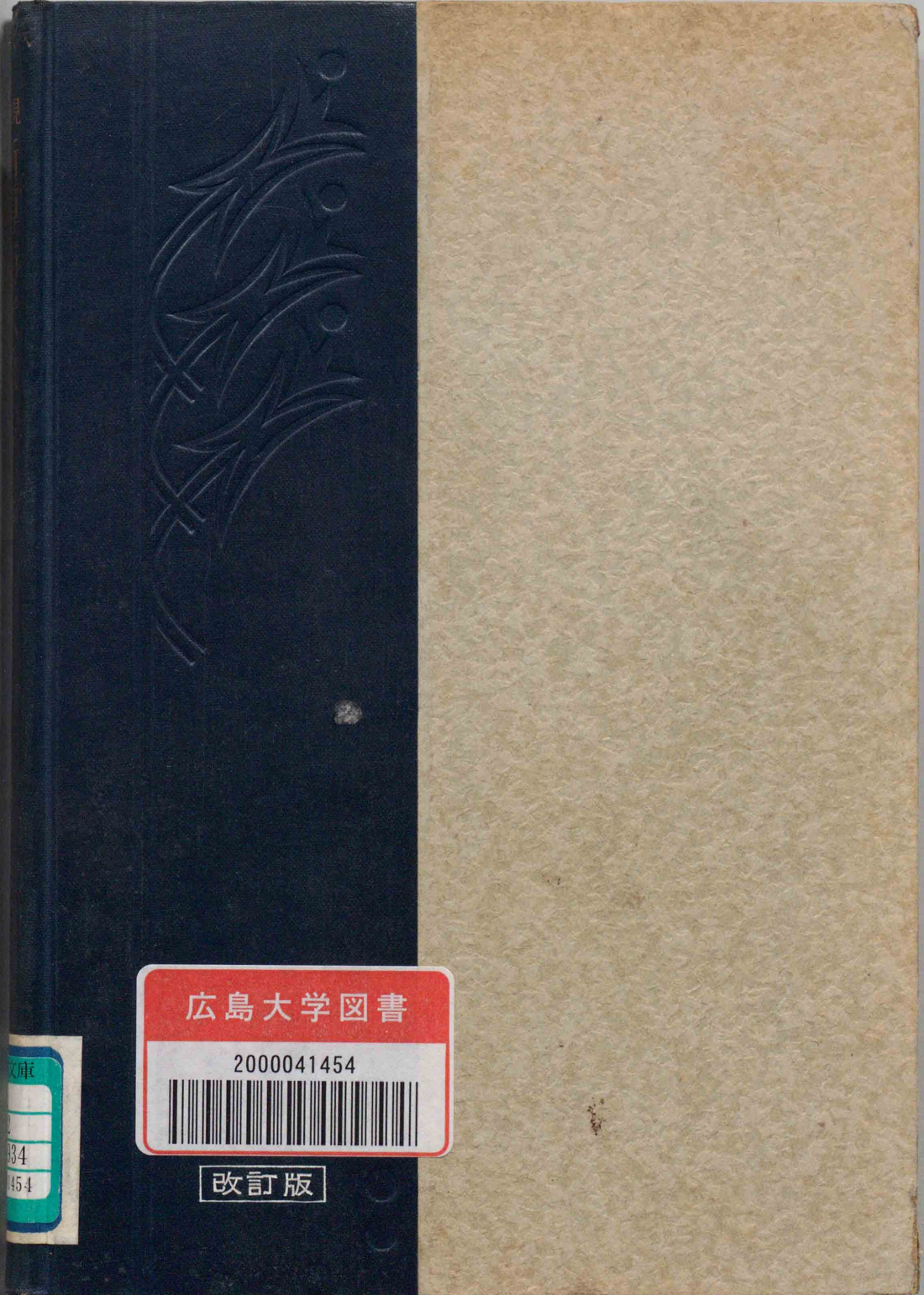
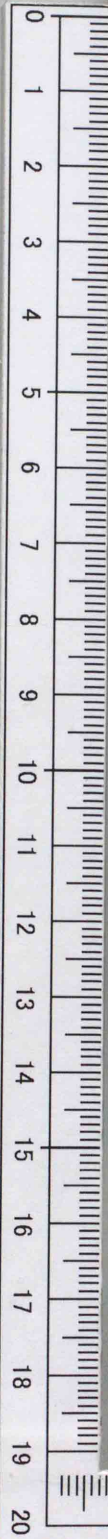
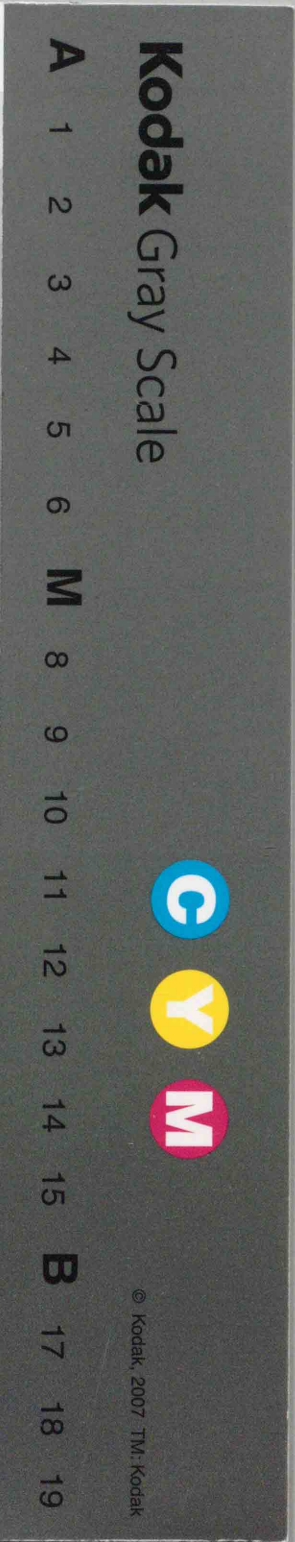
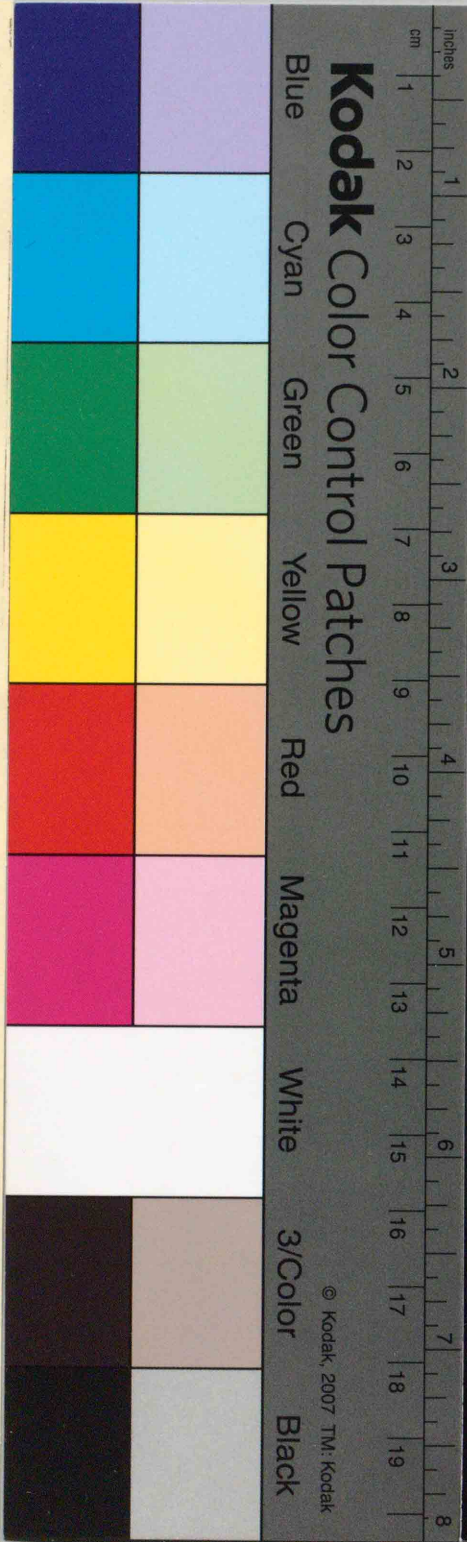


40187

教科書文庫

4
4/2
41-1934
2000.0 41454



広島大学図書  
2000041454



改訂版

文庫  
34  
454



375-9  
A65

學 林 叢

教科書文庫  
4  
412  
41-1934  
2000041454

文部省検定済

昭和九年十二月二十七日 中學校數學科用

現代  
新算術代數

東京高等師範學校教授

阿部八代太郎著

改訂版

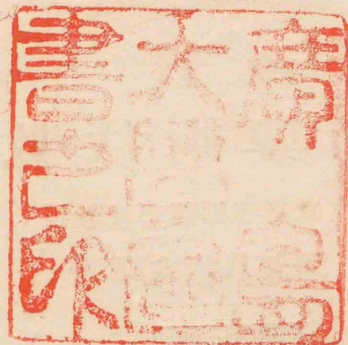
[下卷]

広島大学図書

2000041454



東京開成館



## 下 卷 目 次

### 第五篇 二次方程式

第1章 乗法ノ公式	[1—5]
89. 冪 = 關スル公式 ... ..	1
90. 二項式ノ平方... ..	2
91. 二數ノ和ト差トノ積... ..	3
92. 二項式ノ積(其一) ... ..	4
93. 二項式ノ積(其二) ... ..	5
雜 題 [8]	[6—6]
第2章 因數分解	[7—15]
94. 因數分解 ... ..	7
95. 各項 = 共通因數ガアル場合 ... ..	7
96. $a^2 \pm 2ab + b^2$ ナル形ノ式ノ因數分解 ... ..	9
97. 二數ノ平方ノ差ノ因數分解 ... ..	10
98. $x^2 + px + q$ ナル形ノ式ノ因數分解 ... ..	11
99. $nx^2 + px + q$ ナル形ノ式ノ因數分解 ... ..	13
100. 稍複雑ナル因數分解... ..	14
雜 題 [9]	[16—16]
第3章 一元二次方程式	[17—21]
101. 一元二次方程式 ... ..	17

102. 一元二次方程式ノ解法 ... .. 17

103. 應用問題 ... .. 20

**第4章 開 平** [22—40]

104. 冪 根 ... .. 22

105. 冪根ノ表ハシ方 ... .. 23

106. 數ノ平方根ノ位取 ... .. 25

107. 數ノ開平(其一) ... .. 28

108. 數ノ開平(其二) ... .. 31

109. 無理數・無理式 ... .. 35

110. 無理數及ビ無理式ノ變形 ... .. 36

111. 無理數ノ計算 ... .. 38

**雜 題 [10]** [41—41]

**第5章 一元二次方程式(續キ)** [42—56]

112. 一元二次方程式ノ一般形 ... .. 42

113. 純二次方程式ノ解法 ... .. 42

114. 一般ナル一元二次方程式ノ解法 ... .. 44

115. 判別式 ... .. 49

116. 二次函數ノ値ノ變化 ... .. 53

**第6章 聯立二次方程式** [57—66]

117. 二次方程式ヲ含ム聯立方程式 ... .. 57

118. 二元二次方程式ノ圖解 ... .. 60

119. 應用問題 ... .. 64

**第7章 雜方程式** [67—71]

120. 高次方程式 ... .. 67

121. 無理方程式 ... .. 69

**雜 題 [11]** [72—73]

**第六篇 分數方程式**

**第1章 最大公約數・最小公倍數** [74—78]

122. 約數及ビ倍數 ... .. 74

123. 最大公約數 ... .. 74

124. 最小公倍數 ... .. 76

**第2章 分數式** [79—90]

125. 分數式 ... .. 79

126. 分數式ノ基本性質 ... .. 79

127. 約 分 ... .. 80

128. 通 分 ... .. 82

129. 分數式ノ加法・減法 ... .. 84

130. 分數式ノ乘法・除法 ... .. 86

131. 繁分數式 ... .. 88

**雜 題 [12]** [91—92]

**第3章 分數方程式** [93—111]

132. 分數方程式 ... .. 93

133. 一元分數方程式 ... .. 94

134. 聯立分數方程式 ... .. 98

135. 應用問題 ... .. 101

136. 文字方程式 ... .. 106

137. 公式ノ變形 ... .. 109

**雜 題 [13]** [112—113]

**第七篇 比及ビ比例**

**第1章 比及ビ比例** [114—128]

138. 比 ... .. 114

139. 比 例 ... .. 117

140. 比例ノ基本性質 ... .. 118

141. 比例ニ關スル定理 ... .. 121

142. 比例スル二組ノ數連比 ... .. 124

143. 相等シイ多クノ比加比ノ理 ... .. 126

**雜 題 [14]** [129—130]

**第2章 比例ノ應用** [131—163]

144. 正比例スル量... .. 131

145. 反比例スル量... .. 136

146. ニツ以上ノ量ニ正比例又ハ反比例スル量 ... 142

147. 比例配分 ... .. 149

148. 混合ノ問題 ... .. 151

149. 歩合算ノ公式 ... .. 155

150. 利息算ノ公式 ... .. 156

151. 公債・社債・株式 ... .. 159

152. 手形ノ割引 ... .. 161

**雜 題 [15]** [164—166]

**補充問題集** [1—16]

**答** [1—10]



## 第五篇 二次方程式

### 第1章 乗法ノ公式

#### 89. 冪ニ關スル公式

例へバ

$$(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^{3 \times 2}$$

$$(abc)^3 = abc \cdot abc \cdot abc = a^3 b^3 c^3$$

一般ニ  $m, n$  ガ正ノ整數ナルトキニハ次ノ公式ガ成立ツ。

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{[第72節参照]}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(abc)^m = a^m b^m c^m$$

例題 (57)

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

- |                  |                            |                |
|------------------|----------------------------|----------------|
| 1. $a \cdot a^5$ | 2. $a^6 \cdot a \cdot a^2$ | 3. $(a^2)^4$   |
| 4. $(abc)^2$     | 5. $(ab^2)^3$              | 6. $(-a^2)^3$  |
| 7. $(2yz^2)^3$   | 8. $(a^2b^3c)^2$           | 9. $(-3a^3)^3$ |

### 90. 二項式ノ平方

實際 = 掛算ヲシテ次ノ公式ガ得ラレル。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

即チ 二數ノ和ノ平方ハ各數ノ平方ノ和ニソ  
ノ二數ノ積ノ2倍ヲ加ヘタモノニ等シイ。

二數ノ差ノ平方ハ各數ノ平方ノ和カラソノ二  
數ノ積ノ2倍ヲ引イタモノニ等シイ。

例 1.  $(a+3)^2 = a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$

例 2.  $(2x-5y)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(5y) + (5y)^2$   
 $= 4x^2 - 20xy + 25y^2$

例 3.  $103^2 = (100+3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$   
 $= 10000 + 600 + 9 = 10609$

例題 (58)

1. 公式ヲ用ヒテ次式ノ平方ヲ求メヨ。(暗算)

(1)  $a+1$       (2)  $x+2$       (3)  $a-4$

(4)  $3-k$       (5)  $x+2y$       (6)  $5x+y$

(7)  $3p-q$       (8)  $x-\frac{1}{2}$       (9)  $x+\frac{3}{4}y$

2. 次式ヲ展開セヨ。

(1)  $(2a+4b)^2$     (2)  $(3x-5y)^2$     (3)  $(x^2+5)^2$

(4)  $(y^2-3y)^2$     (5)  $(7ab+8c)^2$     (6)  $(-2ax-4b)^2$

3. 公式ニヨリ次ノ數ノ平方ヲ求メヨ。

(1) 99            (2) 1002            (3) 701

### 91. 二數ノ和ト差トノ積

實際 = 掛算ヲシテ次ノ公式ガ得ラレル。

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (3)$$

即チ 二數ノ和ト差トノ積ハ各數ノ平方ノ差  
ニ等シイ。

例 1.  $(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$

例 2.  $(a+b-c)(a-b+c) = \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$   
 $= a^2 - (b-c)^2 = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

例 3.  $92 \times 88 = (90+2)(90-2) = 8100 - 4 = 8096$

例題 (59)

1. 次ノ積ヲ求メヨ。(暗算)

(1)  $(a+4)(a-4)$       (2)  $(x+7)(x-7)$

(3)  $(2+x)(2-x)$       (4)  $(x-3y)(x+3y)$



2. 次ノ積ヲ求メヨ。

(1)  $(3a+b)(3a-b)$  (2)  $(7m-4y)(7m+4y)$

(3)  $(ab+2c)(ab-2c)$  (4)  $(x^2-3)(x^2+3)$

(5)  $(a+b+c)(a+b-c)$  (6)  $(2x-y-z)(2x+y+z)$

3. 公式ニヨリ次ノ積ヲ計算セヨ。

(1)  $73 \times 67$  (2)  $105 \times 95$

92. 二項式ノ積 (其一)

實際ニ掛算ヲシテ次ノ公式ガ得ラレル。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (4)$$

例 1.  $(x+5)(x+2) = x^2 + (5+2)x + 10 = x^2 + 7x + 10$

例 2.  $(x-5)(x+2) = x^2 + (-5+2)x - 10 = x^2 - 3x - 10$

例 3.  $(x+2y)(x+3y) = x^2 + (2y+3y)x + 6y^2$

$$= x^2 + 5xy + 6y^2$$

例題 (60)

公式ニヨツテ次ノ積ヲ求メヨ。

1.  $(x+1)(x+2)$  2.  $(x+2)(x+3)$

3.  $(y-2)(y-3)$  4.  $(x+3)(x-1)$

5.  $(x-2)(x+7)$  6.  $(a+6)(a-9)$

7.  $(x+a)(x-2a)$

8.  $(x-6a)(x+3a)$

9.  $(x-4y)(x-2y)$

10.  $101 \times 102$

93. 二項式ノ積 (其二)

實際ニ掛算ヲシテ次ノ公式ガ得ラレル。

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (bc+ad)x + bd \quad (5)$$

注意 公式(4)ハ公式(5)ニ於テ  $a=c=1$  ナル特別ノ場合デアル。

例 1.  $(3x+2)(5x+7) = 15x^2 + (10+21)x + 14$

$$= 15x^2 + 31x + 14$$

例 2.  $(2x+3a)(4x-5a) = 8x^2 + (12a-10a)x - 15a^2$

$$= 8x^2 + 2ax - 15a^2$$

例題 (61)

公式ニヨツテ次ノ積ヲ求メヨ。

1.  $(2x+3)(x+2)$

2.  $(3x-1)(4x-6)$

3.  $(2x-7)(3x+5)$

4.  $(5a-3)(2a-7)$

5.  $(6m-4)(5m+2)$

6.  $(3x+y)(x+2y)$

7.  $(4a-2b)(3a+6b)$

8.  $(4q-3r)(5q+2r)$

## 雑題 [8]

公式ニヨリ次ノ積ヲ求メヨ。(1-11)

1.  $(4x+1)^2$
2.  $(3abc-5)^2$
3.  $(2a-5c)(2a+5c)$
4.  $998 \times 1002$
5.  $(p-8)(p+7)$
6.  $(a+5)(3+a)$
7.  $(2k-1)(3k+1)$
8.  $(x-8)(-x+6)$
9.  $(x+y-3)(x+y+5)$
10.  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$
11.  $(x+a)(x^2+a^2)(x^4+a^4)(x-a)$
12.  $(a-b)^2$  ト  $(b-a)^2$  トハ相異ルカ。
13. 次ノ公式ヲ證明セヨ。  

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$
14. 前題ノ公式ヲ用ヒテ次ノ式ヲ展開セヨ。  
 (1)  $(a+b-c)^2$                       (2)  $(x-y-z)^2$   
 (3)  $(x+2y+z)^2$                     (4)  $(x+3y-2z)^2$
15. 次ノ公式ヲ證明セヨ。  

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
  

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
16. 前題ノ公式ヲ用ヒテ次ノ式ヲ展開セヨ。  
 (1)  $(a+1)^3$       (2)  $(x+4)^3$       (3)  $(x-2)^3$

## 第2章 因數分解

## 94. 因數分解

一ツノ整式ガ幾ツカノ整式ノ積ニ等シイトキニハ後ノ整式ノ各ヲ初メノ整式ノ因數トイフ。

例ヘバ  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

デアルカラ  $a+b$  及ビ  $a-b$  ハイヅレモ  $a^2 - b^2$  ノ因數デアル。カヤウニ

整式ヲソノ因數ノ積ニ書キ直スコトヲソノ整式ヲ因數ニ分解スルトイフ。

## 95. 各項ニ共通因數ガアル場合

例ヘバ  $m(a+b-c) = ma + mb - mc$

$$\therefore ma + mb - mc = m(a+b-c)$$

即チ 多項式ノ各項ニ共通因數ガアル場合ニハコノ式ハソノ共通因數ト共通因數デコノ式ヲ割ツタ商トノ積ニ直スコトガ出來ル。

カヤウニスルコトヲ共通因數ヲ括リ出ストイフ。

例 1.  $a^2b + ab^2 = ab(a + b)$

例 2.  $6ax^2y - 12axy^2 + 4ay^3 = 2ay(3x^2 - 6xy + 2y^2)$

例 3.  $2a(x - y) - b(x - y) = (x - y)(2a - b)$

例題 (62)

1. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。(暗算)

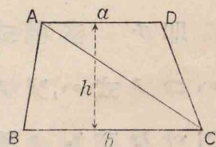
- (1)  $2a + 2b$  (2)  $3m - 3$   
 (3)  $2c - 4$  (4)  $ax - 2bx$   
 (5)  $a^2 + ab + ac$  (6)  $-ax - bx$

2. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- (1)  $12ab - 8ac$  (2)  $3ax^2 + 3ax - 60x$   
 (3)  $a^2bc - ab^2c - abc^2$  (4)  $14a^2b - 7a^3b^2c - 21a^4b^3$   
 (5)  $3x(x - 2) - 2(x - 2)$  (6)  $a(y + z) + (y + z)$   
 (7)  $a(x - y) + b(y - x)$  (8)  $2a(a - 3b) - b(3b - a)$

3. 半徑ガ  $r$  ナル圓ノ周圍ハ  $2\pi r$  デアル。半徑ガ夫々  $a, b$  ナル二ツノ圓周ノ和ヲ求メ共通因數ヲ括リ出セ。

4. 梯形 ABCD ノ底ガ夫々  $a, b$ , 高サガ  $h$  ナルトキ  $\triangle ABC$ ,



$\triangle ADC$  ノ面積ヲ求メ、ソノ和ヲ簡單ニセヨ。

96.  $a^2 \pm 2ab + b^2$  ナル形ノ式ノ因數分解

第90節ニヨリ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

故ニ 三項式ノ二ツノ項ガ夫々或數ノ平方ニ等シク、他ノ項ノ絶對値ガコノ二數ノ積ノ2倍ニ等シトキニハ、ソレ等ノ式ハソノ二數ノ和又ハ差ノ平方ニ直スコトヲ出來ル。

例 1.  $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x + 5)^2$

例 2.  $9a^2 - 12ab + 4b^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 = (3a - 2b)^2$

例題 (63)

1. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。(暗算)

- (1)  $x^2 + 2x + 1$  (2)  $a^2 - 4a + 4$   
 (3)  $t^2 - 20t + 100$  (4)  $4m^2 + 4m + 1$

2. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- (1)  $a^2b^2 - 12ab + 36$  (2)  $6c + c^2 + 9$   
 (3)  $4x^2 - 20xy + 25y^2$  (4)  $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$   
 (5)  $(x - y)^2 - 6(x - y) + 9$  (6)  $(m + n)^2 + 2(m + n)q + q^2$

### 97. 二數ノ平方ノ差ノ因數分解

第91節ニヨリ

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

故ニ 二數ノ平方ノ差ハコノ二數ノ和ト差トノ積ニ直スコトガ出來ル。

例 1.  $4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a+3b)(2a-3b)$

例 2.  $x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$

例 3.  $4a^2 - (a+b)^2 = (2a+a+b)(2a-a-b) = (3a+b)(a-b)$

例題 (64)

1. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。(暗算)

(1)  $a^2 - 1$       (2)  $h^2 - 4$       (3)  $4m^2 - 1$   
 (4)  $1 - 25t^2$     (5)  $9x^2 - 4y^2$     (6)  $p^2q^2 - 16r^2$

2. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

(1)  $-4 + 49a^2$     (2)  $100a^2 - 81b^2$     (3)  $c^4 - d^2$   
 (4)  $a^4 - 1$       (5)  $x^4 - 16y^4$       (6)  $2a^2 - 2b^2$   
 (7)  $(x+y)^2 - z^2$     (8)  $(3x+2y)^2 - (2x-3y)^2$

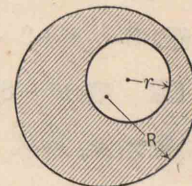
3. 公式ニヨツテ次ノ計算ヲセヨ。

(1)  $25^2 - 24^2$

(2)  $52^2 - 50^2$

4. 半徑ガ  $a$  ナル圓ノ面積ハ  $\pi a^2$  デアル。今圖ノ

ヤウニ半徑ガ  $R$  ナル圓板ニ半徑ガ  $r$  ナル圓形ノ穴ヲアケルトキ、殘リノ部分ノ面積  $S$  ヲ求メル公式ヲ作ツテ、コ



レヲ計算ニ便利ナ形ニ變形セヨ。又  $R=28(\text{cm})$ ,  $r=13(\text{cm})$ ,  $\pi=3.14$  トシテ  $S$  ノ値ヲ求メヨ。

### 98. $x^2 + px + q$ ナル形ノ式ノ因數分解

第92節ニヨリ

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

故ニ  $x^2 + px + q$  ナル形ノ式ヲ因數ニ分解スルニハ積ガ  $q$  トナリ、和ガ  $p$  トナルヤウナ二數  $a, b$  ヲ求メ  $x^2 + px + q = (x+a)(x+b)$  トスレバヨイ。

例 1.  $x^2 + 8x + 15$  ヲ因數ニ分解セヨ。

解 積ガ 15, 和ガ 8 トナル二數ハ 3 ト 5 デアル。

$$\therefore x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5) \quad (\text{答})$$

例 2.  $x^2 - 5x + 6$  ヲ因數ニ分解セヨ。

解 積ガ +6, 和ガ -5 トナル二數ハ -2 ト -3 デ

アル。

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = \underline{(x-2)(x-3)} \quad (\text{答})$$

例 3.  $x^2 + 2x - 8$  ヲ因数ニ分解セヨ。

解 積ガ  $-8$ , 和ガ  $2$  トナル二數ハ  $-2$  ト  $+4$  デアル。

$$\therefore x^2 + 2x - 8 = \underline{(x-2)(x+4)} \quad (\text{答})$$

例 4.  $x^2 - 2x - 15$  ヲ因数ニ分解セヨ。

解 積ガ  $-15$ , 和ガ  $-2$  トナル二數ハ  $-5$  ト  $+3$  デアル。

$$\therefore x^2 - 2x - 15 = \underline{(x-5)(x+3)} \quad (\text{答})$$

例題 (65)

次ノ式ヲ因数ニ分解セヨ。

- |                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. $x^2 + 3x + 2$      | 2. $a^2 + 5a + 6$           |
| 3. $x^2 - 4x + 3$      | 4. $y^2 - 6y + 8$           |
| 5. $x^2 + 2x - 15$     | 6. $k^2 - 3k - 4$           |
| 7. $12 - 8r + r^2$     | 8. $z^2 - 6z - 40$          |
| 9. $a^4 - 10a^2 + 21$  | 10. $x^2y^2 + 9xy + 20$     |
| 11. $a^2 + 6ab + 8b^2$ | 12. $(a+b)^2 + 3(a+b) - 10$ |

99.  $nx^2 + px + q$  ナル形ノ式ノ因数分解

第93節ニヨリ

$$acx^2 + (bc + ad)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

故ニ  $nx^2 + px + q$  ナル形ノ式ヲ因数ニ分解スルニハ積ガ  $n$  ナル二數  $a, c; a', c'; \dots$  等ヲ求メテ

$$(ax + \quad)(cx + \quad), (a'x + \quad)(c'x + \quad), \dots$$

等ヲ作り、次ニ積ガ  $q$  ナル二數  $b, d; b', d'; \dots$  等ヲ種々ナ順デ上式ノ空所ニ入レ、ソノ中展開式ノ  $x$  ノ係數ガ  $p$  トナルモノヲ求メレバヨイ。

例 1.  $3x^2 + 7x + 2$  ヲ因数ニ分解セヨ。

解  $3 = 1 \times 3$  デアルカラ先ヅ  $(x + \quad)(3x + \quad)$  ナル形ヲ作り、コノ空所ニ積ガ  $+2$  トナル二數  $+1, +2; -1, -2$  ヲ種々ナ順ニ入レ、ソノ中デ積ノ  $x$  ノ係數ガ  $7$  トナルモノヲ求メルト  $(x+2)(3x+1)$  ガ得ラレル。

$$\therefore 3x^2 + 7x + 2 = \underline{(x+2)(3x+1)} \quad (\text{答})$$

例 2.  $6x^2 - 7x - 5$  ヲ因数ニ分解セヨ。

解  $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$  デアルカラ  $(x + \quad)(6x + \quad), (2x + \quad)(3x + \quad)$

ナル式ヲ作り、次 = -5 ヲ二ツノ因数ニ分ケテ得ル二數 +1, -5; -1, +5 ヲ種々ナ順ニ上式ノ空所ニ入レ、ソノ中デ積ノ  $x$  ノ係數ガ-7トナルモノヲ求メルト  $(2x+1)(3x-5)$  ガ得ラレル。

$$\therefore 6x^2 - 7x - 5 = (2x+1)(3x-5) \quad (\text{答})$$

**注意** 二次式ノ中ニハ例ヘバ  $x^2+x-1$ ,  $6x^2+3x+2$  ノヤウニ前節又ハ本節ノ方法ニヨツテハ因数ニ分解シ得ナイモノモアル。

**例題 (66)**

次ノ式ヲ因数ニ分解セヨ。

- |                  |                     |
|------------------|---------------------|
| 1. $2x^2+3x+1$   | 2. $2x^2+5x+2$      |
| 3. $2a^2+7a+3$   | 4. $3x^2-10x+3$     |
| 5. $2x^2-5x+2$   | 6. $3x^2-16x+5$     |
| 7. $4a^2-a-14$   | 8. $8y^2+10y-3$     |
| 9. $6m^2-19m+10$ | 10. $2x^2-3ax-2a^2$ |

**100. 稍複雑ナル因数分解**

**例 1.**  $-3mx^2+6mxy-3my^2$  ヲ因数ニ分解セヨ。

**解**  $-3mx^2+6mxy-3my^2 = -3m(x^2-2xy+y^2)$

$$= -3m(x-y)^2 \quad (\text{答})$$

**例 2.**  $ax-bx+ay-by$  ヲ因数ニ分解セヨ。

**解**  $x$  ヲ含ム項ト含マナイ項トニ分ケテ括リ

$$ax-bx+ay-by = (ax-bx) + (ay-by)$$

$$= x(a-b) + y(a-b)$$

$$= (a-b)(x+y) \quad (\text{答})$$

**例 3.**  $x^2-y^2-3x-3y$  ヲ因数ニ分解セヨ。

**解**  $x^2-y^2-3x-3y = (x^2-y^2) - 3(x+y)$

$$= (x-y)(x+y) - 3(x+y)$$

$$= (x+y)(x-y-3) \quad (\text{答})$$

**例題 (67)**

次ノ式ヲ因数ニ分解セヨ。

- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| 1. $mx+my+nx+ny$        | 2. $ah-bh+ak-bk$       |
| 3. $1+x+x^2+x^3$        | 4. $x^2+axy+ax+a^2y$   |
| 5. $a^3+2a^2+a$         | 6. $5ax^2+40ax+80a$    |
| 7. $-m^2-8m+9$          | 8. $h^4-7h^2+12h^2$    |
| 9. $x^2+2xy+y^2-z^2$    | 10. $a^2-4ab+4b^2-c^2$ |
| 11. $2(x+y)^2-8(x+y)+8$ | 12. $1-x^2-2xy-y^2$    |
| 13. $ax-bx+ay-by+az-bz$ |                        |

雑題 [9]

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。(1-15)

- |  |                           |
|--|---------------------------|
| 1. $x^2 - 4x$                            | 2. $a^3 - 6a^2 + 9a$      |
| 3. $49a^2 - 14ab + b^2$                  | 4. $m^4 + 2m^3n + m^2n^2$ |
| 5. $3a^2 - 3a - 36$                      | 6. $x^2y + 2xy^2 + y^3$   |
| 7. $36m^2 - 81n^2$                       | 8. $16x^2 - 16x + 4$      |
| 9. $a^4 - 13a^2 + 36$                    | 10. $xy - 1 + x - y$      |
| 11. $m^3 + n^2 - mn - mn^2$              | 12. $a(a+c) - b(b-c)$     |
| 13. $(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2$      | 14. $(a^2b - ab^2)^2$     |
| 15. $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 + 2(ab + cd)$ |                           |
16. 掛算又ハ割算ニヨツテ次ノ公式ノ正シイコトヲ確カメヨ。

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

17. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| (1) $a^3 + 1$       | (2) $x^3 - 1$       |
| (3) $1 + a^3b^3$    | (4) $k^3 - 8$       |
| (5) $x^4 - x$       | (6) $8a^3 + 27b^3$  |
| (7) $54p^3 - 16q^3$ | (8) $(a-b)^3 - c^3$ |

第3章 一元二次方程式

101. 一元二次方程式

既ニ學ンダ通リ唯一ツノ未知數ニ關スル二次方程式ヲ一元二次方程式トイフ。例ヘバ

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

等ハイツレモ一元二次方程式デアル。

102. 一元二次方程式ノ解法

例 1.  $x^2 + 3x - 10 = 0$  ヲ解ケ。

解 左邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$(x+5)(x-2) = 0$$

サテ二ツノ因數ノ積ガ0トナルノハツノ因

數ノイツレカガ0トナルトキニ限ル。故ニ

$$x+5=0 \text{ 或ハ } x-2=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 或ハ } x=2$$

答  $x=-5$  或ハ  $x=2$

【例】  $x = -5$  トスレバ

$$\text{左邊} = (-5)^2 + 3 \times (-5) - 10 = 25 - 15 - 10 = 0$$

$x = 2$  トスレバ

$$\text{左邊} = 2^2 + 3 \times 2 - 10 = 4 + 6 - 10 = 0$$

カヤウニ 一元二次方程式ハスベテノ項ヲ一  
邊ニ集メテ整頓シタトキ、ソノ邊ガ因数ニ分解サ  
レタ場合ニハソノ各因数ヲ 0 ニ等シト置イテ根  
ヲ求メルコトガ出來ル。

