理學博士 寺尾 壽
藤野了祐
共編

改訂

新制幾何學

〔基本課程用〕

昭和十年十二月四日
文部省檢定濟
中學校數學科

東京 冨山房發行 神田

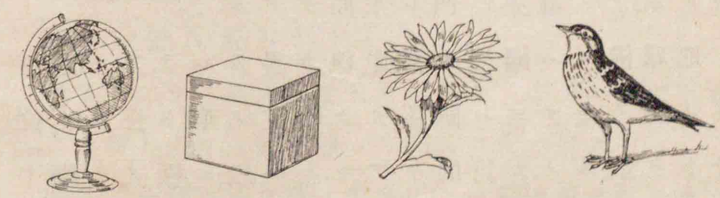
目　次

改訂 新制幾何學

第一篇
幾何圖形
第一章 緒論

1. 立體,面,線,點

吾々ノ手近ニアル色々ノ物ヲ見ルト皆夫々異ツタ形ヲシテキル. 例ヘバ地球儀ノヤウニ丸イモノモアリ,箱ノヤウニ四角ナモノモアリ,花ヤ鳥ノヤウニ相當複雜ナ形ノモノモアル. 又同ジ形



ノモノニモ大小ガアル. 又同ジ地球儀デモ机ノ上ニ立テヽアルノト倒シテアルノトハ趣ガ違フ,

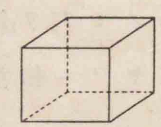
即チ位置ニヨツテ地球儀ト机トノ關係ガ違フ.

サテ吾々ハコレカラ色々ナ物ノ形,大イサ及位置ニツイテ研究シヨウトスルノデアル. ソコデ

ドンナ物體デモ,之ヲ造ツテキル物質ヲ考ヘズニ,唯其ノ形,大イサ及位置ダケニツイテ考ヘタトキ,之ヲ**立體**トイフ.

次ニ例ヘバ地球儀ノ我ガ國ノ部分ヲ見ルト,之ハ厚サニハ關係ナク唯我ガ國ノ形ト廣サト位置トヲ示スノガ目的デアル. 一般ニ,極メテ薄イ紙ノヤウニ,厚サヲ考ヘズニ廣サダケヲモツト考ヘルモノヲ**面**トイフ.

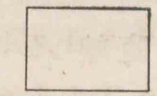
立體ノ境界ハ面デアル.



例ヘバ右圖ノ立體デ上下左右前後ノ六ツノ境界ハ何レモ面デアル.

地球儀ニハ國境ヤ海岸線ガ畫カレテアル,之ハ其ノ墨ノ太サニハ關係ナク唯其ノ形ト長サト位置トヲ示スノガ目的デアル. 一般ニ,極メテ細イ絲ノヤウニ,太サヲ(幅モ厚サモ)考ヘズニ長サダケヲモツト考ヘルモノヲ**線**トイフ.

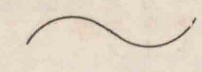
面ノ境界ハ線デアル.



例ヘバ右圖ノ面デ上下左右ノ四ツノ境界ハ線デアル.

地球儀上デ東京市ノ所在ヲ表ハス記號ハ,其ノ記號ノ大イサニハ關係ナク唯東京市ノ位置ヲ示スダケガ目的デアル. 一般ニ,針ノ尖(サキ)ノヤウニ,大イサヲ考ヘズニ位置ダケヲモツト考ヘルモノヲ**點**トイフ.

線ノ境界(端)ハ點デアル.



例ヘバ右圖ノ線デ左右ノ兩端ハ點デアル.

點ヲ圖ニ表ハスニハ・又ハ×ヲ用ヒル. マタ點ノ名ニハ一ツノ大ろーま字A, Bナドヲ使フ.

例ヘバ點A,點Bナド.

問1 二ツノ面ガ出會フ所ハ何カ. 二ツノ線ガ出會フ所ハ何カ. 面ト線トガ出會フ所ハ何カ.

問2 任意ニ面ヲ畫イテ其ノ上ニ點ヤ線ヲ二ツ三ツ畫イテ見ヨ.

問3 立體ニハ重サガアルダラウカ.

2. 直線

直線トハ眞直(マツスグ)ナ線ノコトデアル.

例ヘバ强ク張ツタ絲ナドデ直線ノ觀念ガ得ラレル.

吾々ノ視線モ眞直デアル.

銃ヤ弓ヲ射ルトキナド之ヲ利用シテヰル.

直線ハ雙方ヘ限リノナイモノトスル.

直線ヲ其ノ上ノ或一點デ二ツニ分ケタトキ,其ノ一方ヲ**半直線**トイヒ,其ノ點ヲ其ノ半直線ノ**原點**トイフ.

直線上ニ二點ヲトツタトキ其ノ間ノ部分(其ノ二點ヲ兩端トスル部分)ヲ**線分**又ハ**有限直線**トイフ.

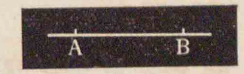
有限直線ヤ半直線ニ對シテ只ノ直線(卽チ雙方ヘ限リノナイト考ヘル直線)ヲ**無限直線**トモイフ.

無限直線上ニトツタ半直線又ハ線分ノ殘リノ部分ヲ其ノ**延長**トイフ.

紛レル虞ノナイトキニハ半直線又ハ有限直線ノコトヲ單ニ直線トイフコトモアル.

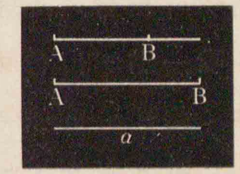
直線ヲ表ハスニハ通例其ノ上ノ任意ノ二點ノ

名ヲ續ケテ書ク.



例ヘバ直線ABナド.

半直線ノ場合ニハ先ヅ原點ノ名ヲ書キ,次ニ其ノ上ノ任意ノ一點ノ名ヲ書ク.



線分ノ場合ニハ其ノ兩端ノ名ヲ書ク.

マタ唯一ツノ文字デ直線ヤ線分ヲ表ハスコトモアル.

例ヘバ直線 a ナド.

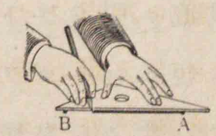
直線デナイ線ヲスベテ**曲線**トイフ.

尖ツタ鉛筆ノサキヲ紙ノ上ニ動カセバ線ガ出來ル. カヤウニ

點ガ動イタ跡ハ線デアル.

3. 直線ノ基本性質

二定點ヲ通ツテ二本ノ絲ヲ强ク引張ルト,恰モ一本ノ絲ヲ張ツタヤウニ其ノ間ニ少シモ隙間(スキマ)ガデキナイダラウ. 因テ次ノ事柄ガワカル.

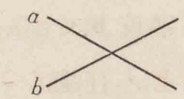


二定點ヲ通ル直線ハ唯一

ツアル.

コレガ直線ノ基本性質デアル.

從テ一點デ出會フ二直線ハ他ノ點デハ出會ハナイ.

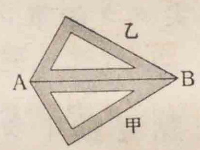


唯一點デ出會フ二直線ハ相交ルトイフ. 其ノ點ヲ此ノ二直線ノ交點トイフ.

二點ヲ兩端トスル線分ヲ引ク(畫ク)コトヲ此ノ二點ヲ結ビツケル(又ハ略シテ結ブ)トイフ.

直線(線分)ヲ引クニハ定木ヲ用ヒル.

定木ガ正シイカドウカヲ調ベルニハ,圖ノヤウニ先ヅ定木ヲ(甲)ノ位置ニオイテ其ノ線ニ沿ウテ線 AB ヲ引キ,次ニ定木ヲ裏返シテ(乙)ノ位置ニシ前ト同ジ線ヲ用ヒテ再ビ線 AB ヲ引ケ. コレガ前ノ線ニ全ク重ナレバ定木ハ正シイト見テイヽ.

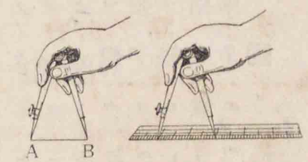


問1 此ノ方法デ各自ノ定木ノ正否ヲ檢セ.

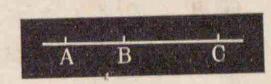
固定サレタ二點ノ間ヲ絲デ繋(ツナ)イデ見ルト絲ヲ眞直ニ張ツタトキ此ノ二點ヲ繋グ絲ノ長サガ最モ短イコトガワカル. 卽チ二點ヲ結ブ線分ノ長サハ此ノ二點間ノ最短距離デアル. 之ヲ單ニ此

ノ二點間ノ距離トイフ.

線分ノ長サヲ測ルニハ直接ニ之ニ物差ヲアテヽ見テモイヽガ,又こんぱすヲ用ヒテモイヽ. 卽チこんぱすヲ其ノ兩尖端ガ夫々線分ノ兩端ニ合スルヤウニ開キ,次ニ今開イタマヽノこんぱすヲ物差ノ目盛ニアテヽ見ル.

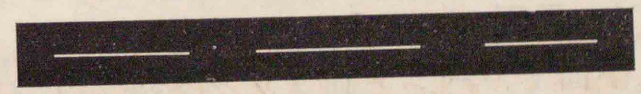


直線上ニ三點 A, B, C ガ右圖ノヤウニアルトキ線分 AC ハ線分 AB ト線分 BC トノ和ニ等シイ.



卽チ $AC = AB + BC$

問2 次ノ三ツノ線分ノ長サヲ(見タマヽデ) mm ノ位マデ言ヘ.



次ニ之ヲ物差デ測レ.

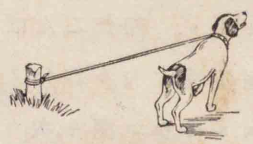
問3 目分量デ 1 cm, 2 cm, 5 cm, 10 cm ノ長サノ線分ヲ引ケ. 而シテ之ヲ物差デ測レ.

問4 問2ノ三ツノ線分ノ和ニ等シイ線分ヲ引ケ. (定木トこんぱすヲ使ヘ)

問5 コノ教科書ノ縦横ヲ目測シ,次ニ物差デ測レ

問6 各自ノ拇指ト中指トヲ十分擴ゲタトキノ兩端ノ距離ヲ測レ. 次ニ各自ノ机ノ縱横ヲ目測シ,上ノ兩指ヲ張ツタモノヲ物差ニ代用シテ之ヲ檢セ.

問7 紐デ繋ガレタ犬ガ遠クニ離レヨウトスレバ,紐ハ引張ラレテ眞直ニナルノハ何故カ.



問8 長サノチガフ幾筋カノ絲ノ兩端ヲ揃ヘテ十分力ヲ入レルトドレカラ切レ始メルカ.

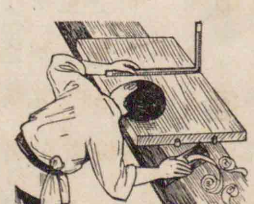
問9 布ヤ絲ノ長サヲ測ルニハ眞直ナ物差ヲ用ヒ,胸圍ナドヲ測ルニハ卷尺ヲ用ヒル方ガ便利ナノハ何故カ.

問10 身長ヲクラベルノニ直立スルノハ何故カ.

4. 平面

平面トハ一ツノ面デアツテ,其ノ上ノ任意ノ二點ヲ通ル直線ガ全ク其ノ面ノ上ニアルモノヲイフ.

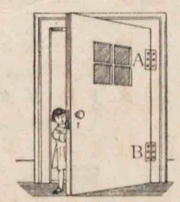
机ヤ腰掛ノ面ハ大體平面ニ近イ. コノヤウナ面ノ平ラデアルカドウカヲ調ベルタメニ



ハ之ニ定木ノ緣ヲ色々ノ方向ニ當テヽ見ヨ. ドコデモ密着スレバ平ラデアリ,少シデモ隙間ガアレバ平ラデナイ.

平面デナイ面ヲスベテ**曲面**トイフ.

今,二ツノ蝶番(テフツガヒ)デ柱ニ取付ケテアル扉ヲ考ヘルニ,コレハ廻轉スル. 因テ一平面ハ其ノ上ノ二點A,B卽チ直線ABヲ固定シタダケデハ其ノ直線ノ周リヲ廻ラレルコトガワカル.



シカシ扉ハ把手ノ位置ヲ定メルト動カナクナル. 因テ次ノ事柄ガワカル.

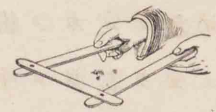
定直線(又ハ二定點)ト其ノ上ニナイ一定點トヲ含ム平面ハ唯一ツアル.

問1 平ラナ机ノ上ニ鉛筆ヲドウ横ニ置イテモ隙間ガナケレバ鉛筆ハ眞直デアル.－其ノ理由ヲ言へ.

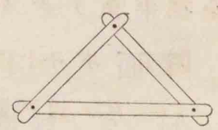
問2 枡ニ盛リ上ゲタ米ヲ平ラニスルニハドウスレバイヽカ.

問3 鉛筆,白墨,筆筒,こっぷナドノ側面ニ直線ガ引ケルカドウカ. ぼーるノ面ニハドウカ.

問4 圖ノヤウナ三本ノ棒ハ一平面上ニアルトハ限ラナイ理由ヲ言ヘ.

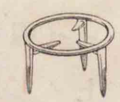


問5 圖ノヤウナ三ツノ棒ハ大體一平面上ニアル理由ヲ言ヘ.



問6 五德ノ足ハ何故三本カ.

マタ四本ニスレバ臺ノ上ニ置イタトキガタツキ易イノハ何故カ.



5. 圖形

立體,面,線,點又ハ此等ノ幾ツカノ集リヲ**圖形**トイフ.

花デモ鳥デモ其ノ他何物デモ其ノ形ハ複雜ナ圖形デアルニ過ギナイ.

同一平面上ニアル圖形ヲ**平面圖形**トイヒ,サウデナイモノヲ**立體圖形**トイフ.

二ツノ圖形ノ各〻ヲ互ニ他ノ圖形ノ上ニ,其ノ總テノ部分ガ合スルヤウニ重ネラレルトキハ,コノ二ツノ圖形ハ**合同**デアルトイフ.

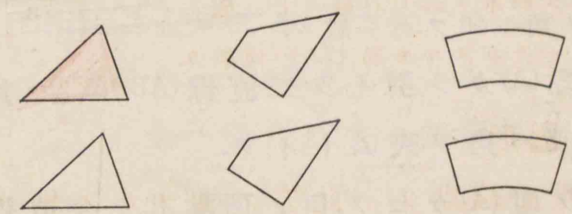
同ジ鑄型カラ出タ二ツノ鑄物ハ合同デアル.

二ツノ直線ハ其等ノ上ノ二點ガ重ナレバ全部

ガ重ナルカラ,直線ハスベテ合同デアル.

マタ二ツノ平面ハ其等ノ上ノ三點ガ重ナレバ全部ガ重ナルカラ平面ハスベテ合同デアル.

問1 次ノ上圖ト下圖トハ夫々合同デアルカドウカ.(一方ノ圖ヲ薄イ紙ニ寫シトツテ他ノ圖ノ上ニ適當ニ重ネテ見ヨ)



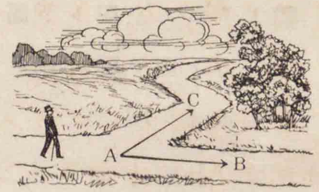
問2 書物ハ澤山積ムコトガ出來ルノニ不規則ナ形ノモノハ多ク重ネラレナイノハ何故カ.

問3 床ニ平ラナモノヲ置イテガタツクトキハ床ハ平ラデアルカ.

第二章 平面圖形

6. 角

眞直ナ道ヲ歩イテイル人ガ他ノ道ニ入ルトキハ方向ガ變ル．コノ方向ノ變化ヲ**角**トイフ．一般ニ，



一點(A)カラ引イタ二直線(AB, AC)ハ角ヲナス或ハ角ヲ夾ムトイフ．

其ノ點(A)ヲコノ角ノ**頂點**，其ノ半直線(AB, AC)ノ各ヽヲコノ角ノ**邊**トイフ．

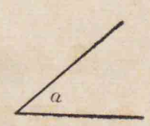
角ヲ通例符號∠デ表ハス．

角ヲ表ハスニハ其ノ二邊上ニ任意ニ一點ヅツヲトリ，其ノ名ノ間ニ頂點ノ名ヲ夾ンデ示ス．

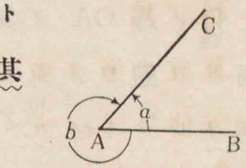
例ヘバ上ノ角ヲ∠BAC或ハ∠CABト書ク．

但シ他ト紛レル虞ノナイトキハ唯頂點ノ名ダケデ表ハス．例ヘバ上ノ角ヲ∠Aト書ク．

マタ角內ニ一ツノ文字ヲ書イテコノ角ヲ示スコトガアル．例ヘバ右圖ノ角ヲ∠aト書クナド．



∠BACノ頂點Aカラ引イタ直線ガ其ノ角ノ平面上デ，頂點Aノ周リニ同ジ向キニ廻ツテABノ位置カラACノ位置マデ來タトキ，ソノ廻リ方ノ多少ニヨツテ其ノ角ノ大イサヲ計ル．



前頁ノ圖デ人ガAノ所デ歩ク向キヲABノ方向カラACノ方向ヘ變ヘタトキ，コノ人ハAノ周リニ∠BACダケ廻ツタコトニナル．

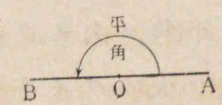
角ノ大イサハ邊ノ長サニ無關係デアル．

直線ガABノ位置カラACノ位置マデ廻ル仕方ハ上ノ圖ニ矢ノ向キデ示シタ二通リアル，從テAB, ACノナス角モ亦二ツアルト考ヘラレル．

コノ二角a, bノヤウニ，頂點及二邊ヲ共有スル二角ハ互ニ**共軛**デアルトイフ，而シテ其ノ中ノ大キイ方(上圖∠b)ヲ**優角**，小サイ方(上圖∠a)ヲ**劣角**トイフ．

但シ通常單ニ角トイヘバ劣角ノコトデアルトスル．

一邊ガ他ノ邊ノ延長デアル角ヲ**平角**トイフ．



二直線ハ全ク重ネ合セルコトガ出來ルカラ

平角ハスベテ相等シイ.

角ノ邊 OA ガ其ノ角ノ平面上デ其ノ頂點 O ノ周リヲ廻ツテ再ビ最初ノ位置マデ戻ツタトキ一廻リシタトイフ.

平角ハ半廻リノ角デアル.

問1　平角ノ共軛角ハ何カ.

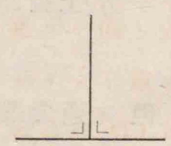
問2　眞直ナ道ヲ進ンデヰル人ガモト來タ道ニ引返ストキ,コノ人ノ廻轉ノ大イサハ幾ラカ.

問3　「廻レ右」ニ於ケル廻轉ノ角ハ何カ.

問4　周圍 100m ノ運動場ヲ一廻リ走ルノハ,眞直ニ100m走ツタ外ニ體ヲ一廻轉スルノト同ジデアル. 其ノ理由ヲ言ヘ.

7. 直角

平角ノ半分ヲ**直角**トイフ.



紙ノ縁ヲ二ツニ折レバ其ノ折目ハ縁ノナス平角ヲ二等分スル,即チ折目ト縁トハ直角ヲナス.

平角ノ大イサハ一定ダカラ,其ノ半分デアル直角ノ大イサモ亦一定デアル. 即チ

直角ハスベテ相等シイ.

角ノ單位ニハ直角ヲ用ヒル.

直角ヲ通例符號 R∟ デ表ハス.

書物ノ表紙,机,黑板,箱ナドノ隣リ合ヒノ二ツノ縁ハ大抵直角ヲナス.

東西ノ方向ト南北ノ方向トハ直角ヲナス.

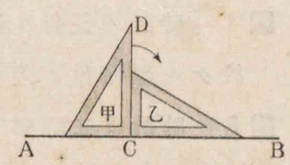
問1　「右向ケ右」又ハ「左向ケ左」ノ廻轉角ハ何カ.

問2　一廻リハ幾直角カ.

問3　黑板ノ隅ノ直角ハ書物ノ縁ノ直角ヨリ大キイカ.

直角ヲ簡單ニ畫クニハ三角定木ヲ用ヒル.

三角定木ノ直角ガ正シイカドウカヲ調ベルニハ,先ヅ直線 AB ヲ引キ,三角定木ノ一邊ヲ AB ノ上ニ重ネ(下圖甲),他ノ一邊ニ沿ウテ直線 CD ヲ引キ,次ニ定木ヲ C ノ周リニ矢ノ向キニ倒シテ一邊ヲ AB ニ重ネタトキ(右圖乙),他ノ邊ガ CD ニ合スルカドウカヲ見ヨ. コレガ合スレバ三角定木ノ直角ハ正シイト見テイイ. (何故カ)



問4　此ノ方法デ各自ノ三角定木ノ直角ノ正否ヲ檢セ.

8. 實用上ノ角ノ單位

實用上デハ角ノ單位ニ直角ヲ使ツテハ大キ過ギテ不便デアル. ソコデ次ノモノヲ用ヒル.

度(°) $= \frac{1}{90}$ 直角　分(′) $= \frac{1}{60}$ 度　秒(″) $= \frac{1}{60}$ 分

度ガ基本單位,分・秒ハ補助單位デアル.

主ナ角ノ直角單位ト實用單位トヲ比較スレバ次ノ通リデアル.

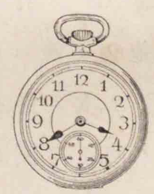
4R∟	3R∟	2R∟	R∟	$\frac{2}{3}$R∟	$\frac{1}{2}$R∟	$\frac{1}{3}$R∟	$\frac{1}{4}$R∟
360°	270°	180°	90°	60°	45°	30°	22°30′

問1　75°ヲ直角ノ分數デ表ハセ.

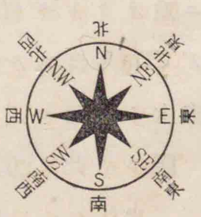
問2　0.75 直角ハ幾度カ.

問3　時計デ直角ハ何分劃カ.

問4　時計ノ長針ト短針ノ1分間ニ於ケル廻轉角ノ差ハ何度カ.



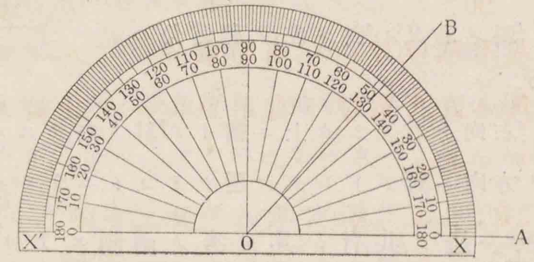
問5　時計ガ三時四十分ヲ指ストキ,其ノ兩針ノナス角ハ幾直角カ. マタ幾度カ.



問6　正南ノ方向ト南東ノ方向トノナス角ハ幾直角カ. マタ幾度カ.

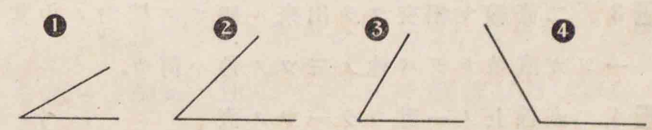
紙面ニ畫イタ角ヲ簡單ニ測ルニハ分度器ヲ用ヒル.

下圖ハ分度器ノ一種デアル. 其ノ用ヒ方ハ圖デ考ヘヨ. 圖ノ ∠AOB ハ 48° デアル.



問7　分度器ヲ用ヒテ 30°, 45°, 60°, 75° ノ角ヲ畫ケ.

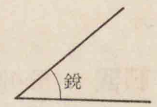
問8　次ノ各角ノ大イサハ約何度カ. 先ヅ目分量デ測リ,次ニ分度器デ測レ.



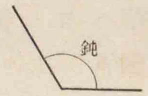
問9　直角ヲ畫キ,之ヲ目分量デ二等分及三等分セヨ.

問10　三角定木ニハ通例二種アツテ,一ツハ二角ガ60°及30°ノモノ,他ハ二角ガ何レモ45°ノモノデアル. 分度器デ各自ノ三角定木ノ各角ヲ測リ,上ノニ合フカドウカヲ見ヨ.

9. 種々ノ角ノ名稱



直角ヨリ小サイ角ヲ**鋭角**トイフ.

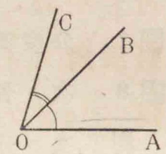


直角ヨリ大キクテ2直角ヨリ小サイ角ヲ**鈍角**トイフ.

問1 「斜メ右」又ハ「斜メ左」ノ廻轉角ハ何カ.

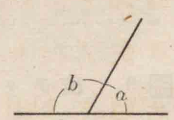
問2 「右向ケ右」ヲシタ上ニ續イテ「斜メ右」ヲスレバ最初ノ方向ニ對シドレダケ廻ツタコトニナルカ.

頂點及一邊ヲ共有シ,其ノ邊ノ兩側ニアル二角ノ各〻ヲ他ノ**接角**トイフ.



圖ノ $\angle$AOB, $\angle$BOC ハ互ニ接角デアル.

問3 二直線ガ相交ツテ出來ル四ツノ接角ノ中,其ノ一ツガ直角ナラバ他ノ三ツノ角ハ何カ.



問4 直線上ノ一點カラ一ツノ直線ヲ引イテ出來ル二ツノ接角ガ等シクナケレバ,一ツハ鋭角デ一ツハ鈍角デアル. 其ノ理由ヲ言へ.

和ガ直角ニ等シイ二ツノ角ヲ互ニ他ノ**餘角**トイフ.

和ガ2直角ニ等シイ二ツノ角ヲ互ニ他ノ**補角**トイフ.

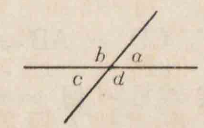
問5 次ノ各角ノ餘角ヲ言へ。

15°, 30°, 45°, 71°33′, 18°27′4″

問6 次ノ各角ノ補角ヲ言へ。

45°, 60°, 61°5′, 108°32′, 134°46′16″

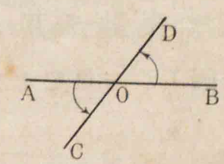
問7 二ツノ接角ガ互ニ補角ヲナストキ,其ノ共通デナイ二邊ハドンナ形ニナルカ.



二直線ガ相交ツテ出來ル四ツノ角ノ中,隣リ合ハナイ二ツノ角ヲ**對頂角**トイフ.

圖デ $\angle a$ ト $\angle c$ トハ對頂角デアル. 又 $\angle b$ ト $\angle d$ トハ對頂角デアル.

問8 上圖デ $\angle a$ ガ 50° ナラバ $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ ハ夫々何度カ.



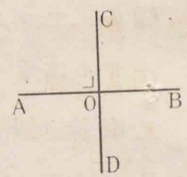
右圖デ $\angle$AOC, $\angle$BOD ハ何レモ直線 AB ガ O ノ周リヲ矢ノ向キニ CD ニ重ナルマデ廻ツテ出來ル角ダカラ相等シイコトガワカル. 即チ一般ニ,

對頂角ハ相等シイ.

10. 垂線,斜線

二直線ガ相交ツテナス角ガ直角ナラバ,此ノ二直線ハ互ニ垂直デアルトイフ. 其ノ中ノ一ツヲ他ノ垂線トイヒ,其ノ交點ヲ垂線ノ足トイフ.

圖デ∠AOCガ直角(從テ他ノ三ツノ角モ亦直角)ナラバABハCDノ垂線デ,CDハABノ垂線デアル,而シテ其ノ足ハ何レモOデアル.

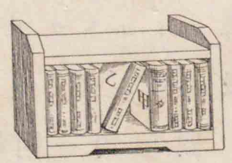


二直線ガ互ニ垂直ナルコトヲ,コノ二直線ガ直角ニ交ル又ハ直交スルトモイフ.

AB, CDガ互ニ垂直ナルコトヲ AB⊥CD ト書ク.

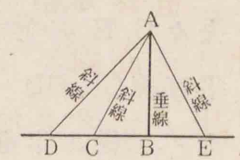
二直線ガ相交ツテナス角ガ直角デナケレバ,此ノ二直線ノ一ツヲ他ノ斜線トイヒ,其ノ交點ヲ其ノ斜線ノ足トイフ.

問1 三角定木ヲ用ヒテ定點カラ定直線ニ垂線ヲ引ケ.



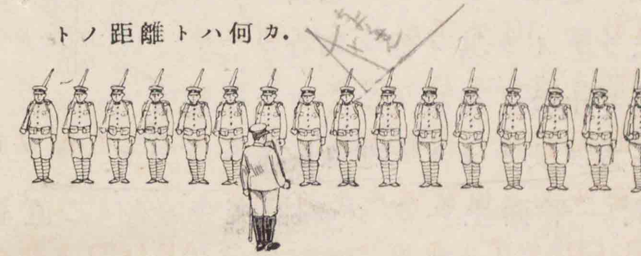
本棚ニ甲乙二種ノ書物ヲ入レルノニ,甲ハ丁度立チ,乙ハ丈(タケ)ガ高イタメニ入ラナイトキハ斜ニシテ入レル.

一般ニ,直線外ノ一點カラ此ノ直線ニ垂線及色々ノ斜線ヲ引ケバ,其ノ中デ垂線ガ最モ短イ*コトガワカル,即チ垂線ノ長サハ其ノ點ト其ノ直線トノ間ノ最短距離デアル.

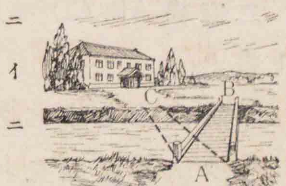


之ヲ單ニソノ點ト直線トノ距離トイフ.

問2 圖ノヤウニ横ニ並ンデキル兵士ノ列ト指揮官トノ距離トハ何カ.



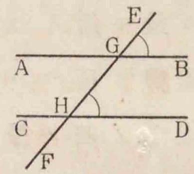
問3 右圖ノヤウニ,川ノ手前ノ點Aカラ川向ヒノ學校ヘ行クタメニ橋ヲ架ケルニハ,ACノヤウニ架ケレバ近イノニ,通例ABノヤウニ河岸ニ垂直ニ架ケルノハ何故カ.



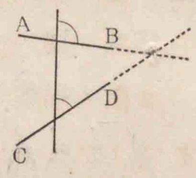
*此ノ場合ノ垂線又ハ斜線トイフ語ハ其等ガ此ノ點ト此ノ直線トノ間ニ夾マル部分ノコトヲ指ス. 今後モ之ニ倣フ.

11. 平行線

同一平面上ノ二直線AB, CDガ他ノ一直線EFト夫々G, Hデ交リ∠EGB＝∠EHDナルトキハ二ツノ半直線GB, HDハ同方向デアルトイフ. 従テ半直線GB, HCハ反對ノ方向デアル.



同方向マタハ反對ノ方向ノ二直線ハ雙方ヘドレホド延長シテモ交ラナイシ,其ノ他ノ場合ノ二直線ハ十分ニ延長スレバドチラカ一方デ交ルコトガ想像デキルダラウ.



同一平面上ニアツテ相交ラナイ二直線ハ互ニ**平行**デアルトイフ.

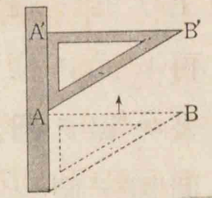
二直線AB, CDガ互ニ平行ナルコトヲ **AB//CD** ト書ク.

平行直線ヲ略シテ**平行線**トモイフ.

二ツノ半直線又ハ線分ガ平行デアルトハ,此等ヲ含ム直線ガ平行ナルコトデアル.

平行線ヲ簡單ニ引クニハ定木ト三角定木ヲ用ヒ,定木ノ縁ニ沿ウテ三角定木ヲ滑ラセレバ邊

AB (右圖)ハ恒ニ平行ニ動クカラ之ニ沿ウテ直線ヲ引ケバイイ.



問1 書物,机,教室内デ平行線ト見做サレルモノヲ示セ.

問2 定點ヲ通ツテ定直線ニ平行ナル直線ヲ引ケ.

二ツノ平行線ガアルトキ,其ノ一ツノ直線ノ垂線ハ他ノ直線ニモ垂直デアル,ソコデ之ヲ此ノ二平行線ノ共通垂線トイフ. (上ノ圖ヲ見ヨ)

本棚ニ同ジ型ノ書物ヲ並ベルノニ,一冊ガ丁度立ツテ入レバ皆同ジヤウニ入ル. (p. 20ノ圖ヲ見ヨ) ダカラ二ツノ平行線ノ共通垂線ノ長サハ一定デアツテ*,且ツコノ二平行線間ノ最短距離デアル.

之ヲ單ニコノ二平行線間ノ距離トイフ.

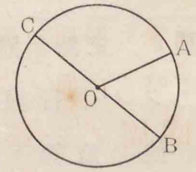
問3 二ツノ平行線間ニ夾マレル色々ノ線分ヲ引キ,實際ニ其ノ長サヲクラベテ見ヨ.

12. 圓

線分ノ一端ヲ固定シテオイテ,之ヲ一平

* 此ノ場合ノ共通垂線トイフ語ハソレガ兩平行線間ニ夾マル部分ノコトヲ指ス. 今後モ之ニ倣フ.

面上デ其ノ端ノ周リニ始終同ジ向キニ廻シ,再ビ元ノ位置マデ戻ラセルトキ,他ノ端ガ畫ク線ヲ**圓周**トイフ.



圓周デ圍マレタ其ノ平面ノ部分ヲ**圓**トイフ.

初メ固定シテオイタ端ヲ圓ノ**中心**トイフ.

中心カラ圓周マデ引イタ線分ヲ此ノ圓ノ**半徑**トイフ.

半徑ノ長サハ皆相等シイ.

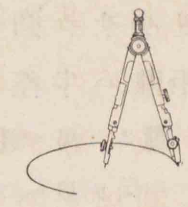
中心ヲ通ツテ其ノ兩端ガ圓周上ニアル線分ヲ此ノ圓ノ**直徑**トイフ.

直徑ノ長サハ皆相等シイ. (何故カ)

上ノ圖デ O ハ中心, OA, OB, OC ハ何レモ半徑, BC ハ直徑デアル.

圓ハ通常其ノ中心ノ名デ表ハス. 例ヘバ圓 **O** ナド. マタ圓周ハ通常其ノ上ノ三點ノ名デ表ハス. 例ヘバ圓周 **ABC** ナド.

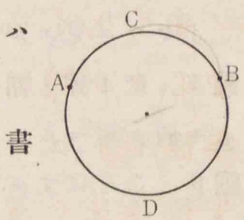
圓ヲ畫クニハこんぱすヲ用ヒル. (右圖)



問1 コノ場合ニ圓ノ中心ハこんぱすノドコカ. マタ半徑ハドレカ.

注意 圓周ハ線デアリ圓ハ面デアルガ,圓周トイフ代リニ略シテ圓トイフコトモアル.

圓周ノ一部ヲ其ノ圓ノ**弧**トイフ.



例ヘバ圖ノ圓周ノ部分 AB ハ弧デアル.

弧 AB ト書ク代リニ $\overset{\frown}{AB}$ ト書クコトモアル.

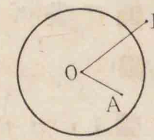
圓ノ一ツノ弧ト其ノ殘リノ弧トハ互ニ**共軛**デアルトイフ. 而シテ其ノ中ノ大キイ方(上圖 $\overset{\frown}{ADB}$)ヲ**優弧**,小サイ方(上圖 $\overset{\frown}{ACB}$)ヲ**劣弧**トイフ.

圓ニハ明カニ次ノ性質ガアル.

(1) 半徑ガ相等シイ二圓ハ相等シイ. (中心ヲ重ネレバ全部ガ重ナル)

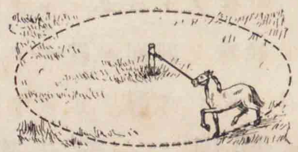
(2) 圓ヲ其ノ中心ノ周リニ廻シテモ常ニ全ク元ノ位置ニ合スル.

(3) 圓内ノ點ト中心トノ距離ハ半徑ヨ

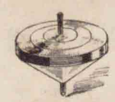


リ小サク,圓外ノ點ト中心トノ距離ハ半徑ヨリ大キイ.

問2 馬ニ繩ヲツケ他ノ端ヲ杭ニ結ンデ追ヘバ馬ハドンナ圓ヲ畫クカ.

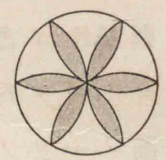


問3 獨樂(コマ)ガヨク廻ツテヰルトキハ,却テ動イテヰナイヤウニ見エルノハ何故カ.



問4 低イ聲ノ話ヲ多人數ガ聞クトキ圓ク集マルノハ何故カ.

問5 こんぱすデ右ノ圖ヲ畫ケ.

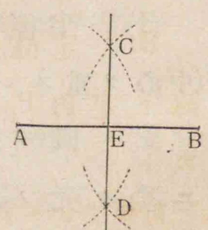


13. 簡單ナ作圖

1. 定線分(AB)ヲ二等分スルコト.

粗雜デヨケレバ物差ヲ用ヒテイヽガ,正確ヲ要スルトキハ次ノヤウニスル.

作圖 A及Bヲ夫々中心トシ,相等シイ半徑ノ二ツノ圓弧ヲ畫キ二點C,Dデ交ラセ,CトDヲ結ビツケヨ. サウスレバABトCDトノ交點EガABノ中點デアル.



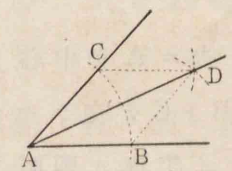
問1 此ノ作圖ノ正シイコトヲ檢セ.

問2 定線分ヲ直徑トスル圓ヲ畫ケ.

2. 定角(A)ヲ二等分スルコト.

粗雜デヨケレバ分度器ヲ用ヒテイヽガ,正確ヲ要スルトキハ次ノヤウニスル.

作圖 頂點Aヲ中心トシ,任意ノ半徑デ圓弧ヲ畫キ,∠Aノ二邊ト夫々B,Cデ交ラセヨ.



次ニB,Cノ各々ヲ中心トシ,相等シイ半徑ノ二ツノ圓弧ヲ畫キ,$\overset{\frown}{BC}$ニ對シAト反對ノ側ニ於ケル其ノ交點ヲDトシ,AトDトヲ結ビツケレバ,之ガ∠Aノ二等分線デアル.

問3 此ノ作圖ノ正シイコトヲ檢セ.

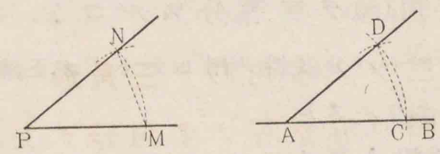
問4 定角ヲ4等分セヨ. 又8等分セヨ.

注意 薄イ紙面ニ書イタ線分又ハ角ヲ二等分スルニハ二ツニ折ルノガ最モ簡單且ツ正確デアル.

3. 定直線(AB)上ノ定點(A)カラ此ノ直線ト定角(P)ニ等シイ角ヲナス直線ヲ引クコト.

粗雜デヨケレバ分度器ヲ用ヒテイヽガ,正確ヲ要スルトキハ次ノヤウニスル.

[作圖] Pヲ中心トシ,任意ノ半徑デ圓弧ヲ畫キ,二邊ト夫々M,Nデ交ラセヨ.

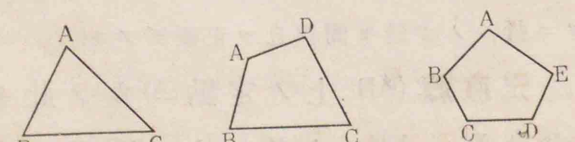


次ニAヲ中心トシ,前ト同ジ半徑デ圓弧ヲ畫キABトCデ交ラセヨ. Cヲ中心トシ線分MNニ等シイ半徑デ圓弧ヲ畫キ前ノ圓弧トDデ交ラセ,AトDトヲ結ベバ,之ガ求メル直線デアル.

問5 此ノ作圖ノ正シイコトヲ檢セ.

14. 多角形

相接續スル幾ツカノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**多角形**トイフ.



多角形ヲ組立テル各線分ヲ**多角形ノ邊**トイヒ,隣リ合ヒノ二邊デ出來ル形內ノ角ヲ**多角形ノ角**トイフ. マタ其ノ頂點ヲ**多角形ノ頂點**トイフ.

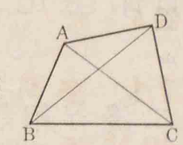
多角形ノ邊ノ數,角ノ數,頂點ノ數ハ何レモ皆同一デアル. (邊數ノ異ツタ色々ノ多角形ニツイテ之ヲ確メヨ)

邊數ガ三ツノ多角形ヲ**三角形**トイフ.

邊數ガ四ツ,五ツ等ノ多角形ヲ夫々**四邊形,五邊形等**(又ハ**四角形,五角形等**)トイフ.

多角形ヲ表ハスニハ其ノ各頂點ノ名ヲ順ニ續ケテ書ク,例ヘバ五邊形 ABCDE ナド.

多角形ノ隣リ合ハナイ二頂點ヲ結ブ線分ヲ其ノ**對角線**トイフ.



圖ノ二線分 AC, BD ハ何レモ四邊形 ABCD ノ對角線デアル.

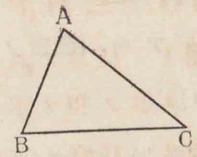
問 五邊形ニハ對角線ガ幾ツアルカ,六邊形ニハドウカ.

15. 三角形

三角形ハ通例符號△デ表ハス. 例ヘバ △ABC ナド.

三角形デハ其ノ一角ト其ノ角ノ邊デナイ邊トハ**相對スル**トイフ.

例ヘバ右圖ノ △ABC ニ於テ, $\angle A$ ト邊 BC トハ相對スル.即チ $\angle A$ ニ對スル邊ハ BC デ,邊 BC ニ對スル角ハ $\angle A$ デアル.

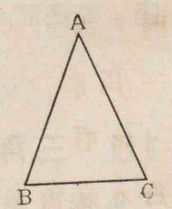


三角形ノ任意ノ邊ヲ其ノ**底邊**トイフコトガアル. 此ノ場合ニハ底邊ニ對スル角ヲ**頂角**トイヒ,他ノ二ツノ角ヲ**底角**トイフ. 頂角ノ頂點ヲ特ニコノ三角形ノ頂點トイフ.

例ヘバ △ABC ニ於テ BC ヲ底邊ト考ヘレバ, $\angle A$ ハ頂角, $\angle B$, $\angle C$ ハ底角,點 A ハ此ノ三角形ノ頂點デアル.

二邊ガ相等シイ三角形ヲ**二等邊三角形**トイフ.

二等邊三角形デハ,ソノ相等シイ二邊デナイ邊ヲ特ニ其ノ底邊トイフ. 從テ之ニ對スル角即チ相等シイ二邊ノナス角ヲ其ノ頂角トイフ.

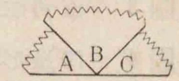


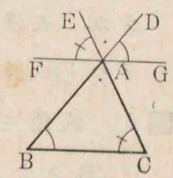
問　紙面上ニ二等邊三角形 ABC (AB = AC) ヲ畫キ, AC ガ AB ニ合スルヤウニ此ノ圖ヲ二ツニ折リ,兩底角ガ相等シイカドウカヲ檢セ.

16. 三角形ノ角ノ和

問1　任意ノ三角形ヲ畫キ,其ノ各角ヲ分度器デ測ッテ其ノ和ヲ求メヨ.

問2　任意ノ三角形ABCヲ畫キ,其ノ各角ヲ切離シテ同ジ頂點ノ周リニ接角ヲナスヤウニ置キ其ノ和ヲ測ッテ見ヨ.





△ABC ノ頂角 A ノ二邊ヲ延長シ,又 A ヲ通ッテ底邊 BC ニ平行線ヲ引ケバ(右圖),

AG, BC ハ同方向ダカラ　$\angle DAG = \angle B$

AF, CB モ同方向ダカラ　$\angle EAF = \angle C$

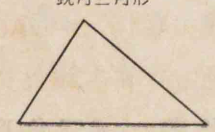
マタ頂角 A ハ其ノ對頂角 EAD ニ等シイ.

因テ次ノコトガハッキリワカル.

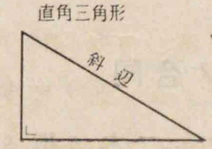
三角形ノ三ツノ角ノ和ハ 2R∟ ニ等シイ.

三角形ノ二角ハ必ズ鋭角デアル,殘リノ一角ガ鋭角カ直角カ鈍角ナルカニヨッテ夫々鋭角三角

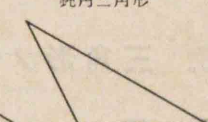
鋭角三角形



直角三角形



鈍角三角形

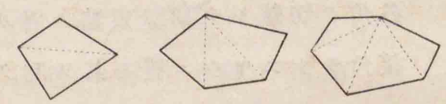


形,直角三角形,鈍角三角形トイフ.

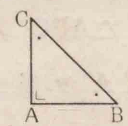
特ニ直角三角形デハ直角ニ對スル邊ヲ其ノ斜邊トイフ.

問3 直角三角形ノ二鋭角ノ和ハ幾ラカ.

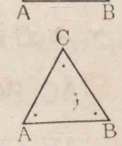
問4 四邊形ノ各角ノ和ハ幾ラカ. 五邊形デハドウカ. 六邊形デハドウカ.



問5 直角三角形ABCデ∠B=∠Cナラバ∠Bノ大イサハ何度カ.



問6 三角形ノ各角ガ皆相等シイトキハ各角ノ大イサハ何度カ.



問7 △ABCデ∠A=3∠C, ∠B=2∠Cナラバ各角ノ大イサハ何程カ.

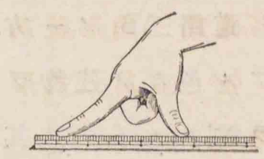
問8 三角形ノ二ツノ角ガ互ニ補角ヲナスコトガ出來ルカ.

問9 三角形ノ二角ガ等シイトキハ此ノ角ハ鋭角デアル. 其ノ理由ヲ言ヘ.

17. 三角形ノ合同

次頁ノ圖ノヤウニ,二本ノ指ト物差トデ三角形

ヲ作ツテ見ヨ. 指デ出來タ二邊ノ長サハ一定ダガ,指ノ開キヲ變ヘルト三角形ノ形ガ色々ニ變ルシ,開キヲ一定ニスルト三角形ノ形ガ定マルコトガワカルダラウ. 之ハ二指ノ間ノ角ニツイテ考ヘテモ,マタ指ノ端ノ距離ニツイテ考ヘテモイヽ. ツマリ

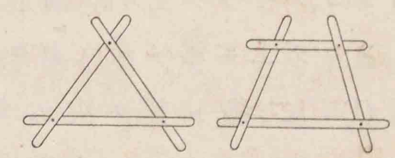


二邊ト其ノ夾ム角トガ定マレバ三角形ノ形ガ定マル.

