

40183

教科書文庫

4
412
41-1935
20000
81704



© Kodak, 2007 TM: Kodak

© Kodak, 2007 TM: Kodak



4a

411

昭10

團

昭和七年建設院  
二年建設院  
二年建設院  
二年建設院



文部省檢定済  
昭和十年十二月九日 中學校數學科用

中等教育  
算術代數教科書  
[下卷]

理學博士 林 鶴 一 著  
東北帝國大學教授 岡田良知補訂  
理學博士

一・二・三學年用



東京開成館



## 下 卷 目 次

### 第十五章 整式ノ乗法・除法

- |                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| 83. 冪ノ乗法・除法(指數法則).....1 | 87. 多項式ヲ單項式デ割ル法.....4 |
| 84. 單項式ト單項式トノ乗法.....2   | 88. 多項式ト多項式トノ乗法.....5 |
| 85. 多項式ト單項式トノ乗法.....3   | 89. 多項式ヲ多項式デ割ル法.....8 |
| 86. 單項式ヲ單項式デ割ル法.....4   | 90. 重要ナ乗法ノ公式.....11   |

### 第十六章 因 數 分 解

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| 91. 因數分解.....18       | 94. 完全平方式.....22       |
| 92. 共通因數デ括ルコト.....18  | 95. 二項式ノ因數分解(一).....23 |
| 93. 二次三項式ノ因數分解.....19 | 96. 二項式ノ因數分解(二).....24 |

### 第十七章 一元二次方程式(一)

- |                       |                             |
|-----------------------|-----------------------------|
| 97. 一元二次方程式.....27    | 100. $a, b$ ヲ根トスル方程式.....32 |
| 98. 一元二次方程式ノ解法.....27 | 101. 應用問題.....32            |
| 99. 一元二次方程式ノ圖解.....29 |                             |

### 第十八章 最大公約數・最小公倍數

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| 102. 最大公約數(G.C.M.).....35 | 105. 單項式ノ最小公倍數.....37 |
| 103. 單項式ノ最大公約數.....35     | 106. 約數ノ性質.....38     |
| 104. 最小公倍數(L.C.M.).....37 |                       |

### 第十九章 分 數 式

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| 107. 分數式.....40 | 108. 約分.....41 |
|-----------------|----------------|



2	目	次
109.	通分	43
110.	分數式ノ加法・減法	44
111.	分數式ノ乘法	45
112.	分數式ノ除法	46
113.	繁分數式	48

第二十章 分數方程式

114.	分數方程式	51
115.	一元分數方程式ノ解法	51
116.	文字方程式	56
117.	公式ノ轉換	58
118.	一元一次方程式ノ根ノ公式	59
119.	聯立二元一次方程式ノ根ノ公式	60

第二十一章 平方根

120.	平方根	64
121.	整數ノ開平方	67
122.	小數ノ開平方	71
123.	無理數・無理式	73
124.	無理數・無理式ノ計算	74
125.	分數ノ開平方	75

第二十二章 一元二次方程式(二)

126.	平方ノ完成	79
127.	一元二次方程式ノ一般的解法	80
128.	一元二次方程式ノ根ノ公式	82
129.	二次方程式ノ解法=歸スル分數方程式	86
130.	應用問題	90

第二十三章 一元二次方程式ノ根ノ吟味

131.	虛數・實數	94
132.	判別式	96
133.	根ト係數トノ關係	101
134.	二次三項式ノ因數分解	104

第二十四章 聯立二次方程式

135.	聯立二元二次方程式ノ解法	107
136.	二元二次方程式ノくらふ	111

目	次	3
137.	聯立三元二次方程式ノ解法	113
138.	應用問題	115

第二十五章 雜方程式

139.	高次方程式	121
140.	無理方程式	123
141.	方程式ノ兩邊ヲ平方スルコト	124

第二十六章 比

142.	比	128
143.	反比	128
144.	複比・二乘比・三乘比	129
145.	比ノ性質	130
146.	量ノ比	130
147.	確率	131

第二十七章 利息算

148.	歩合算ノ基本公式	135
149.	利息算	136
150.	單利法ノ公式	137
151.	公債ト株式	137
152.	手形ノ割引	138
153.	支拂期日ノ平均	139
154.	複利法	142

第二十八章 比例

155.	比例	147
156.	比例=關スル定理	148
157.	互ニ比例スル二組ノ數	151
158.	加比ノ理	153
159.	量ト數トノ比例	155
160.	比例配分	156

第二十九章 比例シテ變化スル量

161.	互ニ比例スル量	160
162.	互ニ反比例スル量	163
163.	複比例	165
164.	其ノ他ノ比例	168



補充問題.....[1—24]

答.....[1—12]

附表 平方根・平方ノ表 複利表 現價表

## 第十五章 整式ノ乘法・除法

### 83. 冪ノ乘法・除法(指數法則)

例へバ  $a^3 \times a^2 = aaa \times aa = aaaaa = a^5 = a^{3+2}$

$$a^3 \times a^2 \times a^5 = a^{3+2+5} = a^{10}$$

一般ニ  $m, n, p, \dots$ ヲ正ノ整數トスレバ

$$a^m \times a^n \times a^p \times \dots = a^{m+n+p+\dots} \quad (1)$$

**法則** 同ジ數ノ冪ノ積ハ其等ノ指數ノ和ヲ指數トスル其ノ數ノ冪ニ等シイ。

又上ノ特別ノ場合トシテ、例へバ

$$(a^m)^3 = a^m \times a^m \times a^m = a^{m+m+m} = a^{3m}$$

一般ニ  $(a^m)^n = a^{mn} \quad (2)$

**法則** 一ツノ數ノ冪ノ冪ハ其等ノ指數ノ積ヲ指數トスル其ノ數ノ冪ニ等シイ。

**問 1.** 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

①  $a \times a^3, a^2 \times a, x^3 \times x^5, a^2 \times a^4$

②  $x^5 \times x^2 \times x^3, m^2 \times m^3 \times m$

③  $(a^2)^3, (x^5)^7, (m^5)^5$

④  $-(-x)^3, (-x^3)^2, (-2x)^2 \times (-x)^3$

**問 2.**  $(a^m)^n$  ト  $(a^n)^m$  トハ相等シイカ。



例へバ  $a^3 \times a^2 = a^5$  デアルカラ

$$a^5 \div a^2 = a^2 = a^{5-3}$$

一般ニ  $m, n$  ヲ正ノ整数トシ且  $m > n$  トスレバ

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (3)$$

**法則** 一ツノ数ノ冪ヲ之ヨリモ低イ同ジ数ノ冪  
ヲ割ツタ商ハ其等ノ指数ノ差ヲ指数トスル其ノ  
数ノ冪ニ等シイ。

**問3.** 次ノ各ノ商ヲイへ。

$$a^4 \div a^2, \quad x^7 \div x^3, \quad x^6 \div x^2, \quad b^8 \div b^4, \quad y^5 \div y, \quad c^{10} \div c^{10}$$

### 84. 単項式ト単項式トノ乗法

例へバ  $-5a^2b^3 \times 3ab^2c^4 = -5 \times 3 \times a^{2+1}b^{3+2}c^4 = -15a^3b^5c^4$

**法則** 単項式ノ積ヲ求メルニハ係数ノ積ノ次ニ  
文字因数ノ積ヲ附ケル。

**問1.** 次ノ式ヲ計算セヨ。

1  $3a \times (-4bc)$

2  $-2x \times (2xy)$

3  $-\frac{3}{4}b \times 8bc^2$

4  $6a^3 \times (-2a) \times 5a^2$

5  $(-ab)(-bc)(-ca)$

6  $(\frac{42}{5}m^2x)(\frac{20}{3}mx^2)(\frac{6}{7}mx^3)$

例へバ  $(abc)^3 = abcabcabc = a^3b^3c^3$

一般ニ  $(abc)^n = a^n b^n c^n \quad (4)$

$\div = -$        $\times = +$

**法則** 単項式ノ冪ハ各因数ノ冪ノ積ニ等シイ。

例  $(-5ab^2c^4)^3 = (-5)^3 a^3 (b^2)^3 (c^4)^3 = -125a^3b^6c^{12}$

**問2.** 次ノ冪ヲ計算セヨ。

$$(2ax^2)^3, \quad (-2a^3b^2x^4)^2, \quad (-5x^3)^3, \quad (-2a^m b^n)^4$$

### 85. 多項式ト単項式トノ乗法

例へバ  $3(2a-3b+4) = 6a-9b+12$

一般ニ  $x(a+b-c) = ax+bx-cx$

故ニ  $(a+b-c)x = ax+bx-cx$

**法則** 多項式ト単項式トノ積ヲ求メルニハ多項  
式ノ各項ト単項式トノ積ノ和ヲ求メル。

之ヲ乗法ノ配分ノ法則トイフ。

例  $(2a-3b+c) \times (-3a) = -6a^2+9ab-3ac$

**問1.** 次ノ乗法ヲ行へ。(成ルベク暗算テ)

1  $(5a+3b) \times 8x$

2  $3x(3x^2-xy+2y^2)$

3  $(\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} - \frac{x}{5}) \times 30m$

4  $-7x(x^2-3x+2)$

**問2.** 次ノ式ノ括弧ヲ外シテ之ヲ簡單ニセヨ。

1  $7a(x^2-3x+2) - 2a(x^2-5)$

2  $15x(\frac{x}{3} + \frac{y}{5}) - 12y(\frac{x}{3} - \frac{y}{4})$

$b^2 \times b^3 + b^2 \times b$



## 86. 単項式ヲ單項式デ割ル法

例へバ  $-15a^3b^4cx \div 3a^2bc = -\frac{15}{3}a^{3-2}b^{4-1}x = -5ab^3x$

**法則** 單項式ヲ單項式デ割ルニハ、被除式ノ係數ヲ除式ノ係數デ割ツタ商ニ被除式ノ文字因數カラ除式ノ文字因數ダケヲ取去ツタモノヲ附ケル。

例 1.  $4x^2y^3 \div 5x^2y = \frac{4}{5}y^2$

例 2.  $-32a^2b^3c^4 \div 8a^4b^3c^3 = -\frac{4c}{a^2}$

除式ノ文字因數ガ悉ク被除式ニ含マレルトキハ被除式ハ除式デ割切レル(又ハ整除サレルトモイフ)ガ、サウデナイ場合ハ割切レナイ(又ハ整除サレナイトモイフ)。

**問** 次ノ除法ヲ行へ。

- 1  $28xy \div 2y$       2  $-21a^2b^3c \div abc$   
 3  $22x^3y \div (-4x^2y)$       4  $-9m^4n^3p \div (-6mn^2p)$   
 5  $42a^3x^2y \div (-7axy)$       6  $104ab^3x^9 \div (91a^5b^6x^7 \div 7a^4b^4x)$

## 87. 多項式ヲ單項式デ割ル法

例へバ  $\frac{ax+bx-cx}{x} = \frac{ax}{x} + \frac{bx}{x} - \frac{cx}{x} = a+b-c$

コレハ  $(a+b-c)x = ax+bx-cx$  デアルカラデアアル。

**法則** 多項式ヲ單項式デ割ルニハ、被除式ノ各項ヲ夫々除式デ割ル。

例  $(15x^4 - 3x^3 + 6x^2) \div 3x^2 = \frac{15x^4}{3x^2} - \frac{3x^3}{3x^2} + \frac{6x^2}{3x^2}$   
 $= 5x^2 - x + 2$

**問** 次ノ除法ヲ行へ。(成ルベク暗算デ)

1  $(3x-12y) \div (-4)$       2  $(x^3-6x^2+x) \div (-x)$

3  $(4x^4+8x^3-2x^2+6x) \div 2x$

4  $(a^2bc+ab^2c-abc^2) \div (-abc)$

## 88. 多項式ト多項式トノ乗法

例へバ多項式  $a+b+c$  ト  $m+n$  トノ積ヲ求メルニ、 $m+n$  ヲ  $P$  デ表ハセバ

$$(a+b+c)(m+n) = (a+b+c) \times P = aP + bP + cP$$

$$\text{故ニ} \quad (a+b+c)(m+n) = a(m+n) + b(m+n) + c(m+n)$$

$$= am + an + bm + bn + cm + cn$$

	a	b	c
m	am		
n			



**法則** ニツノ多項式ノ積ヲ求メルニハ、一ツノ式ノ各項ニ夫々他ノ式ノ各項ヲ掛ケテ積ノ和ヲ求メル。

例 1.  $(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$

例 2.  $(x+3)(x-5) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$

例 3.  $(2x-y+3z)(x-2y)$   
 $= 2x^2 - xy + 3xz - 4xy + 2y^2 - 6yz$   
 $= 2x^2 - 5xy + 3xz + 2y^2 - 6yz$

**問 1.** 次ノ乗法ヲ行へ。

1  $(a+2)(a+3)$       2  $(a-3)(a+2)$

3  $(a-3)(a-4)$       4  $(a+3)(a-7)$

5  $(x-2y)(x+y)$       6  $(x-2y)(x-3y)$

**問 2.** 次ノ乗法ヲ行へ。

1  $(3x+4)(2x-5)$       2  $(5x+3y)(4x-y)$

3  $(ax+by)(cx+dy)$       4  $(a-b)(a^2+ab)$

5  $(2a+3b)(2a-3b-c)$       6  $(x^2y^2+3)(x^2y^2-4)$

7  $(a^3-7)(a^3-8)$       8  $(100+2)(100-3)$

**注意 1.** 例 2 ハ次ノヤウニ運算シテモヨイ。

$x+3$	[比較]	$34$
$x-5$		$26$
$x^2+3x$		$204$
$-5x-15$		$68$
$x^2-2x-15$		$884$

**問 3.** 次ノ積ヲ初メノ例ノヤウニシテ求メ、次ニ注意 1 ノヤウナ運算ニヨツテ驗セ。

1  $(x+a)(x+b)$       2  $(x+a)(x-b)$

3  $(a+b)^2$       4  $(a-b)^2$

5  $(a+b)(a-b)$

**問 4.** 次ノ式ノ正シイコトヲ確メヨ。

1  $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

2  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

3  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

例 4.  $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$   
 $= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$   
 $= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$   
 $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

**注意 2.** 多項式ヲ整頓スルニハ各項ヲ同ジ文字ニ就イテノ次數ガ次第ニ高クナルヤウニ並ベル昇冪カ又ハ次第ニ低クナルヤウニ並ベル降冪ガヨイ。上ノ例 4 ノ積ハ  $a$  = 就イテ降冪、 $b$  = 就イテ昇冪ノ順ニ整頓サレテキル。

**問 5.**  $(a-b)^3$  ヲ單項式ノ和デ示セ。

**注意 3.** 問 3, 4, 5 及ビ例 4 ハ第 90 節ニ乗法ノ公式トシテ示スモノデ、其ノ結果ヲ暗記スルヤウニスルガヨイ。



### 89. 多項式ヲ多項式デ割ル法

例 1.  $6x^2+11x+3$  ヲ  $1+3x$  デ割レ.

運算

$$\begin{array}{r}
 2x+3 \text{ (商)} \\
 3x+1 \overline{)6x^2+11x+3} \text{ (被除式)} \\
 \underline{6x^2+2x} \phantom{+3} \\
 9x+3 \phantom{+3} \\
 \underline{9x+3} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \dots\dots\dots(3x+1) \times 2x \\
 \dots\dots\dots(3x+1) \times 3
 \end{array}$$

答  $2x+3$

#### 法則 多項式ヲ多項式デ割ルニハ

- [1] 被除式除式ヲ共ニ同シ文字ノ降冪ノ順ニ整頓シ,
- [2] (被除式ノ第一項)÷(除式ノ第一項) ヲ商ノ第一項トシ,
- [3] (被除式)-(除式)×(商ノ初項) ヲ第一剩餘トスル.
- [4] 次ニ第一剩餘ヲ被除式トシテ同様ノ方法ヲ繰返シ商ノ第二項以下ヲ求メル.

問 1. 次ノ除法ヲ行ヘ.

- 1  $(8x^3-22x^2+27x-18) \div (2x-3)$
- 2  $(38x+2x^4-7x^2-24-7x^3) \div (6+x^2-5x)$
- 3  $(x^3-27y^3) \div (x-3y)$

例 2.  $2x^4+x^3+4x^2+x+1$  ヲ  $x^2-x+1$  デ割レ.

運算

$$\begin{array}{r}
 2x^2+3x+5 \text{ (整商)} \\
 x^2-x+1 \overline{)2x^4+x^3+4x^2+x+1} \\
 \underline{2x^4-2x^3+2x^2} \\
 3x^3+2x^2+x \\
 \underline{3x^3-3x^2+3x} \\
 5x^2-2x+1 \\
 \underline{5x^2-5x+5} \\
 3x-4 \text{ (剩餘)}
 \end{array}$$

答 整商  $2x^2+3x+5$ , 剩餘  $3x-4$

上ノ例ノヤウニ剩餘  $3x-4$  ガ除式ヨリモ低次ノ式トナレバ除法ハヤメテ, 上ノヤウニ整商ト剩餘トヲ書イテ答トスル.

一般ニ整式  $A$  ヲ整式  $B$  デ割ル場合ニ整式ノ商  $Q$  ヲ得テ  $A$  ハ  $B$  デ整除サレルトスレバ

$$A = Q \times B$$

又被除式ト除式トヲ同シ文字ノ降冪ノ順ニ整頓シテ除法ヲ行ヒ除式ヨリモ低次ノ剩餘  $R$  ガ出テ整除サレナイトスレバ

$$A = Q \times B + R$$

問 2.  $x^5-5x^4+9x^3-6x^2+x+3$  ヲ  $x^2-3x+2$  デ割レ.

問 3. ニツノ式ノ積ハ  $38x+2x^4-7x^2-24-7x^3$  デ其ノ一ツノ式ハ  $6+x^2-5x$  デアル. 他ノ式ヲ求メヨ.



## 問題 25

次ノ式ヲ計算セヨ。[1—8]

1.  $3z(x-y) - 2x(y-z) + 5y(z-x)$
2.  $\left(\frac{3}{4}a + \frac{2}{5}b - \frac{7}{10}c\right) \times (-20)$
3.  $(12x - 3y)(5x - 11y)$
4.  $(x-a)(x-b)$
5.  $(2x+3)^2$
6.  $(a+b)^4$
7.  $(x+2y-3z)(x-2y+3z)$
8.  $(x^3 - x^2 + x - 1)(x+1)$

次ノ式ヲ計算セヨ。[9—17]

9.  $-27x^4y \div 3x^2$
10.  $-24x^3y^5z \div 4xy^2$
11.  $8a^2b^2c^2 \div (-4abc)$
12.  $(x^3 - 2x^2 + x) \div x$
13.  $(15a^3b - 35ab^3) \div 5ab$
14.  $(3a^3b^2 - 9a^2b^3 - 12a^2b^3) \div 6a^2b^2$
15.  $(6a^5 - 13a^4 + 3a^2 + 4a^3) \div (3a^3 - 2a^2 - a)$
16.  $(3x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^2 - x + 12) \div (x^2 - 3x + 2)$
17.  $(a^4 - b^4) \div (a+b)$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。[18—20]

18.  $(4x^2 + ab)^2 \div a^2$
19.  $(6x^4 - 8x^3 + 4x^2) \div 2x^2 \times (x+1)$
20.  $(a-b)^5 \times (a+b) \div (a-b)^2$

## 90. 重要ナ乗法ノ公式

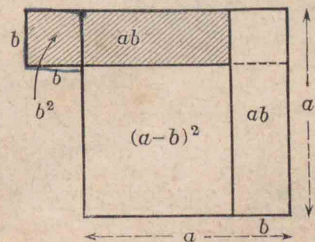
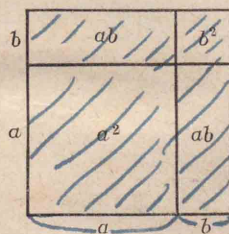
同ジ形式ノ乗法ノ結果ハ一々乗法ヲ實行スルマデモナク、代表的ノ一ツヲ公式トシテ記憶スレバソレヲ應用シテ簡單ニ求メラレル。

## [1] 平方公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

此ノ公式ヲ次ノ圖ト對照セヨ。



(1)ニ於ケル  $b$  ヲ  $-b$  ニ代ヘルト (2)トナルカラ、(2)ハ (1)ニ含マレル。此ノ二式ヲ纏メテ次ノヤウニ書クコトガアル。

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

記號士ヲ複號トイヒ、複號ヲ用ヒタ上ノ公式デハ兩邊共ニ上ノ記號ヲ取ルカ又ハ共ニ下ノ記號ヲ取ルベキモノトスル。



$$\begin{aligned} \text{例 1. } (7x-5y)^2 &= (7x)^2 - 2(7x)(5y) + (5y)^2 \\ &= 49x^2 - 70xy + 25y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又 } (7x-5y)^2 &= (7x)^2 + 2(7x)(-5y) + (-5y)^2 \\ &= 49x^2 - 70xy + 25y^2 \end{aligned}$$

問 1. 次ノ各式ノ平方ヲ作レ。

- 1  $x+1$     2  $x-2$     3  $2x+3y$     4  $2x-5y$   
 5  $x-\frac{a}{2}$     6  $-a+b$     7  $-a-b$     8  $m^2+n^2$   
 9  $x^2-y^2$     10  $3pqx^2+4rsy^3$

問 2.  $3(x+3)^2+5(x+5)^2-8(x+8)^2=0$  ヲ解ケ。

$$\begin{aligned} \text{例 2. } 997^2 &= (1000-3)^2 = 1000^2 - 2 \times 1000 \times 3 + 9 \\ &= 1000000 - 6000 + 9 \\ &= 994009 \end{aligned}$$

問 3. 305, 98, 1.002, 9.97 ノ平方ヲ求メヨ。

$$\begin{aligned} \text{例 3. } (a+b+c)^2 &= \{(a+b)+c\}^2 \\ &= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \end{aligned}$$

多項式ノ積ノ結果ヲ單項式ノ和トシテ示スコトヲ其ノ積ヲ展開スルトイフ。

問 4. 公式ヲ應用シテ  $(a-b+c)^2$  ト  $(2a+b-3c)^2$  トヲ展開セヨ。

$a^2 + b^2$

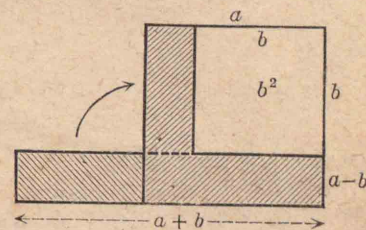
## [2] 二數ノ和ト差トノ積ノ公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (3)$$

此ノ公式ヲ右ノ圖ト對

照セヨ。

$$\begin{aligned} \text{例 4. } (2x+3)(2x-3) \\ &= (2x)^2 - 3^2 \\ &= 4x^2 - 9 \end{aligned}$$



問 5. 次ノ積ヲ求メヨ。

- 1  $(4x-5)(4x+5)$     2  $(3a+2b)(3a-2b)$   
 3  $(7a+3b)(3b-7a)$     4  $(-a+b)(-a-b)$

$$\begin{aligned} \text{例 5. } (a+b-c)(a-b+c) &= \{a+(b-c)\} \{a-(b-c)\} \\ &= a^2 - (b-c)^2 \\ &= a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) \\ &= a^2 - b^2 + 2bc - c^2 \end{aligned}$$

問 6. 次ノ積ヲ求メヨ。

- 1  $(x^2+2x+3)(x^2+2x-3)$   
 2  $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$   
 3  $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$

$$\begin{aligned} \text{例 6. } 53 \times 47 &= (50+3)(50-3) = 50^2 - 3^2 \\ &= 2500 - 9 = 2491 \end{aligned}$$

問 7.  $582 \times 78$ ,  $1003 \times 997$  ヲ求メヨ。



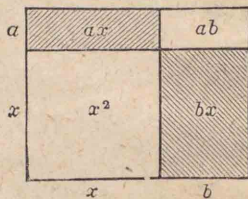
## [3] ニツノ二項式ノ積ノ公式

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (4)$$

此ノ公式ヲ右ノ圖ト對照セ

ヨ。

此ノ公式ノ  $a, b$  ノ一方又ハ  
兩方ノ符號ヲ變ヘレバ次ノヤ  
ウナ式ガ得ラレル。



$$(x+a)(x-b) = x^2 + (a-b)x - ab$$

$$(x-a)(x+b) = x^2 + (-a+b)x - ab$$

$$(x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$$

此等ハスベテ上ノ公式ニ含マレルモノデアル。

$$\begin{aligned} \text{例 7. } (x+3)(x+5) &= x^2 + (3+5)x + 3 \times 5 \\ &= x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 8. } (x-3)(5-x) &= -(x-3)(x-5) \\ &= -(x^2 - 8x + 15) \\ &= -x^2 + 8x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 9. } (2x-3)(2x+4) &= (2x)^2 + (-3+4)(2x) + (-3) \times 4 \\ &= 4x^2 + 2x - 12 \end{aligned}$$

問 8. 次ノ積ヲ求メヨ。

$$\text{1 } (x+3)(x-5)$$

$$\text{2 } (x+5)(x+6)$$

$$\text{3 } (x+3)(x-2)$$

$$\text{4 } \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{5 } (x-5)(x-6) \quad \text{6 } (x+y)(x-2y)$$

$$\text{7 } (x+5a)(2a-x) \quad \text{8 } (3x+2)(3x-5)$$

注意  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  = 於テ  $a=b$  トスレバ平方公式ヲ得ル。又  $b=-a$  トスレバ和ト差トノ公式ヲ得ル。依ツテ平方公式及ビ和ト差トノ積ノ公式ハ共ニ此ノ公式ノ特別ナ場合ニ過ギナイ。

問 9.  $(x-8)(x+12) = (x+1)(x-6)$  ヲ解ケ。

## [4] 二項式ノ立方ノ公式

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (5)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (6)$$

上ノ(6)ハ(5)ニ於ケル  $b$  ノ符號ヲ變ヘテ得ラレルカラ(6)ハ(5)ニ含マレル。此ノ二ツノ公式ヲ纏メテ次ノヤウニ書クコトガアル。

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

問 10. 次ノ式ノ立方ヲ求メヨ。

$$\text{1 } x+a$$

$$\text{2 } x-1$$

$$\text{3 } x+y$$

$$\text{4 } x-y$$

$$\text{5 } 2x-3$$

$$\text{6 } a-3b$$

$$\text{7 } a^2+b$$

$$\text{8 } 31$$

$$\text{9 } 998$$

問 11. 次ノ式ノ括弧ヲ外シ簡單ニセヨ。

$$\text{1 } (a+b)^3 + (a-b)^3$$

$$\text{2 } (a+b)^3 - (a-b)^3$$



## [5] 立方ノ和ト差ノ公式

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3 \quad (7)$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3 \quad (8)$$

此ノ二ツノ公式ヲ纏メテ次ノヤウニ書クコトガアル。

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

問 12. 次ノ積ヲ求メヨ。

$$1. (x+1)(x^2-x+1) \quad 2. (2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$$

問 13. 次ノ商ヲ直ニ書ケ。

$$1. (x^3+a^3) \div (x+a) \quad 2. (x^3-a^3) \div (x-a)$$

## 問題 26

次ノ式ヲ展開セヨ。 [1-15]

1.  $(2x-3y)^2$       2.  $(a^2-3)^2$   
 3.  $(2ab-c)^2$       4.  $(2m+3)(2m-3)$   
 5.  $(a^2-7)(7+a^2)$       6.  $(m^2-2n^5)(m^2+2n^5)$   
 7.  $(2a-3)(2a+2)$       8.  $(3m+2)(3m-1)$   
 9.  $(2m-3)(3m+2)$       10.  $(4x+2y)(3x-2y)$   
 11.  $(6x^3-5)(x^3+3)$       12.  $(a-2b-c)^2$   
 13.  $(x^2-4x+2)^2$       14.  $(a-4b+3c)^2$   
 15.  $(a-b)^4$

出来ルマケ公式ニヨツテ次ノ式ヲ計算セヨ。

[16-35]

16.  $(a+b)^2+(a-b)^2$       17.  $(a+b)^2-(a-b)^2$   
 18.  $(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2-(a+b-c)^2$   
 19.  $(m+n)(m+2n)-3m(n+m)$   
 20.  $(a-2)(a-3)-(a-1)(a-4)$   
 21.  $(2x-y)(x-2y)-2(x^2+y^2)$   
 22.  $4(m+2)+5(m-3)-(m+3)(m+6)$   
 23.  $3(a+b)^2-4(a+b)(a+2b)+(a-b)^2$   
 24.  $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$       25.  $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$   
 26.  $(ab-c)(2c+ab)$       27.  $(m-n-p+q)(p-q+m-n)$   
 28.  $(a+b+3c)(a+b-5c)$       29.  $(x+8)(x-3)-(x-4)^2$   
 30.  $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$       31.  $(1-2x)(1+2x)(1+5x^2)$   
 32.  $\{(x-1)(x+7)\}\{(x+2)(x+4)\}$   
 33.  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$   
 34.  $(a^2+a+2)(a-3)-(a^2+1)(a-1)$   
 35.  $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$



## 第十六章 因數分解

### 91. 因數分解

一ツノ整式ガ幾ツカノ整式ノ積ニ等シイトキハ  
後ノ整式ヲ各前ノ整式ノ因數トイフ。

或整式ヲ幾ツカノ因數ノ積ニ書キ直スコ  
トヲ其ノ式ヲ因數ニ分解スルトイフ。

例ヘバ  $ab+ac$  ヲ書キ直シテ  $a(b+c)$  トスルコト  
ハ  $ab+ac$  ヲ因數ニ分解スルコトデアル。

幾ツカノ因數ノ積ヲ求メル計算ハ乘法デ、除法ハ  
積ト其ノ一ツノ因數トヲ知ツテ他ノ因數ヲ求メル  
計算デアル。ソシテ因數分解ハ積ダケヲ知ツテ其  
ノスベテノ因數ヲ求メルコトデアル。

### 92. 共通因數デ括ルコト

例 1.  $ax+bx-cx=x(a+b-c)$

此ノヤウニスルコトヲ各項ヲ共通因數デ括ルト  
イフ。共通因數ハ視察ニヨツテ求メラレル。

例 2.  $ax+bx-ay-by=x(a+b)-y(a+b)$   
 $= (a+b)(x-y)$

問 1. 次ノ式ヲ共通因數デ括レ。

1  $2a-2b$

2  $ax+bx$

3  $-3x-3y+3z$

4  $a(x+1)+2(x+1)$

5  $(x+2)^2-2(x+2)$

6  $7a(m-n)-m+n$

7  $4(a-x)+2a(x-a)$

8  $(a+b)^2+(a+b)(a-b)$

9  $(a+2b)(a+b)-(2a+b)(a+b)$

10  $(x+y)(b-c)+(x+y)(c-a)+(x+y)(a-b)$

問 2. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1  $ax-bx+ay-by$

2  $px-p+x-1$

3  $ab-ac+bx-cx$

4  $ab+cd+ac+bd$

5  $ab-cd+ad-bc$

6  $4mn+xy-2nx-2my$

### 93. 二次三項式ノ因數分解

問 1. 視察ニヨリ次ノ積ノ絶對項及ビ  $x$  ノ係數  
ヲイヘ。

1  $(x+2)(x+3)$

2  $(x+2)(x-3)$

3  $(x-2)(x+3)$

4  $(x-2)(x-3)$

問 2. 前問ノ解カラ考ヘテ  $(x+a)(x+b)$  ノ積ニ於テ

1 絶對項ノ符號ト  $a, b$  ノ符號トノ關係ハト  
ウカ。

2  $x$  ノ係數ト  $a, b$  トノ關係ハトウカ。



$x^2+px+q$  ナル形ノ三項式ハ  $p=a+b, q=ab$  ナル  
二數ガ求メラレルトキハ

$x^2+px+q=(x+a)(x+b)$

トシテ因數ニ分解スルコトガ出來ル。

即チ  $x^2+px+q$  ヲ因數ニ分解スルニハ加ヘテ  $x$  ノ  
係數トナリ、掛ケテ絶對項トナルヤウナ二數ヲ求メ  
レバヨイ。但シ此ノヤウナ式ニハ上記ノヤウナ二  
數ガ必ズ存在スルトハ限ラナイカラ因數ニ分解サ  
レナイコトモアル。

例 1.  $x^2+12x+35$  ヲ因數ニ分解セヨ。

考へ方 ① 次ノヤウニ書イテ見ルト

$x^2+12x+35=(x \quad)(x \quad)$

②  $+35$  ハ上ノ括弧内ノ絶對項ガ共ニ $+$ カ共ニ $-$ デア  
ルコトヲ示シ、又  $+12x$  カラ共ニ $+$ デアアルコトヲ知ル。

故ニ

$x^2+12x+35=(x+ \quad)(x+ \quad)$

③  $35$  ヲ二ツノ因數ニ分解スルト  $(1, 35), (5, 7)$  デアル。

故ニ求メル因數分解ハ次ノ何レカデアル。

$x^2+12x+35=(x+1)(x+35)$

又ハ  $= (x+5)(x+7)$

④ 左邊ノ  $x$  ノ係數ガ  $12$  デアルコトガワカル。(初メノ  
方ハ間違デアル)

解  $x^2+12x+35=(x+5)(x+7)$

例 2.  $x^2+4x-21$  ヲ因數ニ分解セヨ。  $(x-3)(x+7)$

考へ方 ① 次ノヤウニ書イテ見ルト  $(+3+7)$

$x^2+4x-21=(x \quad)(x \quad)$

②  $-21$  カラ括弧内ノ絶對項ハ異符號デアアルカラ

$x^2+4x-21=(x- \quad)(x+ \quad)$

③  $21$  ヲ二ツノ因數ニ分解スレバ  $(1, 21), (3, 7)$  デ、此ノ中  
デ差ガ  $4$  トナルノハ  $(3, 7)$  デアル。故ニ

$x^2+4x-21=(x-3)(x+7)$

又ハ  $= (x-7)(x+3)$

④ 左邊ノ  $x$  ノ係數ガ  $+$ デアアルカラ  $3$  ト  $7$  ノ中大キイ  
方ノ  $7$  ガ  $+$ デナケレバナラナイ。

解  $x^2+4x-21=(x-3)(x+7)$

例 3.  $x^2-9x+20=(x-4)(x-5)$

例 4.  $x^2-5x-36=(x+4)(x-9)$

問 3. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- ①  $x^2+9x+20$       ②  $x^2-14x+40$
- ③  $x^2-x-6$       ④  $x^2+x-6$
- ⑤  $a^2-8ab+12b^2$       ⑥  $x^2-15xy+14y^2$
- ⑦  $x^2-25x-116$       ⑧  $x^4+4x^2y^2-5y^4$
- ⑨  $a^{16}-7a^8-8$       ⑩  $(x-a)^2-x+a-12$



### 94. 完全平方式

例へバ  $x^2+6x+9$  ヲ因數ニ分解スルト

$$x^2+6x+9=(x+3)(x+3)$$

$$=(x+3)^2$$

一ツノ整式ガ二ツノ相等シイ因數ノ積トシテ表ハサレルトキハ此ノ整式ハ完全平方式デアルトイフ。コレハ平方公式

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

カラ視察ニヨツテ容易ニ求メラレル。即チ

$$x^2+6x+9=x^2+2(x)(3)+3^2$$

$$=(x+3)^2$$

例 1.  $9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2(3x)(2y)+(2y)^2$

$$=(3x-2y)^2$$

例 2.  $-x^2-y^2+2xy=-(x^2-2xy+y^2)$

$$=-(x-y)^2$$

問 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- 1  $x^2-12x+36$
- 2  $4x^2-12xy+9y^2$
- 3  $9-6a+a^2$
- 4  $a^4+2a^2b^2+b^4$
- 5  $(a+b)^2+2ac+2bc+c^2$
- 6  $x^2-2(m-n)x+m^2-2mn+n^2$

$$=x^2-2(m-n)x+(m-n)^2$$

$$=(x-(m-n))^2$$

### 95. 二項式ノ因數分解 (一)

二項式ガ  $a^2-b^2$  ノ形ノトキハ二數ノ和ト差トノ積ノ公式ヲ應用シテ容易ニ因數分解ガ出來ル。

例 1.  $25x^2-16y^2=(5x)^2-(4y)^2=(5x+4y)(5x-4y)$

例 2.  $(a+b)^2-(a-c)^2=\{(a+b)+(a-c)\}\{(a+b)-(a-c)\}$

$$=(2a+b-c)(b+c)$$

問 1. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- 1  $9a^2-25b^2$
- 2  $b^2c^2-4d^2$
- 3  $\frac{1}{4}m^2-\frac{4}{9}$
- 4  $1-x^2$
- 5  $3ab^3-27a^3b$
- 6  $(x-y)^2-a^2$
- 7  $4a^2-(2x-y)^2$
- 8  $(x+2y)^2-(2x-y)^2$
- 9  $9(x+y)^2-4(x-y)^2$
- 10  $(x^2-1)^2-9(x-1)^2$

問 2. 次ヲ因數ニ分解シテ計算セヨ。

- 1  $46^2-16$
- 2  $99^2-1$

例 3.  $a^4-b^4=(a^2)^2-(b^2)^2$

$$=(a^2-b^2)(a^2+b^2)$$

$$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$$

問 3. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- 1  $x^4-81$
- 2  $1-x^4$
- 3  $x^8-y^8$
- 4  $16a^8-b^4$

$$=(x-3)^2+4(y-1)$$





## 96. 二項式ノ因數分解 (二)

二項式ガ  $a^3 \pm b^3$  ノ形ノトキハ立方ノ和ト差トノ公式ヲ應用シテ因數ニ分解スルコトガ出來ル。

$$\text{例 1. } x^3+1=x^3+1^3=(x+1)(x^2-x+1)$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } a^6-b^6 &= (a^3)^2 - (b^3)^2 = (a^3+b^3)(a^3-b^3) \\ &= (a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2) \\ &= (a+b)(a-b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2) \end{aligned}$$

問 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

$$\text{1. } x^3-1$$

$$\text{2. } x^3+8y^3$$

$$\text{3. } 3x^4y-81xy^4$$

$$\text{4. } x^6+7x^3-8$$

## 問題 27

一ツノ整式ヲ因數ニ分解スルニハ先ヅ各項ニ共通因數ガアルカドウカヲ調べ、アツタラソレデ括リ、次ニ公式  $(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$ ,  $(x-a)(x+a)$ ,  $(x+a)(x+b)$  ナドノ何レヲ利用スベキカヲ調べル。若シ直チニ公式ガ適用サレナイトキハ適當ニ變形シテ公式ヲ適用スルニ便利ナ形ニ變ヘルノガヨイ。

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。[1-30]

$$\text{1. } x^2-7x-44$$

$$\text{2. } x^2+5x-24$$

$$\text{3. } 7x-10-x^2$$

$$\text{4. } x^4-13x^2+36$$

$$\text{5. } x^2-13xy+42y^2$$

$$\text{6. } x^2+(a-c)x-ac$$

$$\text{7. } x^2+\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$$

$$\text{8. } x^4-10x^2+9$$

$$\text{9. } 98-7x-x^2$$

$$\text{10. } (a+b)^2-7(a+b)+12$$

$$\text{11. } x^2(x+2)^2-1$$

$$\text{12. } 2-3(x-y)+(x-y)^2$$

$$\text{13. } (x^2-6x-2)^2+4(x^2-6x-2)-12$$

$$\text{14. } (x+a)^2-6(x+a)(y+b)-27(y+b)^2$$

$$\text{15. } (x+y-z)^2+15(x+y-z)+56$$

$$\text{16. } x^2+2xy+y^2-x-y-2$$

$$\text{17. } m^2y+6my-27y$$

$$\text{18. } (2x-a-3)^2-(3-2x)^2$$

$$\text{19. } 1+2mn-(m^2+n^2)$$

$$\text{20. } (m+n)^3-(m-n)^3$$

$$\text{21. } x^6+y^6$$

$$\text{22. } a^2-b^2-a-b$$

$$\text{23. } ax^3+bx^3+a+b$$

$$\text{24. } x^8+x^4-2$$

$$\text{25. } a^2-x^2-y^2+2xy$$

$$\text{26. } b^2-(a-b+c)^2$$

$$\text{27. } 2x(x-2y)+y(2y-x)$$

$$\text{28. } a^3+b^3-a^2+b^2$$

$$\text{29. } (x-1)(x-2)(x-3)+(x-1)(x-2)-(x-1)$$

$$\text{30. } (x-2y)(x-3y)+(x-5y)(x-3y)-(x-3y)(2x-y)$$

$$\text{31. } (2x-1) \text{ ガ } 2x^3+9x^2+7x-6 \text{ ノ一因數デアルコトヲ}$$

確メ、之ヲ因數分解セヨ。

$$\text{32. } x^2+2x-3 \text{ ガ } x^4+x^3-7x^2-x+6 \text{ ノ一因數ナルコト}$$

ヲ知リ、之ヲ因數ニ分解セヨ。



次ノ恒等式ガ真デアルコトヲ示セ。[33-36]

33.  $(a^2+ab+b^2)^2-(a^2-ab+b^2)^2=4ab(a^2+b^2)$

[左邊ヲ因数分解セヨ]

34.  $(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax-by)^2=(ay+bx)^2$

[左邊ノ括弧ヲ解キ簡約シテ之ヲ因数分解セヨ]

35.  $(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)=(x^2-8x)^2+22(x^2-8x)+105$

36.  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+1=(x^2-5x+5)^2$

37. 次ノ式ヲ因数ニ分解シ、其ノ各因数ノ數値ヲ0  
ナラシメル  $x$  ノ數値ヲ求メ、之ヲ原式ノ  $x$  = 代入  
スルト原式ノ數値ハドウナルカ。

1  $x^2+x-20$

2  $x^2-5x-6$

3  $x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

4  $x^4-5x^2+4$

$x^2 + xy + y^2$

## 第十七章 一元二次方程式 (一)

### 97. 一元二次方程式

例へバ  $x^2+5x+6=0$

$2x^2-5x-3=0$

ナドノヤウニ、一ツノ未知數ヲ有スル二次方  
程式ヲ一元二次方程式トイフ。

一元二次方程式ノ一般ノ解法ハ後ニ述ベルガ本  
章デハ因解分解ヲ應用シテ容易ニ解ケルモノ及ビ  
ぐらふニヨル解法ニ就イテ學ブ。

### 98. 一元二次方程式ノ解法

例 1.  $x^2-5x+6=0$  ヲ解ケ。

左邊ヲ因数ニ分解スル。

$(x-2)(x-3)=0$

然ルニ二ツノ因数ノ積ガ0トナルタメニハ少  
クトモ其ノ一ツノ因数ガ0デナケレバナラヌ。  
又逆ニ何レカ一ツノ因数ガ0デアレバ其ノ積  
ハ0トナル。

依ツテ  $x-2=0$  或ハ  $x-3=0$

∴  $x=2$  或ハ  $x=3$

答  $x=2, 3$



【**驗**】  $x=2$  トスレバ  $2^2-5 \times 2+6=4-10+6=0$

$x=3$  トスレバ  $3^2-5 \times 3+6=9-15+6=0$

依ツテ 2 ト 3 トガ共ニ與ヘラレタ方程式ノ根デアルコトヲ知ル。

【**注意**】 一ツノ方程式ヲ解イテ二ツノ根ヲ得ルノハ一見奇妙ニ感ゼラレルガ其ノ各ガ與ヘラレタ方程式ヲ満足スルコトハ上ノ驗ニヨツテ明カデアル。

【**問** 1. 次ノ方程式ノ根ヲイヘ。(暗算)

1  $(x-1)(x-2)=0$       2  $(x-2)(x+3)=0$

3  $(x+a)(x-b)=0$       4  $(x-a+1)(x+b-2)=0$

5  $5x(x-2)=0$       6  $(x-1)(x-2)(x-3)=0$

【**例** 2.  $2(x-2)^2=x^2-5x+18$  ヲ解ケ。

【**解**】 右邊ノ各項ヲ左邊ニ移シテ整頓スルト

$$x^2-3x-10=0$$

依ツテ  $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x+2=0$  或ハ  $x-5=0$

$\therefore x=-2$  或ハ  $x=5$       答  $x=-2, 5$

【**驗**】  $x=-2$  トスレバ

左邊  $=2 \times (-2-2)^2=2 \times 16=32$

右邊  $=(-2)^2-5 \times (-2)+18=4+10+18=32$

$x=5$  ノ場合ハ各自ニ試ミヨ。

【**例** 3.  $2x^2+18=12x$  ヲ解ケ。

【**解**】 移項シテ兩邊ヲ2デ割ルト

$$x^2-6x+9=0$$

左邊ヲ因數ニ分解スルト

$$(x-3)^2=0$$

即チ  $(x-3)(x-3)=0$

$\therefore x=3$  或ハ  $x=3$  (答)

【**驗**】 左邊  $=2 \times 3^2+18=36$

右邊  $=12 \times 3=36$

上ノ例デハ一種ノ根シカ得ラレナイガ、此ノ場合ニハ二ツノ根ガ等シイノデアルト考ヘ、矢張り二ツノ根ガアルトスル。此ノヤウナ根ヲ等根トイフ。

【**問** 2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $x^2-4x+3=0$       2  $x^2+7x+10=0$

3  $x^2-x-6=0$       4  $2x^2-8x-42=0$

5  $x^2-5x=0$       6  $5(2x+5)=x^2$

7  $(x-3)^2=2x-7$       8  $(x+1)(x+3)=2(x+2)+7$

## 99. 一元二次方程式ノ圖解

【**例** 1.  $x^2-6x+5=0$  ヲぐらふニヨツテ解ケ。

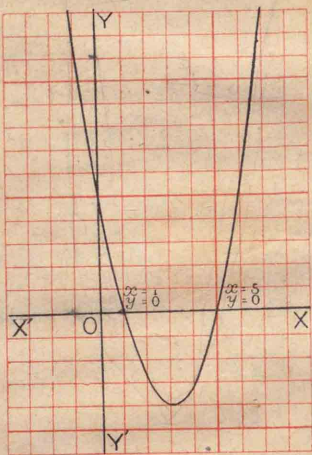
【**解**】  $y=x^2-6x+5$  ト置キ、 $x$  ニ種々ナ値ヲ與ヘテ



次ノ表ヲ得ル。

$x$	...	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	...
$x^2$	...	1	0	1	4	9	16	25	36	49	...
$-6x+5$	...	11	5	-1	-7	-13	-19	-25	-31	-37	...
$y$	...	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	...