【例】 2.  $5x - x^2 = 5(x - 5)$

【解】 括弧ヲハツセバ

$$5x - x^2 = 5x - 25$$

$$\therefore -x^2 + 25 = 0$$

$$\therefore x^2 - 25 = 0$$

$$\therefore (x + 5)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x + 5 = 0 \text{ 或ハ } x - 5 = 0$$

$$\therefore \underline{x = -5 \text{ 或ハ } x = 5} \quad (\text{答})$$

【例】  $x = -5$  トスレバ

$$\text{左邊} = 5(-5) - (-5)^2 = -50, \quad \text{右邊} = 5(-5 - 5) = -50$$

$x = 5$  トスレバ

$$\text{左邊} = 5 \times 5 - 5^2 = 0, \quad \text{右邊} = 5(5 - 5) = 0$$

【例】 3.  $x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}$  ヲ解ケ。

【解】 兩邊ヲ 3 倍シテ分母ヲ拂ヘバ

$$3x^2 - x = 2$$

$$\therefore 3x^2 - x - 2 = 0$$

$$\therefore (3x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore 3x + 2 = 0 \text{ 或ハ } x - 1 = 0$$

$$\therefore \underline{x = -\frac{2}{3} \text{ 或ハ } x = 1} \quad (\text{答})$$

【略】 略ス。(以後驗ノ略シテアルモノハ各自ニセヨ)

【注意】 上ノ例デワカル通り一元二次方程式ニハ一般  
ニ二ツノ根ガアル。

例題 (68)

次ノ方程式ヲ解ケ。

- |                              |   |
|------------------------------|---|
| 1. $x^2 - 4x + 3 = 0$        | 2. $x^2 + 5x + 6 = 0$                       |
| 3. $x^2 + x = 6$             | 4. $4x^2 - 9 = 0$                           |
| 5. $5x^2 + 15x = 0$          | 6. $x^2 - 11x + 30 = 0$                     |
| 7. $x^2 - x + 2 = x + 17$    | 8. $(x + 4)(x - 2) - 16 = 0$                |
| 9. $2x^2 - 3x + 1 = 0$       | 10. $3x^2 + 2x - 1 = 0$                     |
| 11. $2(x^2 + 2x) = 3(5 - x)$ | 12. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 = 0$ |



103. 應用問題

例 二ツノ正方形ガアル。ソノ邊ノ長サノ差ハ8cmデ、面積ノ和ハ130平方糎デアアル。各ノ邊ノ長サヲ求メヨ。

解 小サイ方ノ正方形ノ一邊ヲ  $x$  cm トスルト、大キイ方ノ正方形ノ一邊ハ  $(x+8)$  cm デアル。故ニ題意カラ次ノ方程式ガ得ラレル。

$$(x+8)^2 + x^2 = 130$$

括弧ヲハツセバ

$$x^2 + 16x + 64 + x^2 = 130$$

$$\therefore 2x^2 + 16x - 66 = 0$$

$$\therefore x^2 + 8x - 33 = 0$$

$$(x+11)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -11 \text{ 或ハ } x = 3$$

然ルニ邊ノ長サハ負數デアリ得ナイカラ之ヲ捨テ  $x=3$  ヲ取ル。

$$\text{從ツテ } x+8 = 3+8 = 11$$

答 3cm, 11cm

驗  $11^2 = 121, 3^2 = 9, 121 + 9 = 130$

例題 (69)

1. 和ガ12トナリ積ガ32ニナルヤウナ二數ヲ求メヨ。
2. 或數カラ3ヲ減ジ、コレニ原ノ數ヲ掛ケルト40ニナルトイフ。原ノ數ヲ求メヨ。
3. 連續スル二ツノ正ノ奇數ノ積ガ99ナルトキ、コノ二數ヲ求メヨ。
4.  $n$  角形ノ對角線ノ數ハ  $\frac{1}{2}n(n-3)$  デアル。對角線ノ數ガ65ナル多角形ノ邊數ヲ求メヨ。
5. 矩形ガアル。ソノ二邊ノ差ハ4cmデ、ソノ面積ハ96平方糎デアアル。二邊ノ長サヲ求メヨ。
6. 面積20平方糎ノ三角形ガアル。ソノ高サハ底邊ヨリモ3cm短イ。高サト底邊各幾糎カ。
7. 長サ8dmノ線分ヲ二ツノ部分ニ分ケ、ソノ各部分ヲ一邊トスル二ツノ正方形ノ面積ノ和ガ3400平方糎トナルヤウニセヨ。
8. 立方體ガアル。各稜ノ長サヲ1cmヅツ増スト體積ハ61立方糎増ストイフ。原ノ立方體ノ一稜ノ長サヲ求メヨ。

## 第4章 開平

## 104. 冪根

$n$  乗スレバ  $a$  トナル數ヲ  $a$  ノ  $n$  乗根又ハ第  $n$  冪根トイフ。

例ヘバ

$$3^2=9$$

$$(-3)^2=9$$

デアルカラ 3 及ビ -3 ハ共ニ 9 ノ二乗根デアル。

又

$$2^3=8$$

$$(-2)^3=-8$$

デアルカラ 2 ハ 8 ノ三乗根デアリ、-2 ハ -8 ノ三乗根デアル。

通例二乗根ノコトヲ平方根トイヒ、三乗根ノコトヲ立方根トイフ。

或數  $a$  ノ  $n$  乗根ヲ求メルコトヲ  $a$  ノ  $n$  乗ニ開クトイヒ、特ニ平方根ヲ求メルコトヲ平方ニ開ク或ハ開平スルトイヒ、立方根ヲ求メルコトヲ立方ニ開ク又ハ開立スルトイフ。

## 105. 冪根ノ表ハシ方

+2 デモ -2 デモ二乗スレバ共ニ +4 トナリ、四乗スレバ共ニ +16 トナル。カヤウニ絶對値ノ等シイ正負ノ二數ハ偶數乗スルト同一ノ正數トナル。從ツテ

正數ノ偶數乗根ハ二ツアツテ符號ダケガ異ル。

例ヘバ 4 ノ平方根ハ +2 及ビ -2 デ、9 ノ平方根ハ +3 ト -3 デアル。

**注意** 1. 偶數乗シテ負數トナル數ハナイ。依ツテ負數ニハ偶數乗根ハナイ。

又例ヘバ

$$(+2)^3=+8$$

$$(-2)^3=-8$$

デアルヤウニ、一般ニ正數ヲ奇數乗スルト正數ニナリ、負數ヲ奇數乗スルト負數ニナル。故ニ

正數及ビ負數ノ奇數乗根ハ一ツアツテ原ノ數ト同符號ノ數デアル。

例ヘバ +8 ノ立方根ハ +2 デ、-8 ノ立方根ハ -2 デアル。

又 0 の平方根・立方根等ハイツレモ 0 デアル。  
 或數  $a$  ノ  $n$  乗根ヲ表ハスニハ記號  $\sqrt[n]{a}$  ヲ用ヒル。但シ  $n$  乗根ガ正負ニツアルトキニハ  $\sqrt[n]{a}$  ハ正ノ方ノミヲ表ハスモノトシ、負ノ方ヲ表ハスニハ記號  $-\sqrt[n]{a}$  ヲ用ヒル。

例ヘバ

$$\sqrt[2]{4}=2, \quad -\sqrt[2]{4}=-2$$

$$\sqrt[3]{8}=2, \quad \sqrt[3]{-8}=-2$$

ノ如クデアル。

記號  $\sqrt[n]{\quad}$  ヲ根號トイヒ、 $n$  ヲ根指數トイフ。

平方根ノ場合ニハ通例根指數ヲ略シテ

$$\sqrt{4}=2, \quad -\sqrt{9}=-3$$

ノ如ク書ク。

**注意** 2. 例ヘバ

$$\sqrt{3^2}=\sqrt{9}=3, \quad \sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3=-(-3)$$

ノ如ク

$$a>0 \text{ ナラバ } \sqrt{a^2}=a$$

$$a<0 \text{ ナラバ } \sqrt{a^2}=-a$$

デアル。以下本書デハ特ニ斷リガナケレバ根號内ノ文字ハ正數ヲ表ハスモノトスル。

**例題** (70)

1. 次ノ文章又ハ式ニ誤リガアレバソレヲ正セ。

(1) 16ノ平方根ハ 4 デアル。

(2) 4ハ 16ノ平方根デアル。

(3)  $\sqrt{-16}=-4$  (4)  $\sqrt{(-4)^2}=-4$

2. 次ノ冪根ヲ求メヨ。

(1)  $\sqrt{1}$  (2)  $\sqrt{25}$  (3)  $-\sqrt{36}$

(4)  $\sqrt[3]{-1}$  (5)  $\sqrt[3]{27}$  (6)  $\sqrt{a^4}$

(7)  $\sqrt[3]{-27}$  (8)  $\sqrt{5^2}$  (9)  $\sqrt{(-3)^2}$

(10)  $\sqrt{a^2b^2}$  (11)  $\sqrt[3]{8m^3}$  (12)  $-\sqrt[4]{81}$

(13)  $\sqrt[3]{a^3}$  (14)  $\sqrt{(a+b)^2}$  (15)  $\sqrt{x^2+4x+4}$

3. 先ヅ根號内ノ數ヲ素因數ニ分解シ、次ニソノ

冪根ヲ求メヨ。

(1)  $\sqrt{324}$  (2)  $\sqrt{784}$  (3)  $\sqrt[3]{2744}$

**106. 數ノ平方根ノ位取**

正ノ數ノ平方根ハ正負ニツアルガ、絶對值ハ等シイカラ一方ヲ求メレバ他方ハ直チニ得ラレル。

次ニソノ正ナル方ノ求メ方ヲ考究ショウ。

[1] 1ヨリ大ナル數ノ平方根

$$\begin{aligned} 1^2=1 & \quad \therefore \sqrt{1}=1 \\ 10^2=100 & \quad \therefore \sqrt{100}=10 \\ 100^2=10000 & \quad \therefore \sqrt{10000}=100 \\ \dots\dots\dots & \quad \dots\dots\dots \end{aligned}$$

數ノ大小トツノ平方根ノ大小トハ相伴フカラ、  
上ノ表カラ次ノコトガワカル。

1ト100トノ間ニアル數ノ平方根ハ1ト10ト  
ノ間ニアル。即チ整數部ガ1桁或ハ2桁ノ數ノ  
平方根ハ整數部ガ1桁ノ數デアル。

同様ニ整數部ガ3桁或ハ4桁ノ數ノ平方根ハ  
整數部ガ2桁ノ數デアル。

以下同様ニイハレルカラ一般ニ次ノ規則ガ得  
ラレル。

1ヨリ大ナル數ノ平方根ノ整數部ノ桁數ハソ  
ノ數ノ一ノ位カラ左ニ二桁ヅツ區切ツテ得ラレ  
ル區切ノ數ニ等シイ。

例ヘバ 8|12|25 ノ平方根ハ整數部ガ3桁ノ  
數デ、53|14.41 ノ平方根ハ整數部ガ2桁ノ數デ  
アル。

[2] 小數ノ平方根

$$\begin{aligned} 1^2=1 & \quad \therefore \sqrt{1}=1 \\ 0.1^2=0.01 & \quad \therefore \sqrt{0.01}=0.1 \\ 0.01^2=0.0001 & \quad \therefore \sqrt{0.0001}=0.01 \\ \dots\dots\dots & \quad \dots\dots\dots \end{aligned}$$

依ツテ1ト0.01トノ間ニアル數ノ平方根ハ1  
ト0.1トノ間ニアル。

即チ小數第一位又ハ第二位カラ始マル數ノ平  
方根ハ小數第一位カラ始マル數デアル。

同様ニ小數第三位又ハ第四位カラ始マル數ノ  
平方根ハ小數第二位カラ始マル數デアル。

以下同様ニイハレルカラ一般ニ次ノ規則ガ得  
ラレル。

小數ヲソノ小數點カラ右ニ二桁ヅツ區切ツテ  
行クトギ、最初ノ有効數字ヲ持ツ區切マデノ區切  
ノ數ハ、コノ數ノ平方根ガ小數第何位ヨリ始マル  
カヲ示ス數デアル。

例ヘバ 0.05|27 ノ平方根ハ小數第一位カラ始  
マル數デ、0.00|00|49|85 ノ平方根ハ小數第三位  
カラ始マル數デアル。

例題 (71)

1. 次ノ數ノ平方根ノ整數部分ノ桁數ヲイヘ。  
441, 6084, 56169, 21.6225
2. 次ノ數ノ平方根ハ小數第何位カラ始マル數カ。又簡單ナモノハソノ平方根ヲイヘ。  
0.64, 0.0036, 0.0004, 0.000144,  
0.0049, 0.0000025, 0.000125
3. 次ノ數ノ平方根ノ首位ノ數字ハ何カ。  
18.49, 441, 0.0961, 0.000841

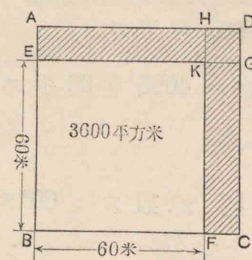
107. 數ノ開平 (其一)

例ヘバ 4096 ヲ開平スルコトハ面積ガ 4096 平方米アル正方形 ABCD ノ一邊ノ長ヲ求メルコトト同ジデアアル。

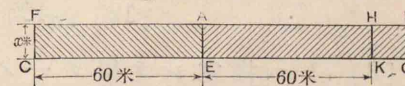
ソシテ  $40|96$  ノ平方根ハ整數部ガ 2 桁デソノ十ノ位ノ數字ハ 6 デアルカラ、求メル正方形ノ一邊ハ六十何米トイフ數デアアル。

今コノ正方形カラ圖ノヤウニ 60 米四方ノ正方形 EBFK ヲ取去ルト殘リノ面積ハ

$4096 - 3600 = 496$  (平方米)  
 デ、而モ之ハ長サガ各 60 米アル二ツノ矩形 AEKH, KF CG ト一ツノ小サイ正方形 HKGD トカラナツテキル。ソシテコノ矩形ノ幅ト、正方形ノ一邊トハ皆等シク、コノ幅ヲ求メルコトガ目的ナノデアアル。今之ヲ  $x$  米ト假定シヨウ。



サテ圖ノ右方ニアル一ツノ矩形ヲ截リ取ツテ之ヲ次ノ圖ノヤウニ他ノ矩形ニ接シテ置クト横ガ  $60 + 60 + x$  即チ  $(120 + x)$  米デ縦ガ  $x$  米アル一ツノ矩形トナリ、ソノ



面積ハ 496 平方米デアアル。トコロガ  $x$

ハ 120 ニ比シテ小サイカラ  $x$  ノ大約ノ値ハ 496 ヲ 120 デ割レバワカル。即チ 4 デアル。

$x$  ガ丁度 4 デアルカドウカハ  $(60 + 60 + 4) \times 4$  ガ 496 トナルカドウカラ見レバヨイ。實際コノ式ヲ計算シテ見ルト 496 トナルカラ  $x$  ハ丁度 4 デアルコトガワカル。依ツテ求メル正方形ノ一邊

ハ64米デアアル。

故ニ4096ヲ開平スルニハ次ノ順序ニ從ツテ演算スル。

[1] 原數カラ60ヲ引イテソノ殘リヲ求メル。

$$\begin{array}{r} 60 \\ 4096 \\ 3600 \\ \hline 496 \end{array}$$

[2] 上ニ得タ殘リノ496ヲ60ノ2倍(即チ60ト60ノ和)120ヲ割ツテソノ商ヲ求メ、一ノ位ヲ4ト推定スル。

$$\begin{array}{r} 64 \\ 60 \overline{) 4096} \\ 60 \quad 36 \\ \hline 120 \quad 496 \end{array}$$

[3] 上ニ推定シテ得ターノ位ノ數4ノ正否ヲ驗スタメニ124ニ4ヲ掛ケソノ積ヲ496ニ比較スル。

$$\begin{array}{r} 64 \\ 6 \overline{) 4096} \\ 6 \quad 36 \\ \hline 124 \quad 496 \\ 4 \quad 496 \\ \hline 0 \end{array}$$

☞  $64^2 = 4096$

例  $\sqrt{1024}$  ヲ求メヨ。

解

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ 3 \quad 9 \\ \hline 62 \quad 124 \\ 2 \quad 124 \\ \hline 0 \end{array}$$

答 32

注意 若シ上ノ例ノ數ガ1035デアルト平方根ニ32ヲ得タトキニ尙11ガ餘ル。コノヤウナ場合1035ハ開キ切レナイトイヒ32ヲ開平整商、11ヲ開平剩餘トイフ。或數ガ平方ニ開キ切レナイトキニハ次ノ關係ガアル。

$$\text{原數} = \text{開平整商}^2 + \text{開平剩餘}$$

例題 (72)

次ノ數ノ平方根ノ正ノ方ヲ求メヨ。

1. 1849
2. 289
3. 729
4. 4489
5. 6895
6. 9876

### 108. 數ノ開平 (其二)

例 1.  $\sqrt{328329}$  ヲ求メヨ。

解 平方根ノ初メノ二桁ノ數字ヲ求メルト

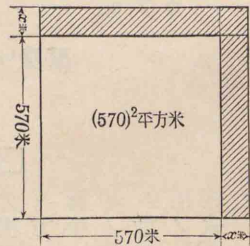
$$\begin{array}{r} 570 \\ 5 \overline{) 328329} \\ \underline{5} \phantom{29} \\ 107 \phantom{783} \\ \underline{7} \phantom{749} \\ 3429 \end{array}$$

トナル。即チ 328329 ノ平方根ハ五百七十  
幾ツトイフ數デアツテ

$$328329 - 570^2 = 3429$$

從ツテ一ノ位ノ數字ハ前ノ場合ト同ジヤウ  
ニ 3429 ヲ 570×2 デ割ツテ推定サレル。而

モ 570×2 ヲ求メルニハ  
上ノ計算ニ於ケル左方  
ノ 107 ト 7 トヲ上下加  
ヘツノ右端ニ 0 ガアル  
モノト見做セバヨイ(何



故カ)。故ニ次ノヤウニ演算ヲ續ケテユク。

$$\begin{array}{r} 573 \\ 5 \overline{) 328329} \\ \underline{5} \phantom{29} \\ 107 \phantom{783} \\ \underline{7} \phantom{749} \\ 1143 \phantom{3429} \\ \underline{3} \phantom{3429} \\ 0 \end{array}$$

答 573

例 2. 643.1296 ヲ開平セヨ。

解 小數點カラ左右ニ 2 桁毎ニ區切り、整數ノ  
場合ノヤウニ開平シテ行キ、整數部ヲ平方ニ  
開イテ 25 ヲ得タトキツノ右ニ小數點ヲ打チ、  
以下整數ノ場合ト同様ニ開平スル。

$$\begin{array}{r} 25.36 \\ 2 \overline{) 643.1296} \\ \underline{4} \phantom{1296} \\ 45 \phantom{1296} \\ \underline{5} \phantom{1296} \\ 503 \phantom{1296} \\ \underline{3} \phantom{1296} \\ 5066 \phantom{1296} \\ \underline{6} \phantom{1296} \\ 0 \end{array}$$

答 25.36

例 3.  $\sqrt{2}$  ヲ小數第三位マデ正シク求メヨ。

解

$$\begin{array}{r} 1.414 \\ 1 \overline{) 2.000000} \\ \underline{1} \phantom{000000} \\ 24 \phantom{000000} \\ \underline{4} \phantom{000000} \\ 281 \phantom{000000} \\ \underline{1} \phantom{000000} \\ 2824 \phantom{000000} \\ \underline{4} \phantom{000000} \\ 2828 \phantom{000000} \\ \underline{3} \phantom{000000} \\ 2828 \phantom{000000} \\ \underline{0} \phantom{000000} \\ 0 \end{array}$$

答 1.414

例 4.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  を四捨五入して小数第三位まで  
求めよ。

解  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0.66666666\dots} = 0.8164\dots$

答 0.816 強

例題 (73)

1. 次の数の平方根を求めよ。

- (1) 61504      (2) 140625      (3) 3640464  
(4) 12.25      (5) 151.29      (6) 0.1764  
(7) 0.000441      (8) 0.7845601

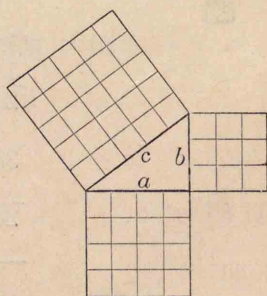
2. 次の数の平方根を小数第三位まで求め、第四位以下は四捨五入せよ。

- (1) 3      (2)  $\frac{5}{6}$       (3)  $\frac{2}{7}$

3. 直角三角形の直角を

挟む二辺及び斜辺の長さを夫々  $a, b, c$  とすれば、 $a^2 + b^2 = c^2$  ナル関係がある。(ピタゴラスの定理)

今  $a=21, b=20$  として  $c$  を求めよ。



109. 無理数・無理式

二乗して2となる整数はない。又二乗して2となる分数もない。

即ち2の平方根は整数でも分数でも(従って小数でも)表はすことのできない数である。尤も開平の計算を續けて行けば、如何程でもその近き小数(従って分数)を求めるところは出来る。

例へば小数第五位まで計算すれば

$$\sqrt{2} = 1.41421\dots$$

となる。之を實用上では

$$\sqrt{2} = 1.41421 \quad \text{或は} \quad \sqrt{2} = 1.41422$$

などにして差支へない場合が多い。

1.41421 を  $\sqrt{2}$  の不足ナル近似値といひ、1.41422 を  $\sqrt{2}$  の過剰ナル近似値といふ。

整数又は分数(小数を含む)では正確にその値を表はすことが出来ないうえ、唯その近似値だけが求められる数を無理数といふ。

即ち  $\sqrt{2}$  は無理数である。同様に  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{2}$  なども皆無理数である。



無理數ニ對シテ整數・分數・零ヲ總稱シテ有理數トイフ。

無理數ノ中ニハ又圓周率 3.141592... (通常之ヲ  $\pi$  デ表ハス)ノヤウナモノモアル。ソシテ  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{2}$  ノヤウニ冪根ノ開キ切レナイトキニ得ラレル無理數ヲ特ニ不盡根數又ハ根數トモイフ。

無理數ト同様ニ例ヘバ  $\sqrt{a}$ ,  $\sqrt{x^2+3}$  ノヤウニ開キ切レナイ代數式ヲ無理式又ハ根式トイヒ、之ニ對シテ整式・分數式ヲ總稱シテ有理式トイフ。

### 110. 無理數及ビ無理式ノ變形

$a, b$  ガ共ニ正ノ數デアルトキニハ

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

何故ナレバコノ兩邊ハイヅレモ正ノ數デアツテ平方スルト共ニ相等シクナルカラデアル。

例 1.  $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = \sqrt{3^2} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

例 2.  $\sqrt{25a^2x} = \sqrt{25} \sqrt{a^2} \sqrt{x} = 5a\sqrt{x}$

カヤウニスルコトヲ平方因數ヲ括リ出ストイフ。

例ヘバ  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$  ノ分母子ヲ別々ニ平方ニ開クト  
 $\frac{2.236...}{1.732...}$  トナツテ計算ニ不便デアル。依ツテ分母ニ無理數ガアルトキニハ通例之ヲ有理數ニ直シテ置ク。

例 3.  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$  ノ分母ヲ有理數ニ直セ。

解  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 3}{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$  (答)

或ハ  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{15}}{3}$  (答)

カヤウニスルコトヲ分母ヲ有理化スルトイフ。

#### 例題 (74)

1. 次ノ各式ニ於テ根號内ニ平方因數ガアレバ之ヲ根號ノ外ニ括リ出セ。

(1)  $\sqrt{18}$  (2)  $\sqrt{20}$  (3)  $\sqrt{45}$

(4)  $\sqrt{200}$  (5)  $\sqrt{9a^2b}$  (6)  $\sqrt{64x^4y}$

2. 次ノ各式ヲ一ツノ無理式ニ直シ、若シ根號内ニ平方因數ガアレバソレヲ根號ノ外ニ出セ。

(1)  $\sqrt{6}\sqrt{3}$  (2)  $\sqrt{8}\sqrt{10}$  (3)  $\sqrt{a}\sqrt{ab}$

3. 次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ。

(1)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       (2)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$       (3)  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

4. 次ノ式ノ値ヲ小數第三位マデ正シク求メヨ。

(1)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       (2)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       (3)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

### 111. 無理數ノ計算

例 1.  $4\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$  ヲ簡單ニセヨ。

解  $4\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$  ハ夫々  $\sqrt{2}$  ノ 4 倍, 2 倍, 3 倍デアル。故ニ

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2} &= (4-2+3)\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

コノ例ニ於ケル  $4\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$  ノヤウニ同ジ根數ト整數又ハ分數トノ積ヨリナル數ヲ同類根數トイフ。式中ニ同類根數ガアレバ加減シテ一ツニ纏メルコトガ出來ル。

例 2.  $\sqrt{12}+2\sqrt{27}=2\sqrt{3}+6\sqrt{3}$   
 $= (2+6)\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

例 3.  $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{12})=\sqrt{18}-3+\sqrt{36}$   
 $= 3\sqrt{2}-3+6=3+3\sqrt{2}$

例 4.  $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$  ノ分母ヲ有理化セヨ。

解  $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$   
 $= \frac{5+2\sqrt{10}+2}{5-2} = \frac{7+2\sqrt{10}}{3}$  (答)

### 例題 (75)

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(1—8)

1.  $4\sqrt{3}+6\sqrt{3}-8\sqrt{3}$       2.  $6\sqrt{2}+\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

3.  $\sqrt{12}+5\sqrt{3}$       4.  $3\sqrt{20}-\sqrt{45}$

5.  $\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$       6.  $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$

7.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$       8.  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

9. 次ノ頁ノ表ヲ用ヒテ次ノ式ノ近似値ヲ求メヨ。

(1)  $3\sqrt{2}-5\sqrt{8}+\sqrt[3]{2}-1$

(2)  $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$       (3)  $\sqrt[3]{23} \times 6 - \sqrt{18}$

10.  $x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$  ナルトキ  $x^2-5x+3=0$  ナルコトヲ示セ。

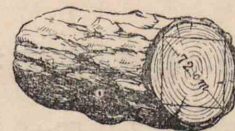
平方根及立方根ノ表

數	平方根	立方根	數	平方根	立方根
1	1.000	1.000	51	7.141	3.708
2	1.414	1.259	52	7.211	3.732
3	1.732	1.442	53	7.280	3.756
4	2.000	1.587	54	7.348	3.779
5	2.236	1.709	55	7.416	3.802
6	2.449	1.817	56	7.483	3.825
7	2.645	1.912	57	7.549	3.848
8	2.828	2.000	58	7.615	3.870
9	3.000	2.080	59	7.681	3.892
10	3.162	2.154	60	7.745	3.914
11	3.316	2.223	61	7.810	3.936
12	3.464	2.289	62	7.874	3.957
13	3.605	2.351	63	7.937	3.979
14	3.741	2.410	64	8.000	4.000
15	3.872	2.466	65	8.062	4.020
16	4.000	2.519	66	8.124	4.041
17	4.123	2.571	67	8.185	4.061
18	4.242	2.620	68	8.246	4.081
19	4.358	2.668	69	8.306	4.101
20	4.472	2.714	70	8.366	4.121
21	4.582	2.758	71	8.426	4.140
22	4.690	2.802	72	8.485	4.160
23	4.795	2.843	73	8.544	4.179
24	4.898	2.884	74	8.602	4.198
25	5.000	2.924	75	8.660	4.217
26	5.099	2.962	76	8.717	4.235
27	5.196	3.000	77	8.774	4.254
28	5.291	3.036	78	8.831	4.272
29	5.385	3.072	79	8.888	4.290
30	5.477	3.107	80	8.944	4.308
31	5.567	3.141	81	9.000	4.326
32	5.656	3.174	82	9.055	4.344
33	5.744	3.207	83	9.110	4.362
34	5.830	3.239	84	9.165	4.379
35	5.916	3.271	85	9.219	4.396
36	6.000	3.301	86	9.273	4.414
37	6.082	3.332	87	9.327	4.431
38	6.164	3.361	88	9.380	4.447
39	6.244	3.391	89	9.433	4.464
40	6.324	3.419	90	9.486	4.481
41	6.403	3.448	91	9.539	4.497
42	6.480	3.476	92	9.591	4.514
43	6.557	3.503	93	9.643	4.530
44	6.633	3.530	94	9.695	4.546
45	6.708	3.556	95	9.746	4.562
46	6.782	3.583	96	9.797	4.578
47	6.855	3.608	97	9.848	4.594
48	6.928	3.634	98	9.899	4.610
49	7.000	3.659	99	9.949	4.626
50	7.071	3.684	100	10.000	4.641

雜 題 [10]

- 次ノ數ノ平方根ヲ求メヨ。  
 (1) 215296                      (2) 0.00320356
- $\sqrt[3]{31416}$  ヲ小數第二位マデ求メヨ。
- 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。  
 (1)  $5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$   
 (2)  $\sqrt{50} - \sqrt{12} - \sqrt{8} + \sqrt{48}$   
 (3)  $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 5)$     (4)  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$   
 (5)  $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$                       (6)  $\frac{1}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$
- $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  ヲ小數第三位マデ正シク求メ、ソノ端下ハ四捨五入セヨ。
- $x = \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{3}$ ,  $z = 2\sqrt{6}$  ナルトキ次式ノ値ヲ計算セヨ。(小數第三位未滿四捨五入)  

$$x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy$$
- 末ノ切口ノ直徑ガ72 cm  
 アル丸太カラ何廻角ノ角材ガ得ラレルカ。



## 第5章 一元二次方程式(續キ)

## 112. 一元二次方程式ノ一般形

一元二次方程式ハソノスベテノ項ヲ一邊ニ集メテ整頓スレバ次ノ形ニ導カレル。

$$ax^2+bx+c=0 \quad [a \neq 0]$$

コノ場合ニ  $ax^2$  ヲ二次ノ項,  $bx$  ヲ一次ノ項,  $c$  ヲ常數項又ハ絶對項トイフ。

一元二次方程式ノ中デ一次ノ項ヲ缺クモノハ特ニ純二次方程式トイフ。例ヘバ

$$2x^2-50=0$$

ハ純二次方程式デアル。

既ニ第102節ニ於テ  $ax^2+bx+c$  ガ容易ニ因數ニ分解サレル場合ノ  $ax^2+bx+c=0$  ノ解法ヲ學ンダガ、之ヨリ一般ナル場合ニツイテソノ解法ヲ攻究スル。

## 113. 純二次方程式ノ解法

例1.  $2x^2-50=0$  ヲ解ケ。

解 移項スルト

$$2x^2=50$$

兩邊ヲ2デ割ルト

$$x^2=25$$

故ニ求メル數ハ二乗シテ25トナル數デアル。

從ツテ  $x=\sqrt{25}$  或ハ  $x=-\sqrt{25}$

即チ  $x=5$  或ハ  $x=-5$

答  $x=5$  或ハ  $x=-5$

驗 二ツノ値ハ共ニ適スルコトヲ驗セ。

注意  $x=+5$  或ハ  $x=-5$  ト書ク代リニ  $x=\pm 5$  ト併記シテモヨイ。記號±ヲ複號トイフ。

例2.  $2x^2+7=10-3x^2$  ヲ解ケ。

解 二次ノ項ヲ左邊ニ移シ、常數項ヲ右邊ニ移スト

$$2x^2+3x^2=10-7$$

$$\therefore 5x^2=3$$

$$x^2=\frac{3}{5}$$

$$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{3}{5}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{5} \quad (\text{答})$$

驗 各自ニセヨ。

例 3.  $(x-5)^2=4$  ヲ解ケ。

解  $x-5$  ヲ二乗スレバ 4 トナルカラ

$$x-5=\pm 2$$

$$\therefore x=5+2 \text{ 或ハ } x=5-2$$

$$\text{即チ } x=7 \text{ 或ハ } x=3$$

$$\text{答 } x=7 \text{ 或ハ } x=3$$

例題 (76)

次ノ方程式ヲ解ケ。

1.  $x^2=24$

2.  $x^2=3$

3.  $3x^2=75$

4.  $5x^2=120$

5.  $x^2=\frac{1}{2}$

6.  $3x^2+7=x^2+25$

7.  $10x^2-6=0$

8.  $(x+2)^2=9$

9.  $(x+6)(x-2)=4x$

10.  $\frac{4x^2+18}{9}=x^2-3$

114. 一般ナル一元二次方程式ノ解法

例ヘバ  $(a+b)^2$ ,  $x^2-2x+1$  ナドノヤウニ、一ツノ整式ガ他ノ整式ノ平方ニ等シイトキハ之ヲ完全平方方式トイフ。

因數分解ノ公式ニヨツテ

$$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$$

故ニ二次式  $x^2+px$  ヲ完全平方方式ニスルニハ一次ノ項ノ係數ノ半分ノ平方  $\left(\frac{p}{2}\right)^2$  ヲ加ヘレバヨイ。

例ヘバ  $x^2+6x$  ハ  $x$  ノ係數 6 ノ半分ノ平方 9 ヲ加ヘルト完全平方方式  $(x+3)^2$  トナリ、又  $x^2-5x$  ハ  $x$  ノ係數  $-5$  ノ半分ノ平方  $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$  即チ  $\frac{25}{4}$  ヲ加ヘルト完全平方方式  $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2$  トナル。

例 1.  $x^2-6x-7=0$  ヲ解ケ。

解 常數項ヲ右邊ニ移スト

$$x^2-6x=7$$

左邊ヲ完全平方方式ニスルタメニ兩邊ニ 9 ヲ加ヘルト

$$x^2-6x+9=7+9$$

$$(x-3)^2=16$$

$$\therefore x-3=\pm\sqrt{16}$$

即チ  $x-3=\pm 4$

$$\therefore x=3\pm 4$$

$$\therefore x=7 \text{ 或ハ } x=-1 \quad (\text{答})$$

【例】 左邊 =  $7^2 - 6 \times 7 - 7 = 0$

左邊 =  $(-1)^2 - 6 \times (-1) - 7 = 1 + 6 - 7 = 0$

一般ナル一元二次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad [a \neq 0]$$

ヲコノ例ニ倣ツテ解クニ

$$ax^2 + bx = -c$$

$$\therefore x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\therefore \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\therefore x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

之ヲ一元二次方程式ノ根ノ公式トイフ。

【例】 2. 公式ニヨツテ  $6x^2 + 11x + 3 = 0$  ヲ解ケ。

【解】 公式ノ  $a, b, c$  ニ夫々  $6, 11, 3$  ヲ代入シテ

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \times 6 \times 3}}{2 \times 6}$$

$$= \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 72}}{12}$$

$$= \frac{-11 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-11 \pm 7}{12}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3} \quad \text{或ハ} \quad -\frac{3}{2} \quad (\text{答})$$

一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  ニ於ケル  $x$  ノ

係數  $b$  ガ  $2b'$  ナル形デアルトキ、即チ方程式ガ

$$ax^2 + 2b'x + c = 0 \quad [a \neq 0]$$

ナル形ノトキニハ根ノ公式ハ次ノヤウニナル。

$$x = \frac{-2b' \pm \sqrt{4b'^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (2)$$

【例】 3.  $5x^2 - 8x + 2 = 0$  ヲ解ケ。

【解】 公式(2)ノ  $a, b', c$  ニ夫々  $5, -4, 2$  トオクト

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 5 \times 2}}{5}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 10}}{5} = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{5} \quad (\text{答})$$