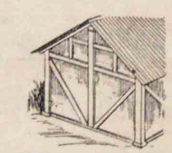
マタ三邊ガ定マレバ三角形ノ形ガ定マル.

問1 歩數デ距離ヲ測ルトキニ時々股ノ開キヲ變ヘテモイヽカ.

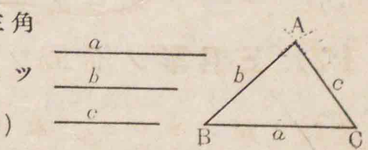
問2 右圖ノヤウナ枠(ワク)ハ形ヲ變ヘラレルカ.

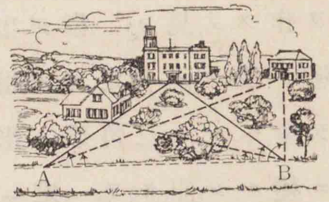


問3 右圖ノヤウニ柱ト梁(ハリ)トニカケテ斜ノ突張リヲ入レルト家ガ丈夫ニナル理由ヲ言ヘ.



問4 三邊ヲ與ヘテ三角形ヲ畫ケ. (右圖ニヨッテ畫キ方ヲ工夫セヨ)





道路ABノ一方ノ側ニアル色々ノ建物ヲA, Bカラ眺メルトシテ其ノ方向ト道路ABトノナス角ヲ觀察セヨ. 建物ガチガヘバコノ二ツノ角ノ中少ナクモ一ツハ必ズチガフコトガワカルダラウ.

ツマリ

一邊トソレヲ共通ノ邊トスル二角トガ定マレバ三角形ノ形ガ定マル.

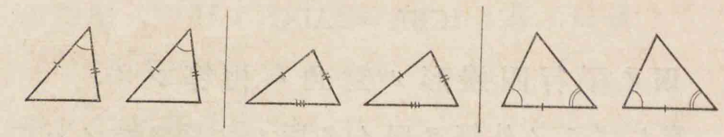
サテ形ノ定マツタ二ツノ圖形ハ之ヲ適當ニ重ネレバ全ク重ネ合セルコトガ出來ルモノデアル. 卽チコノヤウナ二ツノ圖形ハ合同デアル.

ソコデ上ニ述ベタコトカラ次ノ事柄ガワカル.

(1) 二邊ト其ノ夾ム角トガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.

(2) 三邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.

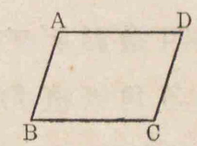
(3) 一邊トソレヲ共通ノ邊トスル二角トガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.



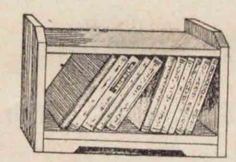
18. 平行四邊形

四邊形ノ隣リ合ハナイ二邊及隣リ合ハナイ二角ハ夫々相對スルトイフ.

二組ノ對邊ガ夫々互ニ平行ナル四邊形ヲ**平行四邊形**トイフ.



圖デ AB∥CD, AD∥BC ナラバ, ABCD ハ平行四邊形デアル.



本棚ニ棚ノ丈(タケ)ヨリ高イ本ヲ入レルノニ,同ジ丈ノ本ハ同ジ傾キデスルシ,異ツタ丈ノ本ハ異ツタ傾キニシナケレバ入ラナイ. ダカラ

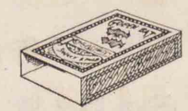
平行四邊形ノ對邊ハ相等シイ.

上ノ平行四邊形ノ圖デ AB ト DC トハ同方向, BC ト AD モ同方向,而シテ ∠CBA ハ BC ガ B ノ周リニ AB ノ方向マデ廻ツタ角, ∠ADC ハ DA ガ D ノ周リニ DC ノ方向マデ廻ツタ角ダカラ

$$\angle CBA = \angle ADC$$

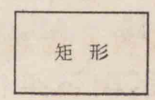
因テ平行四邊形ノ對角ハ相等シイ.

巻たばこノ外箱ヲ明イタ所カラ見タモノハ二組ノ對邊ガ夫々相等シイ四邊形デアル. 之ヲ色々ニ動カシテ形ヲ變ヘテ見テモ其ノ對邊ハ常ニ平行デアルコトガワカルダラウ. 因テ



二組ノ對邊ガ夫々相等シイ四邊形ハ平行四邊形デアル.

各角ガ直角ナル四邊形ヲ**矩形**トイフ.



矩形ハ平行四邊形ノ一種デアル.

縦横ノ二邊ガ定マレバ矩形ハ定マル. (其ノ理由ヲ言へ)

各邊ガ相等シイ四邊形ヲ**菱形**トイフ.

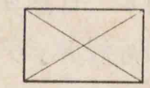
菱形ハ平行四邊形ノ一種デアル.

一組ノ對邊ガ互ニ平行ナル四邊形ヲ**梯形**トイフ.

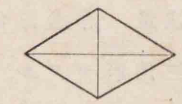
梯形ノ平行ナル二邊ヲ何レモ其ノ**底邊**トイフ.

平行デナイ二邊ガ相等シイ梯形ヲ**二等邊梯形**トイフ.

問1 矩形ノ兩對角線ハ相等シイコトヲ檢セ.

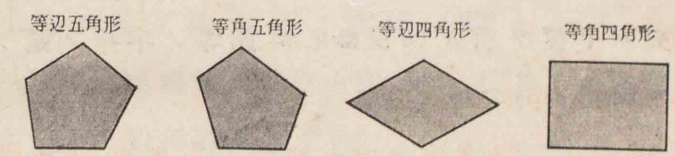


問2 菱形ノ兩對角線ハ互ニ垂直ナルコトヲ檢セ.

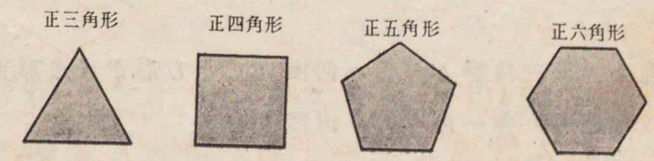


19. 正多角形

各邊ガ皆相等シイ多角形ヲ**等邊多角形**トイヒ, 各角ガ皆相等シイ多角形ヲ**等角多角形**トイフ.



等邊デ且ツ等角ナル多角形ヲ**正多角形**トイフ.



正四角形ノコトヲ特ニ**正方形**トイフ.

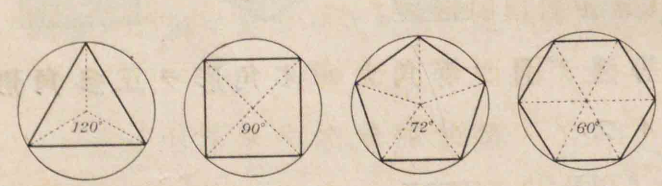
問1 等邊四角形ノコトヲ通常何トイフカ. 等角四角形ハ.

問2 正方形ハ矩形カドウカ,マタ菱形カドウカ.

問3 自然界ノモノ又ハ器物デ正三角形,正方形,正五角形ナドノ形ヲシテヰルモノヲ示セ.

注意 等邊三角形ハ正三角形デアリ,等角三角形モ亦正三角形デアル. シカシ四邊以上ノ多角形デハ等邊デアツテモ等角トハ限ラナイシ,マタ等角デアツテモ等邊トハ限ラナイ.

正多角形ヲ簡單ニ書クニハ,先ヅ任意ノ圓ヲ書キ,其ノ中心ノ周リノ角 360° ヲ邊數デ割リ,其ノ角ヲ夾ム半徑ヲ引キ(分度器・定木),此等ノ半徑ノ端ヲ順ニ結ベバイヽ.

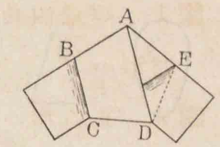


問4 正三角形ノ一角ハ何度カ. 正方形,正五邊形,正六邊形ノ各一角ハ夫々何度カ.

問5 一邊ヲ與ヘテ正三角形ヲ書ケ.

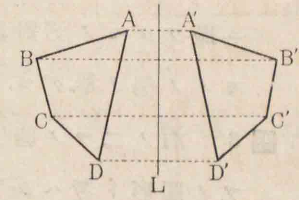
問6 一定ナ幅ノ紙ヲ次圖ノヤウニ結ベ,ソシテ出來

ル五邊形 ABCDE ガ正五邊形デアルカドウカヲ調ベヨ.



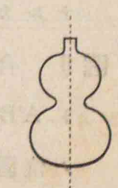
20. 對稱圖形

一直線ノ兩側ニ一ツヅツ圖形ガアツテ,此ノ直線ヲ折目トシテ此ノ平面ヲ折返ストキ,二ツノ圖形ガ全ク相合スレバ,此ノ兩圖形ハ此ノ直線ニ就テ互ニ對稱デアルトイヒ,此ノ直線ヲ此ノ兩圖形ノ對稱ノ軸トイフ.

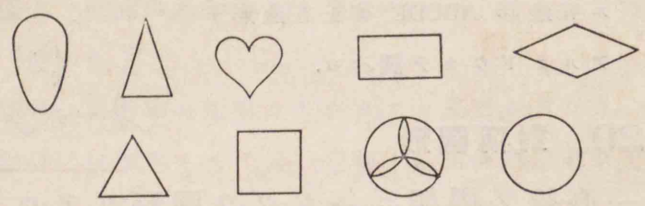


上圖デ,四邊形 ABCD, A'B'C'D' ハ直線 L ヲ對稱ノ軸トスル對稱圖形デアル.

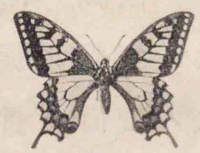
一ツノ圖形ガ或直線ノタメニ互ニ對稱ナル二ツノ部分ニ分ケラレルトキハ,此ノ圖形ハ此ノ直線ニ就テ對稱デアルトイヒ,此ノ直線ヲ此ノ圖形ノ對稱ノ軸トイフ.



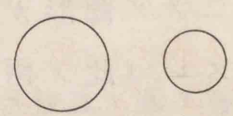
問1 次ノ各圖形ノ對稱ノ軸ヲ書ケ.



問2 自然界ノモノ又ハ之ヲ寫眞ニ撮ツタモノデ對稱圖形ヲナスモノノ例ヲ擧ゲヨ.

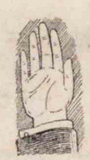


問3 右ノ二ツノ圓ヲ併セテ一ツノ圖形ト考ヘタトキノ對稱ノ軸ヲ書ケ.

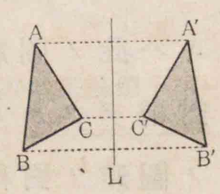


問4 紙ヲ二ツニ折リ重ネ,コレカラ鋏デ任意ノ圖形ヲ切抜ケ. 次ニコレヲ擴ゲテ折目ヲ對稱ノ軸トスル圖形ヲ見出セ.

問5 右ノ手ノ圖ガアル. コレノ對稱圖形ヲドウ作ツテモスベテ左ノ手ノ圖ニナルカ.



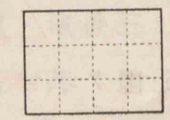
問6 合同ナル二ツノ三角形ABCトA′B′C′トガ直線Lニ就テ對稱ノ位置ニアル. 此ノ時 △ABCヲ裏返サズニ此ノ平面上デ動カシテ △A′B′C′ ニ重ネ合ハセルコトガ出來ルカ.



21. 面積

(1) 矩形

例ヘバ,縦ガ 3 cm,横ガ 4 cm ナル矩形ノ面積ハ $3\times4=12\ \mathrm{cm}^2$ (cm^2 ハ平方糎ノ記號) デアル.



一般ニ,長サ及面積ノ單位ヲ揃ヘレバ*

矩形ノ面積ヲ表ハス數ハ其ノ縦横二邊ヲ表ハス數ノ積ニ等シイ.

コノコトヲ次ノヤウニ略記スル.

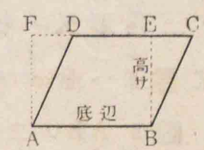
矩形ノ面積＝縦×横

今後モ之ニ倣フ.

特ニ　**正方形ノ面積＝邊²**

(2) 平行四邊形

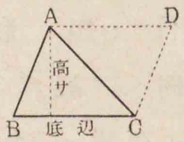
平行四邊形ノ任意ノ一邊ヲ特ニ其ノ底邊トイフコトガアル,コノ場合ニハ底邊ト其ノ對邊トノ間ノ距離ヲ此ノ平行四邊形ノ高サトイフ.



*長サノ單位ト面積ノ單位トヲ揃ヘルトハ,一邊ノ長サガ長サノ單位ニ等シイ正方形ノ面積ヲ面積ノ單位トスルコトヲイフ

平行四邊形ノ面積＝底×高サ

前圖デ其ノ理由ヲ考ヘヨ.

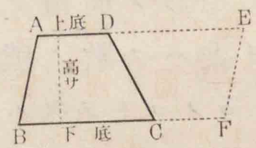


(3) 三角形

三角形ノ底邊ト頂點トノ間ノ距離ヲ其ノ高サトイフ.

$$三角形ノ面積 = \frac{1}{2}(底 \times 高サ)$$

上圖デ其ノ理由ヲ考ヘヨ.



(4) 梯形

梯形ノ兩底邊間ノ距離ヲ其ノ高サトイフ.

$$梯形ノ面積 = \frac{1}{2}[(上底 + 下底) \times 高サ]$$

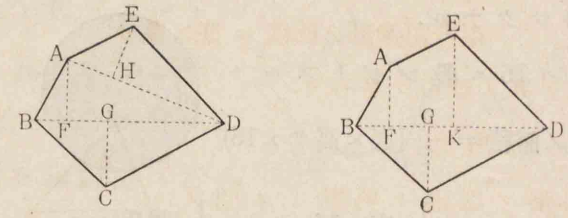
上圖デ其ノ理由ヲ考ヘヨ.

(5) 多角形

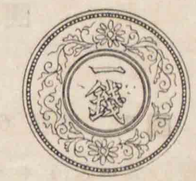
任意ノ多角形ノ面積ヲ求メルニハ,之ヲ幾ツカノ三角形又ハ梯形ニ分ケテ各部分ノ面積ヲ求メ,之ヲ加ヘ合セル.

問1 次ノ二圖ノ面積ヲ求メヨ.

BD = 26 m	CG = 8.7 m	BF = 4.5 m	AF = 8.8 m
AD = 23.5 m	EH = 7.4 m	BK = 14 m	CG = 8.7 m
AF = 8.8 m		BD = 26 m	EK = 13 m



(6) 圓



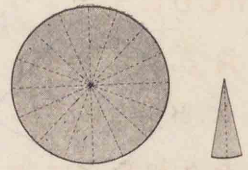
一錢銅貨·十錢ニッケル貨ナドノ直徑ヲ測リ,次ニ絲ヲ其ノ緣ニ一廻リダケ卷キツケテ其ノ周ヲ測リ,之ヲ直徑ニ比ベテ見ヨ. 圓ノ周ハ常ニ直徑ノ3倍餘デアルコトガワカルダラウ. 十分精密ニ測ルト圓周ハ常ニ直徑ノ3.141592……倍デアル. コノ數ヲ**圓周率**トイヒ,記號π(パイ)デ表ハス. 即チ

$$圓ノ周圍 = 直徑 \times 圓周率$$
$$= 2\pi r \qquad (r ハ半徑)$$

圓周率ノ近似値トシテ通常3.14(ヤヽ精シイ計算ヲスルトキニハ3.1416)ヲ用ヒル.

圓形ノ紙ヲ二ツニ折リ,又ソレヲ二ツニ折リ,……出來ルダケ細カク折リ疊メ. サウスルト殆ド二等邊三角形ニナッテ其ノ高サガ圓ノ半徑rト

殆ド等シクナル.



例ヘバ16ニ疊ンダトスルト

$$圓ノ面積 = \frac{1}{2}(底 \times 高サ \times 16)$$

$$= \frac{1}{2}(底 \times 16) \times r = \frac{1}{2}(圓周) \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$$

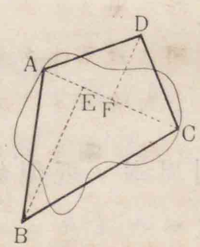
$$\textbf{圓ノ面積} = (\textbf{半徑})^2 \times \textbf{圓周率}$$

$$= \pi r^2$$

問2 直徑 60 cm ノ圓ノ周及面積ヲ求メヨ. 但シ $\pi = 3.14$ トセヨ.

(7) 一般圖形

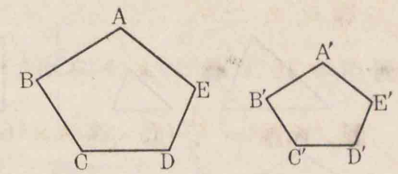
任意ノ圖形ハ之ヲ適當ナ多角形ト見做シテ其ノ面積ヲ概算スル.



問3 右ノ圖ノ曲線形ヲ四邊形 ABCD ト等積デアルト見做シ, AC, BE, DF ノ長サヲ測ツテ其ノ面積ヲ mm^2 マデ概算セヨ.

22. 相似形

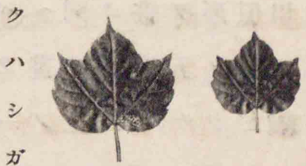
同ジ邊數ノ二ツノ多角形例ヘバ ABCDE,



A′B′C′D′E′ ガアルトキ, 角 A, B, C, D, E ト角 A′, B′, C′, D′, E′ トハ夫々相對應スルトイヒ, 邊 AB, BC, CD, DE, EA ト邊 A′B′, B′C′, C′D′, D′E′, E′A′ トハ夫々相對應スルトイフ. コノトキ

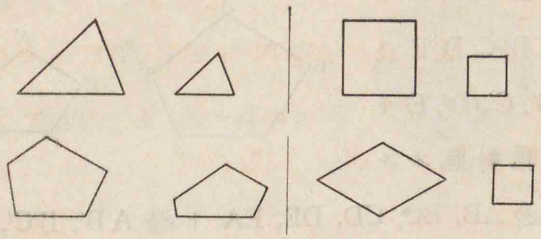
(1) 對應スル角ガ夫々相等シク

(2) 對應スル邊ガ比例スル (A′B′ ガ AB ノ何倍カデアルトキ B′C′, C′D′,…… ガ夫々 BC, CD, ……ノ同ジ倍デアル) トキハ,コノ二ツノ多角形ハ互ニ**相似**デアルトイフ.

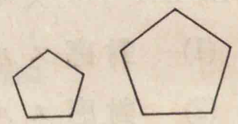


繪ノ手本ヲ摸寫スルトキ,ヨク似タ形ニ畫カレタトイフコトハ此ノ繪ヲ適當ナ多角形ト見做シタトキ,對應スル二線分ノ長サガスベテ同ジ割合ニナツテ居リ,マタ對應スル二角ガ相等シイヤウニナツテ居ルコトデアル. コノ條件ノドレガ缺ケテモ似タ形ニハナラナイ.

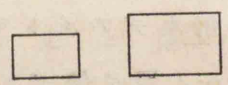
問1 次ノ各組ノ兩圖形ハ相似形カドウカ. 若シ相似形デナケレバドノ條件ヲ缺イテヰルカヲ判斷セヨ.



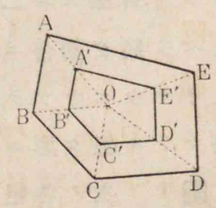
問 2 同ジ邊數ノ正多角形ハスベテ相似デアル. 其ノ理由ヲ言ヘ.



問 3 縦横ノ比ガ等シイ二ツノ矩形ハ相似デアル. 其ノ理由ヲ言ヘ.



相似形ヲ畫ク,例ヘバ五邊形 ABCDE ニ相似ナル一ツノ五邊形ヲ畫クニハ,一點 O ヲ A, B, C, D, E ニ結ビツケ, OA 上ノ一點 A′ カラ AB ニ平行線ヲ引イテ OB ト B′ デ交ラセ,次ニ B′ カラ BC ニ平行線ヲ引イテ CC ト C′ デ交ラセ,順次コノヤウニシテ D′, E′ ヲ求メ最後ニ E′ ト A′ トヲ結ベバイヽ.



(コノトキ若シ E′A′ ガ EA ニ平行ニナラナケレバ圖ノ畫キ方ガ惡イノデアル)

問 4 上ノ圖ニ就テ ABCDE ト A′B′C′D′E′ トガ相似デアルコトヲ檢セ.

三角形ニ限ツテ次ノ性質ガアル.

(1) **對應スル角ガ相等シケレバ相似デアル.**

問 5 對應角ガ相等シイ二ツノ三角形ヲ畫イテ,其ノ對應邊ガ比例スルコトヲ檢セ.

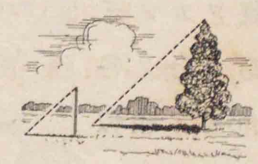
(2) **對應邊ガ比例スレバ相似デアル.**

問 6 對應邊ガ比例スル二ツノ三角形ヲ畫イテ,其ノ對應角ガ相等シイコトヲ檢セ.

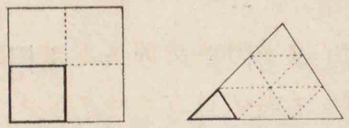
四邊以上ノ多角形デハ對應スル角ガ等シイダケ又ハ對應邊ガ比例スルダケデハ必ズシモ相似デナイ.

問 7 コノコトノ實例ヲ擧ゲヨ.

問 8 或樹木ノ高サヲ測ルタメ其ノ影ノ長サヲ測ツテ 11.6 m ヲ得タ. 其ノトキ長サ 2 m ノ棒ヲ立テタモノノ影ハ 1.6 m デアツタ. 此ノ樹木ノ高サハ幾ラカ.



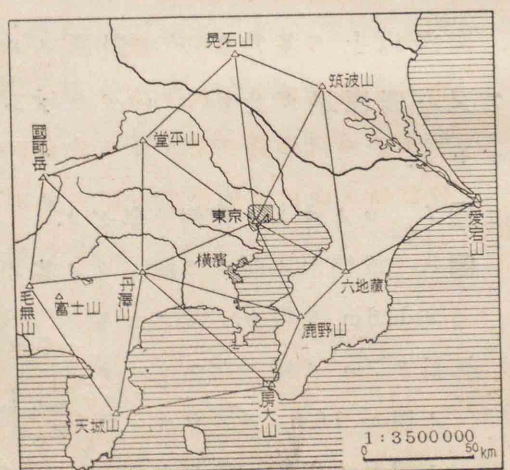
相似多角形ノ面積ハ其ノ對應邊ノ平方ニ比例スル．(對應邊ガ 2 倍, 3 倍, ……ニナレバ其ノ面積ハ夫々 4(2^2) 倍, 9(3^2) 倍, ……ニナル)



問 9　他ノ色々ノ圖形ニ就テ之ヲ檢セ．

一ツノ圖形ニ相似デアツテ,元ノヨリ小サイモノヲ縮圖,大キイモノヲ擴大圖トイフ．

縮圖又ハ擴大圖ノ割合ハ對應邊ノ長サニ就テ $\frac{1}{2}$ ノ縮圖又ハ 2 倍大ナドトイフ．故ニ此等ノ圖ニ於テ其ノ面積ハ $\frac{1}{4}$ ニ縮マリ又ハ 4 倍ニ擴大サレル．



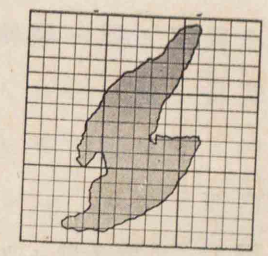
地圖ハ地面ヲ幾ツカノ三角形ニ分ケ,各三角形ニ相似ナル小サイ三

角形ヲ元ノ順ニ組合セテ作ツタモノデアル．

問 10　上ノ地圖ハ縮尺 350 萬分ノ 1 ノ圖デアル．東京ト筑波山トノ距離ヲ測ツテ,其ノ間ノ眞ノ距離ヲ概算セヨ．

問 11　縮尺 500 萬分ノ 1 ノ日本地圖ノ本州ノ部(島嶼ヲ除ク)ダケヲ切拔イテ其ノ目方ヲ秤ツタラ 1.17 g アツタ．マタ此ノ地圖ノ紙 5 cm 四方ノ目方ヲ秤ツタラ 0.325 g アツタ．コレニヨツテ本州ノ面積ヲ百平方粁マデ概算セヨ．

問 12　右ノ圖ハ縮尺 200 萬分ノ 1 ノ新潟縣佐渡島ノ圖デアツテ,一方眼ハ 2 mm 四方デアル．今コノ方眼ノ數ヲ數ヘテ(境界線ノ兩側ニ跨ガルモノハ目分量デ幾ツカヲ合セテ一ツト勘定セヨ)佐渡島ノ面積ガ約幾平方粁デアルカヲ概算セヨ．

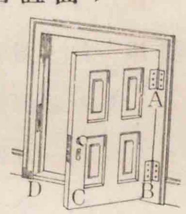


第三章　立體圖形

23. 鉛直線,鉛直面

絲ニ錘ヲツケテ下ゲルト絲ハ重力ノ方向ヲ示ス. コノ絲ノ示ス直線ヲ**鉛直線**トイヒ,鉛直線ヲ含ム任意ノ平面ヲ**鉛直面**トイフ.

敎室ノ柱ハ鉛直線デアリ,壁ハ鉛直面デアル.



マタ敎室ノ扉ハ廻轉シテモ二ツノ蝶番(テフツガヒ)ヲ通ルーツノ鉛直線 AB ヲ軸ニシテ廻ルカラ,コレハ常ニ鉛直面デアル.

問1　掛物ヲ壁ニカケルト安定スルノハ何故カ.

問2　柱ガ鉛直デアルカドウカヲ調ベル方法ヲ述ベヨ.

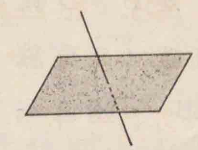
問3　塀ガ鉛直面ニナツテ居ルコトヲ調ベルニハドウスレバイヽカ.

問4　自然ニ高イ處カラ落チルモノヽ通路ハドウカ.

問5　飛行機ガ眞上ヲ通ルトハ,コレト自分トヲ結ブ直線ガドウナルトキカ.

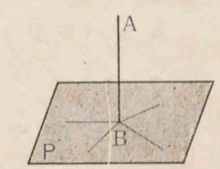
24. 垂線,斜線

直線ト平面トガ唯一點デ出會フトキハ此ノ直線ト平面トハ**相交ル**トイヒ,其ノ交點ヲ此ノ直線ノ**足**トイフ.



直線ト平面トガ交ラナイトキニハ此等ハ互ニ**平行**デアルトイフ.

サテ前節ノ扉ヲ廻轉スレバ鉛直線 AB トナス下ノ緣ノ直線 BC ハ床ノ上デ廻ル. 卽チ B ヲ通ツテ床ノ上ニ引イタ直線ハスベテ AB ニ垂直デアル.

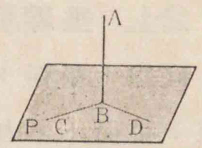


カヤウニ直線 AB ト平面 P* トガ交ルトキ,其ノ足 B ヲ通ツテ此ノ平面上ニ引イタスベテノ直線ガ AB ニ垂直ナルトキハ,直線 AB ト平面 P トハ互ニ**垂直**デアル(又ハ直交スル)トイヒ,直線 AB ヲ平面 P ノ**垂線**トイフ.

サテ平面ハ其ノ上ノ相交ル二直線デ定マルカ

* 平面ヲ圖ニ表ハスニハ通例其ノ一部分平行四邊形狀ノモノヲ畫イテ示ス. マタ平面ノ記號ニハ通例一ツノ大ろーま字ヲ用ヒル.

ラ,實際ニ直線 AB ガ平面 P ニ垂直デアルカドウカヲ見ルニハ,其ノ足Bカラ此ノ平面上ニ引イタ任意ノ二直線 BC, BD ガ何レモ AB ニ垂直デアルカドウカヲ見レバイイ.



問1 教室内デ平面ト其ノ垂線ト見做サレルモノヲ示セ.

問2 柱ガ床ニ垂直デアルカドウカヲ見ルニハドウスレバイイカ.

問3 机ノ脚ガ面ニ垂直デアルカドウカヲ調ベヨ.

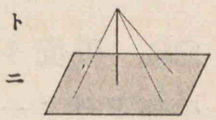
問4 人ガ直立不動ノ姿勢ヲシテヰルカドウカヲ見ルニハ正面ト側面トカラ檢査スルノハドウイフ譯カ.

平面ニ交ツテ之ニ垂直デナイ直線ヲ此ノ平面ノ**斜線**トイフ.

室内ノ柱ヨリ長イ棒ヲ室内ニ入レルニハ床ニ斜ニスルヨリ外ナイ,卽チ柱ノ頂カラ床ノ上ノ一點マデノ距離ノ中デハ柱ノ長サガ最モ短イコトガワカル.

一般ニ,平面外ノ一點カラ此ノ平面ニ垂線及色色ノ斜線ヲ引ケバ其ノ中デ垂線ガ最モ短イ,卽チ

垂線ノ長サハ其ノ點ト此ノ平面トノ間ノ最短距離デアル. 之ヲ單ニソノ點ト平面トノ距離トイフ.



25. 水平面,水平線

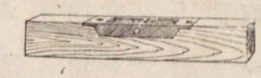
鉛直線ニ垂直ナル平面ヲ**水平面**トイフ.

靜水ノ表面ハ水平面デアル.

水平面上ノ直線ヲスベテ**水平線**トイフ.

水平面ハ其ノ上ノ二ツノ水平線デ定マル.

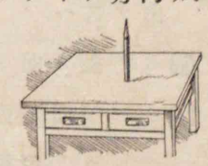
線ガ水平デアルカドウカヲ見ルニハ水準器ト稱スルモノヲ用ヒル,之ハ圖ノヤウナ眞直ナ管ノ中ニ液ガアリ其ノ液ノ中ヲ移動スル水泡ガアツテ,此ノ水泡ガ管ノ眞中ニ來タトキ此ノ器ガ水平ニナルヤウニ作ツテアル.



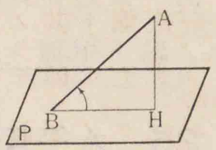
問1 水準器デ机ノ面ガ水平デアルカドウカヲ見ル仕方ヲ考ヘヨ.

問2 机ノ面ガ水平デアレバ脚ハドウイフ方向カ.

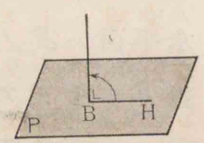
問3 鉛筆ガ立ツトキハ鉛直デアルモノトスル. 机ノ面ガ水平デアルコトヲ鉛筆ヲ利用シテ示セ.



26. 平面ト直線トノナス角



平面P外ノ一點Aヲ通ル一斜線ABト垂線AHトノ足ヲ夫々B, HトスレバㄥABHヲ**直線ABト平面Pトノナス角**トイフ.



Pガ水平面ナラバ平面ABHハ鉛直面デアル. ソコデ平面Pト直線ABトノナス角ハ畢竟水平面上ノ直線BHガBノ周リニ鉛直面上ニ仰向イテBAニ合スルマデ廻ツタ角ニ當ル.

BHガ若シ直角ダケ仰向ケバBニ於ケル鉛直線卽チPノ垂線ニナル. コノ意味デ平面ノ垂線ト平面トノナス角ガ**直角**デアルトイフ.

問1 地面ニ直立スル棒ト地面ニ投ズル其ノ影トノナス角ハ何カ.

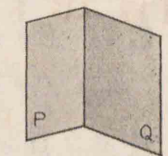
問2 塀ニ立テカケタ竿ハ地面ニ直立シテ居ナイ理由ヲ言ヘ.

問3 机ノ面ト約45°ノ角ヲナス方向ヲ鉛筆デ示セ.

問4 平面ト直線ノナス角ハ直線ノ方向ニヨツテ異ナルカ. 直線ノ長サニヨツテハドウカ.

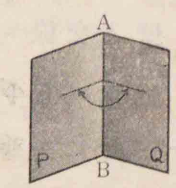
27. 二平面ノナス角

一直線ト其ノ上ニナイ一點トヲ含ム平面ハ一ツヨリナイ,卽チ一直線ト其ノ外ノ一點トヲ共有スル二ツノ平面ハ全ク合スル. コノコトハ既ニ§4ニ述ベタ.



一直線ダケヲ共有スル二平面ハ**相交ル**トイヒ,其ノ直線ヲ此ノ二平面ノ**交線**トイフ.

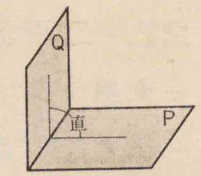
敎室ノ扉ハソレト壁トノ交線ABヲ軸トシテ廻ル. コノ廻轉ノ大イサヲABニ垂直ナル下ノ縁BCガ元ノ位置BDトナス角デ表ハス. (p. 50ノ圖ヲ見ヨ)



一般ニ,二平面P, Qガ交レバ角ヲナストイフ. 平面Pガ交線ABヲ軸トシテQノ位置マデ廻レバAB上ノ一點カラ平面Pノ上デABニ垂直ニ引イタ直線ハABニ垂直ナル平面上デ廻ツテ角ヲ作ル. **此ノ角ノコトヲ二平面P, Qノナス角**トイフ.

問1 書物ヲ約30°ダケ開ケ.

二平面ノナス角ガ直角ナラバ此ノ二平面ハ互ニ**垂直**デアルトイフ.

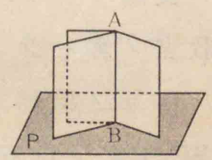


問2 水平面ト鉛直面トハドンナ關係ニナツテヰルカ.

問3 上ノ外ニ教室内デ垂直ナル二平面ト見做サレルモノヲ示セ.

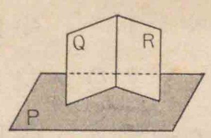
教室ノ扉ハ幾ラ廻ツテモ常ニ床ニ垂直デアル.

一般ニ,平面ノ垂線ヲ含ム任意ノ平面ハ前ノ平面ニ垂直デアル.



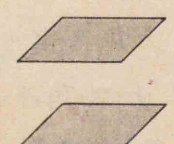
教室ノ二ツノ壁ハ何レモ床ニ垂直デ,コノ二ツノ壁ノ交線ニナツテイル柱モ床ニ垂直デアル.

一般ニ,二平面Q,Rガ何レモ一平面Pニ垂直ナラバQトRトノ交線モ亦Pニ垂直デアル.



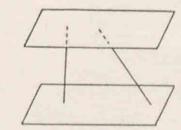
28. 平行平面

二平面ガ交ラナイトキハ此等ハ互ニ**平行**デアルトイフ.



問 教室内デ平行二平面ト見做サレルモノヲ示セ.

柱ハ床ノ面ニモ天井ノ面ニモ垂直デアル. 即チ二ツノ平行平面ガアルトキ,其ノ一ツノ平面ノ垂線ハ他ノ平面ニモ亦垂直デアル,ソコデ之ヲ此ノ平行二平面ノ共通垂線トイフ.

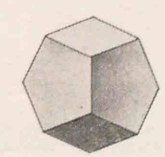


一ツノ室ニ柱ガ何本アツテモ其ノ長サハ皆相等シイ. 柱ヨリ短イ棒ヲ床ノ上デドウ立テヽモ天井ニハ屆カナイシ,柱ヨリ長イ棒ヲ室内ニ入レルニハ斜ニスルヨリ外ナイ.

一般ニ,平行二平面ノ共通垂線ノ長サハ常ニ一定デアツテ,コノ二平面間ノ最短距離デアル. 之ヲ單ニコノ平行二平面間ノ距離トイフ.

29. 多面體

幾ツカノ平面デ圍マレタ立體ヲ**多面體**トイフ.

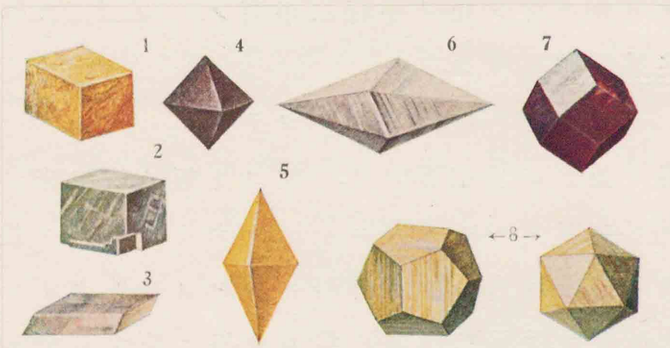


多面體ノ表面ヲナス多角形ヲ多面體ノ**面**,隣リ合ヒノ二面ノ交線ヲ其ノ**稜**,隣リ合ヒノ二稜ノ交點ヲ其ノ**頂點**トイフ.

多面體ハ其ノ面ノ數ニヨツテ夫々**四面體**,**五面體**等トイフ.

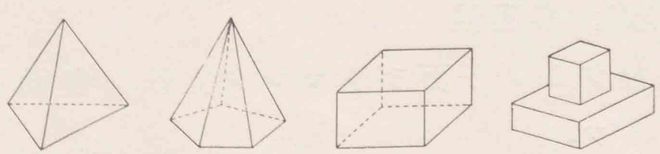
四面體ハ最簡單ナル多面體デアル.

多面體ヲナス鑛物ノ結晶



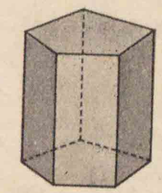
1. 銅 2. 螢石 3. 方解石［以上六面體］ 4. 磁鐵鑛 5. 硫黄［以上八面體］ 6. 方解石(犬牙石) 7. 柘榴石［以上十二面體］ 8. 黃鐵鑛(左ハ十二面體,右ハ二十面體)

問 次ノ多面體ハ夫々何面體カ.



30. 直角壔

二ツノ平行平面ト之ニ垂直ナル幾ツカノ平面トデ圍マレタ多面體ヲ**直角壔**トイフ.



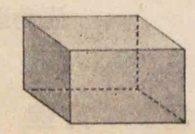
ソノ平行ナル二面ヲ其ノ**底面**,其ノ他ノ面ヲ其ノ**側面**,二ツノ側面ノ交リノ稜ヲ其ノ**側稜**トイヒ,兩底面間ノ距離ヲ直角壔ノ**高サ**トイフ.

直角壔ハ其ノ側面ノ數ニヨツテ夫々**直三角壔**,**直四角壔**等トイフ.

直角壔ノ側面ハ何レモ矩形デアル.

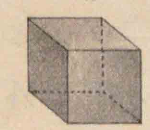
マタ兩底面ハ合同デアル.

マタ高サハ側稜ノ長サニ等シイ.

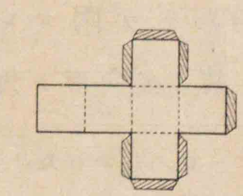


底面ガ矩形ナル直角壔ヲ**直六面體**又ハ**直方體**トイフ.

各面ガ正方形ナル直六面體ヲ**立方體**トイフ.



問1 直角壔ノ側面ガ矩形ナルコトヲ實物ニツイテ觀測セヨ.

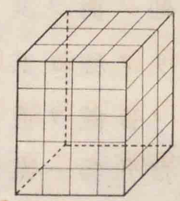


問2 厚紙デ立方體ノ模型ヲ作レ.(作リ方ハ右圖ヲ見ヨ. 點線ハ折目,影ヲツケタ部分ハ糊ヲツケル處)

問3 底面ガ正六邊形ナル直角壔ノ模型ヲ作レ,

注意 上ノ問2ノ圖ノヤウニ,立體ノスベテノ面ヲ一平面上ニ展(ヒロ)ゲタ圖形ヲ其ノ立體ノ**展開圖**トイフ.

例ヘバ縱ガ3cm, 横ガ4cm, 高サガ5cmナル直六面體ノ體積ハ$3\times4\times5=60\,\mathrm{cm}^3$デアル.



一般ニ,長サ,面積及體積ノ單位ヲ揃ヘレバ*

直六面體ノ體積＝縱×横×高サ

特ニ **立方體ノ體積＝稜³**

尙一般ニ

直角壔ノ體積＝底面積×高サ

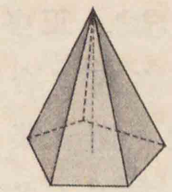
31. 角錐

一ツノ多角形ト其ノ各邊ヲ底邊トシテ其ノ平面外ノ一點ヲ共通ノ頂點トスル三角形トデ圍マレタ多面體ヲ**角錐**トイフ.

其ノ多角形ヲ角錐ノ**底面**,各三角形ヲ其ノ**側面**,

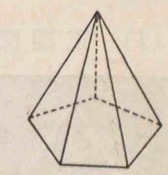
* 一稜ノ長サガ長サノ單位ニ等シイ立方體ノ體積ヲ體積ノ單位トスルコトヲイフ.

ソノ共通ノ頂點ヲ角錐ノ**頂點**,隣リ合フ側面ノ交リヲ其ノ**側稜**トイフ.

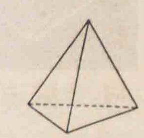


頂點ト底面トノ距離ヲ角錐ノ**高サ**トイフ.

角錐ハ其ノ底面ノ多角形ノ邊數ニヨツテ夫々**三角錐**,**四角錐**等トイフ.



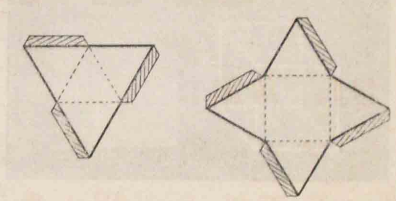
角錐ノ底面ガ正多角形デ,各側面ガ角錐ノ頂點ヲ共通ノ頂點トスル二等邊三角形デアルモノヲ**正角錐**トイフ.



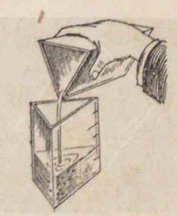
角錐ノ體積＝$\frac{1}{3}$(底面積×高サ)

注意 三角錐ハ四面體デアル.

問1 側面ガ正三角形ナル正三角錐及正四角錐ノ模型ヲ作レ.



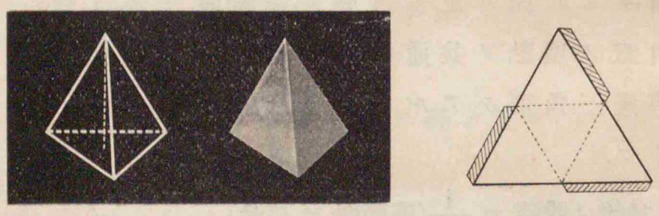
問2 厚紙デ底面積及高サガ夫々相等シイ直角壔ト角錐トノ模型ヲ作リ,直角壔ノ上底ト角錐ノ底面トヲ拔イテ之ニ砂又ハ水ヲ入レ,角錐ノ體積ガ角壔ノ體積ノ$\frac{1}{3}$ニ等シイコトヲ檢セ.



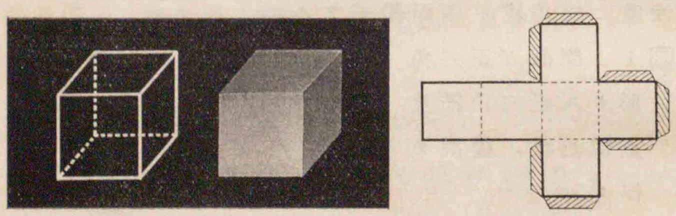
32. 正多面體

各面ガ合同ナル正多角形デ,各頂點ニ同數ノ面ガ集ツテ出來テキル凸形ノ多面體ハ次圖ノヤウニ五ツアル. 此等ヲ**正多面體**トイフ.

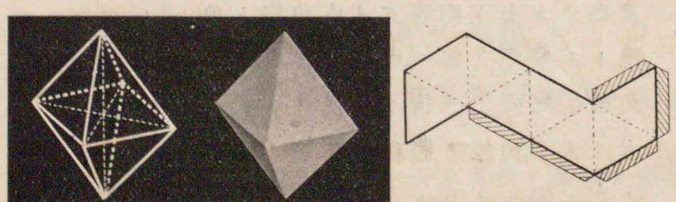
(1) 正四面體



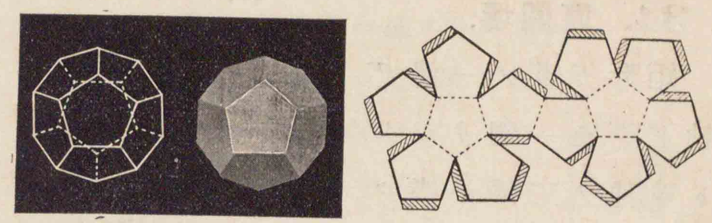
(2) 正六面體



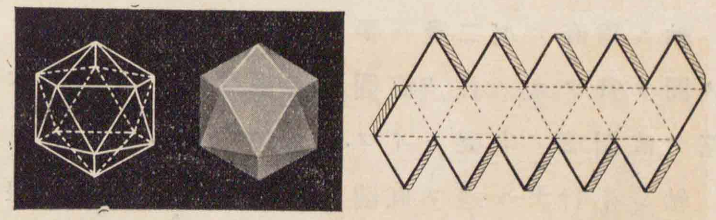
(3) 正八面體



(4) 正十二面體



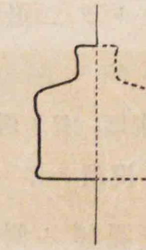
(5) 正二十面體



注意 正四面體ハ側面ガ正三角形ナル正三角錐,正六面體ハ立方體,正八面體ハ側面ガ正三角形ナル正四角錐ヲ二ツ合セタ形デアル.

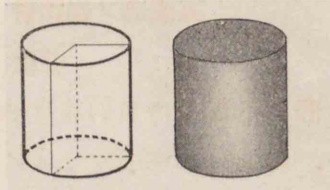
33. 廻轉體

平面圖形ガ其ノ平面上ノ一直線ノ周リヲ廻ツテ出來タ面又ハ立體ヲ廻轉面又ハ廻轉體トイフ. 其ノ直線ヲ此等ノ軸トイフ.



問 日常使フ器具デ廻轉體ト見做サレルモノ數種ヲ言ヘ.

34. 直圓壔



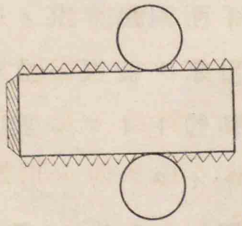
矩形ガ其ノ一邊ヲ軸トシテ一廻リシタトキ,他ノ三邊ガ畫ク面デ圍マレタ立體ヲ**直圓壔**トイフ.