依ツテ相對應スル各組ノ  $x$  ト  $y$  トノ値ヲ座標トスル點ヲ連續シテ右ニ示スヤウナぐらふヲ得ル。此ノぐらふガ横軸  $XOX'$  ヲ截ル點ノ座標ハ  $(1,0)$  ト  $(5,0)$  トデアアル。此ノ點ニ於ケル  $y$  ノ値ハ  $0$  デアルカラ



其ノ  $x$  ノ値  $1$  ト  $5$  トガ即チ與ヘラレタ方程式ノ根デアアル。

**注意** 1. ぐらふニヨレバ因數分解ノ困難ナモノデモ解ケルガ、其ノ場合ノ根ハ一般ニ近似値デアアル。

**問** 1. ぐらふニヨツテ次ノ方程式ヲ解ケ。

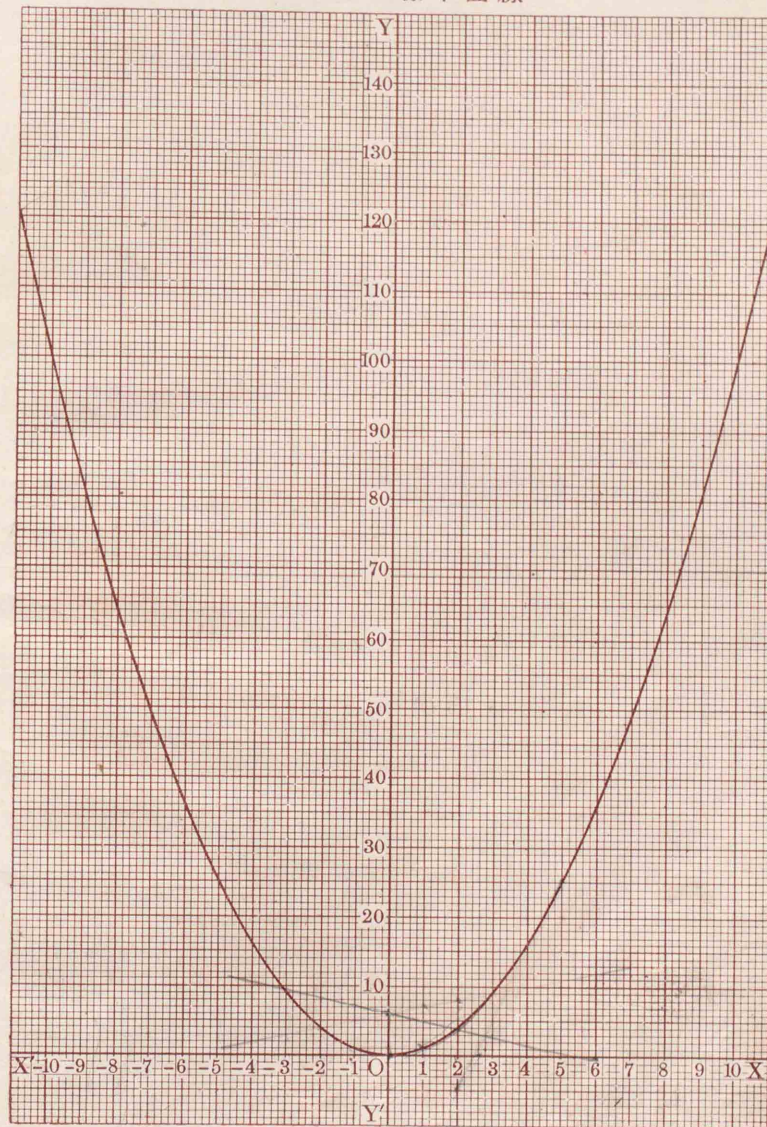
$$\text{① } 4x^2 - 16x + 7 = 0$$

$$\text{② } 2x + \frac{x^2}{4} = 0$$

$$y = x^2$$

$$x^2 - 4x + \frac{7}{4} = 0$$

$y = x^2$  ノ標準曲線





**例 2.**  $y=x^2$  のぐらふヲ用ヒテ  $x^2-x-6=0$  ヲ解ケ。

**註**  $x^2-x-6=0$  (1)  
 $y=x^2$  (2)

トシテ, (1) = (2) ヲ代入スルト

$y-x-6=0$  (3)

故ニ(2)ノぐらふ

ノ上ニ(3)ノぐら

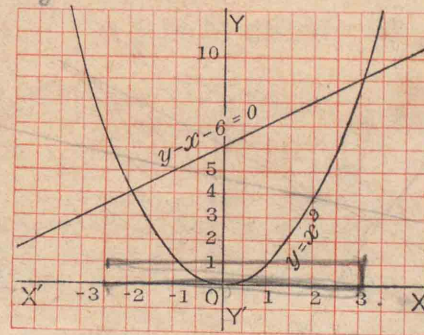
ふ(直線)ヲ畫クト,

其ノ兩ぐらふノ

交點ノ  $x$  ノ値 3

ト -2 トガ(1)ノ

根デアル。



**注意 2.** 此ノ方法デハ(2)ノぐらふハ一定ノモノデアル(ソレデ之ヲ標準曲線トイフ)カラ、之ヲ畫イテ置ケバ其ノ上ニ(3)ノぐらふデアル直線ノ位置ニ定木ヲ置キノレト(2)ノぐらふトノ交點ノ座標ヲ讀メバ(1)ノ根ヲ知ルコトガ出來ル。

**問 2.** 別圖ノ標準曲線ヲ利用シテ次ノ方程式ヲ

1  $x^2+x-6=0$

2  $2x^2+x-6=0$

3  $x^2-10x+25=0$

4  $x^2-10x+30=0$

(x+3)(x-3)=0  
 $x=-3$   $x=3$



100.  $a, b$  ヲ根トスル方程式

$$\text{方程式} \quad (x-a)(x-b)=0$$

ノ根ハ  $a, b$  デ、此ノ外ニハナイ。此ノコトカラ逆ニ  $a, b$  ヲ根トスル方程式ハ容易ニ求メラレル。

**例** 2,  $-\frac{2}{3}$  ヲ根トスル方程式ヲ作レ。

**解** 求メル方程式ハ

$$(x-2)\left(x+\frac{2}{3}\right)=0$$

$$\text{即チ} \quad x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} = 0$$

$$\text{分母ヲ拂ヒ} \quad 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

**問** 次ノ數ヲ根トスル方程式ヲ作レ。

1 3, 4                      2 -3, 5                      3 -4, -2

4  $\frac{1}{2}, 2$                       5  $\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}$                       6 0, 5

## 101. 應用問題

**例** 1. 長サ  $10\text{cm}$  ノ線分  $AB$  ヲ  $P$  デ内分シテ

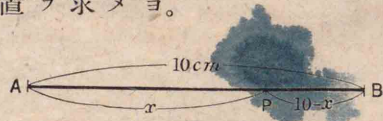
$$AP^2 + BP^2 = 58 \text{ (平方糎)}$$

ニナルヤウナ點  $P$  ノ位置ヲ求メヨ。

**解**  $AP=x$  トスレバ

$PB=10-x$  デアル。

$$\text{故ニ} \quad x^2 + (10-x)^2 = 58$$



$$\text{之ヲ整頓シテ} \quad x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\text{因數ニ分解シテ} \quad (x-3)(x-7) = 0$$

$$\therefore x-3=0 \text{ 或ハ } x-7=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 或ハ } x=7$$

故ニ  $P$  ノ位置ハ  $A$  カラ  $3\text{cm}$  又ハ  $7\text{cm}$  ノ所デアル。

**驗**  $AP=3\text{cm}$  トスレバ

$$AP^2 + PB^2 = 3^2 + (10-3)^2 = 9 + 49 = 58$$

$AP=7\text{cm}$  トスレバ

$$AP^2 + PB^2 = 7^2 + (10-7)^2 = 49 + 9 = 58$$

**例** 2.  $n$  角形ノ對角線ノ總數ハ  $\frac{1}{2}n(n-3)$  デアル。對角線ガ  $20$  本アル多角形ノ邊數ヲ求メヨ。

**解** 題意カラ

$$\frac{1}{2}n(n-3) = 20$$

$$\therefore n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$\therefore (n+5)(n-8) = 0$$

$$\therefore n+5=0 \text{ 或ハ } n-8=0$$

$$\therefore n=-5 \text{ 或ハ } n=8$$

然ルニ邊數ニ負數ハナイカラ  $-5$  ハ捨テル。

**答** 八角形

**問** 上ノ例 2 ニ於テ對角線ガ  $35$  本デハドウカ。



## 問題 28

次ノ方程式ヲ解ケ。[1-5]

1.  $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$

2.  $x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} = 0$

3.  $(x-5)^2 - (x-1)^2 = 4(x^2-9)$

4.  $(x - \frac{1}{2})^2 = 2(2x-1)$

5.  $9x^2 - 3x - 2 = 0$

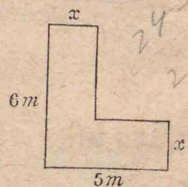
6. 或數ト其ノ平方トノ和ハ132デアルトイフ。其ノ數ヲ求メヨ。

7. 二數ノ和ハ14デ、其ノ平方ノ和ハ100デアル。二數ヲ求メヨ。

8. 面積ガ36平方米ノ矩形ノ土地ガアル。其ノ横ハ縦ヨリモ5m長イトイフ。此ノ横縦ノ長ヲ求メヨ。

9. 24mノ針金デ64平方米ノ矩形ノ花壇ノ三方ヲ圍マウトスル。二邊各、何程ニスレバヨイカ。

10. 右ノ圖ノヤウナ<sup>カサ</sup>鉤ノ手ノ土地ガアル。此ノ面積ハ18平方米デアルトイフ。此ノ土地ノ幅ヲ求メヨ。



11.  $(x+4)(x+15)$ ヲ簡單ニスルトキ誤ツテ $x+4x+15$ トシタ。 $x$ ノ如何ナル値ノトキ兩式ハ等シイカ。

## 第十八章 最大公約數・最小公倍數

## 102. 最大公約數 (G.C.M.)

整式Aガ整式Bデ整除サレルトキ、BヲAノ約數トイヒ、逆ニAヲBノ倍數トイフ。

一ツノ整式ガ二ツ以上ノ整式ノ約數デアルトキハ、其ノ整式ヲ其等ノ整式ノ公約數トイヒ、公約數ノ中デ次數ノ最モ高イモノヲ最大公約數トイフ。

**注意** 約數・倍數ハ共ニ整式ニ就イテイフモノデアルカラ、本章デ取扱フ式ハ皆整式デアル。

## 103. 單項式ノ最大公約數

**例**  $2a^4b^2c$ ,  $3a^3b^2d$ ,  $5a^2b^2$ ノ最大公約數ヲ求メヨ。

**解** 與ヘラレタ三式ノ公約數ハ此ノ三式ヲ皆整除セネバナラヌカラ、此ノ三式ノ何レニモ共通ナ因數 $a$ ,  $b$ 以外ノ因數ヲ含ムコトハ出來ナイ。ソシテ其ノ各因數ノ次數ハ $a$ ハ三次以下、 $b$ ハ二次以下デナケレバナラス。故ニ最大公約數ハ $a^3b^2$ デアル。



**法則** ニツ以上ノ單項式ノ最大公約數ヲ求メルニハ、此等ノ各式ニ共通ナ文字因數ノ積ヲ作ツテ、其ノ各因數ニ夫々此等ノ式中ニ於ケル其ノ因數ノ最小ナ指數ヲ附ケル。

**問 1.** 次ノ各組ノ式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

①  $a^3b^4xy^2, a^2b^3x^3$       ②  $ax^3y^4z, bx^2y^3z^5, cxy^2z^2$

**注意** 數係數ハ其ノ式ノ次數ヲ増減スルモノデナイカラ、最大公約數ハ、與ヘラレタ各式ノ數係數ニハ關係ガナイノミナラズ、ドンナ數ヲ其ノ最大公約數ノ係數トシテ附ケテモヨイ。然シ通例ハ與ヘラレタ各式ノ數係數ノ絶對値ノ最大公約數ヲ此等ノ式ノ最大公約數ノ數係數トスル。

**問 2.** 次ノ各組ノ式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

①  $4ab^2, -6a^2b$       ②  $49a^2x^2, 63a^3y^2, -14a^4z^2$

因數ニ分解シタ式又ハ容易ニ因數ニ分解シ得ル式ノ最大公約數ハ、上ト同様ニシテ求メルコトガ出來ル。

**問 3.** 次ノ各組ノ式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

①  $3a^2b(a+b)^2, 2a(a-b)^2(a+b)^3$   
 ②  $x^2y(x-a)(x-b)^2, xy^2z(x-a)^2(x-b)^2$   
 ③  $x^2+x, x^2-1, 5x^3+5$

## 104. 最小公倍数 (L.C.M.)

一ツノ式ガニツ以上ノ式ノ倍數デアルトキハ、其ノ式ヲ其等ノ式ノ公倍数トイヒ、公倍数ノ中デ次數ノ最モ低イモノヲ最小公倍数トイフ。

## 105. 單項式ノ最小公倍数

**例**  $ab^2ca^4, a^4bc^2x^3, a^3b^2ca^2$  ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

**解** 求メル式ハ與ヘラレタ各式デ割切レネバナラヌカラ、 $a, b, c, x$  ナル因數ヲ悉ク含マネバナラヌ。ソシテ其ノ各因數ノ指數ハ夫々與ヘラレタ式ノ中ニアル其ノ因數ノ最高次ノモノデナケレバナラヌ。

故ニ最小公倍数ハ  $a^4b^2c^2x^4$  デアル。

**法則** ニツ以上ノ單項式ノ最小公倍数ヲ求メルニハ、此等ノ各式ニ含マレル文字因數ノスベテノ積ヲ作ツテ其ノ各因數ニ夫々此等ノ式中ニ於ケル其ノ因數ノ最大ナ指數ヲ附ケル。

**問 1.** 次ノ各組ノ式ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

①  $xy^3, x^2yz, xyz^3$       ②  $ab^2x^4, a^4bx^3, a^3b^2x^2$

**注意** 與ヘラレタ式ニ數係數ガアルトキニハ、通例其ノ



絶対値ノ最小公倍数ヲ最小公倍数ノ数係数トスル。

**問2.** 次ノ各組ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

①  $4a^3, 6a^2b, 8ab^2$       ②  $3x^2yz, 27x^3y^2z^2, 6xy^2z$

因数 = 分解シタ式又ハ容易 = 因数 = 分解シ得ル式ノ最小公倍数ハ、上下同様ニシテ求メルコトガ出來ル。

**問3.** 次ノ各組ノ式ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

①  $3a(a+b)^2, 2(a+b)(a-b), ab(a-b)^2$

②  $6x^2(x-a), 4ax(x^2-a^2)^2, 5(x-a)^3$

## 106. 約数ノ性質

[1]  $B$  ガ  $A$  ノ約数ナラバ、 $B$  ハ又  $mA$  ノ約数デア  
ル。但シ  $m$  ハ任意ノ数又ハ整式トスル。

[2]  $C$  ガ  $A, B$  ノ公約数ナラバ、 $C$  ハ又  $mA+nB$  及  
ビ  $mA-nB$  ノ公約数デア  
ル。但シ  $m, n$  ハ任意ノ数  
又ハ整式トスル。

何故ナレバ  $A=aC, B=bC$  トスレバ

$$mA \pm nB = maC \pm nbC = (ma \pm nb)C$$

デア  
ルカラデア  
ル。

**問** 若干ノ偶数ノ和ハ偶数デア  
ル。其ノ理ハト

ウカ。

## 問題 29

次ノ各組ノ式ノ G.C.M. ヲ求メヨ。 [1-4]

1.  $9a^4b^5x^2y^3, -48a^2b^6c^2x, 12a^3b^4cxy^2$

2.  $8ab(a+b)^2, 12(a+b)(a-b), 20(a-b)^2(a+b)^2$

3.  $a^5+8a^2b^3, a^4b+a^3b^2-2a^2b^3$

4.  $x^5-xy^2, x^3+x^2y+xy+y^2$

次ノ各組ノ式ノ L.C.M. ヲ求メヨ。 [5-10]

5.  $ab, bc, ca$

6.  $(a-b)(b-c), (b-c)(c-a), (c-a)(a-b)$

7.  $(a+b)^2-c^2, (b+c)^2-a^2, (c+a)^2-b^2$

8.  $x^2-5x+6, x^2-4, x^2-3x+2$

9.  $x^2+xy+y^2, x^3-y^3, x^3+y^3, x^2-xy+y^2$

10.  $4(b^3-ab^2), 12(ab^2+b^3), 8(a^3-a^2b)$

11. 連続シタ三ツノ整数ノ積ハ 6 ノ倍数デア  
ルコ  
トヲ證明セヨ。

12. 上ノ問題ヲ利用シ  $n$  ガ整数ナルトキ  $n^3+5n$  ハ  
6 デ整除サレルコトヲ證明セヨ。

[ $n^3+5n=n^3-n+6n$  ナルコト = 注意セヨ]



## 第十九章 分 數 式

### 107. 分數式

例へバ

$$\frac{b}{a}, \frac{a^2+b^2}{a-b}$$

ナドノヤウニ、整式  $A$  ヲ整式  $B$  デ割ツタ商ヲ  $\frac{A}{B}$  ノ形デ表ハシタモノヲ分數式又ハ單ニ分數トイフ。(上卷 59 參照)

從ツテ  $\frac{A}{B}$  ハ  $B$  ヲ掛ケレバ  $A$  トナル式デアル。

$A$  ヲ分數式ノ分子、 $B$  ヲ分母トイヒ、之ヲ總稱シテ分數式ノ項トイフ。

分數式ハ算術ニ於ケル分數ト同ジヤウニ其ノ分母子ニ 0 デナイ同ジ數又ハ同ジ式ヲ掛ケ、或ハ分母子ヲ 0 デナイ同ジ數又ハ同ジ式ヲ割ツテモ其ノ値ハ變ハラナイ。

**問 1.**  $\frac{A}{B}$  ト其ノ分母子ノ符號ヲ變ヘタ  $\frac{-A}{-B}$  トハ

値ガ違フカ。

**問 2.**  $\frac{A}{B}$  ト其ノ分母子ノ何レカ一方ノ符號ヲ變

ヘタモノ即チ  $\frac{A}{-B}, \frac{-A}{B}$  トハドウ違フカ。

### 108. 約 分

分數式ノ分母ト分子トニ公約數ガアルトキハ、ソレデ分母子ヲ割ツテ分數式ヲ簡單ニスルコトガ出來ル。此ノヤウニスルコトヲ分數式ヲ約分スル又ハ約ストイフ。

$$\text{例 1. } \frac{2a}{\frac{6a^2bc^3}{9abc^2}} = \frac{2a}{3c^2}$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } \frac{(a^3-b^3)(a+b)}{(a^3+b^3)(a-b)} &= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)} \\ &= \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} \end{aligned}$$

分數式ノ分母子ニ 1 ノ外ニ公約數ガナイトキハ此ノ分數式ヲ既約分數式トイフ。

**法則** 分數式ヲ既約分數式トスルニハ分母子ヲ其ノ最大公約數ヲ割ル。

**注意** 1. 約分ハ通常既約分數式ヲ得ルマデ行フベキモノトスル。

**問 1.** 次ノ分數式ヲ約分セヨ。

<b>1</b> $\frac{12a^4b^2x}{18a^2b^3y}$	<b>2</b> $\frac{(n-1)^2a}{a^2(n-1)}$	<b>3</b> $\frac{2x+2y}{3x+3y}$
<b>4</b> $\frac{x^2y-xy^2}{axy}$	<b>5</b> $\frac{12x^2-2xy}{16x^2}$	<b>6</b> $\frac{x-1}{x(1-x)}$



$$7 \quad \frac{m^2(a-b)^2(a^2+b^2)^3}{mn(a+b)(a-b)(a^2+b^2)}$$

$$8 \quad \frac{24a^2bc(x-y)^2(x+y)^5}{16ab^2c(x-y)^3(x^2+y^2)(x+y)^3}$$

$$\text{例 3.} \quad \frac{x^2-y^2}{y-x} = \frac{(x+y)(x-y)}{y-x} = \frac{(x+y)(x-y)}{-(x-y)} = -(x+y)$$

$$\text{例 4.} \quad \frac{x^2+3-4x}{15-2x-x^2} = \frac{x^2-4x+3}{-x^2-2x+15} = \frac{x^2-4x+3}{-(x^2+2x-15)}$$

$$= -\frac{(x-1)(x-3)}{(x-3)(x+5)} = -\frac{x-1}{x+5}$$

注意 2. 約分は於テ初學者ノ最モ誤リ易イノハ

$$\frac{a^2+ab}{b^2+ab} \quad \text{ヲ} \quad \frac{a^2+ab}{b^2+ab} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$$

トスルコトデアル。此ノ不合理デアルコトハ

$$\frac{3-2}{4-2} \neq \frac{3}{4} \quad \text{カラ容易ニワカル。}$$

問 2. 次ノ分數式ヲ簡單ニセヨ。

$$1 \quad \frac{(x+2)(x+3)}{(3+x)(2-x)}$$

$$2 \quad \frac{x^2-5x+4}{x^2-1}$$

$$3 \quad \frac{z^2-2z-3}{z-3}$$

$$4 \quad \frac{p^2-1}{(1+py)^2-(p+y)^2}$$

$$5 \quad \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$$

$$6 \quad \frac{x^3+2ax^2+a^2x}{mx+ma}$$

$$7 \quad \frac{x^2-4xy+4y^2}{x^2-4y^2}$$

$$8 \quad \frac{x-xy-yz+z}{y^3-3y^2+3y-1}$$

\* \*ハ等シクナイトイフ記號デアル。

## 109. 通 分

二ツ以上ノ分數式ハ其ノ値ヲ變ヘズニ此等ヲ同ジ分母ヲ有スルモノニ改メルコトガ出來ル。此ノヤウニスルコトヲ其等ノ分數式ヲ通分スルトイフ。

例ヘバ  $\frac{a}{x+a}, \frac{x}{a-x}, \frac{a^2}{x^2-a^2}$  ヲ通分スレバ、夫々

$$\frac{a(x-a)}{x^2-a^2}, -\frac{x(x+a)}{x^2-a^2}, \frac{a^2}{x^2-a^2} \quad \text{トナル。}$$

此ノ際、共通ノ分母ハ  $x^2-a^2$  ニ限ラズ、モトノ各分母ノ公倍数デアレバヨイ。ケレドモ其ノ最小公倍数  $x^2-a^2$  (之ヲ最小公分母トイフ)ヲ共通ノ分母トスルモノガ最モ簡單デアル。

法則 二ツ以上ノ分數式ヲ通分スルニハ、其等ノ分數式ノ分母ノ最小公倍数ヲ求メ、之ヲ夫々各分母デ割り、其ノ商ヲ夫々各分數式ノ分母子ニ掛ケル。

問 次ノ各組ノ分數式ヲ通分セヨ。

$$1 \quad \frac{a}{b}, \frac{n}{m}, \frac{x}{y}$$

$$2 \quad \frac{x}{ab}, \frac{y}{bc}, \frac{z}{ca}$$

$$3 \quad \frac{2x}{3a}, \frac{5b}{2y}, \frac{3c}{4z}$$

$$4 \quad a, \frac{c}{ab^3}, \frac{d}{a^2b^2}$$

$$5 \quad \frac{1}{(b-c)(b-a)}, \frac{1}{(c-a)(c-b)}, \frac{1}{(a-b)(a-c)}$$

$$6 \quad \frac{b}{x-a}, \frac{a+x}{x^2+ax+a^2}, \frac{ax}{x^3-a^3}$$



## 110. 分數式ノ加法・減法

$$\frac{A}{M} + \frac{B}{M} - \frac{C}{M} = \frac{A+B-C}{M}$$

何故ナレバ  $\left(\frac{A}{M} + \frac{B}{M} - \frac{C}{M}\right) \times M$

$$= \frac{A}{M} \times M + \frac{B}{M} \times M - \frac{C}{M} \times M$$

$$= A+B-C \quad \text{デアルカラデアル。}$$

**法則** 同分母ノ分數式ヲ加減スルニハ、其ノ分子ヲ加減シ、之ニ共通ノ分母ヲ附ケル。分母ノ異ナル場合ニハ、先ヅ之ヲ通分シテカラ此ノ方法ヲ行フ。

例 1.  $\frac{x}{a-b} + \frac{y}{b-a} + \frac{z}{a-b} = \frac{x}{a-b} - \frac{y}{a-b} + \frac{z}{a-b}$

$$= \frac{x-y+z}{a-b}$$

例 2.  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} - \frac{c}{2ab} = \frac{2b^2}{2ab} + \frac{2ac}{2ab} - \frac{c}{2ab}$

$$= \frac{2b^2+2ac-c}{2ab}$$

例 3.  $\frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{a-b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

$$= \frac{2a(a-b)}{a^2-b^2} + \frac{2b(a+b)}{a^2-b^2} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{2a^2-2ab+2ab+2b^2-a^2-b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

問 次ノ式ヲ計算セヨ。

1  $\frac{8}{3x} + \frac{2}{5x} - \frac{3}{x}$

2  $\frac{5x}{y} - \frac{3x}{y}$

3  $\frac{x+y}{a} + \frac{x-y}{a}$

4  $\frac{2x-3y}{ax} - \frac{4x-3y}{bx}$

5  $y - \frac{xy}{x-y}$

6  $\frac{a-x}{a+x} + 1$

7  $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

8  $x - \frac{x^2}{x+1} + \frac{x}{x-1}$

9  $\frac{a-b}{b} + \frac{2a}{a-b} - \frac{a^3+a^2b}{a^2b-b^3}$

10  $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}$

## 111. 分數式ノ乘法

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$$

何故ナレバ  $\frac{A}{B} = p, \frac{C}{D} = q$  トスレバ

$$A \times C = Bp \times Dq = B \times D \times pq$$

故 =  $\frac{A \times C}{B \times D} = pq = \frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$  デアルカラデアル。

同様 =  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times \frac{E}{F} \times \dots = \frac{A \times C \times E \times \dots}{B \times D \times F \times \dots}$

**法則** 分數式ヲ掛ケルニハ、分子ノ積ヲ分子トシ、分母ノ積ヲ分母トスル分數式ヲ作ツテ之ヲ約分スル。



$$\text{例 1. } \frac{2a^2}{3bc} \times \frac{5b^2c^3}{8a^3x} = \frac{2a^2 \times 5b^2c^3}{3bc \times 8a^3x} = \frac{5bc^2}{12ax}$$

問 1. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\text{1. } \frac{2x^3}{3yz} \times \frac{3y^3}{5xz} \times \frac{5z^3}{2xy} \quad \text{2. } \frac{3(a+b)^2}{a^2b(a-b)^3} \times \frac{ab^2(a-b)^2}{12(a+b)}$$

$$\text{例 2. } \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6} \times \frac{x^2-7x+12}{x^2-5x+4} \\ = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x-3)} \times \frac{(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-4)} = 1$$

問 2. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\text{1. } \frac{x^2-1}{x^2+3x-10} \times \frac{x^2-25}{x^2-3x-4} \quad \text{2. } \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} \times \frac{a-b}{a^2+ab}$$

問 3. 次ノ冪ヲ計算セヨ。

$$\left(\frac{3b}{2a}\right)^2, \left(\frac{b-a}{a-b}\right)^2, \left(\frac{x+y}{y+x}\right)^3, \left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2$$

## 112. 分數式ノ除法

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \times D}{B \times C}$$

何故ナレバ  $\frac{A \times D}{B \times C} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times D \times C}{B \times C \times D} = \frac{A}{B}$  デアルカ

ラデアル。

**法則** 或式ヲ分數式ヲ割ルニハ、除式ノ分母ト分

子トヲ入レ換ヘテ、之ヲ被除式ニ掛ケル。

分母ト分子トヲ交換シタ分數式ハ原ノ分數式ノ逆數デアルカラ上ノ法則ハ次ノ如ク述ベテモヨイ。或式ヲ分數式ヲ割ルニハ、被除式ニ除式ノ逆數ヲ掛ケル。

$$\text{例 1. } \frac{3a^2xy^2}{25b^3} \div \frac{6ay^3}{10b^2x} = \frac{ax}{25b^2} \times \frac{2x}{6ay^3} = \frac{ax^2}{5b^2y}$$

問 1. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\text{1. } \frac{3a^2b}{5x^2y} \div \frac{2a}{5x} \quad \text{2. } \frac{27a^2b^4}{16x^2y^2} \div \frac{9a^3b^2}{4x^3y^6} \\ \text{3. } \frac{x^3-a^3}{x^4-4x^2} \div \frac{x-a}{x^2+2a} \quad \text{4. } \frac{a^2-b^2}{-xz+yz} \div \frac{b-a}{z}$$

$$\text{例 2. } \frac{x^3-1}{x^2-x+1} \div \frac{x^3+1}{x^2-x+1} \times \frac{x+1}{x-1} \\ = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2-x+1} \times \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} \times \frac{x+1}{x-1} \\ = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$$

問 2. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1. } \frac{ax}{(a-x)^2} \div \frac{ab}{a^2-x^2} \quad \text{2. } \frac{m^2-n^2}{c^3+d^3} \div \frac{n-m}{c+d}$$

$$\text{3. } \frac{x^2-4x+3}{x^2-5x+4} \div \frac{x^2-10x+21}{x^2-9x+20} \times \frac{x^2-7x}{x^2-5x}$$

$$\text{4. } \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right) \left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) \div \left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}\right)$$



113. 繁分數式

分數ノ分母子ノ一方又ハ双方ガ分數デアルモノヲ繁分數トイフヤウニ, 分母ト分子トノ一方又ハ双方ガ分數式デアル分數式ヲ繁分數式或ハ單ニ繁分數トイフ。

例  $\frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}}$  ヲ簡單ニセヨ。

解 分子 =  $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{4ab}{(a-b)(a+b)}$

分母 =  $\frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{(a+b)^2} = \frac{2ab}{(a+b)^2}$

∴ 題式 =  $\frac{2 \cdot 4ab}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a+b)^2}{2ab} = \frac{2(a+b)}{a-b}$

問 次ノ繁分數式ヲ簡單ニセヨ。

1  $\frac{x - \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x}}$

2  $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$

3  $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$

4  $\frac{(a-b)^2 - \left(\frac{a^2+b^2}{a+b}\right)^2}{b-a + \frac{a^2}{a+b}}$

問 題 30

1. 次ノ式ヲ約分セヨ。

1  $\frac{54a^{10}b^7c^8}{-81a^{13}b^5cd}$

2  $\frac{(q-r)(r-p)(p-q)}{(r-q)(p-r)(q-p)}$

3  $\frac{36m^2n(b-a)(a^2+b^2)}{64mn^2(a-b)(a^2+b^2)}$

4  $\frac{a^2 - (b+c+d)^2}{(a-b)^2 - (c+d)^2}$

2. 次ノ式ヲ計算セヨ。

1  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

2  $1 + \frac{a-x}{a+x}$

3  $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

4  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$

5  $\frac{a+b}{ab^2} - \frac{3a-b}{3a^2b} + \frac{b^2-2a^2}{2a^2b^2}$

6  $\frac{2-x}{1-3x} - \frac{x+4}{3x+1} - \frac{1-5x}{9x^2-1}$

7  $\frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2}$

8  $\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} - \frac{2a}{x^2+a^2} - \frac{4a^3}{x^4+a^4}$

9  $\frac{a^2 - (b-c)^2}{(c+a)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (c-a)^2}{(a+b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a-b)^2}{(b+c)^2 - a^2}$

10  $\frac{1}{(x-a)(x-b)} + \frac{1}{(b-x)(c-x)} - \frac{1}{(x-a)(c-x)}$

3.  $\frac{a^2+b^2}{ab}$  及  $\frac{x-y}{xy}$  ヲ夫々二ツノ分數ノ和ト差トニ直セ。

改中算代下



4. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\text{1} \quad \frac{x^2+2x}{x^2-9} \times \frac{x^2-3x}{x^2-4} \quad \text{2} \quad \left(y - \frac{3}{5}y\right) \times \left(2x - \frac{1}{5}x\right)$$

$$\text{3} \quad \left(\frac{x}{m} + \frac{y}{n}\right) \times m^2 n^2 \quad \text{4} \quad \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1\right)$$

$$\text{5} \quad \frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2-c^2-2bc} \times \frac{a^2-b^2+c^2-2ac}{a^2-b^2-c^2+2bc}$$

$$\text{6} \quad \left(1 + \frac{12}{x+1} - \frac{4}{x+3}\right) \times \left(1 + \frac{4}{x+5} - \frac{12}{x+7}\right)$$

5. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\text{1} \quad \frac{(m+n)^2}{(a-b)^3} \div \frac{xy(m+n)}{(a-b)^2(a+b)} \quad \text{2} \quad \frac{a-b}{a+b} \div \left(1 - \frac{a-3b}{a+b}\right)$$

$$\text{3} \quad \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{6}\right) \div \left(\frac{x}{3} + \frac{5x}{12}\right) \quad \text{4} \quad \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \div \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{5} \quad \left(2 - \frac{3n}{m} + \frac{9n^2 - 2m^2}{m^2 + 2mn}\right) \div \left(\frac{1}{m} - \frac{m+n}{(m-2n)(m+n) - 4n^2}\right)$$

6. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1} \quad \frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}$$

$$\text{2} \quad \frac{\frac{m^2+n^2}{n} - m}{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}} \times \frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}$$

$$\text{3} \quad \frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2}{x+y} + \frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2}{x-y} \quad \text{4} \quad \frac{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 - 2}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 - \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}$$

## 第二十章 分數方程式

## 114. 分數方程式

未知數ヲ含ム式ヲ分母トスル分數式ヲ有  
スル方程式ヲ分數方程式トイフ。

例ヘバ  $\frac{3}{x} = 5$ ,  $\frac{35}{x-1} + 2 = \frac{5}{x^2-1}$  ナドノヤウ  
ナモノデアアル。

分數方程式ニ對シテ分母ニ未知數ヲ含マナイ方  
程式ヲ整方程式トイフ。

## 115. 一元分數方程式ノ解法

$$\text{例} \quad \text{1.} \quad \frac{3(x-1)}{x+1} + \frac{2(x+1)}{x-1} = 5 \quad \text{ヲ解ケ。}$$

解 兩邊ニ  $(x+1)(x-1)$  ヲ掛ケルト

$$3(x-1)^2 + 2(x+1)^2 = 5(x^2-1)$$

$$\text{之ヲ簡約スルト} \quad -2x + 10 = 0 \quad = -2x = -10$$

$$\text{之カラ} \quad x = 5$$

$x=5$  ヲ與ヘラレタ方程式ニ代入シテ驗スト

$$\text{左邊} = \frac{3 \times (5-1)}{5+1} + \frac{2 \times (5+1)}{5-1} = \frac{3 \times 4}{6} + \frac{2 \times 6}{4} = 5$$