【例】 左邊 =  $5 \times \left(\frac{4 \pm \sqrt{6}}{5}\right)^2 - 8 \times \frac{4 \pm \sqrt{6}}{5} + 2$

$$= \frac{16 \pm 8\sqrt{6} + 6}{5} - \frac{32 \pm 8\sqrt{6}}{5} + 2$$

$$= -\frac{10}{5} + 2 = 0$$

例題 (77)

例1 = 倣ッテ次ノ方程式ヲ解ケ。(1-2)

1.  $x^2 + 2x = 15$                       2.  $x^2 - 4x - 21 = 0$

公式ニヨッテ次ノ方程式ヲ解ケ。(3-14)

3.  $x^2 + 3x + 2 = 0$                       4.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

5.  $x^2 - 5x - 14 = 0$                       6.  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

7.  $3x^2 - 8x - 3 = 0$                       8.  $5x^2 - x = 4$

9.  $6(x^2 - 2) = x + 28$                       10.  $x^2 - 5kx + 6k^2 = 0$

11.  $2x^2 - 3ax - 2a^2 = 0$                       12.  $0.2x^2 + 0.2x = 1.2$

13.  $x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}$                       14.  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

次ノ方程式ヲ解キ、根ノ近似値ヲ小數第三位マデ求メヨ。(15-16)

○ 15.  $x^2 + 6x - 1 = 0$                       16.  $5x^2 - x - 3 = 0$

17. 40ヲ二ツニ分ケ、ソノ積ガ396トナルヤウニセヨ。

18. 三ツノ相隣レル正ノ整數ガアル。ソノ各數ノ平方ノ和ハ1454デアルトイフ。コノ三數ヲ求メヨ。

19. 或立方體ノ各稜ヲ1cmツツ長クスレバソノ

體積ハ469立方糎ダケ増ストイフ。原ノ體積ヲ求メヨ。

20. 或人ガ金2000圓ヲ貸付ケタガ1箇年後ニ利息ヲ元金ニ加ヘルト同時ニ500圓ダケ受取リ、更ニ1箇年間貸付ケテ元利合計1754.8圓ヲ受取ツタ。年利率ハ何程カ。

115. 判別式

例ヘバ次ノヤウナ一元二次方程式

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$9x^2 - 12x + 4 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad (3)$$

ヲ解クノニ根ノ公式ヲ適用スルト

$$(1) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

コノ場合ニハ平方根號内ノ數ハ正デアル。ソシテ相異ナル二根ヲ有スル。

$$(2) \quad x = \frac{12 \pm \sqrt{144-144}}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

コノ場合ニハ平方根號内ノ數ハ零デアル。ソシテ唯一ツノ根ヲ有スル。

$$(3) \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

この場合ニハ平方根號内ノ數ハ負デアル。負數ニハ平方根ハナイカラコノ方程式ハ根ヲ有シナイ。

一般ニ一元二次方程式

$$ax^2+bx+c=0$$

ニ於テ

(1)  $b^2-4ac > 0$  ナル場合 方程式ハ相異ナル二根ヲ有スル。

(2)  $b^2-4ac = 0$  ナル場合 方程式ハ唯一根ヲ有スル。ソシテコレハ二次方程式ノ二根ガ相等シクナツタノデアルト考ヘラレルカラ、コノ場合ニハ等根ヲ有スルトイフ。

(3)  $b^2-4ac < 0$  ナル場合 方程式ハ根ヲ有シナイ。

**注意** 數ノ意義ヲ擴張シテ、平方シテ負數トナルヤウナモノ即チ負數ノ平方根ヲモ數ノ範圍ニ入レルトキ、コレ等ノ數ヲ虚數トイフ。例ヘバ  $\sqrt{-1}$ 、 $\sqrt{-3}$  ナドハ虚數デアル。虚數ト區別スルタメニ從來取

扱ツタ有理數・無理數ヲ總稱シテ實數トイフ。

一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ハ上述ノ(1),(2)ノ場合ニハ實數デ、(3)ノ場合ニ限リ虚數トナル。

カヤウニ一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ノ種類ハ  $b^2-4ac$  ノ符號ニヨツテ判別スルコトガ出來ルカラ、コノ式ヲコノ方程式ノ判別式トイフ。

**例 1.** 次ノ方程式ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。

$$(1) \quad x^2+5x+3=0 \quad (2) \quad 2x^2-x+1=0$$

$$(3) \quad 9x^2-6x+1=0$$

**解** (1) 判別式  $= 5^2 - 4 \times 1 \times 3 = 25 - 12 = 13 > 0$

故ニコノ方程式ハ相異ナル二根ヲ有スル。

$$(2) \quad \text{判別式} = (-1)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 - 8 = -7 < 0$$

故ニコノ方程式ハ根ヲ有シナイ。

$$(3) \quad \text{判別式} = (-6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 36 - 36 = 0$$

故ニコノ方程式ハ等根ヲ有スル。

**例 2.** 方程式  $x^2-3mx+9=0$  ガ等根ヲ有スルヤウニ  $m$  ノ値ヲ定メヨ。

**解** 等根ヲ有スルヤウニスルニハソノ判別式ヲ0ナラシメレバヨイ。故ニ

$$(-3m)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$$



即チ  $9m^2 - 36 = 0$

$\therefore m^2 = 4$

$\therefore m = \pm 2$  (答)

■  $m$  が 2 或ハ -2 トスレバ, 原方程式ハ

$x^2 - 6x + 9 = 0$  或ハ  $x^2 + 6x + 9 = 0$

$\therefore x = 3$  (等根) 或ハ  $x = -3$  (等根)

例題 (78)

1. 次ノ方程式ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。

(1)  $x^2 + 7x + 12 = 0$  (2)  $x^2 - 6x + 7 = 0$

(3)  $x^2 = 8x - 16$  (4)  $3x^2 - 5x + 4 = 0$

(5)  $x^2 + x + 3 = 0$  (6)  $(x-3)^2 = 2x + 5$

2. 次ノ方程式ガ等根ヲ有スルヤウニ  $m$  ノ値ヲ定メヨ。

(1)  $x^2 + 4x + m = 0$  (2)  $2x^2 + mx + 1 = 0$

(3)  $4x^2 + x = mx - 25$  (4)  $x^2 - (m+3)x + 3m = 0$

3.  $(x-a)(x-b) = 5$  ハ實根ヲ有スルコトヲ説明セヨ。

116. 二次函數ノ値ノ變化

例ヘバ  $x$  ノ値ノ變化ニ伴フ二次式

$x^2 - 6x + 5$  (1)  $-x^2 + 6x - 5$  (2)

ノ値ノ變化ヲ考ヘルニ, 先ヅ二式ヲ何レモ  $y$  ト置イテ次ノヤウニ變形スル。

$$\begin{array}{l|l} y = x^2 - 6x + 5 & y = -x^2 + 6x - 5 \\ = x^2 - 6x + 9 - 4 & = -x^2 + 6x - 9 + 4 \\ = (x-3)^2 - 4 & = -(x-3)^2 + 4 \end{array}$$

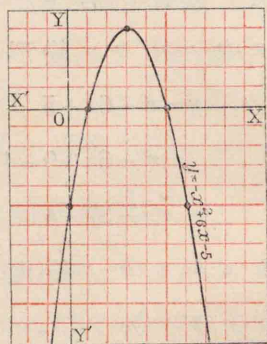
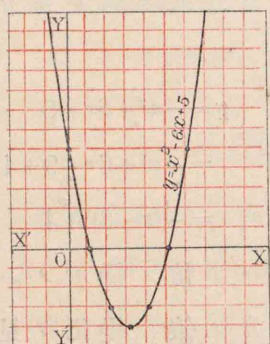
サウスルト  $x$  ノ變化ニ伴ツテ値ノ變ルノハ第一項ダケデアルカラ, コノ部分ノ値ノ變化ヲ見レバ  $y$  ノ値ノ變化ヲ知ルコトガ出來ル。

ソシテ  $x=3$  ナルトキハ  $(x-3)^2=0$  トナルカラ兩式ノ値ハ夫々 -4 及ビ 4 デアル。

次ニ  $x$  ノ値ヲ 3 ヨリ次第ニ増大サセルカ, 或ハ 3 ヨリ次第ニ減少サセルト,  $(x-3)^2$  ハ正ニシテソノ値ガ次第ニ増大スル。之ニツレテ (1) ニ於ケル  $y$  ノ値ハ -4 ヨリ次第ニ増大シ, 之ト反對ニ (2) ニ於ケル  $y$  ノ値ハ 4 ヨリ次第ニ減少スル。今  $x$  ニ種々ナル値ヲ與ヘテ之ニ對應スル (1), (2) ニ於ケル

$y$  の値ヲ表デ示スト次ノ如クデアル。

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$y_{(1)}$	...	32	21	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	21	...
$y_{(2)}$	...	-32	-21	-12	-5	0	3	4	3	0	-5	-12	-21	...



上ノぐらふハコレ等ノ函数ノ値ノ變化ヲ示スモノデアル。カヤウナぐらふヲ拋物線トイフ。拋物線ハ小石ノヤウナ物體ヲ斜ニ投上ゲルトキニ現ハレル曲線デアル。

コレ等ノぐらふヲ見ルニ函数(1)ノ値ハ小ナル方ニ限リガアリ,  $x=3$  ナルトキ最小値ヲトツテ  $y=-4$  トナリ, 又函数(2)ノ値ハ大ナル方ニ限リガアリ,  $x=3$  ナルトキ最大値ヲトリ  $y=4$  トナル。

次ニ(1)ノぐらふト  $x$  軸トノ交點ノ横座標ハ 1

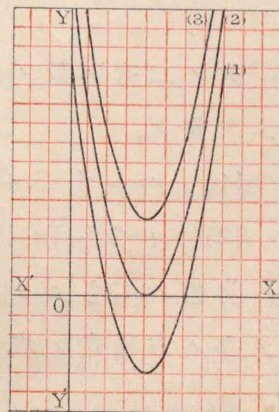
及ビ 5 デアル。故ニ  $x=1$  或ハ  $x=5$  ナルトキ, コノ函数ノ値  $y$  ハ零トナル。即チ 1 及ビ 5 ハ二次方程式  $x^2-6x+5=0$  ノ根デアル。(2)ニ於テモ同様デアル。

故ニ 一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ヲぐらふニヨツテ求メルニハ  $y=ax^2+bx+c$  ノぐらふガ横軸ト交ハル點ノ横座標ヲ讀メバヨイ。

例 方程式 (1)  $x^2-8x+12=0$  (2)  $x^2-8x+16=0$   
(3)  $x^2-8x+20=0$  ヲ圖解セヨ。

解  $y=x^2-8x+12$  (1)  
 $y=x^2-8x+16$  (2)  
 $y=x^2-8x+20$  (3)

ト置イテぐらふヲ畫クト右ノ圖ノヤウニナル。之ヨリ方程式(1)ハ 2 及ビ 6 ナル相異ナル二根ヲ有シ, (2)



ハ  $x=4$  ナル等根ヲ有シ, (3)ハ根ヲ有シナイコトガワカル。

答 (1) 2 或ハ 6 (2) 4 (等根) (3) 根ナシ

例題 (79)

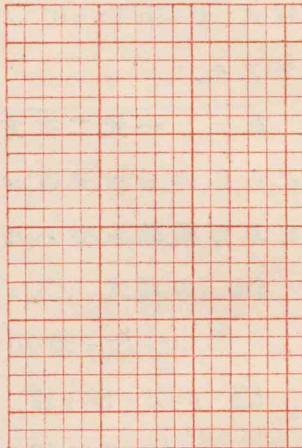
1. 同じ座標軸に關シテ  
次ノ各式ノぐらふヲ畫  
ケ。

(1)  $y=x^2$

(2)  $y=-x^2$

(3)  $y=2x^2$

(4)  $y=2x^2+1$



2. 次ノ二次函數ノぐら  
ふヲ畫ケ。

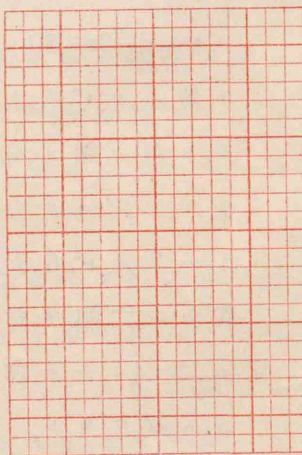
(1)  $y=-x^2+7x-6$

(2)  $y=2x^2-7x-4$

3. 前題ノぐらふヲ用ヒ  
テ次ノ方程式ノ根ヲ求  
メヨ。

(1)  $-x^2+7x-6=0$

(2)  $2x^2-7x-4=0$



第6章 聯立二次方程式

117. 二次方程式ヲ含ム聯立方程式

例へバ

「廣サガ 240 平方米デ, 周圍ガ 64 m アル矩形ノ  
宅地ガアル。間口, 奥行各何程カ」

トイフ問題ヲ解クタメニ, 間口ヲ  $x$  m, 奥行ヲ  $y$  m  
トスルト, 題意カラ

$$\begin{cases} xy=240 \\ 2x+2y=64 \end{cases}$$

ナル聯立方程式ガ得ラレル。

次ニキャウナ二次方程式ヲ含ム聯立方程式ノ  
解法ヲ考ヘル。

例 1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} xy=240 \dots\dots\dots(1) \\ x+y=32 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

例 (2) カラ

$$y=32-x \quad (3)$$

之ヲ(1)ニ代入スルト

$$x(32-x)=240$$

$$\therefore x^2-32x+240=0$$

$$\therefore x=20 \text{ 或ハ } x=12$$

依ッテ(3)カラ

$$\begin{array}{l|l} x=20 \text{ トスレバ} & x=12 \text{ トスレバ} \\ y=12 & y=20 \end{array}$$

$$\text{答 } \begin{cases} x=20 \\ y=12 \end{cases} \quad \begin{cases} x=12 \\ y=20 \end{cases}$$

【驗】  $x=20, y=12$  トスレバ

$$xy=20 \times 12=240, \quad x+y=20+12=32$$

$x=12, y=20$  トスレバ

$$xy=12 \times 20=240, \quad x+y=12+20=32$$

二ツノ未知數  $x, y$  ニ關スル一次ト二次トノ聯立方程式ヲ解クニハ

[1] 一次ノ方程式ニヨリツノ一未知數例ヘバ  $y$  ヲ  $x$  ヲ含ム式ニテ表ハシ,

[2] 之ヲ二次ノ方程式ニ代入シテ得ラレル一元二次方程式ヨリ  $x$  ノ二ツノ値ヲ求メ,

[3] ツノ各ノ値ヲ[1]ニテ得ラレタ式ニ代入シテ  $y$  ノ値ヲ求メレバヨイ。

【例】 2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} xy+2x=5 \dots\dots\dots(1) \\ 2xy-y=3 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

【解】 (1)×2  $2xy+4x=10$  (3)

$$(3)-(2) \quad 4x+y=7$$

$$\therefore y=7-4x \quad (4)$$

之ヲ(1)ニ代入スルト

$$x(7-4x)+2x=5$$

$$\therefore 4x^2-9x+5=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 或ハ } x=\frac{5}{4}$$

從ッテ(4)カラ

$$y=3 \text{ 或ハ } y=2$$

$$\text{答 } x=1, y=3; \quad x=\frac{5}{4}, y=2$$

【驗】  $x=1, y=3$  トスレバ

$$xy+2x=3+2=5, \quad 2xy-y=6-3=3$$

$$x=\frac{5}{4}, y=2 \text{ トスレバ}$$

$$xy+2x=\frac{5}{2}+\frac{5}{2}=5, \quad 2xy-y=5-2=3$$

【注意】 二ツノ未知數ニ關スル二次ト二次トノ聯立方程式ノ解法ハ例2ニ類スル形ノモノヲ除イテハ稍困難デアル。コレ等ニ就イテハ後デ學ブコトニスル。

例題 (80)

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

- |    |   |     |   |
|----|---|-----|---|
| 1. | $\begin{cases} x=y+9 \\ xy=36 \end{cases}$          | 2.  | $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$              |
| 3. | $\begin{cases} x+y=7 \\ xy+18=0 \end{cases}$        | 4.  | $\begin{cases} x-2y=3 \\ x^2-4y^2=17 \end{cases}$       |
| 5. | $\begin{cases} x+y=21 \\ x^2+y^2=221 \end{cases}$   | 6.  | $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x^2+xy=12 \end{cases}$         |
| 7. | $\begin{cases} 4x+xy=5 \\ 2y-xy=9 \end{cases}$      | 8.  | $\begin{cases} xy+x=25 \\ 2xy-3y=28 \end{cases}$        |
| 9. | $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ x^2+2xy=7x-2 \end{cases}$ | 10. | $\begin{cases} x-y=6 \\ (x+y)^2-3(x+y)+2=0 \end{cases}$ |

118. 二元二次方程式ノ圖解

例 1. 二元二次方程式  $x^2+y^2=25$  ノぐらふヲ畫ケ。

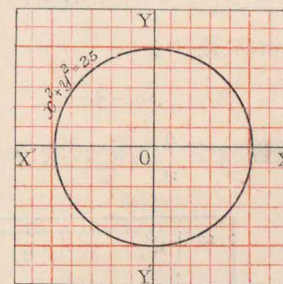
解 コノ方程式ヲ  $y$  ニツイテ解ケバ

$$y = \pm \sqrt{25-x^2}$$

右邊ノ  $x$  ニ種々ノ値ヲ代入シ、ソレニ對應スル  $y$  ノ値ヲ求メテ次ノ表ヲ得ル。

$x$	0	±1	±2	±3	±4	±5	→ →
$y$	±5	±4.8	±4.5	±4	±3	0	ナシ

之ヨリ與ヘラレタル方程式ノぐらふヲ畫ケバ右ニ示スヤウニ原點ヲ中心トスル圓トナル。



注意 一般  $x^2+y^2=r^2$  ナ

ル方程式ノぐらふハ原點ヲ中心トシ、 $r$ ヲ半徑トスル圓デアル。

例 2. 次ノ方程式ノぐらふヲ畫ケ。

$$4x^2+9y^2=100$$

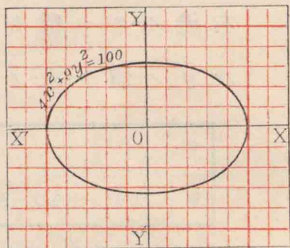
解 コノ方程式ヲ  $y$  ニツイテ解ケバ

$$y = \pm \frac{2}{3} \sqrt{25-x^2}$$

之ヨリ次ノ表ヲ得ル。

$x$	0	±1	±2	±3	±4	±5	→ →
$y$	±3.3	±3.2	±3.0	±2.6	±2	0	ナシ

依ッテ右ノ圖ニ示ス  
 ヤウナぐらふヲ得ル。  
 コノヤウナぐらふヲ楕  
 圓トイフ。



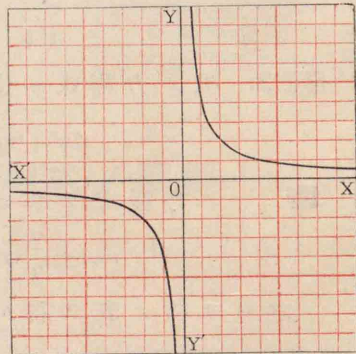
例 3. 次ノ方程式ノぐ  
 らふヲ畫ケ。

$$xy=4$$

解  $y = \frac{4}{x}$  ヨリ次ノ表ヲ得ル。

$x$	↙	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	↗
$y$	↖	16	8	4	2	$1\frac{1}{3}$	1	0.8	↘

$x$  ガ負ノトキハ  $y$   
 モ負トナリ、絶對値  
 ノ變化ハ上ノ表ト  
 同ジデアル。ソレ  
 デ之ヲ圖示スルト  
 右ノヤウニナル。  
 コノヤウナぐらふヲ



双曲線トイフ。

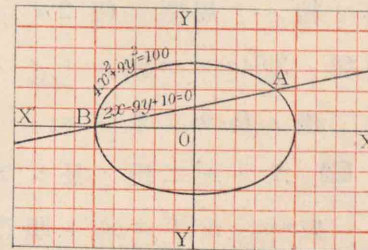
例 4. 次ノ聯立方程式ヲ圖解セヨ。

$$\begin{cases} 2x - 9y + 10 = 0 \dots\dots\dots(1) \\ 4x^2 + 9y^2 = 100 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

解 同ジ座標軸ヲ用ヒテ(1)及ビ(2)ノぐらふヲ

畫ケバソノ交點

A, B ノ座標  $x=4,$   
 $y=2$  及ビ  $x=-5,$   
 $y=0$  ガ求メル根  
 デアル。



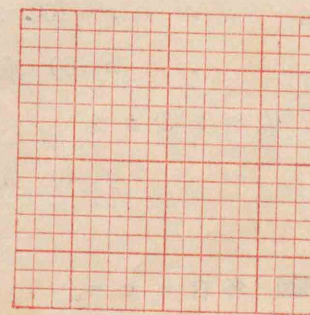
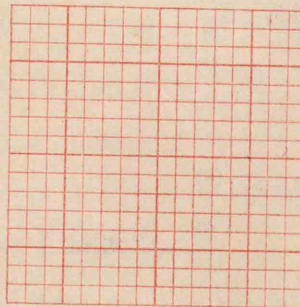
答  $x=4, y=2$  或ハ  $x=-5, y=0$

例題 (81)

次ノ聯立方程式ヲ圖解セヨ。

1.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 1 \end{cases}$

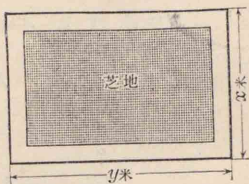
2.  $\begin{cases} xy = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$



119. 應用問題

例 面積  $24a$  の矩形ノ芝地ガアル。今ソノ縦横ヲ縮メテ周圍ニ幅  $2m$  ノ花壇ヲ作ルト芝地ノ面積ハ  $3.84a$  ダケ減ルトイフ。初メノ芝地ノ相隣ル二邊ノ長ヲ求メヨ。

解 求メル二邊ノ長ヲ夫夫  $xm, ym$  トスルト題意カラ次ノ聯立方程式ヲ得ル。



$$\begin{cases} xy = 24 \times 100 & \dots\dots\dots (1) \\ xy - (x-4)(y-4) = 3.84 \times 100 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

(2) カラ  $y = 100 - x$  (3)

(1) ト (3) カラ

$$x(100 - x) = 2400$$

$$\therefore x^2 - 100x + 2400 = 0$$

$$\therefore x = 60 \text{ 或ハ } x = 40$$

依ツテ (3) カラ

$$y = 40 \text{ 或ハ } y = 60$$

答 60m, 40m

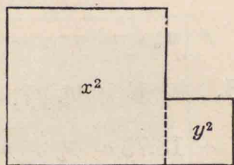
各自ニセヨ。

例題 (82)

1. ニツノ數ガアル。ソノ和ハ  $24$ 、ソノ積ハ  $108$  デアル。コノ二數ヲ求メヨ。
2. 二數  $A, B$  ガアル。  $A$  カラ  $B$  ヲ引イタ差ハ  $6$  デ、ソノ各ノ平方ノ和ハ  $468$  デアル。各數ヲ求メヨ。
3. 矩形ノ地面ガアル。ソノ周圍ハ  $200m$  デ面積ハ  $18.75a$  デアルトイフ。コノ地面ノ相隣ル二邊ノ長ヲ求メヨ。
4. 甲乙ニツノ正方形ガアル。ソノ一邊ヲ比較スルニ甲ハ乙ヨリモ  $25cm$  長ク、甲ノ面積ノ  $3$  倍ハ乙ノ面積ノ  $20$  倍ヨリモ  $300$  平方糎ダケ大キイトイフ。兩正方形ノ一邊ノ長ヲ求メヨ。
5. 斜邊ガ  $13cm$ 、周ガ  $30cm$  ナル直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ長ヲ求メヨ。
6. 直角三角形ガアル。斜邊ノ長サハ他ノ二邊ノ長サノ和ヨリモ  $4cm$  短ク、面積ハ  $30$  平方糎デアルトイフ。コノ三角形ノ三邊ノ長サハ各何程デアるか。

7. 二桁ノ整數ガアル。各位ノ數字ノ積ノ2倍ハソノ數ヨリモ2ダケ大キク、又ソノ數ニ18ヲ加ヘルト、數字ノ順ガ入レ換ツタ數ニナルトイフ。初メノ數ヲ求メヨ。

8. ニツノ正方形ヲ繼ギ合セテ出來タ圖ノヤウナ六邊形ガアル。ソノ周圍ハ124mデ、面積ハ769平方米デアルトイフ。ニツノ正方形ノ一邊ノ長サハ各幾米カ。



9. 金若干圓ヲ或利率デ1箇年間貸シ利子トシテ15圓ヲ得タ。若シコノ貸金ヲ100圓減ジ利率ヲ年1分増シテ1箇年間貸ストスレバ、利子ハ3圓減ルトイフ。コノ貸金及ビ年利率ヲ求メヨ。

10. 幾人カノ工夫ガ幾日カ働イテ或工事ノ $\frac{1}{2}$ ヲナシ、ソノ後ハ工夫5人ヲ増シタノデ前ヨリモ3日早ク残りノ工事ヲ完成シタ。ソシテコノ工事ニ要シタ工夫ノ延人員ハ360人デアツタトイフ。初メニ働イタ工夫ノ人數及ビコノ工事全體ニ要シタ日數ヲ求メヨ。

## 第7章 雜方程式

### 120. 高次方程式

例へバ

「或數ノ平方ヲ13倍シタモノハ、ソノ數ノ四乗ヨリモ36ダケ大キイトイフ。或數ヲ求メヨ」トイフ問題ヲ解クタメニ或數ヲ $x$ トスルト

$$13x^2 = x^4 + 36$$

即チ

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

ナル方程式ガ得ラレル。

コノヤウニ 次數ガ三次以上ノ方程式ヲ總稱シテ高次方程式トイフ。

高次方程式ノ解法ハ一般ニハ困難デアル。ソレデココニハ特殊ナ形ヲ有スルモノニツイテ、ソノ解キ方ヲ示ス。

例 1.  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  ヲ解ケ。

解  $x^2 = X$  トオケバ原方程式ハ

$$X^2 - 13X + 36 = 0$$

$$\therefore (X-9)(X-4) = 0$$



$$\therefore X=9 \quad \text{或ハ} \quad X=4$$

$$\therefore x^2=9 \quad \text{或ハ} \quad x^2=4$$

$$\therefore x=\pm 3 \quad \text{或ハ} \quad x=\pm 2$$

答  $x=\pm 3$  或ハ  $\pm 2$

馬鈴  $x=\pm 3$  トスルト

$$\text{左邊}=(\pm 3)^4-13 \times (\pm 3)^2+36$$

$$=81-117+36=0$$

$x=\pm 2$  トスルト

$$\text{左邊}=(\pm 2)^4-13 \times (\pm 2)^2+36$$

$$=16-52+36=0$$

例 2.  $(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24=0$  ヲ解ケ。

解  $x^2-2x=X$  トオクト

$$X^2-11X+24=0$$

之ヲ解イテ

$$X=3 \quad \text{或ハ} \quad X=8$$

$$\therefore x^2-2x=3 \quad \left| \quad x^2-2x=8 \right.$$

$$x^2-2x-3=0 \quad \left| \quad x^2-2x-8=0 \right.$$

$$(x-3)(x+1)=0 \quad \left| \quad (x-4)(x+2)=0 \right.$$

$$\therefore x=3 \quad \text{或ハ} \quad -1 \quad \left| \quad x=4 \quad \text{或ハ} \quad -2 \right.$$

答  $x=-2, -1, 3$  或ハ  $4$

例題 (83)

次ノ方程式ヲ解ケ。

1.  $x^4-5x^2+4=0$

2.  $x^4-8x^2-9=0$

3.  $x^4+100=29x^2$

4.  $4x^4=81$

5.  $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12=0$

6.  $(x^2+3x-2)^2-4(x^2+3x-2)=32$

7.  $x^3-4x=0$

8.  $2x^3+5x^2+2x=0$

9.  $x^3+2x^2-(x+2)=0$

10.  $3x^3-5x^2-3x+5=0$

## 121. 無理方程式

例へバ

「周囲ガ  $24\text{cm}$  デ直角ノ一邊ガ  $8\text{cm}$  アル直角三角形ヲ作ルニハ直角ノ他ノ邊ヲ幾糎ニスレバヨイカ」

トイフ問題ヲ解クタメニ、求メル邊ヲ  $x\text{cm}$  トスルト  
ピタゴラスノ定理ニヨツテ斜邊ハ  $\sqrt{x^2+8^2}\text{cm}$  トナルカラ

$$8+x+\sqrt{x^2+8^2}=24$$

ナル方程式ガ得ラレル。

この方程式ノヤウニ未知數ニ關スル無理式ヲ含ム方程式ヲ無理方程式トイフ。

例 1.  $8+x+\sqrt{x^2+8^2}=24$  ヲ解ケ。

解 移項シテ簡單ニスルト

$$\sqrt{x^2+64}=16-x$$

この兩邊ヲ二乗シテ根號ヲ含マナイ方程式ニ直スト

$$x^2+64=256-32x+x^2$$

$$\therefore 32x=192$$

$$\therefore x=6$$

$x=6$  ヲ原方程式ニツキ驗スニ

$$\text{左邊}=8+6+\sqrt{36+64}=8+6+10=24$$

故ニ  $x=6$  ハ原方程式ノ根デアアル。

答  $x=6$

例 2.  $x=\sqrt{x+20}$  ヲ解ケ。

解 兩邊ヲ二乗スルト

$$x^2=x+20$$

$$\therefore x^2-x-20=0$$

之ヲ解イテ  $x=5$  或ハ  $x=-4$

$x=5$  及ビ  $x=-4$  ヲ原方程式ニツキ驗スニ

(1) 右邊  $=\sqrt{5+20}=\sqrt{25}=5$ , 左邊  $=5$

(2) 右邊  $=\sqrt{-4+20}=\sqrt{16}=4$ , 左邊  $=-4$

故ニ原方程式ノ根ハ  $x=5$  ダケデアアル。

答  $x=5$

一般ニ或方程式ノ兩邊ヲ二乗シテ出來タ方程式ノ根ハ必ズシモ原方程式ノ根デアルトハイハレナイ。依ツテ兩邊ヲ二乗シタ方程式カラ得タ根ハ一々原方程式ニ代入シテ驗シテ見ナケレバソノ根デアアルカ否カガワカラナイ。

注意 無理方程式ノ解法ニ於テ上ノヤウニ原方程式ヲ満足シナイ根ヲ無縁根トイフ。

例題 (84)

次ノ方程式ヲ解ケ。(1-6)

1.  $\sqrt{2x+3}=3$

2.  $\sqrt{3x-5}-7=0$

3.  $x-\sqrt{2x+3}=0$

4.  $\sqrt{10-x^2}=x+2$

5.  $3x-\sqrt{x^2-24}=16$

6.  $\sqrt{2x-9}=\sqrt{x-1}-1$

7. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ差ガ  $5\text{cm}$  デソノ周ガ  $60\text{cm}$  デアルトキ、各邊ノ長サヲ求メヨ。

雑題 [11]

次ノ方程式ヲ解ケ。(1-15)

1.  $2x^2+3(x+3)=5x+18$
2.  $x(x-1)(x+2)=(x-1)(x-2)(x+6)$
3.  $\left(\frac{3x+4}{5}\right)^2 - \frac{12}{5}x = 8\frac{1}{5}$
4.  $2x^3-10x^2+8x=0$
5.  $(x^2-4x)^2-17(x^2-4x)-84=0$
6.  $4x^2(x+2)-x-2=0$
7.  $\sqrt{x}+1=\sqrt{x+5}$
8.  $\sqrt{x+9}=2\sqrt{x}-3$
9.  $3x+\sqrt{6x+10}=35$
10.  $\begin{cases} x+y=9 \\ x^2+y^2-xy=21 \end{cases}$
11.  $\begin{cases} x=2y+1 \\ x^2-2y^2=7 \end{cases}$
12.  $\begin{cases} xy+x=25 \\ 2xy-3y=28 \end{cases}$
13.  $\begin{cases} xy(x-2y)=10 \\ xy=10 \end{cases}$
14.  $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2y^2+2xy-15=0 \end{cases}$
15.  $\begin{cases} 3x-y=6 \\ (x+y)^2-2(x+y)-8=0 \end{cases}$
16. 方程式ヲ解カズニ次ノ各方程式ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。
  - (1)  $x^2+6x+4=0$
  - (2)  $x^2-5x+7=0$
  - (3)  $9x^2-30x+25=0$
  - (4)  $2x^2+x+5=0$

17. 次ノ方程式ガ等根ヲ有スルヤウニ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。

(1)  $x^2+16=kx$       (2)  $4x^2+(1-k)x+25=0$

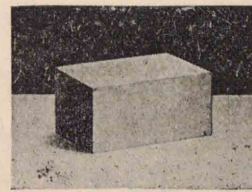
(3)  $2kx^2+(5k+2)x+(4k+1)=0$

18. 甲乙二數ガアル。ソノ和ハ 20 デ、ソノ各ノ二乗ノ和ハ 250 デアル。コノ二數ヲ求メヨ。

19. 矩形ガアル。縦ハ横ノ  $\frac{3}{4}$  デ、縦横ノ和ト對角線トノ差ハ 3cm デアル。縦横ノ長サハ各何程カ。

20. 或直六面體ノ高サハ 8cm

デ、縦ハ横ヨリ 2cm 長イ。全表面積ヲ 158 平方糎トスレバ、縦横ノ長サハ各何程カ。



21. 同ジ利率ノ單利ト半年毎ノ複利トデ、1 萬圓ノ元金ニ對シテ 1 箇年間ノ利息ニ 9 圓ノ差ガ出來ルトイフ。利率ヲ求メヨ。

22. 或人 200 圓ヲ或利率デ借り、1 年後ニ 150 圓ヲ返シ、殘金ヲ同ジ利率デ更ニ 1 箇年借り元利合計 77 圓ヲ拂ツタ。ソノ利率ハ何程カ。

## 第六篇 分數方程式

### 第1章 最大公約數・最小公倍數

#### 122. 約數及ビ倍數

例へバ 2 ヲ 6 ノ約數トイヒ, 6 ヲ 2 ノ倍數トイ  
フヤウニ

整式 A ガ整式 M デ割リ切レルトキニハ  
M ヲ A ノ約數トイヒ, A ヲ M ノ倍數トイフ。

例へバ  $a$  ハ  $3ab$  ノ約數デアツデ,  $3ab$  ハ  $a$  ノ倍  
數デアアル。

#### 123. 最大公約數

二ツ以上ノ整式ニ共通ナル約數ヲソレ  
等ノ整式ノ公約數トイヒ, 公約數ノ中デ次  
數ノ最大ナルモノヲ最大公約數(G.C.M.)ト  
イフ。

例へバ  $3ab$  ト  $ab^2$  トノ公約數ハ  $a, b$  及ビ  $ab$  デア

### 第1章 最大公約數・最小公倍數

ツテ最大公約數ハ  $ab$  デアル。

又  $a^2 - b^2$  ト  $a^4 - b^4$  トノ公約數ハ  $a - b, a + b, a^2 - b^2$   
デ, 最大公約數ハ  $a^2 - b^2$  デアル。