軸ニ垂直ナル二邊ハ平行デ且ツ相等シイ二ツノ圓ヲ畫ク,コノ各〻ヲ直圓壔ノ**底面**トイヒ,其ノ半徑ヲ直圓壔ノ半徑トイフ.

軸ニ平行ナル邊ヲ直圓壔ノ**母線**トイフ. 母線ハ一ツノ曲面ヲ畫ク,之ヲ直圓壔ノ**側面**トイフ.

軸ノ長サ卽チ兩底面間ノ距離ヲ直圓壔ノ**高サ**トイフ.

直圓壔ノ側面ヲ一ツノ母線ニ沿ウテ切リ,之ヲ平面上ニ展ゲレバ底ノ周ト高サトヲ二邊トスル矩形ガ出來ル.



問1 右ノ圖ヲ見テ直圓壔ノ模型ヲ作レ.

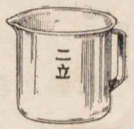
直圓壔ノ側面積(側面ノ面積)及體積ハ夫々次ノ

通リデアル.

直圓壔ノ側面積 = 底ノ周 × 高サ

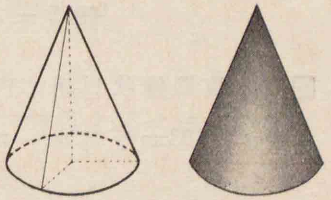
體積 = 底面積 × 高サ

問2 直圓壔形21粁ノ內徑ト深サトハ何レモ13.66cmデアル. コノ容量ヲ檢セ.



35. 直圓錐

直角三角形ガ直角ヲ夾ム一邊ヲ軸トシテ一廻リシタトキ,他ノ二邊ガ畫ク面デ圍マレタ立體ヲ**直圓錐**トイフ.



軸ニ垂直ナル邊ハ一ツノ圓ヲ畫ク,之ヲ直圓錐ノ**底面**トイフ.

斜邊ヲ直圓錐ノ**母線**トイフ. 母線ハ一ツノ曲面ヲ畫ク,之ヲ直圓錐ノ**側面**トイフ.

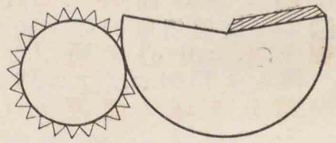
軸ト斜邊ト交ル頂點ヲ直圓錐ノ**頂點**トイフ.

軸ノ長サ卽チ頂點ト底面トノ距離ヲ直圓錐ノ**高サ**トイフ.

母線ノ長サヲ直圓錐ノ**斜高**トイフ.

直圓錐ノ側面ヲ一ツノ母線ニ沿ウテ切リ,之ヲ平面上ニ展ゲレバ斜高ヲ半徑トシ底ノ周ヲ其ノ弧トスル扇形*ガ出來ル.

問1　右ノ圖ヲ見テ直圓錐ノ模型ヲ作レ.

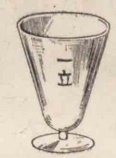


直圓錐ノ側面積及體積ハ夫々次ノ通リデアル.

$$\text{直圓錐ノ側面積} = \frac{1}{2}(\text{底ノ周} \times \text{斜高})$$

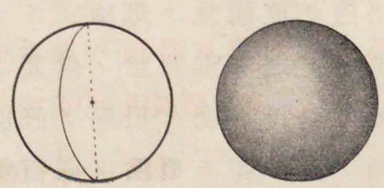
$$\text{體積} = \frac{1}{3}(\text{底面積} \times \text{高サ})$$

問2　直圓錐狀11枡ノ內徑ト深サトハ何レモ15.63cm デアル.　コノ容量ヲ檢セ.



36. 球

半圓**ガ其ノ直徑ヲ軸トシテ一廻リシタトキ,其ノ周ガ畫ク曲面デ圍マレタ立體ヲ球トイ



* 扇形トハ圓ノ弧ト其ノ兩端ニ於ケル半徑トデ圍マレタ圖形ノコトデアル.

** 圓ヲ其ノ一ツノ直徑デ二ツニ分ケタ一方ノコト.

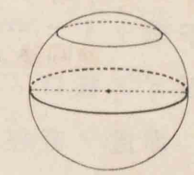
フ.

半圓ガ屬スル圓ノ中心ヲ球ノ**中心**トイフ.

中心カラ球面(球ノ表面)マデ引イタ線分ヲ球ノ**半徑**トイヒ,中心ヲ通ツテ其ノ兩端ガ球面ノ上ニアル線分ヲ球ノ**直徑**トイフ.

球ノ半徑及直徑ノ長サハ夫々一定デアル.

球ヲ任意ノ平面デ切ツタ截口ハ常ニ圓デアツテ,直徑ヲ含ム平面デノ截口ガ**最大圓**(球ノ直徑ヲ直徑トスル圓)デアル.



問1　ナルベク丸イ梨又ハ林檎ナドヲ庖丁デ色々ニ切ツテ見テ此ノ事ヲ檢セ.

球面ハ平面上ニ展開スルコトガ出來ナイ.

ゴム毬ノコワレタノヲ平面上ニ展ゲヨウトシテ見ヨ.　此ノ事ガワカルダラウ.

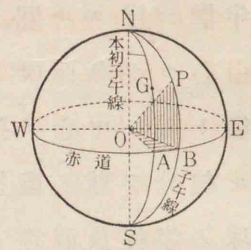
球ノ表面積及體積ハ夫々次ノ通リデアル.

$$\text{球ノ表面積} = (\text{直徑})^2 \times \text{圓周率}$$

$$\text{體積} = \frac{1}{6}(\text{直徑})^3 \times \text{圓周率}$$

問2　直徑 6cm ナルてにすぼーるノ表面積及體積ヲ計算セヨ.　但シ $\pi=3.14$ トセヨ.

37. 地球



地球ハ殆ド球形デアルガ,實ハ球ヲ少シク押潰(ツブ)シタヤウナ廻轉體デアル.

其ノ軸(南北ノ軸,右圖NS)ヲ含ム平面デノ截口ノ周ヲ**子午線**トイヒ,中心(上圖O)ヲ通ツテ軸ニ垂直ナル平面デノ截口ノ周ヲ**赤道**トイフ.

赤道ノ直徑ハ約 12757 km デ,軸ノ長サハ之ヨリ約 43 km ダケ短イ.

上ノ圖デ英國ぐりにぢ天文臺Gヲ通ル子午線 NGS ヲ**本初子午線**トイフ. 本初子午線ト赤道トノ交點ヲAトシ,地面上ノ一點Pヲ通ル子午線 NPS ト赤道トノ交點ヲBトスルトキ, ∠AOB ヲPノ**經度**トイヒ, BガAノ東ニアルカ西ニアルカニヨツテ夫々東經又ハ西經トイフ. 又 ∠BOP ヲPノ**緯度**トイヒ, PガBノ北ニアルカ南ニアルカニヨツテ夫々北緯又ハ南緯トイフ.

例ヘバ東京三鷹村天文臺ハ東經 139°32′3.15″, 北緯 35°40′21″ ノ處ニアル.

問1 地球ノ中心ヲ距テヽ東京天文臺ト正反對ノ場所ノ經度及緯度ハ何カ.

問2 子午線ノ周圍ハ約40000kmデアル. 1海里(1852m)ハ緯度1′ノ平均ノ長サニ等シイコトヲ檢セ.

第二篇
直線形
第一章 研究法

38. 幾何學

幾何學ハ圖形ノ性質ヲ研究スル學科デアル.

幾何學ヲ**平面幾何學**,**立體幾何學**ノ二ツニ別ケル. 平面幾何學ハ平面圖形ノ性質ヲ,立體幾何學ハ立體圖形ノ性質ヲ研究スル學科デアル.

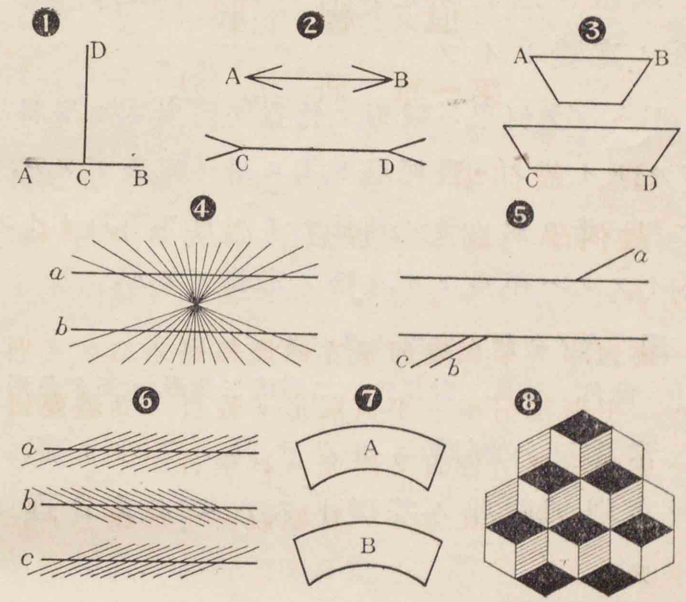
サテ研究ノ仕方ニハ實驗·觀察ト推理トノ二通リガアル.

多クノ眞理ハ實驗·觀察ノ結果トシテ發見サレルノデアルカラ,其ノ大切ナコトハ云フマデモナイガ,觀察ニハ時ニ誤リ易イコトガアリ,實驗·實測ニハ常ニ多少ノ誤差ガ伴ナフシ,勿論總テノ場合ヲ實驗スルノデナイカラ其ノ結果ニ十分ノ信用ヲオケナイ虞ガアル.

所ガ,推理ハ正確ナ點ニ於テ申分ガナイ上ニ未

經驗ノ眞理ヲサヘモ發見スルコトガアル.

觀察ノ誤リ易イ例



❶, ❷, ❸ AB＝CDカ. ❹ a, bハ直線カ. ❺ aノ延長ハbカcカ. ❻ $a /\!/ b /\!/ c$カ. ❼ A, Bハ合同カ. ❽ 圖中ニ見エル立方體ノ數ハ幾ツカ.

前篇デハ主ニ實驗·觀察ニヨツテ圖形ヲ研究シタガ,推理ニヨツテ導イタモノモ少ナクナイ. 本篇以下デハ主ニ推理ニヨツテ研究スルコトニスル.

39. 定義,公理,定理

或語ノ意義ヲ定メルタメノ陳述ヲ其ノ語ノ**定義**トイフ.

例ヘバ「幾何學ハ圖形ノ性質ヲ研究スル學科デアル」トイフノハ幾何學トイフ語ノ定義デアル. マタ「一邊ガ他ノ邊ノ延長デアル角ヲ平角トイフ」トイフノハ平角トイフ語ノ定義デアル.

問 次ノ各語ノ定義ヲ述ベヨ.

餘角, 補角, 對頂角, 二等邊三角形, 正多角形

常識又ハ經驗ニヨツテ眞デアルト認メル事柄デ,推理ノ基礎トスルモノヲ**公理**トイフ.

§3 ニ述ベタ「二定點ヲ通ル直線ハ唯一ツアル」トイフノハ公理デアル. **之ヲ通常直線ノ公理**トイフ.

マタ圖形ハ動カスコトガ出來ル,即チ其ノ形及大イサヲ變ヘズニ其ノ位置ヲ變ヘルコトガ出來ルトイフノモ一ツノ公理デアル. **之ヲ通常移動ノ公理**トイフ.

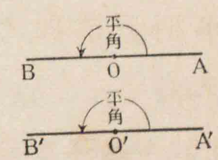
既知ノ事實カラ推理シテ,其ノ眞ナルコトヲ説明シ得ル事柄ヲ**定理**トイフ.

定理ノ眞ナル理由ヲ説明スルコトヲ定理ノ證明トイフ.

定理ヲ證明スルタメニ使フ既知ノ事實ハ定義,公理及既ニ證明ヲ經タ定理デアル.

例ヘバ「平角ハスベテ相等シイ」トイフコトハ,平角トイフ語ノ定義,直線ノ公理ナドカラ推理シテ次ノヤウニ證明スルコトガ出來ル. 故ニ之ハ一ツノ定理デアル.

平角ガスベテ等シイコトノ證明



∠AOB, ∠A'O'B' ガ共ニ平角デアルトスレバ,平角トイフ語ノ定義ニヨツテ A, O, B ハ一直線上ニアリ, A', O', B' モ亦一直線上ニアル.

ソコデ移動ノ公理ニヨリ直線 A'O'B' ヲ動カシテ O' ガ O ニ重ナリ尚其ノ外ノ一點例ヘバ A' ガ直線 AOB 上ノ一點 A ニ重ナルヤウニ置ケバ,直線ノ公理ニヨツテ直線 A'O'B' ハ直線 AOB ニ重ナル.

因テ平角 A'O'B' ハ平角 AOB ニ重ナル.

故ニ　　$\angle A'O'B' = \angle AOB$

公理又ハ定理カラ容易ニ導キ得ラレル事柄ヲ其ノ公理又ハ定理ノ**系**トイフ.

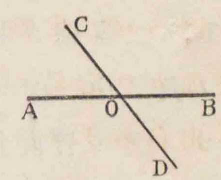
例ヘバ「二定點ヲ通ル直線ハ唯一ツアル」トイフ公理カラ容易ニ「一點デ出會フ二直線ハ他ノ點デハ出會ハナイ」トイフコトガワカル. ソコデコノ事柄ハ上ノ公理ノ系デアル.

マタ「平角ハスベテ相等シイ」トイフ定理カラ容易ニ「直角ハスベテ相等シイ」コトガワカル. ソコデコノ事柄ハ上ノ定理ノ系デアル.

第二章　角及垂線

40. 對頂角

定理　對頂角ハ相等シイ.



題意　二直線 AB, CD ガ點 O デ交レバ

$\angle AOC = \angle BOD$

$\angle AOD = \angle BOC$

證明　$\angle AOC = \angle AOB - \angle COB = 2R^{\llcorner} - \angle COB$

$\angle BOD = \angle COD - \angle COB = 2R - \angle COB$

$\therefore \qquad \angle AOC = \angle BOD$

同様ニ　　$\angle AOD = \angle BOC$

注意　p. 19 ニ述ベタヤウニ,直線 AB ヲ O ノ周リニ廻シテ半直線 OA ヲ半直線 OC ノ上ニ重ネレバ, AO ノ延長 OB ハ CO ノ延長 OD ノ上ニ重ナル. 故ニ OA ガ廻ツタ角 AOC ト OB ガ廻ツタ角 BOD トハ相等シイコトガワカル.

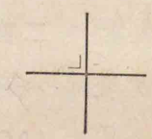
之モ上ノ定理ノ一ツノ證明デアル.

カヤウニ定理ヲ證明スル仕方ハ幾通リモアル得ル.

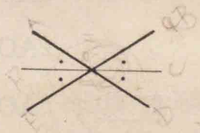
系　直線 AB 上ノ一點 O カラ其ノ兩側

ニ一ツヅツ半直線 OC, OD ヲ引イテ $\angle AOC$ ガ $\angle BOD$ ニ等シクナルヤウニスレバ,コノ二ツノ半直線ハ一直線ヲナス.

例　題



1.* 二直線ガ相交ツテ出來ル四ツノ角ノ中,一ツガ直角ナラバ,他ノ三ツノ角モ皆直角デアル.



2.* 對頂角ノ一方ノ二等分線ノ延長ハ亦他方ヲ二等分スル.

3.* 對頂角ノ各〻ノ二等分線ハ一直線ヲナス.

41. 垂線ノ定理

定理　定點ヲ通ツテ定直線ニ垂直ナル直線ハ唯一ツアル.

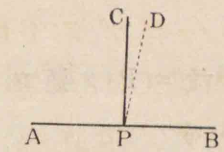
題意　定點 P ヲ通ツテ定直線 AB ニ垂直ナル直線ハ一ツハ必ズアツテ,二ツ以上ハ決シテナイ.

證明　(1) 定點 P ガ定直線 AB 上ニアル場合.

平角 APB ヲ二等分スル直線ヲ PC トスレバ

$$\angle APC = R\llcorner$$

*番號ノ肩ニ*ヲ附ケタ問題ハ特ニ必要ナモノデアル.



$\therefore$ 　$PC \perp AB$

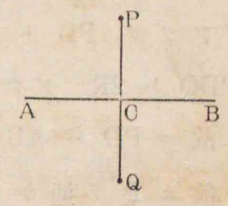
故ニ P ヲ通ツテ AB ニ垂直ナル直線ハ一ツハ必ズアル.

次ニ P ヲ通ツテ PC 以外ノ直線 PD ヲ引ケバ $\angle APD$ ハ直角デナイ.

故ニ PD ハ AB ニ垂直デナイ.

故ニ P ヲ通ツテ AB ニ垂直ナル直線ハ唯一ツダケデアル.

(2) 定點 P ガ定直線 AB 外ニアル場合.



AB ニ就テ P ト對稱ナル點(卽チ AB ヲ折目トシテ平面ノ P ノアル側ヲ他ノ側ノ上ニ折返ストキ P ガ落チルベキ位置) ヲ Q トシ, P ト Q トヲ結ビツケ,ソレト AB トノ交點ヲ C トセヨ.

サウスレバ,實際折返セバ P ハ Q ニ重ナルノダカラ線分 PC ハ線分 QC ニ重ナラネバナラヌ. 從テ

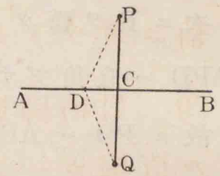
$$\angle PCB = \angle QCB$$

$$\therefore \quad \angle PCB = R\llcorner$$

$$\therefore \quad PC \perp AB$$

故ニPヲ通ツテABニ垂直ナル直線ハ一ツハ必ズアル.

次ニAB上ニCノ外ニ任意ノ一點Dヲトツテ之ヲP,Qニ結ビツケヨ. サウスレバ實際折返セバPハQニ重ナルカラPDハQDニ重ナル. 従テ



$$\angle PDC = \angle QDC$$

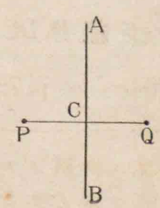
デアツテ, PDトQDトハ一直線ニナラナイカラ$\angle PDQ$ハ2R∟デナイ. 因テ$\angle PDC$ハ直角デナイ.

故ニPDハABニ垂直デナイ.

故ニPヲ通ツテABニ垂直ナル直線ハ唯一ツダケデアル.

42. 對稱圖形ノ基本性質

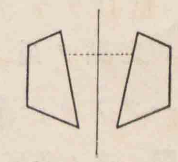
(1) 一點Pカラ定直線ABニ垂線PCヲ引キ,之ヲ延長シテPCニ等シクCQヲトレバ,Qハ直線ABニ就テPト互ニ



對稱ナル唯一ノ點デアル.

(2) 或直線ヲ軸トスル對稱圖形ノ相對應スル*二點ヲ結ビツケル線分ハ,其ノ對稱ノ軸ニヨツテ垂直ニ二等分サレル.†

(3) 對稱圖形ノ軸ニ垂直ナル直線ガ一方ノ圖形ニ出會ヘバ,此ノ直線ハ此ノ點ト對稱ナル點デ必ズ他ノ圖形ニ出會フ.



[證明] 略スル(前節ノ定理ノ證明中ニ含マレル).

43. 定理ノ假設ト終結

スベテ定理ハ二ツノ部分カラ出來テヰルト考ヘラレル. 其ノ一ツハ初メカラ假定シテアル事柄デアツテ之ヲ**假設**トイフ. 他ハ此ノ假定ノ結果トシテ必ズ成リ立ツト主張スル事柄デアツテ之ヲ**終結**トイフ.

例ヘバ p.75 ノ定理

* 互ニ對稱ナルコト.

† 軸ニ垂直デアツテ且ツ軸ノタメニ二等分サレルコト.

對頂角ハ相等シイ.

デハ「對頂角」ハ假設,「相等シイ」ハ終結デアル.

又 p.76 ノ定理

定點ヲ通ッテ定直線ニ垂直ナル直線ハ唯一ツアル.

デハ「定點ヲ通ッテ定直線ニ垂直ナル直線」ハ假設,「唯一ツアル」ハ終結デアル.

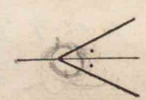
問 次ノ各定理ノ假設ト終結ヲ述ベヨ.

❶ 平角ハスベテ相等シイ.

❷ 對頂角ノ各〻ノ二等分線ハ一直線ヲナス

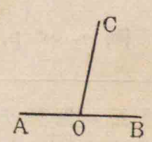
問題

1. 角ノ二等分線ノ延長ハ其ノ共軛角ヲ二等分スル.



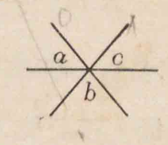
2. 一點カラ四ツノ半直線ヲ引クトキ出來ル次次ノ四ツノ接角ノ中隣リ合ハナイ角ガ二ツヅツ夫々相等シケレバ,此等ノ四ツノ半直線ハ二直線ヲナス.

3. 直線 AB 上ノ一點 O カラ直線 OC ヲ引ケバ ∠BOC ハ ∠AOC ト

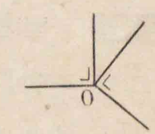


共ノ共軛角トノ差ノ半分ニ等シイ.

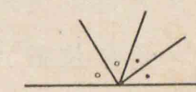
4. 同一ノ點デ交ル三直線デ出來ル六ツノ接角ヲ一ツオキニ取ッタモノヽ和ハ 2R∟ ニ等シイ.



5. 頂點 O ヲ共有スル任意ノ二ツノ直角 AOB, COD ヲ作レバ, ∠AOC ト ∠BOD トハ相等シイカ又ハ互ニ補角デアル.



6.* 一直線上ノ一點カラ一ツノ直線ヲ引イテ出來ル二ツノ接角ノ各〻ノ二等分線ハ互ニ垂直デアル.



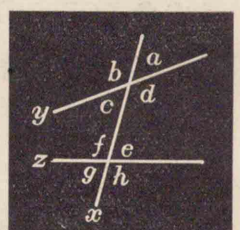
7. 相交ル二直線デ出來ル四ツノ角ヲ夫々二等分スル四ツノ半直線ハ互ニ垂直ナル二直線ヲナス.

第三章 平 行 線

44. 平行線

圖 平行線ノ定義ヲ言ヘ.

定義 直線 x ガ二直線 y 及 z ニ交ルトキハ,ソノ二ツノ交點ニ於テ圖ノ通リ a, b, c, d, e, f, g, h デ表ハサレル八ツノ角ガ出來ル. ソコデ此等ノ角ノ位置ノ相互ノ關係ニヨツテ次ノ通リノ名前ヲ附ケル.



(1) $\angle c, \angle d, \angle e, \angle f$ ノ各〻ヲ**内角**トイフ.

(2) $\angle a, \angle b, \angle g, \angle h$ ノ各〻ヲ**外角**トイフ.

(3) $\angle c$ ト $\angle e$, $\angle d$ ト $\angle f$ ノ各組ヲ**錯角**トイフ.

(4) $\angle a$ ト $\angle e$, $\angle b$ ト $\angle f$, $\angle c$ ト $\angle g$, $\angle d$ ト $\angle h$ ノ各組ヲ**同位角**トイフ.

若シ一組ノ錯角ガ相等シケレバ,他ノ組ノ錯角モ亦相等シク,各組ノ同位角モ亦夫夫相等シイ.

一組ノ同位角ガ相等シイトキモ之ト同

様デアル.

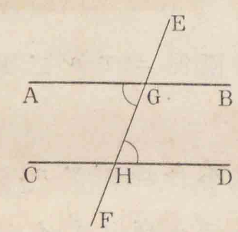
定理 一直線ガ他ノ二直線ト交ツテナス錯角ガ相等シケレバ,此ノ二直線ハ互ニ平行デアル.

假設 一直線 EF ガ二直線 AB, CD ト夫々 G, H デ交ルトキ

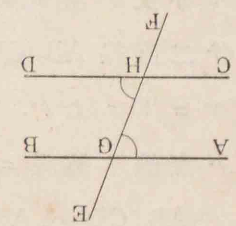
$$\angle AGH = \angle DHG$$

終結 $$AB \parallel CD$$

(甲 圖)



(乙 圖)



證明 甲圖ヲ此ノ平面上デ廻シテ乙圖ノ位置ニシ,之ヲ甲圖ノ上ニ,乙圖ノ線分 HG ガ甲圖ノ線分 GH ニ全ク合スルヤウニ置ケ.

サウスレバ甲圖ノ $\angle AGH$ ト乙圖ノ $\angle DHG$ トハ相等シイカラ,乙圖ノ半直線 HD ハ甲圖ノ半直線 GA ニ重ナル.

従テ乙圖ノ直線 DC ハ甲圖ノ直線 AB ニ重ナル.

同様ニ乙圖ノ直線 BA ハ甲圖ノ直線 CD ニ重ナル.

サテ,若シ甲圖デ AB, CD ガ例ヘバ EF ノ左方卽チ A ト C ノ側デ交ルトスレバ,之ヲ廻シタ乙圖デハ FE ノ右方デ交ル.

然ルニ乙圖ハ全ク甲圖ニ重ナルノダカラ,サウスルト甲圖ノ AB, CD ハ EF ノ右方卽チ B ト D ノ側デモ亦交ルコトニナル.

卽チ二直線 AB, CD ハ EF ノ兩側ニアル二點デ相交ルコトニナル.

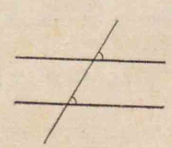
此ハ直線ノ公理ニ背クカラ不合理デアル.

故ニ AB, CD ハ A ト C ノ側デハ交ラナイ.

同様ニ B ト D ノ側デモ交ラナイ.

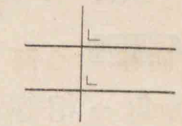
卽チ AB, CD ハ何レノ方デモ交ルコトガ出來ナイ.

卽チ　　　　$AB /\!/ CD$



系1 一直線ガ他ノ二直線ト交ツテナス同位角ガ相等シケ

レバ,此ノ二直線ハ互ニ平行デアル.

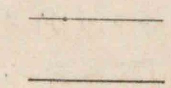


系2 同一ノ直線ニ垂直ナル二直線ハ互ニ平行デアル.

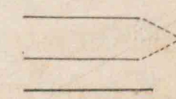
例題

△ 一直線ガ他ノ二直線ト交ツテナス內角ノ中デ,初メノ直線ニ對シテ同ジ側ニアル二ツガ互ニ補角ナラバ,後ノ二直線ハ互ニ平行デアル.

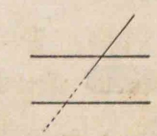
△45. 平行線ノ公理



公理 一定點ヲ通ツテ一定直線ニ平行ナル直線ハ唯一ツニ限ル.



系1 同一ノ直線ニ平行ナル二直線ハ互ニ平行デアル.



系2 二平行線ノ一ツニ交ル直線ハマタ他ニモ交ル.

例題

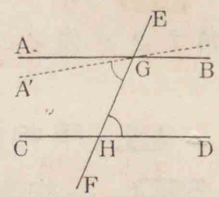
相交ル二直線ニ夫々平行ナル二ツノ直線ハ相交ル.

46. 平行線ノ性質

定理 一直線ガ二平行線ト交ツテナス錯角ハ相等シイ.

〔假設〕 一直線 EF ガ二直線 AB, CD ト夫々 G, H デ交ルトキ

$$AB \parallel CD$$



〔終結〕 $\angle AGH = \angle DHG$

〔證明〕 G ヲ通ツテ EF ト $\angle GHD$ ニ等シイ角ヲナス直線 GA′ ヲ直線 EF ニ對シ, HD ト反對ノ側ニ引ケ.

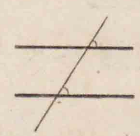
サウスレバ　$A'G \parallel HD$　〔§ 44〕

然ルニ　$AG \parallel HD$　〔假設〕

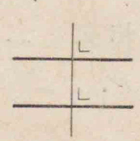
故ニ A′G ハ AG ニ合スル.　〔前節公理〕

$\therefore \quad \angle AGH = \angle DHG$

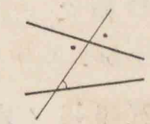
系1 一直線ガ二平行線ト交ツテナス同位角ハ相等シイ.



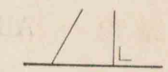
系2 二平行線ノ一ツニ垂直ナル直線ハ他ニモ垂直デアル.



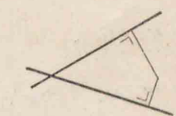
系3 一直線ガ他ノ二直線ト交ツテナス錯角(若クハ同位角)ガ相等シクナケレバ,此ノ二直線ハ相交ル.



系4 同一直線ノ垂線ト斜線トハ相交ル.

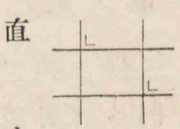


系5 相交ル二直線ニ夫々垂直ナル二直線ハ相交ル.

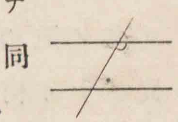


例題

1. 二平行線ニ夫々垂直ナル二直線ハ互ニ平行デアル.



2. 一直線ガ二平行線ト交ツテナス内角ノ中デ,初メノ直線ニ對シテ同ジ側ニアル二ツハ互ニ補角デアル.



3. 一直線ガ他ノ二直線ト交ツテソノ同ジ側ニアル二ツノ内角ガ互ニ補角デナケレバ,後ノ二直線ハ相交ル.

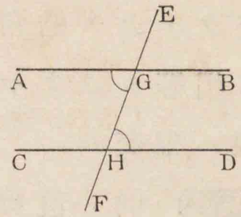
47. 定理ノ逆

§44 ノ定理ノ假設ハ

$$\angle AGH = \angle DHG$$

デ,終結ハ　AB // CD

デアル.



又 §46 ノ定理ノ假設ハ

AB // CD

〔§44 ノ定理ノ終結〕

デ,終結ハ　$\angle AGH = \angle DHG$　〔§44 ノ定理ノ假設〕

デアル. カヤウニ

或定理ノ假設ト終結トヲ交換シタ陳述ヲ其ノ定理ノ逆トイフ.

定理ノ逆ハ必ズシモ眞デナイ.

例ヘバ「對頂角ハ相等シイ」トイフコトハ眞デアルガ,其ノ逆「相等シイ角ハ對頂角デアル」トイフノハ眞デナイ,何トナレバ對頂角デナクテモ相等シイ角ハアルカラデアル.

故ニ或定理ノ逆ガ眞デアルコトヲ示スタメニハ必ズ別ニ之ヲ證明セネバナラヌ.

問　次ノ各定理ノ逆ヲ言ヘ,且ツ其ノ眞否ヲ判定セヨ.

❶ 直角ハ相等シイ.

❷ 半徑ガ相等シイ二ツノ圓ハ合同デアル.

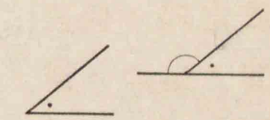
❸ 或整數ノ一ノ位ノ數字ガ偶數ナラバ,其ノ整數ハ2ノ倍數デアル.

❹ 或整數ノ一ノ位ノ數字ガ5ナラバ,其ノ整數ハ5ノ倍數デアル.

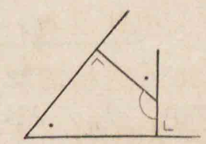
問題

1. 一直線ガ二平行線ト交ツテナス一組ノ錯角(又ハ同位角)ノ二等分線ハ互ニ平行デアル.

2. 二邊ガ夫々平行ナル二角ハ相等シイカ又ハ互ニ補角デアル.



3. 二邊ガ夫々垂直ナル二角ハ相等シイカ又ハ互ニ補角デアル.



第四章 三角形

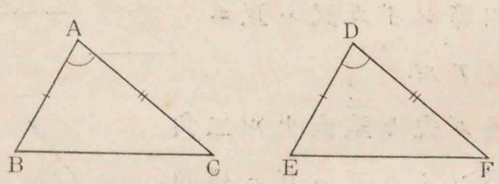
48. 三角形ノ合同

定理1 二邊ト其ノ夾ム角トガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.

假設 $\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ ニ於テ

$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad \angle A = \angle D$$

終結 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$*



證明 先ヅ $AB = DE$ ダカラ, $\triangle DEF$ ヲ $\triangle ABC$ ノ上ニ, DE ガ AB ニ重ナリ (即チ D ガ A ニ, E ガ B ニ重ナリ), 而シテ兩三角形ガ何レモ AB ノ一方ニアルヤウニ置クコトガ出來ル. サウスレバ $\angle D = \angle A$ ダカラ邊 DF ハ邊 AC ノ上ニ重ナリ, 且ツ $DF = AC$ ダカラ點 F ハ點 C ニ重ナル.

因テ邊 EF ハ邊 BC ニ重ナル.

* $\equiv$ ハ合同ノ符號デアル.

故ニ $\triangle DEF$ ト $\triangle ABC$ トハ全ク相合スル.

$$\therefore \quad \triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

スベテ合同ナル三角形ニ於テハ,等シイ角ニ對スル邊ハ等シイシ,等シイ邊ニ對スル角ハ等シイ.

例ヘバ上ノ $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テハ

$$BC = EF, \quad \angle B = \angle E, \quad \angle C = \angle F$$

系 二點ヲ結ブ線分ヲ垂直ニ二等分スル直線上ノ任意ノ點ハ,其ノ二點カラ等距離ニアル.

例題

1. $\triangle ABC$ ノ邊 BC ノ中點ヲ D トシ, AD ノ延長上ニ AD ニ等シク DE ヲトリ, BE ヲ引ケバ

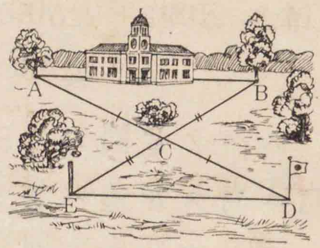
$$\triangle ADC \equiv \triangle EDB$$

2. $\angle A$ ノ一邊上ニ二點 B, C ヲ,他ノ邊上ニ二點 D, E ヲ, $AD = AB$, $AE = AC$ ナルヤウニトレバ,

$$BE = CD$$

3. 同一ノ點カラ引イタ相等シイ二線分ノ各、ノ他ノ端ハ其ノ二線分ノ夾ム角ノ二等分線上ノ

任意ノ點カラ等距離ニアル.



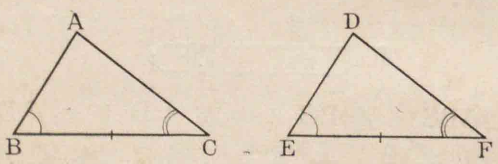
4. 右ノ圖ヲ見テ二點A, B間ノ距離ヲ測ル方法ヲ工夫セヨ.

定理2 二角ト其ノ頂點ノ間ノ邊トガ夫夫相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.

〔假設〕 $\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ ニ於テ

$\angle B = \angle E,\quad \angle C = \angle F,\quad BC = EF$

〔終結〕 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$



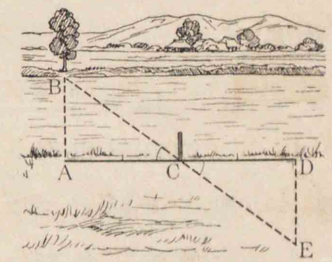
〔證明〕 先ヅ $BC = EF$ ダカラ, $\triangle DEF$ ヲ $\triangle ABC$ ノ上ニ, EF ガ BC ニ合シテ兩三角形ガ何レモ BC ノ同ジ側ニアルヤウニ置クコトガ出來ル. サウスレバ $\angle E = \angle B$ ダカラ ED ハ BA ノ上ニ重ナリ,又 $\angle F = \angle C$ ダカラ FD ハ CA ノ上ニ重ナル.從テ點 D ハ點 A ニ合スル.

因テ $\triangle DEF$ ト $\triangle ABC$ トハ全ク相合スル.

$\therefore\quad \triangle ABC \equiv \triangle DEF$

〔例題〕

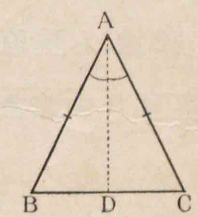
1. 頂角ノ二等分線ガ底邊ニ垂直ナル三角形ハ二等邊三角形デアル.



2. 右ノ圖ヲ見テ川ノ幅(AB)ヲ測ル方法ヲ工夫セヨ.

49. 二等邊三角形

定理1 二等邊三角形ノ兩底角ハ相等シイ.



〔假設〕 $\triangle ABC$ ニ於テ

$AB = AC$

〔終結〕 $\angle B = \angle C$

〔證明〕 頂角 A ノ二等分線ヲ作リ,底邊 BC ト交ル點ヲ D トセヨ. サウスレバ $\triangle ABD$ ト $\triangle ACD$ トニ於テ

$AB = AC$ 〔假設〕

AD ハ共通

$\angle BAD = \angle CAD$　〔作　圖〕

∴　$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$　〔前　節〕

從テ　$\angle B = \angle C$

系　三邊ガ相等シイ三角形ハ正三角形デアル.

例　題

1.　二等邊三角形ノ底邊ノ兩端ト之ニ對スル邊ノ中點トヲ結ビツケル二線分ハ相等シイ.

2.　二等邊三角形ノ兩底角ノ二等分線ガ夫々其ノ對邊ニ出會フマデノ部分ハ相等シイ.

定理2　二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線ハ底邊ヲ垂直ニ二等分スル.

證明　前定理ノ圖ヲ用ヒレバ

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

∴　$BD = CD$

又　$\angle ADB = \angle ADC$

∴　$AD \perp BC$

系1　二等邊三角形ノ頂點ト底邊ノ中點トヲ結ブ直線ハ底邊ニ垂直デアッテ,且ツ

頂角ヲ二等分スル.

系2　二等邊三角形ノ頂點カラ底邊ニ引イタ垂線ハ頂角ヲ二等分シ,且ツ底邊ヲ二等分スル.

系3　二定點カラ等距離ニアル任意ノ點ハ其ノ二定點ヲ結ブ線分ヲ垂直ニ二等分スル直線上ニアル.

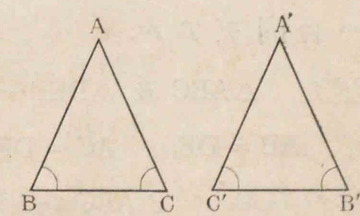
定理3　二角ガ相等シイ三角形ニ於テハ其ノ角ニ對スル邊ガ相等シイ. 即チ此ノ三角形ハ二等邊三角形デアル.

假設　$\triangle ABC$ ニ於テ

$\angle B = \angle C$

終結　$AC = AB$

證明　$\triangle ABC$ ヲ裏返シニシタトキ, A ガ A' ニ, B ガ B' ニ, C ガ C' ニ來タトセヨ.



サウスレバ $\triangle ABC$ 及 $\triangle A'C'B'$ ニ於テ

$\angle B = \angle C'$　〔∵ $\angle B=\angle C=\angle C'$〕

$\angle C = \angle B'$ 〔∵ $\angle C = \angle B = \angle B'$〕

$BC = C'B'$

∴ $\triangle ABC \equiv \triangle A'C'B'$

従テ $AB = A'C'$

然ルニ $A'C' = AC$

∴ $AB = AC$

系 三ツノ角ガ相等シイ三角形ハ正三角形デアル.

例題

二等邊三角形ノ底邊ト其ノ兩底角ノ二等分線トデ出來ル三角形ハマタ二等邊三角形デアル.

50. 三角形ノ合同ノ續

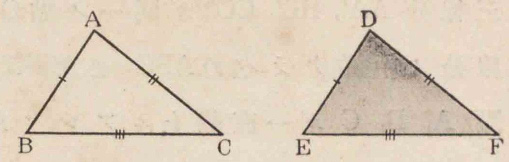
定理 三邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.

題意 △ABC 及 △DEF ニ於テ

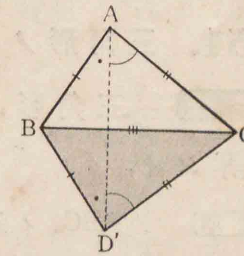
$AB = DE,\quad AC = DF,\quad BC = EF$

ナラバ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

證明 先ヅ BC=EF ダカラ, △DEF ヲ, EF ガ BC ニ合シ,而シテ BC ニ對シテ △ABC ノ反對ノ側ニ



アルヤウニ置クコトガ出來ル.



コノトキDガトル位置ヲD'トシ, AトD'トヲ結ビツケヨ. サウスレバ△BAD'及△CAD'ニ於テ

$\angle BAD' = \angle BD'A$ 〔∵ $BA = BD'$ §49, 1〕

$\angle CAD' = \angle CD'A$ 〔∵ $CA = CD'$ 同 上〕

∴ $\angle BAC = \angle BD'C$

然ルニ $\angle BD'C = \angle EDF$

∴ $\angle BAC = \angle EDF$

∴ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 〔§48, 1〕

例題

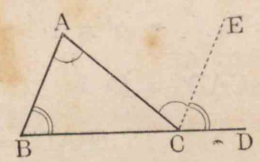
1. 同ジ底邊ノ上ニ立ツ二ツノ二等邊三角形ノ頂點ヲ結ブ直線ハ其ノ底邊ヲ垂直ニ二等分スル.

2.　三線分 AA′, BB′, CC′ ガ同一ノ點 O デ交リ, O ガ各線分ノ中點ナラバ △ABC≡△A′B′C′ デアル.

若シ三點 A, B, C ガ一直線上ニアレバ A′, B′, C′ モ亦他ノ一直線上ニアル.

51.　三角形ノ角ノ和

定理　三角形ノ三ツノ角ノ和ハ 2 直角ニ等シイ.



證明　△ABC ノ邊 BC ヲ延長シテ之ヲ CD トスル.

C カラ邊 BA ト同方向ニ直線 CE ヲ引ケ. サウスレバ

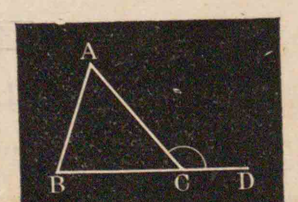
$$\angle A=\angle ACE \qquad [\S 46]$$

$$\angle B=\angle DCE \qquad [\S 46,\ 系\ 1]$$

$$\therefore \quad \angle A+\angle B+\angle C=\angle ACE+\angle DCE+\angle ACB$$

$$=2R\angle$$

定義　多角形ノ一邊トソノ隣リノ邊ノ延長トガナス角ヲ多角形ノ**外角**トイヒ,外角ニ對シテ多角形ノ角ヲ其



ノ**內角**トイフ.

前圖デ $\angle$ACD ハ △ABC ノ (頂點 C ニ於ケル) 外角デアル.

三角形ノ一外角ニ接シナイ兩內角ノ各ヽヲ其ノ外角ノ**內對角**トイフ. 例ヘバ前圖ノ $\angle$A 及 $\angle$B ハ何レモ外角 ACD ノ內對角デアル.

系 1　三角形ノ外角ハ其ノ兩內對角ノ和ニ等シイ. 從テ

三角形ノ外角ハ其ノ內對角ノ何レヨリモ大キイ.

系 2　二ツノ三角形ニ於テ,二角ガ夫々相等シケレバ,第三ノ角モ亦相等シイ.

例　　題

1.　二等邊三角形ノ底角ハ銳角デアル.

2.　三角形ノ一角ガ他ノ二角ノ和ヨリ小サイカ,或ハ之ニ等シイカ,或ハ之ヨリ大キイカニ從テ,其ノ角ハ銳角或ハ直角或ハ鈍角デアル.

3.　二等邊三角形ノ頂點ニ於ケル外角ノ二等分線ハ底邊ニ平行デアル.

52. 三角形ノ合同ノ續

定理 二角ガ夫々相等シク且ツソノ一組ノ相等シイ角ニ對スル邊ガ相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル.

證明 略スル.

53. 直角三角形ノ合同

定理1 斜邊ト一鋭角トガ夫々相等シイ二ツノ直角三角形ハ合同デアル.

證明 略スル.

系 角ノ二等分線上ノ任意ノ點ハ其ノ二邊カラ等距離ニアル.

(4)

定理2 斜邊ト他ノ一邊トガ夫々相等シイ二ツノ直角三角形ハ合同デアル.

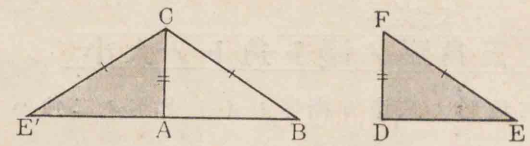
題意 $\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ ニ於テ

$$\angle A = \angle D = \mathrm{R}\llcorner, \quad BC = EF, \quad AC = DF$$

ナラバ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

證明 先ヅ $DF=AC$ ダカラ, $\triangle DEF$ ヲ, DF ガ AC ニ合シ,而シテ AC ニ對シテ $\triangle ABC$ ノ反對ノ側ニ

アルヤウニ置クコトガ出來ル. コノトキEガトル位置ヲ E' トセヨ.



サウスレバ $\angle CAB = \angle CAE' = \mathrm{R}\llcorner$

$\therefore \quad \angle BAE' = 2\mathrm{R}\llcorner$

故ニ BA, AE' ハ一直線ニナル.

ソコデ $\triangle CE'B$ ニ於テ

$CB = CE'$ 〔假設, 作圖〕

$\therefore \quad \angle B = \angle E'$ 〔§49, 1〕

然ルニ $\angle E' = \angle E$

$\therefore \quad \angle B = \angle E$

$\therefore \quad \triangle ABC \equiv \triangle DEF$

系 角ノ二邊カラ等距離ニアル點ハ此ノ角ノ二等分線上ニアル.

例題

1. 二等邊三角形ノ底邊ノ兩端カラ其ノ對邊ニ引イタ垂線ノ長サハ相等シイ.

2. 三角形ノ底邊ノ兩端カラ其ノ對邊ニ引イ

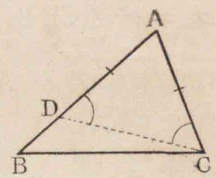
タ垂線ノ長サガ相等シケレバ,此ノ三角形ハ二等邊三角形デアル.

本試験

54. 三角形ノ邊ト角トノ大小

問 三角形ノ二邊ガ相等シイトキ,其ノ二角ハドウカ. マタ二角ガ相等シイトキ二邊ハドウカ.

定理1 三角形ノ二邊ガ相等シクナケレバ,ソノ大キイ邊ニ對スル角ハ小サイ邊ニ對スル角ヨリ大キイ.



題意 $\triangle ABC$ ニ於テ

$AB > AC$

ナラバ $\angle C > \angle B$

證明 $AB > AC$ ダカラ, AB ノ上ニ AC ニ等シイ線分 AD ヲトツテ D ト C トヲ結ベバ CD ハ $\angle ACB$ ノ内ニアル.