依ツテコレハ求メル根デアアル。 答  $x=5$



**注意** 方程式ノ兩邊ニ其ノ中ニアル分數式ノ分母ノ公  
 倍數ヲ掛ケテソレヲ整方程式ニスルコトヲ其ノ方  
 式ノ分母ヲ拂フトイフ。

**例 2.**  $\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-1)(x-3)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$  ヲ解ケ。

**解** 分母ノ最小公倍數  $(x-1)(x-2)(x-3)$  ヲ兩邊ニ  
 掛ケテ分母ヲ拂フト

$$x-3+2(x-2)=x-1$$

$$\begin{array}{l} x-3+2x-4=x-1 \\ 3x-7=x-1 \\ 2x-6=0 \\ x-3=0 \\ x=3 \end{array}$$

然ルニ  $x=3$  トスルト與ヘラレタ方程式中ノ分  
 數式ノ分母ニ 0 トナルモノガアツテ、此ノ方  
 式ハ無意味ノモノトナル。依ツテ 3 ハ根デナ  
 イ。故ニ 此ノ方程式ニハ根ガナイ。

**法則** 分數方程式ヲ解クニハ、其ノ中ニアル分數  
 式ノ分母ノ最小公倍數ヲ其ノ方程式ノ兩邊ニ掛  
 ケテ得ル整方程式ヲ解ク。但シ此ノヤウニシテ  
 得タ根ノ中ニ、與ヘラレタ方程式ノ中ニアル分數  
 式ノ分母ヲ 0 トスルモノガアレバソレハ根デハ  
 ナイ。

**問 1.** 次ノ方程式ヲ解ケ。

**1**  $\frac{x-2}{4x-5} = \frac{x-3}{4x-10}$

**2**  $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{3}{x+5}$

**3**  $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1+4x}{4}$       **4**  $\frac{2x^2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} = 1$

**5**  $\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-2)(x-3)} = \frac{2}{(x-3)(x-1)}$

**例 3.**  $\frac{x^2-3x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$  ヲ解ケ。

**解** 兩邊ニ  $x^2-1$  ヲ掛ケテ分母ヲ拂フト

$$x^2-3x+x+1-2x^2+2=0$$

之ヲ簡約シテ符號ヲ變ヘルト

$$x^2+2x-3=0$$

$$\therefore (x-1)(x+3)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 或ハ } x=-3$$

然ルニ  $x=1$  ハ與ヘラレタ方程式中ニアル分數  
 式ノ分母ヲ 0 トスルカラ 1 ハ此ノ方程式ノ根  
 デハナイ。

又  $x=-3$  ハ與ヘラレタ方程式中ノ分母ヲ 0 ト  
 シナイデ、且此ノ方程式ヲ満足スルカラ  $-3$  ハ  
 此ノ方程式ノ根デアル。      **答**  $x=-3$

**問 2.** 次ノ方程式ヲ解ケ。

**1**  $\frac{x+3}{3x+2} = \frac{4x-1}{4x+1} - \frac{2x-1}{2+3x}$

**2**  $\frac{x(11-x)}{x^2-1} - \frac{5}{x-1} - 2 = 0$



例 4. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{x+y}{y-x} = \frac{15}{8} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - \frac{3y+44}{7} = 100 & (2) \end{cases}$$

解 (1)ノ分母ヲ拂ヒ  $63x - 7(3y+44) = 700$

$$8(x+y) = 15(y-x)$$

即チ  $7y - 23x = 0$  (3)

又(2)カラ  $21x - y = 248$  (4)

(3)ト(4)トヲ組合ハセテ解ケバ

$$x = 14, y = 46$$

此ノ値ハ(1)ノ左邊ノ分母ヲ0トシナイカラ、此ノ方程式ノ根デアル。

答  $x = 14, y = 46$

問 3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} + \frac{y+3}{4} = 3 & \text{1} \\ \frac{x+3}{2} + \frac{y+2}{7} = 1 & \text{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+3}{x-3} + \frac{y-3}{y+3} = 2 & \text{3} \\ \frac{x-3}{2x+3} + \frac{y-3}{2y+3} = 1 & \text{4} \end{cases}$$

### 問題 31

次ノ方程式ヲ解ケ。[1-5]

$$1. \frac{5}{x-1} - \frac{14}{x+1} = -\frac{9}{x+3} \quad 2. \frac{6}{x+3} + \frac{2}{x-3} = \frac{20}{x^2-9}$$

$$3. \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+8} = \frac{6x}{x^2+10x+16}$$

$$4. \begin{cases} \frac{3x+y-4}{2x+y+1} = \frac{1}{2} \\ \frac{2x+y-9}{x+2y+7} = \frac{4}{11} \end{cases} \quad 5. \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{4} \\ \frac{y+1}{x+y} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

6. 或牛肉商ガ32圓デ牛肉ヲ仕入レルニ、若シ其ノ仕入値段ガ2割安ケレバ4kg多ク得ラレルトイフ。此ノ仕入値段ハ1kgニツキ幾ラカ。

7. 或川ノ上流ノ甲港カラ下流ノ乙港マデ40kmアル。或水夫ガ此ノ間ヲ往復スルノニ10時間カカリ、3km漕ギ下ル時間ハ2km漕ギ上ル時間ニ等シイトイフ。此ノ水夫ガ甲港カラ乙港マデ漕ギ下ルニ要スル時間ト此ノ川ノ流レノ速サトヲ求メヨ。



## 116. 文字方程式

例へば

$$ax + bx = c$$

$$\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{2a} = -\frac{3b+a}{a}$$

ナドノヤウニ、文字ヲ以テ表ハサレタ既知數ヲ含ム方程式ヲ文字方程式トイフ。

文字方程式ハ數字ノ既知數ヲ有スルコレマデノ方程式ト同ジヤウニシテ解クコトガ出來ル。

例1.  $a^2(x-a) + b^2(x-b) = abx$  ヲ解ケ。

解 括弧ヲ外シテ

$$a^2x - a^3 + b^2x - b^3 = abx$$

之ヲ整頓スレバ

$$(a^2 - ab + b^2)x = a^3 + b^3$$

$a^2 - ab + b^2 \neq 0$  トシ、之デ兩邊ヲ割レバ

$$x = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2}$$

$$\therefore x = a + b$$

答  $x = a + b$

驗 左邊  $= a^2(a+b-a) + b^2(a+b-b) = a^2b + ab^2$

右邊  $= ab(a+b) = a^2b + ab^2$

例2. 次ノ方程式ヲ  $m$ ニ就イテ ( $m$ ヲ未知數トシテトイフコト) 解ケ。

$$\frac{m-a}{b} + \frac{m-b}{a} = -\frac{3b+a}{a}$$

但シ  $a, b \neq 0$  デナク且  $a+b \neq 0$  トスル。

解 兩邊ニ  $ab$  (0 デナイ) ヲ掛ケレバ

$$am - a^2 + bm - b^2 = -3b^2 - ab$$

移項シテ簡約スレバ

$$(a+b)m = a^2 - ab - 2b^2$$

兩邊ヲ  $a+b$  (0 デナイ) デ割レバ

$$m = \frac{a^2 - ab - 2b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-2b)}{a+b} = a - 2b$$

答  $m = a - 2b$

驗 (各自ニ試ミヨ)

問 次ノ方程式ヲ解ケ。(別ニ斷ラナケレバ  $x, y, z$  ヲ未知數トスル)

1  $m + x = n - x$

2  $4(a-x) = 3(b-x)$

3  $mp + m = ap + a$  ( $p$ ニ就イテ解ケ。  $m \neq a$  トスル)

4  $a(x+a) + b(b-x) = 2ab$

5  $\begin{cases} ax - by = a^2 + b^2 \\ bx + ay = 0 \end{cases}$  (但シ  $a \neq 0, b \neq 0$  トスル)

6  $\frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-a} = \frac{2}{x}$



## 117. 公式ノ轉換

例へバ分數方程式

$$\frac{2(a-b)}{3a-c} = \frac{2a+b}{3(a-c)}$$

ノ分母ヲ拂ツテ簡單ニスレバ

$$9ab + 4ac - 7bc = 0$$

之ヲ

$$\begin{array}{l|l} a = \text{就イテ解ケバ} & b = \text{就イテ解ケバ} \\ a = \frac{7bc}{9b+4c} & b = \frac{-4ac}{7c-9a} \end{array}$$

トナル。

カヤウニ幾ツカノ文字ヲ含ム一ツノ方程式ハ其ノ何レノ文字ニ就イテモ解クコトガ出來ル。

之ニ準ジ、例へバ利息算デ元金( $P$ )、利率( $r$ )、期間( $n$ )ヲ知ツテ元利合計( $S$ )ヲ求メル公式

$$S = P(1+rn)$$

一ツノ方程式ト考へ之ヲ  $P$ ニ就イテ解ケバ、元金ヲ求メル公式ニ轉換スルコトガ出來ル。即チ

$$P = \frac{S}{1+rn}$$

**例** 次ノ公式ヲ [ ] 内ノモノヲ求メル公式ニ轉換セヨ。

$$\text{1} \quad s = vt \quad [v] \quad \text{2} \quad s = \frac{1}{2}gt^2 \quad [g]$$

$$\text{3} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad [a] \quad \text{4} \quad c = \frac{5}{9}(f-32) \quad [f]$$

## 118. 一元一次方程式ノ根ノ公式

一元一次方程式ハ、其ノ左邊ニハ未知項ダケヲ集メ又右邊ニハ絶対項ダケヲ集メテ簡約スレバ、常ニ

$$ax = b \quad (1)$$

ナル形トナル。故ニ之ヲ一元一次方程式ノ一般ノ形トイフ。ココニ  $x$ ハ未知數ヲ表ハシ、 $a, b$ ハ既知數、或ハ既知數トシテ取扱フ數又ハ式ヲ表ハスモノトスル。

今(1)ノ兩邊ヲ  $a$ デ割レバ

$$x = \frac{b}{a} \quad (2)$$

之ガ一元一次方程式ノ根ノ公式デアル。

故ニ一元一次方程式ハタダ一ツノ根ヲ有シ、 $b$ ガ若シ0ナラバ其ノ根ハ0デアル。ソシテ  $a$ ハ決シテ0デハナイ。



## 119. 聯立二元一次方程式ノ根ノ公式

$x, y$  ヲ含メル聯立二元一次方程式ハ常ニ次ノ形  
デ表ハスコトガ出來ル。

$$\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$$

之ヲ聯立二元一次方程式ノ一般ノ形トイフ。

今之ヲ解クニ、(1) =  $b'$  ヲ、(2) =  $-b$  ヲ掛ケレバ

$$\begin{aligned} ab'x + bb'y &= b'c \\ -a'bx - bb'y &= -bc' \end{aligned}$$

邊々相加ヘテ  $(ab' - a'b)x = b'c - bc'$

$$\therefore \begin{cases} x = \frac{b'c - bc'}{ab' - a'b} \\ y = \frac{c'a - ca'}{ab' - a'b} \end{cases} \quad (3)$$

同様ニ

之ガ聯立二元一次方程式ノ根ノ公式デアル。

故ニ  $ab' - a'b$  ガ 0 デナケレバ上ノ方程式ニハ常  
ニ一組ノ根ガアル。

問 1. 次ノ聯立方程式ヲ上ノ公式ニヨツテ解ケ。

$$\begin{aligned} \text{1} & \begin{cases} 7x + 2y = 47 \\ 5x - 4y = 1 \end{cases} & \text{2} & \begin{cases} 2x = 5y + 1 \\ 24 - 7x = 3y \end{cases} \end{aligned}$$

注意 聯立二元一次方程式ノ一般ノ形ヲ

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 & (1') \\ a'x + b'y + c' = 0 & (2') \end{cases}$$

トスレバ、根ノ公式ハ

$$\begin{cases} x = \frac{bc' - b'c}{ab' - a'b} \\ y = \frac{ca' - c'a}{ab' - a'b} \end{cases} \quad (3')$$

トナル。コレハ次ノヤウニシテ作ルコトガ出來ル。

$$\begin{array}{ccccccc} a & (+) & b & (+) & c & (-) & a \\ a' & (-) & b' & (-) & c' & (+) & a' \end{array}$$

分母     $x$ ノ分子     $y$ ノ分子

問 2. (3')ノ公式ニヨツテ再ビ問 1 ヲ解ケ。

問 3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{aligned} \text{1} & \begin{cases} ax + by = 2ab \\ bx - ay = b^2 - a^2 \end{cases} & \text{2} & \begin{cases} b^2x - a^2y = 0 \\ bx + ay = a + b \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3} & \begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = m \\ \frac{c}{x} + \frac{b}{y} = n \end{cases} & \text{4} & \begin{cases} \frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b} \\ \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a-b} \end{cases} \end{aligned}$$

問 4. 次ノ聯立方程式ヲ  $a, d$  ニ就イテ解ケ。

$$a + (m-1)d = 7, \quad a + (n-1)d = 2$$



## 問題 32

次ノ方程式ヲ解ケ。[1-13]

1.  $ax - b^2 = a^2 - bx$

2.  $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3$

3.  $\begin{cases} x+y=2a \\ ax-by=bx+ay \end{cases}$

4.  $\begin{cases} y=mx+b \\ y=m'x+b' \end{cases}$

5.  $ax - ay - z = bx + by - z = x + y - 2a = 0$

6.  $\frac{y+z-x}{b+c} = \frac{z+x-y}{c+a} = \frac{x+y-z}{a+b} = 1$

7.  $\frac{6x+7}{9x+6} = \frac{5x-5}{12x+8} + \frac{1}{12}$

8.  $\frac{b-c}{bx-c} = \frac{a+c}{ax+c}$

9.  $\frac{x}{2} + \frac{5x^2-15x-8}{10(x-3)} - \frac{5x-9}{5} = 1$

10.  $\frac{x-8}{x-10} + \frac{x-4}{x-6} = \frac{x-5}{x-7} + \frac{x-7}{x-9}$

11.  $\frac{x^2-x+1}{x-1} + \frac{x^2+x+1}{x+1} = 2x$

12.  $\begin{cases} \frac{2x+5}{3y-7} = \frac{3}{2} \\ \frac{y-5}{x+10} = \frac{1}{2} \end{cases}$

13.  $\begin{cases} \frac{x-4}{y+4} = \frac{x-3}{y+7} \\ \frac{x+2}{y-2} = \frac{x+5}{y-1} \end{cases}$

14.  $\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  ヲ  $r$  = 就イテ解ケ。又  $a'$  = 就イテ解ケ。

15.  $\frac{i}{i+i'} = \frac{r}{r+r'}$  カラ  $r$  ヲ求メル式及ビ  $r'$  ヲ求メル式ヲ作レ。

16. 次ノ聯立方程式ヲ  $a, d$  = 就イテ解ケ。

$$l = a + (n-1)d, \quad S = \frac{n}{2}(a+d)$$

17. 比重ガ  $a$  ナル金屬  $n$  疋 = 比重ガ  $b$  ナル金屬幾疋ヲ混ズレバ、比重ガ  $c$  ナル合金ヲ得ルカ。

18. 甲乙二人ガアツテ、甲ハ乙ヲ追ツテ同ジ方向ニ AB 線上ヲ走リ、甲ガ A 點ニアルトキ乙ハ B 點ニアル。A, B ノ距離ハ  $d$  粁デ、兩人ノ速サハ甲ハ毎時  $a$  粁、乙ハ毎時  $b$  粁デアル。兩人ガ相會スル所ハ B ヲ距タルコト幾粁ノ所カ。

19. 上中下三種ノ林檎ガアル、1 圓デハ上ハ中ヨリモ 4 箇少ク、又 3 圓デハ下ハ中ヨリモ 20 箇多ク買ヒ得ル、ソシテ中 1 箇ノ價ハ上下各 1 箇ノ價ノ平均額ニ等シトイフ。中ハ 1 圓デ幾箇ヲ買ヒ得ルカ。



## 第二十一章 平方根

### 120. 平方根

例へば一元二次方程式

$$x^2=36$$

ハ如何ナル數ノ平方ガ36トナルカラ求メルモノデ

$$x^2=a$$

ハ如何ナル數ノ平方ガ $a$ トナルカラ求メルモノデア  
ル。

或數又ハ式ノ平方ガ $a$ ニ等シイトキハ其  
ノ數又ハ式ヲ $a$ ノ平方根トイフ。

例へば  $6^2=36, (-6)^2=36$

故ニ6ト-6トハ共ニ36ノ平方根デア  
ル。

一般ニ一ツノ正數 $a$ ハ符號ダケ異ナル二ツノ平  
方根ヲ有スル。其ノ正數ノ方ヲ $\sqrt{a}$ デ表ハシ之ヲ  
「平方根 $a$ 又ハ正 $a$ 」ト讀ミ、負數ノ方ヲ $-\sqrt{a}$ デ  
表ハシ、之ヲ「 $a$ ノ平方根」又ハ「 $a$ ノ平方根」ト讀ム。

ソレデ36ノ平方根ハ次ノ二ツデア  
ル。

$$+\sqrt{36}=+6, -\sqrt{36}=-6$$

之ヲ複號ヲ用ヒテ次ノヤウニモ書ク。

$$\pm\sqrt{36}=\pm 6$$

同様ニ正數 $a$ ノ二ツノ平方根ヲ次ノヤウニ書ク。

$$\pm\sqrt{a}$$

$\sqrt{\quad}$ ヲ平方根號又ハ單ニ根號トイフ。

問1. 次ノ數ノ平方根ヲイヘ。

1, 4, 5, 49, 90,  $a^2$ ,  $mn$

例1.  $(x+5)^2-36=0$ ヲ解ケ。

解 移項スレバ

$$(x+5)^2=36$$

$$\therefore x+5=\pm\sqrt{36}=\pm 6$$

$$\therefore x+5=6 \text{ 或ハ } x+5=-6$$

$$x=1 \text{ 或ハ } x=-11$$

答  $x=1, -11$

別解 左邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$\{(x+5)+6\}\{(x+5)-6\}=0$$

$$\therefore x+5+6=0 \text{ 或ハ } x+5-6=0$$

$$\therefore x=-11 \text{ 或ハ } x=1$$

例2.  $5x^2-3=0$ ヲ解ケ。

解 -3ヲ移項シテ、兩邊ヲ5デ割レバ

$$x^2=\frac{3}{5}$$

改中算代下



$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$\text{答 } x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$$

此ノ方程式ノヤウニ  $x$  ノ項ヲ缺ク一元二次方程式ヲ純二次方程式トイフ。

問2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $x^2 - 49 = 0$

2  $2x^2 = 50$

3  $10x^2 - 8 = 0$

4  $(x-3)^2 = 1$

5  $(x-15)(x+15) = 400$

6  $2(x^2-7) + 3(x^2-11) = 33$

7  $\frac{x^2-24}{5} + \frac{x^2-37}{4} = 8$

8  $x^2 - 10x + 25 = 49$

例3.  $x^2 + 4 = 0$  ヲ解ケ。

解  $+4$  ヲ移項スレバ

$$x^2 = -4$$

平方シテ  $-4$  トナル數ハナイ。故ニ此ノ方程

式ニハ根ガナイ。

一般ニ

負數ノ平方根ハナイ。

問3. 方程式  $x^2 = a - 3$  ハ  $a$  ガ如何ナル値ノトキニ根ガアルカ。

## 121. 整數ノ開平方

數又ハ式ノ平方根ヲ求メルコトヲ平方ニ開クトイヒ、其ノ計算ヲ開平方又ハ單ニ開平トイフ。

本節デハ主トシテ數ノ開平方ニ就イテ述ベル。イフマデモナク數ノ平方根ハ二ツアルガ、其ノ正ノ方ヲ求メレバ他ノ方ハ其ノ符號ヲ負ニスレバヨイカラココデハ其ノ正ノ方ダケヲ求メルコトニスル。

注意 數ノ平方根ノ中其ノ正ノ方ヲ算術的平方根トイヒ、正負二ツヲ合ハセテ代數的平方根トイフ。

或整數ノ平方根ヲ求メルニハ先ヅソレハ幾桁デアルカ又其ノ最高位ノ數ハ何デアルカヲ知ル必要ガアル。然ルニ

$$1^2 = 1, \quad 10^2 = 100, \quad 100^2 = 10000, \quad \dots$$

デアルカラ、一桁ノ數ノ平方ハ1以上100未滿デアル。故ニ1以上100未滿ノ數即チ一桁又ハ二桁ノ數ノ平方根ハ整數部分ガ一桁ノ數デアル。同様ニ三桁又ハ四桁ノ數ノ平方根ハ整數部分ガ二桁ノ數デアル。以上之ニ準ズル。

故ニドンナ數デモ其ノ一ノ位カラ二桁毎ニ區分



スレバ、其ノ平方根ノ整數部分ノ桁數ヲ知ルコトガ出來ル。

例ヘバ 732054 ヲ區分スルト 73 | 20 | 54 デアルカラ、其ノ平方根ノ整數部分ハ三桁ノ數デアル。ソシテ

$$800^2 < 732054 < 900^2$$

デアルカラ、此ノ平方根ノ最高位ノ數ハ、其ノ平方ガ 73ニ近クテ之ヨリモ小サイ 8 デアルコトガ明カデア

**問 1.** 次ノ數ノ平方根ノ整數部分ハ幾桁カ。

$$169, \quad 8449, \quad 123456$$

**例 1.**  $\sqrt{1849}$  ノ値ヲ求メヨ。

**解** 先ヅ求メル平方根ノ最高位ヲ定メルタメニ、一ノ位カラ左ヘ二桁毎ニ區切り、18 | 49 トスルト、平方根ノ整數部分ハ二桁ノ數デ、其ノ最高位即チ十ノ位ハ 4 デアルコトガワカル。今一ノ位ノ數ヲ  $x$  トスレバ

$$1849 = (40 + x)^2 = 40^2 + 2 \times 40x + x^2$$

$$1849 - 40^2 = 2 \times 40 \times x + x^2$$

$$\therefore 249 = 2 \times 40 \times x + x^2 \quad (1)$$

$$\therefore \frac{249}{2 \times 40} = x + \frac{x^2}{2 \times 40}$$

此ノ式ノ左邊ノ商ノ整數部分ハ 3 デアル。故ニ  $x$  ハ 3 ヨリモ大デアルコトハ出來ナイ。故ニ  $x$  ヲ 3 ト推定シテ (1) ノ右邊ヲ計算スレバ丁度 249 トナル。

故ニ求メル平方根ハ 43 デアル。

之ヲ計算スルニ次ノヤウナ運算ヲ用ヒル。

	4	3	
和	4	4	積
↓	4	3	積
	83	3	積

**驗**  $43^2 = 1849$

	4	3	
4	4	3	積
4	8	3	積
83	83	3	積

上ノ運算ノ順序ハ、次ノ通りデアル。

- (1) 1849 カラ 40ノ平方ヲ引キ餘リ 249ヲ得ル。
- (2) 249ヲ  $40 \times 2$  デ割ツテ平方根ノ一ノ位ノ數ガ 3 デアルコトヲ推定スル。
- (3)  $40 \times 2 + 3$  即チ 83 ト 3 トノ積ヲ 249 カラ引クト餘リガナイ。

**注意** 上ノ運算ノ和・積ナドノ文字ハ説明ノ便宜上書イタモノデ實際ノ運算ニハ書ク必要ハナイ。

**問 2.** 次ノ値ヲ計算セヨ。

$$\sqrt{289}, \quad \sqrt{961}, \quad \sqrt{2025}, \quad \sqrt{1764}$$



例2.  $\sqrt{148996}$  の値ヲ求メヨ。

解

3	3 8
3	148996
68	589
8	544
	45

3	3 8 6
3	148996
68	589
8	544
766	4596

ココマデハ例1ト同ジヤウニシテ求メルコト  
ガ出来ル。

サテ次ニ一ノ位ノ數ヲ求メヨウ。ソレヲ引ト  
スレバ

$$148996 = (380 + y)^2$$

デアルカラ前ニ倣ツテ次ノヤウニ考ヘラレル。

- (1) 上ノ計算デ  $148996 - 380^2$  ノ餘リハ 4596 デ  
アル。
- (2) 4596 ヲ  $2 \times 380$  デ割リ、平方根ノ一ノ位ノ  
數ガ6デアルコトヲ推定スル。
- (3) 4596 カラ  $(2 \times 380 + 6) \times 6$  ヲ引ケバ餘リガナ  
イ。

故ニ  $\sqrt{148996} = 386$  デアル。

運算ハ次ノヤウニスル。此ノ運算ノ中デ68=8  
ヲ加ヘタモノノ10倍ガ丁度  $380 \times 2$  ナルコトニ注意  
セヨ。

運算

	3 8 6	
和	3	積 → 9
和	68	積 → 589
和	8	積 → 544
和	766	積 → 4596
	6	積 → 4596
		0

答 386

驗  $386^2 = 148996$

問3. 次ノ値ヲ求メヨ。

$$\sqrt{15129}, \quad \sqrt{207936}, \quad \sqrt{501264}$$

## 122. 小數ノ開平方

$$0.1^2 = 0.01, \quad 0.01^2 = 0.0001, \quad 0.001^2 = 0.000001, \quad \dots$$

デアルカラ、小數ノ平方ノ小數部分ノ桁數ハ、其ノ小  
數ノ桁數ノ二倍デアル。故ニ反對ニ或數ノ平方根  
ノ小數部分ノ桁數ハ、其ノ數ノ小數部分ノ桁數ヲ小  
數第一位カラ下ヘ二桁毎ニ區分シタ數デアル。

問1. 次ノ數ノ平方根ヲ求メヨ。(暗算)

$$0.64, \quad 0.0081, \quad 0.000004, \quad 0.0225, \quad 1.69$$

例1.  $\sqrt{0.2809}$  ノ値ヲ求メヨ。



運算

	0. 5 3
5	0.28 09
5	25
103	3 09
3	3 09
	0

答 0.53

【驗】  $0.53^2 = 0.2809$

【問2】 次ノ値ヲ求メヨ。

$$\sqrt{0.00654481}, \quad \sqrt{0.378225}, \quad \sqrt{144407.6001}$$

【例2】  $\sqrt{2}$  ヲ小數第三位マデ求メヨ。

運算

	1. 4 1 4
1	2.00 00 00
1	1
24	1 00
4	96
281	4 00
1	281
2824	1 19 00
4	1 12 96
	6 04

答 1.414強

【驗】  $1.414^2 + 0.000604 = 2$

此ノ運算ノ最後ニ得タ餘リヲ開平剩餘トイフ。  
一般ニ  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots$  等ハ小數幾桁マデ運算ヲ  
續ケテモ開キ切レナイカラ、近似値ヲ求メテ満足ス  
ル外ハナイ。

【問3】  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$  ノ値ヲ小數第三位マデ求  
メヨ。

【注意】 1. 次ノ値ハ屢々必要ガアルカラ暗記シテ置クト  
便利デアル。

人よ人よ	人並に	富士山麓
$\sqrt{2} = 1.414$	$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{5} = 2.236$
$\sqrt{6} = 2.449$	$\sqrt{7} = 2.645$	

【注意】 2. 1カラ 100 マデノ數ノ平方根ノ近似値ノ表ハ  
卷末ニアル。

### 123. 無理數・無理式

$\sqrt{2}, \sqrt{3}$  ノヤウニ、開キ切レナイ數ノ平方根  
ヲ不盡根數<sup>\*</sup>又ハ根數トイフ。不盡根數ノヤ  
ウニ、整數ヤ有限ノ桁數ヲ有スル小數デハ表  
ハスコトノ出來ナイ數ヲ無理數トイフ。

$\sqrt{a}, \sqrt{a+b}$  ノヤウニ、根號内ニ文字ヲ含ム式  
ヲ無理式<sup>\*</sup>トイフ。

【問】 平方ニ開キ切レル數又ハ式ヲ何トイフカ。

(22頁参照)

\* 不盡根數ハ平方根ダケデナク、又無理數ハ不盡根數ダケデハナイガ、ココデ  
ハタダ平方根デアル不盡根數ダケヲ取扱フ。其ノ一般ノ論究ハ上級ニ譲ル。  
無理式ニ就イテモ同様デアル。



無理數又ハ無理式ニ對シテ、根號ヲ有シナイ數又ハ式ヲ有理數又ハ有理式トイフ。

無理數ヤ無理式モ有理數ヤ有理式ト同ジ法則ニヨツテ計算スルモノトスル。

### 124. 無理數・無理式ノ計算

$a, b, c$  ヲ正ノ數トスルト

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c} = \sqrt{abc}$$

何故ナレバ此等ノ等式ノ兩邊ヲ平方スルト、兩邊ガ同ジ式トナルカラデアル。

$$\begin{aligned} \text{例 1. } \sqrt{12} \times \sqrt{48} &= \sqrt{12 \times 48} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 2^4 \times 3} \\ &= \sqrt{2^6 \times 3^2} = 2^3 \times 3 = 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } \sqrt{8a^3b} &= \sqrt{4a^2 \times 2ab} = \sqrt{4a^2} \sqrt{2ab} \\ &= 2a\sqrt{2ab} \end{aligned}$$

$$\text{問 1. } \sqrt{2} \times \sqrt{32}, \sqrt{15} \times \sqrt{60}, \sqrt{125}, 3\sqrt{8} \times \sqrt{6}$$

ヲ有理數又ハ有理數ト無理數トノ積ニ直セ。

$$\text{問 2. } \sqrt{2xy}\sqrt{8xy^3}, \sqrt{4a^4b^3}\sqrt{a^2b}, \sqrt{6ax^3}\sqrt{8ax^4}$$

ヲ有理式又ハ有理式ト無理式トノ積ニ直セ。

$$\text{問 3. } \text{次ノ數ニ於テ、有理因數ヲ根號内ニ入レヨ。}$$

$$5\sqrt{4}, \frac{2}{3}\sqrt{13}, 4ab^2\sqrt{ab}$$

$$\begin{aligned} \text{例 3. } \sqrt{45} + \sqrt{20} &= \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{4 \times 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= (3+2)\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{問 4. } \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48} \text{ ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$\begin{aligned} \text{例 4. } \sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}) \\ &= \sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{3}\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{6} \\ &= \sqrt{6} + 3 - \sqrt{18} = 3 - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 5. } (2\sqrt{13} + 5\sqrt{2})(\sqrt{13} - \sqrt{2}) \\ &= 26 - 2\sqrt{26} + 5\sqrt{26} - 10 = 16 + 3\sqrt{26} \end{aligned}$$

問 5. 次ノ式ノ計算ヲナセ。

$$\text{1 } (\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3) \quad \text{2 } (\sqrt{5}+2\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3})$$

$$\text{3 } (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 \quad \text{4 } (2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2$$

$$\text{5 } (3-\sqrt{5})^2 \quad \text{6 } (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$$

$$\text{7 } (m-\sqrt{n})^2 \quad \text{8 } (2\sqrt{a}+3\sqrt{b})^2$$

### 125. 分數ノ開平方

$a, b, c$  ヲ正ノ數トスルト

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

分數ノ開平方デハ分母ノ開キ切レルモノハ分母子ヲ別々ニ開クガヨイ。分母ノ開キ切レナイモノハ、其ノ分數ヲ小數ニ直シテ開クノガ便利デアル。



$$\text{例 1. } \sqrt{\frac{729}{1225}} = \frac{\sqrt{729}}{\sqrt{1225}} = \frac{27}{35}$$

$$\text{問 1. } \sqrt{\frac{625}{5184}}, \sqrt{\frac{931225}{583656}} \text{ の値ヲ求メヨ。}$$

$$\text{例 2. } \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{0.6} = 0.774\dots$$

$$\text{例 3. } \sqrt{\frac{2}{7}} \text{ の値ヲ小數第三位マデ求メヨ。}$$

$$\text{解 } \sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{0.285714\dots} = 0.534\dots \quad \text{答 } 0.534\text{強}$$

$$\text{別解 } \sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7} = \frac{3.741\dots}{7} = 0.534\dots$$

上ノ計算法ハ與ヘラレタ式ヲ先ヅ其ノ値ヲ變ヘ  
ナイデ分母ガ有理數トナルヤウニ變形スルノデア  
ル。カヤウニスルコトヲ分母ヲ有理化スルトイフ。

$$\text{問 2. } \sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{7}{12}} \text{ ヲ小數第三位マデ求メヨ。}$$

$$\text{問 3. 次ノ方程式ノ根ヲ小數第三位マデ求メヨ。}$$

$$\text{1 } 3x^2=4$$

$$\text{2 } 5x^2-3=0$$

$$\text{3 } 2(x-2)^2=7$$

$$\text{例 4. } \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3+2\sqrt{6}+2}{3-2} = 5+2\sqrt{6}$$

$$= 5+4.898\dots = 9.898\dots$$

## 問題 33

1. 次ノ數及ビ式ノ平方根ヲ求メヨ。

$$\text{1 } 1272384$$

$$\text{2 } 254076.4836$$

$$\text{3 } \frac{5}{2} \text{ (小數第三位マデ)}$$

$$\text{4 } \frac{7}{12} \text{ (小數第三位マデ)}$$

$$\text{5 } 16x^2b^4x^6$$

$$\text{6 } 4a^6(3x-y)^4$$

$$\text{7 } 625x^2m^4(x+y)^6$$

$$\text{8 } 4x^2-4x+1$$

2. 次ノ數及ビ式ヲ無理數ト有理數トノ積ニ直セ。

$$\text{1 } \sqrt{50}$$

$$\text{2 } \sqrt{96}$$

$$\text{3 } \sqrt{847}$$

$$\text{4 } \sqrt{36a^3b^2c^5}$$

$$\text{5 } \sqrt{32a^3(x+y)^3}$$

3. 次ノ數ノ有理因數ヲ根號内ニ入レヨ。

$$\text{1 } 3\sqrt{2}$$

$$\text{2 } 4\sqrt{3}$$

$$\text{3 } 5\sqrt{7}$$

$$\text{4 } 12\sqrt{5}$$

$$\text{5 } 2a\sqrt{ab}$$

4. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1 } 2\sqrt{14} \times \sqrt{21} \times 5\sqrt{6}$$

$$\text{2 } \sqrt{x^2y^2} \times \sqrt{x^3y^3} \times \sqrt{xy^3}$$

5. 次ノ値ヲ小數第三位マデ求メヨ。

$$\text{1 } 2\sqrt{3}$$

$$\text{2 } 5\sqrt{7}$$

$$\text{3 } \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

$$\text{4 } \frac{14}{\sqrt{2}}$$

$$\text{5 } \frac{4}{\sqrt{3}}$$

6. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1 } 13\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{98}$$

$$\text{2 } 3\sqrt{45} - \sqrt{20} - 7\sqrt{5}$$



7. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

1  $(2\sqrt{13}+5\sqrt{2})(\sqrt{13}-\sqrt{2})$

2  $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

3  $(3-\sqrt{5})^2-(3+\sqrt{5})^2$

4  $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3$       5  $(3\sqrt{2}-1)^3$

6  $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6})$

7  $5\sqrt{3}+3\sqrt{\frac{4}{3}}-\sqrt{27}$

8  $(3\sqrt{5}+\sqrt{\frac{5}{4}}-\frac{2}{\sqrt{5}})\times\sqrt{10}$

8. 次ノ値ヲ小數第二位マデ(第二位未滿四捨五入)計算セヨ。

1  $\frac{14}{\sqrt{12}}$       2  $\frac{4}{\sqrt{3+1}}$       3  $\frac{20}{7+\sqrt{3}}$

4  $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}-\sqrt{7}}$       5  $\frac{4}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

9.  $\sqrt{2}+2+\sqrt{3}+\sqrt{6}$  ノ二ツノ無理式ノ積ニ直セ。

10.  $x=5, y=3$  トシテ  $x\sqrt{x^2-8y}+y\sqrt{x^2+8y}$  ノ値ヲ求メヨ。

11.  $x=1+\sqrt{3}$  ナレバ  $x^2-2x-2$  ノ値ハ0デアルコトヲ示セ。

12.  $x=2\pm\sqrt{2}$  ナルトキ  $x^2-4x+2$  ノ値ヲ求メヨ。

13.  $x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$  ナルトキ  $x^2+x-3$  ノ値ヲ求メヨ。

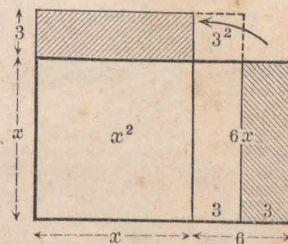
## 第二十二章 一元二次方程式 (二)

### 126. 平方ノ完成

平方公式  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$  カラワカルヤウニ  
 $x^2+6x = x$  ノ係數ノ半分ノ平方  $(\frac{6}{2})^2$  即チ9ヲ加ヘレバ

$$x^2+6x+9=(x+3)^2$$

トナル。(右ノ圖ト對照シテ見ヨ)



一般  $x^2+ax = x$  ノ係數ノ半分ノ平方  $(\frac{a}{2})^2$  ヲ加ヘレバ完全平方式

$$(x+\frac{a}{2})^2$$

ヲ得ル。カヤウニスルコトヲ  $x^2+ax$  ヲ平方ニ完成スルトイフ。

問1. 次ノ式ヲ平方ニ完成セヨ。

1  $x^2+4x$       2  $x^2-8x$       3  $x^2+20x$

4  $x^2-32x$       5  $x^2+3x$       6  $x^2-x$

7  $x^2+\frac{4}{5}x$       8  $x^2-\frac{1}{3}x$

問2. 次ノ式ニ或數ヲ加ヘテ  $a(x+m)^2$  ノ形ニ直セ。

$$(x-\frac{1}{6})^2$$



- 1  $3x^2+12x$     2  $2x^2-6x$     3  $5x^2-2x$   
 4  $4x^2+3x$     5  $5x^2-x$     6  $-2x^2+3x$

問3. 次ノ式ニ一項ヲ増シテ完全平方式ヲ作レ。

- 1  $a^2+b^2$     2  $x^2+9$     3  $x^4+y^4$   
 4  $x^4+25$     5  $x^4-4x^2y$

## 127. 一元二次方程式ノ一般の解法

例へば一元二次方程式

$$x^2+6x+4=0$$

ノ左邊ハ因數ニ分解スルコトガ出来ナイカラコレマデニ學ンダ方法デハ解ケナイ。然シ此ノ方程式ノ絶對項4ヲ移項シ、左邊ヲ平方ニ完成スレバ次ノヤウニシテ解クコトガ出来ル。

$$x^2+6x+9=-4+9$$

即チ  $(x+3)^2=5$

$$\therefore x+3=\pm\sqrt{5}$$

$$\therefore x=-3\pm\sqrt{5}$$

即チ  $x=-3\pm 2.236\dots$

$$\therefore x=-0.7639\dots \text{ 或ハ } -5.236\dots$$

故ニ小數三位未滿ヲ四捨五入スレバ

$$x=-0.764 \text{ 或ハ } -5.236$$

之ヲ驗スニ

$$\begin{aligned} & (-3\pm\sqrt{5})^2+6(-3\pm\sqrt{5})+4 \\ & =9\mp 6\sqrt{5}+5-18\pm 6\sqrt{5}+4=0 \end{aligned}$$

注意 根ガ無理數デアル場合ニハ近似値デ表ハス方ガ實用上便利デアルガ、其ノ値デ驗スナラバ方程式ノ兩邊ガ近似的ニ等シイコトヲ知ツテ満足セネバナラス。

問1. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $x^2-4x+1=0$     2  $x^2-5x+5=0$

例  $3x^2-10x+3=0$  ヲ解ケ。

解 +3ヲ右邊ニ移シテ兩邊ヲ $x^2$ ノ係數3デ割リ

$$x^2-\frac{10}{3}x=-1$$

兩邊ニ $(\frac{5}{3})^2$ ヲ加ヘテ左邊ヲ平方ニ完成スレバ

$$\left(x-\frac{5}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$$

$$\therefore x-\frac{5}{3}=\pm\frac{4}{3}$$

$$\therefore x=\frac{5}{3}\pm\frac{4}{3}$$

$$\therefore x=3 \text{ 或ハ } \frac{1}{3} \quad \text{答 } x=3, \frac{1}{3}$$

問2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $2x^2+x-1=0$     2  $5x^2+4x-1=0$

3  $2x^2-6x+3=0$     4  $3x^2-8x=10$



## 128. 一元二次方程式ノ根ノ公式

前節ノ解法ハ一般ノ一元二次方程式ニ通ズルモノデアルガ、問題毎ニ同ジ手續ヲ繰返ス代リニ一ツノ公式ヲ求メテ置クノガ便利デアル。サテ一元二次方程式ノ一般ノ形ハ次ノ通りデアル。

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

此ノ左邊ノ  $c$  ヲ右邊ニ移シ兩邊ヲ  $a$  デ割レバ

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

左邊ヲ平方ニ完成スレバ

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

依ツテ

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\therefore x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