例 1.  $12a^3b^2c$  ト  $8a^2b$  トノ G.C.M. ヲ求メヨ。

解  $12a^3b^2c = 12 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c$

$$8a^2b = 8 \cdot a \cdot a \cdot b$$

故ニ兩式ニ共通ナル文字因數ハ  $a$  ガ 2 箇,  $b$   
ガ 1 箇ダケデアアル。依ツテ求メル G.C.M. ハ  
 $a^2, b$  ト係數ノ G.C.M. 4 トノ積  $4a^2b$  デアル。

答  $4a^2b$

例 2.  $4x(x+y), 2(x+y)^2$  ノ G.C.M. ヲ求メヨ。

解 括弧デ包マレタ部分ヲ一ツノ文字ノヤウ  
ニ見做シテ G.C.M. ヲ求メ  $2(x+y)$  ヲ得ル。

答  $2(x+y)$

例 3.  $x^2 - 4$  ト  $x^2 - 5x + 6$  ト  $x^2 - x - 2$  トノ G.C.M.  
ヲ求メヨ。

解  $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

$$\therefore \text{G.C.M.} = x - 2 \quad (\text{答})$$

二ツ以上ノ單項式ノ最大公約數ヲ求メルニハ、  
スベテノ式ニ共通ナル文字因數ノ積ニ係數ノ絶  
對値ノ最大公約數ヲ掛ケレバヨイ。

多項式ノ場合ニハ先ヅ各式ヲ因數ニ分解シ、各  
ノ因數ヲ一ツノ文字ノヤウニ見做シテ單項式ノ  
場合ノヤウニスレバヨイ。

## 例題 (85)

1. 次ノ各組ノ式ノ G.C.M. ヲ求メヨ。(暗算)

- (1)  $ab, ac, ad$       (2)  $2x, xy, x^2$   
 (3)  $a^2b, ab$       (4)  $2mx, 4nx, -6x$   
 (5)  $6ax, -3ax^2$       (6)  $4a^3bc^2, 7a^2b^2c^3$   
 (7)  $5xy, 10xz, 15ax$       (8)  $a(a+b), b(a+b)$

2. 次ノ各組ノ式ノ G.C.M. ヲ求メヨ。

- (1)  $x^2-y^2, x^2-2xy+y^2$       (2)  $(m-1)^2, m^2-m$   
 (3)  $x^2-3x-4, x^2-8x+16, x^2-4x$   
 (4)  $x^2+3x-54, x^2+x-42, x^2+2x-48$

## 124. 最小公倍數

二ツ以上ノ整式ニ共通ナル倍數ヲソレ

等ノ整式ノ公倍數トイヒ、公倍數ノ中デ次  
數ノ最小ナルモノヲ最小公倍數(L.C.M.)ト  
イフ。

例ヘバ  $xy, x^2y, xy^2$  等ハイツレモ  $x$  ト  $y$  トノ公  
倍數デアツテ、 $xy$  ハ最小公倍數デアル。

例 1.  $2a^2b, 3ab^3$  ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 2a^2b &= 2 \cdot a \cdot a \cdot b \\ 3ab^3 &= 3 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \end{aligned}$$

依ツテコノ二式ノ公倍數ハ少クトモ 2 箇ノ  
 $a$ , 3 箇ノ  $b$  ヲ因數ニ持ツコトヲ要シ、コノ二  
ツノ條件ヲ満足スル式ノ中デ次數ノ最小ナ  
ルモノハ  $a^2b^3$  デアル。コレニ係數ノ L.C.M.  
6 ヲ附ケタ  $6a^2b^3$  ガ求メルモノデアル。

答  $6a^2b^3$

例 2.  $a^2-1, a^2-a-2$  ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad a^2-1 &= (a+1)(a-1) \\ a^2-a-2 &= (a+1)(a-2) \end{aligned}$$

括弧デ包マレタ部分ヲ一ツノ文字ノヤウニ  
取扱ツテ L.C.M. ヲ求メ  $(a+1)(a-1)(a-2)$  ヲ得ル。

答  $(a+1)(a-1)(a-2)$

二ツ以上ノ單項式ノ最小公倍數ヲ求メルニハ  
コレ等ノ式中ニアル各種類ノ文字因數ノ最高累  
ノ積ニ係數ノ絶對値ノ最小公倍數ヲ掛ケレバヨ  
イ。

多項式ノ場合ニハ先ヅ各式ヲ因數ニ分解シ各  
ノ因數ヨーツノ文字ノヤウニ見做シテ單項式ノ  
場合ノヤウニスレバヨイ。

## 例題 (86)

1. 次ノ各組ノ式ノ L.C.M. ヲ求メヨ。(暗算)

- (1)  $ab, bc, ca$       (2)  $x^2, xy$   
 (3)  $a^2b^2, ab^3$       (4)  $4ab^2c^2, 8abc^3$   
 (5)  $ab, bc, cd$       (6)  $2ab, -3a^2b, 6ab^2$   
 (7)  $a(b+c), a^2$       (8)  $(a+b)^2, (a+b)$   
 (9)  $x(x-2), x^2(x-2)$       (10)  $m-n, n-m$

2. 次ノ各組ノ式ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

- (1)  $x^2+2x, x^2-4$       (2)  $x-1, x+1, x^2-1$   
 (3)  $x^2-2x+1, x^2+x-2, x^2-1$   
 (4)  $x^2+3x+2, x^2+5x+4, x^2-6x-7$   
 (5)  $(x-y)(x-z), (y-z)(y-x), (z-x)(z-y)$

## 第2章 分數式

## 125. 分數式

整式 A ヲ零ニ等シクナイ他ノ整式 B デ  
割ツタ商ヲ通例  $\frac{A}{B}$  ノ形ニ書キ表ハシ之  
ヲ分數式トイフ。ソシテ A ヲソノ分子, B  
ヲソノ分母トイフ。

分子ト分母トヲ總稱シテ分數式ノ項トイフ。

## 126. 分數式ノ基本性質

分數式  $\frac{A}{B}$  ノ値ヲ  $q$  トシ零デナイ任意ノ數ヲ  $m$   
トスレバ  $\frac{A}{B}$  ハ A ヲ B デ割ツタ商デアルカラ

$$A = Bq$$

$$\therefore mA = mBq$$

從ツテコノ兩邊ヲ零デナイ  $mB$  デ割ルト

$$\frac{mA}{mB} = q$$

$$\therefore \frac{mA}{mB} = \frac{A}{B}$$

即チ 分數式ノ兩項ニ零デナイ同一ノ數ヲ掛ケ

テモ兩項ヲ零デナイ同一ノ數ヲ割ツテモツノ値ハ變ラナイ。

特ニ  $m = -1$  トスレバ  $\frac{-A}{-B} = \frac{A}{B}$

故ニ 分數式ノ兩項ノ符號ヲ變ヘテモツノ値ハ變ラナイ。

然シ  $\frac{A}{-B} = \frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}$

例 1.  $\frac{-3c}{-5ab} = \frac{3c}{5ab}$

例 2.  $\frac{b-2a}{b-a} = \frac{-(2a-b)}{-(a-b)} = \frac{2a-b}{a-b}$

### 127. 約分

分數式ノ兩項ヲツノ公約數ヲ割ツテ分數式ノ値ヲ變ヘズニ兩項ヲ簡單ニスルコトヲ約分スル又ハ約ストイフ。

分子ト分母トガ公約數ヲモタナイ分數式ヲ既約分數式トイフ。既約分數式ニナルマデ約スコトヲ通常單ニ約分スルトイフ。

分數式ヲ約分スルニハツノ兩項ノ最大公約數ヲ兩項ヲ割レバヨイ。

例 1.  $\frac{18a^2bx}{30abx^2}$  ヲ約分セヨ。

解 兩項ノ G.C.M.  $6abx$  デ兩項ヲ割ツテ

$$\frac{18a^2bx}{30abx^2} = \frac{18a^2bx \div 6abx}{30abx^2 \div 6abx} = \frac{3a}{5x} \quad (\text{答})$$

別解 兩項ヲツノ公約數 2, 3, a, b, x デ順々ニ約シテ

$$\frac{18a^2bx}{30abx^2} = \frac{3}{15} \frac{9a}{5} \frac{2ax}{bx} = \frac{3a}{5x} \quad \text{答}$$

例 2.  $\frac{x^2+4x-5}{x^2-7x+6}$  ヲ約分セヨ。

解  $\frac{x^2+4x-5}{x^2-7x+6} = \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)(x-6)} = \frac{x+5}{x-6} \quad (\text{答})$

#### 例題 (87)

次ノ分數式ヲ約分セヨ。

- |                           |                                 |                                    |
|---------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| 1. $\frac{4a^2b}{6ab^2}$  | 2. $\frac{15x^2y}{5x^2y^2}$     | 3. $\frac{x(x+y)}{y(x+y)}$         |
| 4. $\frac{a^2}{a^2-ab}$   | 5. $\frac{a-1}{1-a^2}$          | 6. $\frac{(y-x)(z-x)}{(x-y)(x-z)}$ |
| 7. $\frac{x-2}{x^2-5x+6}$ | 8. $\frac{a^2+8a+16}{12-a-a^2}$ |                                    |

## 128. 通分

分母ノ相異ルニツ以上ノ分數式ヲツノ値ヲ變へズニ共通ノ分母ヲ持ツ分數式ニ直スコトヲ通分スルトイフ。ソシテ通分シタ場合ノ分母ヲ公分母トイフ。

公分母ニハ各分母ノ最小公倍数ヲ選ブノガ普通デアル。コレヲ最小公分母トイフ。

例 1.  $\frac{5}{x^2y}, \frac{1}{2xy}$  ヲ通分セヨ。

解 分母ノ L.C.M.  $2x^2y$  ヲ公分母トスルヤウニ通分スレバ

$$\frac{5}{x^2y} = \frac{5 \times 2}{2x^2y} = \frac{10}{2x^2y}$$

$$\frac{1}{2xy} = \frac{1 \times x}{2x^2y} = \frac{x}{2x^2y}$$

答  $\frac{10}{2x^2y}, \frac{x}{2x^2y}$

例 2.  $\frac{1}{x^2-1}, \frac{1}{x^2-3x+2}$  ヲ通分セヨ。

解  $x^2-1=(x+1)(x-1)$

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

故ニコノ L.C.M. ハ  $(x+1)(x-1)(x-2)$  デアル。

依ツテ

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x^2-1} &= \frac{1}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-2}{(x+1)(x-1)(x-2)} \\ \frac{1}{x^2-3x+2} &= \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+1}{(x+1)(x-1)(x-2)} \end{aligned} \right\} \text{(答)}$$

## 例題 (88)

次ノ各組ノ分數式ヲ通分セヨ。

1.  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$

2.  $\frac{2}{x}, \frac{1}{3x}$

3.  $\frac{1}{x^2}, \frac{-1}{xy}, \frac{1}{y^2}$

4.  $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{-2c}{z}$

5.  $\frac{2}{5a^2b}, \frac{1}{10ab^3}, \frac{3}{2a^3}$

6.  $\frac{1}{x+5}, \frac{2}{x-5}$

7.  $\frac{1}{x^2-xy}, \frac{2}{x-y}$

8.  $\frac{3m}{m^2-9}, \frac{m}{3-m}$

9.  $\frac{x}{a^2-ab}, \frac{2y}{a^3-ab^2}, \frac{1}{3a+3b}$

10.  $\frac{1}{x^2+7x+10}, \frac{1}{x^2+x-2}, \frac{1}{x^2+4x-5}$

11.  $\frac{yz}{(x-y)(x-z)}, \frac{zx}{(y-z)(y-x)}, \frac{xy}{(z-x)(z-y)}$



## 129. 分數式ノ加法・減法

例へバ分數式  $\frac{A}{D}, \frac{B}{D}, \frac{C}{D}$  ノ値ヲ夫々  $p, q, r$  トス  
レバ分數式ノ意義カラ

$$A=Dp, \quad B=Dq, \quad C=Dr$$

$$\therefore A+B-C=(p+q-r)D$$

故ニコノ兩邊ヲ  $D$  [ $D \neq 0$ ] デ割ルト

$$\frac{A+B-C}{D}=p+q-r$$

$$\therefore \frac{A}{D} + \frac{B}{D} - \frac{C}{D} = \frac{A+B-C}{D}$$

即チ 同分母ノ分數式ヲ加減スルニハツノ分  
子ヲ加減シ之ニ共通ノ分母ヲ附ケレバヨイ。

$$\text{例 1. } \frac{x}{x+2} + \frac{x+4}{x+2} = \frac{x+x+4}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2$$

異分母ノ分數ヲ加減スルニハ先ヅ之ヲ通分シ  
テ後、上ノヤウニスレバヨイ。

$$\text{例 2. } \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+2}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \frac{2x-2-x-2}{(x+2)(x-1)} = \frac{x-4}{(x+2)(x-1)}$$

$$\text{例 3. } \frac{1}{a^2-ab} + \frac{1}{b^2-ab} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$\text{解 } \frac{1}{a^2-ab} + \frac{1}{b^2-ab} = \frac{1}{a(a-b)} + \frac{1}{b(b-a)}$$

$$= \frac{b}{ab(a-b)} + \frac{-a}{ab(a-b)} = \frac{b-a}{ab(a-b)}$$

$$= \frac{-(a-b)}{ab(a-b)} = -\frac{1}{ab} \quad \text{答 } \underline{-\frac{1}{ab}}$$

例題 (89)

次ノ式ヲ計算セヨ。

$$1. \frac{5}{a} + \frac{3}{a}$$

$$2. x - \frac{x}{x+1}$$

$$3. \frac{2}{y} + \frac{1}{-y}$$

$$4. \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} - \frac{1}{ca}$$

$$5. \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}$$

$$6. \frac{x}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}$$

$$7. m+1 - \frac{m}{m-1}$$

$$8. \frac{1}{a^2+ab} + \frac{1}{ab+b^2}$$

$$9. \frac{3x}{x^2-3x+2} + \frac{4}{1-x} + \frac{1}{x-2}$$

$$10. \frac{x+3}{x^2-3x+2} + \frac{x+2}{x^2-4x+3} - \frac{2(x+1)}{x^2-5x+6}$$

$$11. \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

## 130. 分數式ノ乗法・除法

分數式ノ積ヲ求メルニハ、分子ノ積ヲ分子トシ、  
分母ノ積ヲ分母トスル分數式ヲ作レバヨイ。

$$\text{即チ} \quad \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

何故ナレバ、今分數式  $\frac{A}{B}$ ,  $\frac{C}{D}$  ノ値ヲ夫々  $p$ ,  $q$  ト  
スレバ、分數式ノ意義カラ

$$A=Ep, \quad C=Dq$$

$$\therefore AC=BDpq$$

コノ兩邊ヲ零デナイ  $BD$  デ割ルト

$$\frac{AC}{BD} = pq$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$$

トナルカラデアアル。

$$\text{例 1.} \quad \frac{10x^2y}{21a^2c} \times \frac{9a^2b}{5ry^2} = \frac{10x^2y \cdot 9a^2b}{21a^2c \cdot 5xy^2} = \frac{6bx}{7cy}$$

$$\text{例 2.} \quad \frac{x^2+2x}{x^2-9} \times \frac{x^2-3x}{x^2-4} = \frac{x(x+2)}{(x+3)(x-3)} \times \frac{x(x-3)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2}{(x+3)(x-2)}$$

或式ヲ分數式デ割ルニハソノ分子ト分母トヲ  
交換シタ分數式ヲ掛ケレバヨイ。

$$\text{即チ} \quad \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

何故ナレバ  $\frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \text{除式ノ} \frac{C}{D}$  ヲ掛ケルト、被除  
式ノ  $\frac{A}{B}$  トナルカラデアアル。

$$\text{例 3.} \quad \frac{16a^2}{3xy} \div \frac{-20a}{9y} = \frac{16a^2}{3xy} \times \frac{9y}{-20a} = -\frac{12a}{5x}$$

$$\text{例 4.} \quad \frac{x^2-1}{x^2+x-12} \times \frac{x^2+4x}{xy-y} \div \frac{x^2+x}{xy-3y} \quad \text{ヲ計算セヨ。}$$

$$\text{解} \quad \frac{x^2-1}{x^2+x-12} \times \frac{x^2+4x}{xy-y} \div \frac{x^2+x}{xy-3y}$$

$$= \frac{(x+1)(x-1)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{x(x+4)}{y(x-1)} \times \frac{y(x-3)}{x(x+1)} = 1$$

答 1

**注意** 數ノ場合ト同様ニ二式ノ積ガ1ニ等シイトキ  
ハソノ各ヲ他ノ逆數トイフ。分數式ノ逆數ハソノ  
分子ト分母トヲ交換シタ分數式デアアル。

上ノ注意カラ除法ノ規則ハ次ノヤウニモ述べ  
ラレル。

分數式デ割ルニハソノ逆數ヲ掛ケレバヨイ。

## 例題 (90)

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $\frac{4b}{a} \times \frac{a}{2b}$

2.  $\frac{x}{y} \times \frac{y}{z} \times \frac{z}{x}$

3.  $\frac{3a}{-4b} \times \frac{-12b^2}{9a^2}$

4.  $\frac{x^2}{y} \div \frac{x}{3y}$

5.  $\frac{15m^2}{7n} \div 5mn$

6.  $\frac{4a}{3b} \div \frac{16a^2}{27c} \div \frac{9b}{2c}$

7.  $(x + \frac{a}{b})(x - \frac{a}{b})$

8.  $(x + \frac{a}{b})(x - \frac{c}{d})$

9.  $\frac{a+c}{b} \times \frac{5b^2}{a^2+b^2}$

10.  $\frac{1}{(p+q)^2} \div \frac{1}{p^2-q^2}$

11.  $\frac{x^2-y^2}{m^2+n^2} \times \frac{m+n}{y-x}$

12.  $\frac{1}{2x-1} \times (2-x)(1-2x)$

13.  $\frac{x^2+4x+3}{x^2-2x-15} \times \frac{x^2-6x+5}{x^2-9}$

14.  $\frac{x^2-(y+z)^2}{(x+y)^2-z^2} \div \frac{z^2-(x-y)^2}{(y-z)^2-x^2}$

## 131. 繁分數式

一ツノ整式ヲ他ノ整式ヲ割ツタ商ヲ分數式デ  
書キ表ハスノト同様ニ,除式,被除式ノ双方又ハ一

方ガ分數式デアルトキニモ,ソノ商ヲ分數式ノ形  
ニ書キ表ハスコトガアル。之ヲ繁分數式トイフ。

例 1. 繁分數式  $\frac{1 - \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}}{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}$  ヲ簡單ニセヨ。

解 分子 =  $\frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{(a+b)^2} = \frac{2ab}{(a+b)^2}$

分母 =  $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{4ab}{(a-b)(a+b)}$

∴ 原式 =  $\frac{2ab}{(a+b)^2} \times \frac{(a-b)(a+b)}{4ab} = \frac{a-b}{2(a+b)}$

答  $\frac{a-b}{2(a+b)}$

例 2.  $\frac{x-3 - \frac{30}{x-2}}{x-1 - \frac{20}{x-2}}$  ヲ簡單ニセヨ。

解 例 1 ノヤウニ計算スルコトモ出來ルガ,兩  
項ニソノ分母ノ L.C.M. ナル  $x-2$  ヲ掛ケテ分  
母ヲ拂フ方ガ便利デアル。

$$\frac{x-3 - \frac{30}{x-2}}{x-1 - \frac{20}{x-2}} = \frac{(x-3)(x-2) - 30}{(x-1)(x-2) - 20}$$

$$= \frac{x^2 - 5x - 24}{x^2 - 3x - 18} = \frac{(x-8)(x+3)}{(x-6)(x+3)} = \frac{x-8}{x-6}$$

$$\text{答 } \frac{x-8}{x-6}$$

## 例題 (91)

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$

2.  $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}$

3.  $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$

4.  $\frac{\frac{a^2}{x^2} + \frac{x^2}{a^2} - 2}{\frac{a^2}{x^2} - \frac{x^2}{a^2}}$

5.  $\frac{\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}}{\frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1}}$

6.  $\frac{\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3}}{1 + \frac{1}{(x-2)(x-3)}}$

7.  $\frac{x + \frac{2}{x-3}}{x+5 + \frac{12}{x-3}}$

8.  $\frac{1}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$

## 雜題 [12]

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(1—15)

1.  $\frac{4}{x^2+x-12} - \frac{3}{x^2-16}$       2.  $\frac{3-x}{4+3x-x^2} - \frac{1-x}{2+x-x^2}$

3.  $\frac{1}{x^2-x-2} + \frac{2}{1-x^2} + \frac{1}{x^2+x-2}$

4.  $\frac{a-1}{a+1} - \frac{1+a}{1-a} - \frac{a^2+1}{a^2-1}$

5.  $\frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y} + \frac{2}{1+y^2} - \frac{4}{1+y^4}$

6.  $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

7.  $\frac{b+c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$

8.  $\frac{1-a^2}{1+x} \div \frac{x^3-1}{a^2} \times \frac{1-x^2}{a+a^2}$

9.  $\frac{x^2-y^2}{x^2-3xy+2y^2} \times \frac{xy-2y^2}{x^2+xy} \div \frac{(x-y)^2}{x^2-xy}$

10.  $2\left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}\right) - \frac{2}{x^2-5x+6}$

11.  $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \times \left(a - \frac{ab}{a+b}\right) \div \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

12.  $\left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right)$

13.  $(m - \frac{1}{2n})(m + \frac{1}{2n})(m^2 + \frac{1}{4n^2})$

14.  $x - \frac{y}{1 + \frac{1}{1 + \frac{y}{x}}}$       15.  $\frac{x+1}{x+1 + \frac{x-1}{x-1 + \frac{1}{x+1}}}$

16.  $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$  ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}$$

17.  $2x=3y$  ナルトキ  $\frac{2x^2-6xy}{x^2+4y^2}$  ノ値ヲ求メヨ。

18.  $x = \frac{a}{b}, y = \frac{b}{a}$  トシテ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}$$

19.  $2s=a+b+c$  ナルトキ次ノ式ノ値ヲ  $a, b, c =$  テ表ハセ。

$$\frac{s+b+c}{s-b-c} + \frac{a+s}{a-s}$$

20.  $X = \frac{ax+b}{cx+d}, Y = \frac{ay+b}{cy+d}, Z = \frac{az+b}{cz+d}, T = \frac{at+b}{ct+d}$  ナ

ルトキハ次ノ等式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

$$\frac{X-Z}{Y-Z} \times \frac{Y-T}{X-T} = \frac{x-z}{y-z} \times \frac{y-t}{x-t}$$

第3章 分數方程式

132. 分數方程式

例へバ

「 $\frac{7}{13}$  ノ分子ト分母トカラ如何ナル同一ノ數

ヲ引クト  $\frac{1}{4}$  ニ等シクナルカ」

トイフ問題ヲ解クタメニ、求メル數ヲ  $x$  トスレバ  
題意カラ次ノ方程式ガ得ラレル。

$$\frac{7-x}{13-x} = \frac{1}{4} \tag{1}$$

カヤウニ 未知數ヲ表ハス文字ニ關スル  
分數式ヲ含ム方程式ヲ分數方程式トイフ。  
方程式(1)ハ一元ノ分數方程式デアルガ、例へバ

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{y} = 5 \\ \frac{5}{x+3} = \frac{1}{y-1} \end{cases}$$

ハ二元ノ聯立分數方程式デアル。

分數方程式ニ對シテ、未知數ニ關シ整式ノ項シ  
カ含マナイ方程式ヲ整方程式トイフ。

## 133. 一元分數方程式

例 1.  $\frac{7-x}{13-x} = \frac{1}{4}$  ヲ解ケ。

解 分母ノ L.C.M.  $4(13-x)$  ヲ兩邊ニ掛ケルト

$$4(7-x) = 13-x$$

$$\therefore 28-4x = 13-x$$

$$-3x = -15$$

$$\therefore x = 5$$

$x=5$  ヲ原方程式ニ代入シテ驗スニ

$$\text{左邊} = \frac{7-5}{13-5} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

依ツテ之ハ求メル根デアル。

答  $x=5$

例 2.  $\frac{x^2-3x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} + 2 = 0$  ヲ解ケ。

解 兩邊ニ分母ノ L.C.M.  $x^2-1$  ヲ掛ケルト

$$x^2-3x+x+1+2x^2-2=0$$

$$\therefore 3x^2-2x-1=0$$

$$(x-1)(3x+1)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 或ハ } x=-\frac{1}{3}$$

然ルニ  $x=1$  トスレバ原方程式ノ分母ガ 0 トナツテ無意義ノモノニナルカラ 1 ハ原方程式ノ根トスルコトハ出来ナイガ  $x=-\frac{1}{3}$  ハ原方程式ノ分母ヲ 0 ニシナイ。ソシテ之ヲ代入シテ驗スルト原方程式ヲ満足スル。故ニ根ハ  $-\frac{1}{3}$  ダケデアル。

$$\text{答 } x = -\frac{1}{3}$$

分數方程式ヲ解クニハ分母ノ最小公倍數ヲ兩邊ニ掛ケテ得ラレル整方程式ヲ解ケバヨイ。ソシテコノ整方程式ノ根ガ原方程式ノ分母ヲ零ニシナケレバ之ガ求メル根デアリ、又若シ原方程式ノ分母ヲ零ニスレバ之ハ求メル根デナイカラ棄テナケレバナラス。

例 3.  $\frac{x-3}{x-5} + \frac{x-5}{x-7} = \frac{x-7}{x-9} + \frac{x-1}{x-3}$  ヲ解ケ。

解 コノママデ分母ヲ拂フト計算ガ非常ニ複雑ニナルカラ、先ヅ各分數ノ分子ヲ分母デ割ツテ次ノヤウニ書キ直スノガヨイ。

$$\left(1 + \frac{2}{x-5}\right) + \left(1 + \frac{2}{x-7}\right) = \left(1 + \frac{2}{x-9}\right) + \left(1 + \frac{2}{x-3}\right)$$

$$\therefore \frac{2}{x-5} + \frac{2}{x-7} = \frac{2}{x-9} + \frac{2}{x-3}$$

兩邊ヲ2デ割レバ

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-9} + \frac{1}{x-3}$$

ココデ分母ヲ拂ヘバ前ヨリハ簡單デアルガ  
尙計算ガ複雑デアルカラ、移項シテ

$$\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-7}$$

兩邊ヲ別々ニマトメ

$$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{2}{(x-9)(x-7)}$$

兩邊ヲ2デ割リ、分母ヲ拂ヘバ

$$(x-9)(x-7) = (x-5)(x-3)$$

$$x^2 - 16x + 63 = x^2 - 8x + 15$$

$$\therefore -8x = -48$$

$$x = 6$$

コノ値ハ原方程式ノ分母ヲ0ニシナイカラ  
之ガ求メル根デアル。

答  $x=6$

**注意** 分數方程式ヲ解ク場合ノ驗ハ解ノ一部分デア  
ルカラ特ニ忘レナイヤウニセヨ。

例題 (92)

次ノ方程式ヲ解ケ。

$$1. \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2x-1}$$

$$2. \frac{2}{x-7} = \frac{5}{x-4}$$

$$3. \frac{1}{x(x+1)} - \frac{2}{x(x+2)} = 0$$

$$4. \frac{x}{x+2} + \frac{4}{x+6} = 1$$

$$5. 2x-5 = \frac{12}{x}$$

$$6. \frac{x+2}{x-1} - \frac{4-x}{2x} = \frac{7}{3}$$

$$7. \left(\frac{10}{x} - 3\right)(x+1) = 6$$

$$8. \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

$$9. \frac{2}{4x^2-1} - \frac{3}{1-2x} = \frac{11}{1+2x}$$

$$10. \frac{1}{x+2} + \frac{1}{2x(x-2)} = \frac{1}{(x+2)(x-2)}$$

$$11. \frac{1}{x^2-4x+3} - 6 = \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-3}$$

$$12. \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-8} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-6}$$

$$13. \frac{x+8}{x+9} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+9}{x+10} + \frac{x+3}{x+4}$$

$$14. \frac{5v-1}{x} + \frac{3x-5}{x-1} = \frac{8x-19}{x-2}$$

### 134. 聯立分數方程式

聯立分數方程式ヲ解クニハ各方程式ノ分母ヲ拂ツテ得ラレル整方程式ヲ聯立サセテ解キ、ソノ根ノ中デ原方程式ノ各分母ヲ零ニシナイモノヲ求メレバヨイ。

例 1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{y} = 5 & \dots\dots\dots(1) \\ \frac{5}{x+3} = \frac{1}{y-1} & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

解 (1)ノ兩邊 =  $y$  ヲ掛ケテ分母ヲ拂フト

$$\begin{aligned} 2x+1 &= 5y \\ \therefore 2x-5y &= -1 & (3) \end{aligned}$$

(2)ノ兩邊 =  $(x+3)(y-1)$  ヲ掛ケテ分母ヲ拂フト

$$\begin{aligned} 5(y-1) &= x+3 \\ \therefore -x+5y &= 8 & (4) \end{aligned}$$

$$(3)+(4) \quad x=7$$

$$\text{從ツテ} \quad y=3$$

コノ  $x, y$  ノ値ハ原方程式ノ分母ヲ零トシナイカラ、之ハ求メル根デアル。

答  $x=7, y=3$

例 (1) 左邊 =  $\frac{2 \times 7 + 1}{3} = \frac{15}{3} = 5$ , 右邊 = 5

(2) 左邊 =  $\frac{5}{7+3} = \frac{1}{2}$ , 右邊 =  $\frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$

例 2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x+y=8 & (1) \\ x+\frac{2}{y-1}=5 & (2) \end{cases}$$

解 (2)ノ兩邊 =  $y-1$  ヲ掛ケテ分母ヲ拂フト

$$\begin{aligned} x(y-1)+2 &= 5(y-1) \\ \therefore xy-x-5y &= -7 & (2') \end{aligned}$$

$$(1) \text{カラ} \quad y=8-2x \quad (1')$$

コノ  $y$  ヲ (2)'ニ代入スレバ

$$x(8-2x)-x-5(8-2x)=-7$$

$$\therefore 2x^2-17x+33=0$$

之ヲ解キ  $x=3$  或ハ  $x=\frac{11}{2}$

故ニ (1)'カラ  $y=2$  或ハ  $y=-3$

コノ  $x, y$  ノ各組ノ値ハ原方程式ノ分母ヲ 0 トシナイカラ求メル根デアル。

答  $x=3, y=2; x=\frac{11}{2}, y=-3$

各自ニセヨ。



例 3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{14}{y} = 4 & \dots\dots\dots(1) \\ \frac{9}{x} - \frac{7}{y} = 5 & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

分母ヲ拂フト(1)モ(2)モ共ニ二次方程式トナルカラ解法ハ複雑デアル。ソコデ  $\frac{1}{x} = X$ ,  $\frac{1}{y} = Y$  トオクト(1)ト(2)トハ夫々

$$3X + 14Y = 4 \quad (1')$$

$$9X - 7Y = 5 \quad (2')$$

トナリ之ヲ解ケバ

$$X = \frac{2}{3}, \quad Y = \frac{1}{7}$$

$$\therefore \underline{x = \frac{3}{2}, \quad y = 7} \quad (\text{答})$$

例題 (93)

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ \frac{5}{x} = \frac{3}{y} \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ \frac{x+2}{y-1} = 6 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{x+1}{y+4} = \frac{1}{2} \\ \frac{2x+y}{2x-y} = 9 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{y+3}{x-2} = \frac{y+5}{x-1} \\ \frac{x-4}{x+4} = \frac{y-4}{y+6} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ x^2 - xy = 10y + 4 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{x+10}{y+1} = \frac{3x+y}{3x-y} \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 9 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 4 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \frac{5}{x+4} + \frac{6}{y-3} = 8 \\ \frac{9}{x+4} - \frac{4}{y-3} = 7 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{13}{36} \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x + \frac{2}{y} = \frac{5}{2} \\ y + \frac{3}{x} = 4 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 10 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 8 \end{cases}$$

135. 應用問題

例 1. 或人ガ筆記帳若干冊ヲ買ツテ 1圓20錢ヲ支拂ツタ。若シ一冊ノ價ガ3錢ダケ安イモノ

ヲ買ヘバ同ジ金額デ2冊多ク買フコトガ出來ルトイフ。筆記帳ノ冊數及ビ一冊ノ價ヲ求メヨ。

解 買ツタ筆記帳一冊ノ價ヲ  $x$  錢トスレバ、一冊ニツキ3錢安イ方ノ價ハ  $(x-3)$  錢トナル。從ツテ120錢ニテ買フコトノ出來ル冊數ハ夫々  $\frac{120}{x}$ ,  $\frac{120}{x-3}$  デアル。故ニ題意ニヨリ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\frac{120}{x-3} - \frac{120}{x} = 2$$

之ヲ解クト

$$x = 15 \text{ 或ハ } -12$$

然ルニ物價ハ正ノ數デアルベキデアルカラ  $-12$  ハ適シナイ。

$$\therefore x = 15$$

$$\text{從ツテ } \frac{120}{x} = \frac{120}{15} = 8$$

即チ筆記帳一冊ノ價ハ15錢デ、ソノ冊數ハ8

冊デアル。

答 8冊, 15錢

$$\text{【檢】 } 120 \text{ 錢} \div 8 = 15 \text{ 錢} \quad 15 \text{ 錢} - 3 \text{ 錢} = 12 \text{ 錢}$$

$$120 \text{ 錢} \div 12 \text{ 錢} = 10 \quad 10 \text{ 冊} - 8 \text{ 冊} = 2 \text{ 冊}$$

例 2. 汽艇ニ乗ツテ18km隔タツタ河沿ヒノ兩都市間ヲ往復スルノニ上リニハ4.5時間、下リニハ3時間カカルトイフ。コノ汽艇ノ靜水デノ速サ及ビコノ河ノ流レノ速サハ何程カ。

解 靜水ニ於ケル汽艇ノ速サヲ毎時  $x$  km, 河流ノ速サヲ毎時  $y$  km トスレバ、汽艇ガコノ河ヲ上下スル速サハ毎時夫々  $(x-y)$  km,  $(x+y)$  km デアル。故ニ題意カラ次ノ一組ノ方程式ガ得ラレル。

$$\begin{cases} \frac{18}{x-y} = 4.5 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{18}{x+y} = 3 & (2) \end{cases}$$

(1)ノ分母ヲ拂ツテ簡單ニスルト

$$x-y=4 \quad (3)$$

(2)ノ分母ヲ拂ツテ簡單ニスルト

$$x+y=6 \quad (4)$$

(3), (4)ヲ解イテ

$$x=5, \quad y=1$$

答  $\begin{cases} \text{汽艇ノ速サ} & \text{毎時 } 5 \text{ km} \\ \text{流レノ速サ} & \text{毎時 } 1 \text{ km} \end{cases}$

$$\text{【檢】 } 18 \text{ km} \div (5 \text{ km} - 1 \text{ km}) = 4.5 \quad 18 \text{ km} \div (5 \text{ km} + 1 \text{ km}) = 3$$

