	455	21.331	505	22.472	555	23.558
356	18.868	406	20.149	456	21.354	506	22.494	556	23.580
357	18.894	407	20.174	457	21.378	507	22.517	557	23.601
358	18.921	408	20.199	458	21.401	508	22.539	558	23.622
359	18.947	409	20.224	459	21.424	509	22.561	559	23.643
360	18.974	410	20.248	460	21.448	510	22.583	560	23.664
361	19.000	411	20.273	461	21.471	511	22.605	561	23.685
362	19.026	412	20.298	462	21.494	512	22.627	562	23.707
363	19.053	413	20.322	463	21.517	513	22.650	563	23.728
364	19.079	414	20.347	464	21.541	514	22.672	564	23.749
365	19.105	415	20.372	465	21.564	515	22.694	565	23.770
366	19.131	416	20.396	466	21.587	516	22.716	566	23.791
367	19.157	417	20.421	467	21.610	517	22.738	567	23.812
368	19.183	418	20.445	468	21.633	518	22.760	568	23.833
369	19.209	419	20.469	469	21.656	519	22.782	569	23.854
370	19.235	420	20.494	470	21.679	520	22.804	570	23.875
371	19.261	421	20.518	471	21.703	521	22.825	571	23.896
372	19.287	422	20.543	472	21.726	522	22.847	572	23.917
373	19.313	423	20.567	473	21.749	523	22.869	573	23.937
374	19.339	424	20.591	474	21.772	524	22.891	574	23.958
375	19.365	425	20.616	475	21.794	525	22.913	575	23.979
376	19.391	426	20.640	476	21.817	526	22.935	576	24.000
377	19.416	427	20.664	477	21.840	527	22.956	577	24.021
378	19.442	428	20.688	478	21.863	528	22.978	578	24.042
379	19.468	429	20.712	479	21.886	529	23.000	579	24.062
380	19.494	430	20.736	480	21.909	530	23.022	580	24.083
381	19.519	431	20.761	481	21.932	531	23.043	581	24.104
382	19.545	432	20.785	482	21.954	532	23.065	582	24.125
383	19.570	433	20.809	483	21.977	533	23.087	583	24.145
384	19.596	434	20.838	484	22.000	534	23.108	584	24.166
385	19.621	435	20.857	485	22.023	535	23.130	585	24.187
386	19.647	436	20.881	486	22.045	536	23.152	586	24.207
387	19.672	437	20.905	487	22.068	537	23.173	587	24.228
388	19.698	438	20.928	488	22.091	538	23.195	588	24.249
389	19.723	439	20.952	489	22.113	539	23.216	589	24.269
390	19.748	440	20.976	490	22.136	540	23.238	590	24.290
391	19.774	441	21.000	491	22.159	541	23.259	591	24.310
392	19.799	442	21.024	492	22.181	542	23.281	592	24.331
393	19.824	443	21.048	493	22.204	543	23.302	593	24.352
394	19.849	444	21.071	494	22.226	544	23.324	594	24.372
395	19.875	445	21.095	495	22.249	545	23.345	595	24.393
396	19.900	446	21.119	496	22.271	546	23.367	596	24.413
397	19.925	447	21.142	497	22.293	547	23.388	597	24.434
398	19.950	448	21.166	498	22.316	548	23.409	598	24.454
399	19.975	449	21.190	499	22.338	549	23.431	599	24.474
400	20.000	450	21.213	500	22.361	550	23.452	600	24.495