之カラ 
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

之ガ一元二次方程式ノ根ノ公式デアル。

但シ  $b^2 - 4ac$  ハ負數デナイトスル。ソシテ  $b^2 - 4ac$  ガ完全平方式デアレバ、二根ハ共ニ有理式デアツテ、サウデナイトキハ二根ハ共ニ無理式デアル。

例 1.  $6x^2 - 13x + 5 = 0$  ヲ解ケ。

解 方程式ヲ一般ノ形ト較ベレバ

$$a=6, \quad b=-13, \quad c=5$$

$$\text{故ニ} \quad x = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \times 6 \times 5}}{(2 \times 6) \quad | \quad 12}$$

$$= \frac{13 \pm \sqrt{169 - 120}}{12} = \frac{13 \pm 7}{12}$$

$$\text{故ニ} \quad x = \frac{5}{3} \text{ 或ハ } \frac{1}{2}$$

答  $x = \frac{5}{3}, \frac{1}{2}$

問 1. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $x^2 + 7x + 12 = 0$

2  $2x^2 + 5x = 18$

3  $3x^2 + 2x = 5$

4  $5x^2 = 26x - 5$

5  $x^2 + 10x + 3 = 2x^2 - 5x + 53$

若シ方程式ガ

$$x^2 + px + q = 0 \quad \text{ナラバ} \quad x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2} \quad (2)$$

$$\text{又} \quad ax^2 + 2bx + c = 0 \quad \text{ナラバ} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} \quad (3)$$

(2) ハ  $x^2$  ノ係數ガ 1 デアルトキノ公式デアル。又

(3) ハ  $x$  ノ係數ガ偶數デアルトキニ便利ナ公式デ、式中ノ  $b'$  ハ  $x$  ノ係數ノ半分ヲ表ハス。



**注意** 根ノ公式ニヨツテ方程式ヲ解クニハ、先ツ與ヘラレタ方程式ヲ一般ノ形ニ整頓シタ後、上ノ形ノ中ノ最モ適當ナ公式ヲ選ビ用ヒヨ。

**例 2.**  $x(16x+5)-3=7x^2-(x-45)$  ヲ解ケ。

**解** 括弧ヲ去リ整頓スルト

$$9x^2+6x-48=0$$

依ツテ根ノ公式(3)ヲ用ヒ、 $a=9$ 、 $b'=3$ 、 $c=-48$  トシテ

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 + 9 \times 48}}{9}$$

*b' ± √ a*

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{9} = \frac{-3 \pm 21}{9}$$

故ニ  $x=2$  或ハ  $-\frac{8}{3}$

答  $x=2, -\frac{8}{3}$

**問 2.** 次ノ方程式ヲ解ケ。

**1**  $3x^2-4x=55$

**2**  $2x^2=6x-3$

**3**  $x^2 - \frac{19}{6}x = \frac{10}{3}$

**4**  $x^2-x-1=0$

**5**  $15x=x^2+50$

**6**  $(x-1)(x-2)=20$

**7**  $(x+1)(x+3)=2(x+2)$

**8**  $4x^2 = \frac{4}{15}x+3$

**例 3.**  $3(x^2-x+2)+x-4=2(x^2+x+2)$  ヲ解ケ。

**解** 括弧ヲ解キ簡單ニスルト

$$x^2-4x-2=0$$

依ツテ根ノ公式(3)ヲ用ヒ、 $a=1$ 、 $b'=-2$ 、 $c=-2$

トシテ

$$x = 2 \pm \sqrt{4+1 \times 2}$$

$$= 2 \pm \sqrt{6} = 2 \pm 2.4494 \dots$$

故ニ  $x=4.4494 \dots$  或ハ  $-0.4494 \dots$

答  $x=4.449, -0.449$ (近似値)

**例 4.**  $x^2-3\sqrt{2}x+4=0$  ヲ解ケ。

**解** 根ノ公式(2)ヲ用ヒ、 $p=-3\sqrt{2}$ 、 $q=4$  トシテ

$$x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{9 \times 2 - 4 \times 4}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2} = \frac{(3 \pm 1)\sqrt{2}}{2}$$

故ニ  $x=2 \times 1.4142 \dots$  或ハ  $1.4142 \dots$

答  $x=2.828, 1.414$ (近似値)

**問 3.** 次ノ方程式ヲ解ケ。

**1**  $x^2-21x=-110$

**2**  $x^2+30x-1296=0$

**3**  $x^2+(x+1)^2=a(3x-4)$

**4**  $x^2-5\sqrt{3}x+18=0$

**5**  $x^2-\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}+1=0$



例 5.  $(a^2 - b^2)(x^2 - 1) = 4abx$  ヲ解ケ。

解 先ヅ一般ノ形ニ直スト

$(a^2 - b^2)x^2 - 4abx - (a^2 - b^2) = 0$

之ヨリ  $x = \frac{2ab \pm \sqrt{4a^2b^2 + (a^2 - b^2)^2}}{a^2 - b^2}$

$= \frac{2ab \pm \sqrt{(a^2 + b^2)^2}}{a^2 - b^2} = \frac{2ab \pm (a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}$

$= \frac{(a+b)^2}{a^2 - b^2}$  或ハ  $\frac{-(a-b)^2}{a^2 - b^2}$

故ニ  $x = \frac{a+b}{a-b}$  或ハ  $\frac{b-a}{a+b}$

答  $x = \frac{a+b}{a-b}, \frac{b-a}{a+b}$

問 4. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $4x^2 + 4ax = b^2 - a^2$

2  $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$

3  $px^2 - p^2x - x = -p$

4  $(m^2 - n^2)(x^2 + 1) = 2(m^2 + n^2)x$

### 129. 二次方程式ノ解法ニ歸スル

#### 分數方程式

例 1.  $\frac{x+3}{3-x} + \frac{x+6}{6-x} + \frac{x+9}{9-x} = 3$  ヲ解ケ。

解 3ヲ左邊ニ移シ次ノヤウニスル。

$\frac{x+3}{3-x} - 1 + \frac{x+6}{6-x} - 1 + \frac{x+9}{9-x} - 1 = 0$

$\frac{x+3}{3-x} - 1 = \frac{x+3-(3+x)}{3-x}$

$\therefore \frac{2x}{3-x} + \frac{2x}{6-x} + \frac{2x}{9-x} = 0$

$\therefore 2x \left( \frac{1}{3-x} + \frac{1}{6-x} + \frac{1}{9-x} \right) = 0$

$\therefore 2x = 0$  (1)

或ハ  $\frac{1}{3-x} + \frac{1}{6-x} + \frac{1}{9-x} = 0$  (2)

(1) カラ  $x = 0$

(2) ノ分母ヲ擲ヘバ

$(6-x)(9-x) + (3-x)(9-x) + (3-x)(6-x) = 0$

簡約スレバ  $x^2 - 12x + 33 = 0$

之ヲ解ケバ  $x = 6 \pm \sqrt{3}$

0,  $6 + \sqrt{3}$ ,  $6 - \sqrt{3}$  ハ與ヘラレタ方程式ノ分數ノ分母ヲ0トシナイ。

答  $x = 0, 6 + \sqrt{3}, 6 - \sqrt{3}$

問 1. 次ノ分數方程式ヲ解ケ。

1  $\frac{a}{x+a} + \frac{b}{x+b} + \frac{c}{x+c} = 3$

2  $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+5}{x+7} = \frac{x+1}{x+3} + \frac{x+3}{x+5}$

3  $\frac{2x-1}{x} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{3x-2}{x-2}$

4  $\frac{x+a}{a-x} + \frac{x+b}{b-x} + \frac{x+c}{c-x} = 3$



例 2.  $\frac{x^2}{x+1} + \frac{x+1}{x^2} = 2$  ヲ解ケ。

解  $\frac{x^2}{x+1} = y$  トスレバ、與ヘラレタ方程式ハ

$$y + \frac{1}{y} = 2$$

此ノ分母ヲ拂ヘバ

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

之カラ

$$y = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{x+1} = 1$$

$$\therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

コレハ與ヘラレタ方程式ノ分數式ノ分母ヲ0

トシナイカラ根デアル。

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

答  $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

問 2. 次ノ分數方程式ヲ解ケ。

1  $x^2 + x + \frac{1}{x^2 + x} = \frac{5}{2}$

2  $\frac{x^2 - 5x}{x+1} + \frac{24(x+1)}{x^2 - 5x} + 14 = 0$

3  $\frac{x^2 + 4x}{x-1} + \frac{72(x-1)}{x(x+4)} = 18$

### 問題 34

次ノ方程式ヲ解ケ。(根ガ無理數トナルモノハ小數第三位マデ求メヨ) [1-10]

1.  $6x^2 + 6 = 13x$

2.  $3x^2 - 10x + 6 = 0$

3.  $x^2 + 3\sqrt{3}x = 30$

4.  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} = 2(x+2)$

5.  $x^2 - 3 = \frac{1}{6}(x-3)$

6.  $110x^2 - 21x + 1 = 0$

7.  $x(16+x) + 12 = 7x^2 + 20(x-1)$

8.  $(x+2)(2x-1) + (2x+3)(3x-2) = (3x-4)(4x+3)$

9.  $5x^2 + 7x - 3 = 0$

10.  $x^2 = \frac{10x-5}{3}$

次ノ方程式ヲ解ケ。[11-20]

11.  $a^2x^2 - 2a^3x + a^4 - 1 = 0$

12.  $a(x^2-1) + x(a^2-1) = 0$

13.  $(x-a)^2 = bx$

14.  $\frac{ax^2}{d} + \frac{ax}{c} = \frac{bx}{d} + \frac{b}{c}$

15.  $\frac{x}{4} + \frac{4}{x} = \frac{x}{9} + \frac{9}{x}$

16.  $\frac{1-x}{4-x} = \frac{2x+1}{x-6}$

17.  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2(x+3)}{x-3}$

18.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) = 12$

19.  $\frac{a}{x+a-c} + \frac{b}{x+b-c} = 2$

20.  $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-10}$



## 130. 應用問題

例1. 矩形ガアツテ、其ノ縦ト横トノ長サノ和ハ100米デ、面積ハ2400平方米デア。此ノ矩形ノ縦横ハ各、幾米カ。

解 矩形ノ縦ヲ $x$ 米トスルト横ハ $(100-x)$ 米デア。故ニ

$$x(100-x)=2400$$

之ヲ解イテ  $x=50\pm 10$

故ニ  $x=60$  或ハ  $40$

依ツテ  $x=60$  トスルト  $100-x=40$

又  $x=40$  トスルト  $100-x=60$

何レニシテモ矩形ノ二邊ハ60米ト40米デア。

答 60米ト40米

驗  $60\text{米}+40\text{米}=100\text{米}$ ,

$$60(\text{米})\times 40(\text{米})=2400(\text{平方米})$$

問1. 上ノ例1デ面積ヲ2700平方米トスレバドウカ。

例2. 或人ガ若干圓デ買ツタ品物ヲ24圓デ賣ルト、其ノ利益ノ歩合ハ買價ノ圓數ノ百分ノ一ニ等シイトイフ。此ノ品物ノ買價ヲ求メヨ。

解 求メル買價ヲ $x$ 圓トスルト、利益ノ歩合ハ買

價ノ $\frac{x}{100}$ デア。利益ハ $x\times\frac{x}{100}$ 圓デア。

ソシテ此ノ利益ハ $(24-x)$ 圓デア。カラ

$$x\times\frac{x}{100}=24-x$$

之ヲ解イテ  $x=-50\pm 70$

故ニ  $x=20$  或ハ  $-120$

買價ハ勿論負數デア。コトハ出來ナイ。故ニ $-120$ ハ答數トナラナイ。 答 20圓

驗 (各自ニ試ミヨ)

問2. 例2ノ「利益ノ歩合」ヲ「損失ノ歩合」ニ變ヘルトドウカ。

例3. 甲乙二人デ共同スレバ或仕事ヲ $6\frac{2}{3}$ 日ニ成就シ、又之ヲ各一人デナセバ乙ハ甲ヨリモ3日多クカカルトイフ。各一人デ成就スル日數ヲ求メヨ。

解 甲ノ成就スル日數ヲ $x$ トスレバ乙ノ成就スル日數ハ $x+3$ デア。依ツテ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{6\frac{2}{3}}$$

分母ヲ拂ツテ整頓スレバ

$$3x^2 - 31x - 60 = 0$$



之ヲ解イテ

$$x=12 \text{ 或ハ } -\frac{5}{3}$$

然ルニ求メル日數ハ正ノ數デナケレバナラヌ

カラ  $-\frac{5}{3}$  ヲ捨テル。

答 12日

### 問題 35

- 面積 16020.5 平方米ノ三角形ノ地所ガアル、其ノ底ト高サトハ相等シイトイフ。底ノ長サハ幾ラカ。
- 幅 30 m, 長サ 48 m ノ矩形ノ宅地ノ外側ニ一様ナ幅ノ道路ヲツケタトコロ、其ノ面積ハ宅地ノ  $\frac{1}{5}$  ニ等シカツタ。道路ノ幅ハ幾米デアツタカ。但シ 1 m 未滿ハ四捨五入セヨ。
- 方陣ニ列ンデキル一隊ノ兵士ガアル、若シ之ヲ各面四列ノ中空方陣ニ直スト、其ノ外側ノ一邊ノ人數ハ元ヨリモ 16 人多クナル。此ノ兵士ノ數ハ幾ラカ。
- 144 圓ヲ若干人ニ等分スルニ人數ヲ 4 人増セバ 1 人ノ所得ハ 3 圓減ルトイフ。人數ヲ求メヨ。

- 或人 9 km ノ道ヲ行クニ 3 km ヲ行ツテカラ速サヲ毎時 1 km 増シタラ豫定ノ時間ヨリモ 1 時間早ク着イタ。豫定時間ヲ求メヨ。
- 或人ガ陶器若干箇ヲ 27 圓デ仕入レ、1 箇ニツキ 5 錢ノ利ヲ得テ賣ツタガ 4 箇破損シタノデ利益ハ僅カ 1 圓トナツタトイフ。1 箇ノ仕入値段ヲ求メヨ。
- 元金 1000 圓ヲ同ジ利率デ銀行ニ預ケルニ單利トスルノト半年毎ノ複利トスルノデハ一年ニ 90 錢ノ差ガアル。此ノ利率ヲ求メヨ。
- 或人ガ或年ノ初メニ金 400 圓ヲ年利率幾ラカデ銀行ニ預ケ、毎年末ニハ其ノ受取ルベキ利息ニ更ニ 100 圓ヲ足シテ元金ト共ニ預ケタトコロ、第三年目ノ初メノ貯金高ハ 646 圓デアツタ。此ノ年利率ヲ求メヨ。



第二十三章 一元二次方程式ノ根ノ吟味

131. 虚数・実数

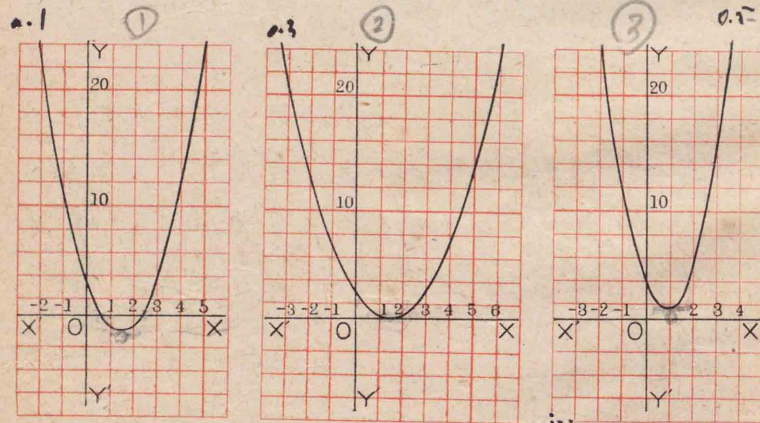
例へば一元二次方程式

$$2x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \quad (2)$$

$$3x^2 - 5x + 3 = 0 \quad (3)$$

ヲぐらふニヨツテ圖解スレバ次ノ通りデアル。



即ち(1)ノ根ハ  $x=0.63$  或ハ  $x=2.4$  (2)ノ根ハ  $x=1.5$

デ、(3)ニハ根ガナイ。

今上ノ方程式ヲ公式ニヨツテ解ケバ

$$(1) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9-6}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

此ノ場合ニハ根號内ノ數ハ正デ、相異ナルニツノ根ガ得ラレル。

$$(2) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9-9}}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

此ノ場合ニハ根號内ノ數ハ0デ、等根ヲ得ル。

$$(3) \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-36}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{-11}}{6} = \text{虚数}$$

此ノ場合ニハ根號内ノ數ハ負デアル。トコロガ負數ノ平方根ハナイカラ此ノ數ハ無意味ノモノデアル。即チ此ノ方程式ニハ根ガナイノデアル。

然シ數ノ意味ヲ擴張シテ其ノ平方ガ負數トナルヤウナモノ即チ負數ノ平方根ヲモ數ノ範圍ニ入レルトギハ、上ノ例(3)モ根ヲ有スルコトニナル。

平方シテ負數トナル數ヲ虚数トイフ。

例へば  $\sqrt{-1}$ ,  $\sqrt{-2}$ ,  $\sqrt{-3}$ , ……等ハ虚数デアル。虚数ノ計算等ニ就イテハ上級デ學ブコトニスル。

**[注意] 1.** 虚数ヲ設ケルト(3)ニハ二ツノ虚数ノ根即チ虚根ガアルトイツテヨイコトニナル。

虚数ニ對シテ從來取扱ツテ來タ有理數・無理數ヲ總稱シテ實数トイフ。

**[注意] 2.** 虚根ニ對シテ、實数ノ根ヲ實根トイフ。



### 132. 判別式

$D = \text{discriminant}$

前節ノコトカラツカルヤウニ、一般ニ一元二次方程式

$$ax^2+bx+c=0$$

ニ於テ

[1]  $b^2-4ac > 0$  デアルトキハ方程式ハ相異ナル  
ニツノ實根ヲ有スル。

[2]  $b^2-4ac = 0$  デアルトキハ方程式ハ等根ヲ有  
スル。(一ツノ實根ヲ有スル)

[3]  $b^2-4ac < 0$  デアルトキハ方程式ハ相異ナル  
ニツノ虚根ヲ有スル(一ツモ實根ヲ有シナイ)。

[4] 上ノ逆モ眞デアル。

即チ 一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ガ

實根ヲ有スルトキニハ  $b^2-4ac \geq 0$

虚根ヲ有スルトキニハ  $b^2-4ac < 0$

等根ヲ有スルトキニハ  $b^2-4ac = 0$

デアル。

[注意] [1],[2]ト[4]トヲ一括シテ、方程式  $ax^2+bx+c=0$  ガ

實根ヲ有スルタメニ必要ニシテ十分ナル條件ハ

$b^2-4ac \geq 0$  ( $b^2-4ac < 0$ トモ書ク)デアルトイフ。

此ノヤウニ  $b^2-4ac$  ハ根ノ性質ヲ判別スルニ必要ナ式デアルカラ、之ヲ一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ノ判別式トイフ。從ツテ  $x^2+px+q=0$  ノ根ノ判別式ハ  $p^2-4q$  デアル。

問 1. 次ノ方程式ノ根ヲ吟味セヨ。(實根・等根・虚根ノ何レヲ有スルカヲ示セ)

1  $7x^2-5x-11=0$       2  $3x^2-x+\frac{1}{12}=0$

3  $2x^2-7x+13=0$       4  $x^2+(x+1)^2=x(3x-4)$

例 1. 方程式  $9x^2-3mx+4=0$  ガ等根ヲ有スルヤウニ  $m$  ノ値ヲ定メヨ。

解 等根ヲ有スルヤウニスルニハ其ノ判別式ヲ 0 ナラシメネバナラナイ、ソシテソレデヨイ。

故ニ  $(-3m)^2-4 \times 9 \times 4 = 0$

$\therefore 9m^2-144=0$

$\therefore m^2=16$

$\therefore m=\pm 4$

答  $m=\pm 4$

驗  $m$ ヲ+4トスレバ

$9x^2-12x+4=0 \quad \therefore x=\frac{2}{3}$  (等根)

$m$ ヲ-4トスレバ

$9x^2+12x+4=0 \quad \therefore x=-\frac{2}{3}$  (等根)



問2. 次ノ方程式ガ等根ヲ有スルヤウニ  $m$  ノ値ヲ定メヨ。

1  $3x^2 - 8x + m = 0$       2  $2x^2 + mx + 1 = 0$

3  $x^2 - (m-3)x + m = 0$

例2. 方程式  $(x-p)(x-q) = 5$  ハ常ニ實根ヲ有スルコトヲ證明セヨ。但シ  $p, q$  ハ實數トスル。

解 左邊ヲ展開シテ整頓スレバ

$$x^2 - (p+q)x + pq - 5 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{故ニ } D(\text{判別式}) &= (p+q)^2 - 4(pq-5) \\ &= p^2 + 2pq + q^2 - 4pq + 20 \\ &= (p-q)^2 + 20 \end{aligned}$$

然ルニ  $(p-q)^2$  ハ  $p, q$  ガ實數デアレバ必ズ  $0$  又ハ正ノ數デアル。即チ

$$(p-q)^2 \geq 0$$

故ニ  $(p-q)^2 + 20 > 0$

故ニ與ヘラレタ方程式ハ常ニ實根ヲ有スル。

注意1. 上ノ例ハ  $(p+q)^2 - 4(pq-5) > 0$  ナル不等式ノ證明ニ歸スル。

一般ニ  $A$  ガ實數デ  $0$  デナイ限リ  $A^2$  ハ常ニ正デアル。

ソレデ或式ノ値ガ正デアルコトヲ證明スルニ其ノ式ヲ  $A^2$  ノ形ニ變ヘルコトガ屢々用ヒラレル。

問3. 次ノ方程式ハ常ニ實根ヲ有スルコトヲ證明セヨ。但シ既知數ハ實數トスル。

1  $3mx^2 - (2m+3n)x + 2n = 0$

2  $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$

例3. 方程式  $x^2 + 2m(x+1) + 15 = 0$  ガ實根ヲ有スルタメニハ  $m$  ノ値ハ如何ナル限界内ニアルベキカ。

解 與ヘラレタ方程式ヲ整頓スレバ

$$x^2 + 2mx + 2m + 15 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore D &= m^2 - (2m+15) \leftarrow D = 4m^2 - 4(2m+15) \\ &= m^2 - 2m - 15 \end{aligned}$$

依ツテ此ノ方程式ガ實根ヲ有スルタメニハ

$$m^2 - 2m - 15 \geq 0$$

左邊ヲ因數ニ分解スルト

$$(m+3)(m-5) \geq 0$$

此ノ左邊ガ正デアルタメニハ、兩因數ガ共ニ正デアルカ又ハ共ニ負デナケレバナラス。故ニ

$$\left. \begin{aligned} m+3 \geq 0 \\ m-5 \geq 0 \end{aligned} \right\} (1) \quad \text{或ハ} \quad \left. \begin{aligned} m+3 \leq 0 \\ m-5 \leq 0 \end{aligned} \right\} (2)$$

(1) カラ  $m \geq -3$  且  $m \geq 5$

$$\therefore m \geq 5$$



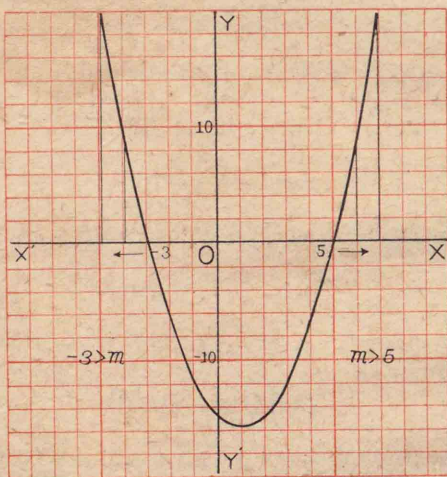
(2) カラ  $m \leq -3$  且  $m \leq 5$

$\therefore m \leq -3$

故ニ 所要ノ 限界ハ

$m \geq 5, m \leq -3$  (答)

注意 2. 上ノ例ハ  $m^2 - 2m - 15 \geq 0$  ナル不等式ノ解法ニ 歸スル。猶此ノ不等式ヲぐらふニヨツテ圖解スレバ 次ノ通りデアル。



問 4. 次ノ方程式ガ實根ヲ有スルタメニ  $m$  ノ値

ハ如何ナル限界内ニアルベキカ。

1  $x^2 - 6x + m = 0$

2  $x^2 - 2m(x+1) + 8 = 0$

### 133. 根ト係數トノ關係

一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  ノ二ツノ根ヲ  $\alpha, \beta$  デ表ハスト

$$\alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{c}{a}$$

然ルニ  $ax^2 + bx + c = 0$  ノ兩邊ヲ  $a$  デ割ルト

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

故ニ 一元二次方程式ノ根ト係數トノ間ニハ次ノ 關係ガアル。

- [1] 二根ノ和ハ  $x^2$  ノ係數ヲ 1 トシタトキノ  $x$  ノ 係數ノ符號ヲ變ヘタモノニ等シク,
- [2] 二根ノ積ハ  $x^2$  ノ係數ヲ 1 トシタトキノ 絶對 項ニ等シイ。

從ツテ  $x^2 + px + q = 0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  デ表ハスト

$$\alpha + \beta = -p, \quad \alpha\beta = q$$

問 1. 次ノ方程式ノ二根ノ和ト積トヲイヘ。又 之ヲ解イテ得タ根ニ就イテ驗セ。

1  $3x^2 + 5x - 12 = 0$    2  $x^2 + 5x + 6 = 0$    3  $x^2 - 11 = 0$

\*  $\alpha, \beta$  ハ希臘文字デある  $\alpha$  (Alpha),  $\beta$  (Beta) ト讀ム。



例 1.  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスルト

$\alpha^2+\beta^2 = \frac{b^2-2ac}{a^2}$  デアルコトヲ證明セヨ。

解  $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$  デアルカラ  
 $\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{b^2-2ac}{a^2}$

問 2.  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ

$(\alpha-\beta)^2$  ト  $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$  トノ値ヲ  $a, b, c$  デ表ハセ。

問 3. 方程式  $x^2-(2p-1)x+p=0$  ノ二根ノ和ガ7  
ナラバ  $p$  ハドンナ値デアルカ。又其ノ二根ヲ  
求メヨ。

例 2.  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシ  $\frac{1}{\alpha}$  ト  $\frac{1}{\beta}$  トヲ  
二根トスル方程式ヲ作レ。

解 求メル方程式ハ

$\left(x-\frac{1}{\alpha}\right)\left(x-\frac{1}{\beta}\right)=0$

$\therefore x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0$

$\therefore x^2 - \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0$

然ルニ  $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$\therefore x^2 - \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}}x + \frac{1}{\frac{c}{a}} = 0$

$\therefore x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0$

$\therefore cx^2 + bx + a = 0$

問 4.  $x^2+px+q=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシ、 $\frac{\alpha}{\beta}$  ト  $\frac{\beta}{\alpha}$   
トヲ二根トスル方程式ヲ作レ。

例 3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$

解 二根ノ和ヲ8, 二根ノ積ヲ15トスル方程式ヲ  
作リソレヲ解ケバヨイ。故ニ  $t$  ヲ未知數トシ

$t^2-8t+15=0$

$\therefore (t-3)(t-5)=0$

$\therefore t=3$  或ハ  $t=5$

$\therefore x=3, y=5$  或ハ  $x=5, y=3$

答  $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$

問 5. 上ノ例ニ倣ヒ次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

1  $\begin{cases} x+y=14 \\ xy=45 \end{cases}$

2  $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=1 \end{cases}$

3  $\begin{cases} x+y=a \\ xy=b^2 \end{cases}$

4  $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$



### 134. 二次三項式ノ因數分解

方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスルト

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) \\ &= a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\} \\ &= a(x-\alpha)(x-\beta) \end{aligned}$$

故ニ二次三項式  $ax^2+bx+c$  ヲ因數ニ分解スルニ  
ハ方程式  $ax^2+bx+c=0$  ヲ解キ其ノ二根  $\alpha, \beta$  ヲ求メ  
テ  $a(x-\alpha)(x-\beta)$  ヲ所要ノ式トスレバヨイ。

**例 1.**  $3x^2+5x+2$  ヲ因數ニ分解セヨ。

**解**  $\alpha = \frac{-5+\sqrt{25-24}}{6} = \frac{-5+1}{6} = -\frac{2}{3}$

$$\beta = \frac{-5-\sqrt{25-24}}{6} = \frac{-5-1}{6} = -1$$

$$\therefore 3x^2+5x+2 = 3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x+1) = (3x+2)(x+1)$$

**注意 1.**  $b^2-4ac$  ガ完全平方デナケレバ,  $ax^2+bx+c$  ヲ  
因數ニ分解スルト其ノ因數ハ無理數ヲ含ム。此ノヤ  
ウナ式ハ通常因數ニ分解シナイモノトスル。

**問 1.** 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1  $x^2-4x-221$     2  $5x^2-38x+48$     3  $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$

4  $22x^2-35x+3$     5  $9x^2+7x-2$     6  $10x^2-23x-5$

**注意 2.** 上ノヤウナ式ノ因數分解ハ係數ガ簡單デア  
トキハ次ノ例ノヤウニスルモヨイ。

**例 2.**  $2x^2+5x-3$  ヲ因數ニ分解セヨ。

**解**

$$2x^2 \begin{matrix} \times & -1 & \dots\dots\dots -x \\ & \times & -3 & \dots\dots\dots 6x \\ & & \times & 3 & \dots\dots\dots \frac{6x}{3} \end{matrix}$$

$6\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+2) = 3\left(x-\frac{1}{3}\right)2\left(x+\frac{2}{2}\right) + 5x \left(x-\frac{1}{3}\right)(2x+1)$

第一項  $2x^2$  ト第三項  $-3$  トヲ夫々  $2x \times x$  ト  $3 \times (-1)$   
トニ分解シテ  $2x \times 3$  ト  $x \times (-1)$  トノ和ガ中央項  
 $+5x$  トナルヤウニシテ  $(2x-1)(x+3)$  ヲ解答トス  
ル。

**問 2.** 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- 1  $3x^2-5x-2$     2  $3x^2+7x+2$     3  $3x^2-7x+2$
- 4  $6x^2-5x-6$     5  $4x^2-4x-3$     6  $10x^2-19x+6$
- 7  $2x^2-5xy+2y^2$     8  $5x^2+18xy-8y^2$

**問 3.** 因數分解ニヨリ次ノ方程式ヲ解ケ。

- 1  $2x^2-5x+3=0$     2  $3x^2-7x-6=0$
- 3  $6x^2-13x+6=0$     4  $10x^2+19x+6=0$

**問 4.** 次ノ分數式ヲ計算セヨ。

1  $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \div \frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x+1} \times \frac{x^2+3x-4}{2x^2-3x-2}$

2  $\frac{x+2}{2x^2+x-1} - \frac{2x-3}{4x^2-1} + \frac{1}{2x^2+3x+1}$



## 問題 36

1.  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ガ有理數デアルタメニハ、 $a, b, c$  ノ間ニドンナ關係ヲ要スルカ。但シ  $a, b, c$  ハ何レモ有理數トスル。
2.  $2x^2+2(p+q)x+p^2+q^2=0$  ハ  $p=q$  ナルトキノ外ハ實根ヲ有シナイコトヲ證明セヨ。
3. 方程式  $a(1-x^2)+2bx+c(1+x^2)=0$  ガ等根ヲ有スルナラバ、 $a, b, c$  ノ間ニドンナ關係ガアルカ。
4. 方程式  $x^2+2(1+k)x+2(1+k^2)=0$  ガ等根ヲ有スルヤウニ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。
5.  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ次ノ式ノ値ヲ  $a, b, c$  テ表ハセ。
- ①  $\alpha^3+\beta^3$       ②  $\alpha^4+\alpha^2\beta^2+\beta^4$       ③  $\alpha^4+\beta^4$
6.  $x^2+px+q=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ  $(\alpha-1)^2$  ト  $(\beta-1)^2$  トヲ二根トスル方程式ヲ作レ。
7. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。
- ①  $7x^2+39x-18$       ②  $6x^2-xy-y^2$
- ③  $12x^3y+2x^2y^2-30xy^3$       ④  $\alpha^4-\alpha^2y^2-12y^4$
- ⑤  $(a+b)^2x^4-2(a^2+b^2)x^2y^2+(a-b)^2y^4$
- ⑥  $(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$       ⑦  $(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12$

## 第二十四章 聯立二次方程式

## 135. 聯立二元二次方程式ノ解法

聯立二次方程式ハ一般ニハ解クコトガ出來ナイガ、次ニ解クコトノ出來ル場合二三ヲ示ス。

例 1. 次ノ方程式(一次ト二次トノ組合)ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x-y=1 & (1) \\ x^2+3xy-y^2-3y=4 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+3xy-y^2-3y=4 & (2) \\ y=2x-1 & (3) \end{cases}$$

解 (1) カラ  $y=2x-1$  (3)

之ヲ(2)ニ代入スルト

$$x^2+3x(2x-1)-(2x-1)^2-3(2x-1)=4$$

簡約スルト  $3x^2-5x-2=0$

之ヲ解イテ  $x=2$  或ハ  $-\frac{1}{3}$

依ツテ  $x=2$  トシテ (3) カラ  $y=3$

及ビ  $x=-\frac{1}{3}$  トシテ  $y=-\frac{5}{3}$

答  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$        $\begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=-\frac{5}{3} \end{cases}$

問 1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x-y=2 & (1) \\ 2xy=3x^2-5 & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} x+2y=7 & (1) \\ 2x^2-y^2=14 & (2) \end{cases}$$



$$\begin{cases} x+y=9 \\ x^2+y^2-xy=21 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=3 \\ xy=10 \end{cases}$$

例2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ xy=6 \end{cases}$$

解 (1)ノ分母ヲ拂ツテ  $6(x+y)=5xy$

$$\text{之ト(2)カラ} \quad x+y=5 \quad (3)$$

依ツテ(3)ト(2)トヲ組合ハセテ解クト

$$x=3, y=2 \text{ 或ハ } x=2, y=3$$

此ノ値ハ(1)ノ分母ヲ0トシナイカラ之ガ求メ

ル根デアル。 答  $x=3, y=2$  及ビ  $x=2, y=3$

問2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{x+y}{7} = \frac{8}{x+y+1} \\ xy=12 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} = 1 \\ 3xy=3x-2 \end{cases}$$

例3. 次ノ方程式(二次同次方程式ノ組合)ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 3x^2-5y^2=28 \\ 3xy-4y^2=8 \end{cases}$$

解  $x=my$  ト假定シテ (1)ト(2)カラ

$$\begin{cases} y^2(3m^2-5)=28 \\ y^2(3m-4)=8 \end{cases}$$

$$\text{故ニ} \quad 8(3m^2-5)=28(3m-4)$$

$$\text{整頓シテ} \quad 2m^2-7m+6=0$$

$$\text{之カラ} \quad m=2 \text{ 或ハ } \frac{3}{2}$$

$m$ ノ値ヲ(2)ニ代入シテ

$$y^2=4 \text{ 或ハ } 16$$

$$\text{故ニ} \quad y=2 \text{ 或ハ } -2 \text{ 或ハ } 4 \text{ 或ハ } -4$$

ソコデ此等ト  $x=my$  カラ次ノ四組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} y=2 \\ x=4 \end{cases} \begin{cases} y=-2 \\ x=-4 \end{cases} \begin{cases} y=4 \\ x=6 \end{cases} \begin{cases} y=-4 \\ x=-6 \end{cases} \quad (\text{答})$$

問3. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x^2-3xy=10 \\ xy-4y^2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2+xy=18 \\ 3xy+4y^2=54 \end{cases}$$

例4. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x^2y^2+400=41xy \\ (2x-y)^2=xy \end{cases}$$

解 (1)ヲ  $xy$ ニ關シテ解イテ

$$xy=25 \text{ 或ハ } 16$$

(2)ニ代入シテ

$$\begin{cases} xy=25 \\ 2x-y=\pm 5 \end{cases} \quad \text{及ビ} \quad \begin{cases} xy=16 \\ 2x-y=\pm 4 \end{cases}$$



此ノ四組ノ方程式カラ次ノ八組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=-10 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-5 \\ y=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=10 \end{cases}$$

及ビ  $\begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2 \\ y=-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=-4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$

**問 4.**  $\begin{cases} x+y=8xy \\ x^2+y^2=40x^2y^2 \end{cases}$  ヲ解ケ。

**例 5.** 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x+y=13 & (1) \\ x^3+y^3=559 & (2) \end{cases}$$

**解** (2) カラ  $(x+y)(x^2-xy+y^2)=559$

(1) ヲ代入シテ  $x^2-xy+y^2=43$  (3)

(1)<sup>2</sup>-(3)  $3xy=126$

$\therefore xy=42$  (4)

ソコデ (1) ト (4) トカラ

$$\begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=6 \end{cases} \quad (\text{答})$$

**問 5.** 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \begin{cases} x^3+y^3=91 \\ x^2-xy+y^2=13 \end{cases} \quad \text{2} \quad \begin{cases} x^2+xy+y^2=13 \\ x^4+x^2y^2+y^4=91 \end{cases}$$

### 136. 二元二次方程式ノぐらふ

**例 1.**  $x^2+y^2=25$  ノぐらふヲ畫ケ。

**解**  $y=\pm\sqrt{25-x^2}$  デアルカラ

$$x=\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0 \text{ トスルト,}$$

夫々  $y=0, \pm 3, \pm 4, \pm 4.6, \pm 4.9, \pm 5$  デアル。

故ニ此等  $x, y$  ノ各組

ノ値ヲ座標トスル點

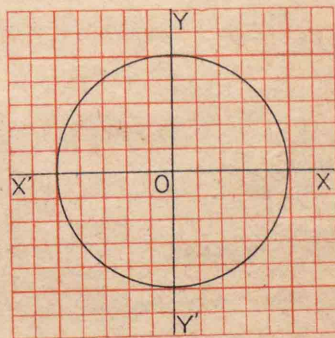
ヲ連結スルト、右ノ圖

ノヤウニ原點ヲ中心

トシ半徑 5 ノ圓周ヲ

得ル。之ガ求メルぐ

らふデアル。



**例 2.**  $xy=4$  ノぐらふヲ畫ケ。

**解**  $y=\frac{4}{x}$  デアルカラ

$$x=\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \text{ トスルト}$$

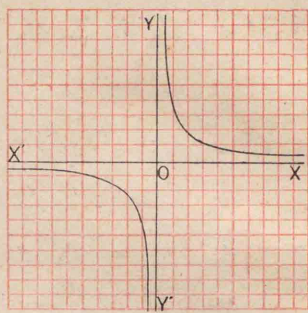
夫々  $y=\dots, -4, 4, 2, \frac{4}{3}, 1, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \dots$  デアルカラ、

求メルぐらふハ次頁ノ圖ノ通りデアル。

**注意 1.**  $x$  ノ絶對値ガ非常ニ大キクナルト、之ニ對應スル  $y$  ノ絶對値ハ非常ニ小サクナリ、又  $x$  ノ絶對値ガ非常ニ小サクナルト、之ニ對應スル  $y$  ノ値ハ非常ニ大キ



クナルカラ、此ノぐらふハ縦軸ノ上下デハ次第ニ軸ニ近ヅキ、終ニ限りナク之ニ近迫スル。又横軸ノ左右デモ終ニ限りナク之ニ近迫スル。故ニ上ノ方程式ノぐらふハ二ツノ曲線デアツテ $\angle XOY$



ノ内ト $\angle X'OY'$ ノ内トダケニアル( $x$ ト $y$ トガ同符號デアルカラ)。此ノ曲線ヲ双曲線トイフ。

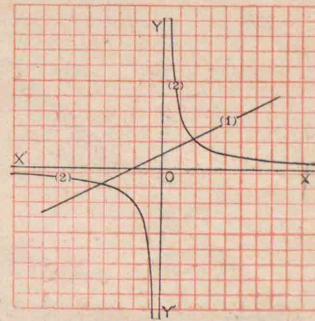
**注意** 2. 上ニ述ベタヤウニ、分數 $\frac{4}{x}$ ノ分母 $x$ ガ變數デ其ノ絶對値ガ次第ニ減小スルトキハ、此ノ分數ノ絶對値ハ次第ニ増大シ、 $x$ ノ絶對値ガ愈減小スレバ分數ノ絶對値ハ愈増大シ、 $x$ ノ絶對値ヲ微小ナラシメテ此ノ分數ノ絶對値ヲドンナニ大キイ數ヨリモ尙大キイヤウニ出來ル。此ノ事實ヲ簡略ノタメニ $a$ ガ0デナイトキニ、 $x$ ヲ0トスルト $\frac{a}{x}$ ノ値ハ無限大トナルトイヒ、之ヲ $\frac{a}{0}=\infty$ ト記スコトガアル。