## 例題 (94)

1.  $\frac{21}{51}$  の兩項ニ同ジ數ヲ加ヘテソノ値ヲ  $\frac{3}{5}$  ニ等シクスルニハ如何ナル數ヲ加ヘレバヨイカ。
2. 分數ガアル。分子ニ4ヲ加ヘレバソノ値ハ  $\frac{2}{3}$  トナリ、又分母カラ5ヲ引ケバソノ値ハ  $\frac{5}{8}$  トナルトイフ。コノ分數ヲ求メヨ。
3. 林檎1箇ノ價ハ梨1箇ノ價ノ1.6倍デ、2圓40錢デ買ハレル梨ノ箇數ハ林檎ノ箇數ヨリ18箇多イ。各1箇ノ價ヲ求メヨ。
4. 鶏卵ノ價ガ1箇ニツキ前ヨリモ1錢安クナツタタメニ2圓ニツキ10箇多クナツタ。現在ノ1箇ノ價ハ何程カ。
5. 或水槽ニ水ヲ入レルノニ甲、乙二管ヲ同時ニ用ヒルト4時間デ滿タサレ、又甲管ダケヲ用ヒルト乙管ダケヨリモ6時間早ク滿タサレルトイフ。各一管ダケヲ用ヒルト何時間デ滿タサレルカ。
6. 甲、乙、丙ノ三人デ、或仕事ヲナスニ、甲ト乙トガ協カスレバ12日デ、乙ト丙トガ協カスレバ20日

- デ、丙ト甲トガ協カスレバ15日デ仕上ゲルトイフ。各一人デナセバ幾日デ仕上ルカ。
7. 甲乙二人ガ協カシテ或工事ヲナシタガ甲ガ病氣ノタメ中途デ5日間休業シタカラ15日ヲ要シタ。若シ甲ガ休マナカッタナラ12日デ成就スル筈デアツタトイフ。一人デコノ工事ヲナセバ各幾日デ成就スルカ。
  8. 靜水デハ1時間3kmノ割ニ漕グコトノ出來ル水夫ガ距離8kmノ流レヲ上下スルノニ6時間カカツタ。流レノ速サハ毎時幾軒デアルカ。
  9. 或河流ニ沿ウテ24km隔ツタA、B兩市ガアル。A市カラB市ニ下ルニ汽船ハ45分間、端艇ハ1.5時間ヲ要シ、又B市カラA市ニ上ルニ端艇ノ要スル時間ハ汽船ノ要スル時間ノ3倍デアルトイフ。汽船及ビ端艇ガ靜水ヲ行ク速サハ毎時幾軒デアルカ。
  10. 同時ニ或鐵道ノA、B兩驛ヲ發シタ甲乙二列車ガ、出發後6時間ヲ經テ行き違ヒ、甲ハ乙ヨリモ5時間早クB驛ニ着イタ。二列車ガ各全距離ヲ行クニ要シタ時間ヲ求メヨ。

11. 一ツノ列車ハ甲地ヨリ,他ノ列車ハ乙地ヨリ  
同時ニ相向ツテ發車シ,途中デ兩列車ノ出會ッ  
タトキソノ走ツタ距離ノ差ガ 126 km デアツタ。  
ソレカラ一ツハ 4 時間ヲ經テ乙地ニ着キ,他方  
ハ 9 時間ヲ經テ甲地ニ着イタトイフ。甲乙兩  
地間ノ距離及ビ各列車ノ速ヲ求メヨ。

### 136. 文字方程式

既知數ニ文字ヲ含ム方程式ヲ文字方  
程式トイフ。

例 1.  $ax+bc=bx+ac$  ヲ解ケ。

解 未知數  $x$  ヲ含ム項ヲ左邊ニ,他ノ項ヲ右  
邊ニ集メルト

$$ax-bx=ac-bc$$

$$\therefore (a-b)x=c(a-b)$$

$a-b \neq 0$  ト假定シテ  $a-b$  デコノ兩邊ヲ割ルト

$$\underline{x=c} \text{ (答)}$$

解  $x=c$  トスルト

$$\text{左邊} = ac+bc, \quad \text{右邊} = bc+ac$$

例 2.  $(a^2-b^2)(x^2-1)=4abx$  ヲ解ケ。

解 括弧ヲハヅシテ整頓スルト

$$(a^2-b^2)x^2-4abx-(a^2-b^2)=0$$

$a^2-b^2 \neq 0$  ト假定シテ二次方程式ノ根ノ公式  
ヲ用ヒテ之ヲ解クト

$$x = \frac{2ab \pm \sqrt{4a^2b^2 + (a^2-b^2)^2}}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{2ab \pm \sqrt{(a^2+b^2)^2}}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{2ab \pm (a^2+b^2)}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} \text{ 或ハ } \frac{-(a-b)^2}{a^2-b^2}$$

$$\therefore \underline{x = \frac{a+b}{a-b}} \text{ 或ハ } \underline{-\frac{a-b}{a+b}} \text{ (答)}$$

驗 各自ニセヨ。

例 3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} mx+y=a \dots\dots\dots (1) \\ x-ny=b \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

解 (1)  $\times n$   $mnx+ny=na$  (3)

(3)  $+(2)$   $(mn+1)x=na+b$

$mn+1 \neq 0$  と假定スレバ

$$x = \frac{na+b}{mn+1}$$

之ヲ(1)ニ代入スレバ

$$\frac{m(na+b)}{mn+1} + y = a$$

$$\therefore y = a - \frac{m(na+b)}{mn+1} = \frac{a-mb}{mn+1}$$

$$\text{答 } x = \frac{na+b}{mn+1}, y = \frac{a-mb}{mn+1}$$

驗 各自ニセヨ。

例題 (95)

次ノ方程式ヲ解ケ。(1-10)

- |   |   |
|---|---|
| 1. $p+2x=2p-x$                                  | 2. $a-bx=c$   |
| 3. $ax+b^2=bx+a^2$                              | 4. $ab(x+1)=a^2+bx$                                 |
| 5. $x^2+3a^2=4ax$                               | 6. $x^2-a^2=bx+ab$                                  |
| 7. $\begin{cases} x+y=2a \\ x-y=2b \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} ax+by=2ab \\ x+y=a+b \end{cases}$ |
| 9. $a - \frac{b}{x} = c$                        | 10. $\frac{x+c}{x-c} = \frac{a+c}{a-c}$             |
11. 或數ノ  $m$  倍ト  $a$  トノ和ガ  $b$  ニ等シトイフ。  
コノ數ヲ求メヨ。

12. 或人ガ  $1l$   $a$  錢ノ酒ト  $1l$   $b$  錢ノ酒トヲ取リ混  
ゼテ  $n$   $l$  買入レ  $s$  錢ヲ支拂ツタ。各幾  $l$  ヲ買入  
レタカ。

137. 公式ノ變形

半徑  $r$  ナル圓周ノ長サヲ  $C$  トシ、圓周率ヲ  $\pi$  ト  
スレバ

$$C = 2\pi r \quad (1)$$

$$\text{之ヨリ} \quad r = \frac{C}{2\pi} \quad (2)$$

ガ得ラレル。逆ニ(2)カラ(1)ガ得ラレルカラコノ  
二式ハ形ハ異ツテモ半徑ト圓周トノ間ニアル同  
一ノ關係ヲ示スモノデ、(1)ハ  $r$  ヲ知ツテ  $C$  ヲ求メ  
ルニ便利ナ形ニ表ハシタモノデ、(2)ハ  $C$  ヲ知ツテ  
 $r$  ヲ求メルニ便利ナ形ニ表ハシタダケノ異ヒデ  
アル。

(1)カラ(2)ヲ導キ出シタヤウニ公式中ノ或文字  
ノ値ヲ他ノ文字ト既知數ノミデ表ハスコトヲ公  
式ヲソノ文字ニツイテ解クトイフ。

例 元金  $P$  圓ヲ年利率  $r$  デ  $n$  年間貸シタトキ

ノ單利法ニヨル元利合計  $S$  圓ヲ求メル公式

$$S = P(1 + rn)$$

ヲ  $r$  ニツイテ解ケ。

**解** 括弧ヲハヅシテ

$$S = P + Prn$$

$$\text{移項シテ } Prn = S - P$$

$Pn \neq 0$  デアルカラ、之ヲ兩邊ヲ割ルト

$$r = \frac{S - P}{Pn} \quad (\text{答})$$

**例題 (96)**

1. 次ノ各式ヲ括弧内ニ指定シタ文字ニツイテ解ケ。

$$(1) A = ab \quad [b] \quad (2) A = \frac{1}{2}bh \quad [h]$$

$$(3) A = Bq + R \quad [B] \quad (4) s = d + vt \quad [v]$$

$$(5) C = \frac{E}{R + r} \quad [R] \quad (6) fs = \frac{1}{2}mv^2 \quad [m]$$

$$(7) t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \quad [s] \quad (8) s = vt + \frac{1}{2}gt^2 \quad [t]$$

2.  $S = P(1 + rn)$  ヲ  $n$  ニツイテ解キ、且ツ  $P = 300$ ,  
 $S = 372$ ,  $r = 0.06$  ナルトキノ  $n$  ノ値ヲ求メヨ。

3. 攝氏ノ度數  $C$  ヲ華氏ノ度數  $F$  ニ換算スル公式ハ

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

デアアル。之ヲ  $C$  ニツイテ解ケ。又之ヲ用ヒテ  $F = 85$  及ビ  $F = -40$  ノトキノ  $C$  ノ値ヲ求メヨ。

4. 空氣中ニ於ケル音ノ速サハ溫度ト共ニ變化スル。溫度ガ  $t^\circ C$

ノトキノ速サヲ  $v$   $m$  トスレバ

$$v = 330.6 + 0.6t$$

デアアル。之ヲ  $t$  ニツイテ解キ、且之ヲ用ヒテ  $v = 350$  及ビ  $v = 325$  ノトキノ  $t$  ノ値ヲ求メヨ。

5. 初速度毎秒  $v$   $m$  ノ速サニテ物體ヲ眞上ニ投ゲアゲルトキ  $t$  秒後ニ於ケル物體ノ高サヲ  $s$   $m$  トスレバ次ノ公式ガアル。

$$s = vt - 4.9t^2$$

之ヲ  $t$  ニツイテ解ケ。又  $v = 50$ ,  $s = 70$  トシテ  $t$  ノ近似値ヲ求メヨ。

## 雜題 [13]

次ノ方程式ヲ解ケ。(1—14)

1.  $\frac{3x-1}{2x-1} - \frac{4x-2}{3x-1} = \frac{1}{6}$     2.  $\frac{1}{x(x-1)} - \frac{2}{x^2-1} = 0$

3.  $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} = \frac{3}{2}$     4.  $\frac{x^2}{x+1} + \frac{x+1}{x^2} = 2$

5.  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-7}$

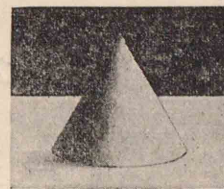
6.  $\frac{5x-8}{x-2} + \frac{6x-44}{x-7} - \frac{10x-8}{x-1} = \frac{x-8}{x-6}$

7.  $\frac{\sqrt{x+9}}{\sqrt{x+2}} = \frac{4}{3}$     8.  $\sqrt{x+8} = \frac{x+5}{\sqrt{x+3}}$

9.  $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-b}{x+b} = 2$     10.  $\left(x + \frac{b}{a}\right)\left(x + \frac{a}{b}\right) = x^2$

11.  $\begin{cases} \frac{1}{3x+1} = \frac{2}{5y+4} \\ \frac{1}{4x-3} = \frac{2}{7y-6} \end{cases}$     12.  $\begin{cases} \frac{6}{x} - \frac{7}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} + \frac{14}{y} = 3 \end{cases}$

13.  $\begin{cases} \frac{3}{x-3} + \frac{2}{y-1} = 2 \\ \frac{9}{x-3} - \frac{4}{y-1} = 1 \end{cases}$     14.  $\begin{cases} \frac{x-a+c}{y-a+b} = \frac{b}{c} \\ \frac{x+c}{y+b} = \frac{a+b}{a+c} \end{cases}$

15. 圓錐ノ底面積ヲ  $S$ , 高サヲ  $h$ ,底面ノ半徑ヲ  $r$ , 體積ヲ  $V$  トスレバ  $V = \frac{1}{3}Sh$ ,  $S = \pi r^2$  デアル. $V$  ヲ  $r$  及ビ  $h$  デ表ハセ.16.  $\frac{s}{t} = \frac{1}{2}v$ ,  $fs = \frac{1}{2}mv^2$  ナルトキ  $f$  ヲ  $m, s$  及ビ  $t$  デ表ハセ.

17. 攝氏・華氏兩方ノ目盛デ同ジ度数ヲ有スル溫度ハ何度カ.

18. 甲乙二人ガ池ノ周ヲ走ルニ同ジ向キニ行クトキハ20分毎ニ甲ハ乙ニ追ツキ, 反對ノ向キニ行クトキニハ4分毎ニ出會フトイフ. 甲乙各幾分間ニ一周スルカ.

19. 一定ノ速サデ甲乙二港間ヲ通フ定期船ガアル. ソノ速サヲ毎時2浬ヅツ増セバ時間ハ片道ニ15分短縮シ, 速サヲ毎時3浬ヅツ減セバ時間ハ片道ニ30分増ストイフ. 甲乙二港間ノ距離及ビ船ノ速サヲ求メヨ.

## 第七篇 比及ビ比例

### 第1章 比及ビ比例

#### 138. 比

既ニ學ンダヤウニ或數  $a$  ガ他ノ數  $b$  ノ幾倍デア  
ルカトイフ關係ヲ  $a$  ノ  $b$  ニ對スル比トイヒ、之  
ヲ  $a:b$  ト書ク。ソシテ  $a$  ヲ比ノ前項、 $b$  ヲ比ノ後  
項トイヒ、前項ヲ後項デ割ツタ商即チ  $\frac{a}{b}$  ヲ比ノ値  
トイフ。

比ノ値ヲ單ニ比トイフコトモアル。

**注意**  $a:b$  ヲ  $\frac{a}{b}$  トモ書ク。ソレ故  $\frac{a}{b}$  ハ  $a$  ノ  $b$  ニ對ス  
ル比ノ値ヲ表ハスト同時ニ  $a:b$  ヲモ表ハスモノ  
デアル。

比ノ値ハソノ前項ヲ分子、後項ヲ分母トスル分  
數ノ値ニ等シイカラ次ノコトガワカル。

比ノ兩項ニ零デナイ同ジ數ヲ掛ケテモ、又兩項  
ヲ零デナイ同ジ數デ割ツテモ比ノ値ハ變ラナイ。

$$a:b = ma:mb = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} \quad [m \neq 0]$$

**例 1.**  $12ax : 8bx$  ヲ簡單ニセヨ。

**解** 兩項ヲソノ G.C.M.  $4x$  デ割リ

$$\underline{3a:2b} \quad (\text{答})$$

**例 2.**  $\frac{1}{2}m : \frac{2}{3}n = 3m : 4n$

一ツノ比ノ前項ト後項トヲ取り換ヘタ比ヲ原  
ノ比ノ反比又ハ逆比トイフ。

例ヘバ  $a:b$  ノ反比ハ  $b:a$  デアル。

反比ニ對シテモトノ比ヲ正比トイフコトモア  
ル。

若干ノ比ノ前項ノ積ガ後項ノ積ニ對スル比ヲ  
ソレ等ノ比ノ複比トイフ。

例ヘバ  $a:b, c:d, e:f$  ノ複比ハ

$$ace : bdf$$

デアル。コノ複比ハ又次ノヤウニモ書ク。

$$\left. \begin{array}{l} a:b \\ c:d \\ e:f \end{array} \right\} \quad \text{或ハ} \quad \left\{ \begin{array}{l} a:b \\ c:d \\ e:f \end{array} \right.$$

同ジ二ツノ比ノ複比ヲソノ二乗比トイヒ、同ジ  
三ツノ比ノ複比ヲ三乗比トイフ。例ヘバ  $a:b$  ノ  
二乗比ハ  $a^2:b^2$  デアツテ、三乗比ハ  $a^3:b^3$  デアル。



## 例題 (97)

1. 次ノ比ヲ簡單ニセヨ。

(1)  $\frac{5}{8} : \frac{25}{12}$  (2)  $0.75 : 0.24$

(3)  $12a^2b : 15ab$  (4)  $(a^2 - b^2) : (a + b)^2$

2.  $2x + 5$  ト  $2x - 1$  トノ比ノ値ガ7ナラバ  $x$  ノ値ハ幾ラカ。3.  $5x = 3y$  ナルトキ  $x$  ト  $y$  トノ比ノ値ヲ求メヨ。

4. 甲乙二種ノ商品ガアル。甲17箇ト乙12箇ノ價ノ和ガ、甲22箇ト乙8箇トノ價ノ和ニ等シイトキ、甲乙1箇ノ價ノ比ヲ求メヨ。

5. 次ノ各ノ比ノ反比ノ値ヲ求メヨ。

(1)  $\frac{14}{35} : \frac{7}{20}$  (2)  $3x^2y : 2xy^2$

(3)  $\frac{q}{p} : \frac{p}{q}$  (4)  $(a + b)^2 : a^4 - b^4$

6.  $a : b$  ノ反比ハ  $\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$  ニ等シイコトヲ示セ。

7. 次ノ各ノ比ノ複比ノ値ヲ求メヨ。

(1)  $3 : 5, 25 : 9$  (2)  $16 : 7, 21 : 8$

(3)  $3 : 5$  ノ二乗比ト  $4 : 5$  ノ反比トノ複比

8. 二ツノ立方體ノ體積ノ比ハ一稜ノ比ノ三乗比ニ等シイ。一稜ガ夫々  $14\text{cm}$ ,  $12\text{cm}$  ナル立方體ノ體積ノ比ヲ求メヨ。

9. 或比ガソノ二乗比ト等シイトイフ。ソノ比ノ値ヲ求メヨ。

## 139. 比例

四ツノ數  $a, b, c, d$  ガアツテ、 $a$  ノ  $b$  ニ對スル比ガ  $c$  ノ  $d$  ニ對スル比ニ等シイトキハ、コノ四ツノ數ハ比例ヲナストイフ。

$a, b, c, d$  ガ比例ヲナスコトヲ示スニハ

$$a : b = c : d$$

或ハ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ト書キ、コノ式ヲ比例式又ハ單ニ比例トイフ。ソシテ  $a$  ト  $d$  トヲソノ外項、 $b$  ト  $c$  トヲソノ内項トイフ。又  $d$  ヲ  $a, b, c$  ノ第四比例項トイフ。

又特ニ三ツノ數  $a, b, c$  ガアツテ

$$a : b = b : c$$

ナル比例式ガ成立ツトキハ  $b$  ヲ  $a, c$  ノ比例中項トイヒ、 $c$  ヲ  $a, b$  ノ第三比例項トイフ。

## 140. 比例ノ基本性質

$$a:b=c:d$$

即チ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

ナルトキハ、コノ兩邊ニ  $bd$  ヲ掛ケルト

$$ad=bc \quad (A)$$

即チ 比例式ノ外項ノ積ハ内項ノ積ニ等シイ。

$$\text{逆ニ} \quad ad=bc$$

ナルトキハ、コノ兩邊ヲ  $bd$  デ割ルト

$$a:b=c:d$$

若シ又(A)ノ兩邊ヲ  $cd$  デ割ルト

$$a:c=b:d$$

カヤウニシテ(A)ガ成立テバ次ノ如キ8通りノ比例式ノ成立ツコトガワカル。

$$a:b=c:d \quad (1) \quad b:a=d:c \quad (5)$$

$$a:c=b:d \quad (2) \quad c:a=d:b \quad (6)$$

$$d:b=c:a \quad (3) \quad b:d=a:c \quad (7)$$

$$d:c=b:a \quad (4) \quad c:d=a:b \quad (8)$$

即チ 二數ノ積ガ他ノ二數ノ積ニ等シイトキニハ一組ノ二數ヲ外項トシ他ノ一組ノ二數ヲ内項

トスル8種ノ比例式ガ成立ツ。

上ノ8種ノ比例式ノ中ノ何レカ1種ガ成立テバ  $ad=bc$  トナルカラ残りノ7種ノ比例式モ亦成立ツ。依ツテ次ノ法則ガ得ラレル。

一ツノ比例式ガ成立テバソノ内項ヲ交換シ、又ハ外項ヲ交換シタ比例式モ亦成立ツ。(交迭ノ理)

一ツノ比例式ガ成立テバソノ各邊ノ前項ト後項トヲ交換シタ比例式モ亦成立ツ。(反轉ノ理)

次ニ

$$a:b=b:c \quad (1)$$

ナルトキハ

$$b^2=ac \quad (2)$$

$$\therefore b=\pm\sqrt{ac}$$

故ニ 二數ノ比例中項ハコノ二數ノ積ノ平方根ニ等シイ。

逆ニ(2)ガ成立テバ(1)モ亦成立ツ。故ニ

或數ノ平方ガ他ノ二數ノ積ニ等シイトキハ、コノ數ハ他ノ二數ノ比例中項デアル。

例 1.  $2x:3=x-2:1$  ノ  $x$  ノ値ヲ求メヨ。

解 外項ノ積ハ内項ノ積ニ等シイカラ

$$2x = 3(x-2)$$

$$2x = 3x - 6$$

$$\therefore x = 6$$

答  $x=6$

カヤウニ比例式中ニ含マレテキル未知數ノ値ヲ求メルコトヲ比例式ヲ解クトイフ。

例 2.  $6x^2 - 13xy + 6y^2 = 0$  ナルトキ  $x:y$  ノ値ヲ求メヨ。 [ $x \neq 0, y \neq 0$ ]

$$\text{解} \quad 6x^2 - 13xy + 6y^2 = 0$$

$$\therefore (2x-3y)(3x-2y) = 0$$

$$\therefore 2x=3y \text{ 或ハ } 3x=2y$$

$$\therefore x:y=3:2 \text{ 或ハ } x:y=2:3$$

依ッテ  $x:y$  ノ値ハ  $\frac{3}{2}$  或ハ  $\frac{2}{3}$  デアル。

答  $\frac{3}{2}$  或ハ  $\frac{2}{3}$

別解 兩邊ヲ  $y^2$  デ割ルト

$$6\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 13\left(\frac{x}{y}\right) + 6 = 0$$

之ヲ  $\frac{x}{y}$  ニツイテ解ケバ

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \text{ 或ハ } \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \quad (\text{答})$$

## 例題 (98)

1. 次ノ比例式ヲ解ケ。

$$(1) 2x+1:x+4=3:2 \quad (2) x+3:2x=x-2:7$$

2. 8, 12, 4 ノ第四比例項ヲ求メヨ。

3. 3 ト 12 トノ比例中項ヲ求メヨ。

4. 次ノ比例式ヲ變形シテ  $x$  ガ最後ノ項ニ來ルヤウニセヨ。

$$(1) 3:7=x:6 \quad (2) x:2=4:3$$

$$(3) 5:x=2:9 \quad (4) a:b=x:c$$

5.  $8x-3y=2x+7y$  ナルトキ  $x:y$  ヲ求メヨ。

6.  $3x^2+2y^2=7xy$  ナルトキ  $x:y$  ノ値ヲ求メヨ。

## 141. 比例ニ關スル定理

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナルトキハ

$$[1] \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad (\text{合比ノ理})$$

$$[2] \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad (\text{除比ノ理})$$

$$[3] \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{合除比ノ理})$$

ナゼナレバ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ノ兩邊ニ 1 ヲ加ヘルト [1] ガ得ラレ、又兩邊カラ 1 ヲ引クト [2] ガ得ラレ、[1] ノ兩邊ヲ [2] ノ兩邊デ割ルト [3] ガ得ラレルカラデア  
ル。

例  $a:b=c:d$  ナルトキハ

$$3a-b:b=3c-d:d$$

ナル比例式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

解  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\therefore \frac{3a}{b} = \frac{3c}{d}$$

故ニ 除比ノ理ニヨリ

$$\therefore \frac{3a-b}{b} = \frac{3c-d}{d}$$

即チ  $3a-b:b=3c-d:d$

別解  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  トオクト

$$a=bk, \quad c=dk$$

$$\therefore \frac{3a-b}{b} = \frac{3bk-b}{b} = \frac{b(3k-1)}{b} = 3k-1$$

$$\frac{3c-d}{d} = \frac{3dk-d}{d} = \frac{d(3k-1)}{d} = 3k-1$$

$$\therefore \frac{3a-b}{b} = \frac{3c-d}{d}$$

$$\therefore 3a-b:b=3c-d:d$$

例題 (99)

1.  $a:b=c:d$  ナルトキ次ノ比例式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

$$(1) \quad 2a+b:b=2c+d:d$$

$$(2) \quad ab+cd:ab-cd=a^2+c^2:a^2-c^2$$

$$(3) \quad (a-c)^2:(b-d)^2=a^2+c^2:b^2+d^2$$

$$(4) \quad a^2+c^2:b^2+d^2=\sqrt{a^4+c^4}:\sqrt{b^4+d^4}$$

2.  $a:b=b:c$  ナルトキ次ノ比例式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

$$(1) \quad a^2:b^2=ab:bc \quad (2) \quad a-b:b-c=b:c$$

$$(3) \quad a^2+ab+b^2:b^2+bc+c^2=a:c$$

3. 合除比ノ理ヲ應用シテ次ノ方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad \frac{2x+3}{2x-3} = \frac{5}{3} \quad (2) \quad \frac{x^2+x-2}{x^2-x-2} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{5}+\sqrt{5+x}}{\sqrt{5}-\sqrt{5+x}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{2}-\sqrt{x-2}}$$

## 142. 比例スル二組ノ數・連比

二組ノ數  $a, b, c, \dots$  ト  $a', b', c', \dots$  トガアツテ

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots \quad (1)$$

ナル關係式ガ成立ツトキニハ  $a, b, c, \dots$  ハ  $a', b', c', \dots$  ニ比例スルトイヒ、 $a$  ト  $a'$ 、 $b$  ト  $b'$ 、 $c$  ト  $c'$ 、 $\dots$  フ對應スル項トイフ。

(1) ヨリ次ノ比例式ヲ得ル。

$$a:b = a':b'$$

$$b:c = b':c'$$

$$a:c = a':c'$$

.....

故ニ  $a, b, c, \dots$  ガ  $a', b', c', \dots$  ニ比例スルトキハ  $a, b, c, \dots$  中ノ任意ノ二數ノ比ハ  $a', b', c', \dots$  中ノコレニ對應スル二數ノ比ニ等シイ。

上ノ比例式ヲマトメテ次ノヤウニ記ス。

$$a:b:c:\dots = a':b':c':\dots \quad (2)$$

ソシテ  $a:b:c:\dots$ 、 $a':b':c':\dots$  フ夫々  $a, b, c, \dots$ 、 $a', b', c', \dots$  ノ連比トイフ。

**注意** (2)ガ成立テバ(1)モ成立ツコトハ容易ニ證明出來ル。依ツテ(1)ト(2)トハ同一ノ事柄ヲ示ス。

$a, b, c, \dots$  中ノ任意ノ二數ノ比ハ、ソレト對應スル  $ma, mb, mc, \dots$  中ノ二數ノ比ニ等シイコトハ明カデアル。故ニ

$$a:b:c:\dots = ma:mb:mc:\dots \quad (3)$$

即チ連比ノ各項ヲ零デナイ同ジ數ヲ乗除スルモ差支ヘナイ。

**例 1.**  $12a:8a:6a=6:4:3$

**例 2.**  $x:y=5:6$ 、 $y:z=4:3$  ナルトキ  $x:y:z$  フ求メヨ。

**解**  $x:y=5:6=10:12$

$$y:z=4:3=12:9$$

$$\therefore x:y:z=10:12:9 \quad (\text{答})$$

**別解**  $x:y=5:6 \quad \therefore x=\frac{5y}{6}$

$$y:z=4:3 \quad \therefore z=\frac{3y}{4}$$

$$\therefore x:y:z=\frac{5y}{6}:y:\frac{3y}{4}$$

$$=10y:12y:9y$$

$$=10:12:9 \quad (\text{答})$$

例題 (100)

1. 次ノ連比ヲ簡單ニセヨ。

(1)  $100:75:50$       (2)  $48a:40a:72a$

(3)  $\frac{5}{6}:\frac{3}{8}:\frac{1}{2}$       (4)  $1.8:0.9:1.2$

2. 次ノ關係カラ  $x:y:z$  ヲ求メヨ。

(1)  $x:y=2:3, \quad y:z=4:5$

(2)  $x:z=5:2, \quad y:z=7:3$

(3)  $x:y=k:l, \quad y:z=m:n$

143. 相等シイ多クノ比・加比ノ理

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots$  ナルトキハ、コレ等ノ各比ハ

$\frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$  ニ等シイ。 (加比ノ理)

ナゼナレバ  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = k$  トオクト

$a = a'k, \quad b = b'k, \quad c = c'k, \dots$

$\therefore a+b+c+\dots = (a'+b'+c'+\dots)k$

依ツテ  $a'+b'+c'+\dots \neq 0$  ナルトキハ

$\frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots} = k$

$\therefore \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$

注意  $a'+b'+c'+\dots=0$  ナルトキハ上ノ定理ハ成立  
タナイ。ソシテコノ場合ニハ  $a+b+c+\dots$  モ亦零  
トナル。

例  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  ナルトキハコレ等ノ各比ハ

又  $\frac{pa+qb+rc}{pa'+qb'+rc'}$  = 等シイコトヲ證明セヨ。

解  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{pa}{pa'} = \frac{qb}{qb'} = \frac{rc}{rc'}$

依ツテ加比ノ理ニヨリ  $\frac{a}{a'}, \frac{b}{b'}, \frac{c}{c'}$  等ハ

又  $\frac{pa+qb+rc}{pa'+qb'+rc'}$  = 等シイ。

別解  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$  トオクト

$a = a'k, \quad b = b'k, \quad c = c'k$

$\therefore \frac{pa+qb+rc}{pa'+qb'+rc'} = \frac{pa'k+qb'k+rc'k}{pa'+qb'+rc'} = \frac{k(pa'+qb'+rc')}{pa'+qb'+rc'} = k$

即チ  $\frac{pa+qb+rc}{pa'+qb'+rc'}$  ハ原ノ各比ニ等シイ。

## 例題 (101)

1.  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  ナルトキ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$(1) \frac{a}{a'} = \frac{3abc}{a'bc + b'ca + c'ab}$$

$$(2) \frac{a^2}{a'^2} = \frac{ab + bc + ca}{a'b' + b'c' + c'a'}$$

2.  $a:b=c:d=e:f$  ナルトキハ

$$a^2:b^2=ce:df$$

ナルコトヲ證明セヨ。

3.  $\frac{x}{b+c-a} = \frac{y}{c+a-b} = \frac{z}{a+b-c}$  ナルトキハ

$$(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z = 0$$

ナルコトヲ證明セヨ。

4.  $x+y:y+z:z+x=3:4:5$  ナルトキ  $x:y:z$  ノ値ハ如何。

5.  $a:b=b:c=c:d$  ナルトキハ  $a, b, c, d$  ハ連比例ヲナストイフ。コノ場合次ノ式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

$$(1) a:d=a^3:b^3$$

$$(2) a+b:b+c=b+c:c+d$$

## 雜題 [14]

1.  $3y-2x=x-2y$  ナルトキ  $\sqrt{x+y}:\sqrt{x-y}$  ノ値ヲ求メヨ。

2.  $x^2-2xy-xy+2y^2=0$  ナルトキ  $2x-3y:3x-2y$  ノ値ヲ求メヨ。

3.  $a, b, m$  ガ正ノ數デアツテ  $a > b$  ナルトキ  $\frac{a}{b}$  ト  $\frac{a+m}{b+m}$  トノ大サヲ比較セヨ。

4.  $a > 0, b > 0$  ナルトキ、次ノ二ツノ比ハドチラガ大キイカ。

$$\frac{a+3b}{a+4b}, \quad \frac{a+4b}{a+5b}$$

5.  $\sqrt{7}-\sqrt{5}$  ト  $\sqrt{7}+\sqrt{5}$  トノ比例中項ヲ求メヨ。

6.  $x+2y-3z=0, 5x-6y+7z=0$  ナルトキ  $x:y:z$  ヲ求メヨ。

7.  $x+z=\frac{3}{2}x=\frac{5}{3}y$  ナルトキ  $x:y:z$  ヲ求メヨ。

8.  $x+y+z=\frac{14}{3}x=\frac{7}{2}y$  ナルトキ  $\frac{x+y+z}{z}$  ノ値ヲ求メヨ。

9. 9, 12, 21, 33 ナル四ツノ數カラ同一ノ數ヲ引  
イテ、ソノ殘リガ比例ヲナスヤウニスルニハ如  
何ナル數ヲ引ケバヨイカ。

$$10. (a+b+c+d)(a-b-c+d) \\ = (a-b+c-d)(a+b-c-d)$$

ナルトキハ  $a:b=c:d$  ナルコトヲ證明セヨ。

11.  $a:b=c:d$  ナルトキ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$\frac{a+c}{a-c} : \frac{b+d}{b-d} = \frac{b^2+d^2}{b^2-d^2} : \frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}$$

12.  $x:a=y:b=z:c$  ナルトキハ

$$\frac{x^3}{a^2} + \frac{y^3}{b^2} + \frac{z^3}{c^2} = \frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^2}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

13.  $\frac{y+z}{a} = \frac{z+x}{b} = \frac{x+y}{c}$  ナルトキハ

$$(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z = 0$$

ナルコトヲ證明セヨ。

14. 若干ノ酒精ガアツテ、之ニ水 10l ヲ混入シ、ソ  
ノ中カラ 20l ダケ汲出シ、更ニ水 20l ヲ混入シ  
タトコロガ、酒精ト水トノ比ガ 3:5 トナツタト  
イフ。最初ノ酒精ノ分量ヲ求メヨ。

## 第2章 比例ノ應用

## 144. 正比例スル量

既ニ學ンダヤウニ、一ツノ量 Y ガ他ノ量 X ニ伴ツテ變リ、X ガ若干倍トナレバ Y モ亦同數倍トナルトキハ Y ハ X ニ比例スル、或ハ Y ハ X ニ正比例スルトイフ。

例ヘバ等速度デ走ル汽車ノ行程ハ時間ニ比例スル。

次ノ表ハ毎時 60km ノ速サノ汽車ノ行程ト時間トノ關係ヲ示ス。

行程(km)	.....	20	30	60	90	120	.....
時間(時)	.....	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	.....