$\therefore \quad \angle ACB > \angle ACD$

又 $\angle ADC > \angle B$ 〔§51, 系1〕

然ルニ $AD = AC$ 〔作圖〕

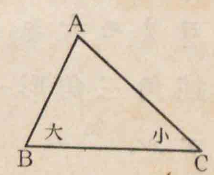
$\therefore \quad \angle ACD = \angle ADC$ 〔§49, 1〕

$\therefore \quad \angle ACB > \angle ABC$

例題

底邊ガ他ノ邊ヨリ小サイ二等邊三角形ハ鋭角三角形デアル.

定理2 三角形ノ二角ガ相等シクナケレバ,ソノ大キイ角ニ對スル邊ハ小サイ角ニ對スル邊ヨリ大キイ.



假設 $\triangle ABC$ ニ於テ

$\angle B > \angle C$

終結 $AC > AB$

證明 若シ $AC = AB$ ナラバ

$\angle B = \angle C$

トナツテ〔§49, 1〕,假設ニ矛盾スル.

$\therefore \quad AC \neq AB$

マタ若シ $AC < AB$ ナラバ

$\angle B < \angle C$

トナツテ〔本節1〕,コレモ亦假設ニ矛盾スル.

$\therefore \quad AC \nless AB$

因テ是非トモ $AC > AB$ デアルヨリ外ナイ.

注意 上ノヤウニ,終結ヲ否定スレバ假設又ハ既知ノ

事實ニ矛盾スルヤウニナルコトヲ示シ,之ニヨツテ終結ノ否定出來ナイコト卽チ是非トモ終結ガ眞デアルヨリ外ナイコトヲ示ス證明法ヲ**不合理ニ導ク法**又ハ**間接ノ證明法**トイフ.

§44 ノ定理(平行線ノ存在ノ定理)ノ證明モ此ノ方法デアツタ.

系1 直角三角形ノ斜邊ハ他ノ二邊ノ何レヨリモ大キイ.

鈍角三角形デハ鈍角ニ對スル邊ガ最大デアル.

系2 直線外ノ一點カラ此ノ直線ヘ引イタ垂線及斜線ノ中デ

(1) 垂線ハ最モ短イ.

此ノ長サヲ此ノ點ト直線トノ距離トイフ.〔p. 21〕

(2) 斜線ノ足ガ垂線ノ足カラ等距離ニアルモノハ相等シイ,マタ大キイ距離ニアルモノハ小サイ距離ニアルモノヨリ大キイ. 從テ

相等シイ斜線ハ唯二ツニ限ル.

(3) 相等シイ斜線ノ足ハ垂線ノ足カラ等距離ニアル,マタ大キイ斜線ノ足ハ小サイ斜線ノ足ヨリ垂線ノ足ニ遠イ.

(4) 垂線ト等角ヲナス斜線ハ相等シイ,マタ大キイ角ヲナス斜線ハ小サイ角ヲナス斜線ヨリ大キイ.

(5) 相等シイ斜線ハ垂線ト等角ヲナス,マタ大キイ斜線ハ小サイ斜線ヨリ垂線ト大キイ角ヲナス.

例 題

二等邊三角形ノ頂點ト底邊上ノ(兩端デナイ)一點トヲ結ブ線分ハ,相等シイ邊ノ各ヽヨリ小サイ.

55. 三角形ノ邊ノ關係

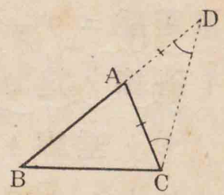
定理 三角形ノ二邊ノ和ハ第三邊ヨリ大キイ.

證明 $\triangle ABC$ ニ於テ BC ヲ最大邊トスレバ明カニ

$$BC+AB>AC \qquad BC+AC>AB$$

次ニ邊 BA ヲ延長シ,其ノ上ニ AC ニ等シク AD

ヲトツテ, C ト D トヲ結ビツケヨ. サウスレバ △ACD ハ二等邊三角形デアル.



$$\therefore \quad \angle ACD = \angle D$$

然ルニ AC ハ $\angle BCD$ ノ内ニアル.

$$\therefore \quad \angle BCD > \angle ACD$$

$$\therefore \quad \angle BCD > \angle D$$

故ニ △BCD ニ於テ

$$BD > BC$$ 〔前節 2〕

然ルニ $BD = BA + AD = AB + AC$

$$\therefore \quad AB + AC > BC$$

系 三角形ノ二邊ノ差ハ第三邊ヨリ小サイ.

例題

1. 多角形ノ一邊ハ他ノスベテノ邊ノ和ヨリ小サイ.

2. 四邊形ノ相對スル二邊ノ和ハ兩對角線ノ和ヨリ小サイ.

3. 三角形内ノ一點ト一邊ノ兩端トヲ結ビツケル二線分ノ和ハ他ノ二邊ノ和ヨリ小サイ.

56. 二邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形

問 二邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ニ於テ,其ノ夾ム角ガ相等シイトキハ第三邊ハドウカ.

マタ第三邊ガ等シイトキハ前ノ二邊ノ夾ム角ハドウカ.

定理1 二ツノ三角形ニ於テ,二邊ガ夫々相等シク,其ノ夾角ガ相等シクナケレバ,大キイ夾角ニ對スル邊ハ小サイ夾角ニ對スル邊ヨリ大キイ.

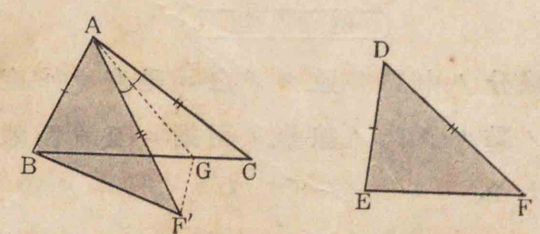
題意 △ABC 及 △DEF ニ於テ

$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad \angle A > \angle D$$

ナラバ

$$BC > EF$$

證明 先ヅ DE = AB ダカラ, △DEF ヲ, DE ガ AB ニ合シ,而シテ AB ニ對シテ △ABC ト同ジ側ニアルヤウニ置クコトガ出來ル.



コノトキFガトル位置ヲF'トスレバ

$$AF' = DF, \quad BF' = EF$$

サテ $\angle A > \angle D$ ダカラ, AF' ハ $\angle BAC$ ノ内ニアル.

ソコデ $\angle F'AC$ ノ二等分線ヲ引キ,邊 BC ト交ル點ヲ G トシ, G ト F' トヲ結ベ.

サウスレバ $\triangle AF'G$ 及 $\triangle ACG$ ニ於テ

$$AF' = AC$$

AG ハ共通

$$\angle GAF' = \angle GAC \qquad \text{〔作圖〕}$$

$$\therefore \quad \triangle AF'G \equiv \triangle ACG$$

從テ $\quad GF' = GC$

$$\therefore \quad BC = BG + GC = BG + GF'$$

然ルニ $\quad BG + GF' > BF'$

$$\therefore \quad BC > BF'$$

$$\therefore \quad BC > EF$$

例題

1. 線分ノ中點ヲ通ツテ之ニ垂直ナル直線外ノ任意ノ點カラ,此ノ線分ノ兩端ニ至ル距離ハ相等シクナイ.

2. $\triangle ABC$ ノ邊 BC ヲ延長シ,其ノ上ニ AB ニ

等シク CD ヲトツテ, A ト D トヲ結ビツケレバ

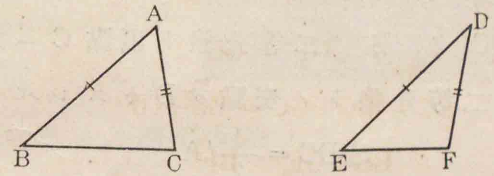
$$AD > BC$$

定理2 二ツノ三角形ニ於テ,二邊ガ夫々相等シク,第三邊ガ相等シクナケレバ,ソノ大キイ邊ニ對スル角ハ小サイ邊ニ對スル角ヨリ大キイ.

〔假設〕 $\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ ニ於テ

$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad BC > EF$$

〔終結〕 $\angle A > \angle D$



〔證明〕 若シ $\angle A = \angle D$ ナラバ

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

從テ $\quad BC = EF$

トナツテ假設ニ矛盾スル.

$$\therefore \quad \angle A \neq \angle D$$

マタ若シ $\angle A < \angle D$ ナラバ

$$BC < EF$$

トナツテ〔本節1〕，コレモ亦假設ニ矛盾スル.

$\therefore \quad \angle A \not< \angle D$

$\therefore \quad \angle A > \angle D$

例　題

△ABC ニ於テ AB > AC ナルトキ,邊 BC ノ中點ヲ D トスレバ, ∠ADB ハ鈍角デアル.

問　題

1. 三角形ノ底邊ト其ノ兩底角ノ二等分線トデ出來ル三角形ハ鈍角三角形デアル.

2. △ABC ノ ∠B ノ二等分線ト頂點 C ニ於ケル外角ノ二等分線トノ交點ヲ D トスレバ

$$\angle BDC = \frac{1}{2}\angle A$$

3. 二等邊三角形ノ底邊ノ一端カラ對邊ヘ引イタ垂線ト底邊トノナス角ハ頂角ノ半分ニ等シイ.

4.* 三角形内ノ一點ヲ底邊ノ兩端ニ結ビツケル二線分ノナス角ハ此ノ三角形ノ頂角ヨリ大キイ.

5. 直角三角形ノ直角ノ二邊上ノ(端デナイ)點ヲ一ツヅツトツテ結ビツケタ線分ハ斜邊ヨリ小サイ.

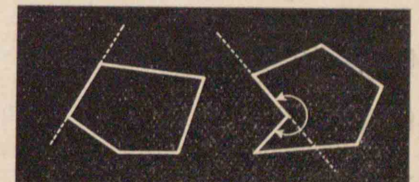
6. §13, 1 ノ作圖ノ正シイコトヲ證明セヨ.

7. 同節 2 ニ就テ同上.

8. 同節 3 ニ就テ同上.

57. 多角形ノ角ノ和

定義 多角形ガドノ邊ヲ延長シテモ其ノ一方ニアルモノヲ**凸多角形**トイヒ,ドレカノ邊ヲ延長スレバ其ノ兩側ニアルヤウニナルモノヲ**凹多角形**トイフ.



凸多角形ノ各角ハ 2R∟ ヨリ小サイ.

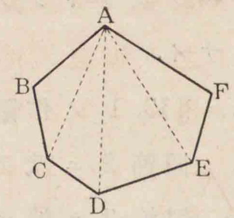
凹多角形デハサウデナイ.

通常單ニ多角形トイヘバ凸多角形ノコトデアルトスル.

定理 n 邊多角形ノ角ノ和ハ $(2n-4)$R∟ ニ等シイ.

證明 例ヘバ六邊形 ABCDEF ヲトリ,一頂點 A

カラ對角線ヲ引ケバ,六邊形ハAヲ頂點トスル(6−2)箇卽チ4箇ノ三角形ニ分タレル,而シテ此等ノ三角形ノ各角ノ和ハコノ六邊形ノ角ノ和ニ等シイ.



サテ各三角形ノ角ノ和ハ $2\mathrm{R}\llcorner$ ニ等シイ.

故ニ六邊形ノ角ノ和ハ

$$2\mathrm{R}\llcorner\times(6-2)=(2\times6-4)\mathrm{R}\llcorner=8\mathrm{R}\llcorner$$ デアル.

系1 四邊形ノ角ノ和ハ $4\mathrm{R}\llcorner$ ニ等シイ.

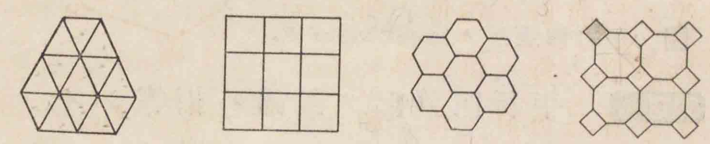
系2 同ジ邊數ノ正多角形デ,一邊ガ相等シイモノハ合同デアル.

系3 多角形ノ各頂點ニ於ケル外角ヲ一ツヅツトツタモノノ和ハ $4\mathrm{R}\llcorner$ ニ等シイ.

例題

1. 內角ノ和ガ $50\mathrm{R}\llcorner$ ナル多角形ハ何邊カ.
2. 正三角形カラ正十邊形マデノ各正多角形ノ一角ノ大イサヲ計算セヨ.
3. 大イサノ等シイ正三角形又ハ正方形又ハ正六邊形ノたいるダケデ平面ヲ敷キツメ得ルコ

トヲ示セ. マタ大イサノ等シイ正八邊形ノたいるト之ト等邊ノ正方形ノたいるトデ平面ヲ敷キツメ得ルコトヲ示セ.



4. 一外角ノ大イサガ 30° ナル正多角形ハ何邊カ.
5. 一角ノ大イサガ $157^\circ.5$ ナル正多角形ハ何邊カ.

問題

1. 或正多角形ノ一內角ガ一外角ノ3倍ニ等シイ. 此ノ正多角形ノ邊數ヲ求メヨ.
2. 五邊形及六邊形ノ各〻ノ對角線ノ數ヲ求メヨ. 一般ニ n 邊形ノ對角線ノ數ヲ求メヨ.
3. 五角星形(右圖)ノ頂點ニ於ケル角ノ和ハ $2\mathrm{R}\llcorner$ ニ等シイ.

4. 凸多角形ノ內角ニハ鋭角ガ三ツヨリ多クナイ.

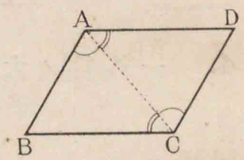
第五章　平行四邊形

中間試驗　本試驗

58. 平行四邊形

問　平行四邊形ノ定義ヲ述ベヨ.

定理 1　平行四邊形ノ對邊ハ相等シイ.



證明　平行四邊形 ABCD ニ於テ對角線 AC ヲ引ケ.

サウスレバ △ABC 及 △CDA ニ於テ

$\angle CAB = \angle ACD$　〔∵ AB // CD〕

$\angle ACB = \angle CAD$　〔∵ BC // AD〕

AC ハ共通

∴　$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

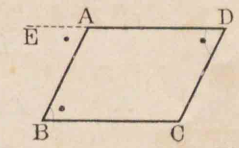
從テ　$AB = CD$,　$BC = DA$

系 1　隣リ合ヒノ二邊ガ相等シイ平行四邊形ハ菱形デアル.

系 2　二平行線ノ共通垂線ノ長サハ一定デアル.

之ヲ此ノ二平行線間ノ距離トイフ. 〔p. 23〕

定理 2　平行四邊形ノ對角ハ相等シイ.



證明　平行四邊形 ABCD ニ於テ

BC // AD

故ニ DA ノ延長上ニ一點 E ヲトレバ

$\angle B = \angle BAE$

又　AB // CD　∴　$\angle BAE = \angle D$

∴　$\angle B = \angle D$

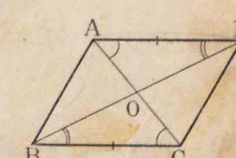
同様ニ　$\angle A = \angle C$

系　一角ガ直角ナル平行四邊形ハ矩形デアル.

例　題

平行四邊形ノ對角ノ二等分線ハ互ニ平行デアル.

定理 3　平行四邊形ノ兩對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル.



證明　平行四邊形 ABCD ノ對角線 AC, BD ノ交點ヲ O トセヨ.

$\triangle AOD$ 及 $\triangle COB$ ニ於テ

$AD = CB$　〔本節 1〕

$\angle OAD = \angle OCB$　〔$\because$ $AD /\!/ BC$〕

$\angle ODA = \angle OBC$　〔同　上〕

$\therefore$　$\triangle AOD \equiv \triangle COB$

從テ　$AO = CO,\ DO = BO$

（例　題）

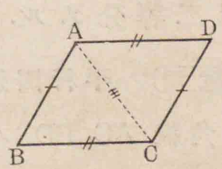
平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ通ツテ一組ノ對邊間ニ夾マレタ線分ハ,對角線ノ交點デ二等分サレル.

59. 平行四邊形ノ條件

定理1　二組ノ對邊ガ夫々相等シイ四邊形ハ平行四邊形デアル.

〔證明〕　四邊形 ABCD ニ於テ $AB = CD,\ BC = DA$ トセヨ.

對角線 AC ヲ引ケ.



サウスレバ $\triangle ABC$ 及 $\triangle CDA$ ニ於テ

$AB = CD,\ \ BC = DA$

AC ハ共通

$\therefore$　$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

從テ　$\angle ACB = \angle CAD$

$\therefore$　$BC /\!/ AD$

又　$\angle CAB = \angle ACD$

$\therefore$　$AB /\!/ CD$

卽チ ABCD ハ平行四邊形デアル.

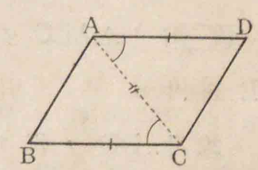
（例　題）

平行四邊形 ABCD ノ四邊 AB, BC, CD, DA ノ上ニ夫々相等シイ線分 AK, BL, CM, DN ヲトレバ,四邊形 KLMN ハ亦平行四邊形デアル.

定理2　一組ノ對邊ガ相等シク且ツ平行ナル四邊形ハ平行四邊形デアル.

〔證明〕　四邊形 ABCD ニ於テ $AD \mathrel{\underline{/\!/}} BC$* トセヨ.

對角線 AC ヲ引ケ.



サウスレバ $\triangle ABC$ 及 $\triangle CDA$ ニ於テ

$CB = AD$　〔假　設〕

* $\underline{/\!/}$ ハ平行デ且ツ相等シイコトヲ示ス符號デアル.

AC ハ共通

$\angle ACB = \angle CAD$ 〔$\because$ $AD \parallel BC$〕

$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

從テ $\angle CAB = \angle ACD$

$\therefore$ $AB \parallel CD$

卽チ ABCD ハ平行四邊形デアル.

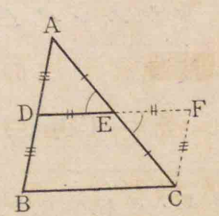
例題

平行四邊形ノ一組ノ對邊ノ中點ヲ夫々其ノ對邊ノ兩端ニ結ビツケル四直線ハ平行四邊形ヲ作ル.

60. 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分

定理 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ第三邊ニ平行デアツテ,且ツ其ノ半分ニ等シイ.

證明 △ABC ノ二邊 AB, AC ノ中點ヲ夫々 D, E トセヨ



線分 DE ヲ作リ,之ヲ E ノ方ヘ延長シ,其ノ上ニ DE ニ等シク EF ヲトリ,F ト C トヲ結ビツケヨ.

サウスレバ △ADE 及 △CFE ニ於テ

$AE = CE$ 〔假設〕

$DE = FE$ 〔作圖〕

$\angle AED = \angle CEF$ 〔對頂角〕

$\therefore$ $\triangle ADE \equiv \triangle CFE$

從テ $\angle ADE = \angle CFE$

$\therefore$ $AD \mathrel{\underline{\parallel}} CF$

卽チ $BD \parallel CF$

然ルニ $AD = BD$ 〔假設〕

$\therefore$ $BD \mathrel{\underline{\parallel}} CF$

故ニ BCFD ハ平行四邊形デアル. 〔前節 2〕

$\therefore$ $DE \parallel BC$

且ツ $DF = BC$ 〔§58, 1〕

然ルニ $DE = \frac{1}{2}DF$ 〔作圖〕

$\therefore$ $DE = \frac{1}{2}BC$

系 三角形ノ一邊ノ中點ヲ通ツテ他ノ一邊ニ平行ニ引イタ直線ハ,第三邊ノ中點ヲ通ル.

例 題

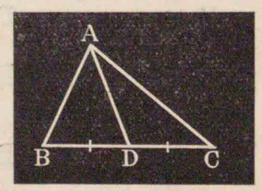
1. 正三角形ノ各邊ノ中點ヲ順ニ結ベバマタ正三角形ガ出來ル.

2. 平行四邊形 ABCD ノ對邊 AD, BC ノ中點ヲ夫々 E, F トスレバ, AF 及 CE ハ對角線 BD ヲ三等分スル.

3. 四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順ニ結ビツケテ出來ル四邊形ハ平行四邊形デアル. 而シテ其ノ周(各邊ノ和)ハ初メノ四邊形ノ兩對角線ノ和ニ等シイ.

61. 中線

定義 三角形ノ一頂點ト其ノ對邊ノ中點トヲ結ビツケル線分ヲ三角形ノ中線トイフ.



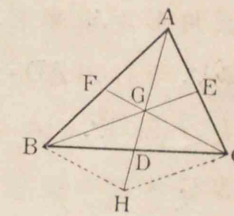
圖ノ AD ハ A カラ引イタ中線デアル.

定理 三角形ノ三ツノ中線ハ一點デ出會フ. (同一ノ點ヲ通ル)

而シテ其ノ交點ト各頂點トノ距離ハ夫

其ノ頂點カラ引イタ中線ノ $\frac{2}{3}$ ニ等シイ.

證明 △ABC ニ於テ BE, CF ヲ二ツノ中線トシ,其ノ交點ヲ G トスル.



A, G ヲ結ビ,之ヲ G ノ方ヘ延長シテ AG ニ等シク GH ヲトリ, H ヲ B 及 C ニ結ビツケヨ.

サウスレバ △ABH ニ於テ

AF = FB 〔假設〕

AG = GH 〔作圖〕

∴ FG // BH 〔前節〕

即チ GC // BH

次ニ △ACH カラ,同樣ノ理由デ

GB // CH

故ニ四邊形 BHCG ハ平行四邊形デアル.

故ニ GH ト BC トノ交點ヲ D トスレバ,

BD = CD 〔§58, 3〕

因テ AD ハ中線デアル.

故ニ三中線 AD, BE, CF ハ一點 G デ出會フ.

次ニ GD = HD 〔§58, 3〕

$\therefore$ $GH = 2.GD$

然ルニ $AG = GH$ 〔作 圖〕

$\therefore$ $AG = 2.GD$

$\therefore$ $AD = AG + GD = 3.GD$

$\therefore$ $AG = \frac{2}{3}.AD$

叉 $BG = HC$ 〔§58, 1〕

然ルニ $HC = 2.GE$ 〔前 節〕

$\therefore$ $BG = 2.GE$

$\therefore$ $BG = \frac{2}{3}.BE$

同樣ニ $CG = \frac{2}{3}.CF$

定義 三角形ノ三中線ノ交點ヲ三角形ノ重心 (重ノ中心) (動中心) トイフ.

例 題

1 前頁ノ圖デ △BGH ノ三邊ハ夫々 △ABC ノ各中線ノ $\frac{2}{3}$ ニ等シイ.

2. △ABC ニ於テ, BE, CF ヲ二中線トシ, E カラ CF ト同方向デ且ツ之ニ等シイ線分 EK ヲ引ケバ, △BEK ノ三邊ハ夫々 △ABC ノ三中線ニ等シイ.

問 題

1.* 隣リ合ヒノ二邊ガ夫々相等シイ二ツノ矩形ハ合同デアル.

2.* 矩形ノ對角線ハ相等シイ.

3. 對角線ガ相等シイ平行四邊形ハ矩形デアル.

4.* 菱形ノ對角線ハ互ニ垂直デアル.

5. 對角線ガ互ニ垂直ナル平行四邊形ハ菱形デアル.

6.* 二組ノ對角ガ夫々相等シイ四邊形ハ平行四邊形デアル.

7.* 對角線ガ互ニ二等分スル四邊形ハ平行四邊形デアル.

8. 菱形ノ各對角線ハ菱形ノ角ヲ二等分スル.

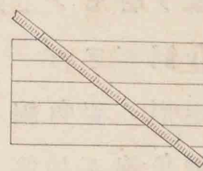
9. 二等邊梯形ノ底邊ノ兩端ニ於ケル角ハ夫々相等シイ.

10. 二等邊三角形ノ底邊上ノ任意ノ點カラ夫々他ノ二邊ニ平行ニ引イタ直線ガ他ノ邊ト交ツテ出來ル二線分ノ和ハ不易(一定)デアル.

若シ底邊ノ延長上ノ一點カラナラバドウカ.

11. 定直線外ノ定點ト此ノ直線上ノ任意ノ點トヲ結ブ線分ノ中點ハ皆或一定ノ直線上ニアル.

12. 紙ナドヲ等シイ幅ニ折ルニハ,圖ノヤウニ物差ヲ斜ニ紙面ニ當テヽ折目ノシルシヲ付ケテモイヽ.



コレハドウイフ譯カ.

第六章 面積

62. 矩形ノ面積

定理 矩形ノ面積ヲ表ハス數ハ其ノ二隣邊ヲ表ハス數ノ積ニ等シイ.

證明 略スル.

系1 正方形ノ面積ヲ表ハス數ハ其ノ一邊ヲ表ハス數ノ平方(二乘)ニ等シイ.

系2 矩形ノ一邊ヲ表ハス數ハ其ノ面積ヲ表ハス數ヲ其ノ隣邊ヲ表ハス數デ割ツタ商ニ等シイ.

系3 正方形ノ一邊ヲ表ハス數ハ其ノ面積ヲ表ハス數ノ平方根ニ等シイ.

定義 二線分 a, b ヲ二隣邊トスル矩形ノコトヲ此ノ二線分ノ**包ム**矩形トイヒ,其ノ面積ヲ此ノ二線分ノ**積**トイフ. 之ヲ ab デ表ハス.

一線分 a ヲ一邊トスル正方形ノコトヲ此ノ線分上ノ正方形トイヒ,其ノ面積ヲ此ノ線分ノ**平方**トイフ. 之ヲ a^2 デ表ハス.

系4 底邊(又ハ高サ)ガ相等シクテ高サ(又ハ底邊)ガ相等シクナイ二ツノ矩形ハ等積デナイ,高サ(又ハ底邊)ノ大キイ方ガ他ヨリ大キイ.

即チ a, b, c ヲ三ツノ線分トスルトキ

$$b > c \quad \text{ナラバ} \quad a.b > a.c$$

系5 等積ナル二ツノ矩形ノ底邊(又ハ高サ)ガ相等シケレバ,其ノ高サ(又ハ底邊)ハ亦相等シイ.

即チ a, b, c ヲ三ツノ線分トスルトキ

$$a.b = a.c \quad \text{ナラバ} \quad b = c$$

系6 等積ナル二ツノ正方形ノ邊ハ相等シイ.

即チ a, b ヲ二ツノ線分トスルトキ

$$a^2 = b^2 \quad \text{ナラバ} \quad a = b$$

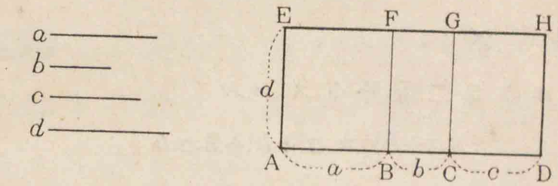
63. 配分ノ定則

定理 幾ツカノ線分ノ和ト他ノ一線分トノ積ハ,初メノ各線分ト後ノ線分トノ積

ノ和ニ等シイ.

例ヘバ a, b, c, d ヲ四ツノ線分トスレバ

$$(a+b+c).d = a.d+b.d+c.d$$



證明 略スル.

系1 二線分ノ積ノ n 倍ハ其ノ一線分ノ n 倍ニ等シイ線分ト今一ツノ線分トノ積ニ等シイ.

即チ a, b ヲ二ツノ線分トスレバ

$$n(a.b) = (na).b$$

系2 二線分ノ差ト他ノ一線分トノ積ハ,初メノ各線分ト後ノ線分トノ積ノ差ニ等シイ.

即チ a, b, c ヲ三ツノ線分トシ, $a>b$ トスレバ

$$(a-b).c = a.c-b.c$$

64. 二線分ノ和又ハ差ノ平方

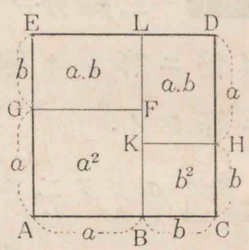
定理1 二線分ノ和ノ平方ハ,其ノ各〻ノ平方ノ和ニ此ノ二線分ノ積ノ2倍ヲ加ヘタモノニ等シイ.

即チ a, b ヲ二線分トスレバ

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2.a.b$$

證明 a ニ等シイ線分 AB ヲ引キ,之ヲ延長シテ其ノ上ニ b ニ等シク BC ヲトレ. サウスレバ

$$AC=a+b$$



ソコデ AC ノ上ニ正方形 ACDE ヲ作リ,其ノ内ニ AB, BC ヲ夫々邊トスル正方形 ABFG, BCHK ヲ作レバ, G, K, H ハ夫々直線 AE, BF, CD ノ上ニ來ル.

次ニ BF ヲ延長シテ DE トLデ交ラセヨ.

サウスレバ

$$AC^2=AB^2+BC^2+FG.EG+LK.HK$$

サテ $FG=LK=a,\quad EG=HK=b$

$$\therefore\quad (a+b)^2=a^2+b^2+a.b+a.b$$
$$=a^2+b^2+2.a.b$$

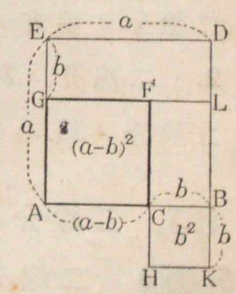
別證
$$(a+b)^2=(a+b).(a+b)$$
$$=(a+b).a+(a+b).b \quad \text{〔配分ノ定則〕}$$
$$=a.a+b.a+a.b+b.b \quad \text{〔同　上〕}$$
$$=a^2+b^2+2.a.b$$

定理2 二線分ノ差ノ平方ハ,其ノ各〻ノ平方ノ和カラ此ノ二線分ノ積ノ2倍ヲ引イタモノニ等シイ.

即チ a, b ヲ二線分トシ, $a>b$ トスレバ

$$(a-b)^2=a^2+b^2-2.a.b$$

證明 a ニ等シイ線分 AB ヲ引キ,其ノ上ニ b ニ等シク BC ヲトリ, AB ノ上ニ正方形 ABDE ヲ作リ,其ノ内ニ AC ノ上ニ正方形 ACFG ヲ作レバ, 點 G ハ AE ノ上ニ來ル.



次ニ BC ノ上ニ正方形 BCHK ヲ AB ノ今一方ノ側ニ作レバ, CH ト CF トハ一直線ニナリ, BK ト BD トハ一直線ニナル.

ソコデ GF ヲ延長シテ BD トLデ交ラセヨ.

サウスレバ

$$AC^2 = AB^2+BC^2-(GL.GE+KL.KH)$$

サテ $\quad GL = KL = a, \quad GE = KH = b$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2+b^2-(a.b+a.b)$$
$$= a^2+b^2-2.a.b$$

別證 $\quad (a-b)^2 = (a-b).(a-b)$

$$= (a-b).a-(a-b).b \qquad \text{〔配分ノ定則〕}$$
$$= a^2-b.a-(a.b-b^2) \qquad \text{〔同 上〕}$$
$$= a^2-b.a+b^2-a.b$$
$$= a^2+b^2-2.a.b$$

例 題

1. 二線分ノ和ノ平方ト差ノ平方トノ和ハ此ノ二線分ノ平方ノ和ノ2倍ニ等シイ.

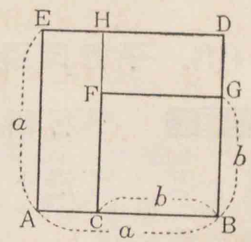
2. 二線分ノ和ノ平方ト差ノ平方トノ差ハ此ノ二線分ノ積ノ4倍ニ等シイ.

65. 二線分ノ和ト差トノ積

定理 二線分ノ和ト差トノ積ハ,此ノ二線分ノ平方ノ差ニ等シイ.

即チ a, b ヲ二線分トシ, $a>b$ トスレバ

$$\mathbf{(a+b).(a-b) = a^2-b^2}$$



證明 a ニ等シイ線分ABヲ引キ,其ノ上ニBCヲ b ニ等シクトリ, ABノ上ニ正方形ABDEヲ作リ,其ノ内ニBCノ上ニ正方形BCFGヲ畫キ, CFノ延長トDEトノ交點ヲHトセヨ.

サウスレバ

$$AB^2-BC^2 = AC.AE+GD.GF$$

而シテ $\quad AC = GD = a-b$

$$\therefore \quad AC.AE+GD.GF = AC.(AE+GF)$$
$$\therefore \quad a^2-b^2 = (a-b).(a+b)$$

即チ $\quad (a+b).(a-b) = a^2-b^2$

別證 $\quad (a+b).(a-b) = (a+b).a-(a+b).b$

$$= a^2+b.a-a.b-b^2$$
$$= a^2-b^2$$

例 題

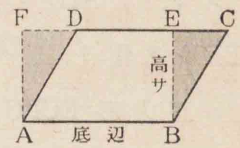
1. 線分ABノ中點ヲMトシ, AB又ハ其ノ延長上ノ一點ヲPトスレバ

$$PA.PB = AM^2 \sim PM^2$$

2. 前問ニ於テ $\quad PA^2 \sim PB^2 = 2.AB.PM$

66. 平行四邊形及三角形ノ面積

定理1 平行四邊形ノ面積ハ其ノ底邊ト高サトノ積ニ等シイ.

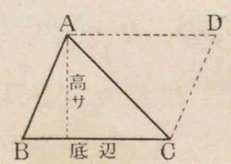


〔證明〕 略スル.

系1 底邊及高サガ夫々相等シイ二ツノ平行四邊形ハ等積デアル.

系2 等積ナル二ツノ平行四邊形ノ底邊(又ハ高サ)ガ相等シケレバ,其ノ高サ(又ハ底邊)ハ亦相等シイ.

定理2 三角形ノ面積ハ其ノ底邊ト高サトノ積ノ半分ニ等シイ.



〔證明〕 略スル.

系1 底邊及高サガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ等積デアル.

系2 等積ナル二ツノ三角形ノ底邊(又ハ高サ)ガ相等シケレバ,其ノ高サ(又ハ底邊)ハ

亦相等シイ.

〔例 題〕

1. 三角形ノ中線ハ其ノ面積ヲ二等分スル.

2. 同ジ底邊(又ハ一直線上ニアル相等シイ底邊)ヲ有シ,且ツ其ノ直線ノ同ジ側ニアッテ等積ナル二ツノ三角形ノ頂點ヲ結ブ直線ハ底邊ニ平行デアル.

3.* 同ジ底邊ヲ有シ,其ノ兩側ニアッテ等積ナル二ツノ三角形ノ頂點ヲ結ビツケル線分ハ,底邊若クハ其ノ延長ノタメニ二等分サレル.

4. 四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點ヲ O トスルトキ, AB ト CD トガ互ニ平行ナラバ, △AOD ト △BOC トハ等積デアル.

5. 四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點ヲ O トスルトキ, △AOD ト △BOC トガ等積ナラバ, AB ト CD トハ互ニ平行デアル.

67. ぴたごらすノ定理

定理 直角三角形ノ斜邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シイ.

〔證明〕 $\triangle ABC$ ニ於テ A ヲ直角トセヨ.

ぴたごらす (Pythagoras)
ぎりしやノ人
(西紀前 570—500 頃)

$\triangle ABC$ ノ各邊ノ上ニ,其ノ外側ニ夫々正方形 BCDE, CAFG, ABHK ヲ畫キ,頂點 A カラ斜邊 BC ニ垂線 AL ヲ引キ,之ヲ延長シテ ED ト交ル點ヲ M トセヨ.

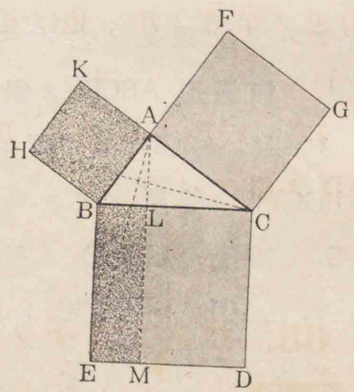
A, E 及 C, H ヲ結ビツケレバ $\triangle ABE$ 及 $\triangle HBC$ ニ於テ

$$BE = BC$$

$$AB = HB$$

$$\angle ABE = \angle HBC$$

$$\therefore \quad \triangle ABE \equiv \triangle HBC$$



然ルニ

$$2.(\triangle ABE) = \overset{*}{\text{▭}}BEML$$

又 AC, AK ハ一直線ニナルカラ

$$2.(\triangle HBC) = \overset{*}{\square}HBAK = AB^2$$

$$\therefore \quad AB^2 = \text{▭}BEML$$

* ▭ハ矩形ヲ, □ハ正方形ヲ表ハス記號.

同様ニ $AC^2 = \text{▭}CDML$

$$\therefore \quad AB^2 + AC^2 = \text{▭}BEML + \text{▭}CDML$$

$$= \square BCDE = BC^2$$

例 題

1.* 一邊ノ長サガ a ナル正方形ノ對角線ノ長サヲ求メヨ.

2.* 一邊ノ長サガ a ナル正三角形ノ高サヲ求メヨ.

3. 四邊形ノ對角線ガ互ニ垂直ナラバ,一組ノ對邊ノ平方ノ和ハ他ノ組ノ對邊ノ平方ノ和ニ等シイ.

4.* $\triangle ABC$ $(AB>AC)$ ノ頂點 A カラ邊 BC ニ垂線 AD ヲ引ケバ

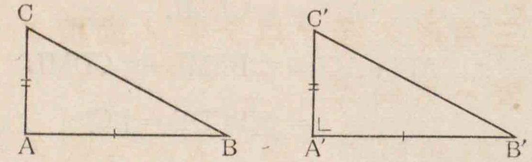
$$AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$$

68. ぴたごらすノ定理ノ逆

定理 一邊ノ平方ガ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シイ三角形ハ直角三角形デアル.

〔證明〕 $\triangle ABC$ ニ於テ

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{トセヨ.}$$



今,二邊 A'B' 及 A'C' ガ夫々 AB, AC ニ等シク,ソノ夾ム角 A' ガ直角ナル三角形 A'B'C' ヲ作レバ

$$B'C'^2 = A'B'^2 + A'C'^2 \quad 〔前節〕$$
$$= AB^2 + AC^2 \quad 〔作圖〕$$
$$= BC^2 \quad 〔假設〕$$

∴ $B'C' = BC$

∴ $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

∴ $\angle A = \angle A'$

然ルニ $\angle A' = R\llcorner$

∴ $\angle A = R\llcorner$

卽チ △ABC ハ直角三角形デアル。

例　題

1. 三邊ノ値ガ夫々 3, 4, 5 ナル三角形ハ直角三角形デアル.

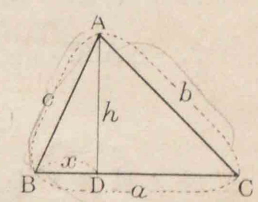
2. m, n ヲ任意ノ數 $(m>n)$ トスルトキ,三邊ノ値ガ夫々 m^2+n^2, $2mn$, m^2-n^2 ナル三角形ハ直角三角形デアル.

169. 三角形ノ邊ヲ以テ其ノ面積ヲ表ハス公式

定理 三角形ノ三邊ヲ表ハス數ヲ a, b, c トシ周ノ半分ヲ表ハス數卽チ $\frac{1}{2}(a+b+c)$ ヲ s トスレバ

$$\triangle ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\ *$$

證明 △ABC ニ於テ ∠A ヲ最大角トシ,三邊 BC, CA, AB ノ長サヲ表ハス數ヲ夫々 a, b, c トシ, A カラ BC ニ引イタ垂線ヲ AD トシ, AD, BD ノ長サヲ表ハス數ヲ夫々 h, x トセヨ. サウスレバ



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} a.h$$

サテ $CD = BC - BD = a - x$

$$c^2 - x^2 = h^2$$
$$b^2 - (a-x)^2 = h^2$$

∴ $c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2$

之カラ $x = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2a}$

* Heron 又ハ Hero (西紀前 200—125 頃) ノ公式.

因テ $$h^2 = c^2 - \left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)^2$$

$$= \frac{4a^2c^2-(a^2+c^2-b^2)^2}{4a^2}$$

$$\therefore \quad 4a^2h^2 = (2ac+a^2+c^2-b^2)(2ac+b^2-a^2-c^2)$$

$$= \{(a+c)^2-b^2\}\{b^2-(a-c)^2\}$$

$$= (a+c+b)(a+c-b)(b+a-c)(b+c-a)$$

$$= 16s(s-a)(s-b)(s-c) \qquad [\because \ a+b+c=2s]$$

$$\therefore \quad ah = 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\therefore \quad \triangle ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

例 題

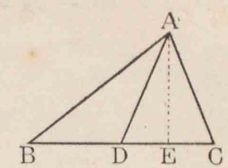
三邊ノ長サガ夫々 13 cm, 14 cm, 15 cm ナル三角形ノ面積ヲ求メヨ. マタ此ノ三角形ノ各邊ヲ底トスルトキノ夫々ノ高サヲ求メヨ.

17

70. 三角形ノ二邊ノ平方ノ和

定理 三角形ノ二邊ノ平方ノ和ハ第三邊ノ半分ノ平方ト其ノ邊ヘノ中線ノ平方トノ和ノ 2 倍ニ等シイ.

証明 △ABC ニ於テ邊 BC ノ中點ヲ D トセヨ.



頂點 A カラ BC ニ下シタ垂線ノ足ヲ E トスルトキ, E ガ線分 DC(又ハ其ノ延長)ノ上ニアルトセヨ.

サウスレバ直角三角形 ABE ニ於テ

$$AB^2 = BE^2+AE^2$$

$$= (BD+DE)^2+AE^2$$

$$= BD^2+DE^2+2.BD.DE+AE^2$$

$$= BD^2+AD^2+2.BD.DE$$

マタ直角三角形 ACE ニ於テ

$$AC^2 = CE^2+AE^2$$

$$= (CD\sim DE)^2+AE^2$$

$$= CD^2+DE^2-2.CD.DE+AE^2$$

$$= CD^2+AD^2-2.CD.DE$$

$$= BD^2+AD^2-2.BD.DE$$

17

$$\therefore \quad AB^2+AC^2 = 2(BD^2+AD^2)$$

例 題

1. ABC ノ邊 BC, CA, AB ノ値ヲ夫々 a, b, c トシテ中線 AD ノ値ヲ求メヨ.

2. 平行四邊形ノ各邊ノ平方ノ和ハ兩對角線ノ

平方ノ和ニ等シイ.

問題

1.* 梯形ノ面積ハ其ノ兩底邊ノ和ト高サトノ積ノ半分ニ等シイ.

2. 平行四邊形ノ一對角線上ノ任意ノ一點ヲ通ツテ二邊ニ平行線ヲ引キ,之ヲ四ツノ平行四邊形ニ分ケルトキ,前ノ對角線ノ部分ヲ對角線トシナイ二ツノ平行四邊形ハ等積デアル.

3. 四邊形ノ隣リ合ヒノ邊ノ中點ヲ順ニ結ビツケテ出來ル平行四邊形ノ面積ハ元ノ四邊形ノ面積ノ半分ニ等シイ.

4. 四邊形ノ面積ハ,其ノ兩對角線ヲ二邊トシ兩對角線ノナス角ヲ其ノ夾ム角トスル三角形ノ面積ニ等シイ.

5. 四邊形ノ一組ノ對邊ノ中點ヲ通ル直線ガ其四邊形ノ面積ヲ二等分スレバ,其ノ二邊ハ互ニ平行デアル.

雜題

1. 二等邊三角形ノ頂點ヲ通ツテ底邊ニ平行ナル直線ハ頂點ニ於ケル外角ヲ二等分スル.

2.* 線分ノ中點カラ此ノ線分ニ交ラナイ他ノ直線ニ至ル距離ハ,此ノ線分ノ兩端カラ此ノ直線ニ至ル距離ノ和ノ半分ニ等シイ.

3. $\triangle ABC$ ノ邊 AC 又ハ其ノ延長上ニ AB ニ等シク AD ヲトツテ B, D ヲ結ベバ

$$\angle ABD = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C), \quad \angle CBD = \frac{1}{2}(\angle B \sim \angle C)$$

4. 底邊ト頂角トガ夫々相等シイ二ツノ二等邊三角形ハ合同デアル.

5.* 一角ガ 60° ナル二等邊三角形ハ正三角形デアル.

6. 三角形ノ二頂點ニ於ケル外角ノ二等分線ガナス角ハ,今一ツノ頂點ニ於ケル外角ノ半分ニ等シイ.

7. 正方形 $ABCD$ ノ二頂點 A, C カラ他ノ頂點 B ヲ通ル任意ノ直線ヘ垂線 AA', CC' ヲ引ケバ

$$AA' = BC'$$

8. 矩形ノ各邊ノ中點ヲ順ニ結ビツケテ出來ル四邊形ハ菱形デアル.

9. 菱形ノ各邊ノ中點ヲ順ニ結ビツケテ出來ル四邊形ハ矩形デアル.

10. 二等邊梯形ノ對角線ハ相等シイ.

11. 四邊形ノ二組ノ對邊ノ中點ヲ結ブ二線分ト兩對角線ノ中點ヲ結ブ線分トハ一點デ出會フ,而シテ此ノ點ハ各線分ノ中點デアル.

12. 梯形ノ兩斜邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ底邊ニ平行デアツテ,且ツ兩底邊ノ和ノ半分ニ等シイ.

13. 梯形ノ兩對角線ノ中點ヲ結ブ線分ハ底邊ニ平行デアツテ,且ツ兩底邊ノ差ノ半分ニ等シイ.

14. 三角形ニ內接スル三角形ノ各邊ガ夫々元ノ三角形ノ邊ニ平行ナラバ,內接三角形ノ各頂點ハ夫々元ノ三角形ノ邊ノ中點デアル.

註 三角形ノ各邊上ニ一ツヅツ頂點ガアル三角形ハ初メノ三角形ニ**內接**スルトイヒ,初メノ三角形ハ後ノ三角形ニ**外接**スルトイフ.

15. 正方形ノ紙 ABCD ガアル,邊 BC 上ノ任意ノ點 A′ ト頂點 A トガ合スルヤウニ此ノ紙ヲ二ツニ折レバ,其ノ折目ノ長サハ AA′ ニ等シイ.

16. 二等邊三角形ノ底邊(又ハ其ノ延長)上ノ任意ノ點カラ他ノ二邊マデノ距離ノ和(又ハ差)ハ一定デアル.

17. 三角形ノ重心ヲ各頂點ニ結ビツケテ出來ル三ツノ三角形ハ皆等積デアル.

18. 三角形ノ各邊ノ平方ノ和ノ 3 倍ハ各中線ノ平方ノ和ノ 4 倍ニ等シイ.