**例** 3. 次ノ聯立方程式ヲぐらふニヨツテ解ケ。

$$\begin{cases} x-2y+2=0 & (1) \\ xy=4 & (2) \end{cases}$$

**解** 與ヘラレタ方程式ノ(1),(2)ノぐらふヲ畫クト、

圖ノ(1),(2)ヲ得ルカラ、此ノ兩ぐらふノ交點ノ座標ヲ取ツテ次ノ二組ノ根ヲ得ル。



答  $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=-1 \end{cases}$

**問** 1.  $4x^2+9y^2=144$  ノぐらふヲ畫ケ。

**問** 2. ぐらふニヨツテ次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\begin{matrix} \text{1} & \begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 4x+3y=25 \end{cases} & \text{2} & \begin{cases} x^2+y^2=17 \\ xy=4 \end{cases} \end{matrix}$$

### 137. 聯立三元二次方程式ノ解法

**例** 1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x(x+y+z)=8 & (1) \\ y(x+y+z)=16 & (2) \\ z(x+y+z)=40 & (3) \end{cases}$$

**解** (1)+(2)+(3)  $(x+y+z)^2=64$

$$\therefore x+y+z=\pm 8$$

故ニ先ツ  $x+y+z=8$  トシテ

(1),(2),(3) カラ  $x=1, y=2, z=5$



次 =  $x+y+z=-8$  トシテ

(1), (2), (3) カラ  $x=-1, y=-2, z=-5$

$$\text{答 } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \\ z=-5 \end{cases}$$

例2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} yz=20 & (1) \\ zx=15 & (2) \\ xy=12 & (3) \end{cases}$$

解 (1)×(2)×(3)  $x^2y^2z^2=20\cdot15\cdot12$

$\therefore xyz=\pm(3\cdot4\cdot5)$

故 = 先ヅ  $xyz=+(3\cdot4\cdot5)$  トシテ夫々

(1), (2), (3) テ割リ

$x=3, y=4, z=5$

次 =  $xyz=-(3\cdot4\cdot5)$  トシテ夫々

(1), (2), (3) テ割リ

$x=-3, y=-4, z=-5$

$$\text{答 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \\ z=-5 \end{cases}$$

例1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} (y+z)(x+y+z)=12 & (1) \\ (z+x)(x+y+z)=24 & (2) \\ (x+y)(x+y+z)=36 & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} x(y+z)=14 & (4) \\ y(z+x)=18 & (5) \\ z(x+y)=20 & (6) \end{cases}$$

138. 應用問題

例1. 或菓子商ガ上下二種ノ砂糖ヲ買入レ、其ノ代金合ハセテ19圓ヲ拂ツタ。ソシテ上ノ方ハ下ノ方ヨリモ1kgニツキ5錢高イガ總代價デハ1圓安イ。又買入レタ量ハ下ノ方ガ上ノ方ヨリモ5kg多イ。買入レタ量ト1kgノ價各、幾ラカ。

解 買入レタ量ヲ上  $x$  疋、下  $(x+5)$  疋トシ、1疋ノ價ヲ上  $y$  錢、下  $(y-5)$  錢トスルト、兩種全部ノ代價ト各種ノ代價トヲ考ヘテ

$xy+(x+5)(y-5)=1900$  (1)

$xy=(x+5)(y-5)-100$  (2)

(1)+(2)  $2xy=1800$

$\therefore xy=900$  (3)

又(2)カラ  $y=x+25$  (4)

(4)ヲ(3)ニ代入シテ

$x^2+25x-900=0$



之カラ  $x=20$  或ハ  $-45$

依ツテ  $x=20$  トシテ  $y=45$

**答** 上  $20kg, 45$  錢; 下  $25kg, 40$  錢

**問 1.** 面積ノ相等シイ矩形ト正方形トガアル。

正方形ノ一邊ハ矩形ノ長邊ヨリモ  $6cm$  短イ, ソシテ矩形ノ短邊ヲ  $1cm$  増シ, 長邊ヲ  $2cm$  減ラスモ其ノ面積ハ變ハラナイ。此ノ矩形ノ二邊ヲ求メヨ。

**例 2.**  $540km$  距タル兩停車場 A, B カラ, 夫々二ツノ列車甲乙ガ同時ニ相向ツテ發車シテ, 途中デ出會ヒ, ソレカラ甲ハ  $4$  時間, 乙ハ  $9$  時間デ各, 先方ノ停車場ニ着イタ。兩列車ノ速サハ各, 毎時幾軒カ。

**解** 甲乙兩列車ノ速サヲ夫々毎時  $x$  軒,  $y$  軒トスルト, 兩列車ガ出會ツテ後甲ハ  $4x$  軒, 乙ハ  $9y$  軒ヲ走ツテ夫々 B, A ニ達シタノデアルカラ

$$4x + 9y = 540 \quad (1)$$

又兩列車ガ出發後出會フマデノ時間ハ相等シイカラ

$$\frac{4x}{y} = \frac{9y}{x} \quad (2)$$

$$(2) \text{ カラ } y^2 = \frac{4}{9}x^2 \quad (3)$$

$x, y$  ハ共ニ正數デアルカラ, (3) カラ

$$y = \frac{2}{3}x \quad (4)$$

(4) ト (1) トカラ  $x=54$

依ツテ (4) カラ  $y=36$

**答** 甲列車  $54km$ , 乙列車  $36km$

**問 2.** 甲乙兩地間ノ距離ハ  $1380km$  デアル。A 號飛行機ガ甲地ヲ出發シテ乙地ニ向ツタ後  $1$  時間ヲ經テ, B 號飛行機ガ乙地ヲ出發シテ甲地ニ向ツタ。ソシテ途中行き違ツテカラ A 號ハ  $1$  時  $36$  分ノ後, B 號ハ  $3$  時  $45$  分ノ後夫々目的地ニ着イタ。兩飛行機ノ速サハ各, 毎時幾軒カ。

### 問題 37

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。[1-16]

$$1. \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x^2 - y^2 = 14 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 9 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x^2 - 3xy = 0 \\ 5x^2 + 3y^2 = 48 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} (x+y)^2 - 11(x+y) = -30 \\ (x-y)^2 + (x-y) = 6 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2(x-y) + xy = 7 \\ 3xy - (x-y) = 7 \end{cases}$$



$$7. \begin{cases} x^2 + x + y^2 = 15 \\ 2xy + y = 15 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x(y-z) + 6 = 0 \\ y(z-2x) = 5 \\ z(2x-3y) + 63 = 0 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{13}{36} \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{1}{x^3} - \frac{1}{y^3} = 91 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = \frac{20}{3} \\ xy + \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

17. 整数一ノ位ト小數第一位トヨリ成ル帶小數ガアル。此ノ數ト其ノ數字ノ位置ヲ反對ニシテ出來ル數トノ和ハ11デ、各位ノ數字ノ平方ノ差ハ20デアアル。此ノ數ヲ求メヨ。

18. 長椅子若干脚ヲ備ヘタ奏樂室ニ800人ノ聽衆ヲ收容シヨウトスル。若シ同様ノ長椅子20脚ヲ

$$8. \begin{cases} xy + 6 = 2x - x^2 \\ xy - 9 = 2y - y^2 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} (x+y)(x+z) = 12 \\ (y+z)(y+x) = 15 \\ (z+x)(z+y) = 20 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x + \frac{2}{y} = \frac{5}{2} \\ y + \frac{3}{x} = 4 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x+y} = 1 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2} \\ x^2 + y^2 = 90 \end{cases}$$

増スト一脚ニ着スベキ人數ハ豫定ヨリモ2人ヲ減ズル。豫メ備ヘ附ケタ椅子ノ數ト一脚ニ着スベキ豫定人員トヲ求メヨ。

19. 直角三角形ノ直角ノ二邊ヲ $a, b$ トシ、斜邊ヲ $c$ トスルト、 $c^2 = a^2 + b^2$ ナル關係ガアル(ピタゴラスノ定理)。今或直角三角形ノ斜邊ノ長サガ他ノ二邊ノ長サノ和ヨリモ4cm短クテ、此ノ三角形ノ面積ガ30平方糎デアアル。三邊ノ長サヲ求メヨ。

20. 面積ガ480平方米ノ矩形ノ地面ガアル。1米ヲ2步デ歩ム人が其ノ一ツノ隅カラ之ニ對スル隅マデ一直線ニ68步デ達スルナラバ、他ノ二ツノ隅ヘハ夫々幾步デ達スルカ。

21. 甲乙二人ノ職工ヲ相異ナル日給デ或日數間使役シタノニ、甲ハ皆勤ニツキ之ニ48圓ヲ拂ヒ、乙ハ其ノ日數ノ内5日缺勤シタノデ之ニ27圓ヲ拂ッタ。若シ乙ガ皆勤シ甲ガ15日間缺勤シタトスレバ、乙ハ甲ヨリモ24圓多ク得ルトイフ。使役日數竝ニ甲乙ノ日給各、幾ラカ。

22. 840kmノ距離ヲ行クニ、急行列車ニ乗レバ普通列車ニ乗ルヨリモ9時間早く到着スルトイフ。兩列車ノ速サノ差ヲ毎時30kmトスルト、兩列車ノ



速サハ各、幾ラカ。

23. 或人ガ3時間デ9600mノ道ヲ往復シタガ、復リハ往キヨリモ毎分24mダケ速サヲ減ジタトイフ。往キノ速サ(毎分)ヲ求メヨ。

24. 甲ガ14kmヲ距タル或町ニ向ツテ出發シタ後、乙ハ甲ニ用事ガ出來テ甲ノ出發後40分ヲ經テ出發シ、甲ニ追ヒツイタ後直ニ引返シテ乙ガ出發地ニ着クト同時ニ甲ハ其ノ町ニ到着シタ。乙ノ速サヲ毎時4kmトスレバ甲ノ速サハ毎時幾ラカ。

25. 靜水デハ毎時間4kmヲ漕グ水夫ガ12kmノ流水ヲ上下スルニ8時間カカツタ。此ノ流レノ速サハ毎時幾ラカ。

✓ 26. 甲乙丙三人ガ協力シテ幾日カデ仕上ゲル仕事ヲ甲ガ一人デスルト、其ノ日數ヨリモ6日多クカカル。又乙ガ一人デスルト甲ガ要スル日數ヨリモ9日多クカカル。又丙ガ一人デスルト三人協力シテ仕上ゲル日數ノ2倍ダケカカル。各一人デ仕上ゲル日數ヲ求メヨ。

## 第二十五章 雜方程式

### 139. 高次方程式

例へバ

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

ノヤウナ、三次以上ノ方程式ヲ總稱シテ高次方程式トイフ。

高次方程式ノ解法ハ一般ニ困難デアル。ソレデココニハ特殊ナ形ヲ有スルモノニ就イテ其ノ解法ヲ示ス。

例1.  $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$  ヲ解ケ。

解  $x^2 = y$  トスルト  $x^4 = y^2$  デアルカラ、與ヘラレタ方程式ハ

$$y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$\therefore (y-4)(y-2) = 0$$

$$\therefore y-4=0 \text{ 或ハ } y-2=0$$

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \quad \left| \quad x^2 - 2 = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \quad \left| \quad x = \pm \sqrt{2}$$

$$\underline{\underline{\text{答 } x=2, -2, \sqrt{2}, -\sqrt{2}}}}$$



**注意** 1. 此ノヤウニ未知數ノ四次ノ項ト二次ノ項ト絶對項トヲ有スル四次方程式ヲ重二次方程式又ハ複二次方程式トイフ。

**問** 1. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{① } x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad \text{② } 4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$$

**問** 2.  $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  ヲ解ケ。

**例** 2.  $x^3 - 1 = 0$  ヲ解ケ。

**解** 左邊ヲ因數ニ分解スルト

$$(x-1)(x^2+x+1)=0$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或ハ } x^2+x+1=0$$

$$\text{依ツテ } x=1 \quad \left| \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$\text{答 } x=1, \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

**注意** 2. 例2ハ三乗スレバ1トナル數即チ1ノ立方根ヲ求メル方程式デ、一ツノ實根ト二ツノ虛根トヲ得ル。一般ニ虛數ヲ取扱ヘバ二次方程式ニハ常ニ二ツノ根ガアリ、三次方程式ニハ三ツノ根、四次方程式ニハ四ツノ根ガアル。

**問** 3. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{① } x^3 + 1 = 0 \quad \text{② } x^3 = 27$$

$$\text{③ } x^4 - 8x = 0$$

## 140. 無理方程式

未知數ニ關スル無理式ヲ含ム方程式ヲ無理方程式又ハ根數方程式トイフ。

例ヘバ

$$\sqrt{x} = 2 - x \quad (1)$$

ノヤウナ方程式デアル。

今此ノ方程式ヲ解クタメニ、兩邊ヲ平方スルト

$$x = 4 - 4x + x^2$$

之ヲ整頓スルト

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \quad (2)$$

之カラ  $x=1$  或ハ  $4$

然ルニ  $x=1$  ハ所題ノ方程式ニ適合スルガ  $x=4$  ハ適合シナイ。

ソレハ、與ヘラレタ方程式(1)

$$\sqrt{x} = 2 - x$$

ト其ノ兩邊ヲ平方シテ得タ方程式(2)

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

トハ次節デ詳シク説明スルヤウニ其ノ根ガ同ジデナイカラデアル。



## 141. 方程式ノ兩邊ヲ平方スルコト

方程式

$$\underline{A = B} \quad (1)$$

$$\underline{A^2 = B^2} \quad (2)$$

ノ根ヲ考ヘルニ

$$(2) \text{ハ} \quad A^2 - B^2 = 0$$

$$\text{即チ} \quad (A-B)(A+B) = 0$$

ト同ジ根ヲ有スル。從ツテ(1)ノ根ノ外ニ尙

$$A+B=0$$

$$\text{即チ} \quad A = -B$$

ノ根ヲ有スル。但シ(1)ニヨツテAトBトハ双方又ハ何レカ一ツガ未知數ヲ含ム。

故ニ 方程式ノ兩邊ヲ平方スルト、ソレニヨツテ出來ル方程式ノ根ノ中ニ原方程式ノ根ハ悉ク含まレルガ、尙其ノ外ニ原方程式ノ根デナイモノ(無縁根)ガ入り來ルノガ一般デアル。

ソレデ平方根ヲ含ム無理方程式ヲ解クトキ、根號ヲ去ルタメニ兩邊ヲ平方スルコトガアレバ、得タ根ヲ必ず原方程式ニ代入シテ之ニ適合スルモノダケヲ求メテ根トセネバナラナイ。

例 1.  $x - \sqrt{x} - 6 = 0$  ヲ解ケ。解  $\sqrt{x}$  ヲ右邊ニ移スト

$$x - 6 = \sqrt{x} \quad (1)$$

兩邊ヲ平方シテ整頓スルト

$$x^2 - 13x + 36 = 0 \quad (2)$$

$$\therefore x = 4 \text{ 或ハ } 9$$

今此ノ二根ヲ夫々與ヘラレタ方程式ニ入レテ

ミルニ  $x = 9$  ハ適合スルガ  $x = 4$  ハ適合シナイ。故ニ根ハ  $x = 9$  ダケデアル。注意  $x = 4$  ハ兩邊ヲ平方シタタメニ導入セラレタ無縁

根デ次ノ方程式ノ根デアル。

$$x - 6 = -\sqrt{x} \quad (3)$$

ソシテ(3)ノ兩邊ヲ平方シテモ矢張り(2)ヲ得ル。

問 1.  $x = \sqrt{x} + 2$  ヲ解ケ。例 2.  $\sqrt{x+15} = \sqrt{x-15}$  ヲ解ケ。

解 兩邊ヲ平方スルト

$$x + 15 = x + 225 - 30\sqrt{x}$$

$$\therefore 30\sqrt{x} = 210$$

$$\text{之カラ} \quad x = 49$$

此ノ値ハ與ヘラレタ方程式ニ適合シナイ。故

ニ與ヘラレタ方程式ニハ根ハナイ。(不可能)



問2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

★ ①  $\sqrt{2x-1}=2\sqrt{x}-3$

②  $2\sqrt{x-1}-\sqrt{2x-1}=1$

③  $\sqrt{2x+9}+\sqrt{3x-15}=\sqrt{7x+8}$

3 ④ 例3. 或直角三角形ノ二邊ノ差ハ 5cm デ, 其ノ周ハ 60cm デアル。此ノ三邊ノ長サヲ求メヨ。

解 二邊ノ中短イ方ヲ  $x$  種トスルト, 長イ方ハ  $(x+5)$  種, 斜邊ノ長サハ  $\sqrt{x^2+(x+5)^2}$  種デアルカラ, 其ノ周ヲ考ヘテ

$$x+x+5+\sqrt{x^2+(x+5)^2}=60$$

故ニ  $\sqrt{x^2+(x+5)^2}=55-2x$  (1)

兩邊ヲ平方シテ整頓スルト

$$x^2-115x+1500=0$$

之カラ  $x=100$  或ハ 15

然ルニ三邊ノ和ハ 60cm デアルカラ  $x=100$  ヲ捨テル。ソシテ  $x=15$  ハ (1) ニ適合スルカラ次ノ答ヲ得ル。

答 15cm, 20cm, 25cm

4 ④ 問3. 底邊ガ 25cm, 高サガ 12cm デ, 他ノ二邊ノ差ガ 5cm デアル三角形ガアル。此ノ三角形ノ未知ノ邊ノ長サヲ求メヨ。

### 問題 38

次ノ方程式ヲ解ケ。[1-9]

50 ①  $3x^4-14x^2+8=0$       ②  $x^3-3x^2-x+3=0$

③  $x+\sqrt{5x+10}=8$       ④  $\sqrt{x+4}-\sqrt{x+20}=2\sqrt{x+11}$

⑤  $3x^2-12x+18=2\sqrt{x^2-4x+13}$

60 ⑥  $6\sqrt{x^2-2x+5}=22+2x-x^2$

⑦  $\sqrt{3x^2-4x+34}+\sqrt{3x^2-4x-11}=9$

70 ⑧  $\frac{1}{x+\sqrt{2-x^2}}+\frac{1}{x-\sqrt{2-x^2}}=x$

80 ⑨  $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}-\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}=8\sqrt{x^2-1}$

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。[10-11]

10.  $\begin{cases} x^2+xy+y^2=189 \\ x-\sqrt{xy}+y=9 \end{cases}$       11.  $\begin{cases} x+y+\sqrt{x+y}=30 \\ xy=144 \end{cases}$

110 ⑫  $x+y+\sqrt{x+y}-12$  ヲ零トスル  $x, y$  ノ値ヲ且其ノ平方ノ差ガ 9 トナルベキモノヲ求メヨ。

130 ⑬ 直徑 AB ナル半圓ノ周上ノ一點 P カラ AB ニ垂線 PM ヲ引イテ,  $PM+2AM$  ヲ 3cm ナラシメルニハ, AM ノ長サヲ幾種ニスレバヨイカ。但シ此ノ半圓ノ半徑ヲ 1cm トスル。



## 第二十六章 比

### 142. 比

一ツノ數  $a$  ガ他ノ數  $b$  ノ幾倍デアるかトイフ關係ヲ  $a$  ノ  $b$  ニ對スル比トイフ。

$a$  ノ  $b$  ニ對スル比ヲ  $a:b$  デ表ハシ、 $a, b$  ヲ比ノ項トイヒ、 $a$  ヲ比ノ前項、 $b$  ヲ比ノ後項トイフ。

$a$  ガ  $b$  ノ幾倍デアるかハ  $a$  ヲ  $b$  デ割レバワカル。ソレデ此ノ商ヲ  $a$  ノ  $b$  ニ對スル比ノ値又ハ單ニ比トイヒ、 $a:b$  ヲ  $\frac{a}{b}$  トモ書ク。

比ノ兩項ハ比ノ意味カライツモ不名數カ、又ハ同ジ名數デ、比ノ値ハイツモ不名數デアル。

例ヘバ

$$10:5=2, \quad 10^m:5^m=2$$

### 143. 反比

比ノ兩項ヲ交換シテ出來タ比ヲモトノ比ノ反比トイフ。

例ヘバ  $a:b$  ト  $b:a$  トハ互ニ反比デアル。

又  $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=b:a$  デアルカラ  $\frac{1}{a}:\frac{1}{b} = \frac{1}{a} \times \frac{b}{b} = \frac{b}{a} = b:a$   
 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$  ハ  $a:b$  ノ反比デアル。

ソレデ反比ノコトヲ逆比トモイフ。

### 144. 複比・二乗比・三乗比

幾ツカノ比ノ前項ノ積ガ其ノ後項ノ積ニ對スル比ヲ其等ノ比ノ複比トイフ。

例ヘバ  $a:b, c:d$  ノ複比ハ  $ac:bd$  デ、

之ヲ  $\left. \begin{matrix} a:b \\ c:d \end{matrix} \right\}$  又ハ  $\left\{ \begin{matrix} a:b \\ c:d \end{matrix} \right.$  トモ書ク。

相等シイ二ツノ比ノ複比ヲ其ノ各ノ比ノ二乗比トイヒ、相等シイ三ツノ比ノ複比ヲ其ノ各ノ比ノ三乗比トイフ。

例ヘバ  $a:b=c:d$  ナレバ  $ac:bd$  ハ  $a:b$  ノ二乗比デ、又  $c:d$  ノ二乗比デアル。  $\frac{ac}{bd} = \frac{a}{a} \times \frac{c}{a} = \frac{c}{a} \times \frac{c}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^2$

又  $a:b=c:d=e:f$  ナレバ  $ace:bd f$  ハ  $a:b, c:d, e:f$  ノ各ノ三乗比デアル。

又  $a^2:b^2$  ハ  $a:b$  ノ二乗比デ、 $a^3:b^3$  ハ  $a:b$  ノ三乗比デアル。

13 の問  $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$  ノ二乗比ト  $a:b$  ノ反比トノ複比ヲ求めヨ。



## 145. 比ノ性質

比  $a:b$  ノ値ハ分數  $\frac{a}{b}$  ニ等シイカラ

比ノ兩項ニ同ジ數ヲ掛ケテモ、又ハ兩項ヲ同ジ數  
ヲ割ツテモ、其ノ比ノ値ハ變ハラナイ。

即チ  $a:b=ma:mb=\frac{a}{m}:\frac{b}{m}$

14 問 1.  $x^2+216y^2=35xy$  カラ  $x:y$  ノ値ヲ求メヨ。

15 問 2.  $x$  ト  $y$  トヲ共ニ正數トシ  $(x+2y):(x+y)$  ト  
 $(x+3y):(x+2y)$  トノ大小ヲ定メヨ。

16 問 3. 兩項ガ正數デアル比ノ兩項ニ同ジ正數ヲ  
加ヘルト、比ノ値ハドウ變ハルカ。又兩項カラ  
同ジ正數ヲ引ケバドウカ。

## 146. 量ノ比

同ジ種類ノ二量  $A$  ト  $B$  トガアルトキ、其ノ  
比  $A:B$  ノ値ヲ求メルコトヲ、 $B$  デ  $A$  ヲ測ル  
トイヒ、 $B$  ヲ其ノ單位トイフ。

$B$  ヲ單位トシタトキ、比  $A:B$  ノ値ヲ  $A$  ノ  
數値又ハ測度トイフ。

17 問  $1m$  ヲ單位トシタトキ  $0.25km$  ノ數値ハドウカ。

今同ジ種類ノ二量  $A, B$  ヲ同ジ單位  $U$  デ測ツテ得  
タ數値ヲ夫々  $a, b$  トスルト

$$A=aU \quad \text{及ビ} \quad B=bU$$

故ニ  $U=\frac{1}{b}B$

依ツテ  $A=a\left(\frac{1}{b}B\right)=\frac{a}{b}B$

故ニ  $\frac{A}{B}=\frac{a}{b}$

依ツテ次ノ定理ガ得ラレル。

ニツノ量ノ比ハ同ジ單位デ測ツタ其ノ二量ノ數  
値ノ比ニ等シイ。

之ニヨツテ、數ノ比ニ關スル事柄ハ量ノ意義ニ抵觸  
シナイ限リ量ノ比ニモ適用スルコトガ出來ル。

## 147. 確率

例ヘバ籤ヲ引クニ一等ガ 3 本、二等ガ 5 本、三等ガ  
20 本、空籤ガ 272 本アルトスレバ、一等ヲ引當テル見  
込ト二等ヲ引當テル見込トハ夫々如何トイフコト  
ヲ數學的ニ考ヘルニ其ノ見込ノ度合ハ比ヲ以テ表  
ハサレル。

一般ニ 或事柄ノ出現スル場合ノ數ガ其ノ



出現・不出現ヲ合ハセタスベテノ場合ノ數ニ對スル比ヲ其ノ事柄ノ出現ノ確率又ハ公算トイフ。

但シコレハ其ノ事柄ノ出現及ビ不出現ガ全く公平不偏デアルモノニ就イテイフノデアル。

或事柄ガ出現スル場合ノ數ヲ  $m$ , 不出現ノ場合ノ數ヲ  $n$  トスルト、其ノ出現ノ確率ハ  $\frac{m}{m+n}$  デアル。

ソレデ初メノ問題デ籤ノ總數ハ

$$3+5+20+272=300$$

トコロガ一等ノ數ハ 3 デアルカラ之ヲ引當テル確率ハ

$$\frac{3}{300} = \frac{1}{100}$$

デアル。

**問 1.** 或囊ノ中ニ白球ガ一ツト黒球ガ二ツト合ハセテ三ツノ球ガ入レテアルトキ、此ノ中カラ白球ヲ取出ス確率ヲ求メヨ。

**問 2.** 骰子ヲ投ゲテ、5ノ星ノ出ル公算ヲ求メヨ。

**問 3.** 或事柄ノ出現ノ確率ガ  $p$  デアレバ、其ノ事柄ノ不出現ノ確率ハ  $1-p$  デアルコトヲ説明セヨ。

**注意** 或事象ノ出現スル確率ガ 1 = 近ケレバ近イホド、其ノ出現ハ確カデアツテ、其ノ確率ガ  $\frac{1}{2}$  デアレバ其ノ出現ハ所謂半信半疑ノ程度ノモノデアル。ソシテ其ノ確率ガ 0 = 近ケレバ近イホド、其ノ出現ハ絶望 = 近イモノデアル。

### 問題 39

1. 次ノ式ニヨツテ  $x:y$  ノ値ヲ算出セヨ。

$$\textcircled{1} \quad 7(5x-y) = 5(2x+3y) \quad \textcircled{2} \quad \frac{6x-y}{4x-y} = \frac{y+x}{y-x}$$

2.  $\frac{5y-4x}{2x+7y} = 3$  ナルトキ  $\sqrt{x-y} : \sqrt{x+y}$  ノ値ヲ小數第三位マデ計算セヨ。

3. 地球表面ノ四分ノ一ハ陸地デ、陸地ノ四分ノ三ハ北半球ニアル。ソコデ北半球ニ於ケル陸地ノ面積ト海ノ面積トノ比ヲ求メヨ。

4. 二次方程式  $x^2+px+144=0$  ノ二根ノ比ガ 9:4 = 等シイヤウニ  $p$  ノ値ヲ定メヨ。

5. 甲ト乙トノ一年間ノ所得ノ比ハ 5:3 デ、又其ノ支出ノ比ハ 7:4 デアル、ソシテ二人共毎年 300 圓ヲ貯蓄スルトイフ。歳入ハ各、幾ラカ。

5. 甲乙二人ガ 880 m ノ競走ヲスルニ、其ノ速サノ



比ハ 22:21 デアル,ソシテ乙ハ 5 秒ノ先發ヲ許サレタケレドモ尙 5m 負ケタ。甲乙ノ速サハ毎分各,幾ラカ。

7. 氷ノ比重ハ 0.918 デ,海水ノ比重ハ 1.026 デアル,氷山ガ全部氷塊ナラバ海中ニ没入スル部分ハ其ノ全部ノ何分デアルカ。

8. 金ト銀トノ合金二塊アツテ,甲デハ金ト銀トノ比ガ 3:2 デ,乙デハ其ノ比ガ 7:3 デアル。此ノ甲乙ヲドンナ比ニ熔合スルト,金ト銀トノ比ガ 11:5 デアル合金ガ出來ルカ。

9. 二箇ノ銀貨ヲ同時ニ投ゲ出ストキ,二箇トモ表ガ現ハレル確率ヲ求メヨ。又一箇ガ表,一箇ガ裏ノ現ハレル確率ヲ求メヨ。

10. 二口ノ籤ガアル,一口ハ 100 本ノ中ニ當リ籤ガ 5 本デ,他ノ一口ハ 500 本ノ中ニ當リ籤ガ 7 本アル。然ラバ此ノ二口ノ籤ヲ一本ヅツ引イテ二口トモ引キ當テル公算ハ幾ラカ。

## 第二十七章 利息算

### 148. 歩合算ノ基本公式

元高ヲ  $A$ , 歩合高ヲ  $B$ , 歩合ヲ  $r$  デ表ハスト

$$\frac{B}{A} = r$$

之ガ歩合算ノ基本公式デ,之カラ次ノ公式ヲ得ル。

$$\begin{aligned} B &= Ar \\ A &= \frac{B}{r} \end{aligned}$$

實際ノ場合デハ,歩合高ガ元高ヨリモ小サク從ツテ  $r$  ハ 1 ヨリモ小サイコトガ普通デアル。

元高ト歩合高トノ和ヲ合計高トイヒ,元高カラ歩合高ヲ引イタ差ヲ差引高トイフ。

合計高ヲ  $S$ , 差引高ヲ  $D$  デ表ハスト

$$S = A(1+r)$$

$$D = A(1-r)$$

故ニ

$$A = \frac{S}{1+r} = \frac{D}{1-r}$$

**問 1.** 原價 680 圓ノ品物ヲ定價ハ 1 割 5 分引テ賣ツテモ尙原價ノ 1 割 5 分ヲ利スルヤウニスルニハ,定價ヲ幾ラニスレバヨイカ。



問2. 商人ガ或商品ノ正札ノ2割ヲ値引シテモ、尙原價ノ1割ヲ利スルヤウニ正札ヲ附ケヨウトスル。正札ヲ原價ノ幾割増ニ附ケレバヨイカ。

### 149. 利息算

預金又ハ貸金ノ利息(利子)ハ大抵其ノ元金ニ對スル歩合ニヨツテ定メル。ソシテ利息ノ計算ニハソレガ單ニ元金ト期間トニ比例スルモノトシテ計算スル單利法ト、一定ノ期間ヲ定メテ其ノ終リニ其ノ期間ニ生ジタ利息ヲ元金ニ加ヘ、其ノ元利合計ヲ次ノ期間ノ元金トナシ、此ノヤウニ次第ニ利息ニモ利息ヲ附ケル複利法トガアル。

例ヘバ民間ノ金錢貸借ノ利息計算ハ大抵單利法ニヨリ、每半ケ年又ハ每一ケ年ニ債務者ガ利息ヲ債權者ニ拂フノガ普通デアルガ、郵便貯金ノ利息計算ナドハ複利法ニヨル。

期間ノ短イ場合ノ利息ヲ定メルノニ日歩ト稱スルモノガアル。コレハ元金 100 圓ニ對スル一日分ノ利息ノコトデアル。

### 公債證書ト株券





### 150. 單利法ノ公式

元金ヲ  $P$ 、一期間ノ利率ヲ  $r$ 、期間數ヲ  $n$ 、利息ヲ  $I$ 、元利合計ヲ  $S$  トスルト、次ノ公式ヲ得ル。

$$I = Prn, \quad S = P(1 + rn)$$

問 月1分ノ利息デ毎月15圓ツツ學資金ヲ借リルナラバ、1ケ年ノ終リニハ元利合計ハ幾ラトナルカ。但シ借リタ月モ利息ヲ附ケル。

### 151. 公債ト株式

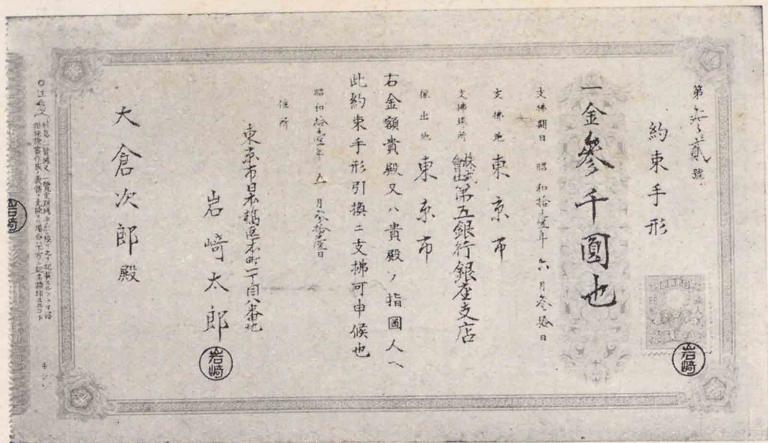
公債又ハ社債ナドノ利子ハ其ノ額面ニ對スル歩合ニヨツテ定メル、即チ額面ガ元金ニ當ル。

株式會社ノ利益ハ其ノ株式ノ拂込金額ニ對スル歩合ニヨツテ營業決算期毎ニ株主ニ配當スル。此ノ歩合ヲ配當率トイフ。即チ拂込金額ガ元金ニ當リ、配當率ガ利率ニ、配當金ガ利息ニ當ル。

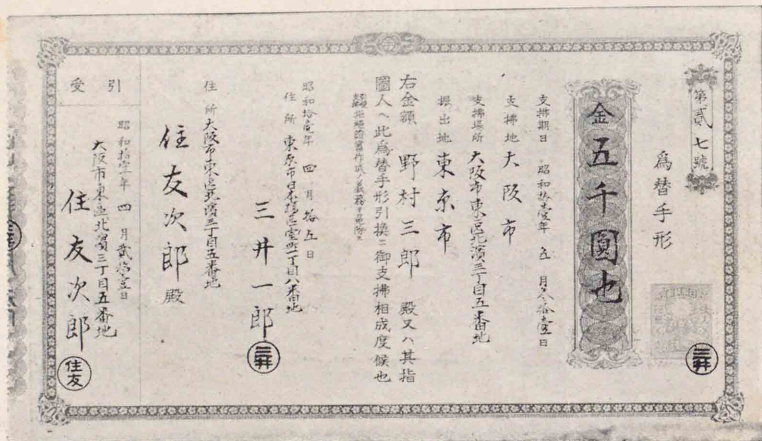
公債證書又ハ株券ノ賣買ノ相場即チ時價ハ夫々其ノ額面又ハ拂込金額デハナク、且常ニ多少ノ變動ガアル。利子又ハ配當金ガ其ノ時價ニ對スル歩合ヲ其ノ利廻リトイフ。

問 1. 或株式會社ノ或年ニ於ケル純益ハ資本金

### 約束手形



### 爲替手形



改中算代



額ノ1割ニ當ル。此ノ純益ノ1割ヲ積立金トシ、株主ニハ7分ノ配當ヲシタガ、マダ560圓殘ツタトイフ。資本金ハ幾ラカ。

**問2.** 額面100圓ノ或國庫債券ガアル。其ノ募集最低價格ハ95圓、利率ハ年5分、償還期ハ5ケ年後デアアル。若シ最低價額ヲ募集ニ應ジ利子ハ毎年末ニ受取ツテ直ニ年6分ノ單利ヲ他ニ預ケルモノトシタナラバ、此ノ場合ニ於ケル5ケ年ノ平均利廻リハ年幾分ニ當ルカ。

## 152. 手形ノ割引

手形(約束手形爲替手形)ノ受取人又ハ所持人ガ其ノ支拂期日前ニ其ノ支拂ヲ請求スルトキハ、當日カラ支拂期日マデノ期間ニ對シテ、手形ノ額面ヲ元金トスル利息ヲ引去ラレル。之ヲ手形ノ割引トイヒ、引去ラレル金額ヲ割引料、支拂ハレル金額ヲ手取金又ハ現價トイフ。

今手形ノ額面ヲ $P$ 、期間數ヲ $n$ 、一期間ノ割引歩合ヲ $r$ 、手取金ヲ $P'$ トスルト、次ノ公式ヲ得ル。

$$P' = P(1 - rn)$$

**問1.** 額面580圓、支拂期日十一月十日ノ手形ヲ

六月三日ニ銀行ニ持參シテ、年5分5厘デ割引ヲスレバ幾ラノ現金ヲ受取ルカ。但シ1年ヲ365日トスル。

**注意** 理論上カライヘバ、現價 $P'$ ハ次ノ方程式ニ適合スルモノデナケレバナラナイ。

$$P'(1 + rn) = P$$

$$\therefore P' = \frac{P}{1 + rn}$$

然シ此ノ計算法ハ前ノ方法ニ比シテ繁雜デアアルノト、社會ノ慣例トニヨツテ實際ニハ用ヒラレナイ。

但シ割引ヲ行フノハ通常短イ期間ニ限ルカラ、何レニヨツテ計算シテモ其ノ差ハ僅カデアアル。此ノ兩法ヲ區別スルトキニハ、前者ヲ銀行割引トイヒ、後者ヲ眞割引トイフ。

**問2.** 銀行割引ト眞割引トハドチラノ割引高ガ多イカ。

## 153. 支拂期日ノ平均

支拂期日ガ違ツテキル數口ノ支拂金ガアルトキ、其ノ總額ヲ一口ニ纏メテ一時ニ支拂ヒ、利息ノ計算ニ損益ノナイヤウナ支拂期日ヲ定メルコトヲ支拂期日ノ平均トイフ。

1.4141

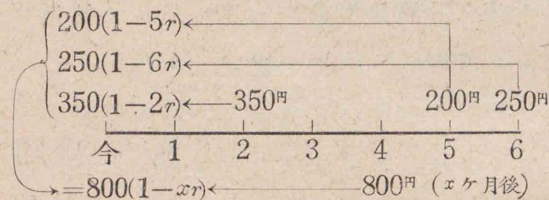


例 2ヶ月後 = 350圓, 6ヶ月後 = 250圓, 5ヶ月後 = 200圓ヲ支拂フ手形ヲ, 一時ニ合ハセテ支拂フヤウニ支拂期日ヲ定メヨ。

解 月利率ヲ $r$ トシテ此ノ三口ノ支拂金額ノ現價ヲ求メルト, 夫々

$$350圓 \times (1-2r), \quad 250圓 \times (1-6r), \quad 200圓 \times (1-5r)$$

トナル。



又求メル期日ヲ今カラ $x$ ヶ月後トスルト, 其ノ支拂金額即チ800圓ノ現價ハ

$$800圓 \times (1-xr)$$

ソシテ此ノ現價ガ前ノ三口ノ現價ノ和ニ等シイナラバ, 利息ノ計算ニ損益ガナイカラ

$$350(1-2r) + 250(1-6r) + 200(1-5r) = 800(1-xr)$$

之カラ  $800xr = 350 \times 2r + 250 \times 6r + 200 \times 5r$

$$\therefore x = \frac{350 \times 2 + 250 \times 6 + 200 \times 5}{800} = 4$$

答 4ヶ月後

問 1. 3ヶ月後 = 100圓, 6ヶ月後 = 200圓, 9ヶ月後 = 300圓ヲ支拂フ代リニ總計600圓ヲ一時ニ支拂フナラバ, 其ノ期日ハ何ヶ月後カ。

一般ニ, 今カラ $l$ 日後ニ支拂フベキ額面 $a$ 圓ノ手形ト,  $m$ 日後ニ支拂フベキ $b$ 圓ノ手形ト,  $n$ 日後ニ支拂フベキ $c$ 圓ノ手形トノ支拂平均期日ヲ $x$ 日後トスルト

$$(a+b+c)(1-xr) = a(1-lr) + b(1-mr) + c(1-nr)$$

之カラ  $x = \frac{al+bm+cn}{a+b+c}$

ヲ得ル。之ガ支拂平均期日ヲ求メル公式デアル。

此ノ結果ハ $r$ ヲ含マナイ。故ニ支拂平均期日ハ割引歩合ニハ無關係デアル。

又上ノ計算デ起算日ヲ其ノ $p$ 日前トスルト $l, m, n$ ハ夫々 $l+p, m+p, n+p$ トナルカラ, 求メル期日ハ其ノ起算ノ日カラ

$$\frac{a(l+p) + b(m+p) + c(n+p)}{a+b+c} \text{ 日後}$$

即チ  $\frac{al+bm+cn}{a+b+c} + p$  日後

デ, 矢張り前ノ期日ト同ジ日デアル。

故ニ此ノ期日ヲ求メルニハ, 之ヲ何日カラ起算ス



ルコトトシテモヨイ。即チ支拂平均期日ハ其ノ起算ノ日ヲ變ヘテモ變ハルコトハナイ。

**問2.** 30日後 = 1000圓, 60日後 = 1500圓, 90日後 = 2000圓ヲ支拂フ代リニ, 即時 = 3000圓ダケヲ支拂ツテ置ケバ殘金ハ何時支拂ヘバヨイカ。

**問3.** 五月十五日 = 150圓, 六月二十九日 = 200圓, 七月二十一日 = 500圓ヲ支拂フベキ手形ノ支拂平均期日ヲ求メヨ。

**問4.** 5ヶ月後 = 100圓, 8ヶ月後 = 200圓, 7ヶ月後 = 600圓ヲ支拂フニ, 3ヶ月後 = 200圓, 6ヶ月後 = 400圓ヲ内拂トシテ, 殘額300圓ハ一時ニ支拂フコトニスルト, 其ノ支拂期日ハイツカ。

## 154. 複利法

元金ヲ  $P$ , 期間數ヲ  $n$ , 一期間ノ利率ヲ  $r$  トシ, 第  $n$  期ノ終リニ於ケル元利合計ヲ  $S$  トスルト

$$S = P(1+r)^n$$

コレガ複利計算ノ基本公式デアル。

$P$  ヲ, 利率  $r$  デ今カラ  $n$  期間ノ後ニ元利合計  $S$  ヲ生ズル現價トイフ。

**注意 1.** 複利法デ, 利息ヲ元金ニ繰入レルノハ通例毎六ヶ月或ハ每一ケ年デアル。  
以下別ニ斷ハラナケレバ, 每一ケ年ニ繰入レルコトトスル。

**注意 2.** 上ノ公式デ  $S$  ヲ計算スルニハ先ヅ  $(1+r)^n$  ノ値ヲ知ルコトガ必要デアル。コレニハ卷末ニ示スヤウナ複利表ヲ用ヒルノガ便利デアル。  
同様ニ現價  $P$  ヲ計算スルニハ卷末ノ現價表  $\left(\frac{1}{(1+r)^n}\right)$  ノ表ヲ用ヒルノガ便利デアル。