時間ガモトノ若干倍トナレバ行程モ亦モトノ同數倍トナルカラ、行程ノ連比ハ時間ノ連比ニ等シイ。即チ

$$20:30:60:90:120:\dots = \frac{1}{3}:\frac{1}{2}:1:\frac{3}{2}:2:\dots$$



$$\therefore \frac{20}{\frac{1}{3}} = \frac{30}{\frac{1}{2}} = \frac{60}{1} = \frac{90}{\frac{3}{2}} = \frac{120}{2} = \dots = 60$$

即チ汽車ノ進行スル料數ノ時間數ニ對スル比ハ一定デアアル。

一般ニ 一ツノ量 Y ガ他ノ量 X ニ比例スルトキハ、ソノ對應スル數値  $y, x$  ノ間ニハ次ノ等式ガ成立ツ。

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{即チ} \quad y = kx \quad [k \text{ハ常數}]$$

逆ニ相伴ツテ變化スル二量 X, Y ガアツテソノ對應スル數値  $x, y$  ノ間ニ常ニ

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{即チ} \quad y = kx \quad [k \text{ハ常數}]$$

ナル等式ガ成立ツトキニハ Y ハ X ニ比例スルコトガワカル。依ツテ

一ツノ量 Y ガ他ノ量 X ニ比例スルトイフノハ、ソノ對應スル數値  $y, x$  ノ間ニ

$$y = kx \quad [k \text{ハ常數}]$$

ナル等式ノ成立ツコトデアアル。

**注意** Y ガ X ニ比例スルコトヲ

$$Y \propto X$$

ト書クコトモアル。

**例 1.** 或職工7日間ノ賃金ガ16圓10錢ダトスルト10日間ノ賃金ハ何程カ。

**解** 職工  $x$  日ノ賃金ヲ  $y$  圓トスルト

$$y \propto x$$

$$\text{故ニ} \quad y = kx \quad [k \text{ハ常數}]$$

ナル等式ガ成立ツ。トコロガ  $x=7$  ナルトキ

$$y = 16.1 \text{ デアルカラ}$$

$$16.1 = k \times 7$$

$$\therefore k = \frac{16.1}{7} = 2.3$$

$$\therefore y = 2.3x$$

從ツテ  $x=10$  ノトキハ

$$y = 2.3 \times 10 = 23$$

**答** 23圓

**別解** 求メル賃金ヲ  $x$  圓トスレバ、賃金ハ日數ニ比例スル(同數倍ニ變ル)カラ

$$7日 : 10日 = 16.1圓 : x圓$$

之ヲ解イテ  $x=23$  ヲ得ル。

**答** 23圓

一ツノ量 Y ガ他ノ量 X ニ伴ツテ變化シ、

ソノ對應スル數値  $y, x$  ノ間ニ

$$y = kx^2 \quad [k \text{ハ常數}]$$

ナル等式ガ成立ツトキニハ  $Y$  ハ  $X$  ノ 2 乗ニ比例スルトイフ。

ソノ他 “3 乗ニ比例スル”, “4 乗ニ比例スル” ナドトイフノモ之ニ準ズル。

例 2. 静止ノ状態カラ小石ヲ落ストキニ, ソノ落下ノ距離ハ時間ノ 2 乗ニ比例スル。2 秒間ニ 19.6 m 落下シタコトヲ知ツテ 5 秒間ニ落下スル距離ヲ算出セヨ。

解  $t$  秒間ニ落下スル距離ヲ  $s$  m トスレバ

$$s \propto t^2$$

$$\therefore s = kt^2 \quad [k \text{ハ常數}]$$

然ルニ  $t=2$  ノトキ  $s=19.6$

$$\therefore 19.6 = k \times 2^2$$

$$\therefore k = 4.9$$

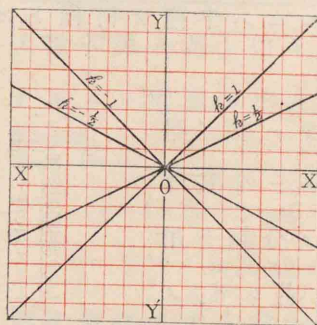
$$\therefore s = 4.9 t^2$$

從ツテ  $t=5$  ノトキハ

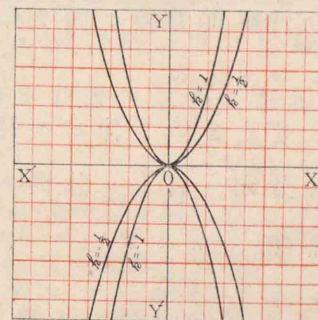
$$s = 4.9 \times 5^2 = 122.5$$

答 122.5m

一ツノ量ガ他ノ量ニ比例スルトキハ, コノ二量ノ關係ヲ示スぐらふハ原點ヲ通ル直線トナリ, 又一ツノ量ガ他ノ量ノ 2 乗ニ比例スルトキハ, ソノぐらふハ原點デ  $X$  軸ニ切スル拋物線トナル。



$y = kx$  ノぐらふ



$y = kx^2$  ノぐらふ

例題 (102)

1. 次ノ關係ヲ等式デ表ハセ。

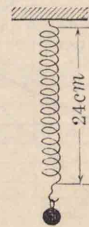
(1)  $y \propto x^2$                       (2)  $v \propto r^3$

(3)  $t \propto \sqrt{l}$                       (4)  $r \propto \sqrt[3]{v}$

2.  $y$  ガ  $x$  ニ比例スルトキハ  $x$  モ亦  $y$  ニ比例スルコトヲ證明セヨ。

3.  $y$  ハ  $x$  ニ比例シ  $x=6$  ノトキ  $y=4$  ナラバ,  $x=8$  ナルトキノ  $y$  ノ値ハ如何。

4. 圓周ハ半徑ニ比例スル。半徑10cmノ圓周ガ約62.8cmナルトキ半徑7cmノ圓周ハ何程カ。
5. 圓ノ面積ハ半徑ノ平方ニ比例スル。半徑ガ5cmノ圓ノ面積ガ78.54平方糎ナルトキ、面積ガ100平方糎ノ圓ヲ作ルニハ半徑ヲ何程トスレバヨイカ。
6. ぜんまいノ伸ビル長サハ之ニ吊ス分銅ノ目方ニ比例スル。今長サ20cmノぜんまいニ5gノ分銅ヲ吊シタラ24cmニナツタ。若シ8gノ分銅ヲ吊スト何程ニナルカ。



### 145. 反比例スル量

既ニ學ンダヤウニ、一ツノ量Yガ他ノ量Xニ伴ツテ變リ、Xガ若干倍トナレバYガソノ逆數倍ニナルトキニハ、YハXニ反比例スル或ハ逆比例スルトイフ。

例ヘバ一定ノ仕事ヲスルニ要スル日數ハ、働ク人數ニ反比例スル。

次ノ表ハ12人デハ24日カカル仕事ニツイテ人數ト日數トノ關係ヲ示ス。

人數	.....	4	8	12	24	36	.....
日數	.....	72	36	24	12	8	.....

人數ガ原ノ若干倍トナレバ日數ハソノ逆數倍トナルカラ、對應スル人數ト日數トノ積ハ皆相等シイ。即チ

$$4 \times 72 = 8 \times 36 = 12 \times 24 = 24 \times 12 = 36 \times 8 = \dots = 288$$

即チ對應スル人數ト日數トノ積ハ一定デアル。一般ニ一ツノ量Yガ他ノ量Xニ反比例スルトキニハ、ソノ對應スル數値y, xノ間ニハ次ノ等式ガ成立ツ。

$$xy = k \quad \text{即チ} \quad y = \frac{k}{x} \quad [k \text{ハ常數}]$$

コノ逆モ眞デアル。依ツテ

一ツノ量Yガ他ノ量Xニ反比例スルトイフノハ、ソノ對應スル數値y, xノ間ニ

$$y = \frac{k}{x} \quad [k \text{ハ常數}]$$

ナル等式ノ成立ツコトデアル。

從ツテ Y ガ X = 反比例 スルトイフノハ Y ノ數  
 値ガ X ノ數値ノ逆數ニ比例スルコトデアル。

**注意** Y ガ X = 反比例スルコトヲ

$$Y \propto \frac{1}{X}$$

ト書クコトモアル。

**例 1.** 毎時 48 km ノ速サノ急行列車デ 5 時間  
 カカル距離ヲ、毎時 36 km ノ普通列車デハ何時間  
 カカルカ。

**解** 毎時  $x$  km ノ速サノ列車ガ同ジ距離ヲ行ク  
 ニ  $y$  時間カカルモノトスルト

$$y \propto \frac{1}{x}$$

$$\therefore y = \frac{k}{x} \quad [k \text{ハ常數}]$$

然ルニ  $x=48$  ナルトキ  $y=5$

$$\therefore 5 = \frac{k}{48}$$

$$\therefore k = 240$$

$$\therefore y = \frac{240}{x}$$

依ツテ  $x=36$  ノトキハ

$$y = \frac{240}{36} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

答  $6\frac{2}{3}$  時間

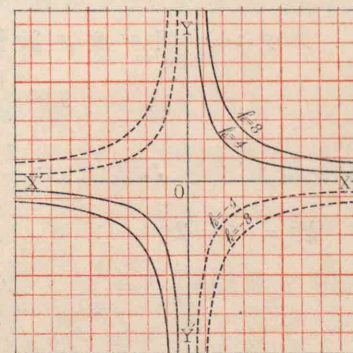
**例解** 急行列車ト普通列車トガ同距離ヲ行ク  
 ニ要スル時間ハ兩列車ノ速サニ反比例スル。  
 依ツテ速サノ比ハ時間ノ反比ニ等シイ。  
 故ニ所要ノ時間數ヲ  $x$  トスルト

$$48\text{km} : 36\text{km} = x \text{時間} : 5 \text{時間}$$

$$\therefore x = \frac{48 \times 5}{36} = 6\frac{2}{3}$$

答  $6\frac{2}{3}$  時間

一ツノ量ガ他ノ量  
 ニ反比例スルトキノ  
 二量ノ關係ヲ示スグ  
 らふハ双曲線デアル。  
 $y = \frac{k}{x}$  カラ考ヘルト  
 ワカルヤウニコノグ  
 らふハ左右上下ノ兩  
 端ヲ延長スレバ次第  
 ニ兩軸ニ近ヅク。



$y = \frac{k}{x}$  ノぐらふ

一ツノ量 Y ガ他ノ量 X ニ伴ツテ變化シ、  
 ソノ對應スル數値  $y, x$  ノ間ニ

$$y = \frac{k}{x^2} \quad [k \text{ハ常數}]$$

ナル等式ガ成立ツトキニハ  $Y$  ハ  $X$  ノ 2 乗ニ反比例スルトイフ。

ソノ他モコレニ準ズル。

例 2. 電燈ニヨツテ照ラサレル物體ノ明ルサハ電燈カラノ距離ノ平方ニ反比例スル。今電燈カラ  $2m$  ノ距離ニアル物體ハドコ迄近ヅケルト前ノ 2 倍ノ明ルサトナルカ。

解 電燈カラノ距離ガ  $x m$  ノトキノ物體ノ照ラサレル明ルサノ數値ヲ  $y$  トスルト

$$y \propto \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore y = \frac{k}{x^2} \quad [k \text{ハ常數}]$$

故ニ  $x=2$  ノトキノ  $y$  ノ値ヲ 1 トスルト

$$1 = \frac{k}{4} \quad \therefore k=4$$

$$\therefore y = \frac{4}{x^2}$$

從ツテ  $y=2$  ナルトキハ

$$2 = \frac{4}{x^2}$$

$$\therefore x^2 = 2$$

$$\therefore x = \sqrt{2} = 1.414 \dots$$

答 約  $1.414m$

## 例題 (103)

1. 次ノ關係ヲ等式デ表ハセ。

$$(1) v \propto \frac{1}{p} \quad (2) s \propto \frac{1}{m^2}$$

2.  $y$  ガ  $x$  ニ反比例スルトキハ  $x$  モ亦  $y$  ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。

3.  $y$  ハ  $\sqrt{x}$  ニ反比例シ  $x=4$  ノトキ  $y=1$  ナラバ、 $y=6$  ナルトキノ  $x$  ノ値ハ如何。

4.  $w$  ハ  $r$  ノ 2 乗ニ反比例シ  $r=5$  ノトキ  $w=7$  ナラバ、 $r=8$  ナルトキノ  $w$  ノ値ハ如何。

5. 一定溫度ニ於ケル氣體ノ體積ハ壓力ニ反比例スル。壓力  $756 mm$  ノトキ  $1.6 l$  アル氣體ハ、同溫度デ壓力  $741 mm$  ノトキニ體積何程ニナルカ。

6. 電燈カラ  $3 m$  隔タルトコロデ  $24$  燭光ノ明ルサガアルトキ電燈カラ  $2 m$  隔タルトコロデハ何燭光ノ明ルサガアルカ。

7. 物體ノ目方ハ地球ノ中心カラノ距離ノ平方ニ反比例スル。地球ノ表面デ  $100 kg$  アル物體ハ地上  $1000 km$  ノ點デハ何程ノ目方ガアルカ。但シ地球ノ半徑ハ約  $6360 km$  デアル。

### 146. ニツ以上ノ量ニ正比例又ハ反比例スル量

一ツノ量  $Z$  ガ他ノ二量  $X, Y$  ニ伴ツテ變化シ、 $Y$  ガ一定ナルトキハ  $Z$  ハ  $X$  ニ比例シ、 $X$  ガ一定ナルトキハ  $Z$  ハ  $Y$  ニ比例スルトキニハ、 $Z$  ハ  $X$  ト  $Y$  トニ比例スルトイフ。

例ヘバ矩形ノ面積ハソノ底邊ト高サトニ比例スル量デアル。

一ツノ量  $Z$  ガ他ノ二ツノ量  $X, Y$  ニ比例スルトキニ、ソノ對應スル數値ヲ夫々  $z, x, y$  トスレバ  $z$  ハ積  $xy$  ニ比例スル。即チ

$$z = kxy \quad [k \text{ハ常數}]$$

何トナレバ  $X, Y$  ノ數値ガ夫々  $x_1, y_1$  ナルトキノ  $Z$  ノ數値ヲ  $z_1$  トシ、 $X, Y$  ガ變動シテソノ數値ガ夫々  $x_2, y_2$  トナリタルトキノ  $Z$  ノ數値ヲ  $z_2$  トスレバ

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 y_1}{x_2 y_2}$$

ナル關係ノ成立ツコトガ次ノヤウニシテ證明サレルカラデアル。

今  $X, Y$  ノ數値ガ夫々  $x_1, y_1$  ナルトキノ  $Z$  ノ數値ヲ  $z_1$  トスレバ、 $Y$  ガ一定ナルトキハ  $Z$  ハ  $X$  ニ比例スルカラ

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1}{x_2} \quad (1)$$

又  $X$  ガ一定ナルトキハ  $Z$  ハ  $Y$  ニ比例スルカラ

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{y_1}{y_2} \quad (2)$$

依ツテ (1), (2) ヲ邊々掛ケレバ

$$\frac{z_1}{z_2} \times \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1}{x_2} \times \frac{y_1}{y_2}$$

即チ

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 y_1}{x_2 y_2}$$

依ツテ  $z$  ハ積  $xy$  ニ比例スル。

$$\therefore z = kxy \quad [k \text{ハ常數}]$$

**注意** 1. 變化スル量ガ二ツヨリ多クアルトキモ上ト同様デアル。

**注意** 2.  $Z$  ガ  $X, Y$  ニ比例スルコトヲ  $Z \propto XY$  トモ書ク。

一ツノ量  $Z$  ガ他ノ二ツノ量  $X, Y$  ニ伴ツテ變化シ、 $Y$  ガ一定ナルトキハ  $Z$  ハ  $X$  ニ比例シ、 $X$  ガ一定ナルトキハ  $Z$  ハ  $Y$  ニ反比例

スルトキニハ、 $Z$ ハ $X$ ニ比例シ $Y$ ニ反比例スルトイフ。

例へバ或距離ヲ行クニ要スル時間ハ、ソノ距離ニ比例シ、速サニ反比例スル。

一ツノ量ガ他ノ量ニ反比例スルトイフノハ前者ノ數値ガ後ノ數値ノ逆數ニ比例スルコトデアル。

依ツテ次ノコトガイヘル。

三ツノ量 $X, Y, Z$ ガアツテ、 $Z$ ハ $X$ ニ比例シ、 $Y$ ニ反比例スルトキニ、ソノ對應スル數値ヲ夫々 $x, y$ トスレバ $z$ ハ $\frac{x}{y}$ ニ比例スル。

即チ  $z = k \frac{x}{y}$  [kハ常數]

**注意** 3. 變化スル量ガ二ツヨリ多クアルトキモ上ト同様デアル。

**注意** 4.  $Z$ ガ $X$ ニ比例シ、 $Y$ ニ反比例スルコトヲ

$Z \propto \frac{X}{Y}$ トモ書ク。

**例** 1. 30人ノ人夫ガ9日間ニ380mノ堀ヲ築イタ。同ジ割デ45人ガ12日間働クト何米ノ堀ガ築カレルカ。

**解**  $x$ 人ノ人夫ガ $y$ 日ニ築ク堀ノ長サヲ $z$ m

トスルト

$$z \propto xy \quad \therefore z = kxy \quad [k \text{ハ常數}]$$

然ルニ  $x=30, y=9$ ノトキ  $z=380$

$$\therefore 380 = k \times 30 \times 9$$

$$\therefore k = \frac{380}{30 \times 9} = \frac{38}{27}$$

$$\therefore z = \frac{38}{27}xy$$

依ツテ  $x=45, y=12$ ナルトキハ

$$z = \frac{38}{27} \times 45 \times 12 = 760$$

答 760m

一ツノ量 $Z$ ガ $X$ ト $Y$ トニ比例スルトキニハ、ソノ對應スル任意ノ二組ノ値ヲ夫々 $z_1, x_1, y_1; z_2, x_2, y_2$ トスレバ

$$z_1 = kx_1y_1, \quad z_2 = kx_2y_2 \quad [k \text{ハ常數}]$$

$$\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1y_1}{x_2y_2} \quad \therefore z_1 : z_2 = \begin{cases} x_1 : x_2 \\ y_1 : y_2 \end{cases}$$

依ツテ前ノ例ハ次ノヤウニシテモ解カレル。

**別解** 求メル堀ノ長サヲ $x$ mトスレバ、堀ノ長サハ人數ト日數トニ比例スルカラ

$$380m : xm = \begin{cases} 30人 : 45人 & (\text{正比}) \\ 9日 : 12日 & (\text{正比}) \end{cases}$$

$$\therefore x = \frac{380 \times 45 \times 12}{30 \times 9} = 760$$

答 760 m

上ノ比例式ノヤウニ, 比例式ノ中ニ複比ガ含まレテキルモノヲ複比例式又ハ複比例トイヒ, 比例式ノ中ニ複比ガ含まレテキナイモノヲ單比例式又ハ單比例トイフ。

未知數ヲ含ム複比例式ヲ解クニハ, 比例式ノ内項ノ積ガ外項ノ積ニ等シイコトニヨレバヨイ。

例 2. 氣體ノ體積ハ之ニ加ヘル壓力ニ反比例シ, 絶對溫度(攝氏ノ度數ト 273° トノ和)ニ比例スル。攝氏 0°, 1 氣壓ノトキ 1 l ノ氣體ハ攝氏 25°, 2 氣壓ノトキニハ何程ノ體積ヲ占メルカ。

解 壓力ヲ  $p$  氣壓, 絶對溫度ヲ  $t^\circ$ , 體積ヲ  $v$  l トスルト, 題意カラ

$$v \propto \frac{t}{p} \quad \therefore v = k \frac{t}{p} \quad [k \text{ハ常數}]$$

然ルニ  $t = 0 + 273 = 273$ ,  $p = 1$  ナルトキ  $v = 1$  デアルカラ

$$1 = k \times \frac{273}{1} \quad \therefore k = \frac{1}{273}$$

$$v = \frac{t}{273p}$$

依ツテ  $t = 25 + 273 = 298$ ,  $p = 2$  ナルトキハ

$$v = \frac{298}{273 \times 2} = 0.5457 \dots$$

答 0.546 l 弱

一ツノ量  $Z$  ガ  $X$  ニ比例シ  $Y$  ニ反比例スルトキニハ,  $Z$  ノ對應スル任意ノ二組ノ値ヲ夫々  $z_1, x_1, y_1$ ;  $z_2, x_2, y_2$  トスレバ

$$z_1 = k \frac{x_1}{y_1}, \quad z_2 = k \frac{x_2}{y_2} \quad [k \text{ハ常數}]$$

$$\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 y_2}{x_2 y_1} \quad \therefore z_1 : z_2 = \begin{cases} x_1 : x_2 \\ y_2 : y_1 \end{cases}$$

依ツテ前ノ例ハ次ノヤウニシテモ解カレル。

別解 求メル體積ヲ  $x$  l トスレバ, 氣體ノ體積ハ絶對溫度ニ比例シ壓力ニ反比例スルカラ

$$1l : xl = \begin{cases} 273^\circ : 298^\circ & (\text{正比}) \\ 2 : 1 & (\text{反比}) \end{cases}$$

$$\therefore x = \frac{1 \times 298 \times 1}{273 \times 2} = 0.5457 \dots$$

答 0.546 l 弱



## 例題 (104)

1.  $z$  は  $x, y$  に比例シ  $x=6, y=8$  ノトキ  $z=24$  ナラバ  $x=9, y=4$  ナルトキノ  $z$  ノ値ハ如何。
2. 27人, 10日間ノ賃金ガ 567 圓ナルトキハ 15人, 23日間ノ賃金ハ何程カ。
3. 毎時  $3\text{ km}$  ノ速サデ毎日 10時間ツツ歩メバ 9日デ達シ得ラレル距離ヲ, 毎時  $4\text{ km}$  ノ速サデ毎日 9時間ツツ歩メバ幾日デ達シ得ルカ。
4. 彈丸ノ受ケル空氣ノ抵抗ハ略彈丸ノ直徑ノ 2 乗ト速サノ 3 乗トニ比例スル。直徑  $1\text{ cm}$ , 速サ毎秒  $300\text{ m}$  ノ彈丸ノ受ケル抵抗ガ  $900\text{ g}$  ノ重サニ等シイトキ, 直徑  $\frac{2}{3}\text{ cm}$ , 速サ毎秒  $400\text{ m}$  ノ彈丸ノ受ケル抵抗ハ如何。
5. 平面ニ垂直ニ風ガ當ルトキソノ平面ノ受ケル壓力ハ風ノ速サノ平方ト, 面ノ廣サトニ比例スル。風速毎秒  $1\text{ m}$  ノトキ  $1$  平方米ノ平面ノ受ケル壓力ガ  $80\text{ g}$  デアルトスルト毎時  $72\text{ km}$  ノ速サノ風ガ  $24$  平方米ノ平面ニ垂直ニ當ルトキニ, コノ平面ノ受ケル壓力ハ何程デアルカ。

6. 或汽船ノ石炭ノ消費量ハ, ソノ航行スル距離ト速度ノ平方トニ比例スル。今 12節ノ速度デ 1250 浬ヲ航行スルノニ 30 吨ノ石炭ヲ要スルモノトスレバ, 13節ノ速度デ 1440 浬ヲ航行スルニハ石炭何程ヲ要スルカ。

## 147. 比例配分

例 甲ハ  $a$  圓ヲ  $l$  箇月, 乙ハ  $b$  圓ヲ  $m$  箇月, 丙ハ  $c$  圓ヲ  $n$  箇月間出資シテ共同デ商業ヲ營ミ,  $S$  圓ノ利益ヲ得タ。之ヲ出資金額ト出資期間トニ比例シテ分配セヨ。

解 三人ノ所得金ハ出資金額ト出資期間トニ比例スル。從ツテソノ積ニ比例スル。故ニ甲, 乙, 丙ノ所得ヲ夫々  $x$  圓,  $y$  圓,  $z$  圓トスルト

$$\begin{cases} x+y+z=S \\ \frac{x}{al} = \frac{y}{bm} = \frac{z}{cn} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{x}{al} = \frac{y}{bm} = \frac{z}{cn} = \frac{x+y+z}{al+bm+cn}$$

$$\therefore \frac{x}{al} = \frac{y}{bm} = \frac{z}{cn} = \frac{S}{al+bm+cn}$$

依ッテ

$$x = \frac{aS}{al+bm+cn}, \quad y = \frac{bS}{al+bm+cn}, \quad z = \frac{cS}{al+bm+cn}$$

$$\text{答} \left\{ \begin{array}{l} \text{甲} \frac{aS}{al+bm+cn} \text{圓}, \quad \text{乙} \frac{bS}{al+bm+cn} \text{圓}, \\ \text{丙} \frac{cS}{al+bm+cn} \text{圓} \end{array} \right.$$

## 例題 (105)

1. 甲乙丙丁ノ四人ガ夫々 1300 圓, 1000 圓, 1500 圓, 1200 圓ヲ出シ合ッテ商業ヲ營ミ, 或期間ノ後決算シタラ純益金ガ 1250 圓デアッタ。ソノ 2 割ヲ積立金トシテ取り去リ, 残リヲ出資高ニ比例スルヤウニ分配スルト取前各何程カ。
2. 金 141 圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ分ケルニ, 甲ト乙トノ所得ノ比ヲ 4:7, 乙ト丙トノ所得ノ比ヲ 3:2 ナラシメルニハ各ニ何程ヅツ與ヘレバヨイカ。
3. 甲ハ 900 圓ヲ 8 箇月, 乙ハ 750 圓ヲ 10 箇月, 丙ハ 600 圓ヲ 9 箇月間出シ合ッテ商業ヲ營ミ純益 938 圓ヲ得タ。之ヲ出資金額ト出資期間トニ比例シテ分配セヨ。

## 148. 混合ノ問題

例 1. 1 立ノ價ガ夫々  $a$  錢,  $b$  錢,  $c$  錢ナル三種ノ酒ヲ  $l:m:n$  ノ比ニ混合スレバ 1 立幾ラノ酒トナルカ。

解 三種ノ酒ヲ夫々  $lk$  立,  $mk$  立,  $nk$  立ヅツ取ルモノトスレバ, 混合酒ノ全量ハ  $(l+m+n)k$  立デソノ價ハ  $(alk+bm+cnk)$  錢デアル。故ニ混合酒 1 立ノ價ヲ  $x$  錢トスレバ

$$(l+m+n)kx = alk + bm + cnk$$

$$\text{即チ} \quad (l+m+n)kx = k(al+bm+cn)$$

$$\therefore x = \frac{al+bm+cn}{l+m+n}$$

$$\text{答} \quad \frac{al+bm+cn}{l+m+n} \text{ 錢}$$

例 2. 1 kg 1 圓 80 錢ノ茶ト 1 kg 1 圓 30 錢ノ茶トヲドンナ割合ニ混合スルト平均 1 kg 1 圓 50 錢ノ茶トナルカ。

解 上茶  $x$  kg ト下茶  $y$  kg トヲ混合シテ平均 1 kg 1 圓 50 錢トナツタトスルト

$$180x + 130y = 150(x+y)$$

$$\therefore (180-150)x=(150-130)y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{150-130}{180-150} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

即チ上茶ト下茶トヲ 2:3 ノ割合ニ混合スレバヨイ。

答 2:3

コノ計算ヲ次ノヤウニモスル。

平均價	原料ノ價	損 得	混合ノ割合	
150 錢	180 錢	損 30 錢	20	2
	130 錢	得 20 錢	30	3

答 2:3

例 3. 上中下ノ三種ノ葡萄酒ガアル。各 1 l ノ價ハ 1 圓 60 錢, 1 圓 30 錢, 1 圓 10 錢デア。今コノ三種ヲ混合シテ平均 1 l 1 圓 40 錢ノ葡萄酒ヲ作ルニハドウイフ割合ニ混合スレバヨイカ。

解 上中下三種ヲ各  $x$  立,  $y$  立,  $z$  立混合シテ平均 1 l 1 圓 40 錢ノモノヲ得タトスルト

$$160x+130y+110z=140(x+y+z)$$

$$\therefore 20x=10y+30z$$

$$\therefore x = \frac{y}{2} + \frac{3z}{2}$$

コノ式ノ  $y, z$  = 任意ノ正ノ値ヲ與ヘレバ, ソレニ對應シテ  $x$  ノ正ノ値ガ求メラレルカラ  $x:y:z$  ノ値ハ幾組デモ求メラレル。

例ヘバ  $y=2, z=2$  トスルト  $x=4$

$$\therefore x:y:z=4:2:2=2:1:1$$

又  $y=2, z=4$  トスルト  $x=7$

$$\therefore x:y:z=7:2:4$$

故ニ 2:1:1, 7:2:4 等無數ノ解ガアル。(答)

コノ計算ヲ次ノヤウニモスル。

平均價	原料ノ價	損 得	混合ノ割合	
140 錢	160 錢	損 20 錢	$x$	$x'$ :
	130 錢	得 10 錢	2	2 :
	110 錢	得 30 錢	2	4 :

$$20x = 10 \times 2 + 30 \times 2 \quad \therefore x = 4$$

$$20x' = 10 \times 2 + 30 \times 4 \quad \therefore x' = 7$$

答 4:2:2 即チ 2:1:1 或ハ

7:2:4, ……等

## 例題 (106)

1. 1 $l$  42錢ノ醬油ト, 1 $l$  32錢ノ醬油トヲ 3:2ノ割合ニ混合スルト, 平均 1 $l$  幾錢ノ醬油トナルカ。
2. 1 $kg$  90錢ノ番茶 12 $kg$ ニ, 1 $kg$  74錢ノ番茶ヲ何疋混ゼルト平均 1 $kg$  80錢ノ茶ニナルカ。
3. 二十金ト十四金トヲ熔和シテ十八金 45 $g$ ヲ造ルニハ各, 何瓦ヲトルベキカ。
4. 1封度ガ 1圓, 1圓 20錢, 1圓 50錢ノ三種ノ珈琲ガアル。1圓ノモノ 5封度ト, 1圓 20錢ノモノ 3封度トニ 1圓 50錢ノモノ何封度ヲ加ヘルト平均 1封度 1圓 30錢ノモノニナルカ。
5. 1立ノ價ガ 1圓 80錢, 1圓 50錢, 1圓 30錢ノ三種ノ酒ヲ混合シテ 1立 1圓 60錢ノモノヲ作ルニハドンナ割合ニ混合スレバヨイカ。但シ上ト下トノ混合ノ割合ハ 5:2ニセヨ。
6. 1立  $p$ 圓ノ酒ト 1立  $q$ 圓ノ酒トヲ混合シテ 1立  $s$ 圓ノ酒  $t$ 立ヲ造ルニハ各幾立ツツ混ゼレバヨイカ。

## 149. 歩合算ノ公式

甲量ガソレト同種類ノ乙量ニ對スル比ノ値ヲ歩合トモイヒ, コノ場合ニ甲量ヲ歩合高, 乙量ヲ元高トイヒ, 又元高ト歩合高トノ和ヲ合計高, 元高ト歩合高トノ差ヲ差引高トイフコトハ既ニ學ンダ。

今元高ヲ  $A$ , 歩合高ヲ  $B$ , 歩合ヲ  $r$ トスレバ

$$r = \frac{B}{A}$$

從ツテ  $B = Ar, A = \frac{B}{r}$

又合計高ヲ  $S$ , 差引高ヲ  $D$ トスレバ

$$S = A(1+r)$$

$$D = A(1-r)$$

從ツテ  $A = \frac{S}{1+r} = \frac{D}{1-r}$

例 定價ノ 2割引デ賣ツテモ尙原價ノ 8分ノ利益ガアルヤウニスルニハ定價ヲ原價ノ幾割増ニ付ケレバヨイカ。

解 定價ヲ  $x$ 圓, 原價ヲ  $y$ 圓トスレバ

$$(1-0.2)x = (1+0.08)y$$

$$\therefore 0.8x = 1.08y$$

$$\therefore x = \frac{1.08}{0.8}y = 1.35y$$

故ニ定價ハ原價ノ3割5分増トスレバヨイ。

答 3割5分

例題 (107)

1. 或品物ヲ定價ノ2割引デ賣ツテモ尙原價ノ1割2分ノ利益ガアルトイフ。定價ハ原價ノ幾割増デアルカ。
2. 3割5分ノ利益ヲ見込デ正札ヲ付ケタ品物ヲ正札ノ1割5分引デ賣リ7圓67錢ノ利益ヲ得タトイフ。原價ヲ求メヨ。
3. 3%ノ塩分ヲ含ンデキル海水ヲ蒸發サセテ塩分24%ノモノトスルニハ幾ば一せんとノ水ヲ蒸發サセレバヨイカ。

150. 利息算ノ公式

既ニ學ンダ通り單利法ハ利息ガ元金ニモ期間ニモ比例スルモノトシテ利息ヲ計算スル方法デアル。

今元金ヲ $P$ , 單位期間ノ利率ヲ $r$ , 期間數ヲ $n$ , 利息ヲ $I$ トスレバ, コレ等ノ間ニ次ノ關係ガアル。

$$I = Prn$$

$$\therefore P = \frac{I}{rn}, \quad r = \frac{I}{Pn}, \quad n = \frac{I}{Pr}$$

又元利合計ヲ $S$ トスレバ

$$S = P(1+rn)$$

$$\therefore P = \frac{S}{1+rn}$$

又複利法ハ一定ノ期間毎ニ利息ヲ元金ニ繰入レ, ソノ和ヲ次期ノ元金トシテ利息ヲ計算スル方法デアル。今元金ヲ $P$ , 單位期間ノ利率ヲ $r$ , 期間數ヲ $n$ トスルト

$$\text{第1期末ノ元利合計} \quad P(1+r)$$

$$\text{第2期末ノ元利合計} \quad P(1+r) \times (1+r) = P(1+r)^2$$

$$\text{第3期末ノ元利合計} \quad P(1+r)^2 \times (1+r) = P(1+r)^3$$

.....