19. 四邊形ノ對角線ノ平方ノ和ハ,對邊ノ中點ヲ結ビツケル二線分ノ平方ノ和ノ 2 倍ニ等シイ.

20.* 直線ニ關スル對稱圖形ノ相對應スル二直線ハ其ノ軸上デ出會フ,而シテ其ノ軸ト等角ヲナス.

21. 矩形及菱形ノ對稱ノ軸ヲ求メヨ.

22. 一角ノ二等分線ニ就テ對稱ナル三角形ハ何カ.

23. ドノ對角線ニ就テモ對稱ナル四邊形ハ何カ.

24. 一直線上ニナイ三定點ヲ三頂點トスル平行四邊形ハ幾ツアルカ.

25. △ABC 外ニ一點 G ヲ

$$\triangle GBC = \triangle GCA = \triangle GAB$$

ナルヤウニ求メヨ.

26.　定直線上ニ於テ,此ノ直線外ノ二定點カラノ距離ノ和ガ最小ナルベキ點ヲ求メヨ.

27.　定直線上ニ於テ,此ノ直線外ノ二定點カラノ距離ノ差ガ最大ナルベキ點ヲ求メヨ.

28.　定直線上ニ於テ,其ノ直線外ノ二定點カラノ距離ノ平方ノ和ガ最小ナル點ヲ求メヨ.

29.　二邊ガ定長ナル三角形ノ中,面積ノ最大ナモノハ何カ.

30.*　定周ヲ有スル矩形ノ中デ,面積ノ最大ナモノハ何カ.

第三篇

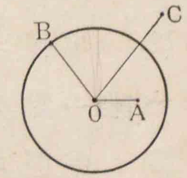
圓

第一章　基本ノ性質

71. 圓ト點トノ位置ノ關係

(1)　圓內ノ一點ト圓ノ中心トノ距離ハ半徑ヨリ小サイ.

(2)　圓周上ノ一點ト中心トノ距離ハ半徑ニ等シイ.



(3)　圓外ノ一點ト中心トノ距離ハ半徑ヨリ大キイ.

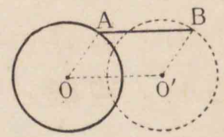
逆ニ

(1)′　圓ノ中心カラノ距離ガ半徑ヨリ小サイ點ハ圓內ニアル.

(2)′　圓ノ中心カラノ距離ガ半徑ニ等シイ點ハ圓周上ニアル.

(3)′　圓ノ中心カラノ距離ガ半徑ヨリ大キイ點ハ圓外ニアル.

例題



定圓Oノ周上ノ任意ノ點Aカラ定方向ニ且ツ定長ノ線分ABヲ引ケバ,Bハ常ニ定圓Oト合同ナル他ノ定圓ノ周上ニアル.

72. 圓ト直線トノ位置ノ關係

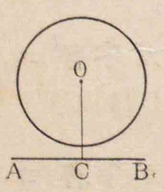
圓ノ中心ト直線トノ距離ガ

(1) 半徑ヨリ大キケレバ,コノ圓周ト直線トハ出會ハナイ. (甲圖)

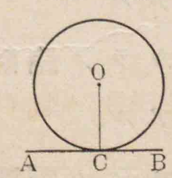
(2) 半徑ニ等シケレバ,コノ圓周ト直線トハ唯一點デ出會フ. (乙圖)

(3) 半徑ヨリ小サケレバ,コノ圓周ト直線トハ二點デ出會フ. (丙圖)

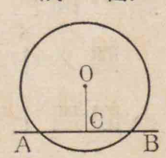
(甲圖)



(乙圖)



(丙圖)



逆ニ

圓ト直線トガ

(1)′ 出會ハナケレバ,コノ直線ト圓ノ中心トノ距離ハ半徑ヨリ大キイ.

(2)′ 唯一點デ出會ヘバ,コノ直線ト圓ノ中心トノ距離ハ半徑ニ等シイ.

(3)′ 二點デ出會ヘバ,コノ直線ト圓ノ中心トノ距離ハ半徑ヨリ小サイ.

定義 圓周ト直線トガ唯一點デ出會フトキハ,コノ圓周(又ハ圓)ト直線トハ相**切スル**トイフ. 此ノ直線ヲ此ノ圓ノ**切線**トイフ. 而シテ其ノ會點ヲ其ノ**切點**トイフ.

前頁ノ乙圖ニ於テ,直線ABハ圓Oノ切線デ,Cハ其ノ切點デアル.

圓周ト直線トガ二點デ出會フトキハ,コノ圓周(又ハ圓)ト直線トハ相**交ル**トイフ. 此ノ直線ヲ此ノ圓ノ**割線**トイフ.

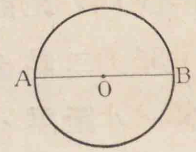
前頁ノ丙圖デ,直線ABハ圓Oノ割線デアル.

73. 對稱ノ性質

圓ハ其ノ任意ノ直徑ニ就テ對稱デアル.

從テ 任意ノ直徑ハ圓及圓周ヲ二等分スル.（合同ナル二ツノ部分ニ分ケル）

定義 直徑デ分タレタ圓及圓周ノ部分ヲ夫々半圓及半圓周トイフ.



例 題

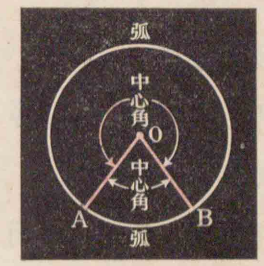
定直線 AB 上ノ任意ノ點ヲ中心トシ,此ノ直線外ノ一定點 P ヲ通ルスベテノ圓ハ,皆 AB ニ就テ P ト對稱ナル點ヲ通ル.

第二章 中心角及弦

74. 中心角

圓ノ中心ヲ頂點トスル角ヲ（劣角デモ優角デモ）**中心角**トイフ.

中心角ハ此ノ角内ニ夾マレタ**弧ノ上ニ立ツ**トイフ.



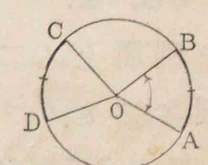
マタ此ノ弧ト此ノ中心角トハ**相對スル**トイフ.

圖デ,劣弧 AB ノ上ニ立ツ中心角ハ劣角 AOB,優弧 AB ノ上ニ立ツ中心角ハ優角 AOB デアル.

75. 弧ト中心角

定理1 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ相等シイ.

證明 圓 O ニ於テ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ トスル.



中心 O ノ周リニ圓ヲ廻セバ,

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ダカラ,$\overset{\frown}{AB}$ ヲ $\overset{\frown}{CD}$ ノ元ノ

位置ニ重ネ合セルコトガ出來ル.

従テ $\angle AOB=\angle COD$

系 一ツノ圓ニ於テ,大キイ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ小サイ弧ノ上ニ立ツ中心角ヨリ大キイ.

定理2 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ中心角ガ立ツ弧ハ相等シイ.

證明 略スル.

系 一ツノ圓ニ於テ,大キイ中心角ガ立ツ弧ハ小サイ中心角ガ立ツ弧ヨリ大キイ.

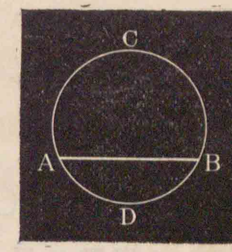
例 題

一ツノ圓ニ於テ,弧ガ元ノ 2 倍, 3 倍, ……ニナレバ,之ニ對スル中心角モ亦元ノ 2 倍, 3 倍, ……ニナル.

76. 弦

圓周上ノ二點ヲ結ビツケル線分ヲ此ノ圓ノ弦トイフ.

弧ノ兩端ヲ結ブ弦ハ此ノ弧ヲ張ルトイフ.



圖デ,弦 AB ハ二ツノ共軛弧 ACB 及 ADB ノ各々ヲ張ル弦デアル.

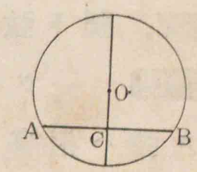
弧ト之ヲ張ル弦トハ相對スルトイフ.

例 題

直徑ハ最大弦デアル.

定理 圓ノ中心カラ弦ヘ引イタ垂線ハ其ノ弦ヲ二等分スル.

證明 圓 O ニ於テ弦 AB ニ垂直ナル直徑ヲ引キ,之ト AB トノ交點ヲ C トスレバ,圓ハ此ノ直徑ニ就テ對稱ダカラ,A, B ハマタ互ニ對稱デアル.



〔§42, 3〕

$$\therefore \quad AC=BC$$

系1 圓ノ中心ト直徑デナイ弦ノ中點トヲ通ル直線ハ其ノ弦ニ垂直デアル.

系2 弦ヲ垂直ニ二等分スル直線ハ圓ノ中心ヲ通ル.

系3 中心カラ弦ヘ引イタ垂線ノ延長ハ此ノ弦ニ對スル二ツノ共軛弧ノ各々ヲ二等分スル.

例題

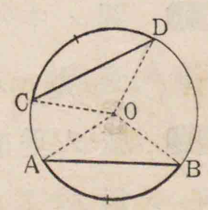
1. 二定點ヲ通ル總テノ圓ノ中心ハ,皆此ノ二點ヲ結ブ線分ヲ垂直ニ二等分スル直線ノ上ニアル.

2. 圓ノ中心ヲ通ラナイ二弦ガ相交ルトキハ,其ノ交點ニ於テ互ニ他ヲ二等分スルコトハ出來ナイ.

77. 弧ト弦

定理 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ弧ニ對スル弦ハ相等シイ.

相等シクナイ劣弧ニ對スル弦ノ中デ,大キイ劣弧ニ對スル弦ハ小サイ劣弧ニ對スル弦ヨリ大キイ.



證明 圓Oニ於テ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ トセヨ.

OA, OB, OC, OD ヲ引ケ. サ

ウスレバ $\triangle OAB$ 及 $\triangle OCD$ ニ於テ

$$OA=OC, \quad OB=OD$$

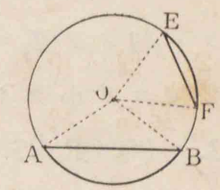
$$\angle AOB=\angle COD \qquad \text{〔§75, 1〕}$$

$$\therefore \quad \triangle OAB \equiv \triangle OCD$$

$$\therefore \quad AB=CD$$

次ニ 劣弧 $AB>$ 劣弧 EF トセヨ.

OE, OF ヲ引ケバ,$\triangle OAB$ 及 $\triangle OEF$ ニ於テ



$$OA=OE$$

$$OB=OF$$

$$\angle AOB>\angle EOF \qquad \text{〔§75, 1系〕}$$

$$\therefore \quad AB>EF \qquad \text{〔§56, 1〕}$$

系 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ弦ニ對スル劣弧(又ハ優弧)ハ相等シイ.

相等シクナイ弦ニ對スル劣弧ノ中デ大キイ弦ニ對スル劣弧ハ小サイ弦ニ對スル劣弧ヨリ大キイ.

例題

1. 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ弦ニ對スル中心角*ハ相等シイ. 相等シクナイ弦ニ對スル中心角

* 弦ノ兩端ニ引イタ半徑ノナス劣角ノコト.

ノ中デ,大キイ弦ニ對スルモノハ小サイ弦ニ對スルモノヨリ大キイ.

逆ニ,相等シイ中心角ニ對スル弦ハ相等シイ.相等シクナイ中心角ニ對スル弦ノ中デ,大キイ中心角ニ對スル弦ハ小サイ中心角ニ對スル弦ヨリ大キイ.

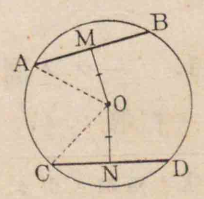
2. 一ツノ圓ニ於テ,一ツノ弧ガ他ノ弧ノ2倍ナラバ,初メノ弧ニ對スル弦ハ後ノ弧ニ對スル弦ノ2倍ヨリ小サイ.

3. PQ, QR, RS, ST ガ一ツノ圓ノ相等シイ四ツノ弦ナラバ,三ツノ弦 PR, QS, RT モ亦相等シイ.

78. 弦ト中心トノ距離

定理 一ツノ圓ニ於テ,中心カラ等距離ニアル弦ハ相等シイ.

中心ニ近イ弦ハ中心ニ遠イ弦ヨリ大キイ.



證明 圓Oニ於テ二弦 AB, CD ニ中心Oカラ垂線ヲ引キ其ノ足ヲ夫々M, Nトスルトキ OM=ON

トセヨ.

$\triangle OAM$ ト $\triangle OCN$ トニ於テ

$$OA = OC$$

$$OM = ON$$

$$\angle OMA = \angle ONC \quad (= \text{R}\llcorner)$$

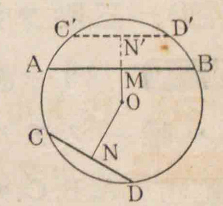
$$\therefore \quad \triangle OAM \equiv \triangle OCN$$

$$\therefore \quad AM = CN$$

$$\therefore \quad AB = CD \qquad \text{〔§76〕}$$

次ニ $OM < ON$ トセヨ.

OM ヲ延長シ其ノ上ニ ON ニ等シク ON′ ヲトレバ N′ ハ AB ニ對シテ O ト反對ノ側即チ劣弧 AB ノ方ノ側ニアル.ソコデ N′ ヲ通ツテ ON′ ニ垂直ナル弦 C′D′ ヲ引ケバ C′D′ ハ AB ニ平行ダカラ其ノ兩端 C′, D′ ハ何レモ劣弧 AB ノ上ニアル.



∴ 劣弧 AB > 劣弧 C′D′

∴ AB > C′D′ 〔前節〕

而シテ CD = C′D′

∴ AB > CD

系　一ツノ圓ニ於テ,相等シイ弦ハ中心カラ等距離ニアル.

大キイ弦ハ小サイ弦ヨリ中心ニ近イ.

きびゅう法でやる

例　題

1.　相等シイ二圓ノ中心ヲ通ル直線ニ平行ナル一直線ガ此ノ二圓ニ交ツテ出來ル二弦ハ相等シイ.

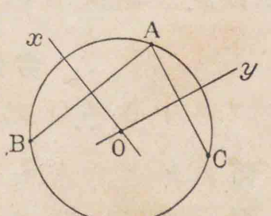
2.　圓内ノ一定點ヲ通ル弦ノ中デ,其ノ點ヲ通ル直徑ニ垂直ナモノガ最小弦デアル.

79. 三點ヲ通ル圓周

定理　同一直線上ニナイ三點ヲ通ル圓周ハ唯一ツアル.

證明　A, B, C ヲ同一直線上ニナイ三點トセヨ.

線分 AB ヲ垂直ニ二等分スル直線ヲ x トシ線分 AC ヲ垂直ニ二等分スル直線ヲ y トスレバ, x, y ハ相交ル二直線 AB, AC ニ夫夫垂直ダカラ必ズ相交ル.



〔§46, 系 5〕

ソコデ其ノ交點ヲ O トセヨ.

O ハ直線 x 上ニアルカラ,二點 A, B カラ等距離ニアル.〔§48, 1 系〕

又 O ハ直線 y 上ニアルカラ,二點 A, C カラ等距離ニアル.

故ニ O ハ三點 A, B, C カラ等距離ニアル.

因テ O ヲ中心, OA ヲ半徑トスル圓周ハ三點 A, B, C ヲ通ル.

故ニコノ三點ヲ通ル圓周ハ一ツハ必ズアル.

次ニ三點 A, B, C ヲ通ル圓ノ中心ハ弦 AB ノ垂直二等分線 x ノ上ニナケレバナラズ,ソレト同時ニ弦 AC ノ垂直二等分線 y ノ上ニモナケレバナラヌ.〔§76, 系 2〕

然ルニ二直線 x, y ハ唯一點 O デ出會フダケデアル.

故ニ三點 A, B, C ヲ通ル圓ノ中心ハ O ヨリ外ニハナイ.

サテ中心ガ O デアル上ハ,其ノ半徑ハ OA ニ等シクナケレバナラヌ.

故ニ三點 A, B, C ヲ通ル圓周ハ唯一ツニ限ル.

系1 三角形ノ三項點ヲ通ル圓周ハ唯一ツアル.

此ノ圓ヲ此ノ三角形ノ外接圓トイカ.其ノ中心ヲ三角形ノ外心ト言フ

系2 三點ヲ共有スル二圓周ハ全ク相合スル.

例ニ 垂心、重心

系3 二圓周ハ,全ク相合シナイ限リ,二ツヨリ多クノ點デ出會フコトハ出來ナイ.

例題

一點カラ圓周マデ引イタ三ツノ線分ガ皆相等シケレバ,此ノ點ハ此ノ圓ノ中心デアル.

問題

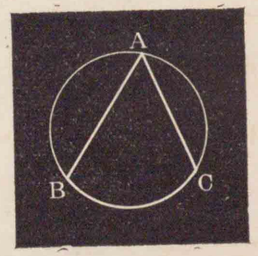
1. 相等シイ二圓ノ中心ヲ結ビツケル線分ノ中點ヲ通ル直線ガ,各圓ニ交ツテ出來ル二弦ハ相等シイ.
2. 一直線ガ二ツノ同心圓(同ジ中心ヲ有スル圓)ノ各ヽノ周ト交レバ,此ノ二圓周ノ間ニ夾マル其ノ直線上ノ二線分ハ相等シイ.
3. 圓ノ相等シイ二弦若クハ其ノ延長ノ交點カラ弦ノ兩端マデノ距離ハ二ツヅツ相等シイ.
4. 圓ノ相交ル二弦ガ其ノ交點ヲ通ル直徑ト等角ヲナセバ,此ノ二弦ハ相等シイ.

第三章　弓形及圓周角

80. 圓周角,弓形

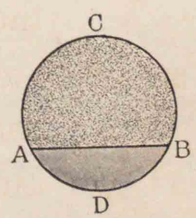
圓周上ノ一點カラ引イタ二弦ノナス角ヲ**圓周角**トイフ.

圓周角ハ其ノ二邊ノ間ニ夾マツテキル**弧ノ上ニ立ツ**トイフ.



圖デ, $\angle BAC$ ハ $\overset{\frown}{BC}$ ノ上ニ立ツ圓周角デアル.

弧ト之ヲ張ル弦トデ圍マレタ圓ノ部分ヲ**弓形**トイフ.

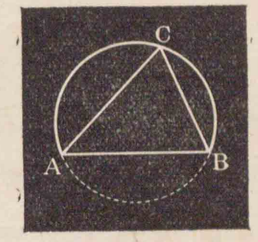


スベテ弦ハ圓ヲ二ツノ弓形ニ分ケル. 例ヘバ圖ノ弓形 ACB, ADB ナド.

弓形ノ弧ノ上ノ一點ヲ其ノ弧ノ兩端ニ結ビツケル二弦ノナス角ヲ其ノ**弓形ノ含ム角**或ハ略シテ**弓形ノ角**トイフ.

卽チ弓形ノ含ム角トイフノハ,此ノ弓形ノ弧ノ

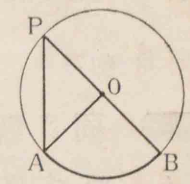
共軛弧ノ上ニ立ツ圓周角ノコトデアル. 圖デ, $\angle C$ ハ弓形 ACB ノ含ム角デアル.



定理1. 一ツノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ,同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シイ.

證明 圓 O ニ於テ, $\overset{\frown}{AB}$ ノ上ニ立ツ一ツノ圓周角ヲ APB トシ,中心角ヲ AOB トセヨ.

(1) 中心 O ガ圓周角ノ一邊,例ヘバ PB ノ上ニアル場合.



$\angle AOB$ ハ $\triangle AOP$ ノ外角デアル.

$$\therefore \quad \angle AOB = \angle OAP + \angle OPA$$

而シテ　$OA = OP$

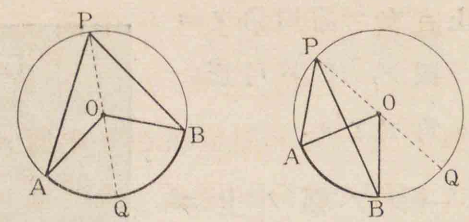
$$\therefore \quad \angle OAP = \angle OPA \qquad [\S 49,\ 1]$$

$$\therefore \quad \angle AOB = 2.\angle APB$$

$$\therefore \quad \angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

(2) 中心 O ガ圓周角ノ内又ハ外ニアル場合.

點 P ヲ通ル直徑 PQ ヲ引ケバ, O ガ圓周角ノ内ニアルカ外ニアルカニヨツテ



$$\angle APB = \angle APQ \pm \angle BPQ$$

而シテ $\angle APQ = \frac{1}{2}\angle AOQ$ 〔(1)〕

$\angle BPQ = \frac{1}{2}\angle BOQ$ 〔同 上〕

$\therefore$ $\angle APQ \pm \angle BPQ = \frac{1}{2}(\angle AOQ \pm \angle BOQ)$

卽チ $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$

系1 同ジ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ皆相等シイ. 卽チ

同ジ弓形ノ含ム角ハ皆相等シイ.

系2 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ相等シイ.

系3 一ツノ圓ニ於テ,相等シイ圓周角ガ立ツ弧ハ相等シイ.

系4 直徑ノ上ニ立ツ圓周角(卽チ半圓ノ含ム角)ハ直角デアル.

逆ニ, 直角ヲ含ム弓形ハ半圓デアル.

例題

1.* 劣弧ノ上ニ立ツ圓周角(卽チ半圓ヨリ大キイ弓形ノ含ム角)ハ鋭角デ,優弧ノ上ニ立ツ圓周角(卽チ半圓ヨリ小サイ弓形ノ含ム角)ハ鈍角デアル.

逆ニ,弓形ノ含ム角ガ鋭角(又ハ鈍角)ナラバ,其ノ弓形ハ半圓ヨリ大キイ(又ハ小サイ).

2. 全圓周ノ$\frac{1}{6}$ニ等シイ弧ノ上ニ立ツ圓周角ノ大イサハ幾ラカ.

3. 二等邊三角形ノ相等シイ一邊ヲ直徑トスル圓ハ底邊ノ中點ヲ通ル.

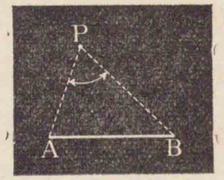
4. 同ジ弧ノ上ニ立ツ總テノ圓周角ノ二等分線ハ定點ヲ通ル.

定理2 弓形內ノ一點ニ於テ其ノ弦ヲ見込ム角ハ其ノ弓形ノ含ム角ヨリ大キイ.

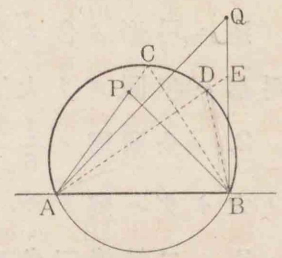
マタ弓形外ニアツテ其ノ弦ニ對シ其ノ弓形ト同ジ側ニアル一點ニ於テ其ノ弦ヲ見込ム角ハ其ノ弓形ノ含ム角ヨリ小サイ.

註 一點Pニ於テ線分ABヲ見込ム角(又ハPカラAB

ヲ見ル角)トハ, P カラ AB ノ兩端ニ引イタ二直線 PA, PB ノナス角ノコトデアル.



證明 AB ヲ弓形ノ弦, P ヲ其ノ弓形内ノ點トシ, Q ヲ其ノ弓形外ニアツテ直線 AB ニ對シ其ノ弓形ト同ジ側ニアル點トスル.



∠APB ノ一邊 AP ノ延長ト弓形ノ弧トノ交點ヲ C トスレバ

∠APB>∠ACB 〔§51, 系1〕

故ニ ∠APB ハ弓形 AB ノ角ヨリ大キイ.

次ニ ∠AQB ノ二邊ノ間ニ夾マツタ弓形ノ弧ノ上ニ其ノ端デナイ任意ノ一點 D ヲトリ, AD ヲ引キ其ノ延長ト線分 BQ トノ交點ヲ E トスレバ

∠AQB<∠AEB 〔§51, 系1〕

∠AEB<∠ADB 〔同 上〕

∴ ∠AQB<∠ADB

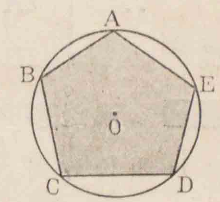
故ニ ∠AQB ハ弓形 AB ノ角ヨリ小サイ.

系 同ジ底邊ノ上ニ,ソノ同ジ側ニ,頂角

ガ相等シイ三角形ガ幾ツアツテモ,其ノ中ノ一ツノ三角形ノ外接圓ノ周ハ其ノ他ノスベテノ三角形ノ頂點ヲ通ル.

81. 内接四邊形

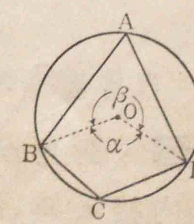
多角形ノ頂點ガスベテ同一ノ圓周上ニアルトキハ,此ノ多角形ハ此ノ圓ニ内接スルトイヒ,此ノ圓ヲ此ノ多角形ノ**外接圓**トイフ.



圖ノ ABCDE ハ圓 O ニ内接スル五邊形デアツテ,圓 O ハ此ノ五邊形ノ外接圓デアル.

三角形ノ場合ニ限ツテ,其ノ外接圓ノ中心ノコトヲ略シテ三角形ノ**外心**トイフ.

定理1 圓ニ内接スル四邊形ノ對角ハ互ニ補角デアル.



證明 ABCD ヲ圓 O ニ内接スル四邊形トスル.

OB, OD ヲ引イテ, $\overset{\frown}{BCD}$ ニ對スル中心角ヲ α トシ, $\overset{\frown}{BAD}$ ニ

對スル中心角ヲβトスレバ

$$\angle A = \frac{1}{2}\angle\alpha$$

$$\angle C = \frac{1}{2}\angle\beta$$

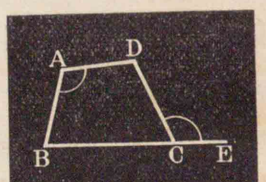
$$\therefore \quad \angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\angle\alpha + \angle\beta)$$

サテ $\angle\alpha + \angle\beta = 4\mathrm{R}\llcorner$

$\therefore$ $\angle A + \angle C = 2\mathrm{R}\llcorner$

從テ $\angle B + \angle D = 2\mathrm{R}\llcorner$

定義 四邊形ノ一外角ニ接スル内角ニ對スル角ヲ,其ノ外角ノ**内對角**トイフ.



圖デ, ∠A ハ外角 DCE ノ内對角デアル.

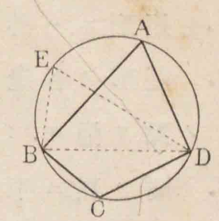
系 圓ニ内接スル四邊形ノ外角ハ其ノ内對角ニ等シイ.

例題

圓ニ内接スル平行四邊形ハ矩形デアル.

定理2 對角ガ互ニ補角ヲナス四邊形ハ圓ニ内接スルコトガ出來ル.

證明 四邊形 ABCD ニ於テ $\angle A + \angle C = 2\mathrm{R}\llcorner$ トセヨ.



△BCD ノ外接圓ヲ畫キ, $\overset{\frown}{BCD}$ ノ共軛弧ノ上ニ任意ノ點 E ヲトレバ,四邊形 EBCD ハ圓ニ内接スルカラ

$\angle E + \angle C = 2\mathrm{R}\llcorner$ 〔1〕

然ルニ $\angle A + \angle C = 2\mathrm{R}\llcorner$ 〔假設〕

$\therefore$ $\angle A = \angle E$

故ニ此ノ圓周ハ A ヲ通ル. 〔前節2系〕

卽チ ABCD ハ此ノ圓ニ内接スル.

系 外角ガ其ノ内對角ニ等シイ四邊形ハ圓ニ内接スルコトガ出來ル.

例題

1. △ABC ノ二頂點 B, C カラ夫々其ノ對邊ニ垂線 BE, CF ヲ引キ,其ノ二垂線(又ハ其ノ延長)ノ交點ヲ H トスレバ,四點 A, E, H, F ハ一圓周上ニアル.

2. 二等邊梯形ニ外接スル圓ヲ畫クコトガ出來ル.

問題

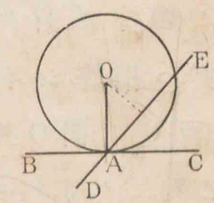
1. 矩形ニハ外接圓ヲ畫クコトガ出來ル.
2. 菱形ノ各邊ヲ直徑トスル四ツノ圓周ハ同一ノ點ヲ通ル.
3. 圓ノ互ニ平行ナル二弦ノ間ニ夾マル二ツノ弧ハ相等シイ.
4. 圓ノ二弦 AB, CD (又ハ其ノ延長)ノ交點ヲ E トスレバ, ∠AEC ハ $\overset{\frown}{AC}$ 及 $\overset{\frown}{BD}$ ノ上ニ立ツ中心角ノ和(又ハ差)ノ半分ニ等シイ.
5. 圓ニ内接スル六邊形ノ内角ヲ一ツオキニトツタ三ツノ角ノ和ハ 4∟ ニ等シイ.
6. 平行四邊形 ABCD ノ二頂點 A, B ヲ通ル任意ノ圓ガ BC, AD 又ハ其ノ延長ト夫々 E, F デ交レバ,四點 C, D, F, E ハ一ツノ圓周上ニアル.
7. △ABC ノ頂點 A カラ對邊 BC ヘ垂線 AD ヲ引キ,其ノ足 D カラ邊 AB, AC ヘ夫々垂線 DE, DF ヲ引ケバ,四邊形 BEFC ハ圓ニ内接シ得ル四邊形デアル.

(中間試驗)(始)

第四章 切線

82. 切線

定理1 圓ノ半徑ノ端ヲ通ツテ此ノ半徑ニ垂直ナル直線ハ此ノ圓ノ切線デアツテ,此ノ半徑ニ垂直デナイ直線ハ此ノ圓ノ割線デアル.



證明 略スル. 〔§ 72, 2, 3〕

系1 圓ノ切線ト切點ヲ通ル直徑トハ互ニ垂直デアル.

系2 圓周上ノ一點ニ於ケル切線ハ唯一ツアル.

系3 切線ノ切點ヲ通ツテ之ニ垂直ナル直線ハ圓ノ中心ヲ通ル.

例題

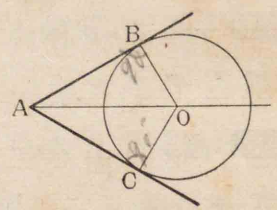
1. 圓ノ直徑ノ兩端ニ於ケル切線ハ互ニ平行デアル.
2. 圓ノ平行二切線ノ切點ヲ結ブ線分ハ此ノ

圓ノ直徑デアル.

3. 圓ノ相等シイ弦ハ皆之ト同心ナル他ノ一ツノ圓ニ切スル.

定理2 圓外ノ一點カラ此ノ圓ニ唯二ツノ切線ガ引ケル. 而シテ此ノ二切線ノ長サハ相等シイ.*

證明 圓O外ノ一點ヲAトシ,直線OAヲ引キ,之ヲAノ周リニ一方ヘ廻セバ,直線ハOカラ段々遠ザカリ,Oカラノ距離ガ丁度圓ノ半徑ニ等シクナルトキダケ切スル.



故ニOAノ一方ノ側ニ於テAカラ切線ガ唯一ツ引ケル.

因テOAノ兩側ニ一ツヅツ,合セテ唯二ツ切線ガ引ケル.

此ノ切點ヲB及CトシOB,OCヲ引ケバ

$$\triangle OAB \equiv \triangle OAC \qquad 〔§ 53, 2〕$$

$$\therefore \quad AB = AC$$

* 長サヲイフトキノ切線トイフ語ハ其ノ點ト切點トノ間ノ部分ノコトヲ指ス. 今後モ之ニ倣フ

系 圓外ノ一點ト此ノ圓ノ中心トヲ結ブ直線ハ,其ノ點カラ此ノ圓ヘ引イタ二切線ノナス角ヲ二等分シ,且ツ二切點ヲ結ブ線分ヲ垂直ニ二等分スル.

例題

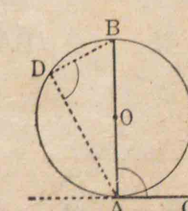
圓Oノ平行ナル二切線ガ他ノ任意ノ切線ト交ル點ヲA, Bトスレバ $\angle AOB = R\llcorner$

83. 切線ト弦トノナス角

定理 圓ノ弦ト其ノ一端カラ引イタ切線トノナス角ハ,其ノ角内ニ夾マツタ弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイ.

證明 ABヲ圓Oノ弦, ACヲAカラ引イタ切線トセヨ.

(1) $\angle BAC$ ガ直角ナル場合.



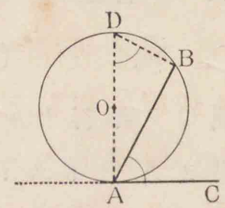
此ノ場合ニハ,弦ABハ圓ノ直徑デアル. 〔前節1系3〕

而シテ直徑ノ上ニ立ツ圓周角Dハ直角デアル. 〔§ 80, 1系4〕

$\therefore \quad \angle BAC = \angle D$

(2) $\angle BAC$ ガ鋭角ナル場合.

點 A ヲ通ル直徑 AD ヲ引キ, B, D ヲ結ビツケレバ



$OA \perp AC$ 〔前節 1 系 1〕

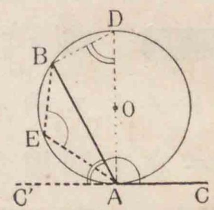
$\therefore \quad \angle BAC + \angle BAD = \mathrm{R}\llcorner$

然ルニ $\angle ABD = \mathrm{R}\llcorner$

$\therefore \quad \angle D + \angle BAD = \mathrm{R}\llcorner$

$\therefore \quad \angle BAC = \angle D$

(3) $\angle BAC$ ガ鈍角ナル場合.



切線 AC ノ延長ヲ AC′ トセヨ. $\angle C'AB$ 内ニ夾マツタ弧ノ上ニ其ノ端デナイ一點 E ヲトリ, A ヲ通ル直徑ノ他ノ端ヲ D トシテ此ノ圓ニ内接スル四邊形 ADBE ヲ作レ.

サウスレバ $\angle D + \angle E = 2\mathrm{R}\llcorner$ 〔§ 81, 1〕

又 $\angle BAC' + \angle BAC = 2\mathrm{R}\llcorner$

而シテ $\angle D = \angle BAC'$ 〔(2)〕

$\therefore \quad \angle BAC = \angle E$

系 弦ノ一端カラ引イタ直線ト此ノ弦トノナス角ガ,此ノ弦ニ對シテ此ノ角ト反對ノ側ニアル弓形ノ角ニ等シケレバ,此ノ直線ハ此ノ圓ノ切線デアル.

例題

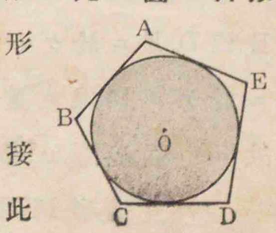
1. 圓ノ切線ニ平行ナル弦ガ張ル一ツノ弧ハ,其ノ切線ノ切點デ二等分サレル.

2. 圓周上ノ一點カラ其ノ圓ニ切線ト弦トヲ引ケバ,其ノ弦ガ張ル弧ノ中點ハ切線ト弦トカラ等距離ニアル.

3. 二等邊三角形 ABC (頂點 A) ノ外接圓ノ弧 BC 上ノ一點ヲ P トシ, AP ト BC トノ交點ヲ Q トスレバ,圓 BPQ ハ AB ニ切スル.

84. 内接及外接正多角形

定義 多角形ノ各邊(延長シナイモノ)ガ同一ノ圓ニ切スルトキハ,此ノ多角形ハ此ノ圓ニ外接スルトイヒ,此ノ圓ヲ此ノ多角形ノ内接圓トイフ.

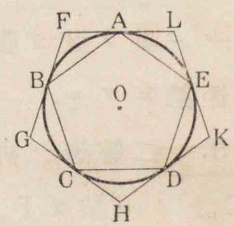


圖ノ ABCDE ハ圓 O ニ外接スル五邊形デアツテ,圓 O ハ此

ノ五邊形ノ内接圓デアル.

定理1 圓周ヲ n 箇ニ等分シ,其ノ各分點ヲ順ニ結ビツケレバ,此ノ圓ニ内接スル n 邊ノ正多角形ガ出來ル.

マタ其ノ各分點ニ於テ切線ヲ引ケバ,此等ノ切線デ此ノ圓ニ外接スル n 邊ノ正多角形ガ出來ル.



證明 例ヘバ圓周ヲ A, B, C, D, E デ五等分シタトセヨ.

此等ノ分點ヲ順ニ結ビツケレバ内接五邊形 ABCDE ヲ得ル.

又 A, B, C, D, E ニ於テ引イタ五ツノ切線デ出來ル外接五邊形ヲ FGHKL トセヨ.

圓ヲ其ノ中心 O ノ周リニ周ノ $\frac{1}{5}$ ダケ廻セバ, A, B, C, D, E ハ夫々初メノ E, A, B, C, D ニ來ル. 因テ A, B, C, D, E ニ於ケル切線ハ夫々初メノ E, A, B, C, D ニ於ケル切線ニ重ナル.

故ニ　五邊形 ABCDE ≡ 五邊形 EABCD

　　　五邊形 FGHKL ≡ 五邊形 LFGHK

因テコノ内接五邊形,外接五邊形ハ夫々隣リ合ヒノ邊ガ等シク隣リ合ヒノ角ガ等シイ.

從テ總テノ邊ガ等シク,總テノ角ガ等シイ.

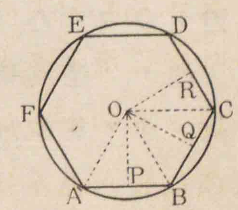
卽チ何レモ正多角形デアル.

例題

1.* 圓ニ外接スル正方形ノ一邊ハ圓ノ直徑ニ等シイ.

2.* 圓ニ内接スル正六邊形ノ一邊ハ圓ノ半徑ニ等シイ.

定理2 正多角形ニハ外接圓及内接圓ガアル.



證明 例ヘバ ABCDEF ヲ正六邊形トセヨ.

先ヅ ∠A, ∠B ノ二等分線ヲ作リ,其ノ交點ヲ O トシ, O ト C トヲ結ベバ

$$\triangle OAB \equiv \triangle OCB \qquad [§ 48, 1]$$

$$\therefore \quad \angle OCB = \angle OAB = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2}\angle C$$

故ニ ∠C ノ二等分線ハ O ヲ通ル.

同様ニシテ $\angle D$ 等ノ二等分線モ皆 O ヲ通ル.

サテ　　$\angle OAB = \angle OBA$　　〔$\because$ $\angle A = \angle B$〕

$\therefore$　　$OA = OB$

同様ニ　　$OB = OC, \cdots\cdots\cdots$

$\therefore$　　$OA = OB = OC = \cdots\cdots\cdots$

因テ O ヲ中心, OA ヲ半徑トスル圓周ハ此ノ多角形ノ總テノ頂點ヲ通ル.

故ニ此ノ正多角形ニハ外接圓ガアル.

次ニ O カラ正多角形ノ各邊ニ垂線 OP, OQ, OR, …… ヲ引ケバ

$AB = BC = CD = \cdots\cdots$

ダカラ　　$OP = OQ = OR = \cdots\cdots$　　〔§ 78, 系〕

因テ O ヲ中心, OP ヲ半徑トスル圓ハ此ノ多角形ノ總テノ邊ニ切スル.

故ニ此ノ正多角形ニハ内接圓ガアル.

例　題

1. 一邊ガ a ナル正三角形ノ外接圓及内接圓ノ半徑ヲ求メヨ.

2. 半徑 r ナル圓ニ内接スル正三角形ノ面積ヲ求メヨ.
及外接
$3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

3. 半徑 r ナル圓ニ内接スル正六邊形ノ面積ヲ求メヨ.

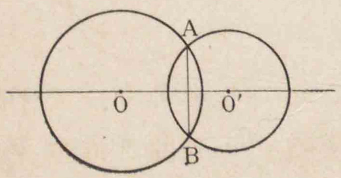
4. 正多角形ノ面積ハ,其ノ周ト内接圓ノ半徑トノ積ノ半分ニ等シイ.

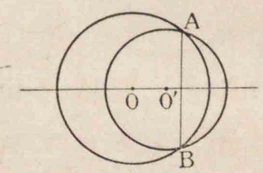
第五章　二ツノ圓

85. 相交ル及相切スル二圓

定理1 二ツノ圓周ガ其ノ中心線*外ノ一點デ出會ヘバ,此等ノ圓周ハマタ他ノ一點デ出會フ. 而シテ此ノ二點ヲ結ブ線分ハ中心線ノタメニ垂直ニ二等分サレル.

證明 二圓周 O, O' ガ其ノ中心線 OO' 外ノ一點 A デ出會ツタトセヨ.





二圓ヲ併セタ圖形ハ中心線 OO' ニ就テ對稱ダカラ, OO' ニ關スル A ノ對稱點ヲ B トスレバ, B モ亦二圓周ノ會點デナケレバナラナイ.

而シテ線分 AB ハ中心線 OO' ニヨツテ垂直ニ二等分サレル. 〔§ 42, 2〕

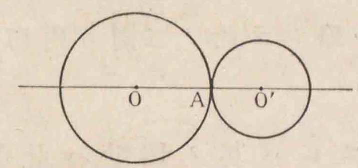
*二圓ノ中心ヲ結ブ直線ノコト

定義 二圓周ガ二點デ出會フトキハ,コノ二圓周(或ハ圓)ハ相交ルトイフ.

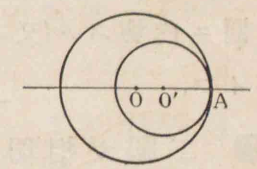
定理2 相合シナイ二圓周ガ其ノ中心線上ノ一點デ出會ヘバ,此ノ二圓周ハ其ノ他ノ點デハ出會ハナイ.

證明 二圓周 O, O' ガ其ノ中心線 OO' 上ノ一點 A デ出會ツタトセヨ.

(甲　圖)



(乙　圖)



若シ此ノ二圓周ガ中心線 OO' 上ノ今一ツノ點 B デ出會フトスレバ, AB ハコノ各圓ノ直徑デナケレバナラヌ.卽チ此ノ二圓ハ同一ノ直徑ヲ有スル圓デアツテ,相合スル.

マタ若シ此ノ二圓周ガ中心線 OO' 外ノ一點 B デ出會フトスレバ,此ハ又 OO' 外ノ他ノ一點 C デ出會ハネバナラヌ. 〔1〕

從テ三點 A, B, C ヲ共有スルカラ此ノ二圓周ハ相合スル. 〔§79, 系 2〕

故ニ此ノ二圓周ハ,相合シナイ限リ,Aヨリ外ノ點デ出會フコトハ出來ナイ.

定義　二圓周ガ唯一點デ出會フトキハ此ノ二圓周(或ハ圓)ハ相**切スル**トイヒ,其ノ點ヲ其ノ**切點**トイフ.

此ノ場合ニ,前頁ノ甲圖ノヤウニ二圓ガ互ニ他ノ外ニアレバ此ノ二圓ハ互ニ**外切**スルトイヒ,乙圖ノヤウニ一圓ガ他ノ圓ノ內ニアレバ內ノ圓ガ外ノ圓ニ**內切**スル(又ハ略シテ此ノ二圓ガ內切スル)トイフ.

系1　二圓ガ相切スレバ,其ノ切點ハ此等ノ圓ノ中心線上ニアル.

系2　二圓ガ相切スレバ,此等ノ圓ハ其ノ切點ニ於テ一切線ヲ共有スル.

系3　同一直線上ノ同一ノ點デ此ノ直線ニ切スル二圓ハ相切スル.

86. 二圓ノ位置ノ關係

定理　二ツノ圓ガ

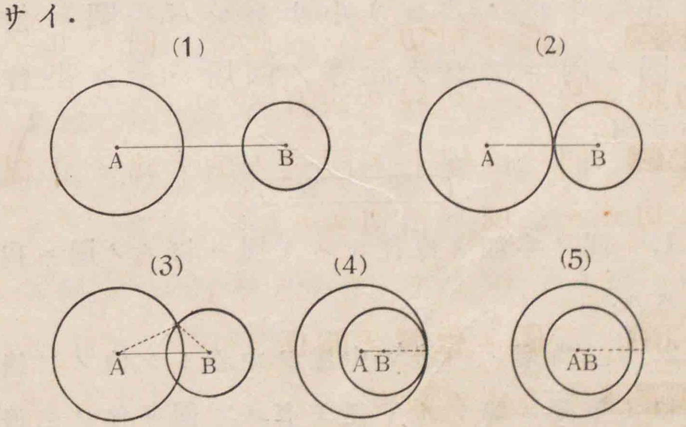
(1)　全ク出會ハズニ,各々ガ他ノ外ニアレバ,其ノ中心間ノ距離ハ半徑ノ和ヨリ大キイ.

(2)　外切スレバ,其ノ中心間ノ距離ハ半徑ノ和ニ等シイ.

(3)　相交レバ,其ノ中心間ノ距離ハ半徑ノ和ヨリ小サクテ,其ノ差ヨリ大キイ.

(4)　內切スレバ,其ノ中心間ノ距離ハ半徑ノ差ニ等シイ.

(5)　全ク出會ハズニ,一ツガ他ノ內ニアレバ,其ノ中心間ノ距離ハ半徑ノ差ヨリ小サイ.



證明 略スル.〔前ノ圖ヲ見ヨ〕

系 二圓ノ中心間ノ距離ガ

(1) 半徑ノ和ヨリ大キケレバ,各圓ハ他ノ圓ノ外ニアツテ,此等ノ圓周ハ全ク出會ハナイ.

(2) 半徑ノ和ニ等シケレバ,此等ノ圓ハ外切スル.

(3) 半徑ノ和ヨリ小サクテ其ノ差ヨリ大キケレバ,此等ノ圓ハ相交ル.

(4) 半徑ノ差ニ等シケレバ,此等ノ圓ハ內切スル.

(5) 半徑ノ差ヨリ小サケレバ,一圓ハ他ノ圓ノ內ニアツテ,此等ノ圓周ハ全ク出會ハナイ.

例題

1. 圓ノ半徑ヲ直徑トスル圓ハ初メノ圓ニ內切スル.

2. 三角形ノ一邊ノ中點ヲ中心トシ,他ノ二邊ノ和ノ半分ニ等シイ半徑ヲ有スル圓ハ,他ノ二邊ヲ夫々直徑トスル二圓ノ各ヽニ切スル.

問題

1. 相交ル二圓ノ一交點ヲ通ツテ各圓ノ直徑ヲ引ケバ,此等ノ直徑ノ他ノ端ヲ結ビツケル直線ハ他ノ交點ヲ通ル.