平方根表

數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根
601	24.515	651	25.515	701	26.476	751	27.404	801	28.302
602	24.536	652	25.534	702	26.495	752	27.423	802	28.320
603	24.556	653	25.554	703	26.514	753	27.441	803	28.337
604	24.576	654	25.573	704	26.533	754	27.459	804	28.355
605	24.597	655	25.593	705	26.552	755	27.477	805	28.373
606	24.617	656	25.612	706	26.571	756	27.495	806	28.390
607	24.637	657	25.632	707	26.589	757	27.514	807	28.408
608	24.658	658	25.652	708	26.608	758	27.532	808	28.425
609	24.678	659	25.671	709	26.627	759	27.550	809	28.443
610	24.698	660	25.690	710	26.646	760	27.568	810	28.460
611	24.718	661	25.710	711	26.665	761	27.586	811	28.478
612	24.739	662	25.729	712	26.683	762	27.604	812	28.496
613	24.759	663	25.749	713	26.702	763	27.622	813	28.513
614	24.779	664	25.768	714	26.721	764	27.641	814	28.531
615	24.799	665	25.788	715	26.739	765	27.659	815	28.548
616	24.819	666	25.807	716	26.758	766	27.677	816	28.566
617	24.839	667	25.826	717	26.777	767	27.695	817	28.583
618	24.860	668	25.846	718	26.796	768	27.713	818	28.601
619	24.880	669	25.865	719	26.814	769	27.731	819	28.618
620	24.900	670	25.884	720	26.833	770	27.749	820	28.636
621	24.920	671	25.904	721	26.851	771	27.767	821	28.653
622	24.940	672	25.923	722	26.870	772	27.785	822	28.671
623	24.960	673	25.942	723	26.889	773	27.803	823	28.688
624	24.980	674	25.962	724	26.907	774	27.821	824	28.705
625	25.000	675	25.981	725	26.926	775	27.839	825	28.723
626	25.020	676	26.000	726	26.944	776	27.857	826	28.740
627	25.040	677	26.019	727	26.963	777	27.875	827	28.758
628	25.060	678	26.038	728	26.981	778	27.893	828	28.775
629	25.080	679	26.058	729	27.000	779	27.911	829	28.792
630	25.100	680	26.077	730	27.019	780	27.928	830	28.810
631	25.120	681	26.096	731	27.037	781	27.946	831	28.827
632	25.140	682	26.115	732	27.055	782	27.964	832	28.844
633	25.159	683	26.134	733	27.074	783	27.982	833	28.862
634	25.179	684	26.153	734	27.092	784	28.000	834	28.879
635	25.199	685	26.173	735	27.111	785	28.018	835	28.896
636	25.219	686	26.192	736	27.129	786	28.036	836	28.914
637	25.239	687	26.211	737	27.148	787	28.054	837	28.931
638	25.259	688	26.230	738	27.166	788	28.071	838	28.948
639	25.278	689	26.249	739	27.185	789	28.089	839	28.965
640	25.298	690	26.268	740	27.203	790	28.107	840	28.983
641	25.318	691	26.287	741	27.221	791	28.125	841	29.000
642	25.338	692	26.306	742	27.240	792	28.142	842	29.017
643	25.357	693	26.325	743	27.258	793	28.160	843	29.034
644	25.377	694	26.344	744	27.276	794	28.178	844	29.052
645	25.397	695	26.363	745	27.295	795	28.196	845	29.069
646	25.417	696	26.382	746	27.313	796	28.213	846	29.086
647	25.436	697	26.401	747	27.331	797	28.231	847	29.103
648	25.456	698	26.420	748	27.350	798	28.249	848	29.120
649	25.475	699	26.439	749	27.368	799	28.267	849	29.138
650	25.495	700	26.458	750	27.386	800	28.284	850	29.155