**問1.** 年利率5分ノ複利デ元金475圓ヲ8年間貸スナラバ, 元利合計ガ幾ラトナルカ。

**問2.** 年5分ノ複利デ15年ノ終リニ1000圓トナル現價ヲ求メヨ。

**問3.** 年8分ノ複利デ計算シテ元利合計ガ初メノ元金ノ10倍トナルノハ幾年目デアルカ。

**注意 3.** 實際デハ期間數ニ端數ノアルコトガアリ, 又銀行デハ通常元金ノ10圓未滿(郵便貯金デハ10錢未滿)ノ部分ニハ利息ヲ附ケズ, 又每期ノ利息ハ其ノ厘位以下ヲ切捨テル。次ニ此ノ方法ニヨル一例ヲ示ス。

**例** 元金3500圓, 年利5分, 期間3年8ヶ月ノ元利合計ヲ求メヨ。但シ利息計算ハ年一回トスル。



元金	3500 圓	
第一期ノ利息	175	(3500 × 0.05)
第二期ノ元金	3675	
第二期ノ利息	183.50	(3670 × 0.05)
第三期ノ元金	3858.50	
第三期ノ利息	192.50	(3850 × 0.05)
第四期ノ元金	4051.00	
八ヶ月ノ利息	135.00	(4050 × 0.05 × $\frac{8}{12}$ )
元利合計	4186.00	答 4186 圓

問 4. 元金 450 圓, 年利 3 分 5 厘, 期間 4 年 4 ヶ月ノ元利合計(複利)ヲ計算セヨ。

### 問題 40

- 20% ノ利益ヲ見積ツテ定價ヲ附ケテアル商品ヲ定價ノ 12% 引デ賣ツタナラ, 利益ノ歩合ハ幾ラニナルカ。
- 或陶器商ガ陶器幾ツカヲ買入レタガ或事故ノタメ其ノ 2 割 5 分ヲ破損シタ, ソコデ殘リノ陶器デ買價總額ノ 2 割 3 分ノ利益ヲ得ルニハ, 原價ニ幾割幾分ヲ加ヘテ之ヲ賣レバヨイカ。
- 甲乙二種ノ商品ガアル, 甲ヲ定價ノ 1 割 5 分引, 乙ヲ定價ノ 1 割 2 分引デ買ヒ, 合計 69 圓 44 錢ヲ據

ツタガ, 平均スルト定價ノ 1 割 3 分 2 厘引ニ當ツタトイフ。兩種ノ定價ハ各, 幾ラカ。

- 品物ヲ買フ場合ニ其ノ價ヲ 1 割引デ拂フノト, 價ハ引カズニ其ノ品物ヲ 1 割多ク取ルノトハドチラガ利益カ。(後ノ仕方ヲ外一割引トイフ, 普通之ヲ一割込トイフ)
- 今カラ 1 ケ年後ニ支拂フベキ 2500 圓ニ對シテ, 8 ヶ月後ニ 1500 圓ヲ支拂フナラバ, 殘金 1000 圓ハ何時之ヲ支拂ヘバヨイカ。
- 原價 700 圓ノ物品ヲ 835 圓ニ賣リ, 其ノ代金トシテ 35 圓ハ現金デ受取り, 殘金ハ 3 ヶ月後拂ノ約束手形デ受取り, 直ニ之ヲ銀行デ割引シタ。然ラバ利益ハ原價ノ幾割ニ當ルカ。但シ銀行ノ割引歩合ハ年 8 分トスル。
- 或人ガ 200 圓ヲ借リテ, 2 ヶ月後ニ 50 圓ヲ返シ, 其ノ後 4 ヶ月ヲ經テ 75 圓ヲ返シ, 又其ノ後 6 ヶ月ヲ經テ 89 圓 50 錢ヲ返シテ元利金ヲ皆濟シタトイフ。年利率ハ幾ラデアツタカ。
- 甲ハ乙ニ 3 ヶ月後ニ 100 圓, 6 ヶ月後ニ 200 圓, 9 ヶ月後ニ 300 圓ヲ支拂フ義務ガアル。又乙ハ甲ニ 9 ヶ月後ニ 1000 圓ヲ支拂フベキ義務ガアル。此



ノ取引ヲ乙ガ甲ニ 400 圓ヲ支拂ツテ一時ニ勘定  
スルナラバ其ノ期日ハイツデアレバヨイカ。

9. 年4分ノ複利デ金 500 圓ヲ 2 ケ年間貸シ、利息  
ヲ每 6 ケ月ニ元金ニ繰込ムコトニスルト、利息ハ  
幾ラデアルカ。
10. 金幾ラカヲ 2 ケ年間或銀行ニ預ケテ元利合計  
26460 圓ヲ受取ツタ、若シ 1 ケ年間此ノママデ預ケ  
置クナラバ元利合計ハ 27783 圓トナル。元金ト  
利率トヲ求メヨ。
11. 元金幾ラカヲ年 6 分デ 3 ケ年間貸スノニ、之ヲ  
複利トスルノト單利トスルノトデ利息ニ 936 圓  
36 錢ノ差ガアル。此ノ元金ハ幾ラカ。
12. 2% ノ塩分ヲ含メル海水カラ純水ヲ其ノ幾分  
ノ幾ラニ當ルダケ蒸發サセタナラバ、18% ノ塩分  
ヲ含ムモノトナルカ。

## 第二十八章 比例

### 155. 比例

$a$  ノ  $b$  ニ對スル比ガ  $c$  ノ  $d$  ニ對スル比ニ  
等シイトキハ、此等ノ四數ハ比例スルトイヒ、  
此ノ四數ヲ比例數トイフ。

例ヘバ  $a:b=c:d$

即チ  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

デアルトキハ、 $a, b, c, d$  ハ比例數デアル。

上ノ式ヲ比例式又ハ比例トイフ。ソシテ  $a, d$  ヲ  
比例式ノ外項トイヒ、 $b, c$  ヲ其ノ内項トイフ。

又  $a$  ト  $c$  及ビ  $b$  ト  $d$  ハ互ニ對應スルトイフ。

又三數  $a, b, c$  ガ

$$a:b=b:c$$

ナルヤウニ比例スルトキハ、此ノ三數ハ比例スルト  
イヒ、 $b$  ヲ  $a$  ト  $c$  トノ比例中項トイフ。

**注意** 正數  $a, b, c, d$  ガ比例スルトキハ、 $a>b, a=b, a<b$   
ナルニ從ツテ  $c>d, c=d, c<d$  デアルコトハ明カデア  
ル。



## 156. 比例ニ關スル定理

[1] 比例式ノ外項ノ積ハ其ノ内項ノ積ニ等シイ。

何故ナレバ  $a:b=c:d$  ナラバ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

故ニ此ノ兩邊ニ  $bd$  ヲ掛ケルト

$$ad=bc$$

從ツテ  $a:b=b:c$  ナラバ  $b^2=ac$ 

故ニ二數ノ比例中項ハ其ノ二數ノ積ノ平方根ニ  
等シイ。

此ノ定理ニヨツテ、比例式ノ中ニ一ツノ未知數ガ  
アルトキ、其ノ未知數ノ値ヲ定メルコトガ出來ル。  
之ヲ比例式ヲ解クトイフ。

問1.  $(8+x):(3+x)=2:1$  カラ  $x$  ノ値ヲ求メヨ。

問2. 136 ト 1224 トノ比例中項ヲ求メヨ。

[2] 二數ノ積ガ他ノ二數ノ積ニ等シイトキハ、此等  
ノ四數ハ比例シ、一組ハ外項トナリ他ノ一組ハ内  
項トナル。

即チ  $ad=bc$  ナラバ (兩邊ヲ  $bd$  デ割ツテ)

$$a:b=c:d \quad (1)$$

同様ニ又次ノ比例式[(2)以下]ヲ得ル。

$$a:b=c:d \text{ (再記)} \quad (1) \quad c:d=a:b \quad (2)$$

$$b:a=d:c \quad (3) \quad d:c=b:a \quad (4)$$

$$a:c=b:d \quad (5) \quad b:d=a:c \quad (6)$$

$$c:a=d:b \quad (7) \quad d:b=c:a \quad (8)$$

上ノ(1)カラ(8)マデノ中ノ何レカーツガ成立ツナ  
ラバ、 $ad=bc$  デアルカラ殘リノ七ツモ成立ツ。

即チ比例式ノ兩邊ノ比ヲ各、反比トスルモ、比例式  
ノ内項ヲ交換スルモ、又外項ヲ交換スルモ、比例式ハ  
成立ツ。

$$[3] \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ナラバ } \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} \quad (\text{複號同順})$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ノ兩邊ニ 1 ヲ加ヘ、又ハ兩邊カラ 1 ヲ引ケ  
バ證明サレル。從ツテ又

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ナラバ } \frac{a \pm b}{a \mp b} = \frac{c \pm d}{c \mp d} \quad (\text{複號同順})$$

[4] [3] ノ逆モ眞デアル。

○ [例]  $a:b=c:d$  デアレバ

$$(a+b+c+d):(a+b-c-d)=(a-b+c-d):(a-b-c+d)$$

デアル。之ヲ證明セヨ。

解

$$a:b=c:d \quad (1)$$



故 =  $(a+b) : b = (c+d) : d$   
 故 =  $(a+b) : (c+d) = b : d$   
 故 =  $(a+b+c+d) : (a+b-c-d) = (b+d) : (b-d)$  (2)  
 又 (1) カラ  $(a-b) : b = (c-d) : d$   
 故 =  $(a-b) : (c-d) = b : d$   
 故 =  $(a-b+c-d) : (a-b-c+d) = (b+d) : (b-d)$  (3)  
 故 = (2) ト (3) ト カラ  
 $(a+b+c+d) : (a+b-c-d) = (a-b+c-d) : (a-b-c+d)$

**別解**  $(a+b+c+d) : (a+b-c-d) = (a-b+c-d) : (a-b-c+d)$   
 ガ成立ツタメニハ  
 $(a+b+c+d)(a-b-c+d) = (a+b-c-d)(a-b+c-d)$   
 デアレバヨイ。

括弧ヲ解キ簡約スルト

$$2ad - 2bc = -2ad + 2bc$$

即チ  $ad = bc$  デアレバヨイ。

然ルニ  $a : b = c : d$  デアルカラ此

ノ式ハ成立ツ。故ニ所題ノ比例式ハ成立ツ。

**別解**  $a : b = c : d$

デアルカラ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  トスルト

$$a = bk \quad \text{及ビ} \quad c = dk$$

10  
30

故 =  $(a+b+c+d) : (a+b-c-d)$   
 $= (bk+b+dk+d) : (bk+b-dk-d)$   
 $= (k+1)(b+d) : (k+1)(b-d) = (b+d) : (b-d)$   
 又  $(a-b+c-d) : (a-b-c+d)$   
 $= (bk-b+dk-d) : (bk-b-dk+d)$   
 $= (k-1)(b+d) : (k-1)(b-d) = (b+d) : (b-d)$   
 故 =  $(a+b+c+d) : (a+b-c-d)$   
 $= (a-b+c-d) : (a-b-c+d)$

**問3.**  $a : b = c : d$  デアレバ、次ノ式ガ成立ツ。之ヲ證明セヨ。

亮  $\textcircled{1} a : (a+c) = (a+b) : (a+b+c+d)$   
 $\textcircled{2} (a^3+a^2b+b^3)(a+b) : (c^3+c^2d+d^3)(c+d)$   
 $= (a^4+b^4) : (c^4+d^4)$

### 157. 互ニ比例スル二組ノ數

二組ノ數  $a, b, c, \dots$  ト  $a', b', c', \dots$  トガアツテ

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots$$

ナル關係ガ成立ツトキハ

$a, b, c, \dots$  ハ  $a', b', c', \dots$  ニ比例スルトイヒ、

又  $a, b, c, \dots$  ハ  $a', b', c', \dots$  ニ對應スルトイフ。



此ノ場合ニハ次ノ比例式ガ成立ツ。

$$a:b=a':b'$$

$$b:c=b':c'$$

.....

一般ニ  $a, b, c, \dots$  中ノ任意二數ノ比ハ

$a', b', c', \dots$  中ノ對應二數ノ比ニ等シイ。

又此ノ逆モ真デアアル。

上ノ比例式ヲ又次ノヤウニ書ク。

$$a:b:c:\dots=a':b':c':\dots$$

ソシテ  $a:b:c:\dots$  ヲ  $a, b, c, \dots$  ノ連比トイフ。

又  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = k$  トスルト

$$a=a'k, \quad b=b'k, \quad c=c'k, \quad \dots \quad \text{デアアルカラ}$$

$a, b, c, \dots$  ガ  $a', b', c', \dots$  ニ比例スルトキハ,  $a, b, c, \dots$  ハ夫々  $a', b', c', \dots$  ニ或同ジ數ヲ掛ケタモノニ等シイ。ソシテ此ノ逆モ真デアアル。

又  $a:b=b':c':d:\dots$  デアルトキニハ  $a, b, c, d, \dots$  ハ連比例スルトイフ。

**問**  $a, b, c, d$  ガ連比例スルトキハ  $b(a+c)$  ハ  $a^2+b^2$  ト  $b^2+c^2$  トノ比例中項デアアルコトヲ證明セヨ。

### 158. 加比ノ理

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = k \quad \text{トスルト}$$

$$a=a'k, \quad b=b'k, \quad c=c'k, \quad \dots$$

此ノ邊々ヲ相加ヘルト

$$a+b+c+\dots=(a'+b'+c'+\dots)k$$

故ニ  $k = \frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$

故ニ  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$

之ヲ加比ノ理トイフ。

此ノ關係ヲ更ニ一般ニ擴張スルト

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{pa+qb+rc+\dots}{pa'+qb'+rc'+\dots}$$

但シ  $p, q, r, \dots$  ハ任意ノ數デアアル。

**問 1.**  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$  デアレバ, 各比ハ  $\frac{2a-3b-5c}{2x-3y-5z}$  ニ等

シイ。之ヲ證明セヨ。

**問 2.**  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  デアレバ, 各比ハ  $\sqrt{\frac{a^2+2y^2-5z^2}{a^2+2b^2-5c^2}}$

ニ等シイ。之ヲ證明セヨ。

一般ニ  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots$  デアレバ, 各比ハ

$$\sqrt{\frac{pa^2+qb^2+rc^2+\dots}{pa'^2+qb'^2+rc'^2+\dots}} \quad \text{ニ等シイコトヲ證明セヨ。}$$



例 1.  $\frac{2x-3y}{3z+y} = \frac{z-y}{z-x} = \frac{x+3z}{2y-3x}$  ナルトキ、各比ハ

$\frac{x}{y}$ ニ等シイコトヲ證明セヨ。

解  $\frac{2x-3y}{3z+y} = \frac{z-y}{z-x}$   
 $= \frac{2x-3y-3(z-y)}{3z+y-3(z-x)} = \frac{2x-3z}{y+3x}$   
 $\frac{x+3z}{2y-3x} = \frac{2x-3z}{y+3x}$  *此處 = 注意也。*  
 $= \frac{x+3z+2x-3z}{2y-3x+y+3x} = \frac{x}{y}$

故ニ與ヘラレタ各比ハ  $\frac{x}{y}$ ニ等シイ。

問 3.  $\frac{x+y}{x+2y} = \frac{3y-2x}{x-2y} = \frac{2y-x}{2(x-1)}$  ナルトキ、各比ハ  $y$

ニ等シイコトヲ證明シ且此ノ方程式ヲ解ケ。

例 2. ニツノ三元一次方程式

$ax + by + cz = 0$  (1)

$a'x + b'y + c'z = 0$  (2)

ガ聯立ナレバ、次ノ比例式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

$\frac{x}{bc'-b'c} = \frac{y}{ca'-c'a} = \frac{z}{ab'-a'b}$

解 (1)カラ  $a\left(\frac{x}{z}\right) + b\left(\frac{y}{z}\right) + c = 0$

(2)カラ  $a'\left(\frac{x}{z}\right) + b'\left(\frac{y}{z}\right) + c' = 0$

不可解

之ヲ解イテ  $\frac{x}{z} = \frac{bc'-b'c}{ab'-a'b}, \frac{y}{z} = \frac{ca'-c'a}{ab'-a'b}$

故ニ  $\frac{x}{bc'-b'c} = \frac{y}{ca'-c'a} = \frac{z}{ab'-a'b}$

注意 上ノ比例式デ  $z=1$  トスルト、第119節注意デ學ン  
 グ聯立二元一次方程式ノ根ノ公式トナル。

試 問 4.  $3x+5y-7z=0, 11x-13y+17z=0$  カラ  $x:y:z$   
 ヲ求メヨ。

試 問 5.  $x+3y+5z=0, 2x+4y+7z=0$  ナルトキ

$\frac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}$  ノ値ヲ求メヨ。

主眼矣 ~~→~~  $x, y, z$ ヲ  $z=1$ ニテ表ハス。

### 159. 量ト數トノ比例

一組ノ同種類ノ量  $A, B, C, \dots$  ト一組ノ數  $a, b, c, \dots$   
 ……トガアツテ  $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \dots$  ナル關係ガ成立ツ  
 トキハ  $A, B, C, \dots$ ハ  $a, b, c, \dots$ ニ比例スルトイフ。

此ノ場合ニハ、前節ニ述ベタ事實ガ此ノ量ト數ト  
 ノ間ニモ成立ツ。

例ヘバ  $A, B, C, \dots$ ハ或同ジ量ニ夫々  $a, b, c, \dots$   
 ヲ掛ケタモノニ等シク、

又  $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{A+B+C}{a+b+c}$  ナドデアル。



## 160. 比例配分

或量又ハ數ヲ幾ツカニ分ケテ,其ノ部分ヲ或與ヘラレタ數ニ比例セシメルコトヲ,其ノ量又ハ數ヲ其等ノ數ニ比例スルヤウニ(又ハ其等ノ數ノ比ニ分ケルトイヒ,其ノ計算ヲ比例配分又ハ按分比例トイフ。

例ヘバ A ヲ  $l, m, n$  ニ比例スルヤウニ分ケルニ,所要ノ三部分ヲ夫々  $x, y, z$  トスルト

$$x+y+z=A \quad (1)$$

$$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n} \quad (2)$$

(2) カラ  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n} = \frac{x+y+z}{l+m+n}$

故ニ  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n} = \frac{A}{l+m+n}$

故ニ  $x = \frac{lA}{l+m+n}, y = \frac{mA}{l+m+n}, z = \frac{nA}{l+m+n}$

**問 1.** 兄弟六人デ 37 圓ノ支拂ヲナスニ,各自其ノ所持金 20 圓, 18 圓, 12.5 圓, 10 圓, 7.5 圓, 6 圓ニ比例シテ出金スルコトニシタ。各自ノ出金額ハ幾ラカ。

**問 2.** 甲ハ 1500 圓ヲ 4 ケ月間,乙ハ 4000 圓ヲ 2 ケ月間,丙ハ 3000 圓ヲ 3 ケ月間出資シテ商業ヲ營ンデ合計 289 圓 11 錢ノ利益ヲ得タ。ソコデ之ヲ出資ノ金額ト期間トニ應ジテ三人ニ分配スルナラバ,各自ノ所得ハ各,幾ラカ。(合資算)

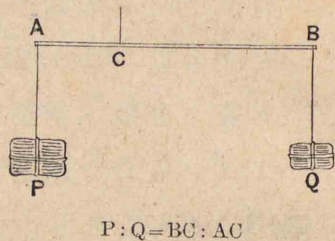
**問 3.** 465 圓ヲ甲乙丙丁ノ四人ニ分配スルニ,甲ト乙トノ所得ノ比ヲ 7:6 ニ,乙ト丙ト丁トノ所得ノ比ヲ 4:5:7 ニ等シイヤウニスルナラバ,丁ノ得ル金額ハ幾ラカ。

## 問 題 41

- $(a+x):(b+x)=(c+x):(d+x)$  カラ  $x$  ヲ求メヨ。
- $(5+x):(3+x)$  ノ二乗比ガ 9:4 ニ等シイトキ  $x$  ノ値ヲ求メヨ。
- 四ツノ數 9, 12, 21, 33 カラ同ジ數ヲ引イタ殘リガ比例スルヤウニスルニハ幾ラ引イタラヨイカ。
- 酒精若干ニ水 10 $l$  ヲ混入シ,其ノ中カラ 20 $l$  ヲ汲ミ出シ,更ニ水 20 $l$  ヲ混入シタラ,酒精ト水ガ 3ト 5 ノ割合ニナツタトイフ。最初ノ酒精ノ量ハ幾ラカ。



5. 長サ  $5m$  ノ棒ノ兩端ニ夫々  $3kg$  ト  $12kg$  トノ物ヲ吊シテ、之ヲ釣合ハセ、ルニハ支點ヲドコニ定メレバヨイカ。但シ棒ノ重サハ算入シナイコトニスル。又吊シタ物ノ重サノ比ハ其ノ物ト支點トノ距離ノ比ノ反比ニ等シイ。



6.  $a:b=c:d$  トシテ次ノ式ヲ證明セヨ。

1  $(ma+nb):(ma-nb)=(mc+nd):(mc-nd)$

2  $(a+c):(b+d)=a^2d:b^2c$

3  $a^2(c^2+d^2)=c^2(a^2+b^2)$

4  $a^n:b^n=la^n+mc^n:lb^n+md^n$

7.  $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$  トシテ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$\frac{x^2+a^2}{x+a} + \frac{y^2+b^2}{y+b} = \frac{(x+y)^2+(a+b)^2}{x+y+a+b}$$

8.  $a:b=b:c$  トシテ次ノ式ヲ證明セヨ。

1  $(a+b):(b+c)=a:b$     2  $a^2:b^2=a:c$

3  $(a-b+c)(a+b+c)(a^2-b^2+c^2)=a^4+b^4+c^4$

9.  $a:b=b:c=c:d$  デアレバ、

$$(b+c)(b+d)=(a+c)(c+d) \text{ デアルコトヲ證明セヨ。}$$

10.  $\frac{l}{l'}=\frac{m}{m'}=\frac{n}{n'}$  デアレバ、

$$\frac{l^3}{l'^3} + \frac{m^3}{m'^3} + \frac{n^3}{n'^3} = \frac{(l+m+n)^3}{(l'+m'+n')^3} \text{ デアル、之ヲ證明セヨ。}$$

11.  $\frac{x}{b+c-a}=\frac{y}{c+a-b}=\frac{z}{a+b-c}$  デアレバ、

$$(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=0 \text{ デアルコトヲ證明セヨ。}$$

12.  $b(a-c):c(b-d)=(a-b):(c-d)$  デアレバ、 $b=c$  デアルカ或ハ  $a:b=c:d$  デアルコトヲ證明セヨ。

13.  $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ,  $x^2+y^2+z^2=1$  ヲ解ケ。

14.  $a(y+z)=b(z+x)=c(x+y)$  カラ  $x, y, z$  ノ比ヲ求メヨ。

又比ノトキ  $\frac{y-z}{a(b-c)}=\frac{z-x}{b(c-a)}=\frac{x-y}{c(a-b)}$  ヲ證明セヨ。

15. 金  $A$  圓ヲ甲乙丙丁四人ニ分ケルニ、甲ト乙トノ所得ノ比ガ  $l:m$ 、乙ト丙トノ所得ノ比ガ  $n:p$ 、丙ト丁トノ所得ノ比ガ  $q:r$  デアルヤウニスルナラバ四人ノ所得ハ各、幾ラカ。

16. 金  $384$  圓ヲ  $6$  男、 $4$  女、 $5$  童ニ分ケテ、一男ト一女トノ所得ノ比ガ  $3:2$  デ、一女ト一童トノ所得ノ比ガ  $5:3$  デアルヤウニセヨ。



比例

変数 定数

### 第二十九章 比例シテ變化スル量

#### 161. 互ニ比例スル量

例へバ毎時 30km ノ速サデ走ル汽車ノ走ツタ行程ト其ノ時間トノ變化ハ次表ノ通りデアル。

行程(行程)	30, 45, 60, 90, 120, 150, .....
時間(時數)	1, $\frac{3}{2}$ , 2, 3, 4, 5, .....

即チ時間ガ2倍, 3倍, .....又ハ  $\frac{3}{2}$  倍ナドトナルニ伴ツテ其ノ行程モ矢張り2倍, 3倍, .....又ハ  $\frac{3}{2}$  倍ナドトナル。(上卷36参照)

カヤウニ, 相伴ツテ變化スル二量  $X$  ト  $Y$  トガアツテ,  $X$  ガモトノ  $n$  倍( $n$  ヲ任意ノ數トスル)トナルニ伴ヒ  $Y$  モ亦モトノ  $n$  倍トナルナラバ,  $X$  ト  $Y$  トハ互ニ比例スルトイフ。

今  $X$  ガ順次  $X_1, X_2, X_3, \dots$  トナルニ對シテ,  $Y$  ガ夫々  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$  トナルトシテ, 其ノ數値ヲ夫々  $x_1, x_2, x_3, \dots$  及ビ  $y_1, y_2, y_3, \dots$  トスルト, 此ノ二組ノ數ハ比例スル數デアル。即チ

比例

定数

変数

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots$$

故ニ  $X, Y$  ノ對應スル數値ヲ夫々  $x, y$  トスルト,  $x$  ト  $y$  トノ間ニハ常ニ  $\frac{y}{x} = k$  即チ  $y = kx$  ナル關係ガアル。但シ  $k$  ハ上ノ比ノ値ヲ表ハス數デ,  $X, Y$  ノ數値ノ變化ニ關係シナイ定マツタ數デアル。之ヲ比例定數トイフ。

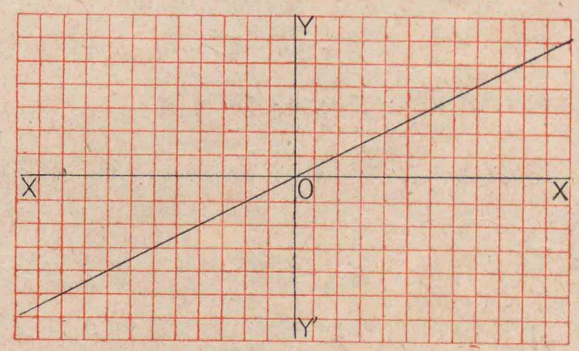
$Y$  ガ  $X$  ニ比例スルコトヲ

$$Y \propto X \text{ ト書クコトガアル。}$$

今  $Y$  ト  $X$  トガ比例スル狀況ヲぐらふデ示スニ,  $k$  ヲ假ニ  $\frac{1}{2}$  トスルト

$$y = \frac{1}{2}x$$

故ニぐらふハ次ニ示ス通りデアル。



此ノぐらふハ原點ヲ通ル直線デアル。



【例】一打ノ價40錢ノ鉛筆15本ノ價ハ幾ラカ。又60錢デハ此ノ鉛筆幾本ヲ買ヒ得ルカ。

【解】鉛筆ノ數ト其ノ價トハ比例スルカラ、 $x$ 本ノ價ガ $y$ 錢デアルトスルト

$$y=kx$$

然ルニ $x=12$ デアレバ $y=40$ デアルカラ

$$40=12k \quad \therefore k=\frac{10}{3}$$

故ニ $x=15$ トスルト、 $y=kx=\frac{10}{3}\times 15=50$

又 $y=60$ トスルト、 $x=\frac{y}{k}=60\div\frac{10}{3}=18$

答 50錢, 18本

【注意】算術デ此ノ例ノヤウナ問題ヲ解クニハ、比例式

$$12:15=40:x \quad (\text{上巻78頁参照})$$

ヲ立テタガ、コレハ上ノ

$$y=kx \quad \text{即チ} \quad x=\frac{y}{k}$$

ニ於テ $y=40$ 、 $k=\frac{12}{15}$ トシテ

$$x=40\times\frac{15}{12} \quad \text{カラ得ラレル。}$$

ソレデ $y=kx$ ノヤウナ式モ比例式ト考ヘテヨイ。

【例】速サ毎時14浬ノ汽船ガ259浬ヲ行ク間ニ、速サ毎時12浬ノ汽船ハ幾浬ヲ進ムカ。又此ノ間ニ296浬ヲ進ム汽船ノ速サハ毎時幾ラカ。

## 162. 互ニ反比例スル量

相伴ツテ變化スル二量 $X$ ト $Y$ トガアツテ、 $X$ ガモトノ $n$ 倍( $n$ ハ任意ノ數トスル)トナルニ伴ヒ $Y$ ガモトノ $\frac{1}{n}$ トナルトキハ、 $X$ ト $Y$ トハ互ニ反比例スル又ハ逆比例スルトイフ。

例ヘバ定マツタ路程ヲ走ル汽車ノ速サト時間、又一定ノ仕事ヲ仕上グル人夫ノ數ト其ノ日數ノヤウナモノハ何レモ反比例スル。

互ニ反比例スル二量 $X$ ト $Y$ トノ對應スル任意ノ二組ノ數値ヲ $x_1$ ト $y_1$ 及ビ $x_2$ ト $y_2$ トシ、 $x_2=nx_1$ トスルト $y_2=\frac{1}{n}y_1$ デアルカラ

$$x_2y_2=nx_1\times\frac{1}{n}y_1=x_1y_1$$

故ニ $X, Y$ ノ對應スル數値ヲ夫々 $x, y$ トスルト、 $x$ ト $y$ トノ間ニハ常ニ $xy=k$ (但シ $k$ ハ比例定數)ナル

關係ガアル。

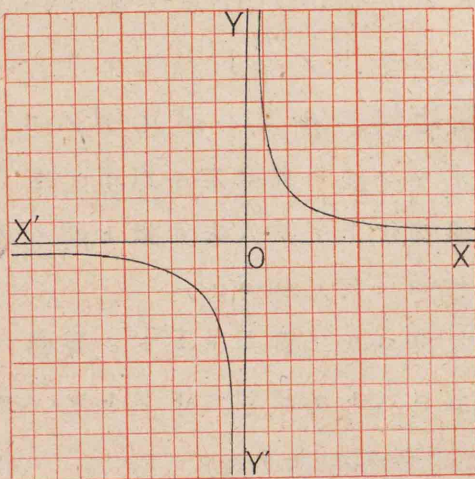
$Y$ ガ $X$ ニ反比例スルコトヲ

$$Y\propto\frac{1}{X} \quad \text{ト書ク。}$$

【注意】反比例ニ對シテ、前節ニ述ベタ比例ヲ正比例トモイフ。



今  $Y$  が  $X$  に反比例スル狀況ヲぐらふデ示スニ、等式  $xy=k$  デ  $k$  ノ値ヲ假ニ  $4$  トスルト、 $y=\frac{4}{x}$  デアルカラ、其ノぐらふハ次ノ通りデアル。(136例2)



例 毎時  $5\text{km}$  ノ速サナラバ  $36$  時間カカル路程ヲ、毎時  $4.5\text{km}$  ノ速サデハ幾時間カカルカ。

解 路程ガ定マルトキハ、速サト所要時間トハ反比例スルカラ、今此ノ路程ヲ行クニ毎時  $x$  軒ツトシテ  $y$  時間カカルトスルト

$$xy=k$$

故ニ  $x=5$ ,  $y=36$  トシテ  $k=180$  ヲ得ル。

故ニ  $x=4.5$  トシテ上ノ式カラ

$$y = \frac{k}{x} = \frac{180}{4.5} = 40 \quad \text{答 } 40 \text{ 時間}$$

距離一定

問 1. 米ノ價ガ一圓ニツキ  $4\text{kg}$  デアルトキ、或家ノ一ヶ月ニ支拂フ米ノ代金ガ  $63$  圓デアル。此ノ米ノ價ガ一圓ニツキ  $4\frac{2}{3}\text{kg}$  トナツタトキ、此ノ家ノ一ヶ月ノ米代ハ幾ラニナルカ。又此ノ家デ或月ニ米代  $72$  圓ヲ拂ツタナラバ、其ノ時ノ米ノ相場ハ一圓ニ幾疋デアツタカ。

問 2. 圓周ノ長サハ其ノ直徑ニ比例スル。之ヲ式ニ書ケ。ソシテ此ノ比例定數ヲ  $3.1416$  トシテ半徑  $5\text{cm}$  ノ圓周ノ長サヲ求メヨ。

又半徑ガ  $3\text{cm}$  ト  $4\text{cm}$  トデアル二ツノ圓ノ周ノ和ニ等シイ周ヲ有スル圓ノ半徑ヲ求メヨ。

(此ノ時、比例定數ガ即チ  $\pi$  デアル)

### 163. 複比例

$X, Y$  ナル二ツノ量ニ關聯シテ變化スル量  $Z$  ガアツテ、 $Y$  ガ一定ノ大サヲ保チ  $X$  ダケガ變化スルトキハ  $X$  ニ比例シ、又  $X$  ガ一定ノ大サヲ保チ  $Y$  ダケガ變化スルトキハ  $Y$  ニ比例スルモノトスルト、 $X$  モ  $Y$  モ共ニ變化スルトキハ  $Z$  ハ  $X, Y$  ノ積ニ比例シテ變化スル。



$X, Y, Z$  ノ變化ニ伴ツテ其ノ數値  $x, y, z$  ガ次ノヤウニ變化スルトスル。

$x$  ガ  $x_1$  カラ  $x_2$  ニ變ジ且  $y$  ガ  $y_1$  カラ  $y_2$  ニ變ズルニ伴ツテ  $z$  ガ  $z_1$  カラ  $z_2$  ニ變ジタトスル。ソシテ初メ  $y$  ガ變ジナイデ唯  $x$  ダケガ  $x_1$  カラ  $x_2$  ニ變ジタトキ、 $z$  ハ  $z_1$  カラ  $z'$  トナリ、次ニ  $x$  ハ  $x_2$  トナツタママデ變化セズ、タダ  $y$  ダケガ  $y_1$  カラ  $y_2$  トナルニツレテ  $z$  ガ  $z'$  カラ  $z_2$  トナツタトスル。即チ

$$x \text{ ガ } x_1 \rightarrow x_2 \xrightarrow{(-x_2)} x_2 \text{ トナリ,}$$

$$y \text{ ガ } y_1 \xrightarrow{(-y_2)} y_1 \rightarrow y_2 \text{ トナルニ伴ツテ}$$

$$z \text{ ガ } z_1 \rightarrow z' \rightarrow z_2 \text{ トナツタトスルト,}$$

次ノ二ツノ比例式ガ出來ル。

$$\frac{z_1}{z'} = \frac{x_1}{x_2}, \quad \frac{z'}{z_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

邊々掛ケ合ハセテ

$$\frac{z_1}{z'} \times \frac{z'}{z_2} = \frac{x_1}{x_2} \times \frac{y_1}{y_2}$$

$$\text{故ニ } \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 y_1}{x_2 y_2}$$

故ニ  $z$  ハ  $xy$  ニ比例シテ變化スル。

故ニ  $z = kxy$  ( $k$  ハ比例定數)

例ヘバ一定ノ速サノ汽車ノ走ツタ路程ハ其ノ速

サト所要時間トノ積ニ比例スル。

上ノ事實ヲ

$$Z \propto XY \quad \text{ト書ク。}$$

變化スル量ガ二ツヨリ多イトキモ同様デアアル。

此ノヤウナ場合ニハ  $Z$  ハ  $X$  ト  $Y$  トニ複比例スルトイヒ、此ノヤウナ變化ヲ表ハス式ヲ複比例式又ハ複比例トイフ。

複比例ニ對シテ、前數節デ述べタ比例ヲ單比例トイフコトガアル。

例 間口  $16m$ 、奥行  $7m$  ナル矩形ノ宅地ノ賣價ガ  $11200$  圓デアルトキ、此ノ割デ間口  $27m$ 、奥行  $35m$  ナル宅地ヲ賣ルナラバ、其ノ賣價ハ幾ラカ。

解 賣價ハ間口ト奥行トニ複比例スルカラ、間口、奥行及ビ賣價ヲ夫々  $x$  米、 $y$  米、 $z$  圓トスルト

$$z = kxy$$

然ルニ  $x=16, y=7$  ナルトキ  $z=11200$  デアルカラ

$$11200 = k \times 16 \times 7 \quad \therefore k = 100$$

故ニ  $x=27, y=35, k=100$  トシテ

$$z = 94500$$

答 94500圓



## 164. 其ノ他ノ比例

同時ニ關聯シテ變化スル二ツノ量  $X$  ト  $Y$  トガアツテ、其ノ對應スル數値  $x$  ト  $y$  トガ常ニ

$$y=kx^2, \quad y=kx^3, \quad y=k\sqrt{x} \quad (k \text{ハ比例定數})$$

ナル關係ヲ保ツトキハ、夫々  $Y$  ハ  $X$  ノ平方、立方、平方根ニ比例スルトイヒ、之ヲ夫々

$$Y \propto X^2, \quad Y \propto X^3, \quad Y \propto \sqrt{X} \quad \text{ト書ク。}$$