故ニ第 $n$ 期末ノ元利合計ヲ $S$ , 利息ヲ $I$ トスレバ次ノ關係ガアル。

$$S = P(1+r)^n$$

$$I = P\{(1+r)^n - 1\}$$

例 年利 6 分トスレバ元金 3000 圓, 8 箇年間ノ利息ハ單利法デハ何程カ。又一箇年毎ノ複利デハ何程カ。

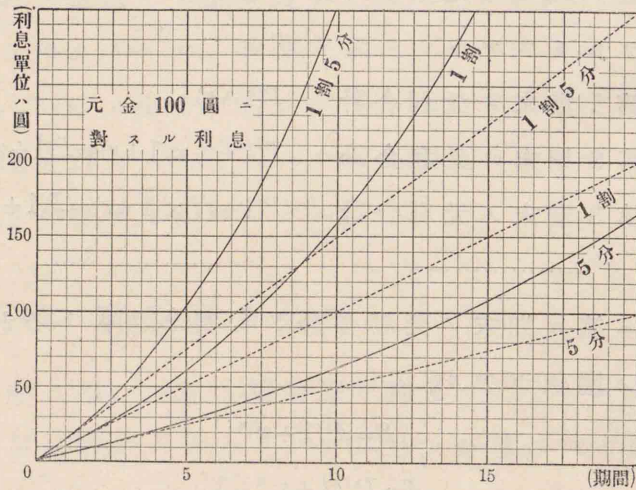
解  $3000 \text{圓} \times 0.06 \times 8 = 1440 \text{圓}$

又複利表ニヨルト  $1.06^8 = 1.593848$  デアルカラ

$3000 \text{圓} \times (1.593848 - 1) = 1781.544 \text{圓}$

答 單利 1440 圓, 複利 1781.544 圓

次ノぐらふハ元金 100 圓ニ對スル單利ト複利トニヨル利息ト期間トノ關係ヲ示シタモノデア  
ル。(實線ハ複利點線ハ單利)



例題 (108)

1. 甲乙二口ノ貸金ガ合セテ 1600 圓デ, 甲ハ年利  
率 5 分, 8 箇月間, 乙ハ年利率 4 分, 6 箇月間デコ  
ノ利息ノ合計ハ 48 圓デア  
ル。二口ノ元金ハ各  
幾ラカ。
2. 5 箇年間ノ單利ガ元利合計ノ 2 割ニ當ルト  
キハ利率ハ幾ラカ。

151. 公債・社債・株式

政府又ハ府縣市町村ガ民間カラ募集シテ借入  
レル金ヲ公債トイヒ, ソノ證據トシテ貸主ニ渡ス  
證書ヲ公債證書トイフ。會社モ亦社債ヲ募集シ  
テ證書ヲ發行スルコトガアル。コレ等ノ證書ヲ  
債券トモイフ。

株式會社ハ資本金ヲ通常 50 圓又ハ 100 圓宛ニ  
分ケ之ヲ株式トイヒ, 出資者ヲ株主トイフ。會社  
ガ株主ニソノ證據トシテ渡ス證書ヲ株券トイフ。  
コレ等ノ證書面ニ記載セラレタ金額ヲ額面金  
額トイヒ, コレ等ノ證書ガ實際賣買セラレル價ヲ  
時價又ハ相場トイフ。株式デハ株券面ニ記載セ

VII. 比及ビ比例

ラレタ金額ヲ數回ニ分ケテ拂込ムコトガアル  
 拂込ノ濟ンダ金額ヲ**拂込高**トイフ。

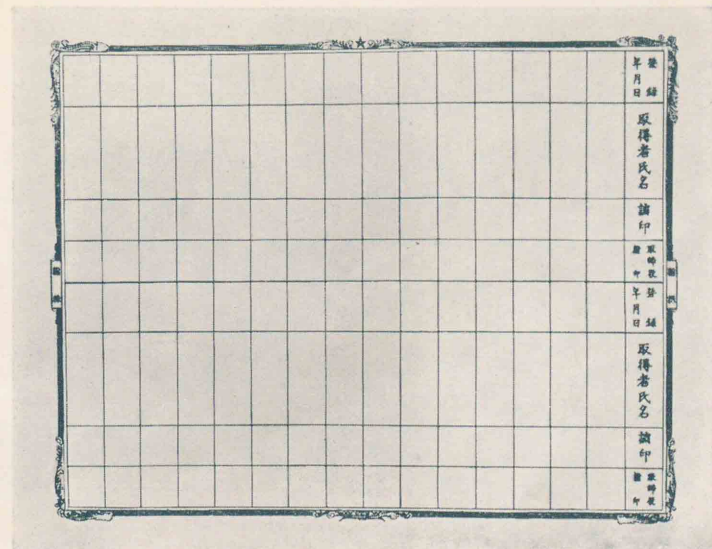
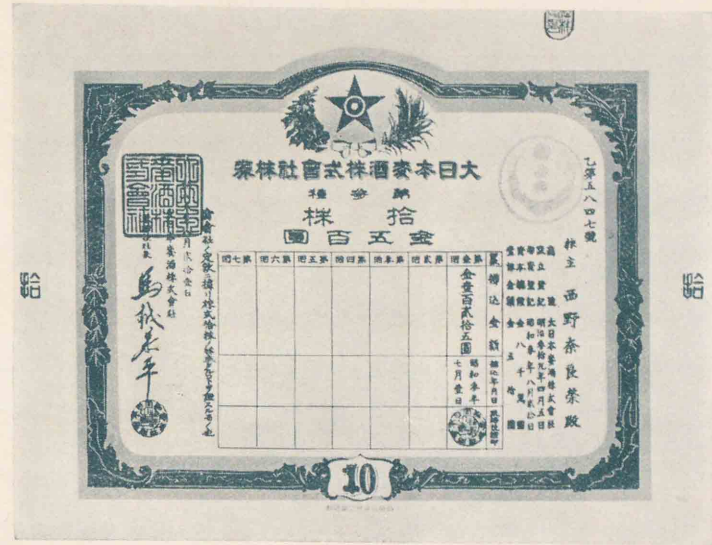
公債・社債ノ利率ハ一定デアアルガ、株式ニハ定マ  
 ヲツタ利率トイフモノガナイ。株式會社ガ決算期  
 毎ニ株主ニ渡ス金ヲ**配當金**トイヒ、配當金ノ拂込  
 高ニ對スル歩合ヲ**配當率**トイフ。

公債・社債ノ一箇年間ノ利子、株式一箇年分ノ配  
 當金ナドガ時價ニ對スル歩合ヲ**利廻リ**トイフ。

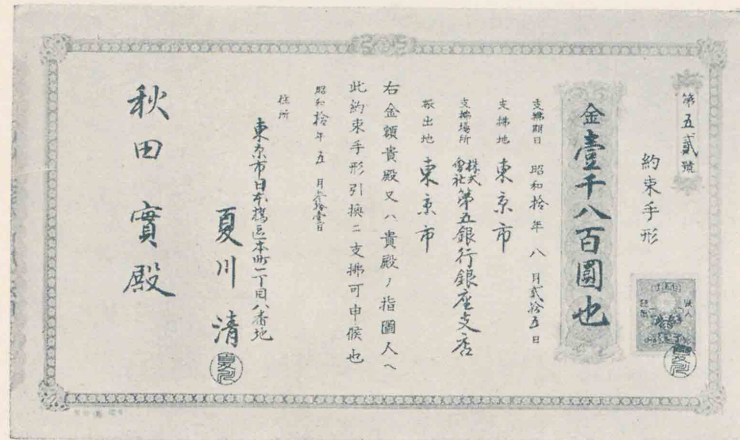
例題 (109)

1. 50圓拂込濟ノ株式ヲ1株ニツキ時價72圓デ  
 買ヒ、年8分ノ配當ヲ受ケタ。利廻リハ何程カ。
2. 5分利公債ヲ額面100圓ニツキ97.4圓デ買  
 フノト、年9分配當ノ某銀行株ヲ額面50圓ニツ  
 キ79.5圓デ買フノトデハ利廻リハドチラガド  
 レ程ヨイカ。
3. 配當率年1割2分ノ某紡績會社ノ株券ヲ持  
 ツテキル人ガ或年ノ半期決算ニ於テ配當金225  
 圓ヲ得タトイフ。コノ人ハ幾株ヲ所有シテキ  
 ルカ。但シ1株ノ額面高ハ50圓デアアル。

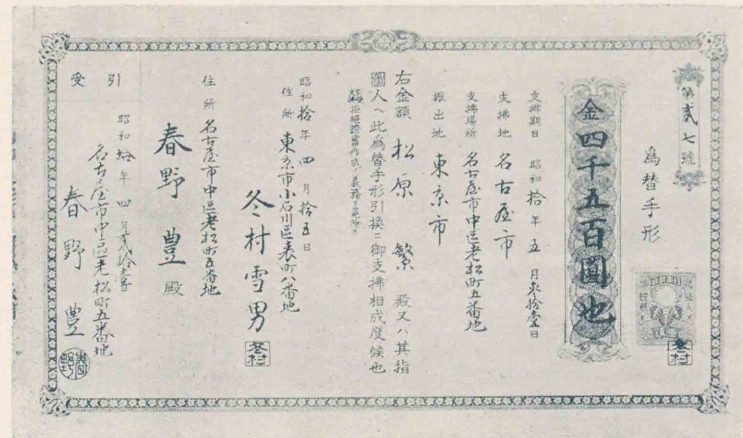
株 券



約束手形



爲替手形



152. 手形ノ割引

手形トイフノハ或一定ノ金額ヲ一定ノ期日ニ一定ノ場所ニ於テ支拂フコトヲ約束シタ證券デアツテ、之ニ約束手形ト爲替手形トノ別ガアル。

手形ノ受取人ガ、ソノ支拂期日前ニ支拂ヲ受ケヤウトスル場合ニハ、ソノ手形ヲ銀行ニ賣リ渡スノガ普通デアル。コノ際ソノ手形ノ額面高ヲ元高トシテソノ日カラ支拂期日迄ヲ期間トスル利息ヲ引去ラレル。コレヲ手形ノ割引トイヒ、引去ラレル金高ヲ割引高、手取金ヲ手形ノ現價トイヒ、手形ノ割引ニ用ヒル利率ヲ割引歩合トイフ。

今手形ノ額面高ヲ  $A$ 、單位期間ノ割引歩合ヲ  $r$ 、期間數ヲ  $n$ 、割引高ヲ  $B$ 、現價ヲ  $P$  トスレバ

$$B = Arn$$

$$P = A(1 - rn) \quad (1)$$

理論上カライヘバ現價ト現價ガ割引當日カラ支拂當日マデニ生ズル利息トノ和ガ丁度手形ノ額面高ニ等シクナルヤウニ現價ヲ定メルノガ正當デアルトモイハレル。從ツテ



$$A = P(1 + rn)$$

$$P = \frac{A}{1 + rn} \quad (2)$$

然シ手形ノ支拂期間ハ通常短イカラ(1)デ計算スルノト(2)デ計算スルノトノ差ハ僅カデアアルシ、シカモ(1)デ計算スル方ガ簡便デアアルカラ銀行等デハ専ラ(1)ニヨツテ割引スル。ソレデ之ヲ銀行割引トイフ。

銀行割引ニ對シテ後ノ割引ヲ眞割引トイフ。

例 額面ガ1800圓デ、支拂期日ガ八月二十五日ナル約束手形ヲ同シ年ノ六月十二日ニ銀行ニ持參シテ割引ヲ頼ンダトコロ割引歩合ハ日歩2錢3厘デアツタ。現價ハ何程カ。

解 公式  $P = A(1 - rn)$  ニ於テ

$$A = 1800, \quad r = \frac{0.023}{100}$$

$$n = (30 - 11) + 31 + 25 = 75$$

$$\therefore P = 1800 \left( 1 - \frac{0.023}{100} \times 75 \right) = 1768.95$$

答 1768圓95錢

割引日數 =  $(30 - 11) + 31 + 25 = 75$

割引高 =  $2.3\text{錢} \times 18 \times 75 = 31.05\text{圓}$

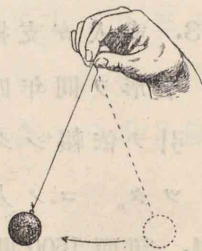
現價 =  $1800\text{圓} - 31.05\text{圓} = 1768.95\text{圓}$

## 例題 (110)

1. 今カラ4箇月後ニ支拂ハレル額面800圓ノ約束手形ノ現價ハ何程カ。但シ割引歩合ハ月6厘トスル。
2. 額面4500圓ノ爲替手形ガアル。支拂期日ハ今カラ46日後デ割引日歩ハ1錢7厘デアルトスルト、コノ手形ノ割引高及ビ現價ハ何程カ。
3. 或人ガ支拂期日六月十八日、額面高5200圓ノ手形ヲ同年四月二十一日ニ銀行ニ持參シテ割引ヲ依頼シタトコロ、割引日歩ハ1錢8厘デアツタ。コノ人ノ手取金ハ何程カ。
4. 額面1600圓、今ヨリ3箇月後拂ヒノ手形ヲ割引スルニ銀行割引ニヨルノト、眞割引ニヨルノトデハ現價ニ何程ノ差ヲ生ズルカ。但シ割引歩合ハ年6分トセヨ。
5. 3箇月後ニ支拂フ筈ノ500圓ノ内、即金デ200圓ヲ拂ヘバ殘金ハ何時支拂ヘバヨイカ。

## 雜題 [15]

- $x+y$  が  $x-y$  に比例スルトキハ、 $x$  ハ  $y$  に比例スルコトヲ證明セヨ。
- $x-30$  ハ  $t$  に比例スル一數ト、 $t^2$  は比例スル一數トノ和ニ等シイ。今  $t=3$  ナルトキ  $x=84$ 、 $t=4$  ナルトキ  $x=110$  デアルトスレバ、 $x$  ト  $t$  トノ關係式ハ如何。
- 振子ノ週期(一往復ニ要スル時間)ハソノ糸ノ長サノ平方根ニ比例スル。長サ  $1m$  ノ振子ノ週期ガ  $2$  秒ナラバ、週期  $3$  秒ノ振子ヲ作ルニハ糸ノ長サヲ何程トスレバヨイカ。
- 家族ノ人數ガ一定デアルトキハ生活費ハ日數ニ比例シ、日數ガ一定デアルトキハ生活費ノ一部ハ定額デアツテ、他ノ部分ハ人數ニ比例スルモノトスル。今家族  $5$  人、 $2$  箇月ノ生活費ガ  $340$  圓、家族  $4$  人、 $3$  箇月ノ生活費ガ  $420$  圓ナラバ家族  $6$  人、 $4$  箇月ノ生活費ハ何程カ。



- 銅ト亞鉛トノ合金甲乙ガアル。甲ニ於テハ銅ノ亞鉛ニ對スル比ハ  $3:2$  デ、乙ニ於テハソノ比ガ  $7:3$  デアル。甲乙ヲ如何ナル割合ニ熔解スレバソノ中ニ含まレル銅ノ亞鉛ニ對スル比ガ  $11:5$  トナルカ。
- 目方  $100$  分中水  $98$ 、塩  $2$  ヲ含ム海水  $1kg$  ノ中カラ水幾瓦ヲ蒸發サセレバ百分中、水  $75$ 、塩  $25$  ヲ含ムモノトナルカ。
- 金  $800$  圓ヲ日歩  $2$  錢  $1$  厘デ借り入レ、コノ金デ或品物ヲ買ヒ  $5$  箇月後ニ之ヲ  $900$  圓デ賣拂ツタ。損益ハ何程カ。但シ  $1$  箇月ハ  $30$  日トシテ計算セヨ。
- 原價  $600$  圓ノ品物ヲ  $680$  圓デ賣リ、 $80$  圓ハ現金ニテ、殘金ハ  $3$  箇月後拂ノ約束手形デ受取り、手形ハ直チニ銀行ニ於テ割引ヲシタトスレバ利益ハ何程カ。但シ割引歩合ハ年  $6$  分トセヨ。
- 或株式會社ノ或年ノ上半期ノ決算ニ於ケル純益金ハ資本金ノ  $6$  分ニ當ツテキタ。コノ純益金ヲ處分スルニソノ  $1$  割ヲ積立金トシ、株主ニハ年  $9$  分ノ配當ヲシタノニ尙  $45000$  圓餘ツタ

VII. 比及比例

トイフ。コノ會社ノ資本金ハ何程カ。

10. 公債ノ利子ハ年2回ニ支拂ハレ、ソノ都度ソレニ對シテ  $\frac{4}{100}$  ノ所得稅ト、 $\frac{2}{100}$  ノ資本利子稅トガ課セラレテ差引カレル。五分利附公債若干枚ヲ持ツテキル人ガ每期受取ル金額ガ70.5圓ナルトキ總額面高ハ幾ラカ。

11. 第三種ノ所得(個人ノ所得)ニ對シテハ下ノ稅率ヲ遞次ニ適用シテ所得稅ヲ算定シ、之ヲ年4回ニ分ケテ徵收スル。年額所得5640圓ト査定サレタ人ノ毎回ノ納附金ハ何程カ。

1200圓以下ノ金額	千分ノ八
1200圓ヲ超エル金額	千分ノ二十
1500圓ヲ超エル金額	千分ノ三十
2000圓ヲ超エル金額	千分ノ四十
3000圓ヲ超エル金額	千分ノ五十
5000圓ヲ超エル金額	千分ノ六十五
7000圓ヲ超エル金額	千分ノ八十
10000圓ヲ超エル金額	千分ノ九十五
.....	.....

補充問題集

V (第五篇)

1. 成ルベク公式ヲ利用シテ次ノ計算ヲセヨ。

- |                                 |                                    |
|---------------------------------|------------------------------------|
| (1) $(2x-5a)^2$                 | (2) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ |
| (3) $(1+6xy)(1-6xy)$            | (4) $(y+9)(y+7)$                   |
| (5) $(c+10)(c-2)$               | (6) $(2x-y)(y-2x)$                 |
| (7) $(x-y+7)(x-y+5)$            | (8) $(a-2b+c)^2$                   |
| (9) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^2+16)$ |                                    |
| (10) $(x^2+2x+1)(x^2-2x+1)$     |                                    |

2. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- |                      |                           |
|----------------------|---------------------------|
| (1) $a^2-ab-ac$      | (2) $2x^3+2x^2+4x$        |
| (3) $y^2-24y+144$    | (4) $x^2-36y^2$           |
| (5) $x^2+19x+48$     | (6) $a^2-11a-26$          |
| (7) $x^3+x^2-12x$    | (8) $a^2+ab-ac-bc$        |
| (9) $2ax+bx+2ay+by$  | (10) $2a^2+3a+1$          |
| (11) $3y^2+5y-2$     | (12) $(x+a)^2-7(x+a)+10$  |
| (13) $x(x+z)-y(y+z)$ | (14) $(x^2-1)^2-(2x+2)^2$ |

3. 因數分解ヲ利用シテ次ノ計算ヲセヨ。

- (1)  $85^2 - 83^2$  (2)  $221^2 - 218^2$   
 (3)  $32.8 \times 18 - 18 \times 14.8$  (4)  $857 \times 326 + 326 \times 143$

4. 因数分解ヲ應用シテ次ノ割算ヲセヨ。

- (1)  $(a^2 - 4b^2) \div (a + 2b)$   
 (2)  $\{(a+b)^2 - 3a + b\} \div (a+b+2)$

5. 次ノ數ノ平方根ヲ求メヨ。

- (1) 18225 (2) 6.2001 (3) 76729  
 (4) 390625 (5) 0.001024 (6) 3.892729

6. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

- (1)  $7\sqrt{20} + \sqrt{45}$  (2)  $3\sqrt{45} - 2\sqrt{20}$   
 (3)  $5\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$  (4)  $\sqrt{5}(3 - \sqrt{5})$   
 (5)  $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}$  (6)  $\frac{1}{3 - \sqrt{2}}$   
 (7)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$  (8)  $\frac{1}{\sqrt{3} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

7.  $\sqrt{2} = 1.4142$  トシテ次ノ式ヲ計算セヨ。

- (1)  $\sqrt{50} - 3\sqrt{2}$  (2)  $\sqrt{32} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$

8. 次ノ方程式ヲ解ケ。

- (1)  $x^2 - 7x - 18 = 0$  (2)  $2x^2 - x - 1 = 0$   
 (3)  $x^2 - 144 = 25$  (4)  $(x+3)(x-3) = 7$   
 (5)  $3y^2 + 11y - 4 = 0$  (6)  $7x^2 + 32x = 15$   
 (7)  $(3y+1)(y-4) - y(2y-11) = 0$

(8)  $\frac{5}{4}(6-x) - \frac{4}{3-x} = 1$  (9)  $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = 2$

(10)  $0.3x^2 - 0.6x + 1 = 0.9$

9. 次ノ方程式ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。

- (1)  $x^2 + 6x + 4 = 0$  (2)  $2x^2 + x + 5 = 0$   
 (3)  $x^2 + 28x + 196 = 0$  (4)  $4x^2 + 2x + 11 = 0$

10. 次ノ方程式ガ等根ヲ有スルヤウニ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。

- (1)  $x^2 + kx + 25 = 0$  (2)  $3x^2 + 6kx = 4k + 1$

11. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

- (1)  $\begin{cases} x+y=13 \\ xy=-30 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$   
 (3)  $\begin{cases} 3x+2xy+y=6 \\ x-xy+2y=2 \end{cases}$  (4)  $\begin{cases} 3x+y=1 \\ 3x^2-xy-2x-y=5 \end{cases}$

12. 次ノ高次方程式ヲ解ケ。

- (1)  $3x^3 + 5x^2 = 0$  (2)  $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$   
 (3)  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$  (4)  $(x^2 - 2x)^2 - 14(x^2 - 2x) - 15 = 0$

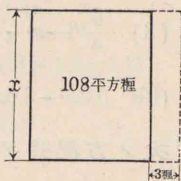
13. 次ノ無理方程式ヲ解ケ。

- (1)  $x + \sqrt{x-3} = 9$  (2)  $\sqrt{x-5} + \sqrt{x+7} = 6$   
 (3)  $\sqrt{2x^2 - 6x + 1} = x - 2$

14. 面積ガ 144 平方糎ノ正方形ノ對角線ノ長ヲ小數第三位マデ計算セヨ。

15. 正方形ノ板ノ一邊ニ沿ウテ幅 3 cm ノ板ヲ切り取ツ

タトコロ、残りノ面積ハ 108 平方糎  
デアツタトイフ。原ノ正方形ノ一  
邊ノ長サヲ求メヨ。



16. A, B 二數ノ和ハ 25 デ、ソノ積ハ

126 デアルトイフ。各數ヲ求メヨ。

17. 物體ヲ毎秒  $v$ 。  $m$  ノ速サデ眞上ニ投上ゲルトキ  $t$  秒

後ニ達スル距離ヲ  $s$   $m$  トスレバ次ノ公式ガアル。

$$s = vt - 4.9t^2$$

毎秒 100  $m$  ノ速サデ打上ゲタ彈丸ガ 200  $m$  ノ高サニ上  
ルノハ打上ゲテカラ幾秒ノ後カ。

### VI (第六篇)

18. 次ノ各組ノ式ノ G.C.M. ヲ求メヨ。

(1)  $x^2 - 1, x^2 - 3x + 2, x^2 + 6x - 7$

(2)  $x^2 + 3x + 2, x^2 + 4x + 4, x^2 - 5x - 14$

(3)  $(a+b)^2 - c^2, a^2 - (b+c)^2$

19. 次ノ各組ノ式ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

(1)  $m^2 - n^2, 3m - 3n, m + n$

(2)  $a^2 + 4a + 3, a^2 + 5a + 4, a^2 - a - 2$

○ 20. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

(1)  $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{3}$       (2)  $\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}$

(3)  $\frac{1}{x^2 - 4x + 3} - \frac{4}{x^2 + 2x - 15} + \frac{3}{x^2 + 4x - 5}$

(4)  $\frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + x - 12} \times \frac{x^2 - x - 20}{x^2 + 12x + 35} \div \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + 11x + 28}$

(5)  $\frac{\frac{x+a}{x^2+a^2} + \frac{x-a}{x^2-a^2}}{\frac{x+a}{x^2+a^2} - \frac{x-a}{x^2-a^2}} \times ax(a-x)$

21.  $a = \frac{1}{2}$  ノトキ  $\frac{a^2+5}{a^2-a-2}$  ノ値ヲ求メヨ。

22.  $\frac{x^3-3x+1}{x^2-x} =$  於テ  $x$  ノ代リ  $= \frac{1}{1-x}$  ト書クモ原式ト同  
ジ式ガ得ラレルコトヲ證明セヨ。

23. 次ノ方程式ヲ解ケ。

(1)  $\frac{2}{x+1} = \frac{3}{9-x}$       (2)  $\frac{x-4}{x-3} + \frac{x+7}{x+3} = 2$

(3)  $\frac{3}{4x-3} - \frac{2}{2x-1} = 1$       (4)  $\frac{1}{y^2-1} - \frac{1}{1-y} = \frac{7}{8} - \frac{1}{y+1}$

(5)  $\frac{x}{b} = \frac{a-x}{a}$       (6)  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-6}$

24. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

(1)  $\begin{cases} 7x-2y=5 \\ x-y=2 \end{cases}$       (2)  $\begin{cases} \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2 \\ \frac{1}{3x} + \frac{2}{3y} = 2\frac{2}{3} \end{cases}$

(3)  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \\ xy=24 \end{cases}$       (4)  $\begin{cases} x + \frac{4}{y} = 1 \\ y + \frac{4}{x} = 18 \end{cases}$

25. 次ノ各式ヲ括弧内ニ指定シタ文字ニツイテ解ケ。  
 (1)  $S = \frac{a}{1-r}$  [r]      (2)  $T = 2\pi r(h+r)$  [h]
26.  $E = \frac{W}{I}$ ,  $R = \frac{W}{I^2}$  ナルトキ  $E$  ヲ  $I$  及ビ  $R$  デ表ハセ。
27. 甲乙二數ガアル。甲數ハ乙數ノ5倍ヨリモ7大キク、甲數 = 2ヲ加ヘタモノヲ乙數デ割レバ商6ヲ得ルトイフ。甲乙二數ヲ求メヨ。
28. 靜水デ毎時  $4km$  ツツ漕ギ得ル水夫ガ或河流ヲ上下シタノ =  $33km$  漕ギ下ルノ = 要シタ時間ハ  $15km$  漕ギ上ル = 要シタ時間 = 等シカツタトイフ。コノ河流ノ速サハ毎時何軒デアルカ。
29. 男工ノ日給ハ女工ノ日給ノ1.5倍デ、36圓ヲ得ルノ = 女工ハ男工ヨリモ10日ダケ多く働カネバナラヌトイフ。男工及ビ女工ノ日給ヲ求メヨ。
30. 水ヲ注入スベキ甲乙二管ヲ備ヘ付ケタ水槽ガアル。甲管ヲ6分間ト乙管ヲ7分間開ケレバ満水シ、又甲管ヲ3分間ト乙管ヲ12分間開ケテモ満水スルトイフ。各ヲ一ツダケ開ケルト幾分間デ満水スルカ。
31. 三人協力シテ若干日ニ仕上ゲル工事ガアル。若シ甲一人ニテナセバ更ニ6日ヲ要シ、又乙一人ニテナセバ甲ノ日數ノ外ニ尙9日ヲ要シ、又丙一人ニテナセバ三人協力ノ日數ノ2倍ヲ要スルトイフ。各一人ニテ

仕上ゲル日數ハ如何。

32. 或人ガ甲乙二箇ノ品物ヲ1000圓デ買ヒ、甲ヲ780圓、乙ヲ315圓デ賣ツタトコロガ甲ノ利益ノ歩合ハ乙ノ損失ノ歩合ノ2倍ニ等シカツタトイフ。各ノ原價ヲ求メヨ。

VII (第七篇)

33. 次ノ各ノ比ヲ簡單ニセヨ。  
 (1)  $0.95:0.15$       (2)  $20x^2y^2:15x^2y^3$   
 (3)  $\frac{a+b}{a^2-b^2}$       (4)  $\frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-15}$
34.  $3x-2$  ノ  $2x+1$  = 對スル比ノ反比ノ値ガ8ナラバ  $x$  ノ値ハ幾ラカ。
35.  $17:15$  ノ比ノ値ト兩項カラ3ヲ減ジタトキノ比ノ値トハ何レガ大キイカ。
36. 比  $3:7$  ノ兩項ニドンナ同ジ數ヲ加ヘルトソノ比ガ  $2:3$  = 等シクナルカ。
37. 直方體ノ體積ノ比ハ縦ノ比横ノ比及ビ高サノ比ノ複比ニ等シイ。縦ノ比  $5:3$ , 横ノ比  $9:20$ , 高サノ比  $8:5$  ナル二ツノ直方體ノ體積ノ比ヲ求メヨ。
38. 甲乙二人ノ現在ノ年齢ノ比ハ  $3:2$  デアルガ15年後

=ハソノ比ガ4:3=ナルトイフ。現在ノ年齢ハ各幾ツカ。

39. 次ノ比例式ヲ解ケ。

(1)  $x+4:x+2=x+8:x+5$

(2)  $3x+2:x+7=9x-2:5x+8$

40. 次ノ各組ノ數ノ比例中項及ビ第三比例項ヲ求メヨ。

(1) 9, 26                      (2)  $a^2b, ab^2$

41.  $7x=5y$  ナルトキ  $x:y$  ヲ求メヨ。

42.  $x:y=3:2$  ナルトキ  $\frac{3x+2y}{2x-y}$  ノ値ヲ求メヨ。

43.  $2x^2-5xy+2y^2=0$  ナルトキ  $\frac{x^2-xy}{x^2+xy}$  ノ値ヲ求メヨ。

44. 上下二種ノ品物ガアル。上12箇ト下17箇トノ價ノ和ハ、上8箇ト下32箇トノ價ノ和=等シイ。上下各1箇ノ價ノ比ヲ求メヨ。

45.  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$  ナルトキ次ノ各式ヲ證明セヨ。

(1)  $\frac{a+2b}{b}=\frac{c+2d}{d}$                       (2)  $\frac{a-3b}{b}=\frac{c-3d}{d}$

(3)  $\frac{2a+5b}{2a-5b}=\frac{2c+5d}{2c-5d}$                       (4)  $\frac{a+c}{a-c}=\frac{b+d}{b-d}$

46.  $a:b=c:d$  ナルトキ次ノ各式ヲ證明セヨ。

(1)  $ac:bd=a^2+c^2:b^2+d^2$

(2)  $a^2+b^2:a^2-b^2=c^2+d^2:c^2-d^2$

(3)  $3a+4c:5a+4c=3b+4d:5b+4d$

47.  $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$  ナルトキ

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)=(ax+by+cz)^2$$

ナルコトヲ證明セヨ。

48. 次ノ關係カラ  $x:y:z$  ヲ求メヨ。

(1)  $x:y=2:3, y:z=4:5$

(2)  $x:y=3:5, 6y=7z$

49. 次ノ各組ノ式カラ  $x:y:z$  ヲ求メヨ。

(1)  $\begin{cases} x+y+5z=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$                       (2)  $\begin{cases} 2x-y-z=0 \\ 5x-y-3z=0 \end{cases}$

50. 760圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ分ケルニ甲ト乙トノ比ハ2:3デ、甲ト乙丙ノ和トノ比ハ4:15デアルトイフ。各何程ツツ=ナルカ。

51. 180圓ヲ甲乙丙丁ニ分ケルニ、甲乙ノ比ヲ3ト2トノ如クシ、乙ノ3倍ト丙ノ5倍ト丁ノ6倍トハ互ニ相等シイヤウ=スレバ甲乙丙丁ノ所得ハ各何程カ。

52.  $y$  ガ  $x$  = 比例シ  $x=15$  ノトキ  $y=6$  ナラバ、 $x=9$  ナルトキノ  $y$  ノ値ヲ求メヨ。

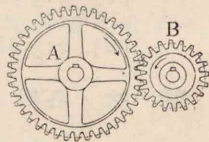
53.  $y$  ハ  $x^2$  = 反比例シ  $x=2$  ナルトキ  $y=1$  デアルトイフ。 $y=9$  ナルトキノ  $x$  ノ値ヲ求メヨ。

54. 球ノ體積ハ半徑ノ立方=比例スル。半徑5cmノ球ガ524ccナルトキハ半徑7cmノ球ノ體積ハ何程カ。

55. 物體ノ面ガ受ケル光ノ強サハ光源トソノ物體ノ受

光面トノ距離ノ平方ニ反比例スル。今  $2m$  距タツタ  
處ヲ照ス光ノ強サガ10燭光ナル電燈ガ、 $2.5m$  距タル處  
ヲ照ス光ノ強サハ幾燭光デアルカ。

56. 互ニ嚙ミ合ツテ廻轉スル大小二箇ノ齒車ガアル。  
ソノ齒數ハ大ナル方ガ40, 小ナル方  
ガ20デアル。大ナル齒車ガ5分間  
ニ60回轉スルトスレバ小ナル齒車  
ハ1分間ニ幾回轉スルカ。



57.  $1l$  ノ價ガ夫々42錢, 37錢, 33錢デアル三種ノ醬油ヲ  
 $5:5:3$  ノ比ニ混合スレバ  $1l$  幾ラノ醬油トナルカ。
58. 上中下三種ノ茶ガアル。  $1kg$  ニツキ上ハ1圓44錢,  
中ハ1圓20錢, 下ハ80錢デアル。今上  $6kg$  ト中  $4kg$  ト下  
幾匁トヲ混合スルト,  $1kg$  96錢ノ茶ガ出來ルカ。
59. 或物品ヲ10圓ニ賣ルト2割5分ノ利ガアル。コレ  
ヲ定價デ賣レバ1割5分ノ利ガアルトイフ。定價ハ  
何程カ。
60. 甲乙ノ時計ガアル。甲ヲ2割引, 乙ヲ1割2分引デ  
買ヘバソノ價合ハセテ65圓60錢トナツテ平均1割8  
分引ニ當ルトイフ。各ノ原價ハ何程カ。
61. 元金1500圓ヲ1箇年間銀行ニ預ケルニ年利6分ノ  
定期預金ニスルノト日歩1錢6厘ノ特別當座預金ニ

スルノト利子ノ差ハ何程デアルカ。

62. 單利法デ二箇年半ノ利子ガ元利合計ノ2割ニ當ル  
トキ, ソノ年利率ハ何程カ。
63. 今カラ60日後ニ支拂ハレル額面1200圓ノ約束手形  
ノ現價ハ何程カ。但シ割引日歩ハ1錢8厘トスル。
64. 5箇月後拂額面2000圓ノ手形ヲ割引スルトキ, 割引  
歩合ヲ年6分トスレバ銀行割引ニヨル場合ト眞割引  
ニヨル場合トデハ現價ニ何程ノ差ガアルカ。
65. 金850圓ヲ一年後ニ拂フ代リニ, 今現金デ130圓ダケ  
拂ヒ, 280圓ヲ5箇月ノ後ニ拂フトキハ殘金ヲ何箇月ノ  
後ニ拂ヘバヨイカ。但シ銀行割引デ計算セヨ。

總雜題

66. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。
- (1)  $x(x+z) - y(y+z)$       (2)  $(x-1)(x-2)^2 - (x-1)^3$   
(3)  $(x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24$   
(4)  $x^4 + x^2y^2 + y^4$       (5)  $3x^4 - x^2 - 2$
67.  $a+b+c=2s$  ナルトキ次ノ式ガ成立スルコトヲ證明  
セヨ。
- $$(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) = 8(s-a)(s-b)(s-c)$$



68.  $x+y=m, xy=n$  ナルトキ  $x^3+y^3$  ノ値ヲ求メヨ。

69. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$2\sqrt{108}+5\sqrt{75}-22\sqrt{3}-15\sqrt{2}$$