平方根表

數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根
851	29.172	901	30.017	951	30.838	1001	31.639	1051	32.419
852	29.189	902	30.033	952	30.854	1002	31.654	1052	32.435
853	29.206	903	30.050	953	30.871	1003	31.670	1053	32.450
854	29.223	904	30.067	954	30.887	1004	31.686	1054	32.465
855	29.240	905	30.083	955	30.903	1005	31.702	1055	32.481
856	29.257	906	30.100	956	30.919	1006	31.718	1056	32.496
857	29.275	907	30.116	957	30.935	1007	31.733	1057	32.512
858	29.292	908	30.133	958	30.952	1008	31.749	1058	32.527
859	29.309	909	30.150	959	30.968	1009	31.765	1059	32.542
860	29.326	910	30.166	960	30.984	1010	31.780	1060	32.558
861	29.343	911	30.183	961	31.000	1011	31.796	1061	32.573
862	29.360	912	30.199	962	31.016	1012	31.812	1062	32.588
863	29.377	913	30.216	963	31.032	1013	31.828	1063	32.604
864	29.394	914	30.232	964	31.048	1014	31.843	1064	32.619
865	29.411	915	30.249	965	31.064	1015	31.859	1065	32.634
866	29.428	916	30.265	966	31.081	1016	31.875	1066	32.650
867	29.445	917	30.282	967	31.097	1017	31.890	1067	32.665
868	29.462	918	30.299	968	31.113	1018	31.906	1068	32.680
869	29.479	919	30.315	969	31.129	1019	31.922	1069	32.696
870	29.496	920	30.332	970	31.145	1020	31.937	1070	32.711
871	29.513	921	30.348	971	31.161	1021	31.953	1071	32.726
872	29.530	922	30.364	972	31.177	1022	31.969	1072	32.741
873	29.547	923	30.381	973	31.193	1023	31.984	1073	32.757
874	29.563	924	30.397	974	31.209	1024	32.000	1074	32.772
875	29.580	925	30.414	975	31.225	1025	32.016	1075	32.787
876	29.597	926	30.430	976	31.241	1026	32.031	1076	32.802
877	29.614	927	30.447	977	31.257	1027	32.047	1077	32.818
878	29.631	928	30.463	978	31.273	1028	32.062	1078	32.833
879	29.648	929	30.480	979	31.289	1029	32.078	1079	32.848
880	29.665	930	30.496	980	31.305	1030	32.094	1080	32.863
881	29.682	931	30.512	981	31.321	1031	32.109	1081	32.879
882	29.698	932	30.529	982	31.337	1032	32.125	1082	32.894
883	29.715	933	30.545	983	31.353	1033	32.140	1083	32.909
884	29.732	934	30.561	984	31.369	1034	32.156	1084	32.924
885	29.749	935	30.578	985	31.385	1035	32.171	1085	32.939
886	29.766	936	30.594	986	31.401	1036	32.187	1086	32.955
887	29.783	937	30.610	987	31.417	1037	32.202	1087	32.970
888	29.799	938	30.627	988	31.432	1038	32.218	1088	32.985
889	29.816	939	30.643	989	31.448	1039	32.234	1089	33.000
890	29.833	940	30.659	990	31.464	1040	32.249	1090	33.015
891	29.850	941	30.676	991	31.480	1041	32.265	1091	33.030
892	29.866	942	30.692	992	31.496	1042	32.280	1092	33.045
893	29.883	943	30.708	993	31.512	1043	32.296	1093	33.061
894	29.900	944	30.725	994	31.528	1044	32.311	1094	33.076
895	29.917	945	30.741	995	31.544	1045	32.326	1095	33.091
896	29.933	946	30.757	996	31.559	1046	32.342	1096	33.106
897	29.950	947	30.773	997	31.575	1047	32.357	1097	33.121
898	29.967	948	30.790	998	31.591	1048	32.373	1098	33.136
899	29.983	949	30.806	999	31.607	1049	32.388	1099	33.151
900	30.000	950	30.822	1000	31.623	1050	32.404	1100	33.166

文 部 省 檢 定 濟

昭和九年十二月二十一日 中學校數學科用

昭和6年8月29日 印刷
 昭和6年9月3日 發行
 昭和6年11月15日 訂正再版印刷
 昭和6年11月18日 訂正再版發行
 昭和9年9月30日 訂正三版印刷
 昭和9年10月5日 訂正三版發行
 昭和9年12月15日 訂正四版印刷
 昭和9年12月20日 訂正四版發行