2. 二圓周ノ交點A, Bノ各ヽヲ通ツテ二線分PAQ, RBSヲ引キ,夫々圓周デ終ラシメレバ

$$PR \,//\, QS$$

3. 二圓ノ交點A, Bノ各ヽヲ通ツテ平行線PAQ, RBSヲ引キ,夫々圓周デ終ラシメレバ

$$PR = QS$$

4. 相切スル二圓ノ切點ヲ通ル任意ノ直線ガ各圓周ニ交ル點ヲ其ノ圓ノ中心ニ結ビツケル二直線ハ互ニ平行デアル.

5. 二定圓周ノ各ヽニ切スル任意ノ圓ノ中心カラ此ノ二定圓ノ中心マデノ距離ノ和或ハ差ハ,二定圓ノ半徑ノ和ニ等シイカ若クハ其ノ差ニ等シイ.

第六章 作圖題

87. 作圖題

作圖題トハ與ヘラレタ條件ニ適スル圖形ヲ畫クコトヲ求メル問題ノコトデアル.

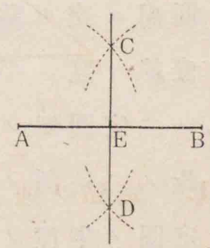
作圖ヲスルタメニ用ヒル器具ハ**定木**ト**こんぱす**ニ限ルコトトシ,定木ハ任意ノ二點ヲ通ル直線ヲ引クコトダケニ,こんぱすハ任意ノ點ヲ中心トシ任意ノ半徑デ圓ヲ畫クコトダケニ用ヒルモノトスル.

88. 線分·角ニ關スル作圖題

作圖題1 定線分(AB)ヲ二等分セヨ.

作圖 §13, 1 ノ方法デイヽ.

證明 略スル.



注意 右圖デ CD ハ AB ヲ垂直ニ二等分スル,卽チ上ノ作圖法デ AB ヲ垂直ニ二等分スル直線ガ引ケル.

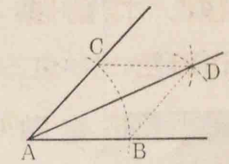
例題

1. 定圓弧ヲ二等分セヨ.

2.* 一直線上ニナイ三定點ヲ通ル圓ヲ畫ケ.

3. 定圓弧ガ屬スル圓ノ中心ヲ求メヨ.

作圖題2 定角(A)ヲ二等分セヨ.



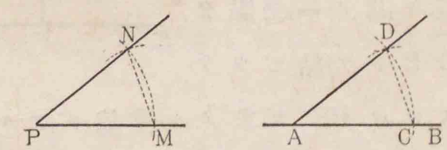
作圖 §13, 2 ノ方法デイヽ.

證明 略スル.

作圖題3 定直線(AB)上ノ定點(A)カラ此ノ直線ト定角(P)ニ等シイ角ヲナス直線ヲ引ケ.

作圖 §13, 3 ノ方法デイヽ.

證明 略スル.



例題

1.* 定點ヲ通ツテ定直線ニ平行ナル直線ヲ引ケ.

2. 定點ヲ通ツテ定直線ト定角ニ等シイ角ヲナス直線ヲ引ケ.

5 應用 二邊ト其ノ一ツニ對スル角ヲ、アタヘ
三角形ヲ作レ

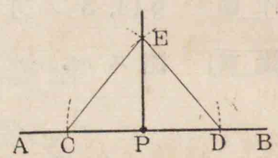
3.* 二邊トソノ夾ム角トガ與ヘラレタ三角形ヲ作レ.

4.* 二角ト其ノ頂點ノ間ノ邊トガ與ヘラレタ三角形ヲ作レ.

作圖題4 定點(P)ヲ通ツテ定直線(AB)ニ垂線ヲ引ケ.

(1) 定點Pガ定直線AB上ニアル場合.

作圖 直線AB上ニ於テ點Pノ兩方ニ,Pカラ任意ノ相等シイ距離ニアル二點C,Dヲトリ,*次ニC,Dヲ夫々中心トシPCヨリ大キイ相等シイ半徑デ二ツノ圓弧ヲ畫キ,其ノ一交點ヲEトシ,EトPトヲ結ビツケヨ. サウスレバPEガ求メル垂線デアル.



證明 略スル.

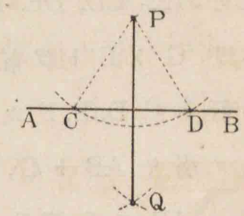
注意 上ノ作圖法ハ平角APBノ二等分線ヲ畫ク方法ニ過ギナイ.

(2) 定點Pガ定直線AB外ニアル場合.

* Pヲ中心トシ任意ノ半徑デ圓ヲ畫キABトC,Dデ交ラセレバイヽ.

作圖 點Pヲ中心トシ直線ABト二點C,Dデ交ル圓弧ヲ畫ケ.

次ニC,Dノ各ヽヲ中心トシ,相等シイ半徑ノ二ツノ圓弧ヲ畫キ,ABニ對シPト反對ノ側ニ於ケル其ノ交點ヲQトシ,PトQトヲ結ビツケレバ,之ガ求メル垂線デアル.



證明 略スル.

例題

1.* 圓周上ノ一點ニ於テ之ニ切線ヲ引ケ.

2.* 斜邊ト一鋭角トガ與ヘラレタ直角三角形ヲ作レ.

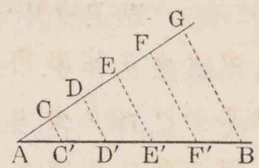
3.* 斜邊ト他ノ一邊トガ與ヘラレタ直角三角形ヲ作レ.

4.* 隣リ合ヒノ二邊ヲ與ヘテ矩形ヲ畫ケ.

5.* 一邊ヲ與ヘテ正方形ヲ畫ケ.

作圖題5 定線分(AB)ヲ任意ノ數ニ等分セヨ.

作圖 例ヘバ定線分ABヲ5等分スルニハ先ヅABノ一端Aカラ他ノ直線ヲ引キ,其ノ上ニA



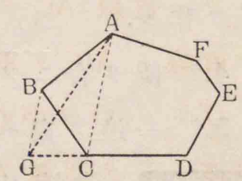
カラ任意ノ相等シイ五ツノ線分 AC, CD, DE, EF, FG ヲ作リ, G ト B トヲ結ビ, GB ニ平行ニ C, D, E, F カラ夫々直線ヲ引キ AB ト C′, D′, E′, F′ デ交ラセレバ C′, D′, E′, F′ ハ AB ヲ 5 等分スル.

〔證明〕 略スル.

89. 面積ニ關スル作圖題

作圖題 定多角形ト等積ナル一ツノ三角形ヲ作レ.

〔解〕 例ヘバ六邊形 ABCDEF ガ與ヘラレテアルトキ,對角線 AC ヲ引キ,頂點 B カラ AC ニ平行線ヲ引イテ DC ノ延長ト G デ交ラセ, A ト G トヲ結ビツケヨ.



サウスレバ五邊形 AGDEF ヲ得ル.

サテ △ABC ト △AGC トハ底邊 AC ガ共通デアツテソノ高サモ亦相等シイ.

∴ △ABC = △AGC

∴ 五邊形 AGDEF = 六邊形 ABCDEF

カウシテ定多角形ト等積デアツテ,邊ノ數ガ元ヨリ一ツダケ少ナイ一ツノ多角形ガ作レタ.

因テ此ノ作圖ヲ繰返セバ,終ニハ初メノ多角形ト等積ナル一ツノ三角形ガ得ラレル.

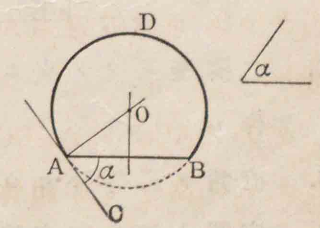
（例題）

1. 定三角形ト等積ナル一ツノ矩形ヲ作レ.
2. 定多角形ト等積ナル一ツノ矩形ヲ作レ.

90. 圓ニ關スル作圖題

作圖題 1 定線分 (AB) ヲ弦トシ,定角 (α) ニ等シイ角ヲ含ム弓形ヲ畫ケ.

〔作圖〕 AB ノ一端 A ヲ通ツテ ∠BAC = ∠α ナルヤウニ直線 AC ヲ引キ, A ヲ通ツテ AC ニ垂直ナル直線ト AB ヲ垂直ニ二等分スル直線トノ交點ヲ O トシ, O ヲ中心, OA ヲ半徑トシテ圓弧ヲ畫キ, ∠BAC 內ニ含マレナイ弓形 ADB ヲ作レバ,之ガ所要ノ弓形デアル.

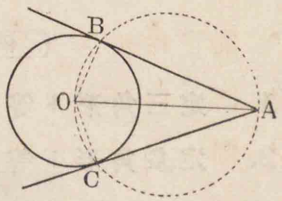


證明 AC ハ圓 O ノ切線デアル. 〔§ 82, 1〕

∴ 弓形 ADB ノ角 $= \angle BAC$ 〔§ 83〕

$= \angle \alpha$

作圖題 2 定圓 (O) 外ノ一定點 (A) カラ此ノ圓ニ切線ヲ引ケ.



作圖 O ト A トヲ結ビ, 之ヲ直徑トスル圓ヲ畫キ, 此ノ圓ト定圓 O トノ交點ヲ B, C トシ, B 及 C ノ各〻ト A トヲ通ル二直線ヲ引ケバ, 之ガ所要ノ切線デアル.

證明 B 及 C ヲ O ニ結ベバ

$\angle OBA = R\angle$ $\angle OCA = R\angle$ 〔§ 80, 1 系 4〕

故ニ AB, AC ハ何レモ圓 O ノ切線デアル.

問題

1. 二隣邊トソノ夾ム角トヲ與ヘテ平行四邊形ヲ作レ.
2. 直角ヲ三等分セヨ.
3. 定圓ニ切シ定直線ニ平行ナル直線ヲ引ケ.

4.* 二定正方形ノ面積ノ和ニ等シイ面積ヲ有スル正方形ヲ作レ.

5.* 二定正方形ノ面積ノ差ニ等シイ面積ヲ有スル正方形ヲ作レ.

6.* 圓ニ内接(又ハ外接)スル正方形ヲ畫ケ.

7.* 圓ニ内接(又ハ外接)スル正三角形ヲ畫ケ.

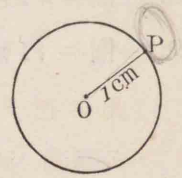
8.* 圓ニ内接(又ハ外接)スル正六邊形ヲ畫ケ.

9.* 圓ニ内接(又ハ外接)スル正八邊形ヲ畫ケ.

第七章 軌跡

91. 軌跡

點ガ或條件ノ下ニ平面上デ動カウトスルト,其ノ條件ノタメニ制限サレテ自由ニ動クコトガ出來ズニ,或定マツタ路ダケヨリ動カレナイノガ例デアル.



例ヘバ,定點Oカラ1cmノ距離ニアルトイフ條件ノ下ニ點ガ動カウトスルト中心ガO,半徑ガ1cmナル圓周ノ上ナラバ隨意ニ動ケルガ,此ノ圓周ヲ外レルコトハ出來ナイ. 卽チ此ノ條件ノ下ニ點ガ動キ得ベキ路ハ此ノ圓周ダケデアル. 此ノ路ノコトヲ**軌跡**トイフ. 卽チ

定點カラノ距離ガ一定ナル點ノ軌跡ハ其ノ定點ヲ中心トシ,ソノ一定ノ長サヲ半徑トスル圓周デアル.

此ノ場合ニ「點ガ圓周上ヲ隨意ニ動ケル」トイフコトヲ言ヒ換ヘレバ

おぼえる 軌跡

(1) **圓周上ノ點ハ皆其ノ條件ニ適スル**

トイフコトデアリ,マタ「點ガ圓周ヲ外レルコトガ出來ナイ」トイフコトヲ言ヒ換ヘレバ

(2) **圓周外ノ點ハ皆其ノ條件ニ適シナイ**

或ハ

(2)′ **其ノ條件ニ適スル點ハスベテ此ノ圓周上ニアル**

定距リニアル點ハ

トイフコトデアル.

此ノ語ヲ用ヒレバ,軌跡ノ定義ヲ次ノヤウニ述ベルコトガ出來ル.

或線ガアツテ

(1) 此ノ線上ノ點ハ或與ヘラレタ條件ニ適スル.

(2) 此ノ線外ノ點ハ其ノ條件ニ適シナイ.

或ハ(2)ノ代リニ

(2)′ 其ノ條件ニ適スル點ハスベテ此ノ線上ニアル.

トイフ二ツノ事柄ガ成リ立ツトキハ,此ノ

線ヲ與ヘラレタ條件ニ適スル點ノ軌跡トイフ.

注意 (2) ト (2)′ トハ同一ノ事實ヲ異ツタ語デ述ベタニ過ギナイ.

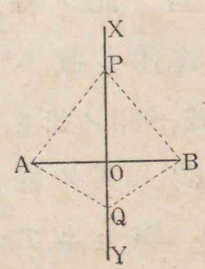
一般ニ,甲ガ乙デアルトイフコトト乙デナイモノハ甲デナイトイフコトトハ同ジ事ニ歸スル. ソノ一ツノ陳述ヲ他ノ對偶トイフ.

例 題

定直線又ハ定圓周上ノ定點ニ於テ之ニ切スル圓ノ中心ノ軌跡ハ何カ.

92. 二定點カラ等距離ナル點ノ軌跡

定理 二定點カラ等距離ニアル點ノ軌跡ハ,此ノ二定點ヲ結ビツケル線分ヲ垂直ニ二等分スル直線デアル.



證明 A, B ヲ二定點トシ,線分 AB ヲ其ノ中點 O ニ於テ垂直ニ二等分スル直線ヲ XY トセヨ.

(1) P ヲ XY 上ノ任意ノ點トスレバ

PA = PB 〔§ 48, 1 系〕

即チ XY 上ノ任意ノ點ハ A, B カラ等距離ニアル.

(2)′ Q ヲ A 及 B カラ等距離ニアル任意ノ點トスレバ, Q ハ直線 XY 上ニアル. 〔§ 49, 2 系 3〕

故ニ XY ハ A, B カラ等距離ニアル點ノ軌跡デアル.

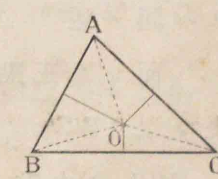
例 題

1. 二定點ヲ通ル圓ノ中心ノ軌跡ハ何カ.

2. 二定點カラ等距離ニアル點ヲ定直線上ニ求メヨ.

93. 外心

定理 三角形ノ各邊ヲ垂直ニ二等分スル三直線ハ一點デ出會フ.



證明 △ABC ニ於テ二邊 AB, AC ハ相交ルカラ,ソノ各ヽヲ垂直ニ二等分スル二直線ハ相交ル. 〔§ 46, 系 5〕

今其ノ交點ヲ O トシ,之ヲ各頂點ニ結ビツケヨ.

サウスレバ

$$OA = OB, \quad OA = OC$$
$$\therefore \quad OB = OC$$

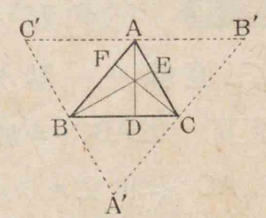
故ニ點 O ハマタ邊 BC ヲ垂直ニ二等分スル直線上ニアル,卽チ邊 BC ヲ垂直ニ二等分スル直線ハ點 O ヲ通ル.

因テ各邊ヲ垂直ニ二等分スル直線ハ一點 O デ出會フ.

注意 OA = OB = OC ダカラ,點 O ハ △ABC ノ外心デアル.

94. 垂心 H

定理 三角形ノ各頂點カラ其ノ對邊ヘ引イタ三垂線ハ一點デ出會フ.



證明 △ABC ノ各頂點ヲ通ツテ其ノ對邊ニ平行線ヲ引ケバ,圖ノ通リ △A′B′C′ ヲ得ル. 而シテ三點 A, B, C ハ夫々 △A′B′C′ ノ三邊 B′C′, C′A′, A′B′ ノ中點デアル.

故ニ △ABC ノ各頂點カラ其ノ邊ニ引イタ三垂

外心 O
G 中線の交 重心

線 AD, BE, CF ハ夫々 △A′B′C′ ノ三邊 B′C′, C′A′, A′B′ ヲ垂直ニ二等分スル直線デアル.

因テコノ三垂線ハ一點デ出會フ. 〔前節〕

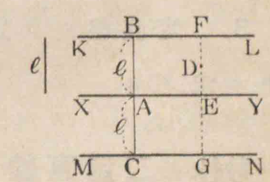
定義 三角形ノ各頂點カラ其ノ對邊ヘ引イタ三垂線ノ交點ヲ此ノ三角形ノ垂心トイフ.

例 題

△ABC ノ垂心ヲ O トスレバ, A, B, C ハ夫々 △OBC, △OCA, △OAB ノ垂心デアル.

95. 定直線カラ定距離ニアル點ノ軌跡

軌跡題 定直線 (XY) カラノ距離ガ定長 (l) ニ等シイ點ノ軌跡ヲ求メヨ.



軌跡 XY 上ノ任意ノ點 A カラ之ニ垂線ヲ引イテ,其ノ上ニ A ノ兩方ニ於テ l ニ等シイ線分 AB, AC ヲトレ.

B 及 C ヲ通ツテ XY ニ平行線 KL, MN ヲ引ケバ,此ノ二直線ガ所要ノ軌跡デアル.

證明 (1) 此ノ二直線ノ何レヲトツテモ,其ノ上ニアル任意ノ點カラ XY マデノ距離ハ AB 又

ハ AC ノ長サ卽チ l ニ等シイ.

(2) KL 上ニモ MN 上ニモナイ任意ノ一點ヲ D トシ,之カラ XY ニ垂線 DE ヲ引キ, DE 又ハ其ノ延長ガ KL, MN ト交ル點ヲ夫々 F, G トスレバ, D ハ F, G ノ何レニモ合シナイ.

$$\therefore \quad DE \neq FE, \quad DE \neq EG$$

$$\therefore \quad DE \neq l$$

故ニ二直線 KL, MN ガ所要ノ軌跡デアル.

例　題

1. 定直線ニ切スル定半徑ノ圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ.

(積)

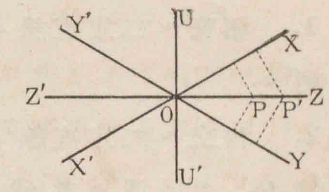
2. 同底等高ナル三角形ノ頂點ノ軌跡ハ何カ.

3. 定直線カラ定距離ニアル點ヲ他ノ定直線上ニ求メヨ.

96. 二定直線カラ等距離ニアル點ノ軌跡

軌跡題 相交ル二定直線 (XX′, YY′) カラ等距離ニアル點ノ軌跡ヲ求メヨ.

解 XX′, YY′ ノ交點ヲ O トシ, ∠XOY ノ内ニアツテ XX′, YY′ カラ等距離ナル任意ノ一點ヲ P トスレバ, P ハ ∠XOY ノ二等分線上ニアル.



〔§ 53, 2 系〕

次ニ ∠XOY ノ二等分線ヲ OZ トシ, OZ 上ニ任意ノ點 P′ ヲトレバ, P′ ハ XX′ 及 YY′ カラ等距離ニアル. 〔§ 53, 1 系〕

故ニ ∠XOY 内ニ於ケル所要ノ軌跡ハ此ノ角ノ二等分線 OZ デアル.

同様ニ ∠X′OY′ 内ニ於ケル所要ノ軌跡ハ此ノ角ノ二等分線 OZ′ デアル.

又 ∠XOY′ 内デハ此ノ角ノ二等分線 OU ガ所要ノ軌跡デアツテ, ∠X′OY 内デハ此ノ角ノ二等分線 OU′ ガ所要ノ軌跡デアル.

サテ OZ 及 OZ′ ハ一直線ニナリ, OU 及 OU′ ハマタ他ノ一直線ニナル.

故ニ相交ル二定直線カラ等距離ナル點ノ軌跡ハ,其ノ交點ニ於テ出來ル二組ノ對頂角ノ二等分線デアル.

注意 上ノ軌跡ノ二直線ハ互ニ垂直デアル.

例題

1. 相交ル二定直線ニ切スル圓ノ中心ノ軌跡ハ何カ.

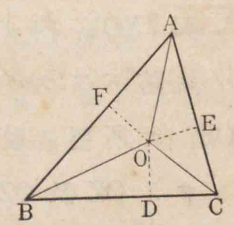
2. 相交ル二定直線ニ切シ,且ツ中心ガ他ノ定直線上ニアル圓ヲ畫ケ.

3. 定角ノ二邊ニ切スル定半徑ノ圓ヲ畫ケ.

97. 內心

定理 三角形ノ各角ノ二等分線ハ一點デ出會フ.

證明 △ABC ニ於テ,先ヅ ∠B 及 ∠C ノ二等分線ハ三角形內デ相交ル. 今其ノ交點ヲ O トシ, O カラ三邊 BC, CA, AB ニ夫々垂線 OD, OE, OF ヲ引ケバ



$$OD = OE, \quad OD = OF$$

$$\therefore \quad OE = OF$$

故ニ點 O ハ ∠A ノ二等分線上ニアル,卽チ ∠A ノ二等分線ハ點 O ヲ通ル.

因テ三角形ノ三ツノ角ノ二等分線ハ一點 O デ

出會フ.

系 三角形ノ內接圓ハ唯一ツアル.

三角形ノ內接圓ノ中心ヲ略シテ三角形ノ**內心**トイフ. 內心ハ各角ノ二等分線ノ交點デアル.

例題

△ABC ニ於テ BC = 5m, CA = 6m, AB = 7m デアル. 此ノ三角形ノ內接圓ガ邊 BC, CA, AB ニ切スル點ヲ夫々 D, E, F トスルトキ BD, DC, CE, EA, AF, FB ノ長サハ各々幾ラカ.

98. 傍心

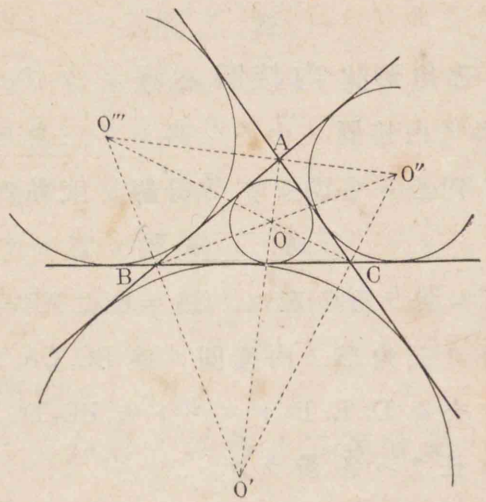
定理 三角形ノ一內角ノ二等分線及他ノ二頂點ニ於ケル外角ノ二等分線ハ一點デ出會フ.

證明 略スル.

系 三角形ノ一邊ト他ノ二邊ノ延長トニ切スル圓ハ三ツアル.

定義 上ノ三圓ノ各々ヲ其ノ三角形ノ**傍接圓**トイフ.

傍接圓ノ中心ヲ略シテ**傍心**トイフ.



例 題

1. $\triangle ABC$ ノ $\angle A$ 内ニアル傍接圓ガ二邊 AB, AC ノ延長ニ切スル點ヲ夫々 D, E トスレバ,線分 AD 又ハ AE ハ此ノ三角形ノ周ノ半分ニ等シイ.

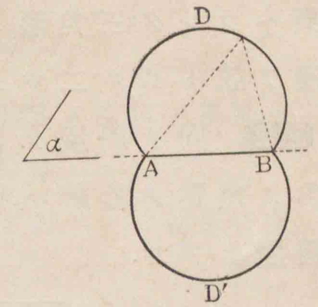
2. 三角形ノ内心ハ三ツノ傍心ヲ頂點トスル三角形ノ垂心デアル.

99. 定線分ヲ定角ニ見ル點ノ軌跡

軌跡題 定線分 (AB) ヲ定角(α)ニ等シイ角ニ見込ム點ノ軌跡ヲ求メヨ.

解 AB ヲ雙方ヘ延長スレバ,此ノ直線ハ平

面ヲ二ツノ部分ニ分ケル.



ソコデ先ヅ其ノ中ノ一ツノ部分ニ於ケル所要ノ軌跡ヲ求メル.

AB ヲ弦トシ α ニ等シイ角ヲ含ム弓形ノ弧 ADB ヲ畫ケバ〔§ 90, 1〕,其ノ上ノ點ニ於テ AB ヲ見込ム角ハ α ニ等シイ.

マタ此ノ弧ノ上デナイ點ニ於テ AB ヲ見込ム角ハ α ニ等シクナイ.〔§ 80, 2〕

故ニ直線 AB ノ一方 (弧 ADB ノアル方) ニ於ケル此ノ點ノ軌跡ハ弧 ADB デアル.

直線 AB ノ他ノ方ニ於テハ,上ト全ク同様ニ AB ニ就テ弧 ADB ト對稱ナル弧 AD'B ガ所要ノ軌跡デアル.

因テ次ノ定理ガアル.

定理 定線分ヲ定角ニ等シイ角ニ見込ム點ノ軌跡ハ,其ノ線分ヲ弦トシ其ノ角ニ等シイ角ヲ含ム二ツノ弓形ノ弧デアル.

系1 定線分ヲ底邊トシ,頂角ノ大イサガ

與ヘラレタ三角形ノ頂點ノ軌跡ハ,此ノ底邊ヲ弦トスル二ツノ圓弧デアル.

系2 同ジ斜邊ヲ有スル直角三角形ノ直角ノ頂點ノ軌跡ハ,此ノ斜邊ヲ直徑トスル圓周デアル.

例題

一定點ヲ通ル任意ノ直線ガ定圓ニ交ツテ出來ル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ.

雜題

1. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ト直角ノ頂點トヲ結ブ線分ハ斜邊ノ半分ニ等シイ.
2. 直角三角形ノ一鋭角ガ60°ナラバ,斜邊ハ最小邊ノ2倍ニ等シイ.
3. 圓Oノ周上ノ一點Aヲ通ル直徑ヲABトシ一ツノ弦ヲACトスレバ,OカラACニ平行ニ引イタ直線ハ弧BCヲ二等分スル.
4. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ和ハ,斜邊ト內接圓ノ直徑トノ和ニ等シイ.
5. 圓ノ二弦AB, CDガ圓內デ直交スレバ $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}$ ハ半圓周ニ等シイ.
6. 圓ノ二弦ガ直交スレバ,其ノ交點カラ二弦ノ兩端マデノ四線分ノ平方ノ和ハ此ノ圓ノ直徑ノ平方ニ等シイ.
7. 相等シイ二圓ガA, Bデ交ルトキ, Bヲ通ル任意ノ直線ガ兩圓ト交ル點ヲC, Dトスレバ, △ACDハ二等邊三角形デアル.
8. 二等邊三角形ノ各頂點ニ於テ其ノ外接圓ニ

引イタ三ツノ切線デ出來ル三角形ハ亦二等邊デアル.

9. 圓ノ直徑 AB ヲ延長シ其ノ上ニ半徑ニ等シク BC ヲトリ, C カラ此ノ圓ニ引イタ切線ノ切點ヲ D トスレバ, △DAC ハ二等邊三角形デアル.

10. 圓ノ弦ヲ三等分スル半徑ハ此ノ弦ニ對スル弧ヲ三等分スルカ.

11. 三角形ノ鋭角ニ對スル邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ヨリ小サク,鈍角ニ對スル邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ヨリ大キイ.

12. 三角形ノ一角ニ對スル邊ノ平方ガ他ノ二邊ノ平方ノ和ヨリ小サイカ又ハ大キイカニ從ツテ,此ノ角ハ鋭角又ハ鈍角デアル.

13.* 多角形ノ各邊ヲ垂直ニ二等分スル直線ガ皆一點デ出會ヘバ,此ノ多角形ニ外接圓ヲ畫クコトガ出來ル.

14.* 多角形ノ各角ノ二等分線ガ皆一點デ出會ヘバ,此ノ多角形ニ內接圓ヲ畫クコトガ出來ル.

15.* 圓ニ外接スル四邊形ノ一組ノ對邊ノ和ハ他ノ一組ノ對邊ノ和ニ等シイ.

四辺形ノ一組ノ對辺ノ和ガ外ノ一組ノ對辺ニ等シキ時ハ四辺形ハ圓ニ外接ス
Δニ於テ二辺ノ和ガ第三辺ヨリ小サイト
(イ)定理ニ反ス

16. 圓ニ外接スル平行四邊形ハ菱形デアル.

17. 正三角形 ABC ノ外接圓ノ弧 BC 上ノ任意ノ一點ヲ P トスレバ

$$PA = PB + PC$$

18. △ABC ノ內心 O ト頂點 A トヲ通ル直線ガ外接圓ノ周ト交ル點ヲ D トスレバ

$$DB = DO = DC$$

19.* 三角形ノ垂心ハ,其ノ各頂點カラ對邊ヘ引イタ垂線ノ足ヲ頂點トスル三角形†ノ內心又ハ傍心デアル.

20. 三角形ノ外接圓周上ノ任意ノ點カラ三邊又ハ其ノ延長ニ下シタ三ツノ垂線ノ足ハ一直線上ニアル. 〔Simson (1687—1768) ノ定理〕

21. 二圓ノ交點ヲ A, B トスル. ソノ一圓周上ノ任意ノ點ヲ C トスルトキ,二直線 CA, CB ガ他ノ圓周ト交ル點ヲ夫々 D, E トスレバ, $\overset{\frown}{DE}$ ノ長サハ一定デアル.

22. 圓周上ノ任意ノ點 A カラ此ノ圓ノ二定直徑ニ垂線 AB, AC ヲ引ケバ,線分 BC ノ長サハ一定

† 此ノ三角形ヲ原三角形ノ垂足三角形トイフ.

デアル.

23. 一定點ヲ通ツテ他ノ二定點カラ等距離ニアル直線ヲ引ケ.

24. 定圓カラ定角ニ等シイ角ヲ含ム弓形ヲ截リ取レ.

25. 二定點ヲ通ル定半徑ノ圓ヲ畫ケ.

26. 定圓周上ノ定點デ之ニ切スル定半徑ノ圓ヲ畫ケ.

27. 二定平行線カラ等距離ニアル點ノ軌跡ヲ求メヨ.

28. 定長ノ線分ガ,常ニ定方向ヲ有シ且ツ其ノ一端ガ常ニ定圓周上ニアルヤウニ動クトキ,其ノ他端ノ軌跡ヲ求メヨ.

29. 二定點カラノ距離ノ平方ノ和ガ一定ナル點ノ軌跡ヲ求メヨ.

30. 定線分ヲ底邊トシ,頂角ノ大イサガ與ヘラレタトキ,三角形ノ內心ノ軌跡ヲ求メヨ.

ニツノ比ガ等シ[illegible]コト

第四篇

比及比例

第一章　比例線

(ニツノ比ガ等シイコトヲ比例ト云フ)

100. 比例ニ關スル主ナ定理

量ノ比例ニ關スル主ナ定理ヲ次ニ揭ゲル.

證明ハスベテ代數學ニ讓ル. 外項 (內項ヲ交換シテモヨイ)

(1) 幾ツカノ量ノ比ハ此等ヲ同ジ單位デ測ツテ得ル數ノ比ニ等シイ.

(AハBノ何倍カ / コレヲ比ト云フ)

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ (即チ $A:B=C:D$) ナルトキハ

(2) $A \gtreqless B$ ニ從ツテ $C \gtreqless D$

(3) $\frac{B}{A}=\frac{D}{C}$ 反轉ノ理 AハBノ何倍カ.

(4) $\frac{A+B}{B}=\frac{C+D}{D}$, (合比ノ理)　$\frac{A\sim B}{B}=\frac{C\sim D}{D}$ (除比ノ理)

(5) $\frac{A}{C}=\frac{B}{D}$ (但シ各項ハ同種ノ量) 交換ノ理

(6) A, B, C, D, E, F,……ガ皆同種類ノ量デアツテ

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}=\cdots\cdots$$

多クノ比ガアツテ皆ソレガ等シイ時 前項ヲ前項ト後項ヲ後項スル比ノア化ハ前ノ比ノアタイハ等シ

ナルトキハ

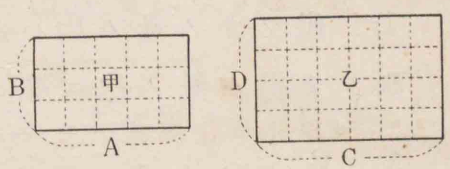
$$\frac{A+C+E+\cdots\cdots}{B+D+F+\cdots\cdots}=\frac{A}{B},\ \frac{A\sim C}{B\sim D}=\frac{A}{B}$$

(加比ノ理)

101. 矩形ノ面積ノ比

定理 二ツノ矩形ノ面積ノ比ハソノ底邊ノ比ト高サノ比トノ積ニ等シイ.*

(證明) 矩形甲ノ二隣邊ヲ A, B, 矩形乙ノ二隣邊ヲ C, D トシ, A, B, C, D ガ夫々同ジ長サノ單位ノ a 倍, b 倍, c 倍, d 倍ニ等シイトセヨ.



サウスレバ甲,乙ノ面積ハ夫々同ジ面積ノ單位ノ ab 倍, cd 倍ニナル. 〔§ 62〕

$$\therefore\ \frac{A.B}{C.D}=\frac{ab}{cd}=\frac{a}{c}.\frac{b}{d}=\frac{A}{C}.\frac{B}{D}$$

* 甲ノ面積ノ乙ノニ對スル比ガ甲ノ底邊ノ乙ノニ對スル比ト甲ノ高サノ乙ノニ對スル比トノ積ニ等シイトイフコトノ略語デアル. 今後モ之ニ倣フ.

系 1 二ツノ正方形ノ面積ノ比ハ其ノ邊ノ比ノ平方ニ等シイ.

系 2 二ツノ平行四邊形(又ハ三角形)ノ面積ノ比ハソノ高サノ比ト底邊ノ比トノ積ニ等シイ.

系 3 高サ(又ハ底邊)ガ相等シイ二ツノ矩形(或ハ平行四邊形或ハ三角形)ノ面積ノ比ハ其ノ底邊(又ハ高サ)ノ比ニ等シイ.

例題

1.* 四線分ガ比例ヲナセバ,ソノ各〻ノ平方モ亦比例ヲナス.

2.* 四線分ノ各〻ノ平方ガ比例ヲナセバ,此等ノ線分モ亦比例ヲナス.

3. △ABC ノ內心 O ヲ各頂點ニ結ビツケレバ
$$\triangle BOC:\triangle COA:\triangle AOB=BC:CA:AB$$

4. 一點 O ヲ △ABC ノ各頂點ニ結ビツケ,直線 AO ト邊 BC 又ハ其ノ延長トノ交點ヲ D トスレバ
$$\triangle AOB:\triangle AOC=BD:CD$$

102. 比例スル線分

定理1 四線分ガ比例ヲナストキハ,ソノ外項ノ積ト內項ノ積トハ相等シイ.

(證明) A, B, C, D ガ四ツノ線分デアツテ

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$$

トセヨ. サウスレバ先ヅ

$$\frac{A.D}{B.D}=\frac{A}{B},\quad \frac{B.C}{B.D}=\frac{C}{D} \qquad \text{〔前節系3〕}$$

而シテ $$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$$

$$\therefore\quad \frac{A.D}{B.D}=\frac{B.C}{B.D}$$

$$\therefore\quad A.D=B.C$$

系 一線分ガ他ノ二線分ノ比例中項ナルトキハ,前ノ線分ノ平方ハ後ノ二線分ノ積ニ等シイ.

定理2 二ツノ矩形ガ等積ナルトキハ,一ツノ矩形ノ二隣邊ヲ外項トシ,他ノ矩形ノ二隣邊ヲ內項トスル比例式ガ成リ立ツ.

(證明) 一ツノ矩形ノ二隣邊ヲ A, D トシ,他ノ矩形ノ二隣邊ヲ B, C トスレバ

$$\frac{A.D}{B.D}=\frac{A}{B},\quad \frac{B.C}{B.D}=\frac{C}{D}$$

而シテ $$A.D=B.C$$

$$\therefore\quad \frac{A.D}{B.D}=\frac{B.C}{B.D}$$

$$\therefore\quad \frac{A}{B}=\frac{C}{D}$$

A:M=M:B ナル時MヲAB ノ比例中項ト云フ.

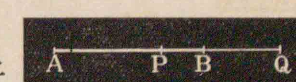
系 正方形ト矩形トガ等積ナラバ,正方形ノ一邊ハ矩形ノ二隣邊ノ比例中項デアル.

(例 題)

三角形ノ二邊ノ比ハ之ニ對應スル高サノ反比ニ等シイ.

103. 內分,外分

定義 線分 AB 上ニ任意ノ一點 P ヲトレバ,點 P ハ線分 AB ヲ二ツノ分 AP, PB ニ內分スルトイフ.



マタ線分 AB ノ延長上ニ任意ノ一點 Q ヲトレバ,

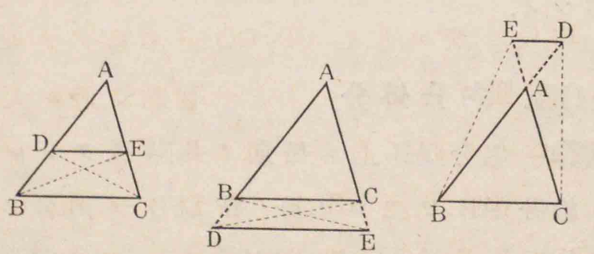
點 Q ハ線分 AB ヲ二ツノ分 AQ, QB ニ**外分**スルトイフ.

内分ノ場合ニハ與ヘラレタ線分ハソノ二ツノ分ノ和ニ等シイシ,外分ノ場合ニハ與ヘラレタ線分ハソノ二ツノ分ノ差ニ等シイ.

104. 三角形ノ底ニ平行ナル直線ニヨル比例線

定理 1 三角形ノ一邊ニ平行ナル直線ハ他ノ二邊ヲ同ジ比ニ内分若クハ外分スル.

〔證明〕 △ABC ノ邊 BC ニ平行線ヲ引キ,他ノ二邊 AB, AC(若クハ其ノ延長)ト夫々 D, E デ交ラセヨ. B, E 及 C, D ヲ結べ.



サウスレバ

$$\frac{\triangle ADE}{\triangle BDE}=\frac{AD}{DB}\qquad〔§101,系3〕$$

又 $$\frac{\triangle ADE}{\triangle CDE}=\frac{AE}{EC}\qquad〔同　上〕$$

然ルニ $$DE \parallel BC\qquad〔假　設〕$$

$$\therefore\quad \triangle BDE=\triangle CDE\qquad〔§66,2系1〕$$

$$\therefore\quad \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

系 1 $AB:AD=AC:AE$ 對應分々ガ比例ヲナス

$AB:DB=AC:EC$

系 2 三ツ以上ノ平行線ガ之ト交ル二直線ノ一ツカラ截リ取ル各線分ハ他カラ截リ取ル各部分ニ比例スル.

〔例　題〕

1. 定點 O ヲ通ル任意ノ直線ガ二定平行線ト夫々 P, Q デ交ルトキ, OP : OQ ハ不易デアル.

2. 二圓ガ内切スルトキハ,切點ヲ通ル大圓ノ任意ノ弦ハ小圓ノ周デ皆同ジ比ニ分タレル.

3. △ABC ノ邊 AB 上ノ點 D カラ BC ニ平行線ヲ引イテ邊 AC ト點 E デ交ラセ,又 C カラ EB ニ平行線ヲ引イテ邊 AB ノ延長ト點 F デ交ラセレバ

$$AD : AB = AB : AF$$

4. △ABC ノ邊 AB 上ノ點 D カラ BC ニ平行線ヲ引イテ邊 AC ト點 E デ交ラセ，又 E カラ AB ニ平行線ヲ引イテ邊 BC ト點 F デ交ラセレバ

$$AD : DB = BF : FC$$

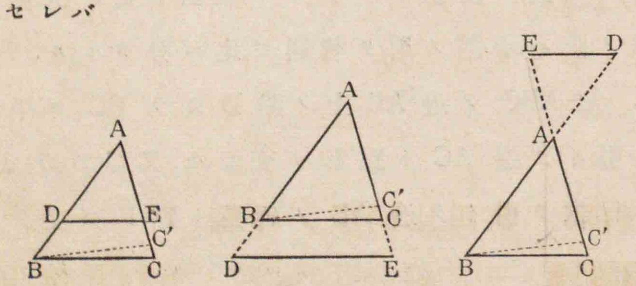
定理 2 三角形ノ二邊ヲ同ジ比ニ内分若クハ同ジ比ニ外分スル直線ハ第三邊ニ平行デアル．

證明 一直線ガ △ABC ノ二邊 AB, AC 若クハ共ニ其ノ延長ト夫々 D, E デ交リ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

デアルトセヨ．

B ヲ通ッテ DE ニ平行線ヲ引キ，AC ト C′ デ交ラセレバ



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC'} \qquad [1]$$

$$\therefore \quad \frac{AE}{EC} = \frac{AE}{EC'}$$

$$\therefore \quad EC = EC'$$

故ニ C′ ト C トハ同一ノ點デアル，卽チ BC′ ハ BC ニ合スル．

$$\therefore \quad DE \parallel BC$$

系 一直線ガ △ABC ノ二邊 AB, AC 若クハ共ニ其ノ延長ト夫々 D, E デ交リ

$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$ 又ハ $\dfrac{AB}{DB} = \dfrac{AC}{EC}$ ナラバ

$$DE \parallel BC$$

例　題

同ジ底邊ヲ有スル △ABC, △ABD ガアル．AB 上ノ一點 E カラ AC, AD ニ平行線ヲ引イテ BC, BD ト夫々 F, G デ交ラセレバ

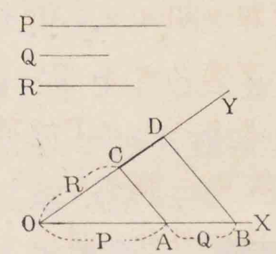
$$FG \parallel CD$$

105. 第四比例項ノ作圖

作圖題 三定線分 (P, Q, R) ノ第四比例項ヲ

求メヨ.

[作圖] 一點Oカラニツノ半直線OX, OYヲ引キ, OX上ニ引續イタ二線分OA, ABヲ夫々P, Qニ等シクトリ,又OY上ニRニ等シイ線分OCヲトリ, A, Cヲ結ビツケ, BカラACニ平行線ヲ引イテOYトDデ交ラセヨ.



サウスレバCDガ所要ノ第四比例項デアル.

[證明] 略スル.

例題

定矩形ト等積デアツテ,且ツ一邊ガ定線分ニ等シイ矩形ヲ作レ.

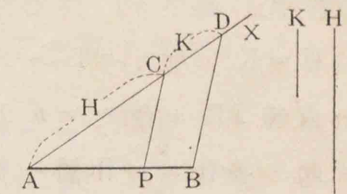
106. 定線分ヲ定比ニ分ケルコト

作圖題 定線分(AB)ヲ他ノ二定線分ノ比(H:K)ニ内分及外分セヨ

(1) 内分ノ場合.

[作圖] Aカラ任意ノ方向ニ直線AXヲ(AB外ニ)引キ,其ノ上ニHニ等シイ線分ACヲトリ,尚引續

イテKニ等シイ線分CDヲトリ, B, Dヲ結ビツケ,CカラDBニ平行線ヲ引イテABトPデ交ラセヨ.



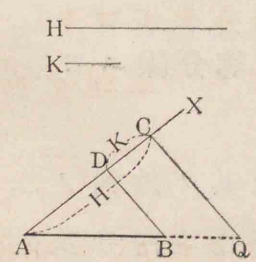
サウスレバPガ所要ノ内分點デアル.

[證明] 略スル.

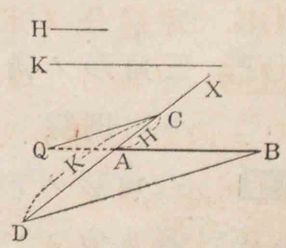
(2) 外分ノ場合.

[作圖] 内分ノ場合ト同樣ニ,先ヅ直線AXヲ引キ,其ノ上ニHニ等シイ線分ACヲトリ,次ニCカラ半直線CA上ニKニ等シイ線分CDヲトリ, B, Dヲ結ビツケ, CカラDBニ平行線ヲ引イテABノ延長トQデ交ラセヨ.

H>Kナル場合



H<Kナル場合



サウスレバQガ所要ノ外分點デアル.

證明 略スル.

H＝K ナラバ D ハ A ニ合スル, 從テ直線 DB ハ直線 AB ニ合スルカラ點 Q ハ求メラレナイ, 卽チ此ノ場合ニハ作圖ハ不可能デアル. 之ハ線分ヲドコデ外分シテモ, ソノ二ツノ分ハ決シテ等シクナイコトニヨツテモ明カデアル.

定理 定線分ヲ定比ニ內分スル點及 1 デナイ定比ニ外分スル點ハ何レモ唯一ツアル.

證明 略スル.

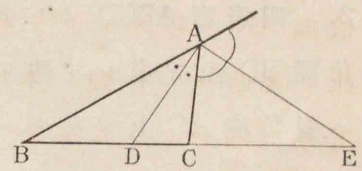
例題

梯形 ABCD ノ兩斜邊 AB, CD 上ニ夫々二點 P, Q ヲ $AP:PB=DQ:QC$ ナルヤウニトレバ, PQ ハ兩底邊ニ平行デアル.

107. 三角形ノ角ノ二等分線ニヨル比例線

定理 三角形ノ頂角及其ノ外角ノ二等分線ハ, 底邊ヲ他ノ二邊ノ比ニ內分及外分スル.

證明 △ABC ノ頂角 A 及其ノ外角ノ二等分線ガ底邊 BC 及其ノ延長ト交ル點ヲ夫々 D, E トセヨ.



サウスレバ △ADB, △ADC ハ A カラノ高サガ共通デアリ, 又 D カラノ高サガ相等シイ. 〔§53, 1 系〕

$\therefore \quad \triangle ADB:\triangle ADC = DB:DC$ 〔§101, 系 3〕

又 $\quad \triangle ADB:\triangle ADC = AB:AC$ 〔同 上〕

$\therefore \quad DB:DC = AB:AC$

同樣ニ $\quad EB:EC = AB:AC$

ヲ證明スルコトガ出來ル.

系 三角形ノ底邊ヲ他ノ二邊ノ比ニ內分又ハ外分スル點ト頂點トヲ結ビツケル直線ハ, 夫々頂角又ハ其ノ外角ヲ二等分スル.