又  $x$  ト  $y$  トガ  $y=\frac{k}{x^2}, \quad y=\frac{k}{x^3}$  ナル關係ヲ保ツトキハ、 $Y$  ハ  $X$  ノ平方、立方ニ反比例スルトイヒ、之ヲ夫々

$$Y \propto \frac{1}{X^2}, \quad Y \propto \frac{1}{X^3} \quad \text{ト書ク。}$$

其ノ他  $x$  ト  $y$  トガ  $y^2=kx^3, \quad y^2=\frac{k}{x^3}$  ナル關係ヲ保ツトキハ、 $Y$  ノ平方ハ  $X$  ノ立方ニ比例スル、 $Y$  ノ平方ハ  $X$  ノ立方ニ反比例スルトイヒ、之ヲ夫々

$$Y^2 \propto X^3, \quad Y^2 \propto \frac{1}{X^3} \quad \text{ト書ク。}$$

又同時ニ關聯シテ變化スル三ツノ量  $X, Y, Z$  ガアツテ、 $Z$  ガ  $X$  ニ比例シ、 $Y$  ニ反比例スルトキハ、其ノ數値  $x, y, z$  ノ間ニハ常ニ  $z=k \times \frac{x}{y}$  ナル關係ガアル。ソシテ之ヲ

$$Z \propto \frac{X}{Y} \quad \text{ト書ク。}$$

又  $x, y, z$  ガ  $z=kxy^2$  ナル關係ヲ保ツトキハ、 $Z$  ハ  $X$  ト  $Y$  ノ平方トニ複比例スルトイヒ、之ヲ

$$Z \propto XY^2 \quad \text{ト書ク。}$$

其ノ他之ニ準ズル。

**問1.**  $Z^2 \propto X^3Y$  デ  $x=1, y=2$  ノトキ  $z=3$  デアレバ、 $x, y, z$  ノ間ニドンナ關係式ガアルカ。

**問2.** 圓ノ面積ハ其ノ半徑ノ平方ニ比例スル、今此ノ比例定數ヲ3.1416トスルト、半徑ガ7cmノ圓ノ面積ハ幾ラカ。又面積ガ100平方糎ノ圓ノ半徑ハ幾ラカ。

**問3.** 落下物體ガ落下シタ經路ノ長サハ落下時間ノ平方ニ比例スル。2秒間ニ20mダケ落下シタ物體ハ6秒間ニハ幾米ダケ落下スルカ。又400mダケ落下スルニハ幾秒カカルカ。180m  
尙此ノ比例ヲ表ハスぐらふヲ畫ケ。(拋物線)

**問4.** 自動車ノ馬力ハ其ノ發動機ノしりんだーノ直徑ノ平方ト、しりんだーノ數トニ比例スル。今直徑10cmノしりんだー4箇ヲ有スル自動車ノ馬力ガ25.6馬力ナラバ直徑12cmノしりんだー6箇ヲ有スル自動車ノ馬力ハ幾ラカ。159

**問5.** 單利ノ計算デ、元金ガ一定デアレバ利息ハ



何ニ比例スルカ。又元利合計ハ利率ト期間トニ複比例スルカドウカ。又複利デハドウカ。

### 問題 42

1. 長サ  $120m$ , 幅  $1.5m$ , 深サ  $\frac{5}{6}m$  ノ溝ヲ掘ルニ, 人夫 9 人ヲ毎日 8 時間ヅツ働カセテ 5 日ヲ費シタ。此ノ割合デ長サ  $315m$ , 幅  $2m$ , 深サ  $\frac{1}{2}m$  ノ溝ヲ掘ルニ, 人夫 14 人ヲ働カセテ 6 日間ニ成就サセルニハ, 毎日幾時間ヅツ働カセネバナラナイカ。
2. 汽船ニ要スル石炭ノ消費量ハ速サノ三乗ニ比例スルトイフ。今 16 節<sup>ノット</sup>ノ速サノトキ 96 吨ノ石炭ヲ要スル汽船ガアル, 此ノ汽船ノ速サト石炭ノ消費量トノ間ニハドンナ關係式ガアルカ。
3. 海岸カラ海洋ヲ望ミ得ル距離ハ海面カラノ眼ノ高サノ平方根ニ比例スル。今眼ノ高サガ  $2m$  ノトキ望ミ得ル距離ガ  $5km$  ナラバ海拔  $288m$  ノ山ノ上カラハ幾軒ノ所マデ望ミ得ラレルカ。又此ノ解答ノぐらふヲ作レ。
4. 振子ノ週期(一往復振動スルニ要スル時間)ハ振子ノ長サノ平方根ニ比例スル, ソシテ振子ノ長サガ  $4m$  ノ振子ノ週期ガ約 4 秒デアレバ, 1 秒ニ 1

回振動スル振子ノ長サハ幾ラカ。 25cm

5. 物ノ重サハ地球ノ中心カラノ距離ノ平方ニ反比例スル。今地球ノ表面デ  $g$  珎ノモノハ, 地面カラ  $h$  軒高イ所デハ幾珎ノ重サガアルカ。但シ地球ノ半径ヲ  $R$  軒トセヨ。
6. 平面ニ垂直ニ風ガ當ルトキ, 平面ガ受ケル壓力ハ風ノ速サノ平方ト面ノ廣サトニ比例スル, ソシテ風ノ速サガ毎秒  $1m$  デアルトキ, 1 平方米ノ平面ガ受ケル壓力ガ  $80g$  ニ等シイトイフ。然ラバ毎時  $72km$  ノ速サノ風ガ 24 平方米ノ平面ニ垂直ニ當ルトキ, 其ノ受ケル壓力ハ幾珎カ。
7. 氣體ノ容積ハ絶對溫度ニ比例シ, 壓力ニ反比例スル。今絶對溫度ガ  $300^\circ$  デ壓力ガ 1.5 氣壓ノトキ 25 立方米ノ容積トナル氣體ガアル。若シ溫度ヲ  $36^\circ$  増シ壓力ヲ 0.3 氣壓減ジタラ, 容積ハ幾ラダケ増スカ。



## 補 充 問 題

### I. 復 習

1. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

①  $8x - [16y - 3x + (x - 12y) - 8y] + x$

②  $\{(a+b)x + (a+c)y\} - \{(a-b)y - (b-c)x\} - \{(a-c)x - (b-c)y\}$

③  $4\left\{\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\left(3y - \frac{4}{3}x\right)\right\} - \left\{\frac{1}{2}(2x - y) + 2(y - x)\right\}$

2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

①  $\frac{1}{5}\left(3x - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{4}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{3}\right) = \frac{3(2x+3)}{20}$

②  $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{6} - \left(x - \frac{9}{2}\right)\right\} + \frac{35}{18}$

③  $0.02x - 0.03 = 0.12x + 2(0.05 - 0.2x)$

3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

① 
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{3}{5}(y+4) \\ y = 3 + \frac{2}{7}(1-2x) \end{cases}$$

② 
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{y} = 3 \\ 8x + \frac{15}{y} + 6 = 0 \end{cases}$$

③ 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + y - z = 9 \\ 2x + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 10 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 2 = 0 \end{cases}$$

④ 
$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{8} + 2z = 0.5 \\ 2.5x + \frac{9}{8}y - \frac{1}{4}z = 1.5 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

4. 次ノ二組ノ聯立方程式ガ同一ノ根ヲ有スルヤウニ  $a$ ,



$b$  の値ヲ定メヨ。

$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{6}{x} + \frac{2}{y} = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} ax+by=4 \\ 3ax-4by=26 \end{cases}$$

5.  $ax^2+bx+6$  の値ハ  $x=3$  デアレバ 0 デアリ, 又  $x=2$  デアレバ  $-2$  デアル。  $a$  ト  $b$  トノ値ハ幾ラカ。

6.  $ax+b$  ノ値ガ  $x$  ヲ 1 トスルト 13 トナリ,  $x$  ヲ 2 トスルト 18 トナル。 然ラバ  $x$  ヲ 3 トスルト, 此ノ式ノ値ハ幾ラトナルカ。

7.  $ax^2+bx+c$  ナル式ノ値ガ  $x$  ヲ 1, 3, 5 トスルト 夫々 3, 37, 111 トナル。  $a, b, c$  ノ値ヲ定メヨ。

8.  $y=mx+b$  ナル方程式ニ  $x=0, y=5$  ト  $x=3, y=7$  ナル二組ノ根ガアル。  $x$  ト  $y$  トノ関係式ヲ求メ, 且  $x=9$  ナルトキノ  $y$  ノ値ヲ求メヨ。

9.  $\begin{cases} 5x+6y=60 \\ x-3y+9=0 \end{cases}$  ヲヨツテ次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\begin{array}{l} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \begin{cases} 5x+6y=60 \\ x-3y+9=0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{2} \\ \text{1} \end{array} \begin{cases} x-y+5=0 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$$

10. 或地面ニ樹ヲ植エルニ, 其ノ半分ニハ 3 平方米ニ 5 本ノ割ニ植エ, 残りノ地面ニハ 2 平方米ニ 5 本ノ割ニ植エ, 豫定デ苗木ヲ買ツタガ, 都合ガアツテ全部 1 平方米ニ 2 本ノ割ニ植エタノデ苗木ガ 10 本残ツタ。 此ノ地面ノ廣サハ幾ラカ。

11. 三位ノ整數ガアル。 其ノ數字ノ和ハ 15 デ, 百ノ位ノ數

字ト一ノ位ノ數字トノ差ハ 5 デアル。 又此ノ數ノ數字ヲ逆ノ順序ニ並ベテ出來ル數ハ元ノ數ノ三倍ヨリモ 39 ダケ小デアル。 此ノ數ヲ求メヨ。

12. 5 デ割切レル三桁ノ整數ガアル。 其ノ數字ノ和ハ 20 デ, 其ノ數ト數字ヲ逆ノ順序ニ並ベテ數トノ差ハ 198 デアル。 此ノ數ヲ求メヨ。

## II. 整式ノ乗法・除法

13. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

1  $(a^2+l^2+c^2-bc-ca+ab)(a+b+c)$

2  $(x+a)(x+b)-(x+a)(x-b)+(x-a)(x+b)-(x-a)(x-b)$

14. 次ノ割算ヲナセ。

1  $\{2x^2x^2+1\} + x(x^2+1) + 2(x^2+1) \div (x^2+1)$

2  $\{2a(x+y+z)-b(x+y+z)\} \div (x+y+z)$

15. 次ノ式ノ括弧ヲ外シ簡約整頓セヨ。

1  $(a+2)(b+2)-4(a+1)(b+1)+3ab-1$

$$-4(a-1)(b-1)+(a-2)(b-2)$$

2  $(x+2)(x+3)-(x+2)(x-3)+(x-2)(x+3)-(x-2)(x-3)$

3  $(2x+3y)(3x+y)-(4x-2y)(3x+4y)$

4  $(a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5)(a-b)$

16.  $(x+a)(x+b)(x+c)$  ヲ展開シ, 其ノ結果ニヨツテ

$(x-1)(x-2)(x-3)$  ノ展開式ヲ書ケ。



17.  $(x+1)(x+2)(x+3)-(x-1)(x-2)(x-3)$  ヲ計算セヨ。

18.  $-a-b$  ノ平方ト  $a+b$  ノ平方トヲ比較セヨ。

又  $2x-5y$  ノ平方ト  $-2x+5y$  ノ平方トヲ比較セヨ。

19. 次ノ式ノ括弧ヲ外セ。

1  $(a^2+b^2)^2$       2  $(7m+5n)^2$       3  $(1-x^2y^2)^2$

20. 次ノ式ヲ平方ノ形ニ直セ。

1  $1+8x+16x^2$       2  $x^2-4xy+4y^2$       3  $2ab-a^2-b^2$

4  $x^2-bx+\frac{b^2}{4}$       5  $\frac{4x^2}{9}-2xy+\frac{9y^2}{4}$

6  $(a+b)^2-2(a+b)(c-d)+(c-d)^2$

7  $9x^4+25(y-z)^2-30x^2(y-z)$

21. 次ノ式ヲ計算セヨ。

1  $(x+y)^2-(x+y)(x-y)-\{x(2y-x)-y(2x-y)\}$

2  $(m+5n)^2+2(m+5n)(3m-n)+(3m-n)^2$

22.  $x=1234$ ,  $y=123$  ナルトキ,  $x^2-2xy+y^2$  ノ値ヲ求メヨ。

23. 連続セル四箇ノ整数ノ積 = 1 ヲ加ヘタモノハ或奇數ノ平方 = 等シイコトヲ證明セヨ。

24.  $x^2+xy+y^2+2z=4$  ト  $x+y+2=z$  トカラ  $yz+zx-xy=0$  ナル式ヲ誘出セヨ。

25.  $x^3$  ヲ  $(x+1)$  = 就イテノ式ヲ表ハセ。

26. 次ノ式ヲ證明セヨ。

$$a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

27. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $(x+1)^2-(x^2-1)=x(2x+1)-2(x+2)(x+1)+29$

2  $\left(\frac{1}{2}x+5\right)\left(\frac{1}{3}x-7\right)=\left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(\frac{1}{3}x-6\right)$

3 
$$\begin{cases} (x+3)(y+5)=(x-1)(y+2) \\ 8x+5=9y+2 \end{cases}$$

28. 矩形ノ地面ガアル。假ニ縦ヲ 6m 増シ横ヲ 3m 減ラシテモ其ノ廣サニ變リハナイ。又横ヲ 3m 増シ縦ヲ 5m 減ラシテモ廣サニ變リハナイ。此ノ地面ノ廣サヲ求メヨ。

29. 次ノ式ヲ計算セヨ。

1  $\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{6}xy+\frac{1}{4}y^2\right)\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}xy+\frac{1}{4}y^2\right)$

2  $(ax+by+cz)(-ax+by+cz)(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

3  $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

### III. 因數分解

30. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1  $x^4-3x^2+1$

2  $x^4-x^2+2x-1$

3  $a^2-2ab+b^2-c^2-2cd-d^2$

4  $1+2mn-(m^2+n^2)$

5  $(a^2+b^2-c^2-d^2)^2-4(ab+cd)^2$

6  $4a^2-(1+a^2-b^2)^2$

7  $(m+n)^2x^2-(m+n)^2y^2$

8  $x(a-b)^2-x(c-d)^2$

9  $a^2b^2-a^2-b^2+1$

10  $a^2-b^2+ac+bc$

31. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1  $x^3-2x^2+2x-4$

2  $x^3+ax^2-a^2x-a^3$



- 3**  $a^3 - 2abc - ab^2 - ac^2$       **4**  $(x^3 + 3x)^2 - (3x^2 + 1)^2$   
**5**  $x^2y^2z^2 - x^2z - y^2z + 1$   
**6**  $am + bm + cm - an - bn - cn + ap + bp + cp$   
**7**  $x^4 + x^2 + 1 - 2ax - a^2$       **8**  $(1+a)^2(1+b^2) - (1+b)^2(1+a^2)$   
**9**  $(1+y)^2 - 2x^2(1-y^2) + x^4(1-y)^2$

**32.**  $(x^2 - y^2)^2 - 8(x^2 + y^2 - 2)$  は  $x, y$  = 關スル四ツノ一次式ノ積デアアル。其ノ四ツノ式ヲ求メヨ。

**33.** 次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

**1**  $73^2 - 27^2$       **2**  $635^2 - 365^2$

**34.** 連続セル二ツノ整数ノ平方ノ差ハ奇數デアアルコトヲ示セ。

**35.**  $(a+b+c)^2 =$  ドンナ式ヲ加ヘルト  $(a-b-c)^2$  トナルカ。

**36.** 次ノ割算ヲナセ。

**1**  $(9x^2 - 16y^2) \div (3x - 4y)$       **2**  $(x^3 + 27y^3) \div (x + 3y)$

**3**  $\{(x+y)^3 + z^3\} \div (x+y+z)$

**4**  $(x^3 + y^3 - z^3 + 2x^2y^2 + 2z^2 - 1) \div (x^2 + y^2 - z^2 + 1)$

**37.**  $a = -27, b = -15, c = 19, d = 36$  ナルトキ、次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$(a^2 + 2ac - b^2 - 2bd + c^2 - d^2) \div (a - b + c - d)$$

**38.** 次ノ恒等式ヲ證明セヨ。

**1**  $(x^2 + xy + y^2)^2 - 4xy(x^2 + y^2) = (x^2 - xy + y^2)^2$

**2**  $(a+b)^4 - (a^2 - b^2)^2 = 4ab(a+b)^2$

#### IV. 一元二次方程式(一)

**39.** 次ノ方程式ヲ解ケ。

**1**  $x^2 - 4x - 5 = 0$

**2**  $x^2 + 6x + 8 = 0$

**3**  $x^2 - 3x - 10 = 0$

**4**  $x^2 - 3x - 18 = 0$

**5**  $x^2 - 15x + 50 = 0$

**6**  $x^2 + 4x - 77 = 0$

**7**  $(x-3)^2 = x+3$

**8**  $2x^2 = 3x$

**9**  $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$

**10**  $x^2 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$

**40.** ぐらふニヨツテ次ノ方程式ヲ解ケ。

**1**  $x^2 - 4 = 0$

**2**  $2x - x^2 + 4 = 0$

**3**  $4x^2 - 16x + 7 = 0$

**4**  $2x + \frac{x^2}{4} = 0$

**41.**  $2 - 7x + x^2$  ノ値ガ  $-10$  トナルヤウニ  $x$  ノ値ヲ定メヨ。

**42.** 或物體ヲ眞上ニ毎秒  $v$  米ノ速サデ抛ゲ上ゲルトキ、 $t$

秒後ニ其ノ物體ノアル所ト抛ゲ上ゲタ所トノ距離  $S$  (米ノ數) ハ  $vt - 5t^2$  デ表ハサレルトスル。今毎秒 20 米ノ速サデ抛ゲ上ゲルトキ其ノ物體ガ初メノ所カラ 15 米ノ高サノ所ニアルノハ幾秒後デアルカ。

又  $S$  ノ變化ヲ示スぐらふヲ畫イテモ上ノ問題ヲ解ケ。

ソシテ其ノ物體ノ最高ノトキノ距離ヲモ定メヨ。

**43.** 次ノ數ヲ根トスル方程式ヲ作レ。

**1** 1 ト  $-5$

**2**  $-7$  ト  $-10$

**3** 2 ト  $\frac{1}{2}$

**4**  $-3$  ト  $-\frac{2}{5}$

**5** 0 ト  $-3$

**6**  $0.5$  ト  $-\frac{1}{3}$



## V. 最大公約数・最小公倍数

44. 次ノ各組ノ式ノ G.C.M. ヲ求メヨ。

①  $36x^4y^3z^6, 48x^6y^5z^5$       ②  $35a^2b^3x^3y^4, 49a^2b^4x^4y^3$

③  $15a^3b^3, 20a^2b^2cd^3, 30ab^2d^2$

④  $3a^6b^7x^5y^4, 12a^3b^4x^3y^8, 21a^9b^7x^5y^7$

⑤  $a^3 - a^2x, a^3 - ax^2, a^4 - ax^3$

⑥  $12x^2y(x-a)^2(x-b)^2, 8xyz(x-a)^2(x-b)^3$

45. 次ノ各組ノ式ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

①  $12a^5b^4x^3y^6, 10a^7b^3x^5y^4$       ②  $4a^3b^2c, 6ab^3c^2, 18a^2bc^3$

③  $4a(a+b)^2(a-b), 6a^2b(a+b)(a-b)^3$

④  $4(a+b), 6(a^2-b^2), 8(a^3+b^3)$

⑤  $x^2+3x+2, x^2+4x+3, x^2+5x+6$

46. 次ノ各組ノ式ノ最大公約数ヲ求メヨ。

①  $x^3+64, x^2+5x+4, x^2+2x-8$

②  $x^3-3x^2+3x-1, x^3-x^2-x+1, x^4-2x^2+2x-1$

47. 次ノ二組ノ式ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

①  $a^2-b^2-ac-bc, a^2+b^2-2ab-ac+bc, a^2+b^2-c^2-2ab$

②  $x^3-1, x^3+2x^2+2x+1, x^4+x^3+1$

48. 一圓札若干枚(但シ 2000 枚以内)ヲ 10 人, 15 人, 21 人, 25 人

ノ何レノ組ノ人数 = 等分スルモ 9 圓殘ル。此ノ金額ヲ求メヨ。

49.  $120x$  ヲ平方數ナラシメル  $x$  ノ値ノ中デ最小ナル正ノ

整数ハ何カ。

50. 平方ノ差ガ 120 デアル二ツノ正ノ整数ノ組ヲ悉ク求メヨ。

51. 五位ノ整数ガアル, 其ノ一ノ位カラ奇數番目ニ並ブ數字ノ和ト偶數番目ニ並ブ數字ノ和トノ差ガ 11 ノ倍数デアレバ此ノ數ハ 11 ノ倍数デアルコトヲ證明セヨ。

52. スベテ整数ヲ 9 デ割ツテ得ル剩餘ハ其ノ數ノ列數字ノ和ヲ 9 デ割ツテ得ル剩餘ニ等シイコトヲ證明セヨ。

## VI. 分數式

次ノ分數式ヲ簡單ニセヨ。[53-59]

53.  $\frac{1}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4}$

54.  $\frac{x-5}{x^2-x-6} - \frac{2x}{x^2+x-2} + \frac{x-2}{x^2-4x+3}$

55.  $\frac{x^2-x-1}{x^3-x^2+x-1} - \frac{x^2+x-1}{x^3+x^2+x+1} - \frac{3x}{1-x^2} - \frac{4x^3}{x^4-1}$

56.  $\frac{b-c}{a^2-(b-c)^2} + \frac{c-a}{b^2-(c-a)^2} + \frac{a-b}{c^2-(a-b)^2}$

57.  $\frac{x^2-5x+6}{x^2+4x+3} \times \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} \div \frac{x^2-x-6}{x^2+3x+2}$

58.  $\frac{x^2}{1+\frac{1-x}{1+x}}$       59.  $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{x}{ab}\right)(a+b+x)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{x^2}{a^2b^2}}$



60.  $x + \frac{1}{x} = 3$  ナルトキ  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  ノ値ヲ求メヨ。
61.  $y = \frac{x-6}{3}$ ,  $x = \frac{6-y}{5}$  ナルトキ  $\frac{2x-3y}{2x+3y}$  ノ値ヲ求メヨ。
62.  $x = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ,  $y = \frac{b}{c} + \frac{c}{b}$ ,  $z = \frac{c}{a} + \frac{a}{c}$  ナルトキ,  
 $x^2 + y^2 + z^2 - xyz$  ノ値ヲ求メヨ。
63.  $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$  ナルトキ  $abc$  ノ値ヲ求  
 メヨ。

## VII. 分數方程式

64. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $\frac{x}{4} + \frac{4}{x} = \frac{x}{9} + \frac{9}{x}$       2  $\frac{1}{x-25} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x-24} + \frac{1}{x+3}$

3  $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-5}{x-6}$       4  $\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{x-2}{x-3} + \frac{x-5}{x-6}$

65. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

1  $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{5y}{3y-4x} \\ \frac{1}{y} = \frac{6x}{4y-5x} \end{cases}$       2  $\begin{cases} \frac{6x+9}{4} + \frac{3x+5y}{4x-6} = \frac{13}{4} + \frac{3x+4}{2} \\ \frac{8y+7}{10} + \frac{6x-3y}{2y-8} = 4 + \frac{4y-9}{5} \end{cases}$

66. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $\frac{4}{(x+1)(x-3)} - 1 = \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+1}$

2  $\frac{2}{x^2+3x+2} = \frac{5}{x^2+5x+6} - \frac{1}{4(x+1)}$

3  $\frac{2x^2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} = 1$       4  $\frac{x^2+3x}{(3x+1)(x+1)} - 1 + \frac{x}{1+x} = 0$

67. 金<sup>63</sup>圓ヲ若干人ニ等分スル豫定デアツタガ人数ガ5  
 人増シタタメニ金額ヲ72圓ニ増シテ分配シタガ尙一人  
 前ガ前ノ豫定額ヨリモ其ノ三分ノ一ダケ少カツタトイ  
 フ。初メノ豫定人数ヲ求メヨ。
68. 甲乙二列車ガアル、甲ハA驛カラB驛マデヲ3時間デ  
 走ル。乙ハ甲ヨリモ速サ毎時1km小デC驛カラD驛マ  
 デヲ3.5時間デ走ル、ソシテC、Dノ距離ハA、Bノ距離ヨ  
 リモ15km大デアル。兩列車ノ速サヲ求メヨ。

69. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1  $a(x-b^2) + b(x-a^2) = a^3 + b^3$       2  $(a+bx)(b+ax) = ab(x^2-1)$

3  $(a+b)x^2 - a(bx-a^2) = bx(x-a) + ax(x-b)$

70.  $\frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} = a^2 + b^2$  ヲ  $c =$  就イテ解ケ。

71. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

1  $\begin{cases} x+y = a+b \\ bx+ay = 2ab \end{cases}$       2  $\begin{cases} ax+by = a^2+b^2 \\ bx+ay = 2ab \end{cases}$

3  $\begin{cases} x+y = c \\ ax-by = c(a-b) \end{cases}$       4  $\begin{cases} x-y = a-b \\ ax-by = 2(a^2-b^2) \end{cases}$

5  $\begin{cases} (a+b)x - (a-b)y = 3ab \\ (a-b)x - (a+b)y = -ab \end{cases}$       6  $\begin{cases} a(x+y) + b(x-y) = 1 \\ a(x-y) + b(x+y) = 1 \end{cases}$

7  $7x-3y = 19x-3u = 4z-7y = 11z-7u = a$

8  $\frac{x-a}{b} + \frac{y-b}{a} = \frac{x+y-b}{a} + \frac{x-y-a}{b} = 0$



72. 一疋  $a$  錢ノ茶  $n$  疋ニ、一疋  $b$  錢ノ茶幾疋ヲ混ズルト、一疋  $c$  錢ノ茶ガ出來ルカ。
73. 或數  $a$  ヲ  $A, B, C$  ノ三部ニ分ケテ  $A$  ノ  $l$  倍ト  $B$  ノ  $m$  倍ト  $C$  ノ  $n$  倍トガ等シイヤウニスル、各部分ヲ求メヨ。
74.  $1km$  ヲ行クニ甲ハ乙ヨリモ  $a$  分早ク、又甲ハ  $m$  分先キニ出發シタ乙ニ追ヒ付クニ  $n$  分カカルトイフ。兩人ノ速サヲ求メヨ。

## VIII. 平方根

75. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \frac{1}{3}(x^2-13)+\frac{1}{10}(x^2-5)=6 \quad \text{2} \quad \frac{3(x^2-11)}{5}-\frac{2(x^2-60)}{7}=36$$

76. 次ノ數ノ平方根ヲ求メヨ。

$$\text{1} \quad 84100, \quad 53290000, \quad 72361, \quad 247009$$

$$\text{2} \quad 41.2164, \quad 1.522756, \quad 0.00674041$$

77.  $x=-1.2, y=-5.7, z=3.2^2$  トシテ

$$\sqrt{7x^2+y+2z^2} \text{ノ値ヲ小數第二位マデ求メヨ。}$$

78. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1} \quad 2\sqrt{14} \times \sqrt{21}, \quad 2\sqrt{15} \times 3\sqrt{5}, \quad \sqrt{12} \times \sqrt{8} \times 2\sqrt{3}$$

$$\text{2} \quad \sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{24} \times \sqrt{50}, \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) \times \sqrt{2}, \\ (\sqrt{5} + \sqrt{\frac{5}{4}}) \times \sqrt{3}, \quad 4\sqrt{27} + 3\sqrt{24}$$

$$\text{3} \quad (3 + \sqrt{5})(7 - 2\sqrt{5}), \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$\text{4} \quad (\sqrt{13} + \sqrt{2})(\sqrt{13} - \sqrt{2}), \quad (5\sqrt{3} + 2\sqrt{7})(5\sqrt{3} - 2\sqrt{7})$$

79. 次ノ式ノ平方根ヲ求メヨ。

$$\text{1} \quad \frac{4a^4b^2}{9x^8y^6}, \quad \frac{16n^4z^6}{36m^2(x-y)^{10}}, \quad \frac{32(a-b)^3(x+y)^6}{50(a-b)(x-y)^2}$$

$$\text{2} \quad x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}, \quad \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2$$

80. 次ノ式ヲ有理式ト無理式トノ積ニ直セ。

$$\text{1} \quad \sqrt{5a^3b^5y^2} \quad \text{2} \quad \sqrt{25m^5(x-y)^3} \quad \text{3} \quad \sqrt{\frac{16a(x-y)^5}{9x^3y}}$$

81. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1} \quad \sqrt{20} \times \sqrt{96} \div \sqrt{30} \quad \text{2} \quad \sqrt{x^2y^2} \times \sqrt{x^3y^3} \div \sqrt{xy^3}$$

$$\text{3} \quad 2\sqrt{3} + 3\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{16}{3}} \quad \text{4} \quad \left(3\sqrt{5} + \sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \times \sqrt{10}$$

$$\text{5} \quad \frac{3}{a-b} \times \sqrt{\frac{2x}{a-b}} \div \sqrt{\frac{18x^3}{(a-b)^5}}$$

82. 次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ。

$$\text{1} \quad \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad \text{2} \quad \frac{2\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad \text{3} \quad \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+2\sqrt{3}}$$

$$\text{4} \quad \frac{5+\sqrt{x}}{5-\sqrt{x}} \quad \text{5} \quad \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \quad \text{6} \quad \frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$$

83. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\text{1} \quad \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \quad \text{2} \quad \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}} \div \frac{7+4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$\text{3} \quad \frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}$$



## IX. 一元二次方程式 (二)

84. 次ノ方程式ヲ解ケ。

①  $(2x-3)(2x-5)+(x-7)(x-4)=33$

②  $2(x+2)(x+1)=6(x-5)+3(x-3)(x+9)$

③  $\left(\frac{3x+4}{5}\right)^2 - \frac{12}{5}x = \frac{41}{5}$

85.  $x^2+1000x+25=0$  ヲ解ケ。(小數第四位マデ求メヨ)86.  $a=3$  ナルトキ、方程式  $(a-1)x^2-2(a+1)x+a-2=0$  ヲ解イテ其ノ根ヲ小數第三位マデ求メヨ。87.  $ax^2+bx+c=0$  於テ  $x=-2$  トスルモ、 $x=4$  トスルモ、此ノ式ノ値ハ10トナリ、 $x=1$  トスルト  $-8$  トナル。然ラバ此ノ式ノ値ヲ0トスル  $x$  ノ値ハ幾ラカ。

88. 次ノ方程式ヲ解ケ。

①  $\frac{2}{x+3} + \frac{3}{x+4} = \frac{4}{x+5} + \frac{5}{x+6}$     ②  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-7}$

③  $\frac{3x-27}{x-10} + \frac{2x-9}{x-6} = \frac{2x-11}{x-7} + \frac{3x-24}{x-9}$

④  $\frac{4x-3}{x-1} + \frac{3x-8}{x-3} = \frac{7x+2}{x}$     ⑤  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x-3}{x+2} - \frac{3x-7}{x-2} = 0$

⑥  $\frac{x+3}{3-x} + \frac{x+6}{6-x} + \frac{x+9}{9-x} = 3$     ⑦  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

⑧  $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} + \frac{x+c}{x-c} + 3 = 0$

89. 正方形ノ地面ノ内側ニ間口ニ沿ウテ幅  $1.5m$  ノ道路ヲツケタカラ、残りノ地面ハ  $540$  平方米トナツタ。此ノ地

面ノ間口ヲ求メヨ。

90. 或數ヲ二乗スル筈ノヲ誤ツテ二倍シタタメニ答ガ正シイ答ヨリモ35少カツタ。正シイ答ヲ求メヨ。

91. 或學校デ其ノ生徒ヲ充實方陣ニ列ベタトコロ  $100$  人餘ツタガ、其ノ一列ノ人數ヲ前ノ半分ヨリモ  $17$  人ダケ多イヤウニシテ再ビ充實方陣ニ作ラウトシタラ  $24$  人不足シタ。此ノ生徒ノ數ヲ求メヨ。92. 二種ノ米ガアル。  $12$  圓デハ上米ヲ買フヨリモ下米ヲ買ヘバ  $2kg$  多ク得ラレル、又  $10kg$  ニツキ上下兩米ノ價ノ差ハ  $10$  錢デアル。上米  $10kg$  ノ價ハ幾ラカ。若シ負ノ答ガアレバ之ヲ解釋セヨ。93. 直交スル二直線ノ上ヲ夫々等速度デ進行スル二點 A, B ガアル。今 A, B ガ同時ニ此ノ二直線ノ交點ヲ通過シタトスレバ、A ト B トガ  $90m$  離レルノハ今カラ幾秒ノ後カ。但シ A, B ノ速サハ夫々毎秒  $12m, 16m$  トスル。又若シ答數ヲ與ヘル方程式ニ負ノ根ガ出ルナラバ、之ヲドウ解釋スレバヨイカ。

## X. 方程式ノ根ノ研究

94. 一元二次方程式デ係數ガ有理數デアルトキ、一根ガ無理數デアレバ他ノ根モ無理數デアル。又係數ガ實數デアルトキ一根本ガ虚數デアレバ他ノ根モ虚數デアルコト



ヲ證明セヨ。

95.  $a, b, c$  ヲ實數トシテ方程式  $(b-c)x^2+2(c-a)x+a-b=0$

ノ根ヲ吟味セヨ。

96.  $(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)+(x-a)(x-b)=0$  ノ根ヲ判別セヨ。

但シ  $a, b, c$  ハ互ニ等シクナイ實數トスル。

97.  $a, c$  ガ 0 デナイ實數ナラバ、方程式  $x-\frac{a^2}{x-a}=c$  ノ根ハ

實數デアアルコトヲ證明セヨ。

98. 方程式  $\frac{a^2}{x-p}+\frac{b^2}{x}-1=0$  ハ常ニ實根ヲ有スルコトヲ證

明セヨ。但シ  $a, b, p$  ハ實數トスル。

99.  $x = \text{ドンナ實數ヲ代入スルモ } x^2+x+1$  ノ値ハ常ニ正

數デアアルコトヲ證明セヨ。

100.  $x$  ガ實數デアレバ  $(x-3)(x+2)(x+4)(x-1)+26$  ハ正數ヲ表

ハスコトヲ證明セヨ。

101.  $(1-2m)x^2-(1+m)x-1=0$  ガ等根ヲ有スルヤウニ  $m$  ノ値

ヲ定メヨ。

102.  $x^2+px+q=0$  ノ根ハ 3 ト -6 デ、 $x^2+p'x+q=0$  ノ根ハ 7

ト -3 デアルナラバ  $x^2+px+q=0$  ノ根ハドウカ。

103.  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ノ比ガ  $m:n = \text{等シイトキハ } a, b,$

$c, m, n$  ノ間ニドンナ關係ガアルカ。

104.  $ax^2+bx+c=0$  ニ於テ一ノ根ガ他ノ根ノ逆數デアルトキ

ハ  $a, b, c$  ノ間ニドンナ關係ガアルカ。

105. 甲乙二人ガ  $ax^2+bx+c=0$  ナル形ノ方程式ヲ解クニ、甲

ハ  $c$  ヲ見誤ツテ -13 ト 4 ナル根ヲ得タ。又乙ハ  $b$  ヲ見誤ツテ 4 ト 5 ナル根ヲ得タ。此ノ方程式ノ正シイ根ヲ求メヨ。

106.  $x^2+fx+g=0$  ノ二根ガ  $\alpha, \beta$  デアルトキ、 $x^2+gx+f=0$  ノ

二根ヲ  $\alpha, \beta$  デ表ハセ。

107.  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ、 $\alpha-k$  ト  $\beta-k$  トヲ

根トスル方程式ヲ作レ。

108. 或一元二次方程式ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスレバ

$$\frac{\alpha\beta^2+\alpha^2\beta}{\alpha^3+\beta^3}=3, \quad \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=2$$

デアアル。此ノ方程式ヲ求メヨ。

109. 方程式  $(x-p)(x+q)+3px=(1+p)(1-q)$  ノ二根ガ共ニ 0 デア

ルタメニ  $p, q$  トノ値ハドウカ。

110. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \begin{cases} x+y=a \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=b \end{cases} \quad \text{2} \begin{cases} \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2 \\ xy=ab \end{cases}$$

111.  $x$  ガ -3 ト 3 トノ間ノ値ヲ取ルトキハ

二次式  $(x+12)^2-4(x-1)^2$  ノ値ハ正デアアルカ、負デアアルカ。

112.  $x^2+x+1, 2x+1, x^2-1$  ガドレモ正數ヲ表ハストキハ、此

ノ三ツノ式ノ値ノ最大ナルモノハドレカ。

113. 甲乙兩港間ノ汽船賃ハ 100 人以上ノ團體ニ對シテハ

3 割引デアアル然ラバ 100 人ニ滿タナイ團體デ個人別ニ

乗船券ヲ求メルヨリモ、100 人ノ團體トシテ求メル方ガ



有利デアルノハ幾人以上ノトキデアルカ。

114. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

$$\text{1} \quad 18a^2 + 21ax - 9x^2 \quad \text{2} \quad x^3 - \frac{20}{33}x^2y + \frac{1}{11}xy^2$$

$$\text{3} \quad x^2 + xy - x - 2y^2 - 2y \quad \text{4} \quad (x^2 - y^2)^2 + 3x^2y^2$$

$$\text{5} \quad (x-1)(x-2)^2 - (x-1)^3 \quad \text{6} \quad a^3 - a^2 + ab + b^3 - b^2$$

115. 次ノ分數式ヲ簡單ニセヨ。

$$\frac{a-b}{4a^2+7ab-2b^2} + \frac{a-2b}{12a^2-23ab+5b^2} - \frac{a-3b}{3a^2+ab-10b^2}$$

### XI. 聯立二次方程式

116. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \begin{cases} x+xy=35 \\ y+xy=32 \end{cases} \quad \text{2} \quad \begin{cases} x^2=ax+by \\ y^2=ay+bx \end{cases}$$

$$\text{3} \quad \begin{cases} x(x+y)=40 \\ y(x-y)=6 \end{cases} \quad \text{4} \quad \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2-y^2=xy+1 \end{cases}$$

$$\text{5} \quad \begin{cases} x^2+y^2=3xy \\ xy-2(x+y)+5=0 \end{cases} \quad \text{6} \quad \begin{cases} 12x^2-12y^2=7xy \\ x^2+y^2=100 \end{cases}$$

$$\text{7} \quad x^2+y^2=(x+y+1)^2=(x-y+2)^2$$

$$\text{8} \quad x+y=\frac{3}{2}xy=x^2-y^2$$

117. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \begin{cases} y+z=\frac{5}{x} \\ z+x=\frac{8}{y} \\ x+y=\frac{9}{z} \end{cases} \quad \text{2} \quad \begin{cases} (x+a)(y+b)=c^2 \\ (y+b)(z+c)=a^2 \\ (z+c)(x+a)=b^2 \end{cases}$$

$$\text{3} \quad \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+y+4z=0 \\ x^2+y^2+z^2=14 \end{cases} \quad \text{4} \quad \begin{cases} xy+y+2x=6 \\ yz+2z+3y=18 \\ zx+3x+z=9 \end{cases}$$

$$\text{5} \quad \begin{cases} x(x+y+z)=12 \\ (2y+z)(x+y+z)=30 \\ (y+2z)(x+y+z)=42 \end{cases}$$

118.  $xy=16$  ノぐらふヲ畫ケ。ソシテ此ノ曲線(ぐらふ)ノ上ノ任意ノ點カラ  $x$  軸ト  $y$  軸ニ夫々垂線ヲ下ストキ出來ル矩形ノ面積ハ幾ラカ。

又此ノぐらふニヨツテ次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x+y=10 \\ xy=16 \end{cases}$$

119. 次ノ二ツノ方程式ガ聯立スルヤウニ  $a$  ノ値ヲ定メヨ。

$$12x^2+23x-24=0, \quad 6x+5a=0$$

120. 甲乙二人ガ各幾日カ働イテ同額ノ賃金ヲ得タ其ノ働イタ日數ハ合ハセテ44日デアル。甲ガ若シ乙ガ働イタ日數ダケ働ケバ21圓60錢ヲ得、又乙ガ甲ガ働イタ日數ダケ働ケバ15圓ヲ得ル。兩人ガ働イタ日數ヲ求メヨ。

121. 長サガ幅ヨリモ10m長イ矩形ノ地所ニ縦横ニ貫通シテ幅ガ一樣ナ十字ノ通路ヲ設ケタガ其ノ面積ガ6000平方米デアル。又此ノ地所ノ外側ニ前ト同ジ幅ノ道路ヲ設ケルト其ノ道路ノ外側ノ周リガ1300mデアルトイフ。道路ノ幅ヲ求メヨ。



122. 植木職ト手傳人夫トヲ毎日各、幾人カラ雇ツテ植木  
576本ヲ植付ケルノ=12日カカル。今若シ毎日植木職  
ヲ4人、手傳人夫ヲ6人増シテ此ノ植付ヲサセルナラバ  
幾日カカルカ。但シ一人一日ノ工程ハ植木職ハ3本、手  
傳人夫ハ2本ノ割=植付ケルモノトスル。
123. 男女合ハセテ1100人ノ職工ガ居ル、男工總員ト女工總  
員トハ同ジ時間=同ジ量ノ仕事ヲナシ得ル、若シ男女ノ  
人數ヲ反對=スルト男工ガ25日間=仕上ゲル仕事ヲ女  
工ハ36日間=仕上ゲルトイフ。男女ノ人數ヲ求メヨ。
124. 東西兩市ノ間ヲ飛行スル甲乙丙ノ三機ガアル、此ノ間  
ヲ飛行スル=要スル時間ハ甲ハ乙ヨリモ時速  $10\text{km}$  速  
イカラ9分少ク、乙ハ丙ヨリモ時速  $15\text{km}$  速イカラ15分  
少イトイフ。此ノ兩市間ノ距離ヲ求メヨ。
125. 和ガ30.9デアル二ツノ數ノ整數ノ部分ダケノ和ト積  
トハ夫々30ト216トデアル、ソシテ此ノ二數ノ小數ノ部  
分ダケノ平方ノ和ハ0.41デアル。此ノ二數ヲ求メヨ。
126. 聯立方程式  $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ガ唯一組ノ根  
ヲ有スルタメノ條件ヲ求メヨ。