70. 次ノ式ノ値ヲ小數第二位マデ求メ、ソノ下ハ四捨五入セヨ。

$$\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$$

71. 直徑 86 mm ノ圓デ、中心カラ 24 mm ノ距離ニアル弦ノ長サヲ求メヨ。

72. 次ノ方程式ヲ解キ根ノ近似値ヲ求メヨ。(小數第二位未滿四捨五入)

$$8x^2-15x-7=0$$

73. 次ノ方程式ガ等根ヲ有スルヤウニ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。

$$(1) (k+1)x^2+kx+k-1=0$$

$$(2) x^2-2(1+3k)x+7(3+2k)=0$$

74.  $b=a+c$  ナルトキハ方程式  $ax^2+bx+c=0$  ハ實數ノ根ヲ有スルコトヲ證明セヨ。

75. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \begin{cases} xy+x=8 \\ xy+y=9 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} (x+1)(x-2)=0 \\ 3xy-2x+2y-1=0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} (x+y)(x+y+1)=30 \\ 3x-2y=3 \end{cases}$$

76. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$(1) x^4-10x^2+9=0 \quad (2) x^3-2x^2-x+2=0$$

77. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$(1) 2x-\sqrt{x-3}=12 \quad (2) \sqrt{9x-8}=3\sqrt{x+4}-2$$

78. 次ノ二式ノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求メヨ。

$$x^2-5x+6, x^3-3x-2$$

79. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(1) \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1-x^4}$$

$$(2) \frac{4x^2-1}{2x^2+7x+6} \times \frac{x^2-x-6}{2x^2+5x-3} \times \frac{2x^2+9x+9}{2x^2-5x-3}$$

$$(3) \left(\frac{a^2+b^2}{b}-a\right)\left(\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}\right) \div \left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$$

80. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(1) \frac{a-b}{a-b+\frac{1}{a+b+\frac{1}{a-b}}} \quad (2) \frac{1}{2+\frac{x+3}{x+1}} \times \frac{1}{x+\frac{1}{2+\frac{x-1}{x+3}}}$$

81.  $x+\frac{1}{x}=1$  ナルトキ  $x^2+\frac{1}{x^2}$  ノ値ヲ求メヨ。

82.  $x-\frac{1}{x}=a$  ナルトキ  $x^2+\frac{1}{x^2}$  ノ値ヲ求メヨ。

83. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$(1) \frac{x^2-3x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} + 2=0$$

$$(2) \frac{x-8}{x-10} + \frac{x-4}{x-6} = \frac{x-5}{x-7} + \frac{x-7}{x-9}$$

$$(3) \frac{x^2}{x+1} + \frac{x+1}{x^2} = 2$$

84. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \frac{7x-2y}{x-y} = 5, \frac{x+7}{3-y} = 2$$

$$(2) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, \frac{3}{y} + \frac{3}{z} = 1, \frac{2}{z} + \frac{2}{x} = 1$$

85. 或正數トソノ正ナル平方根トノ和ガ20デアルトイフ。ソノ數ヲ求メヨ。

86. 直角三角形ノ斜邊ハ13 cm, 他ノ二邊ノ差ハ7 cmデアル。直角ノ二邊ノ長サハ各何程カ。

87. 二桁ノ整數ガアル。各數字ノ平方ノ和ハコノ數ニソノ二數字ヲ加ヘタモノヨリ5大キク, 又コノ數ニ18ヲ加ヘルト數字ノ順ガ逆ニナルトイフ。原ノ數ヲ求メヨ。

88. 「ボート」デ或河ヲ4 km 漕ギ上リ, 8 km 漕ギ下ルニ2時間ヲ要シ, 又8 km 漕ギ上リ, 4 km 漕ギ下ルニ2.5時間ヲ要シタ。靜水デ漕グ速サト河ノ流レノ速サヲ求メヨ。

89. 犬ノa歩ノ距離ハ兎ノb歩ノ距離ニ等シク, 犬ガm歩スル間ニ兎ハn歩スルトイフ。犬ト兎トノ速サノ比ヲ求メヨ。

90.  $x:y=5:7$  ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}$$

91.  $x:y:z=a:b:c$  ナルトキ次ノ等式ガ成立スルコトヲ證明セヨ。

$$\frac{y^2z^2}{bc} + \frac{z^2x^2}{ca} + \frac{x^2y^2}{ab} = \frac{(yz+zx+xy)^2}{bc+ca+ab}$$

92.  $x:y:z=a^2-bc:b^2-ca:c^2-ab$  ナルトキ  $bx+cy+az=0$  ナルコトヲ證明セヨ。

93.  $a, b, c, d$  ガ連比例ヲナストキ次ノ等式ガ成立スルコトヲ證明セヨ。

$$(ab+bc+cd)^2 = (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)$$

94.  $a(y+z)=b(z+x)=c(x+y)$  ナルトキ  $x:y:z$  ヲ求メヨ。

95.  $a(y+z)=b(z+x)=c(x+y)$  ナルトキ次ノ等式ガ成立スルコトヲ證明セヨ。

$$\frac{y-z}{a(b-c)} = \frac{z-x}{b(c-a)} = \frac{x-y}{c(a-b)}$$

96.  $w$  ハ  $x$  ト  $y$  トニ正比例シ,  $z$  ニ反比例スル。今  $x=2, y=5, z=8$  ナルトキ  $w=15$  デアルトスルト  $x=7, y=4, z=6$  ノトキノ  $w$  ノ値ヲ求メヨ。

97. 同質ノ金剛石ノ價ハホボソノ大サノ平方ニ比例スル。價ガ2000圓ノ金剛石ヲ大サノ割合ガ3:2ナルヤウニ二分シタモノトスレバ何程ノ損失トナルカ。

98. 氣體ノ體積ハ絶對溫度ニ正比例シ, ソノ受ケル壓力ニ反比例スル。今攝氏27度壓力4氣壓ノトキ1立方

米ノ體積ノ氣體ハ攝氏 0 度壓力 1 氣壓ノトキハツノ  
體積何程トナルカ。但シ攝氏  $t$  度ハ絶對溫度  $(t+273)$   
度デアアル。

99. 鶴ト龜トガ  $n$  頭キテ、ソノ足數ノ比ガ  $a:b$  ナルトキ、  
各ノ頭數ヲ求メヨ。

100. 甲乙二ツノ品物ヲ何レモ  $m$  圓ツツニ賣ツタトコロ  
ガ甲デハ  $r\%$  利益ヲ得、乙デハ  $r\%$  損失ヲシタ。全體  
デハ原價ニ對シ何程ノ利益又ハ損失トナルカ。

— 答 —

雜題 [8] (6頁)

1.  $16x^2+8x+1$       2.  $9a^2b^2c^2-30abc+25$       3.  $4a^2-25c^2$   
4. 999996      5.  $p^2-p-56$       6.  $a^2+8a+15$   
7.  $6i^2-k-1$       8.  $-x^2+14x-48$       9.  $x^2+2xy+y^2+2x+2y-15$   
10.  $a^4-b^4$       11.  $x^8-a^8$       12. 相等シイ  
14. (1)  $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$       (2)  $x^2+y^2+z^2-2xy-2xz+2yz$   
(3)  $x^2+4y^2+z^2+4xy+2xz+4yz$       (4)  $x^2+9y^2+4z^2+6xy-4xz-12yz$   
16. (1)  $a^3+3a^2+3a+1$       (2)  $x^3+12x^2+48x+64$       (3)  $x^3-6x^2+12x-8$

雜題 [9] (16頁)

1.  $x(x+2)(x-2)$       2.  $a(a-3)^2$       3.  $(7a-b)^2$   
4.  $m^2(m+n)^2$       5.  $3(a+3)(a-4)$       6.  $y(x-y)^2$   
7.  $9(2m+3n)(2m-3n)$       8.  $4(2x-1)^2$       9.  $(a+3)(a+2)(a-2)(a-3)$   
10.  $(x-1)(y+1)$       11.  $(m-n)(m^2+mn-n)$       12.  $(a+b)(a-b+c)$   
13.  $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$       14.  $a^2b^2(a-b)^2$   
15.  $(a+b+c-d)(a+b-c+d)$   
17. (1)  $(a+1)(a^2-a+1)$       (2)  $(x-1)(x^2+x+1)$   
(3)  $(1+ab)(1-ab+a^2b^2)$       (4)  $(k-2)(k^2+2k+4)$   
(5)  $x(x-1)(x^2+x+1)$       (6)  $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$   
(7)  $2(3p-2q)(9p^2+6pq+4q^2)$       (8)  $(a-b-c)\{(a-b)^2+(a-b)c+c^2\}$

例題 (68) [19頁]

1. 1, 3      2. -2, -3      3. 2, -3      4.  $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$   
5. 0, -3      6. 5, 6      7. 5, -3      8. 4, -6  
9. 1,  $\frac{1}{2}$       10.  $\frac{1}{3}, -1$       11.  $\frac{3}{2}, -5$       12. 1, 6

例題 (69) [21頁]

1. 4, 8      2. 8 或  $\wedge$  -5      3. 9, 11  
 4. 13      5. 12 cm, 8 cm      6. 高  $\wedge$  5 cm, 底邊 8 cm  
 7. 5 dm, 3 dm      8. 4 cm

例題 (73) [34頁]

1. (1) 248    (2) 375    (3) 1908    (4) 3.5    (5) 12.3  
 (6) 0.42    (7) 0.021    (8) 0.8857 開平剩餘 0.00009561  
 2. (1) 1.732 強    (2) 0.913 弱    (3) 0.535 弱      3. 29

例題 (75) [39頁]

1.  $2\sqrt{3}$     2.  $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$     3.  $7\sqrt{3}$     4.  $3\sqrt{5}$   
 5.  $\sqrt{6} - 2$     6. 1      7.  $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$     8.  $5 - 2\sqrt{6}$   
 9. (1) -9.639    (2) 1.366    (3) 12.816

雜題 [10] (41頁)

1. (1) 464    (2) 0.0566      2. 13.31  
 3. (1)  $2\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$     (2)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$     (3)  $-7 - 3\sqrt{3}$   
 (4)  $7 - 2\sqrt{10}$     (5)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$     (6) -1  
 4. 0.101 強      5. 11.137 強      6. 50.9 cm 強

例題 (77) [48—49頁]

1. 3, -5      2. 7, -3      3. -1, -2      4. 2, 3  
 5. 7, -2      6. 3,  $\frac{1}{2}$       7. 3,  $-\frac{1}{3}$       8. 1,  $-\frac{4}{5}$   
 9.  $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{5}{2}$     10. 3k, 2k    11. 2a,  $-\frac{a}{2}$     12. 2, -3  
 13. 1,  $-\frac{2}{3}$     14.  $\frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$     15. 0.162, -6.162

16. 0.881, -0.681      17. 18, 22    18. 21, 22, 23

19. 1728 立方寸    20. 7分

例題 (80) [60頁]

1.  $x=12, y=3; x=-3, y=-12$     2.  $x=3, y=5; x=5, y=3$   
 3.  $x=9, y=-2; x=-2, y=9$     4.  $x=\frac{13}{3}, y=\frac{2}{3}$   
 5.  $x=10, y=11; x=11, y=10$     6.  $x=3, y=1; x=4, y=-1$   
 7.  $x=5, y=-3; x=\frac{1}{2}, y=6$     8.  $x=5, y=4; x=\frac{15}{2}, y=\frac{7}{3}$   
 9.  $x=-2, y=5; x=\frac{1}{2}, y=\frac{5}{4}$     10.  $x=4, y=-2; x=\frac{7}{2}, y=-\frac{5}{2}$

例題 (82) [65—66頁]

1. 6, 18      2. A 18, B 12 或  $\wedge$  A -12, B -18    3. 25m, 75m  
 4. 甲 40 cm, 乙 15 cm    5. 5 cm, 12 cm    6. 5 cm, 12 cm, 13 cm  
 7. 46    8. 25 m, 12 m 或  $\wedge$  24.6 m, 12.8 m  
 9. 300 圓, 年 5 分    10. 15 人, 21 日

例題 (83) [69頁]

1.  $\pm 1, \pm 2$     2.  $\pm 3$       3.  $\pm 2, \pm 5$     4.  $\pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$   
 5. -1,  $\pm 2, 3$     6. -5, -1,  $\pm 2$     7. 0,  $\pm 2$   
 8. 0, -2,  $-\frac{1}{2}$     9. -2,  $\pm 1$       10.  $\frac{5}{3}, \pm 1$

例題 (84) [71頁]

1. 3    2. 18    3. 3    4. 1    5. 7    6. 5  
 7. 二邊  $\wedge$  15 cm, 20 cm, 斜邊  $\wedge$  25 cm

雜題 [11] (72—73頁)

1.  $\frac{1 \pm \sqrt{19}}{2}$     2. 1, 6      3. 7, -3      4. 0, 1, 4

答

5. 2, 7, -3    6.  $-2, \pm \frac{1}{2}$     7. 4    8. 16    9. 9
10.  $x=4, y=5; x=5, y=4$     11.  $x=3, y=1; x=-5, y=-3$
12.  $x=5, y=4; x=\frac{15}{2}, y=\frac{7}{3}$     13.  $x=5, y=2; x=-4, y=-\frac{5}{2}$
14.  $x=1, y=3; x=3, y=1; x=-1, y=5; x=5, y=-1$
15.  $x=1, y=-3; x=\frac{5}{2}, y=\frac{3}{2}$
16. (1) 相異なる二根    (2) 根ヲ有セズ  
(3) 等根    (4) 根ヲ有セズ
17. (1)  $k=\pm 8$     (2)  $k=21$  或ハ  $-19$   
(3)  $k=2$  或ハ  $-\frac{2}{7}$
18. 甲 15, 乙 5; 甲 5, 乙 15    19. 縦 4.5 cm, 横 6 cm
20. 縦 5 cm, 横 3 cm    21. 年利率 6 分
22. 年利率 1 割

雑題 [12] (91—92 頁)

1.  $\frac{x-7}{(x-3)(x^2-16)}$     2.  $\frac{2}{(x-4)(x-2)(x+1)}$     3.  $\frac{4}{(x^2-1)(x^2-4)}$
4.  $\frac{a^2+1}{a^2-1}$     5.  $\frac{8y^2}{1-y^8}$     6. 0    7. 0
8.  $\frac{a(a-1)}{x^2+x+1}$     9.  $\frac{y}{x-y}$     10. 0    11.  $\frac{a^4}{a^2+b^2}$
12.  $\frac{x^2+y^2}{2xy}$     13.  $\frac{16m^4n^4-1}{16n^4}$     14.  $\frac{2x^2-y^2}{2x+y}$     15.  $\frac{x^2}{x^2+x-1}$
16.  $-\frac{9}{16}$     17.  $-\frac{18}{25}$     18.  $\frac{(a^2-b^2)^2}{a^2b^2}$     19.  $\frac{a+3b+3c}{3a+b+c}$

例題 (92) [97 頁]

1. 4    2. 9    3. 根ナシ    4. 2    5. 4,  $-\frac{3}{2}$
6. 3,  $-\frac{4}{5}$     7. 2,  $-\frac{5}{3}$     8. 2,  $-3^*$     9. 1    10.  $\frac{1}{y}$
11.  $\frac{2}{3}, \frac{7}{2}$     12. 5    13. -7    14.  $\frac{1}{2}$

答

例題 (93) [100—101 頁]

1.  $x=10, y=6$     2.  $x=4, y=2$     3.  $x=5, y=8$
4.  $x=8, y=9$     5.  $x=6, y=2; x=-1, y=-\frac{1}{3}$
6.  $x=3, y=4; x=-\frac{2}{3}, y=-\frac{10}{3}$     7.  $x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{5}$
8.  $x=2, y=1$     9.  $x=-3, y=5$     10.  $x=2, y=3; x=3, y=2$
11.  $x=\frac{3}{2}, y=2; x=\frac{5}{4}, y=\frac{8}{5}$     12.  $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}, z=\frac{1}{6}$

例題 (94) [104—106 頁]

1. 24    2.  $\frac{10}{21}$     3. 梨 5 錢, 林檎 8 錢    4. 4 錢
5. 甲 6 時間, 乙 12 時間    6. 甲 20 日, 乙 30 日, 丙 60 日
7. 甲 20 日, 乙 30 日    8. 毎時 1 km
9. 汽船 毎時 28 km, 端艇 12 km    10. 甲 10 時間, 乙 15 時間
11. 距離 630 km, 列車ノ速サ(甲地發)毎時 63 km, (乙地發) 42 km

雑題 [13] (112—113 頁)

1.  $\frac{7}{17}$     2. 根ナシ    3. -2,  $-\frac{1}{3}$     4.  $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
5. 5    6. 4    7. 7    8. 1    9.  $\frac{2ab}{b-a}(a+b)$
10.  $-\frac{ab}{a^2+b^2}$     11.  $x=7, y=8$     12.  $x=2, y=7$     13.  $x=6, y=3$
14.  $x=a+b-c, y=a-b+c$     15.  $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$
16.  $f=\frac{2ms}{t^2}$     17. -40 度    18. 甲  $6\frac{2}{3}$  分, 乙 10 分
19. 距離 45 哩, 船ノ速サ毎時 18 哩

雑題 [14] (129—130 頁)

1. 2    2. -1,  $\frac{1}{4}$     3.  $\frac{a}{b}$  ノ方ガ大

答

4.  $\frac{a+4b}{a+5b}$  の方が大    5.  $\pm\sqrt{2}$     6. 2:11:8  
7. 10:9:5    8. 2    9. 5    14. 30 l

例題 (102) [135—136 頁]

4. 43.96 cm    5. 5.64 cm 強    6. 26.4 cm

例題 (103) [141 頁]

5. 1.63 l 強    6. 54 燭光    7. 74.67 kg 強

例題 (104) [148 頁]

1. 18    2. 724.5 圓    3. 7.5 日    4.  $948\frac{4}{27}g$   
5. 768 kg    6. 40.56 聽

例題 (105) [150 頁]

1. 甲 260 圓, 乙 200 圓, 丙 300 圓, 丁 240 圓  
2. 甲 36 圓, 乙 63 圓, 丙 42 圓  
3. 甲 336 圓, 乙 350 圓, 丙 252 圓

例題 (106) [154 頁]

1. 38 錢    2. 20 kg    3. 二十金 30 g, 十四金 15 g  
4. 9 封度    5. 上:中:下=5:4:2  
6. p 圓ノ酒  $\frac{(s-q)t}{p-q}$  立, q 圓ノ酒  $\frac{(p-s)t}{p-q}$  立

例題 (107) [156 頁]

1. 4 割増    2. 52 圓    3. 87.5 %

例題 (108) [159 頁]

1. 甲口 1200 圓, 乙口 400 圓    2. 年利率 5 分

答

例題 (109) [160 頁]

1. 5 分 6 厘弱    2. 銀行株が 5 厘 3 毛弱利廻リヨシ  
3. 75 株

例題 (110) [163 頁]

1. 780 圓 80 錢    2. 割引高 35 圓 19 錢, 現價 4464 圓 81 錢  
3. 5144 圓 78 錢    4. 35 錢強    5. 5 箇月後

雜題 [15] (164—166 頁)

2.  $x=2(t^2+6t+15)$     3. 2.25 m    4. 800 圓    5. 1:7  
6. 920 g    7. 74 圓 80 錢ノ益    8. 71 圓    9. 500 萬圓  
10. 3000 圓    11. 53 圓 5 錢

補充問題

V

1. (1)  $4x^2-20ax+25a^2$  (2)  $x^2+x+\frac{1}{4}$  (3)  $1-36x^2y^2$   
(4)  $y^2+16y+63$  (5)  $c^2+8c-20$  (6)  $-4x^2+4xy-y^2$   
(7)  $x^2-2xy+y^2+12x-12y+35$  (8)  $a^2+4b^2+c^2-4ab+2ac-4bc$   
(9)  $x^8-256$  (10)  $x^4-2x^2+1$   
2. (1)  $a(a-b-c)$  (2)  $2x(x^2+x+2)$  (3)  $(y-12)^2$   
(4)  $(x+6y)(x-6y)$  (5)  $(x+16)(x+3)$  (6)  $(a-13)(a+2)$   
(7)  $x(x+4)(x-3)$  (8)  $(a+b)(a-c)$  (9)  $(2a+b)(x+y)$   
(10)  $(a+1)(2a+1)$  (11)  $(3y-1)(y+2)$  (12)  $(x+a-2)(x+a-5)$   
(13)  $(x-y)(x+y+z)$  (14)  $(x+1)^2(x-3)$   
3. (1) 336 (2) 1317 (3) 324 (4) 326000  
4. (1)  $a-2b$  (2)  $a+b-5$   
5. (1) 135 (2) 2.49 (3) 277 (4) 625 (5) 0.032

- (6) 1.973
6. (1)  $17\sqrt{5}$  (2)  $5\sqrt{5}$  (3)  $11\sqrt{3}$  (4)  $3\sqrt{5}-5$   
 (5)  $2\sqrt{3}$  (6)  $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$  (7)  $7+4\sqrt{3}$  (8)  $\sqrt{3}$
7. (1) 2.8284 (2) 18.3846
8. (1) 9, -2 (2)  $1, -\frac{1}{2}$  (3)  $\pm 13$  (4)  $\pm 4$   
 (5)  $\frac{1}{3}, -4$  (6)  $\frac{3}{7}, -5$  (7)  $\pm 2$  (8)  $2, 6\frac{1}{5}$   
 (9)  $\frac{-2\pm\sqrt{166}}{6}$  (10)  $1\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$
9. (1) 相異ナル二根 (2) 根ナシ (3) 等根 (4) 根ナシ
10. (1)  $k=\pm 10$  (2)  $-1, -\frac{1}{3}$
11. (1)  $x=15, y=-2; x=-2, y=15$  (2)  $x=1, y=1$   
 (3)  $x=2, y=0; x=1, y=1$  (4)  $x=1, y=-2; x=-1, y=4$
12. (1)  $0, -\frac{5}{3}$  (2)  $\pm 2, \pm\sqrt{3}$  (3)  $\pm 1, 3$  (4)  $5, 1, -3$
13. (1) 7 (2) 9 (3) 3 14. 16.970 cm 強 15. 12 cm
16.  $A=18, B=7; A=7, B=18$  17. 2.25 秒弱, 18.16 秒強

VI

18. (1)  $x-1$  (2)  $x+2$  (3)  $a+b+c$
19. (1)  $3(m^2-n^2)$  (2)  $(a-2)(a+1)(a+3)(a+4)$
20. (1)  $\frac{5a+b}{6}$  (2)  $\frac{2xy}{x^2-y^2}$  (3) 0 (4)  $\frac{x+4}{x-3}$   
 (5)  $a^3-x^3$  21.  $-\frac{1}{3}$  23. (1) 3 (2) 5  
 (3) 0, 1 (4)  $3, -\frac{5}{7}$  (5)  $\frac{ab}{a+b} (a+b\neq 0)$  (6) 4
24. (1)  $x=3, y=-2$  (2)  $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}$   
 (3)  $x=4, y=6; x=6, y=4$  (4)  $x=\frac{1}{3}, y=6; x=\frac{2}{3}, y=12$
25. (1)  $r=\frac{S-a}{S}$  (2)  $h=\frac{T-2\pi h^2}{2\pi r}$  26.  $E=IR$

27. 甲 52, 乙 9 28. 毎時 1.5 km 29. 男工 1 圓 80 錢, 女工 1 圓 20 錢  
 30. 甲管  $10\frac{1}{5}$  分, 乙管 17 分 31. 甲 9 日, 乙 18 日, 丙 6 日  
 32. 甲 650 圓, 乙 350 圓 又ハ 甲 400 圓, 乙 600 圓

VII

33. (1) 19:3 (2)  $4x:3y$  (3)  $1:a-b$  (4)  $x-2:x-3$
34.  $\frac{17}{22}$  35.  $\frac{7}{15} < \frac{17-3}{15-3}$  36. 5 37. 6:5
38. 甲 45 歳, 乙 30 歳 39. (1) 4 (2)  $2, \frac{5}{2}$
40. (1) 比例中項  $\pm 12$ , 第三比例項  $28\frac{4}{9}$   
 (2) 比例中項  $\pm ab\sqrt{ab}$ , 第三比例項  $b^3$
41. 5:7 42.  $3\frac{1}{4}$  43.  $\pm\frac{1}{3}$  44. 15:4
48. (1) 8:12:15 (2) 21:35:30
49. (1) 3:2:-1 (2) 2:1:3
50. 甲 160 圓, 乙 240 圓, 丙 360 圓
51. 甲 75 圓, 乙 50 圓, 丙 30 圓, 丁 25 圓
52.  $11\frac{3}{5}$  53.  $\pm\frac{2}{3}$  54. 約 1438 cc 55. 6.4 燭光
56. 24 廻轉 57. 38 錢 58. 24 kg 59. 9 圓 20 錢
60. 甲 60 圓, 乙 20 圓 61. 定期預金ノ方ガ 2 圓 40 錢多イ
62. 年利率 1 割 63. 1187 圓 4 錢
64. 眞割引 = ヨル方ガ 1 圓 22 錢多イ 65. 1 年 8 箇月後

總 雜 題

66. (1)  $(x-y)(x+y+z)$  (2)  $-(x-1)(2x-3)$   
 (3)  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$  (4)  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$   
 (5)  $(x-1)(x+1)(3x^2+2)$
68.  $m(m^2-3n)$  69.  $15(\sqrt{3}-\sqrt{2})$  70. 5.10 弱

答

71. 71.4 mm 弱    72. 2.26 強, -0.39 弱    73. (1)  $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$
- (2)  $2, -\frac{10}{9}$     75. (1)  $x=4, y=3; x=-2, y=-3$
- (2)  $x=-1, y=1; x=2, y=\frac{5}{8}$     (3)  $x=\frac{13}{5}, y=\frac{12}{5}; x=-\frac{9}{5}, y=-\frac{21}{5}$
76. (1)  $\pm 1, \pm 3$     (2)  $\pm 1, 2$
77. (1) 7    (2) 12
78. G. C. M.  $x-2$     L. C. M.  $(x+1)^2(x-2)(x-3)$
79. (1) 0    (2) 1    (3)  $a$
80. (1)  $\frac{a^2-b^2+1}{a^2-b^2+2}$     (2)  $\frac{1}{3(x+1)}$     81. -1    82.  $a^2+2$
83. (1)  $-\frac{1}{3}$     (2) 8    (3)  $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$     84. (1)  $x=3, y=-2$
- (2)  $x=\frac{12}{7}, y=\frac{12}{5}, z=-12$     85. 16    86. 5 cm, 12 cm
87. 57    88. 漕速每時 6 km, 流速每時 2 km    89.  $bm : an$
90.  $-1\frac{1}{24}$     94.  $ca+ab-bc : ab+bc-ca : bc+ca-ab$     96. 56
97. 960 圓    98.  $3\frac{16}{25}$  立方米    99. 鶴  $\frac{2na}{2a+b}$ , 龜  $\frac{nb}{2a+b}$
100.  $\left(\frac{r}{100}\right)^2$  損失

昭和六年八月一日初版印刷 昭和六年八月五日初版發行  
 昭和九年十一月十日修正再版印刷 昭和九年十一月十五日修正再版發行  
 昭和九年十二月十七日 訂正三版印刷  
 昭和九年十二月二十一日 訂正三版發行



現代  
 新算術代數  
 [下卷]  
 定價金八拾錢

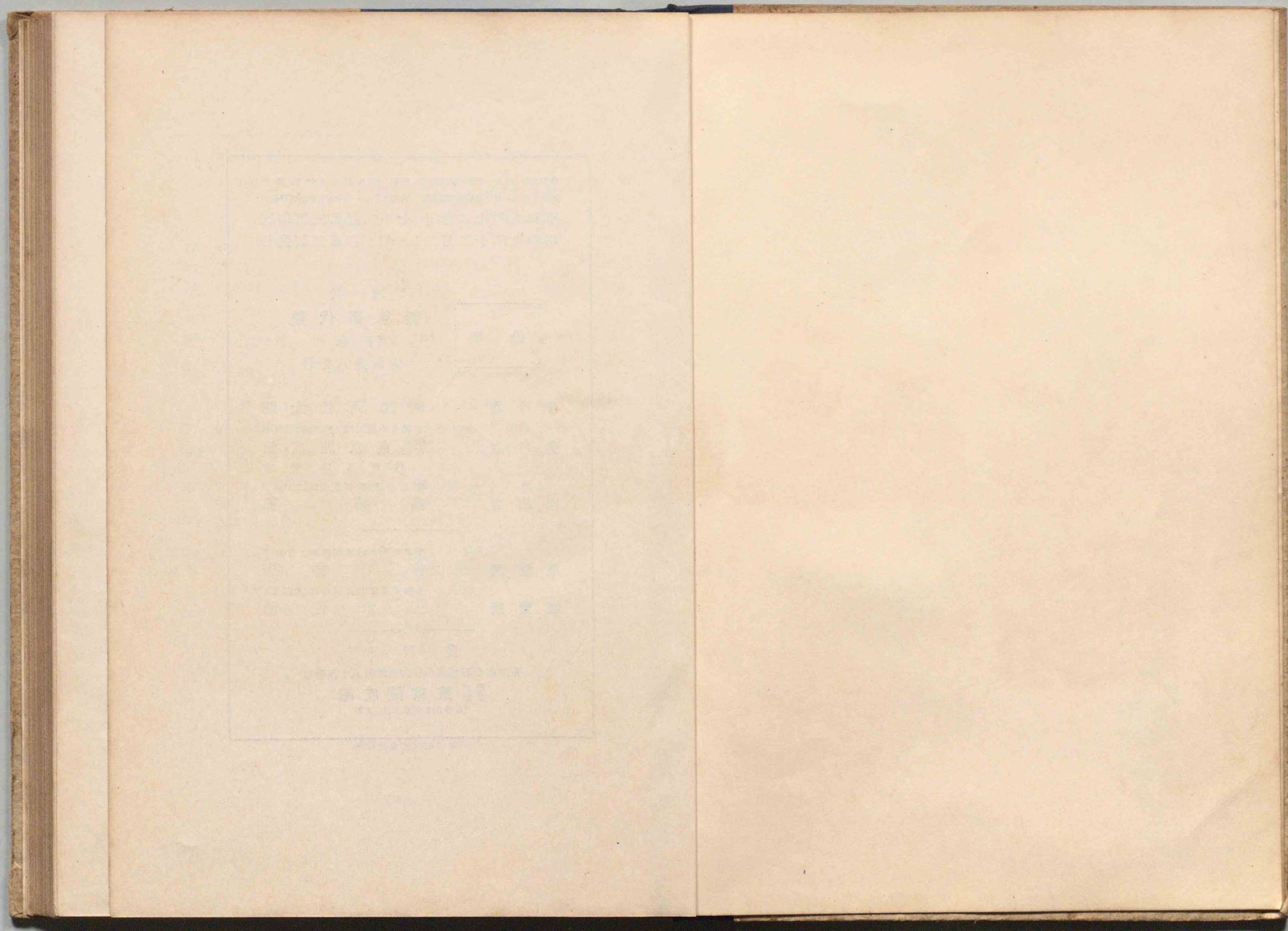
著作者 阿部八代太郎  
 東京市小石川區小日向水道町84  
 株式會社 東京開成館  
 代表者 松本繁吉  
 東京市京橋區銀座西二丁目3  
 印刷者 高橋郁

販賣所 東京市日本橋區吳服廳二丁目5 林平書店  
 大阪市東區北久寶寺町心齋橋筋角  
 販賣所 三木佐助

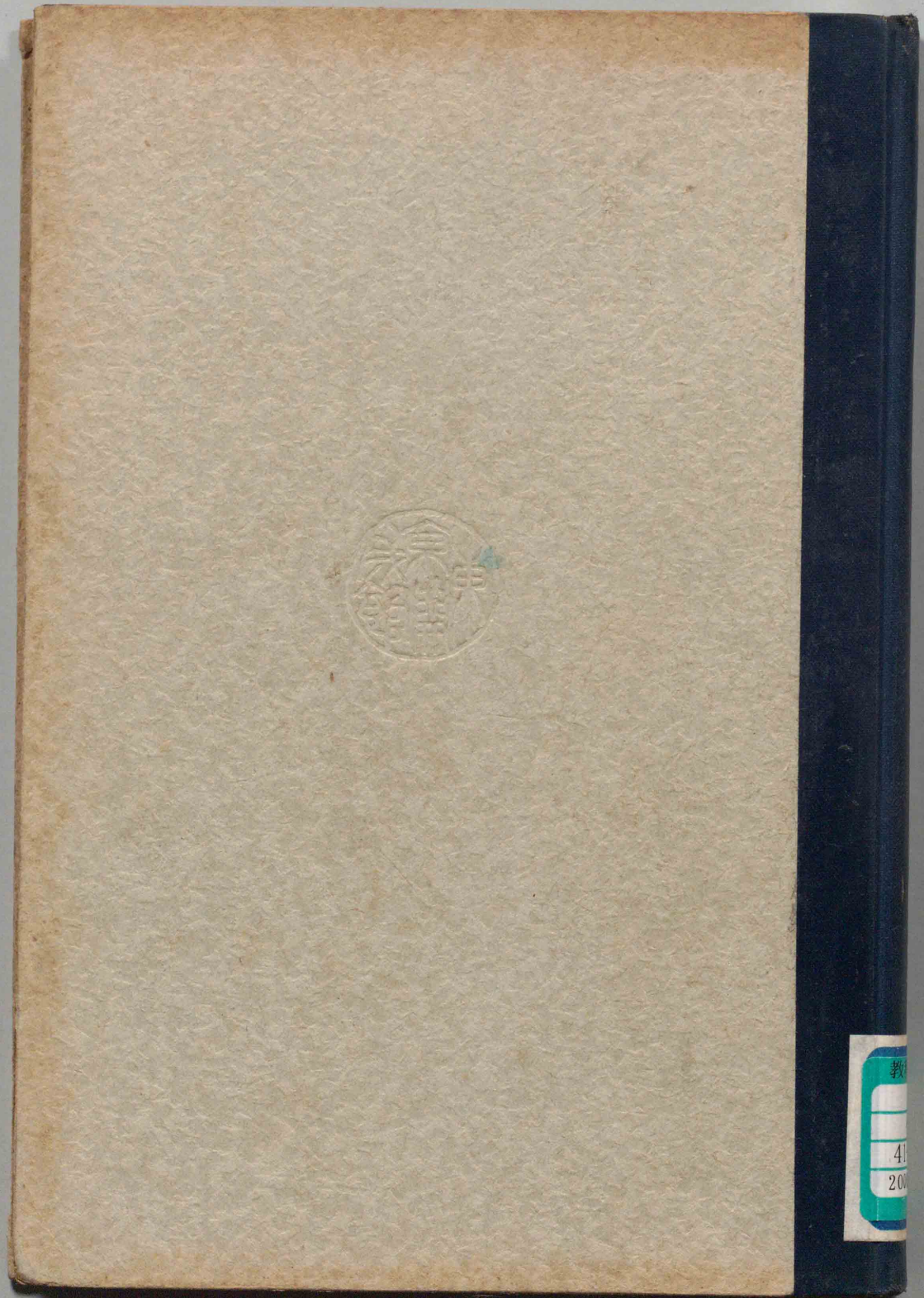
發行所  
 東京市小石川區小日向水道町八十四番地  
 株式會社 東京開成館  
 [振替口座]東京五三二二番

三盛印刷株式會社印刷





甲  
大澤靜夫  
山陽中學校



教  
41  
20