例題

1. △ABC ノ底邊 BC ノ中點ヲ D トシ, ∠ADB 及 ∠ADC ノ二等分線ガ夫々 AB, AC ト交ル點ヲ

E, F トスレバ

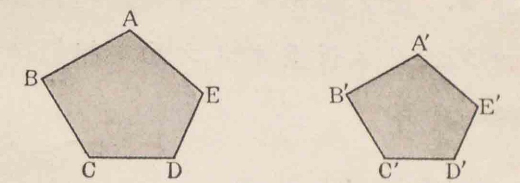
$$EF \parallel BC$$

2. 四邊形 ABCD ノ二角 A 及 C ノ二等分線ガ對角線 BD 上デ交レバ,他ノ二角 B 及 D ノ二等分線ハ對角線 AC 上デ交ル.

第二章 相似形

108. 相似形

同邊數ノ二ツノ多角形例ヘバ ABCDE, A′B′C′D′E′ ニ於テ



$$\angle A=\angle A',\ \angle B=\angle B',\ \angle C=\angle C',\ \angle D=\angle D',\ \angle E=\angle E'$$

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'}$$

ナラバ,此ノ兩多角形ハ互ニ相似デアル. 〔§22〕

多角形 ABCDE, A′B′C′D′E′ ガ互ニ相似ナルコトヲ **ABCDE ∽ A′B′C′D′E′** ト書ク.

二ツノ相似多角形ノ對應邊ノ比ヲ其ノ**相似比**トイフ.

同ジ多角形ニ相似ナル二ツノ多角形ハ亦互ニ相似デアル.

注意 合同ナル多角形ハ相似多角形ノ特別ナ場合デ,其ノ相似比ガ 1 ニ等シイモノデアル.

例題

1. 二ツノ相似多角形ノ周ノ比ハ其ノ相似比ニ等シイ.

2. 或矩形ヲ二ツニ折重ネタラ元ト相似ノ矩形ガ出來タ. 此ノ矩形ノ二邊ノ比ハ何カ.

之ヲマタ二ツニ折重ネタラ元ト相似ノ矩形ガ出來ルカ.

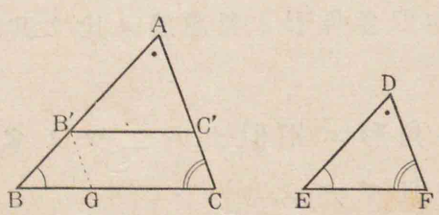
109. 三角形ノ相似

定理1 對應スル角ガ相等シイ二ツノ三角形ハ互ニ相似デアル.

證明 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$ 從テ $\angle C=\angle F$

トセヨ.



邊 AB 上ニ DE ニ等シク AB' ヲトリ, マタ邊 AC 上ニ DF ニ等シク AC' ヲトツテ, B' ト C' トヲ結べ.

サウスレバ $\triangle AB'C'$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$$AB'=DE,\quad AC'=DF$$ 〔作圖〕

$$\angle A=\angle D$$ 〔假設〕

$$\therefore\quad \triangle AB'C' \equiv \triangle DEF$$

從テ $\angle AB'C'=\angle E=\angle B$

$$\therefore\quad B'C' \parallel BC$$

$$\therefore\quad (1)\quad \frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}$$ 〔§104, 1系1〕

次ニ B' カラ AC ニ平行線ヲ引イテ BC ト G デ交ラセレバ

$$\frac{AB}{AB'}=\frac{CB}{CG}$$

然ルニ $CG=C'B'$

$$\therefore\quad (2)\quad \frac{AB}{AB'}=\frac{CB}{C'B'}$$

(1),(2) カラ $\dfrac{AB}{AB'}=\dfrac{AC}{AC'}=\dfrac{CB}{C'B'}$

$$\therefore\quad \frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$$

$$\therefore\quad \triangle ABC \backsim \triangle DEF$$

系1 三角形ノ一邊ニ平行ナル直線ト他ノ二邊又ハ其ノ延長トデ出來ル三角形ハ

元ノ三角形ニ相似デアル.

系2 一鋭角ガ相等シイ二ツノ直角三角形ハ互ニ相似デアル.

例題

1. 二ツノ相似三角形ノ相對應スル高サ(對應スル邊ヲ何レモ底邊トシタトキノ高サ)ノ比ハ其ノ相似比ニ等シイ.

2. 圓外ノ點カラ此ノ圓ニ切線ト割線ヲ引キ, 切線ノ切點ヲB, 割線ト圓周トノ交點ヲC, Dトスレバ

$$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$$

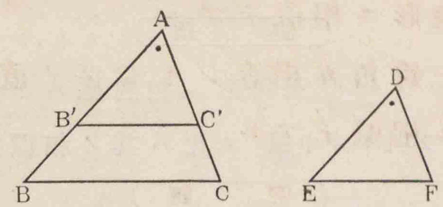
3. 三邊ガ夫々互ニ平行若クハ夫々互ニ垂直ナル二ツノ三角形ハ互ニ相似デアル.

定理2 一角ト之ヲ夾ム二邊ノ比トガ夫夫相等シイ二ツノ三角形ハ互ニ相似デアル.

證明 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$$\angle A = \angle D, \quad \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$$

トセヨ.



邊AB上ニDEニ等シクAB′ヲトリ,マタ邊AC上ニDFニ等シクAC′ヲトツテ, B′, C′ヲ結ベ.

サウスレバ $\triangle AB'C'$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$AB' = DE$ 〔作圖〕

$AC' = DF$ 〔同上〕

$\angle A = \angle D$ 〔假設〕

$\therefore \triangle AB'C' \equiv \triangle DEF$

而シテ $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{DE}{DF}$ 〔假設〕

$\therefore \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AB'}{AC'}$

$\therefore \dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'}$

$\therefore B'C' /\!/ BC$ 〔§104, 2〕

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AB'C'$ 〔1 系1〕

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$

例題

1. 二ツノ相似三角形ノ相對應スル中線(對應スル頂點カラ引イタ中線)ノ比ハ其ノ相似比ニ等シイ.

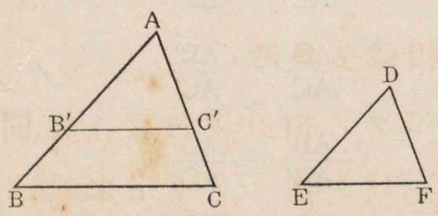
2. 三角形ノ一頂點カラ底邊ヘ引イタ垂線ガ底邊ヲ内分シ,ソノ二ツノ分ノ比例中項ナルトキハ,此ノ三角形ハ直角三角形デアル.

定理3 三邊ガ比例スル二ツノ三角形ハ互ニ相似デアル.

證明 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ

$$\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$$

トセヨ.



邊 AB 上ニ DE ニ等シク AB′ ヲトリ, B′ カラ BC ニ平行線ヲ引イテ AC ト C′ デ交ラセヨ.

サウスレバ

$$\triangle ABC \backsim \triangle AB'C' \qquad \text{〔1系1〕}$$

$$\therefore \quad \frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}=\frac{BC}{B'C'}$$

然ルニ $AB'=DE$ 〔作圖〕

$$\therefore \quad \frac{AB}{DE}=\frac{AC}{AC'}$$

又 $\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{AC}{DF}$ 〔假設〕

$$\therefore \quad \frac{AC}{AC'}=\frac{AC}{DF}$$

$$\therefore \quad AC'=DF$$

同様ニ $B'C'=EF$

$$\therefore \quad \triangle AB'C' \equiv \triangle DEF$$

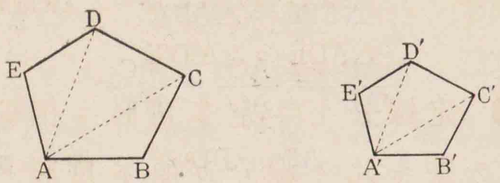
$$\therefore \quad \triangle ABC \backsim \triangle DEF$$

110. 相似多角形

定理 二ツノ相似多角形ハ各同數ノ相似三角形ニ分ケルコトガ出來ル.

證明 例ヘバ ABCDE, A′B′C′D′E′ ヲ互ニ相似ナル二ツノ五邊形トセヨ.

先ヅ ABCDE ノ一頂點 A カラ對角線 AC, AD ヲ



引キ,次ニ $A'B'C'D'E'$ ノ A ニ對應スル頂點 A' カラ對角線 $A'C'$, $A'D'$ ヲ引ケ. サウスレバ兩多角形ハ同數ノ三角形ニ分タレル.

サテ $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トニ於テ

$$\angle B = \angle B' \quad \text{〔假設〕}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \quad \text{〔同上〕}$$

$$\therefore \quad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C' \quad \text{〔前節 2〕}$$

$$\therefore \quad (1) \quad \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$(2) \quad \angle BCA = \angle B'C'A'$$

次ニ $\triangle ACD$ ト $\triangle A'C'D'$ トニ於テ

$$\frac{CD}{C'D'} = \frac{BC}{B'C'} \quad \text{〔假設〕}$$

$$= \frac{AC}{A'C'} \quad \text{〔(1) カラ〕}$$

$$\text{又} \quad \angle BCD = \angle B'C'D' \quad \text{〔假設〕}$$

$$\therefore \quad \angle ACD = \angle A'C'D' \quad \text{〔(2) カラ〕}$$

$$\therefore \quad \triangle ACD \backsim \triangle A'C'D' \quad \text{〔前節 2〕}$$

同樣ニ $\triangle ADE \backsim \triangle A'D'E'$

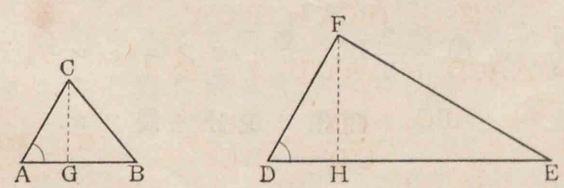
作圖題 定線分上ニ定多角形ニ相似ナル多角形ヲ畫キ此ノ線分ガ原多角形ノ一定邊ニ對應スルヤウニセヨ.

〔解〕 略スル.

111. 一角ガ相等シイ三角形ノ面積ノ比

定理 一角ガ相等シイ二ツノ三角形ノ面積ノ比ハ此ノ角ヲ夾ム二邊ノ積ノ比ニ等シイ.

〔證明〕 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於テ $\angle A = \angle D$ トセヨ.



$\triangle ABC$ ノ邊 AB ヲ底邊トスルトキノ高サヲ CG トシ, $\triangle DEF$ ノ邊 DE ヲ底邊トスルトキノ高サヲ FH トスレバ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle DEF}=\frac{AB}{DE}\times\frac{CG}{FH}$$ 〔§101, 系2〕

然ルニ $\triangle ACG \backsim \triangle DFH$ 〔§109, 1系2〕

$$\therefore \quad \frac{CG}{FH}=\frac{AC}{DF}$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF}=\frac{AB}{DE}\times\frac{AC}{DF}=\frac{AB\cdot AC}{DE\cdot DF}$$ 〔§101〕

例題

1. 一ツノ三角形ノ一角ト他ノ三角形ノ一角トガ互ニ補角ナラバ,此ノ兩三角形ノ面積ノ比ハ此ノ角ヲ夾ム二邊ノ積ノ比ニ等シイ.

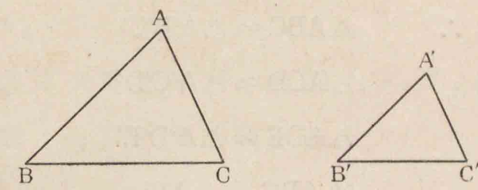
2. 一角ガ相等シイ二ツノ平行四邊形ノ面積ノ比ハ其ノ二隣邊ノ積ノ比ニ等シイ.

3. $\triangle ABC$ ノ二邊 AB, BC 上ニ夫々點 D, E ヲ, $AD=\frac{1}{4}AB$, $BE=\frac{2}{3}BC$ ナルヤウニトレバ, $\triangle BDE$ ノ面積ハ $\triangle ABC$ ノ面積ノ幾分ノ幾ツカ.

112. 相似形ノ面積

定理1 二ツノ相似三角形ノ面積ノ比ハ其ノ對應邊ノ平方ノ比ニ等シイ.

證明 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ トセヨ.



サウスレバ $\angle A=\angle A'$

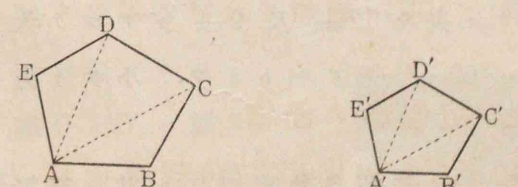
$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\frac{AB}{A'B'}\times\frac{AC}{A'C'}$$ 〔前節〕

而シテ $$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$$ 〔假設〕

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2=\frac{AB^2}{A'B'^2}$$

定理2 二ツノ相似多角形ノ面積ノ比ハ其ノ對應邊ノ平方ノ比ニ等シイ.

證明 例ヘバ ABCDE, A'B'C'D'E' ヲ二ツノ相似ナル五邊形トシ,ソノ對應スル一組ノ頂點 A, A' ヲ通ツテ夫々對角線ヲ引ケ.



サウスレバ兩五邊形ハ同數ノ相似三角形ニ分

タレル.　〔§110〕

$$\therefore \quad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

$$\triangle ACD \backsim \triangle A'C'D'$$

$$\triangle ADE \backsim \triangle A'D'E'$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'} = \frac{AB^2}{A'B'^2} \qquad [1]$$

$$\frac{\triangle ACD}{\triangle A'C'D'} = \frac{CD^2}{C'D'^2} = \frac{AB^2}{A'B'^2} \qquad [同上]$$

同様ニ
$$\frac{\triangle ADE}{\triangle A'D'E'} = \frac{AB^2}{A'B'^2}$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ABC + \triangle ACD + \triangle ADE}{\triangle A'B'C' + \triangle A'C'D' + \triangle A'D'E'} = \frac{AB^2}{A'B'^2}$$ 加比ノ理

〔§100, 6〕

即チ
$$\frac{五邊形ABCDE}{五邊形A'B'C'D'E'} = \frac{AB^2}{A'B'^2}$$

例　題

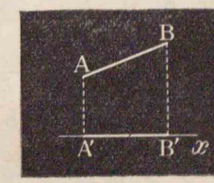
1.　二ツノ相似多角形ガアル,其ノ一組ノ對應邊ノ長サハ夫々 12 cm 及 9 cm デアツテ大キイ方ノ面積ハ 60 cm² デアルトイフ. 小サイ方ノ面積ハ幾ラカ.

2.　二ツノ相似多角形ガアル,其ノ面積ハ夫々 100 m² 及 64 m² デアツテ,大キイ方ノ一邊ノ長サハ 7 m デアル. 小サイ方ノ之ニ對應スル邊ノ長サハ幾ラカ.

3.　縮尺十萬分ノ一ノ地圖上デ 20 cm² アル地面ノ實際ノ面積ハ大約幾平方粁カ.

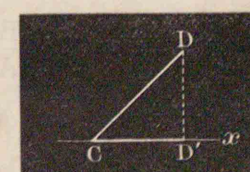
113. 直射影

線分ノ兩端カラ他ノ直線上ニ下シタ垂線ノ足ノ間ノ部分ヲ,其ノ線分ノ此ノ直線上ニ於ケル直射影(又ハ正射影又ハ略シテ射影)トイヒ,此ノ直線ヲ其ノ直射影ノ軸トイフ.



圖デ,線分 A'B' ハ線分 AB ノ直線 x 上ニ於ケル直射影デアツテ,直線 x ハ此ノ射影ノ軸デアル.

若シ線分ノ一端ガ射影ノ軸上ニアルトキハ,其ノ端ト他ノ端カラ下シタ垂線ノ足トノ間ノ部分ガ其ノ直射影デアル.



圖デ,線分 CD' ハ線分 CD ノ直線 x 上ニ於ケル直射影デアル.

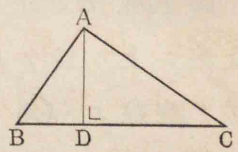
114. 直角三角形ニ於ケル比例線

定理 直角三角形ニ於テ

(1) 直角ノ頂點カラ斜邊ニ下シタ垂線ハ,其ノ足デ分タレタ斜邊ノ二ツノ分ノ比例中項デアル.

(2) 直角ノ各邊ハ,斜邊上ニ於ケル其ノ直射影ト斜邊トノ比例中項デアル.

(3) 直角ノ各邊ノ平方ノ比ハ,斜邊上ニ於ケル其ノ二邊ノ直射影ノ比ニ等シイ.



證明 (1) 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 A カラ斜邊 BC ニ下シタ垂線ノ足ヲ D トセヨ.

サウスレバ直角三角形 ABD 及 CAD ニ於テ

$$\angle B = \angle CAD$$

$$\therefore \quad \triangle ABD \backsim \triangle CAD$$

$$\therefore \quad \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$$

(2) 直角三角形 ABC 及 DBA ハ $\angle B$ ヲ共有スル.

$$\therefore \quad \triangle ABC \backsim \triangle DBA$$

$$\therefore \quad \frac{BC}{BA} = \frac{BA}{BD}$$

同様ニシテ $\dfrac{CB}{CA} = \dfrac{CA}{CD}$

(3) 上ノ二式カラ

$$AB^2 = BC.BD$$

$$AC^2 = BC.CD$$

$$\therefore \quad AB^2 : AC^2 = BD : CD$$

系1 圓周上ノ一點カラ一ツノ直徑ニ下シタ垂線ノ平方ハ,其ノ足デ分タレタ此ノ直徑ノ二ツノ分ノ積ニ等シイ.

系2 圓ノ弦ノ平方ハ,其ノ一端ヲ通ル直徑ノ上ニ於ケル其ノ弦ノ直射影ト直徑トノ積ニ等シイ.

例題

1. 圓ノ平行ナル二切線ガ,點Aデ切スル第三ノ切線ト交ル點ヲ P, Q トスレバ,此ノ圓ノ半徑ハ AP, AQ ノ比例中項デアル.

2. 圓周上ノ一點 P カラ直徑 AB ニ引イタ垂線ハ, A, B カラ P ニ於ケル切線ニ引イタ二ツノ垂

線ノ比例中項デアル.

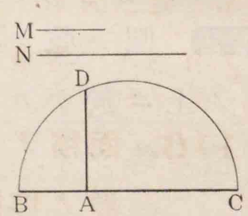
3. 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 A カラ斜邊 BC ニ垂線 AD ヲ引キ,次ニ ∠B ノ二等分線ヲ引イテ AC, AD ト夫々 E, F デ交ラセレバ

$$DF : AF = AE : CE$$

115. 比例中項ノ作圖

作圖題 二定線分 (M, N) ノ比例中項ヲ求メヨ.

作圖 1. 一直線上ノ一點 A カラ其ノ兩側ニ, M ニ等シク AB ヲ, N ニ等シク AC ヲトリ, 線分 BC ヲ直徑トシテ半圓ヲ畫キ, A カラ BC ニ垂線ヲ引イテ此ノ半圓周ト D デ交ラセヨ.

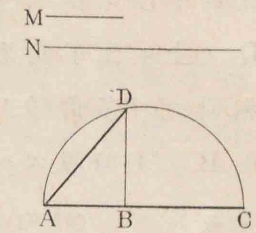


サウスレバ線分 AD ガ M ト N トノ比例中項デアル.

證明 略スル.

作圖 2. 一直線上ノ一點 A カラ其ノ同ジ側ニ, M ニ等シク AB ヲ, N ニ等シク AC ヲトリ, AB,

AC ノ中ノ大キイ方 AC ヲ直徑トシテ半圓ヲ畫キ, B カラ AB ニ垂線ヲ引イテ此ノ半圓周ト D デ交ラセ, A ト D トヲ結ビツケヨ.



サウスレバ線分 AD ガ所要ノ比例中項デアル.

證明 略スル.

例題

1.* 定矩形ト等積ナル正方形ヲ作レ.

2.* 定多角形ト等積ナル正方形ヲ作レ.

3. 定三角形ト等積デアツテ且ツ之ト同ジ頂角ヲ有スル二等邊三角形ヲ作レ.

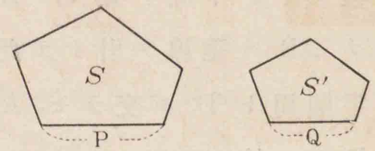
116. 面積ノ比ガ與ヘラレタ相似形ノ作圖

作圖題 定多角形ニ相似ナル多角形ヲ畫キ,其ノ面積ガ元ノ $\frac{m}{n}$(m, n ハ整數) ナルヤウニセヨ.

作圖 定多角形ノ一邊ヲ P トスルトキ, P ト $\frac{m}{n}$P (卽チ P ヲ n 等分シタモノノ m 倍ニ等シイ線分) ト

ノ比例中項ヲ作リ〔前節〕,之ヲQトスル.

Qノ上ニ定多角形ニ相似ナル多角形ヲ,QトPトガ對應スルヤウニ作ル. 〔§110〕



サウスレバ之ガ求メル多角形デアル.

〔證明〕 定多角形ノ面積ヲS,新多角形ノ面積ヲS'トスレバ

$$\frac{S}{S'}=\frac{P^2}{Q^2} \qquad \text{〔§112〕}$$

$$=\frac{P^2}{P.\frac{m}{n}P} \qquad \text{〔作圖〕}$$

$$=\frac{n}{m}$$

$$\therefore \quad S'=\frac{m}{n}S$$

例題

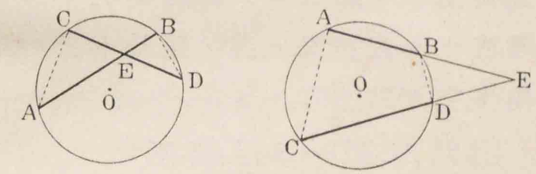
1. 定多角形ト相似デアツテ,面積ガ其ノ半分ナル多角形ヲ作レ.

2. 三角形ノ一邊ニ平行ナル直線ヲ引イテ其ノ面積ヲ二等分セヨ.

117. 圓ノ弦ノ分ノ積

定理1 圓ノ二弦若クハ其ノ延長ガ相交ルトキハ,其ノ交點デ分タレル各弦ノ分ノ積ハ相等シイ.

〔證明〕 圓Oノ二弦 AB, CD 若クハ其ノ延長ノ交點ヲEトセヨ.



A, C及B, Dヲ結ビツケレバ $\triangle EAC$ ト $\triangle EDB$ トニ於テ

$$\angle AEC=\angle DEB$$

$$\angle ACE=\angle DBE$$

$$\therefore \quad \triangle EAC \backsim \triangle EDB$$

$$\therefore \quad \frac{AE}{CE}=\frac{DE}{BE}$$

$$\therefore \quad AE.BE=CE.DE$$

系 二線分若クハ共ニ其ノ延長ガ相交リ,其ノ交點デ分タレタ各線分ノ二ツノ分

ノ積ガ相等シケレバ此ノ二線分ノ端ハ一圓周上ニアル.

例　題

1. 三角形ノ各頂點カラ其ノ對邊ヘ引イタ垂線ガ垂心ニ於テ内分又ハ外分サレル二ツノ分ノ積ハ相等シイ.

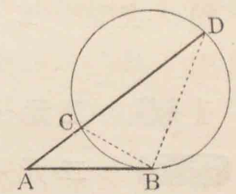
2. 圓周上ノ一點Aカラ直線ヲ引キ,Aヲ通ル直徑ニ垂直ナル直徑又ハ其ノ延長ト交ル點ヲCトシ,圓周ト交ル點ヲDトスレバ

$$AC.AD = 2.(\text{圓ノ半徑})^2$$

3. 相交ル二圓ノ共通弦又ハ其ノ延長上ノ一點Pヲ通ッテ二直線ヲ引クトキ,一ツノ直線ガ一ツノ圓トC,Dデ交リ,他ノ直線ガ他ノ圓トE,Fデ交レバ,四點C,D,E,Fハ同一圓周上ニアル.

定理2 圓外ノ一點カラ引イタ切線ノ平方ハ,其ノ點カラ引イタ割線上ノ弦ガ其ノ點デ外分サレル二ツノ分ノ積ニ等シイ.

證明 圓外ノ一點Aカラ引イタ切線ノ切點ヲBトシ,Aカラ引イタ割線デ出來ル弦ヲCDトセヨ.



C,Dヲ各々Bニ結ビツケレバ,△ABDト△ACBトニ於テ

$\angle A$ ハ共通

$\angle ADB = \angle ABC$ 〔§ 83〕

$$\therefore \quad \triangle ABD \backsim \triangle ACB$$

$$\therefore \quad \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore \quad AB^2 = AC.AD$$

系 圓ノ弦ヲ任意ノ點デ外分シタトキ,ソノ二ツノ分ノ積ガ,其ノ點ト圓周上ノ或點トヲ結ブ線分ノ平方ニ等シケレバ此ノ線分ハ其ノ點デ其ノ圓ニ切スル.

例　題

1. 二定點ヲ結ビツケル線分ノ延長上ノ一點カラ,此ノ二點ヲ通ル數多ノ圓ヘ引イタ切線ノ長サハ皆相等シイ.

2. 圓外ノ一點Aカラ此ノ圓ニ割線ヲ引キ圓周トノ交點ヲB,Cトスル,次ニAカラ任意ノ方向ニ直線ヲ引キ,其ノ上ニAカラ引イタ切線ト等長ノ線分ADヲトリ,DB,DC又ハ其ノ延長ト圓周ト

ノ他ノ交點ヲ E, F トスレバ EF // AD

118. 二元一次方程式ノぐらふ

定理 二元一次方程式ノぐらふハ直線デアル.

證明 二元一次方程式ノ一般ナル形ハ

(1) $$ax+by+c=0$$

之ヲ y ニツイテ解ケバ

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

トナル. 今

$$-\frac{a}{b}=m,\quad -\frac{c}{b}=n$$

ト置ケバ, (1) ハ次ノ形ニナル.

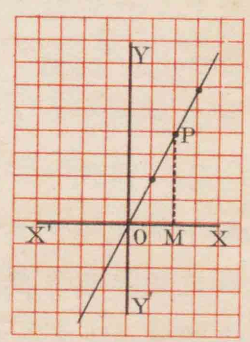
$$y=mx+n$$

ソコデ先ヅ $n=0$ ノ場合,

例ヘバ

$$y=2x$$

ヲ考ヘヨウ.



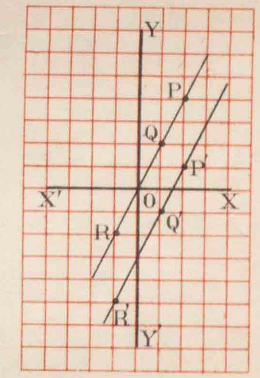
座標ノ原點ヲ O トシ, x ノ任意ノ値例ヘバ OM ニ應ズルぐらふ上ノ點ヲ P トスレ

バ, △OPM ハ直角三角形デ,其ノ直角ヲ夾ム二邊ノ比 OM:MP ハ常ニ 1:2 デ一定ダカラ此ノ三角形ハ常ニ相似,從テ ∠POM ガ一定デアル. 故ニコノぐらふハ O ヲ通ル直線デアルコトガワカル.

次ニ $n\neq 0$ ノ場合,例ヘバ

$$y=2x-3$$

ヲ考ヘヨウ.



上ニ示シタ $y=2x$ ノぐらふ上ノ一點ヲ P トスレバ,同ジ x ニ應ズル $y=2x-3$ ノぐらふ上ノ點ハ, P ノ y 座標ノ上ニ P カラ 3 ニ等シイ長サヲ下方ニトツタ點 P′ デアル.

因テ $y=2x-3$ ノぐらふハ $y=2x$ ノぐらふ卽チ直線 OP 上ノ點 P, Q, R 等カラ常ニ 3 ニ等シイ長サダケ下方ニトツタ點 P′, Q′, R′ 等ノ集リデアル.

サテ $$PP' \doteqdot QQ' \doteqdot RR' \text{ 等}$$

$$\therefore\quad P'Q' /\!/ PQ,\quad Q'R' /\!/ QR \text{ 等}$$

故ニ $y=2x-3$ ノぐらふハ OP ニ平行ナル一ツノ直線デアル.

例題

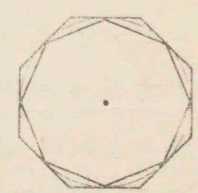
1. $y=x$ ノぐらふハ座標軸ノナス角 XOY ヲ二等分スル直線デアル.

2. $y=mx+n$ ノぐらふト $y=mx+n'$ ノぐらふトハ互ニ平行デアル.

119. 圓ノ周

圓ニ内接スル多角形ノ周ハ圓ノ周ヨリ小サイ,マタ圓ニ外接スル多角形ノ周ハ圓ノ周ヨリ大キイ.

今,圓ニ内接及外接スル任意ノ正多角形ヲ考ヘ,其ノ邊數ヲ段々多クスレバ,内接正多角形ノ周ハ段々大キクナリ外接正多角形ノ周ハ段々小サクナツテ何レモ段々圓ノ周ニ近ヅキ,邊數ヲ非常ニ多クスレバ何レモ限リナク圓ノ周ニ近ヅク. コノコトヲ

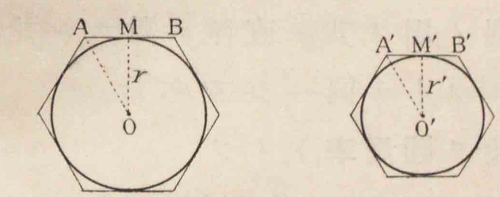


圓ノ周ハ其ノ内接正多角形又ハ外接正多角形ノ邊數ヲ限リナク多クスルトキ,此ノ多角形ノ周ノ極限デアル

トイフ.

二圓 O, O′ ノ半徑ヲ夫々 r, r' トシ,其ノ圓ノ周ヲ夫々 c, c' トセヨ.

今,此ノ二圓ニ外接スル同ジ邊數ノ正多角形ヲ畫キ,其ノ一邊ヲ夫々 AB, A′B′, ソレガ圓ニ切スル點ヲ夫々 M, M′, 其ノ周ヲ夫々 p, p' トシ,邊數ヲ n トスレバ



$$AB = 2.AM, \qquad A'B' = 2.A'M'$$

$$p = n.AB, \qquad p' = n.A'B'$$

$$\therefore \quad \frac{p}{p'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AM}{A'M'}$$

又 $$\triangle OAM \backsim \triangle O'A'M'$$

$$\therefore \quad \frac{AM}{A'M'} = \frac{OM}{O'M'} = \frac{r}{r'}$$

$$\therefore \quad \frac{p}{p'} = \frac{r}{r'}$$

卽チ邊ノ數ニ拘ラズ此等正多角形ノ周ノ比

ハ常ニ內接圓ノ半徑ノ比ニ等シクテ一定デアル.

故ニ此ノ正多角形ノ邊數ヲ限リナク多クスルトキノ極限卽チ二圓ノ周ニツイテモ亦同ジ式ガ成リ立ツ. 卽チ

$$\frac{c}{c'}=\frac{r}{r'}$$

$$\therefore \quad \frac{c}{2r}=\frac{c'}{2r'}$$

卽チ圓ノ周ノ其ノ直徑ニ對スル比ハ總テノ圓ニツイテ同一デアル.

此ノ比ヲ**圓周率**トイフ.

圓周率ヲ通例ぎりしや文字πデ表ハス.

卽チ $$\frac{c}{2r}=\pi$$

$$\therefore \quad c=2\pi r$$

圓ノ周ハ直徑ニ圓周率ヲ掛ケタモノニ等シイ.

サテ圓ニ外接スル正方形ノ周ハ直徑ノ4倍ニ等シイシ,圓ニ內接スル正六邊形ノ周ハ直徑ノ3倍ニ等シイカラ,圓ノ周ハ直徑ノ3倍ヨリ大キクテ4倍ヨリ小サイ.

因テ圓周率ハ3ト4ノ間ノ數デアルコトダケハ容易ニワカル.

πハ無理數デアル,卽チ分數デハ正シイ値ヲ表ハスコトガ出來ナイ.

今其ノ値ヲ小數第十五位マデ求メタモノヲ示セバ

$$\pi=3.141592653589793\cdots\cdots$$

實用上デハ通例πノ値トシテ

$$3.1416 \quad 又ハ \quad \frac{355}{113} \quad (=3.1415929\cdots\cdots)$$

ヲ用ヒル.

極メテ大略ノ計算ヲスルトキニハ,πヲ

$$3.14 \quad 又ハ \quad \frac{22}{7} \quad (=3.142\cdots\cdots)$$

トシテイヽ.

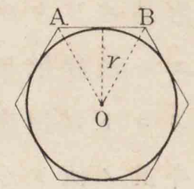
120. 圓ノ面積

前節ニ述べタノト同樣ナ事柄ガ圓ノ面積ニツイテモ成リ立ツ. 卽チ

圓ノ面積ハ其ノ內接正多角形又ハ外接正多角形ノ邊數ヲ限リナク多クスルトキ,

此ノ多角形ノ面積ノ極限デアル.

今圓Oノ半徑ヲr,其ノ面積ヲS,之ニ外接スル正n邊形ノ一邊ヲAB,周ヲp,其ノ面積ヲS'トスレバ



$$S' = n.(\triangle \mathrm{OAB}) = n.\frac{1}{2}\mathrm{AB}.r = \frac{1}{2}(n.\mathrm{AB}).r$$
$$= \frac{1}{2}.p.r$$

即チ邊ノ數ニ拘ラズ外接正多角形ノ面積ハ其ノ周ト圓ノ半徑トノ積ノ半分ニ等シイ.

サテnヲ限リナク大キクスルトキノpノ極限ハ圓ノ周即チ$2\pi r$デアツテ,其ノトキノS'ノ極限ハ圓ノ面積Sデアル.

$$\therefore \quad S = \frac{1}{2}(2\pi r).r = \pi r^2$$

圓ノ面積ハ半徑ノ平方ニ圓周率ヲ掛ケタモノニ等シイ.

例題

1. 半徑3mノ圓ノ周及面積ヲ計算セヨ. 但シ$\pi = 3.1416$トセヨ.

2. 周ガ2mナル圓ノ面積ヲm²ノ小數第四位マデ正シク計算セヨ. 但シ$\pi = \dfrac{355}{113}$トセヨ.

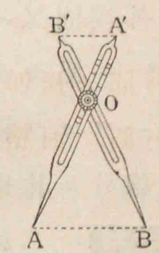
3. 半徑2mノ圓ニ於テ60°ノ中心角ニ對スル弧ト,ソレヲ張ル弦トデ出來ル弓形ノ面積ヲm²ノ小數第二位マデ計算セヨ. 但シ$\pi = \dfrac{22}{7}$トセヨ.

問題

1. 頂角又ハ一底角ガ相等シイ二ツノ二等邊三角形ハ互ニ相似デアル.

2. 斜邊ト他ノ一邊トノ比ガ相等シイ二ツノ直角三角形ハ互ニ相似デアル.

3. 圖ハ比例こんぱすトイフ器具デアツテ, OA = OB, OA′ = OB′, 且ツOニアル「ネジ」ヲこんぱすノ竿ニアル適當ノ目盛リノ所ニ動カシテOA:OA′ヲ任意ノ比ニ等シクスルコトガ出來ル.

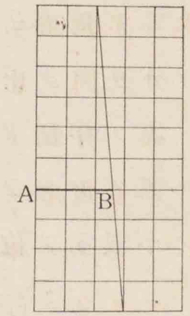


此ノ器具ヲ用ヒテ定線分ABト定比ヲモツ線分A′B′ヲ簡單ニ作リ得ルコトヲ示セ.

4. 次頁ノ方眼ノ目盛リ一ツヲ1cmトスレバ,線

分 AB ノ長サハ 2.6 cm ナルコトヲ示セ.

之ニ倣ツテ 0.3 cm, 3.2 cm, 及 4.6 cm ノ長サヲ作レ.



此ノ方法ヲ**對角線尺**トイフ.

5. 二ツノ相似三角形ノ相似比ハ其ノ外接圓又ハ内接圓ノ半徑ノ比ニ等シイ.

6. 相似三角形ノ面積ハ其ノ外接圓又ハ内接圓ノ半徑ノ平方ニ比例スル.

7. 同ジ邊數ノ二ツノ正多角形ノ相似比ハ其ノ外接圓又ハ内接圓ノ半徑ノ比ニ等シイ.

8.* 一點カラ引イタ數多ノ直線ガ二平行線中ノ一ツカラ截リ取ル各線分ハ,他カラ截リ取ル各線分ニ比例スル.

定義 二線分ガ互ニ比例スル同數ノ部分ニ(同ジ順ニ)分タレルトキハ,此ノ二線分ハ相似ニ分タレタトイフ.

9.* 平行ナル二線分ガ相似ニ分タレルトキハ,其ノ對應スル分點ヲ結ビツケル直線ハ皆平行デアルカ又ハ一點デ出會フ.

10.* 多角形ノ各頂點ヲ一ツノ點ニ結ビツケル線分ヲ同ジ比ニ内分(又ハ外分)シ,其ノ各分點ト次次ノ分點トヲ順ニ結ビツケテ得ル多角形ハ元ノ多角形ニ相似デアル.

11.* 二ツノ相似多角形ヲ,其ノ各對應邊ガ平行ナルヤウニ置クコトガ出來ル,而シテ此ノ場合ニ其ノ對應スル頂點ヲ結ビツケル直線ハ皆平行デアルカ又ハ一點デ出會フ.

定義 コノヤウニ置カレタ兩相似形ハ**相似ノ位置**ニアルトイフ. マタ上ノ會點ヲ此ノ場合ニ於ケル兩相似形ノ**相似ノ中心**トイフ.

12.* 一ツノ圓ニ就テ,中心角ト之ニ對スル弧トハ互ニ比例スル.

13. 扇形ノ面積ハ其ノ弧ノ長サト半徑トノ積ノ半分ニ等シイ.

14. 半徑 r ナル扇形ノ角ヲ k° トスレバ

$$弧ノ長サ = \frac{k\pi r}{180}, \quad 面積 = \frac{k\pi r^2}{360}$$

定義 二圓ノ中心ヲ結ブ線分ヲ其ノ半徑ノ比ニ内分及外分シタ二點ヲ何レモ此ノ二圓ノ相似

ノ**中心**トイヒ,内分シタ方ヲ相似ノ**内心**,外分シタ方ヲ相似ノ**外心**トイフ.

15.* 二圓ノ相似ノ中心カラ一方ノ圓ニ引イタ切線ハ他ノ圓ニモ切スル,即チ此ノ二圓ノ共通切線デアル.

16.* 二圓ノ内共通切線(二圓ガ共通切線ノ兩側ニ一ツヅツアルモノ)及外共通切線(二圓ガ共通切線ノ一方ニアルモノ)ハ夫々此ノ二圓ノ相似ノ内心及外心ヲ通ル.

17. 二圓ノ相似ノ中心ヲ通ル直線カラ各圓周ガ截リ取ル弦ノ比ハ半徑ノ比ニ等シイ.

18. 二ツノ同心圓ノ周ノ間ニアル輪狀部分ノ面積ハ内圓ニ切スル外圓ノ弦ヲ直徑トスル圓ノ面積ニ等シイ.

19. 二定圓ノ周ノ和又ハ差ニ等シイ周ヲ有スル圓ヲ畫ケ.

20. 二定圓ノ面積ノ和又ハ差ニ等シイ面積ヲ有スル圓ヲ畫ケ.

第三章 鋭角ノ三角函數

121. 變數,常數,函數

例ヘバ「半徑ガ r ナル圓ノ周ヲ c トスレバ

$$c = 2\pi r$$

デアル」トイフヤウナトキノ r ハドンナ値デモイイ. 此ノ場合ニ r ヲ**變數**トイフ.

一般ニ,一ツノ問題ヲ取扱フ間ニ色々ノ値ヲ代表スル文字ヲ**變數**トイフ.

上ノ例デ c モ亦色々ニ變ル,即チ色々ノ値ヲ代表スルカラ變數デアル.

2 ヤ π ハ變ラナイ,此等ヲ**常數**トイフ.

サテ r モ c モ變數ダガ,若シ r ガ定マレバ c ハ定マル. コノトキニ c ヲ r ノ函數トイフ.

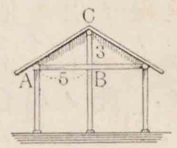
一般ニ,二ツノ變數ガアツテ其ノ一方ノ値ヲ定メレバ之ニ應ジテ他ノ値ガ定マルトキハ,後ノ變數ヲ前ノ變數ノ**函數**トイフ.

例ヘバ $y = 3x^2 - 2x + 8$ ニ於テ,x ガ定マレバ y ハ定マルカラ,y ハ x ノ函數デアル.

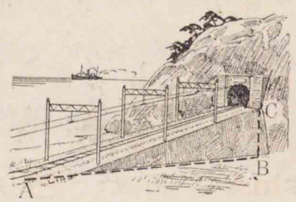
マタ例ヘバ正方形ノ邊ガ定マレバ其ノ面積ハ定マルカラ,正方形ノ面積ハ其ノ邊ノ函數デアル.

122. 勾配

屋根ヤ道路ナドノ傾斜ノ度合ヲ表ハスノニ通常勾配トイフ語ヲ用ヒル.



例ヘバ右圖ノ屋根ノ勾配ガ$\frac{3}{5}$デアルトイフノハ$\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$ノ意デアル. マタ右圖鐵道線路ノ勾配ガ$\frac{1}{100}$デアルトイフノハ$\frac{BC}{AB}=\frac{1}{100}$ノ意デアル.



此等ノ數ハ屋根又ハ鐵道線路ガ水平面トナス角(圖デハ$\angle BAC$)ニヨツテ變ル. 即チ此等ノ角ノ函數デアル.

此ノ角ガ變ラナケレバ,屋根ヤ鐵道線路ノ長サハ變ツテモ,此等ノ數ハ何レモ相似直角三角形ノ相對應スル二邊ノ比デアルカラ夫々一定デアル.

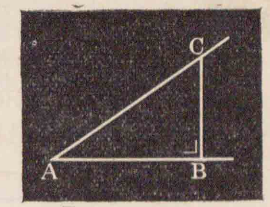
例題

1. 前圖デ屋根ノ勾配ガ$\frac{3}{5}$ナルトキ AB=20尺 ナラバ BC ハ幾ラカ.

2. 前頁ノ圖デ鐵道線路ノ勾配ガ$\frac{1}{100}$ナルトキ AC = 0.5 km ナラバ BC ハ幾ラカ.

123. 三角函數

一鋭角 A ノ一邊上ノ任意ノ點 B カラコノ邊ニ垂線ヲ引キ他ノ邊ト C デ交ラセタトキ出來ル直角三角形 ABC ノ邊 AB ヲ底邊ト呼ブコトニシテ次ノ語ヲ設ケル.



(1) $\frac{垂線}{斜邊}$ ヲ $\angle A$ ノ**正弦** (Sine) トイヒ,之ヲ **sinA** ト記ス. 即チ $\sin A = \frac{BC}{AC}$

(2) $\frac{底邊}{斜邊}$ ヲ $\angle A$ ノ**餘弦** (Cosine) トイヒ,之ヲ **cosA** ト記ス. 即チ $\cos A = \frac{AB}{AC}$

(3) $\frac{垂線}{底邊}$ ヲ $\angle A$ ノ**正切** (Tangent) トイヒ,之ヲ **tanA** ト記ス. 即チ $\tan A = \frac{BC}{AB}$

(4) tanA ノ逆數ヲ $\angle A$ ノ**餘切** (Cotangent) トイヒ,之ヲ **cotA** ト記ス.

(5) cosA ノ逆數ヲ $\angle A$ ノ**正割** (Secant) トイヒ,之

ヲ **secA** ト記ス.

(6) sinA ノ逆數ヲ ∠A ノ**餘割**(Cosecant)トイヒ, 之ヲ **cosecA** ト記ス.

∠A ガ定マレバコノ六ツノ比ハ各〻定マル. 故ニコノ六ツハ何レモ ∠A ノ函數デアル. 此等ヲ總稱シテ此ノ角ノ**三角函數**トイフ.

注意 屋根叉ハ鐵道線路ノ勾配ハ是等ガ水平面トナス角ノ正切デアル.

例題

1. 前頁ノ圖デ, AB = 4 cm, BC = 3 cm ノトキ ∠A ノ六ツノ三角函數ノ値ハ各〻幾ラカ.

2. 前頁ノ圖デ, AC = 13 cm, BC = 5 cm ノトキ ∠A ノ正弦,餘弦,正切ノ値ハ各〻幾ラカ.

3. ∠A ガ直角ナル △ABC ニ於テ AB = 6 cm, AC = 5 cm ナルトキ ∠B ノ正弦·餘弦·正切及 ∠C ノ正弦·餘弦·正切ヲ求メヨ.

4. 正方形 ABCD ノ頂點 C ト邊 AD ノ中點 E トヲ結ビツケルトキニ出來ル ∠ECD ノ正弦及餘弦ヲ求メヨ.

5. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ比ガ 7:4

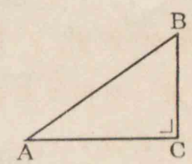
ナルトキ,二鋭角ノ正弦·餘弦及正切ヲ求メヨ.

124. 餘角ノ三角函數

直角三角形 ABC ニ於テ C ヲ直角トスレバ二角 A, B ハ互ニ餘角デアル. 而シテ

$$\sin A = \frac{CB}{AB} \qquad \cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} \qquad \cos B = \frac{CB}{AB}$$



$$\therefore \ \sin A = \cos B, \qquad \cos A = \sin B$$

即チ一角ノ正弦ハ其ノ餘角ノ餘弦ニ等シク,一角ノ餘弦ハ其ノ餘角ノ正弦ニ等シイ.

コノコトヲ式デ書ケバ

$$\mathbf{\sin A = \cos(90^\circ - A), \quad \cos A = \sin(90^\circ - A)}$$

同様ニシテ

$$\tan A = \cot(90^\circ - A), \qquad \cot A = \tan(90^\circ - A)$$

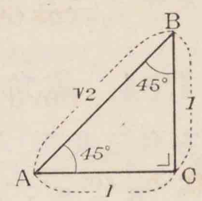
$$\sec A = \mathrm{cosec}(90^\circ - A), \qquad \mathrm{cosec} A = \sec(90^\circ - A)$$

125. 45°, 60° 及 30° ノ三角函數

(1) 一鋭角 A ガ 45° ナル直角三角形 ABC ヲ

作レバ他ノ鋭角 B モ亦 45°, 從テ

AC = CB デアル.