著作權所有

中等教育新制數學教科書 修正版



定 價	第一學年用	金 壹 圓
	第二學年用	金 壹 圓
	第三學年用	金 壹 圓

著 作 者

廣島高等師範學校附屬中學校
 數 學 研 究 會
 代表者 會 田 梅 太 郎

發 行 兼
 刷 者

東京市神田區神保町一丁目廿五番地
 鈴 木 政 雄

發 行 者

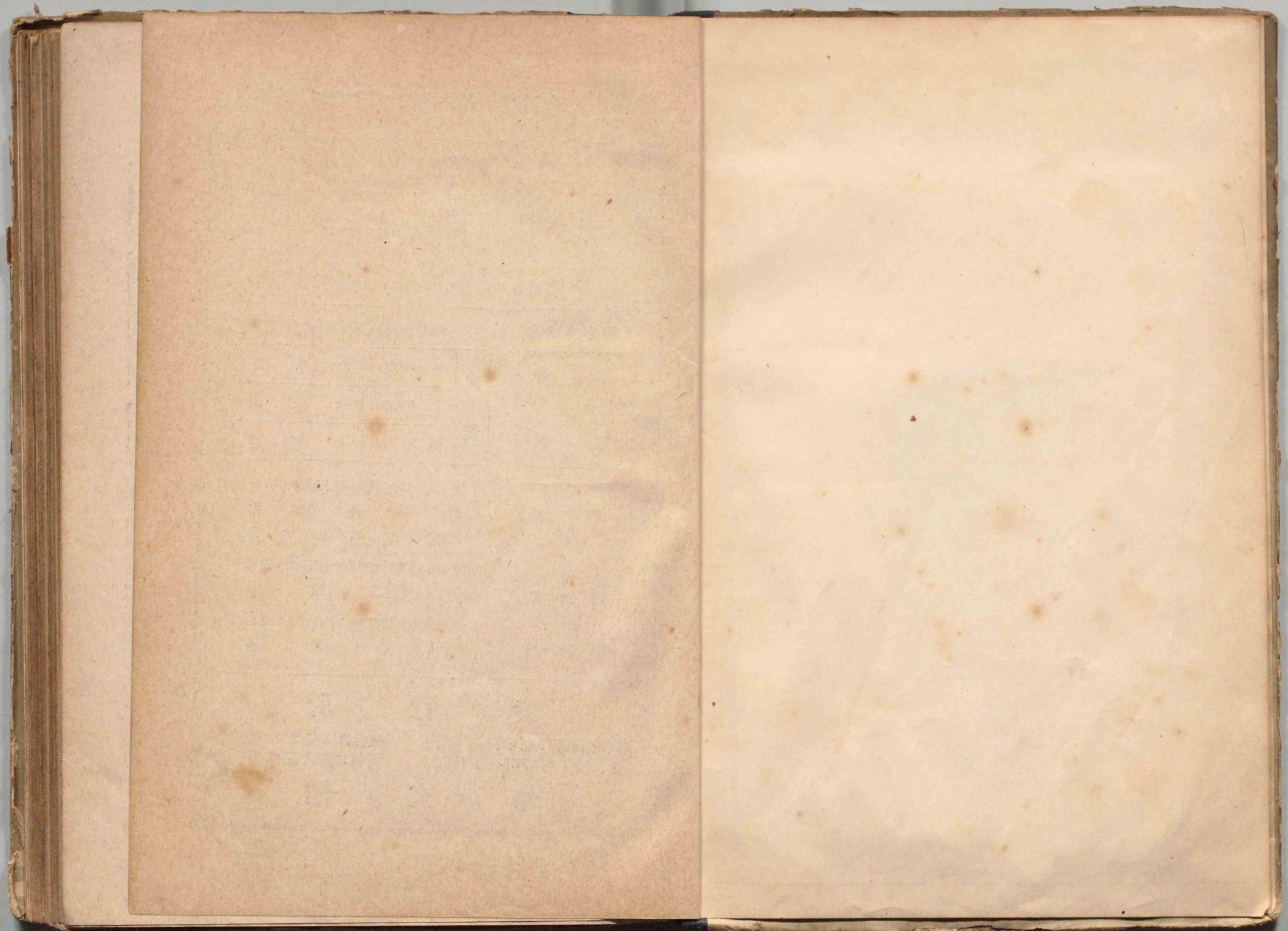
大阪市東區博勞町五丁目五十六番地
 鈴 木 常 松

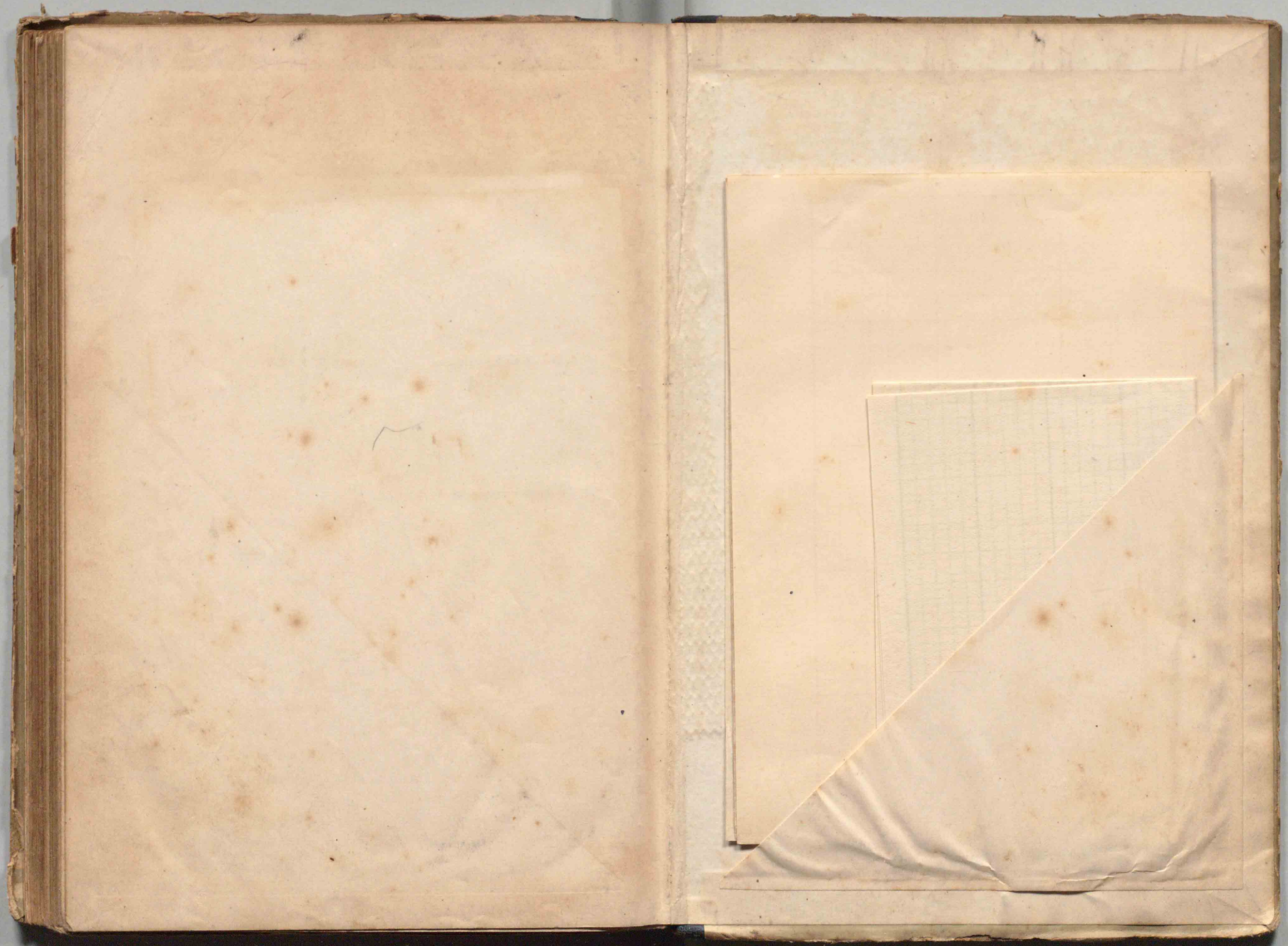
發 行 所

東京市神田區神保町一丁目廿五
 大阪市東區博勞町五丁目五六

振替口座東京二六四四番
 振替口座大阪四七一番

修 文 館







213

永岡

教
4
200