故ニ AC = 1 トスレバ

$$CB = 1, \quad AB = \sqrt{2}$$

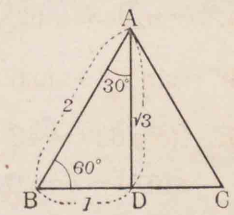
$$\therefore \quad \sin 45^\circ = \frac{CB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{CB}{AC} = 1$$

從テ　$\cot 45^\circ = 1, \quad \sec 45^\circ = \sqrt{2}, \quad \operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$

(2)　正三角形 ABC ノ頂點 A カラ BC ニ垂線 AD ヲ引ケバ



$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

而シテ

$$\angle ABD = 60^\circ, \ \angle BAD = 30^\circ$$

$$BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AB$$

ソコデ BD = 1 トスレバ

$$AB = 2, \quad AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

從テ　$\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \sec 60^\circ = 2, \quad \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\cot 30^\circ = \sqrt{3}, \quad \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad \operatorname{cosec} 30^\circ = 2$

例　題

次ノ各等式ヲ證明セヨ.

1. $\tan 30^\circ \tan 60^\circ = \tan 45^\circ$

2. $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ = 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

3. $\tan 60^\circ \sin 45^\circ = \sqrt{2} \cos 30^\circ$

4. $\sin 30^\circ + \sin 60^\circ = (1 + \cos 30^\circ + \cos 60^\circ) \cot 60^\circ$

5. $(\cos 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \sin 45^\circ)^2$
$\qquad + (\sin 60^\circ \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ)^2 = 1$

次ノ各式ノ値ヲ求メヨ.

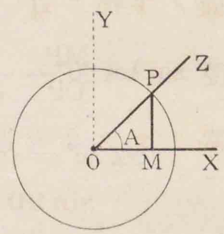
6. $\cos 60^\circ - \tan 45^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cot 60^\circ + \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

7. $(1 + \sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(1 - \cos 45^\circ + \cos 60^\circ)$

8. $\dfrac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 45^\circ}$

126. 三角函數ノ變化

(1) 正弦及餘弦ノ變化



一銳角 XOZ ノ頂點 O ヲ中心トシテ一ツノ圓ヲ書キ,角ノ一邊 OZ ト交ル點 P カラ他ノ邊 OX ニ垂線 PM ヲ引キ,此ノ角ヲ A トスレバ

$$\sin A = \frac{MP}{OP}, \quad \cos A = \frac{OM}{OP}$$

今,邊 OX ヲ動カサズニ此ノ銳角ヲ增減スレバ,角ガ大キクナレバ MP ハ增シ OM ハ減リ,角ガ小サクナレバ MP ハ減リ OM ハ增ス. 又 OP ノ長サハ常ニ一定デアル.

故ニ角ガ大キクナレバ正弦ハ大キクナリ,餘弦ハ小サクナルコトガワカル.

角ガ限リナク $0°$ ニ近ヅケバ MP ハ限リナク小サクナリ, OM ハ限リナク圓ノ半徑ニ近ヅク. 從テ $\sin A=\frac{MP}{OP}$ ハ限リナク 0 ニ近ヅキ, $\cos A=\frac{OM}{OP}$ ハ限リナク 1 ニ近ヅク. 此ノ事實ニヨッテ

$$\sin 0° = 0, \quad \cos 0° = 1$$

デアルトイフ.

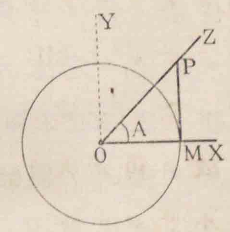
マタ角ガ限リナク $90°$ ニ近ヅケバ MP ハ限リナク圓ノ半徑ニ近ヅキ, OM ハ限リナク小サクナル. 從テ $\sin A=\frac{MP}{OP}$ ハ限リナク 1 ニ近ヅキ, $\cos A=\frac{OM}{OP}$ ハ限リナク 0 ニ近ヅク. 此ノ事實ニヨッテ

$$\sin 90° = 1, \quad \cos 90° = 0$$

デアルトイフ.

(2) 正切ノ變化

前ト同樣ニ O ヲ中心トスル一ツノ圓ヲ書キ,一邊 OX ト交ル點 M カラ OX ニ垂線ヲ引キ他ノ邊 OZ ト交ル點ヲ P トシ,此ノ角ヲ A トスレバ



$$\tan A = \frac{MP}{OM}$$

今,邊 OX ヲ動カサズニ此ノ銳角ヲ增減スレバ, MP ハ角ト共ニ增減シ OM ハ一定ダカラ,正切ハ角ニ伴ッテ增減スルコトガワカル.

角ガ限リナク $0°$ ニ近ヅケバ MP ハ限リナク小サクナルカラ $\tan A=\frac{MP}{OM}$ ハ限リナク 0 ニ近ヅク.

此ノ事實ニヨツテ

$$\tan 0^\circ = 0$$

デアルトイフ.

マタ角ガ限リナク 90° ニ近ヅケバ MP ハ限リナク大キクナルカラ tanA ハ限リナク大キクナル. 此ノ事實ヲ表ハスノニ

$$\tan 90^\circ \text{ハ無限大デアル}$$

トイフ. 無限大ヲ記號 ∞ デ表ハス.

127. 任意ノ角ノ三角函數

任意ノ角ノ三角函數ノ求メ方ハコヽニハ述ベラレナイ. 卷末ニ $30'$ オキノ角ノ正弦,餘弦,正切,餘切ノ表(末位未滿四捨五入)ヲ載セテオイタ.

マタ極メテ概略ノ値ハ次頁ノ圖ニヨツテ求メルコトガ出來ル.

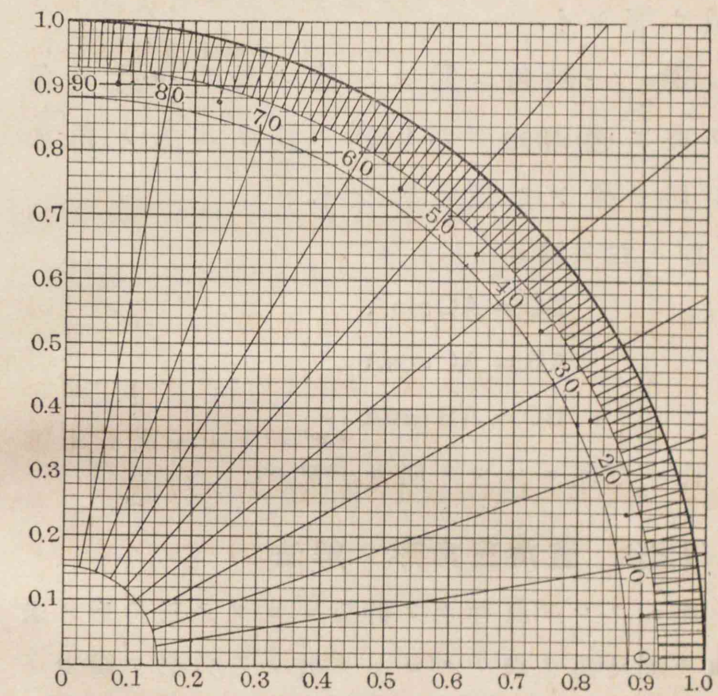
例題

1. 次頁ノ圖ニヨツテ次ノ各三角函數ノ値ヲ求メヨ.

$\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$, $\tan 20^\circ$, $\sin 25^\circ$, $\cos 35^\circ$, $\tan 40^\circ$, $\cos 48^\circ$, $\tan 56^\circ$, $\sin 72^\circ$

2. 次ノ圖ニヨツテ次ノ各式ニ適合スル角 x ヲ求メヨ.

$$\sin x = 0.7,\quad \cos x = 0.44,\quad \tan x = 1.8$$



128. 直角三角形ノ性質

定理 直角三角形ニ於テ

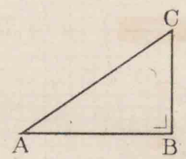
(1) 一鋭角ニ對スル邊ノ長サハ斜邊ノ

長サニ此ノ角ノ正弦ヲ掛ケタ積ニ等シイ.

(2)　一鋭角ヲ夾ム邊(斜邊デナイ邊)ノ長サハ斜邊ノ長サニ此ノ角ノ餘弦ヲ掛ケタ積ニ等シイ.

(3)　一鋭角ニ對スル邊ノ長サハ此ノ角ヲ夾ム邊(斜邊デナイ邊)ノ長サニ此ノ角ノ正切ヲ掛ケタ積ニ等シイ.

卽チ右ノ圖デ



$$\mathrm{BC} = \mathrm{AC}\sin\mathrm{A}$$
$$\mathrm{AB} = \mathrm{AC}\cos\mathrm{A}$$
$$\mathrm{BC} = \mathrm{AB}\tan\mathrm{A}$$

此ハ定義ニヨツテ明カデアル.

129. 直角三角形ノ解法

與ヘラレタ條件カラ計算ニヨツテ三角形ノ未知ノ邊及角ヲ求メルコトヲ,其ノ三角形ヲ**解ク**トイフ.

次ニ直角三角形ノ解法ノ中ノ主ナ四ツノ場合ヲ示ス.

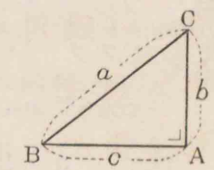
此後,三角形ノ三ツノ角ヲ A, B, C, 之ニ對スル

邊ヲ夫々 a, b, c デ表ハスコトニスル.

(1)　斜邊ト一鋭角トヲ知ル場合

直角三角形 ABC ニ於テ A ヲ直角トシ,斜邊 a 及一鋭角 B ガ與ヘラレタトスレバ

$$\mathbf{C = 90^\circ - B}$$
$$\boldsymbol{b = a\sin\mathrm{B}}$$
$$\boldsymbol{c = a\cos\mathrm{B}}$$



ニヨツテ C, b, c ヲ求メル.

例　$a = 385\,\mathrm{m}$, $\mathrm{B} = 37^\circ 30'$ ヲ與ヘテ C, b, c ヲ求メヨ.

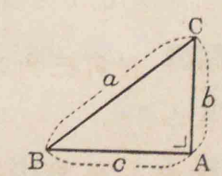
解　$\mathrm{C} = 90^\circ - 37^\circ 30' = 52^\circ 30'$

サテ表ニヨツテ

$$\sin 37^\circ 30' = 0.6088 \qquad \cos 37^\circ 30' = 0.7934$$
$$b = 358^{\mathrm{m}} \times 0.6088 = 217^{\mathrm{m}}.95$$
$$c = 358^{\mathrm{m}} \times 0.7934 = 284^{\mathrm{m}}.04$$

(2)　直角ノ一邊ト一鋭角トヲ知ル場合

圖デ直角ノ一邊 c ト一鋭角 B トガ與ヘラレタトスレバ



$$\mathbf{C = 90^\circ - B}$$
$$a = \frac{c}{\cos\mathrm{B}} \quad [\because\ c = a\cos\mathrm{B}]$$

$$\boldsymbol{b = c \tan \mathrm{B}}$$

ニヨツテ C, a, b ヲ求メル.

例　$c = 201.3$ m, $\mathrm{B} = 63°$ ヲ與ヘテ C, a, b ヲ求メヨ.

解　　$\mathrm{C} = 90° - 63° = 27°$

表ニヨツテ

$$\cos 63° = 0.4540 \qquad \tan 63° = 1.963$$

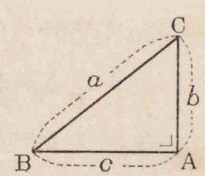
$$a = 201^{\mathrm{m}}.3 \div 0.454 = 443^{\mathrm{m}}.4$$

$$b = 201^{\mathrm{m}}.3 \times 1.963 = 395^{\mathrm{m}}.2$$

(3)　斜邊ト他ノ一邊トヲ知ル場合

下圖デ斜邊 a 及他ノ一邊 b ガ與ヘラレタトスレバ

$$\boldsymbol{\sin \mathrm{B} = \frac{b}{a}}$$



ニヨツテ B ヲ求メ,次ニ

$$\boldsymbol{\mathrm{C} = 90° - \mathrm{B}}$$

$$\boldsymbol{c = a \cos \mathrm{B}}$$

ニヨツテ C, c ヲ求メル.

例　$a = 406.5$ m,　$b = 178.2$ m ヲ與ヘテ B, C, c ヲ求メヨ.

解　　$\sin \mathrm{B} = \dfrac{178.2}{406.5} = 0.4384$ 弱

ソコデ表カラ　　$\mathrm{B} = 26°$

$$\therefore \quad \mathrm{C} = 90° - 26° = 64°$$

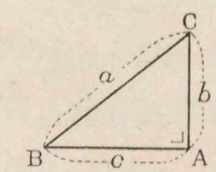
マタ表カラ　　$\cos 26° = 0.8988$

$$c = 406^{\mathrm{m}}.5 \times 0.8988 = 365^{\mathrm{m}}.4$$

(4)　直角ヲ夾ム二邊ヲ知ル場合

下圖デ直角ヲ夾ム二邊 b, c ガ與ヘラレタトスレバ

$$\boldsymbol{\tan \mathrm{B} = \frac{b}{c}}$$



ニヨツテ B ヲ求メ,次ニ

$$\boldsymbol{\mathrm{C} = 90° - \mathrm{B}}$$

$$\boldsymbol{a = \frac{b}{\sin \mathrm{B}}} \qquad [\because \ a \sin \mathrm{B} = b]$$

或ハ　$$\boldsymbol{a = \frac{c}{\cos \mathrm{B}}} \qquad [\because \ a \cos \mathrm{B} = c]$$

ニヨツテ C, a ヲ求メル.

例　$b = 150$ m, $c = 380.8$ m ヲ與ヘテ B, C, a ヲ求メヨ.

解　　$\tan \mathrm{B} = \dfrac{150}{380.8} = 0.3939$ 强

ソコデ表カラ　$\mathrm{B} = 21°30'$

$$\mathrm{C} = 90° - 21°30' = 68°30'$$

マタ表カラ　$\sin 21°30' = 0.3665$

$$a = 150^{\mathrm{m}} \div 0.3665 = \underline{409^{\mathrm{m}}.3}$$

例　題

次ノモノヲ與ヘテ各直角三角形ヲ解ケ．但シAヲ直角トスル．

1. $a = 10.87$ m,　$B = 59°30'$
2. $a = 250$ cm,　$C = 72°30'$
3. $b = 100$ m,　$C = 13°$
4. $c = 1.85$ km,　$B = 32°30'$
5. $a = 327$ m,　$b = 151$ m
6. $b = 239.8$ m,　$c = 144.1$ m

130. 測量上ノ應用

直角三角形ノ性質ヲ應用シテ直接ニ測リニクイ距離又ハ高サヲ測定スルコトガ出來ル．

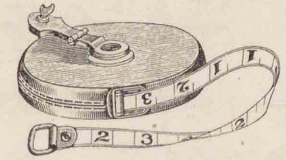
先ヅ測量ニ關スル主ナ術語ノ意義ヲ述ベヨウ．

距離，高サナドヲ測量スルトキ，先ヅ適當ナル一ツノ線分ヲ定メ，其ノ長サヲ直接ニ測リ，之ヲ一邊トスル三角形ヲ解イテ所要ノモノヲ算出スルノデアル．コノヤウニ其ノ長サヲ直接ニ測ル線分

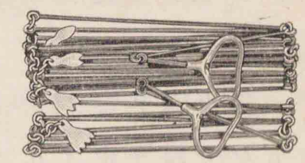
ヲ**基線**トイフ．

基線ヲ簡單ニ測ルニハ**巻尺**，**測鎖**ナドヲ用ヒル．

（巻　尺）



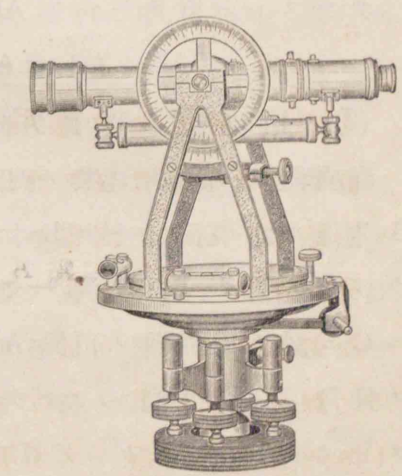
（測　鎖）



觀測點（觀測者ノ位置）ト**測點**（目的物ノ位置）トヲ結ビツケル直線ガ水平面トナス角ヲ，測點ガ觀測點ヲ通ル水平面ノ上方ニアルカ又ハ下方ニアルカニヨツテ夫々**仰角**又ハ**俯角**トイフ．

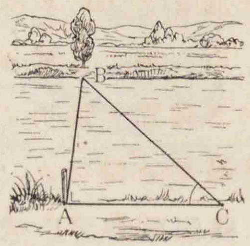
普通ニ用ヒラレル測角器ハ**經緯儀**デアル．コレデハ水平角ト鉛直角（水平面，鉛直面ニ於ケル角）トガ測レル．

（經　緯　儀）



(1) 水平面上ニ於テ達シ得ル點カラ達シ得ラレナイ點マデノ距離ヲ測ルコト

Aヲ觀測點ノ位置トシ,Bヲ達シ得ラレナイ一點トシテABノ長サヲ測ラウトスル.

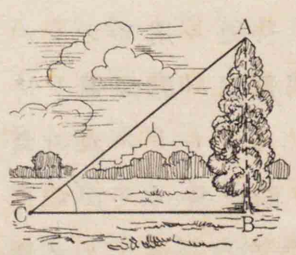


Aニ測角器ヲ置イテABニ垂直ナル方向ヲ定メ,其ノ方向ニ一線分AC(卽チ基線)ヲ引イテソノ長サヲ測リ,次ニCニ於テ測角器ヲ用ヒテ$\angle ACB$ヲ測ル.

サウスレバ直角三角形ABCニ於テ

$$AB = AC \cdot \tan ACB$$

(2) 直立體ノ高サヲ測ルコト



直立體ヲABトシ,其ノ足Bヲ通ル水平面ノ上ニBカラ任意ノ長サBCヲ測リ,次ニCニ於テ直立體ノ頂點Aノ仰角$\angle ACB$ヲ測ル. サウスレバ$\angle ABC = R\angle$ダカラ(1)ト同様ニ

$$AB = BC . \tan ACB$$

例題

1. 河岸ノ一點Aデ對岸ノ一目標Bヲ覘(ネラ)ヒ,次ニABト直角ノ方向ニ50m歩イテCニ至リ$\angle ACB$ヲ測ツテ60°ヲ得タ. A,Bノ距離ハ幾ラカ.

2. 塔ノ基底カラソレヲ通ル水平面上35m隔ツタ地點デ塔頂ノ仰角ヲ測ツテ57°30′ヲ得タ,塔ノ高サハ幾ラカ.

3. 仰角30°ナル方向ニ電光ヲ見テカラ8秒タツテ雷鳴ヲ聞イタ,雷ハ地上幾米ノ處デ鳴ツタカ. 但シ音ノ速サハ毎秒340mトスル.

4. 塔ニ向ツテ歩イテキル人ガ300m進行スル間ニ,其ノ塔頂ノ高度ガ30°カラ45°ニ變ツタトイフ. 此ノ塔ノ高サヲ求メヨ.

5. 地上ノ一點Aニ於テ,Cニ直立スル煙突ノ尖端ノ仰角ヲ測ツテ52°30′ヲ得,次ニACト直角ノ方向ニ50m進ンデBニ至リ$\angle ABC$ヲ測ツテ40°ヲ得タトイフ. 煙突ノ高サハ幾ラカ. 又Aカラ煙突ノ尖端マデノ距離ハ幾ラカ.

雜 題

1. 二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC ノ一端 B カラ AC ニ垂線 BD ヲ引ケバ

$$BC^2 = 2.AC.CD$$

2. 梯形 ABCD ノ底邊 AD, BC ニ平行ナル任意ノ直線ガ兩斜邊 AB, CD 及兩對角線 AC, BD ト交ル點ヲ夫々 E, F, G, H トスレバ

$$EH = FG$$

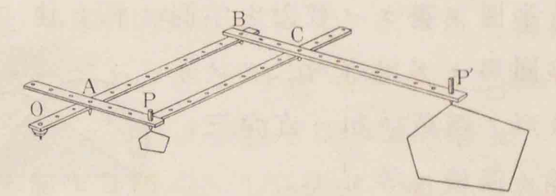
3. 相交ル二圓ノ共通弦上ノ一點 C ヲ通ツテ一直線ヲ引キ,一方ノ圓トノ交點ヲ A 及 D トシ,他ノ圓トノ交點ヲ B 及 E トスレバ

$$AB.CD = BC.DE$$

4.* 三角形ノ外接圓ノ直徑ハ,一頂點カラ對邊へ引イタ垂線ト其ノ頂點デ出會フ二邊トノ第四比例項デアル.

5. 外切スル二圓ノ外共通切線ノ (二切點間ノ部分ノ) 長サハ,此ノ二圓ノ直徑ノ比例中項デアル.

6. 次頁ノ圖ハ伸縮摸寫器 (Pantograph) トイフ器具デアツテ,四ツノ竿 OB, BP′, AP, PC デ成リ立チ, A, B, C, P ノ所ハ「ネジ」デトメテ各點ノ周リニ自由ニ廻レルヤウニ出來テキル. 今此ノ器具ヲ $OB = n.OA$, $BP' = n.BC$, $AP = BC$, $AB = PC$ ナルヤウニ定メ, O ヲ固定シ, P ヲ動カシテ或多角形ヲ書カセレバ, P′ ハ之ト相似比ガ $1:n$ ナル相似多角形ヲ書クコトヲ示セ.



7. △ABC ノ邊 BC 又ハ其ノ延長上ノ一點ヲ D トスレバ △ABD, △ACD ノ外接圓ノ直徑ノ比ハ AB, AC ノ比ニ等シイ.

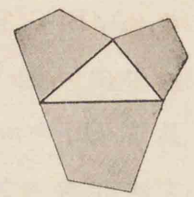
8. △ABC ノ ∠A ノ二等分線ガ邊 BC 及此ノ三角形ノ外接圓ノ周ニ交ル點ヲ夫々 D, E トスレバ

$$AD.AE = AB.AC$$

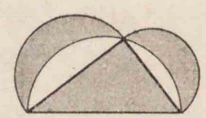
9. 前題デ, ∠A ガ直角ナラバ, $AD.AE = 2.(\triangle ABC)$

10. 二等邊三角形 ABC ノ頂點 A カラ任意ノ直線ヲ引イテ,底邊又ハ其ノ延長ト D, 外接圓ノ周ト E デ出會ハセレバ AD.AE ハ不易デアル.

11. 直角三角形ノ各邊上ニ,其等ノ邊ヲ對應邊トスル相似形ヲ書ケバ,斜邊上ニ畫イタモノヽ面積ハ他ノ二邊上ニ畫イタモノヽ面積ノ和ニ等シイ.



12. 直角三角形ノ各邊ヲ直徑トシテ圖ノ通リ三ツノ半圓ヲ畫ケバ,最大ナ半圓ノ弧ト他ノ二ツノ半圓周トデ出來ル二ツノ新月形ノ面積ノ和ハ直角三角形ノ面積ニ等シイ.



13. 二ツヅツ相交ル三圓ガアル,ソノ二ツヅツノ共通弦若クハ其ノ延長ハ一點デ出會フ.

14. 二ツヅツ相切スル三圓ガアル,其ノ切點ニ於ケル三ツノ共通切線ハ一點デ出會フ.

15. △ABC 內ノ任意ノ一點ヲ O トスル. ∠BOC, ∠COA, ∠AOB ノ二等分線ガ夫々 BC, CA, AB ニ交ル點ヲ P, Q, R トスレバ

$$\frac{BP}{PC}\times\frac{CQ}{QA}\times\frac{AR}{RB}=1$$

16. 直角三角形 ABC ノ直角頂 A カラ斜邊 BC ニ垂線 AP ヲ引キ, P カラ二邊 AB, AC ニ夫々垂線 PX, PY ヲ引ケバ

$$\frac{BX}{CY}=\left(\frac{AB}{AC}\right)^3$$

17. △ABC ノ邊 BC, CA, AB ノ上ニ夫々 BD, CE, AF ヲ其ノ邊ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シクトツタトキ, △DEF ノ面積ノ △ABC ノ面積ニ對スル比ヲ計算セヨ.

18. △ABC ノ底邊 BC ヲ之ニ等シク延長シテ CD トシ, D ト AC ノ中點 E トヲ結ブ直線ト AB トノ交點ヲ F トスルトキ, EF : ED ヲ求メヨ.

19. 弓形ノ弦ノ長サガ 16 cm, 高サ (弧ノ中點ト弦トノ距離) ガ 4 cm ノトキ,此ノ弓形ガ屬スル圓ノ半徑ヲ求メヨ.

20. 二定相似多角形ノ面積ノ和ニ等シイ面積ヲ有スル,之ト相似ナル多角形ヲ作レ.

21. 圓ノ面積ヲ,之ト同心ノ圓周デ n 等分セヨ.

22. 定三角形ト等積デアツテ,頂角ガ定角ニ等シイ二等邊三角形ヲ作レ.

特ニ,定三角形ト等積ナル正三角形ヲ作レ.

23. 二定點ヲ通ツテ定直線ニ切スル圓ヲ畫ケ.

補充問題

第二篇ノ部

1. 三角形ノ頂角ノ二等分線ガ底邊トナス二角ノ差ハ三角形ノ兩底角ノ差ニ等シイ.

2. 三角形ノ頂點ニ於ケル外角ノ二等分線ガ底邊ノ延長ト交ツテナス角ハ兩底角ノ差ノ半分ニ等シイ.

3. △ABC ノ各頂點ニ於ケル外角ノ二等分線デ出來ル三角形ノ各角ハ夫々 $90^\circ-\frac{A}{2}$, $90^\circ-\frac{B}{2}$, $90^\circ-\frac{C}{2}$ ニ等シイ.

4. 四邊形ノ二隣角ノ二等分線ノナス角ハ他ノ二角ノ和ノ半分ニ等シイ.

5. 四邊形ノ二對角ノ二等分線ノナス角ハ他ノ二角ノ差ノ半分ニ等シイ.

但シ後ノ二角ガ相等シイトキハ,初メノ二對角ノ二等分線ハ平行デアル.

6. 四邊形 ABCD ノ一組ノ對邊 BA, CD ノ延長ノ交點ヲ E トシ,他ノ對邊 AD, BC ノ延長ノ交點ヲ F トスレバ, ∠E, ∠F ノ二等分線ノナス角ハ四邊形ノ一組ノ對角ノ和ノ半分ニ等シイ.

7. △ABC ノ ∠A ノ二等分線ト BC トノ交點ヲ D トスレ

バ AB>BD, AC>CD

8. 二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC 上ノ任意ノ點 P カラ BC ニ垂線ヲ引キ,二邊 AB, AC (又ハ其ノ延長) ト交ル點ヲ Q, R トスレバ, PQ+PR ハ一定デアル.

9. 前題ニ於テ, P ガ BC ノ延長上ノ任意ノ點ナラバ PQ~PR ハ一定デアル.

10. 二等邊三角形 ABC ノ頂點ヲ A トシ,邊 AB ノ延長上ニ AB ニ等シク BD ヲトリ,又 AB ノ中點ヲ E トスレバ CD = 2.CE

11. △ABC ノ各邊上ニ其ノ外側ニ正三角形 BCD, CAE, ABF ヲ畫ケバ AD = BE = CF

12. △ABC ノ二邊 AB, AC 上ニ夫々正三角形 APB, AQC ヲ元ノ三角形ノ外側ニ作リ,マタ邊 BC 上ニ正三角形 BRC ヲ元ノ三角形ト同ジ側ニ作レバ,四邊形 APRQ ハ平行四邊形デアル.

13. △ABC ノ各邊上ニ其ノ外側ニ正方形 BCDE, CAFG, ABHK ヲ畫ケバ,線分 FK, HE, DG ハ夫々 △ABC ノ頂點 A, B, C ヲ通ル中線ニ垂直デアツテ且ツ其ノ 2 倍ニ等シイ.

又 △AFK = △BHE = △CDG

14. 三角形ノ一頂點カラ,他ノ二頂點ニ於ケル内角及外

角ノ二等分線ニ垂線ヲ下セバ,此ノ四垂線ノ足ハ一直線上ニアル.

15. n 邊形ノ各邊ヲ延長シテ得ル n 邊ノ星形ノ頂點ニ於ケル角ノ和ハ $(2n-8)$ 直角ニ等シイ.

16. 四邊形ノ相對スル邊ノ中點ヲ結ビツケル二線分ガ相等シイ(又ハ直交スル)トキハ,四邊形ノ兩對角線ハ直交スル(又ハ相等シイ).

17. 梯形ノ面積ハ一斜邊ト之ニ他ノ斜邊ノ中點カラ引イタ垂線トノ積ニ等シイ.

18. 二等邊梯形ノ兩底邊ノ長サガ a, b, 斜邊ノ長サガ各 c ナルトキ,其ノ面積ハ次ノ式デ表ハサレル.

$$\frac{1}{4}(a+b)\sqrt{(2c+b-a)(2c+a-b)}$$

19. 四邊形 ABCD ニ於テ AB = BC = 13 m, CD = 4 m, DA = 14 m, BD = 15 m ナルトキ,其ノ面積ヲ計算セヨ.

20. 周圍ガ a ナル正三角形及正方形ノ面積ヲ計算シ,ドチラガ大キイカヲ示セ.

第三篇ノ部

1. 一定點ヲ定圓周上ノ一點ニ結ビツケル線分ノ中デ,中心ヲ通ルモノガ最大デアル,マタ其ノ延長ガ中心ヲ通ルモノガ最小デアル.

2. △ABC ノ內接圓及 ∠A 內ニアル傍接圓ガ三邊 BC, CA, AB 又ハ其ノ延長ニ切スル點ヲ夫々 D, E, F 及 G, H, K トシ, BC, CA, AB ヲ夫々 a, b, c デ表ハシ,且ツ三角形ノ周ノ半分ヲ s デ表ハセバ次ノ關係ガアル.

$$AE = AF = s-a \qquad AH = AK = s$$
$$BD = BF = s-b \qquad BG = BK = s-c$$
$$CD = CE = s-c \qquad CG = CH = s-b$$

3. 一圓ガ他ノ圓ノ內ニアツテ內圓ニ切スル外圓ノ(平行デナイ)二弦ガ何レモ其ノ切點デ二等分サレヽバ,此ノ二圓ハ同心デアル.

4. 圓ノ二弦 AB, CD ガ相等シケレバ,二弦 AC, BD ハ相等シイカ若クハ互ニ平行デアル.

5. 三角形ノ各頂點ヲ中心トシ其ノ內接圓ノ最モ近イ切點マデノ距離ヲ半徑トスル三ツノ圓ハ二ツヅツ互ニ外切スル.

6. 三角形ノ一內角ノ二等分線ト其ノ對邊ヲ垂直ニ二等分スル直線トハ外接圓ノ周上デ交ル.

7. 圓ニ內接スル四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點ヲ O トシ, △AOB ノ外接圓ヲ畫キ,點 O ニ於テ此ノ圓ニ切線ヲ引ケバ,此ノ切線ハ邊 CD ニ平行デアル.

8. 圓ニ內接スル四邊形 ABCD ノ二邊 AB, DC ノ延長

ノ交點ヲEトシ, AD, BCノ延長ノ交點ヲFトシ, △BCE及△CDFノ外接圓ノ交點ヲGトスレバ,三點 E, G, Fハ一直線上ニアル.

9. △ABCノ各角ノ二等分線ガ其ノ外接圓ノ周ト交ル點ヲ夫々A′, B′, C′トスレバ, △ABCノ内心ハ△A′B′C′ノ垂心デアル.

10. 三角形ノ頂角ノ二等分線ハ頂點カラ底邊ヘ引イタ垂線ト頂點カラ引イタ外接圓ノ直徑トノナス角ヲ二等分スル.

11. 圓ノ弧BCノ中點Aヲ通ツテ任意ノ二弦AD, AEヲ引キ弦BCトF, Gデ交ラセレバ,四點D, E, F, Gハ一圓周上ニアル.

12. 圓ニ内接スル四邊形ノ對角線ガ直交スレバ,其ノ交點カラ一邊ニ引イタ垂線ノ延長ハ之ニ對スル邊ヲ二等分スル. 〔Brahmegupta (西紀600—660頃,印度ノ人)ノ定理〕

13. △ABCノ邊BC, CA, ABヲ夫々a, b, c,内接圓ノ半徑ヲr, ∠A, ∠B, ∠C内ニアル傍接圓ノ半徑ヲ夫々r_1, r_2, r_3トシ,三角形ノ周ノ半分即チ$\frac{1}{2}(a+b+c)$ヲsトスレバ

$$sr=(s-a)r_1=(s-b)r_2=(s-c)r_3$$

14. 圓Oノ一直徑ヲABトシ,半徑OA上ニ其ノ中點カラAノ方ニ寄ツタ處ニ一點Cヲトリ,Cヲ中心,COヲ半徑トシテ圓ヲ畫キ之ト圓Oトノ一交點ヲDトシDCノ延長ト圓Oノ周トノ交點ヲEトスレバ

$$\widehat{AD}=\frac{1}{3}.\widehat{BE}$$

15. $\widehat{AB}$ハ圓Oノ(四分圓周ヨリ小サイ)一弧デアル. Bカラ一直線ヲ引イテ圓ノ周トD,直徑ACノ延長トEデ交ラセルトキ, DEガ圓ノ半徑ニ等シケレバ

$$\widehat{CD}=\frac{1}{3}.\widehat{AB}, \qquad \angle E=\frac{1}{3}.\angle AOB$$

16. 定圓周上ノ任意ノ點カラ之ニ引イタ切線上ニ於テ,切點カラノ距離ガ定長ニ等シイ點ノ軌跡ヲ求メヨ.

17. 定圓ニ於テ定長ナル任意ノ弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ.

18. 直交スル二定直線上ニ兩端ヲ有スル定長線分ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ.

19. 定直線上ノ定點ニ於テ此ノ直線ニ切シ,且ツ此ノ直線外ノ一定點ヲ通ル圓ヲ畫ケ.

20. 二定點ヲ通ツテ定直線若クハ定圓周上ニ中心ガアル圓ヲ畫ケ.

第四篇ノ部

1. 線分ABガP及Qニ於テ同ジ比ニ内分及外分サレバ,線分PQハA及Bニ於テ他ノ同ジ比ニ内分及外

分サレル.

2. △ABC ノ二邊 AB 及 AC ヲ $m:n$ ニ分ツ點ヲ夫々 D 及 E トスレバ, BE ト CD トハ各々其ノ交點ニ於テ $(m+n):m$ ニ分タレル.

3. 二ツノ弓形 ABC, A′B′C′ ノ含ム角ガ相等シケレバ,此等ノ弓形ガ屬スル圓ノ半徑ノ比ハ其ノ弦 AC, A′C′ ノ比ニ等シイ.

4. 二定圓ノ何レニモ交ル任意ノ圓ヲ畫ケバ,其ノ各圓トノ共通弦ノ延長ノ交點カラ初メノ二圓ニ引イタ切線ノ長サハ相等シイ.

5. △ABC ノ邊 AB ノ中點 D カラ直線ヲ引イテ AC ト E デ, BC ノ延長ト F デ交ラセレバ

$$\mathrm{AE}:\mathrm{EC}=\mathrm{BF}:\mathrm{CF}$$

6. 直角三角形ノ頂點カラ斜邊ニ引イタ垂線デ分タレタ二ツノ三角形ノ內接圓ノ面積ノ比ハ,其ノ垂線デ斜邊ガ分タレタ二ツノ分ノ比ニ等シイ.

7. 圓 O ノ互ニ垂直ナル二直徑ヲ AB, CD トスル. D ヲ中心, DA ヲ半徑トシテ圓內ニ弧 AEB ヲ畫ケバ,弧 ACB ト弧 AEB トデ出來ル新月形ハ △DAB ト等積デアル.

8. 半圓周ノ兩端ニ於ケル半徑ヲ直徑トシテ其ノ內側

ニ二ツノ相等シイ半圓ヲ畫ケバ,コノ三ツノ半圓周ニ切スル圓ノ直徑ハ最初ノ半圓ノ直徑ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ.

9. 同ジ圓ニ內接スル正六邊形ト正三角形トノ一邊ノ上ニ畫イタ二ツノ正方形ノ面積ノ比ヲ求メヨ.

10. 面積 154 m^2 ノ圓ト等シイ周圍ヲ有スル正方形及正六邊形ノ面積ヲ何レモ m^2 ノ小數第一位マデ求メヨ. 但シ $\pi=\frac{22}{7}$ トセヨ.

11. 三角形ノ邊ニ平行ナル直線ヲ引イテ其ノ面積ヲ n 等分セヨ.

12. 正方形 ABCD ノ邊 AD ノ中點ヲ E トスルトキ, ∠ACE ノ總テノ三角函數ヲ求メヨ.

13. 矩形 ABCD ノ頂點 A カラ對角線 BD ニ垂線 AP ヲ引キ, P カラ BC 及 CD ニ夫々垂線 PX, PY ヲ引ケバ

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{BD}}=(\sin\mathrm{DBC})^2,\qquad \frac{\mathrm{PX}}{\mathrm{BD}}=(\sin\mathrm{DBC})^3$$

$$\frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{BD}}=(\cos\mathrm{DBC})^2,\qquad \frac{\mathrm{PY}}{\mathrm{BD}}=(\cos\mathrm{DBC})^3$$

ナルコトヲ示セ.

14. 河ノ兩岸ガ互ニ平行ナル所デ,丁度岸ニ垂直ナル方向ノ上ニアル二點 A, B ヲ各岸ノ上ニ一ツヅツ選ビ, A カラ河岸ニ沿ウテ 50 m 歩キ,其處デ AB ヲ見ル角ヲ測ツテ 30° ヲ得タトイフ. 此處ノ河幅ハ何程カ.

15. 船ノ中デ海拔 2000 m ナル或山ノ頂ノ仰角ヲ測ツテ 11°30′ ヲ得タ. 此ノ船ト山頂トノ水平距離ハ幾ラカ.

16. 平地ニ直立シテキル長サ 9 m ノ竿ガ地上ニ投ズル影ノ長サガ $3\sqrt{3}$ m ナルトキ太陽ノ高度(仰角)ハ幾ラカ. マタ此ノトキ高サ 40 m ノ塔ノ地上ニ投ズル影ノ長サハ幾ラカ.

17. 水平面ト 0°30′ 傾斜シテキル鐵道線路ニ沿ウテ幾米ダケ行ツタラ 1 m ダケ高クナルカ.

18. 甲乙二ツノ山ガアル,乙ノ頂上デ甲ノ頂ノ仰角ヲ測ツテ 9°30′ ヲ得タ,而シテ二萬分ノ一ノ地圖面デコノ二ツノ山ノ距離ヲ測ツタラ 9.94 cm デアツタ. 甲ハ乙ヨリドレダケ高イカ.

19. 或船カラ一ツノ燈臺ヲ南東ノ方向ニ見テ,ソレカラ北東ノ方向ニ 4 海里行ツタトキ前ノ燈臺ヲ南 15°東* ノ方向ニ見タ. 船ノ現在ノ位置ト燈臺トノ距離ヲ求メヨ.

20. 正南ニ進ム船ガアル,正西ノ方向ニ二ツノ燈臺ヲ見テ,ソレカラ 10 海里行ツタトキコノ二ツノ燈臺ヲ北西及北 22°30′ 西ノ方向ニ見タ. 兩燈臺間ノ距離ハ幾ラカ.

* 南カラ 15° ダケ東ノ方ヘ偏ツタ方向ノコト. 其ノ他モ之ニ倣フ.

三 角 函 數 ノ 表

45° 以下ノ角ニツイテハ角ノ値ヲ左ニ, 三角函數ノ名ヲ上ニ揭ゲ; 45° 以上ノ角ニツイテハ角ノ値ヲ右ニ, 三角函數ノ名ヲ下ニ揭ゲテアル.

角	sin	tan	cot	cos	
0° 0′	0.0000	0.0000	∞	1.0000	0′ 90°
30′	0.0087	0.0087	114.59	1.0000	30′
1° 0′	0.0175	0.0175	57.290	0.9998	0′ 89°
30′	0.0262	0.0262	38.188	0.9997	30′
2° 0′	0.0349	0.0349	28.636	0.9994	0′ 88°
30′	0.0436	0.0437	22.904	0.9990	30′
3° 0′	0.0523	0.0524	19.081	0.9986	0′ 87°
30′	0.0610	0.0612	16.350	0.9981	30′
4° 0′	0.0698	0.0699	14.301	0.9976	0′ 86°
30′	0.0785	0.0787	12.706	0.9969	30′
5° 0′	0.0872	0.0875	11.430	0.9962	0′ 85°
30′	0.0958	0.0963	10.385	0.9954	30′
6° 0′	0.1045	0.1051	9.5144	0.9945	0′ 84°
30′	0.1132	0.1139	8.7769	0.9936	30′
7° 0′	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	0′ 83°
30′	0.1305	0.1317	7.5958	0.9914	30′
8° 0′	0.1392	0.1405	7.1154	0.9903	0′ 82°
30′	0.1478	0.1495	6.6912	0.9890	30′
9° 0′	0.1564	0.1584	6.3138	0.9877	0′ 81°
30′	0.1650	0.1673	5.9758	0.9863	30′
10° 0′	0.1736	0.1763	5.6713	0.9848	0′ 80°
30′	0.1822	0.1853	5.3955	0.9833	30′
11° 0′	0.1908	0.1944	5.1446	0.9816	0′ 79°
30′	0.1994	0.2035	4.9152	0.9799	30′
12° 0′	0.2079	0.2126	4.7046	0.9781	0′ 78°
30′	0.2164	0.2217	4.5107	0.9763	30′
13° 0′	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	0′ 77°
30′	0.2334	0.2401	4.1653	0.9724	30′
14° 0′	0.2419	0.2493	4.0108	0.9703	0′ 76°
30′	0.2504	0.2586	3.8667	0.9681	30′
15° 0′	0.2588	0.2679	3.7321	0.9659	0′ 75°
30′	0.2672	0.2773	3.6059	0.9636	30′
16° 0′	0.2756	0.2867	3.4874	0.9613	0′ 74°
30′	0.2840	0.2962	3.3759	0.9588	30′
17° 0′	0.2924	0.3057	3.2709	0.9563	0′ 73°
30′	0.3007	0.3153	3.1716	0.9537	30′
18° 0′	0.3090	0.3249	3.0777	0.9511	0′ 72°
30′	0.3173	0.3346	2.9887	0.9483	30′
19° 0′	0.3256	0.3443	2.9042	0.9455	0′ 71°
30′	0.3338	0.3541	2.8239	0.9426	30′
20° 0′	0.3420	0.3640	2.7475	0.9397	0′ 70°
30′	0.3502	0.3739	2.6746	0.9367	30′
21° 0′	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	0′ 69°
30′	0.3665	0.3939	2.5386	0.9304	30′
22° 0′	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	0′ 68°
30′	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	30′
	cos	cot	tan	sin	角

角	sin	tan	cot	cos	
30′	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	30′
23° 0′	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	0′ 67°
30′	0.3987	0.4348	2.2998	0.9171	30′
24° 0′	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	0′ 66°
30′	0.4147	0.4557	2.1943	0.9100	30′
25° 0′	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	0′ 65°
30′	0.4305	0.4770	2.0965	0.9026	30′
26° 0′	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	0′ 64°
30′	0.4462	0.4986	2.0057	0.8949	30′
27° 0′	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	0′ 63°
30′	0.4617	0.5206	1.9210	0.8870	30′
28° 0′	0.4695	0.5317	1.8807	0.8829	0′ 62°
30′	0.4772	0.5430	1.8418	0.8788	30′
29° 0′	0.4848	0.5543	1.8040	0.8746	0′ 61°
30′	0.4924	0.5658	1.7675	0.8704	30′
30° 0′	0.5000	0.5774	1.7321	0.8660	0′ 60°
30′	0.5075	0.5890	1.6977	0.8616	30′
31° 0′	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	0′ 59°
30′	0.5225	0.6128	1.6319	0.8526	30′
32° 0′	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	0′ 58°
30′	0.5373	0.6371	1.5697	0.8434	30′
33° 0′	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	0′ 57°
30′	0.5519	0.6619	1.5108	0.8339	30′
34° 0′	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	0′ 56°
30′	0.5664	0.6873	1.4550	0.8241	30′
35° 0′	0.5736	0.7002	1.4281	0.8192	0′ 55°
30′	0.5807	0.7133	1.4019	0.8141	30′
36° 0′	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	0′ 54°
30′	0.5948	0.7400	1.3514	0.8039	30′
37° 0′	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	0′ 53°
30′	0.6088	0.7673	1.3032	0.7934	30′
38° 0′	0.6157	0.7813	1.2799	0.7880	0′ 52°
30′	0.6225	0.7954	1.2572	0.7826	30′
39° 0′	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	0′ 51°
30′	0.6361	0.8243	1.2131	0.7716	30′
40° 0′	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	0′ 50°
30′	0.6494	0.8541	1.1708	0.7604	30′
41° 0′	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	0′ 49°
30′	0.6626	0.8847	1.1303	0.7490	30′
42° 0′	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	0′ 48°
30′	0.6756	0.9163	1.0913	0.7373	30′
43° 0′	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	0′ 47°
30′	0.6884	0.9490	1.0538	0.7254	30′
44° 0′	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	0′ 46°
30′	0.7009	0.9827	1.0176	0.7133	30′
45° 0′	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	0′ 45°
	cos	cot	tan	sin	角

著作權所有

昭和三年十二月十五日訂正再版印刷（中學教科新平面幾何）
昭和三年十二月十八日訂正再版發行

昭和四年八月三十日訂正三版印刷（中學教科新立體幾何）
昭和四年九月二日訂正三版發行

昭和六年九月二十二日訂正新制版印刷
昭和六年九月二十五日訂正新制版發行

昭和十年十月十六日訂正新制再版印刷
昭和十年十月十九日訂正新制再版發行

昭和十年十一月二十五日訂正新制三版印刷
昭和十年十一月二十八日訂正新制三版發行

改訂 新制幾何學〔基本課程用〕

定價金壹圓

編者　寺尾壽
　　　藤野了祐

發行者　合資會社 冨山房
東京市神田區神保町一丁目三番地

代表者　坂本嘉治馬

印刷者　古橋照太郎
東京市京橋區築地三丁目十番地

發行所　合資會社 冨山房
東京市神田區神保町一丁目三番地
電話神田(25)2171—2178番
振替口座東京五〇一番

東京築地活版製造所・印刷

西

西

西

崇德中學校

西信

雄

西

西

西

崇德中學

西信夫

崇徳中學校

一年

西信雄