## XII. 雜方程式

127. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \frac{x^2-4}{8}(x^2+3) = \frac{x}{2}(x^2-4) \quad \text{2} \quad (x^2+x-4)(x^2+x-10) = 16$$

$$\text{3} \quad 16x(x+1)(x+2)(x+3) = 9$$

128. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \frac{6x}{2x^2+1} + \frac{2x^2+1}{3x} = 3 \quad \text{2} \quad x(x-2a) = \frac{8a^4}{x^2-2ax} + 7a^2$$

$$\text{3} \quad \frac{x^2+2}{x^2+4x+1} + \frac{x^2+4x+1}{x^2+2} = \frac{5}{2}$$

129. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \begin{cases} x+y=5 \\ x^3+y^3+x^2y+xy^2=65 \end{cases} \quad \text{2} \quad \begin{cases} x^2y^2+400=41xy \\ (2x-y)^2=xy \end{cases}$$

$$\text{3} \quad \begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 28 \\ x+y=12 \end{cases} \quad \text{4} \quad \begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = \frac{20}{3} \\ xy + \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{5} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 9 \end{cases}$$

130. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\text{1} \quad \sqrt{5x-1} - \sqrt{8-2x} = \sqrt{x-1} \quad \text{2} \quad x^2-3x+1 = \sqrt{(x-2)^2}$$

$$\text{3} \quad 4x^2+x+2x\sqrt{3x^2+x} = 9$$

$$\text{4} \quad \sqrt{7x-4} + \sqrt{7x-5} = \sqrt{4x-1} + \sqrt{4x-2}$$

$$\text{5} \quad x^2-x+3\sqrt{2x^2-3x+2} = \frac{x}{2} + 7$$

$$\text{6} \quad \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{10}{3} \quad \text{7} \quad \sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} = \frac{12a}{5\sqrt{a+x}}$$

$$\text{8} \quad \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{3x-2}} = \frac{4}{\sqrt{3x^2+4x-4}}$$



131. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\mathbf{1} \quad \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4 \\ x - y = 40 \end{cases} \quad \mathbf{2} \quad \begin{cases} x + y = 10 \\ \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

132. 矩形ノ地面ガアル,其ノ周圍ハ700mデ對角線ノ長サハ250mデアル。此ノ地面ノ廣ヲ求メヨ。

133. 東西ニ一直線ヲナス海岸ノ上ノ一地點Aカラ正南10kmノ海中B點ニアル舟ノ中ニキル人ガAノ正東24kmノ地點Cニ舟デ一直線ニ行クニ6時間半カカル。又先ツ舟デAニ來テソレカラ徒歩デCニ行クト同ジク6時間半カカル。然ラバBカラCニ6時間デ行クニハドコデ上陸スレバヨイカ。

134.  $p(p-1)x^2 + 2(p^2-1)x + p^2 = 0$ ガ等根ヲ有スルヤウニ $p$ ノ値ヲ定メヨ。

135. 方程式  $\frac{3}{x} + \frac{6}{x-1} - \frac{x+a}{x(x-1)} = 0$ ガ根ヲ有スルタメニ $a$ ノ値ヲドウスレバヨイカ。

### XIII. 比・歩合及ビ比例

136. 或高等學校デ本年ノ入學志願者數ヲ昨年ト比較シタトコロ,理科デハ5%ノ減少,文科デハ20%ノ増加デ,文科理科合計總數デハ $\frac{10}{3}$ %ノ増加デアル。本年ノ理科ノ志願者數ノ文科ノ志願者數ニ對スル比ヲ求メヨ。

137. 原價ノ5割増デ定價ヲ附ケタ商品ヲ第一日ニハ定價

ノ1割引,第二日ニハ2割引,第三日ニハ3割引デ賣リ,其ノ三日ノ賣上高ガ夫々4320圓,2700圓,3465圓デアツタ。利益ハ合ハセテ幾ラデアツタカ。

138. 商人ガ甲乙二箇ノ品物ヲ合ハセテ175圓デ買ヒ,甲ヲ133圓デ,乙ヲ48圓デ賣ツタガ,甲デ得タ利益ノ歩合ガ乙デ受ケタ損失ノ歩合ニ等シイ。各品ノ原價ヲ求メヨ。

139.  $x$ ト $y$ トノ比ガ $x+z$ ト $y+z$ トノ二乗比ニ等シイトキハ $z$ ハ $x$ ト $y$ トノ比例中項デアルコトヲ證明セヨ。但シ $x \neq y$ トスル。

140.  $y = lx + m$ ニ於テ $x$ ノ値ヲ $a, b, c$ トシタトキ, $y$ ノ値ガ夫々 $A, B, C$ トナルナラバ, $(A-B):(B-C) = (a-b):(b-c)$ ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

141.  $\frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{2x+28} - \sqrt{2x+4}}{\sqrt{2x+28} + \sqrt{2x+4}}$ ヲ解ケ。

142.  $a(y+z) = b(z-x) = c(x-y)$ ナルトキ $x:y:z$ ヲ求メヨ。

143. 或三角形ニ於テ二邊ノ和ト残りノ一邊トノ積ノ比ガ27:32:35ニ等シイトキ,此ノ三角形ノ三邊ノ比ヲ求メヨ。

144.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ ナルトキ $\frac{a-2b+3c-4d}{a+2b+3c+4d}$ ノ値ヲ求メヨ。

但シ $a, b, c, d$ ハ實數トスル。

145.  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ ガ $x-y$ ニ反比例スルナラバ $(x+y)^2$ ハ $x^2+y^2$ ニ正比例スルコトヲ證明セヨ。

146.  $y$ ハ $x$ ニ正比例スル量ト $x$ ノ平方根ニ反比例スル量



トノ和デアル,ソシテ  $x=1$  デアルトキ  $y=3$  デ,  $x=4$  デアルトキ  $y=5$  デアル,ソコデ  $x=3$  デアルトキノ  $y$  ノ値ヲ四捨五入法デ小數第三位マデ求メヨ。

147. 「ダイヤモンド」ノ價ハ其ノ目方ノ自乗ニ比例スルモノトスル。今價格 5000 圓ノ「ダイヤモンド」ヲ過ツテニツニ割ツタ。ソシテ其ノ兩片ノ目方ノ比ハ 2:3 デアルナラバ、此ノ損害ハ幾ラカ。

148. 球ノ體積ハ其ノ直徑ノ立方ニ比例スル。直徑ガ 3cm, 4cm, 5cm ノ三ツノ球ヲ熔解シテ一ツノ球トスルナラバ、其ノ直徑ハ幾ラトナルカ。

149. 直圓錐ノ體積ハ其ノ高サト底ノ半徑ノ自乗トニ複比例スル。今甲乙二ツノ直圓錐ノ體積ノ比ガ 3:2, 高サノ比ガ 5:7 デ, 甲ノ底ノ半徑ガ 14cm デアルト, 乙ノ底ノ半徑ハ幾ラカ。小數第一位マデ求メヨ。

150. A, B 二箇ノ電燈ガアル, A ノ光度ハ 45 燭光, B ノ光度ハ 20 燭光デ A, B ノ距離ハ 3m デアル。今 AB 線上 A カラドレダケ離レタ所ニ障子ヲ立テルト, 此ノ障子ガ A, B カラ受ケル光ノ強サガ等シイカ。但シ障子ガ受ケル光ノ強サハ光源ノ光度ニ正比例シ且光源ト障子トノ距離ノ自乗ニ反比例スル。

## 答

— 簡易ナ問題ノ答ハ省略スル —

## 問題 25 [10頁]

- |                               |   |                                       |
|-------------------------------|---|---------------------------------------|
| 1. $2yz + 5zx - 7xy$          | 2. $-15a - 8b + 14c$                            |                                       |
| 3. $60x^2 - 147xy + 33y^2$    | 4. $x^2 + ax - bx + ab$                         |                                       |
| 5. $4x^2 + 12x + 9$           | 6. $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$        |                                       |
| 7. $x^2 - 4y^2 + 12yz - 9z^2$ | 8. $x^4 - 1$                                    |                                       |
| 9. $-9x^2y$                   | 10. $-6x^2y^3z$                                 | 11. $-2abc$                           |
| 12. $x^2 - 2x + 1$            | 13. $3a^2 - 7b^2$                               | 14. $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2} - 2b$ |
| 15. $2a^2 - 3a$               | 16. 整商 $3x^3 + 3x^2 + 11x + 21$ , 剩餘 $40x - 30$ |                                       |
| 17. $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$ | 18. $16a^2 + 8ab + b^2$                         | 19. $3x^3 - x^2 - 2x + 2$             |
| 20. $a^2 - b^2$               |   |                                       |

## 問題 26 [16—17頁]

- |   |   |
|---|---|
| 1. $4x^2 - 12xy + 9y^2$                   | 2. $a^4 - 6a^2 + 9$                         |
| 3. $4a^2b^2 - 4abc + c^2$                 | 4. $4m^2 - 9$                               |
| 5. $a^4 - 49$                             | 6. $m^4 - 4m^{10}$                          |
| 7. $4a^2 - 2a - 6$                        | 8. $9m^2 + 3m - 2$                          |
| 9. $6m^2 - 5m - 6$                        | 10. $12x^2 - 2xy - 4y^2$                    |
| 11. $6x^6 + 13x^3 - 15$                   | 12. $a^2 - 4ab - 2ac + 4b^2 + 4bc + c^2$    |
| 13. $x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 16x + 4$        | 14. $a^2 - 8ab + 6ac + 16b^2 - 24bc + 9c^2$ |
| 15. $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$ | 16. $2a^2 + 2b^2$                           |
| 17. $4ab$                                 | 18. $8ac$                                   |
| 19. $-2m^2 + 2n^2$                        | 20. 2                                       |
| 21. $-5xy$                                | 22. $-m^2 - 25$                             |
| 23. $-8ab - 4b^2$                         | 24. $a^4 - b^4$                             |



25.  $x^8 - 1$                       26.  $a^2b^2 + abc - 2c^2$   
 27.  $m^2 - 2mn + n^2 - p^2 + 2pq - q^2$     28.  $a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc - 15c^2$   
 29.  $13x - 40$                     30.  $x^4 - 5x^2 + 4$   
 31.  $1 + x^2 - 20x^4$             32.  $x^4 + 12x^3 + 37x^2 + 6x - 56$   
 33.  $x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$     34.  $-a^2 - 2a - 5$   
 35.  $x^6 - y^6$

問題 27 [24—26頁]

1.  $(x+4)(x-11)$                 2.  $(x+8)(x-3)$   
 3.  $-(x-5)(x-2)$                 4.  $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$   
 5.  $(x-6y)(x-7y)$                 6.  $(x+a)(x-c)$   
 7.  $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$                 8.  $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$   
 9.  $(7-x)(14+x)$                 10.  $(a+b-3)(a+b-4)$   
 11.  $(x+1)^2(x^2+2x-1)$             12.  $(1-x+y)(2-x+y)$   
 13.  $(x^2-6x+4)(x^2-6x-4)$         14.  $(x+3y+a+3b)(x-9y+a-9b)$   
 15.  $(x+y-z+7)(x+y-z+8)$         16.  $(x+y+1)(x+y-2)$   
 17.  $y(m+9)(m-3)$                 18.  $-a(4x-a-6)$   
 19.  $(1+m-n)(1-m+n)$             20.  $2n(3m^2+n^2)$   
 21.  $(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$         22.  $(a+b)(a-b-1)$   
 23.  $(a+b)(x+1)(x^2-x+1)$         24.  $(x^4+2)(x^2+1)(x+1)(x-1)$   
 25.  $(a+x-y)(a-x+y)$             26.  $(a+c)(-a+2b-c)$   
 27.  $(x-2y)(2x-y)$                 28.  $(a+b)(a^2-ab-a+b^2+b)$   
 29.  $(x-1)^2(x-3)$                 30.  $-6y(x-3y)$   
 31.  $(2x-1)(x+2)(x+3)$             32.  $(x+3)(x-1)(x+1)(x-2)$   
 37. 0 トナル

問題 28 [34頁]

1.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$     2.  $1, -\frac{4}{3}$     3.  $3, -5$     4.  $\frac{1}{2}, \frac{9}{2}$

5.  $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$     6.  $11, -12$     7.  $6, 8$     8. 縦  $4m$ , 横  $9m$   
 9.  $4m, 16m$  又  $8m, 8m$     10.  $2m$     11.  $-5, -9$

問題 29 [39頁]

1.  $3a^2b^4x$                     2.  $4(a+b)$                     3.  $a^2(a+2b)$   
 4.  $x^2+y$                       5.  $abc$                           6.  $(a-b)(b-c)(c-a)$   
 7.  $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$     8.  $(x-2)(x-3)(x+2)(x-1)$   
 9.  $x^6-y^6$                       10.  $24a^2b^2(a^2-b^2)$

問題 30 [49—50頁]

1. ①  $-\frac{2b^2c^7}{3a^2kl}$     ②  $-1$     ③  $-\frac{9m}{16n(a^2+b^2)}$   
 ④  $\frac{a+b+c+d}{a-b+c+d}$   
 2. ①  $\frac{a+b}{ab}$     ②  $\frac{2a}{a+x}$     ③  $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$   
 ④  $\frac{ab+bc+ca-a^2-b^2-c^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}$     ⑤  $\frac{5}{6a^2}$   
 ⑥  $-\frac{11x-1}{9x^2-1}$     ⑦  $0$     ⑧  $\frac{8a^7}{x^8-a^8}$   
 ⑨  $1$     ⑩  $\frac{3x-a-b-c}{(x-a)(x-b)(x-c)}$   
 3.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}, \frac{1}{y} - \frac{1}{x}$   
 4. ①  $\frac{x^2}{(x-2)(x+3)}$     ②  $\frac{18}{25}xy$     ③  $mn^2x + m^2ny$   
 ④  $\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^2b^2}$     ⑤  $\frac{a+b-c}{a-b+c}$     ⑥  $1$   
 5. ①  $\frac{(m+n)(a+b)}{xy(a-b)}$     ②  $\frac{a-b}{4b}$     ③  $\frac{8}{9}$   
 ④  $\frac{x^4+x^2+1}{x^2}$     ⑤  $\frac{m-3n}{2}$   
 6. ①  $\frac{a^2+b^2}{2ab}$     ②  $m$     ③  $\frac{2}{y}$     ④  $\frac{2x}{x^2+1}$



## 問題 31 [55頁]

1. 6    2. 4    3. 1    4. 2, 1    5. 2, 3    6. 2圓  
7. 4時間,  $1\frac{2}{3}$ km

## 問題 32 [62—63頁]

1.  $a^2 - ab + b^2$     2.  $a + b + c$     3.  $a + b, a - b$

4.  $\frac{b' - b}{m - m'}, \frac{mb' - m'b}{m - m'}$     5.  $a + b, a - b, 2ab$

6.  $a + \frac{1}{2}(b + c), b + \frac{1}{2}(c + a), c + \frac{1}{2}(a + b)$     7.  $-\frac{41}{6}$

8. 1    9. 4    10. 8

11. 0    12. -118, -49    13. 7, 5

14.  $r = \frac{a'b'c'}{b'c' + c'a' + a'b'}, a' = \frac{b'c'r}{b'c' - b'r - c'r}$

15.  $r = \frac{ir'}{i}, r' = \frac{i'r}{i}$     16.  $a = \frac{2S - nl}{n}, d = \frac{2(nl - S)}{n(n - 1)}$

17.  $\frac{bn(c - a)}{a(b - c)}$  疋    18.  $\frac{bd}{a - b}$  疋    19. 20筒

## 問題 33 [77—78頁]

1. ①  $\pm 1128$     ②  $\pm 504.06$     ③  $\pm 1.581$     ④  $\pm 0.763$

⑤  $\pm 4ab^2x^3$     ⑥  $\pm 2a^3(3x - y)^2$     ⑦  $\pm 25am^2(x + y)^3$

⑧  $\pm(2x - 1)$

2. ①  $5\sqrt{2}$     ②  $4\sqrt{6}$     ③  $11\sqrt{7}$     ④  $6abc^2\sqrt{ac}$

⑤  $4a(x + y)\sqrt{2a(x + y)}$

3. ①  $\sqrt{18}$     ②  $\sqrt{48}$     ③  $\sqrt{175}$     ④  $\sqrt{720}$     ⑤  $\sqrt{4a^3b}$

4. ① 420    ②  $x^3y^4$

5. ① 3.464    ② 13.228    ③ 3.354    ④ 9.899    ⑤ 2.309

6. ①  $8\sqrt{2}$     ② 0

7. ①  $16 + 3\sqrt{26}$     ② 14    ③  $-12\sqrt{5}$     ④  $11\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$

⑤  $63\sqrt{2} - 55$     ⑥  $6\sqrt{2} - 7$     ⑦  $4\sqrt{3}$     ⑧  $\frac{31\sqrt{2}}{2}$

8. ① 4.04強    ② 5.46強    ③ 2.29強    ④ 29.97弱

⑤ 0.38弱

9.  $(1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$     10. 26    12. 0    13. 0

## 問題 34 [89頁]

1.  $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$     2. 2.548, 0.784    3. 3.464, -8.660

4.  $6, -\frac{4}{3}$     5.  $\frac{5}{3}, -\frac{3}{2}$     6.  $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}$

7.  $2, -\frac{8}{3}$     8.  $4, -\frac{1}{4}$     9. 0.344, -1.744

10. 2.720, 0.612    11.  $\frac{a^2 + 1}{a}, \frac{a^2 - 1}{a}$     12.  $\frac{1}{a}, -a$

13.  $\frac{2a + b \pm \sqrt{4ab + b^2}}{2}$     14.  $\frac{b}{a}, -\frac{d}{c}$     15.  $\pm 6$

16.  $\pm\sqrt{10} = \pm 3.162$     17.  $0, \frac{5}{3}$     18.  $1, -3 \pm 2\sqrt{2}$

19.  $c, \frac{2c - a - b}{2}$     20.  $\frac{13}{2}$

## 問題 35 [92—93頁]

1. 179m    2. 2m弱    3. 576人    4. 12人

5. 4時間半    6. 45錢    7. 年6分    8. 5分

## 問題 36 [106頁]

1.  $b^2 - 4ac$  が完全平方デアルコト    3.  $a^2 + b^2 = c^2$     4. 1

5. ①  $-\frac{b^3 - 3abc}{a^3}$     ②  $\frac{b^4 - 4ab^2c + 3a^2c^2}{a^4}$     ③  $\frac{b^4 - 4ab^2c + 2a^2c^2}{a^4}$

6.  $x^2 - (p^2 + 2p - 2q + 2)x + (p + q + 1)^2 = 0$

7. ①  $(x + 6)(7x - 3)$     ②  $(2x - y)(3x + y)$

③  $2xy(3x + 5y)(2x - 3y)$     ④  $(a^2 + 3y^2)(a + 2y)(a - 2y)$



5.  $(x+y)(x-y)\{(a+b)x+(a-b)y\}\{(a+b)x-(a-b)y\}$

6.  $(x+2)(x-1)(x+4)(x-3)$     7.  $(x+2)(x-1)(x^2+x+5)$

問題 37 [117—120頁]

- 1. 3, 2; -5, 6      2. 3, 3      3. 3, 5; 5, 3
- 4.  $\pm 3, \pm 1; 0, \pm 4$  (複號同順)    5. 1, 4; 4, 2;  $\frac{3}{2}, \frac{9}{2}; \frac{7}{2}, \frac{3}{2}$
- 6. 3, 1; -1, -3      7.  $\frac{5}{2}, \frac{5}{2}; 2, 3; -3, -3; -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}$
- 8. 2, -3; -6, 9      9. 3, 5, 7; -3, -5, -7
- 10. 1, 2, 3; -1, -2, -3    11. 2, 3; 3, 2
- 12.  $\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{4}, \frac{8}{5}$     13.  $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}; -\frac{1}{5}, -\frac{1}{6}$
- 14. 2, 1; 1, 2      15.  $\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{2}, \pm 3$  (複號同順)
- 16.  $\pm 9, \pm 3$  (組合セ隨意)    17. 6.4, 4.6
- 18. 80脚, 10人      19. 5cm, 12cm, 13cm
- 20. 60歩 ト 32歩      21. 20日, 日給甲 2圓 40錢, 乙 1圓 80錢
- 22. 急行列車毎時 70km, 普通列車毎時 40km    23. 120m
- 24. 3km    25. 2km    26. 甲 9日, 乙 18日, 丙 6日

問題 38 [127頁]

- 1.  $\pm 2, \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$     2.  $\pm 1, 3$     3. 3    4. 根ハナイ
- 5. 2    6.  $1 \pm \sqrt{5}$     7.  $3, -\frac{5}{3}$
- 8.  $0, \pm \sqrt{2}$     9. 2,  $\pm 1$     10. 12, 3; 3, 12
- 11. 9, 16; 16, 9    12. 5, 4; 4, 5    13. 1cm

問題 39 [133—134頁]

- 1. 1 0.88    2. 0.4    2. 2081    3. 3:5
- 4.  $\pm 26$     5. 甲 4500圓, 乙 2700圓    6. 毎分 甲 440m, 乙 420m
- 7.  $\frac{17}{19}$     8. 1:7    9.  $\frac{1}{4}$  ト  $\frac{1}{2}$     10.  $\frac{7}{10000}$

問題 40 [144—146頁]

- 1. 5分 6厘      2. 6割 4分      3. 甲 32圓, 乙 48圓
- 4. 1割引ノ方カ得    5. 18ヶ月ノ終リ    6. 1割 7分
- 7. 1割 2分      8. 1ヶ年ノ終リ    9. 41圓 21錢 6厘
- 10. 24000圓, 年 5分    11. 85000圓    12.  $\frac{8}{9}$

問題 41 [157—159頁]

- 1.  $\frac{bc-ad}{a-b-c+d}$     2.  $1, -\frac{19}{5}$     3. 5    4. 30l
- 5. 3kg ノモノヲ吊シタ端カラ 4m ノ所
- 13.  $\pm \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \pm \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \pm \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$  (複號同順)
- 14.  $-bc+ca+ab : bc-ca+ab : bc+ca-ab$
- 15.  $lnq+mnq+mpq+mpr=k$  トシテ  
甲  $\frac{lnq}{k}$  A圓, 乙  $\frac{mnq}{k}$  A圓, 丙  $\frac{mpq}{k}$  A圓, 丁  $\frac{mpr}{k}$  A圓
- 16. 一人分 男 36圓, 女 24圓, 童 14圓 40錢

問題 42 [170—171頁]

- 1. 9時間    2. 石炭ノ消費量ヲ c 疋, 速サヲ v 節トスレバ,  $3v^3=128c$
- 3. 60km    4.  $\frac{1}{4}m$     5.  $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$  疋
- 6. 768g    7. 10立方米

補充問題

- 1. 1  $11x-36y$     2.  $2bx+2by$     3.  $5x-7\frac{1}{2}y$
- 2. 1 2    2 6    3  $\frac{13}{30}$
- 3. 1 \* 4, 1    2  $\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$     3 4, 3, -4    4  $\frac{39}{88}, \frac{17}{44}, \frac{15}{88}$

\* 各文字ノ値ハ其ノあるふべツと順ニ示ス。



4. 3, 4      5. 2, -8      6. 23      7. 5, -3, 1
8.  $3y=2x+15$ , 11      9. ① 6, 5      ② -2, 3
10. 120平方米      11. 267      12. 785
13. ①  $a^3+b^3+c^3-3abc$       ②  $4bx$       14. ①  $2x^2+x+2$       ②  $2a-b$
15. ①  $-3ab-1$       ②  $12x$       ③  $-6x^2+xy+11y^2$       ④  $a^6-b^6$
16.  $x^3+(a+b+c)x^2+(bc+ca+ab)x+abc$ ,  $x^3-6x^2+11x-6$
17.  $12x^2+12$       18. 相等シ
19. ①  $a^4+2a^2b^2+b^4$       ②  $49m^2+70mn+25n^2$       ③  $1-2x^2y^2+x^4y^4$
20. ①  $(1+4x)^2$       ②  $(x-2y)^2$       ③  $-(a-b)^2$       ④  $\left(x-\frac{b}{2}\right)^2$
- ⑤  $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2$       ⑥  $(a+b-c+d)^2$       ⑦  $(3x^2-5y+5z)^2$
21. ①  $x^2+2xy+y^2$       ②  $16(m+n)^2$
22. 1234321      25.  $(x+1)^3-3(x+1)^2+3(x+1)-1$
27. ①  $\frac{23}{7}$       ② -66      ③  $-\frac{165}{59}$ ,  $-\frac{127}{59}$
28. 1980平方米      29. ①  $\frac{1}{81}x^4+\frac{1}{36}x^2y^2+\frac{1}{16}y^4$
- ②  $2b^2c^2y^2z^2+2c^2a^2z^2x^2+2a^2b^2x^2y^2-a^4x^4-b^4y^4-c^4z^4$       ③  $8x^3+27y^3$
30. ①  $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$       ②  $(x^2+x-1)(x^2-x+1)$
- ③  $(a-b+c+d)(a-b-c-d)$       ④  $(1+m-n)(1-m+n)$
- ⑤  $(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)(a-b-c-d)$
- ⑥  $(a+b+1)(a-b+1)(a+b-1)(-a+b+1)$
- ⑦  $(m+n)^2(x+y)(x-y)$       ⑧  $x(a-b+c-d)(a-b-c+d)$
- ⑨  $(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)$       ⑩  $(a+b)(a-b+c)$
31. ①  $(x-2)(x^2+2)$       ②  $(x-a)(x+a)^2$
- ③  $a(a+b+c)(a-b-c)$       ④  $(x+1)^3(x-1)^3$
- ⑤  $(y^2z-1)(x^2z-1)$       ⑥  $(a+b+c)(m-n+p)$
- ⑦  $(x^2+x+a+1)(x^2-x-a+1)$       ⑧  $2(a-b)(1-ab)$

- ⑨  $\{1+y-x^2(1-y)\}^2$       32.  $(x+y+2)(x+y-2)(x-y+2)(x-y-2)$
33. ① 4600      ② 270000      35.  $-4a(b+c)$
36. ①  $3x+4y$       ②  $x^2-3xy+9y^2$       ③  $x^2+2xy-xz+y^2-yz+z^2$
- ④  $x^2+y^2+z^2-1$       37. 13
39. ① 5, -1      ② -2, -4      ③ 5, -2      ④ 6, -3      ⑤ 5, 10
- ⑥ 7, -11      ⑦ 6, 1      ⑧  $0, \frac{3}{2}$       ⑨  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$       ⑩  $-1, \frac{1}{2}$
40. ① +2, -2      ② 3.2, -1.2(近似数)      ③  $\frac{1}{2}, \frac{7}{2}$       ④ 0, -8
41. 3, 4      42. 1秒後ト3秒後, 最高ハ20米
43. ①  $x^2+4x-5=0$       ②  $x^2+17x+70=0$       ③  $2x^2-5x+2=0$
- ④  $5x^2+17x+6=0$       ⑤  $x^2+3x=0$       ⑥  $6x^2-x-1=0$
44. ①  $12x^4y^3z^5$       ②  $7a^2b^3x^3y^3$       ③  $5ab^2$
- ④  $3a^3b^4x^3y^4$       ⑤  $a(a-x)$       ⑥  $4xy(x-a)^2(x-b)^2$
45. ①  $60a^7b^4x^5y^6$       ②  $36a^3b^3c^3$       ③  $12a^2b(a+b)^2(a-b)^3$
- ④  $24(a-b)(a^3+b^3)$       ⑤  $(x+1)(x+2)(x+3)$
46. ①  $x+4$       ②  $x-1$
47. ①  $(a+b)(a-b)(a-b+c)(a-b-c)$       ②  $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
48. 1059圓      49. 30      50. 31ト29, 17ト13, 13ト7, 11ト1
53.  $\frac{2}{x(x-2)}$       54.  $\frac{1}{(x-1)(x+2)(x-3)}$       55.  $-\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x^2+1)}$
56. 0      57. 1      58.  $\frac{x^2(x^2+1)}{x+1}$
59.  $ab$       60. 47      61. -5      62. 4      63. 1
64. ①  $\pm 6$       ②  $\frac{21}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$
65. ① -1,  $-\frac{1}{2}$       ② 7, 9
66. ① 2      ② 2, 5      ③ 根ナシ      ④ 1
67. 7人      68. 甲 毎時 37km, 乙 毎時 36km



69. ①  $a^2 + b^2$  ②  $-\frac{2ab}{a^2 + b^2}$  ③  $-\frac{a^2}{b}$  70.  $ab$
71. ①  $a, b$  ②  $a, b$  ③  $\frac{ca}{a+b}, \frac{bc}{a+b}$
- ④  $2a+b, a+2b$  ⑤  $\frac{2a+b}{2}, \frac{2a-b}{2}$  ⑥  $\frac{1}{a+b}, 0$
- ⑦  $25a, 4a, 9a, 16a$  ⑧  $a, b$  72.  $\frac{n(c-a)}{b-c}$  貯
73.  $A = \frac{amn}{mn+nl+lm}, B = \frac{anl}{mn+nl+lm}, C = \frac{alm}{mn+nl+lm}$
74. 甲毎分  $\frac{m}{na}$  粒, 乙毎分  $\frac{m}{(m+n)a}$  粒
75. ①  $\pm 5$  ②  $\pm 9$
76. ①  $\pm 290, \pm 7300, \pm 269, \pm 497$  ②  $\pm 6.42, \pm 1.234, \pm 0.0821$
77. 14.63強
78. ①  $14\sqrt{6}, 30\sqrt{3}, 24\sqrt{2}$  ②  $240, 2 + \sqrt{6} - \sqrt{10}, \frac{3\sqrt{15}}{2}, \sqrt{2}$
- ③  $11 + \sqrt{5}, \sqrt{10} - \sqrt{6} + \sqrt{15} - 3$  ④ 11, 47
79. ①  $\pm \frac{2a^2b}{3x^4y^3}, \pm \frac{2m^2z^3}{3m(x-y)^3}, \pm \frac{4(a-b)(x+y)^3}{5(x-y)}$
- ②  $\pm \left(x - \frac{1}{x}\right), \pm \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$
80. ①  $ab^2y\sqrt{5ab}$  ②  $5m^2(x-y)\sqrt{m(x-y)}$  ③  $\frac{4(x-y)^2}{3x} \sqrt{\frac{a(x-y)}{xy}}$
81. ① 8 ②  $x^2y$  ③  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$  ④  $\frac{31\sqrt{2}}{2}$  ⑤  $\frac{a-b}{x}$
82. ①  $5-2\sqrt{6}$  ②  $14+6\sqrt{6}$  ③  $\frac{24-\sqrt{15}}{33}$
- ④  $\frac{25+10\sqrt{x+x}}{25-x}$  ⑤  $\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x-y}$  ⑥  $2x^2+2x\sqrt{x^2-1}-1$
83. ①  $\frac{5\sqrt{3}-6}{3}$  ②  $2-\sqrt{3}$  ③  $\sqrt{3}$
84. ①  $5, \frac{2}{5}$  ② 5, -23 ③ 7, -3
85. -0.0250, -999.9749 86. 3.870, 0.129 87. 3, -1
88. ①  $-1, -\frac{9}{2}$  ② 5 ③ 8 ④  $\frac{3}{2}$

- ⑤  $4, \frac{3}{2}$  ⑥  $0, 6 \pm \sqrt{3}$  ⑦  $\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}, a+b$
- ⑧  $0, \frac{a+b+c \pm \sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}}{3}$
89. 24m 90. 49 或ハ 25 91. 1000人
92. 2圓50錢, 負根ハ 2kg 多クヲ 2kg 少クニ變ヘルト 2圓40錢ト解釋スル
93. 4.5秒後, 負根ハ今ヨリ 4.5 秒前ト解釋スル
95. 不等實根 96. 不等實根 101. 1, 5 102.  $\frac{-3 \pm \sqrt{93}}{2}$
103.  $(m+n)^2ac = mnb^2$  104.  $a=c$  105. -4, -5
106.  $\frac{-\alpha\beta \pm \sqrt{\alpha^2\beta^2 + 4(\alpha+\beta)}}{2}$  107.  $ax^2 + (2ak+b)x + ak^2 + bk + c = 0$
108.  $6x^2 - 10x + 5 = 0$  109.  $p = -\frac{1}{3}, q = \frac{2}{3}$
110. ①  $\frac{ab \pm \sqrt{a^2b^2 - 4ab}}{2b}, \frac{ab \mp \sqrt{a^2b^2 - 4ab}}{2b}$  (複號同順) ②  $a, b$
111. 正 112.  $x^2 + x + 1$  113. 71人以上
114. ①  $3(2a+3x)(3a-x)$  ②  $\frac{x}{33}(3x-y)(11x-3y)$
- ③  $(x+2y)(x-y-1)$  ④  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
- ⑤  $-(x-1)(2x-3)$  ⑥  $(a^2-ab+b^2)(a+b-1)$
115.  $\frac{5ab-2b^2}{(4a-b)(a+2b)(3a-5b)}$
116. ① 7, 4; -5, -8 ② 0, 0;  $a+b, a+b$ ;
- $\frac{a-b \pm \sqrt{a^2+2ab-3b^2}}{2}, \frac{a-b \mp \sqrt{a^2+2ab-3b^2}}{2}$  (複號同順)
- ③  $\pm 5, \pm 3; \pm 4\sqrt{2}, \pm \sqrt{2}$  (複號同順)
- ④  $\pm 2, \pm 1; \pm \frac{3\sqrt{5}}{5}, \mp \frac{4\sqrt{5}}{5}$  (複號同順)
- ⑤  $\frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{5 \mp \sqrt{5}}{2}$  (複號同順) ⑥  $\pm 8, \pm 6; \pm 6, \mp 8$  (複號同順)
- ⑦  $-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}, -2$  ⑧  $0, 0; \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}; 2, 1$
117. ①  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$  (複號同順)
- ②  $\frac{bc-a^2}{a}, \frac{ca-b^2}{c}, \frac{ab-c^2}{c}; -\frac{bc+a^2}{a}, -\frac{ca+b^2}{b}, -\frac{ab+c^2}{c}$



- 3**  $\pm 3, \mp 2, \mp 1$  (複號同順)    **4** 1, 2, 3; -3, -6, -9  
**5** 2, 1, 3; -2, -1, -3
- 118.** 矩形面積ハ 16, 方程式ノ根ハ 2, 8 ト 8, 2    **119.**  $-\frac{9}{10}, \frac{16}{5}$   
**120.** 甲 20日, 乙 24日    **121.** 10m    **122.** 8日  
**123.** 男 500人, 女 600人    **124.** 900km  
**125.** 18.5, 12.4; 18.4, 12.5    **126.**  $\frac{a^2}{m^2} + \frac{b^2}{n^2} = 0$
- 127.** **1** 1,  $\pm 2, 3$     **2** 1, -2, 3, -4    **3**  $-\frac{3}{2}, \frac{-3 \pm \sqrt{10}}{2}$
- 128.** **1** 1,  $\frac{1}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$     **2** a, -2a, 4a    **3** -8, 0, 1, 3
- 129.** **1** 2, 3; 3, 2  
**2**  $\pm 5, \pm 5; \pm \frac{5}{2}, \pm 10; \pm 4, \pm 4; \pm 2, \pm 8$  (複號同順)  
**3** 3, 9; 9, 3    **4**  $\pm \frac{1}{2}, \pm 3; \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}$  (複號同順)  
**5** 4, 2; 2, 4;  $\frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}, \frac{-3 \mp \sqrt{33}}{3}$  (複號同順)
- 130.** **1** 2    **2** 3    **3** 1,  $-\frac{9}{2}$     **4** 1  
**5** 2,  $-\frac{1}{2}$     **6**  $\pm \frac{5}{4}$     **7**  $\frac{3}{5}a, \frac{4}{5}a$     **8** 2
- 131.** **1** 49, 9    **2** 8, 2; 2, 8    **132.** 30000平方米  
**133.** A カラ東へ約 14.8km 又ハ約 4.4km ノ所    **134.**  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$   
**135.**  $a \neq -3, a \neq 5$     **136.** 19 : 12    **137.** 1735圓  
**138.** 甲 12圓50錢, 乙 52圓50錢; 甲 95圓, 乙 80圓    **141.** 4  
**142.**  $ab - ac + bc, -ab - ac + bc : ab + ac + bc$     **143.** 3 : 4 : 5  
**144.**  $-\frac{1}{5}, -5$     **146.** 4.155弱    **147.** 2400圓  
**148.** 6cm    **149.** 9.6cm強  
**150.** A ヨリ B ノ方へ  $\frac{9}{5}m$  又ハ 9m 距ツタ所

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 27 \\
 \hline
 405 \\
 30 \\
 \hline
 405
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -4 \\
 405 \\
 \hline
 1620
 \end{array}$$



平方根及平方ノ表

數	平方根	平方	數	平方根	平方
1	1.000	1	51	7.141	2601
2	1.414	4	52	7.211	2704
3	1.732	9	53	7.280	2809
4	2.000	16	54	7.348	2916
<b>5</b>	2.236	25	<b>55</b>	7.416	3025
6	2.449	36	56	7.483	3136
7	2.645	49	57	7.549	3249
8	2.828	64	58	7.615	3364
9	3.000	81	59	7.681	3481
<b>10</b>	3.162	100	<b>60</b>	7.745	3600
11	3.316	121	61	7.810	3721
12	3.464	144	62	7.874	3844
13	3.605	169	63	7.937	3969
14	3.741	196	64	8.000	4096
<b>15</b>	3.872	225	<b>65</b>	8.062	4225
16	4.000	256	66	8.124	4356
17	4.123	289	67	8.185	4489
18	4.242	324	68	8.246	4624
19	4.358	361	69	8.306	4761
<b>20</b>	4.472	400	<b>70</b>	8.366	4900
21	4.582	441	71	8.426	5041
22	4.690	484	72	8.485	5184
23	4.795	529	73	8.544	5329
24	4.898	576	74	8.602	5476
<b>25</b>	5.000	625	<b>75</b>	8.660	5625
26	5.099	676	76	8.717	5776
27	5.196	729	77	8.774	5929
28	5.291	784	78	8.831	6084
29	5.385	841	79	8.888	6241
<b>30</b>	5.477	900	<b>80</b>	8.944	6400
31	5.567	961	81	9.000	6561
32	5.656	1024	82	9.055	6724
33	5.744	1089	83	9.110	6889
34	5.830	1156	84	9.165	7056
<b>35</b>	5.916	1225	<b>85</b>	9.219	7225
36	6.000	1296	86	9.273	7396
37	6.082	1369	87	9.327	7569
38	6.164	1444	88	9.380	7744
39	6.244	1521	89	9.433	7921
<b>40</b>	6.324	1600	<b>90</b>	9.486	8100
41	6.403	1681	91	9.539	8281
42	6.480	1764	92	9.591	8464
43	6.557	1849	93	9.643	8649
44	6.633	1936	94	9.695	8836
<b>45</b>	6.708	2025	<b>95</b>	9.746	9025
46	6.782	2116	96	9.797	9216
47	6.855	2209	97	9.848	9409
48	6.928	2304	98	9.899	9604
49	7.000	2401	99	9.949	9801
<b>50</b>	7.071	2500	<b>100</b>	10.000	10000

Handwritten calculations:  

$$\begin{array}{r} 15 \\ 27 \\ \hline 105 \\ 30 \\ \hline 405 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 405 \\ \hline 1620 \end{array}$$

Handwritten notes:  
 増田 増田 増田 増田

複利表 元金ヲ1トスル元利合計

期數	四分	五分	五分五厘	六分	六分五厘	七分	八分	一割
1	1.0400	1.0500	1.0550	1.0600	1.0650	1.0700	1.0800	1.1000
2	1.0816	1.1025	1.1130	1.1236	1.1342	1.1449	1.1664	1.2100
3	1.1249	1.1576	1.1742	1.1910	1.2079	1.2250	1.2597	1.3310
4	1.1699	1.2155	1.2388	1.2625	1.2865	1.3108	1.3605	1.4641
5	1.2167	1.2763	1.3070	1.3382	1.3701	1.4026	1.4693	1.6105
6	1.2653	1.3401	1.3788	1.4185	1.4591	1.5007	1.5869	1.7716
7	1.3159	1.4071	1.4547	1.5036	1.5540	1.6058	1.7138	1.9487
8	1.3686	1.4775	1.5347	1.5938	1.6550	1.7182	1.8509	2.1436
9	1.4233	1.5513	1.6191	1.6895	1.7626	1.8385	1.9990	2.3579
10	1.4802	1.6289	1.7081	1.7908	1.8771	1.9672	2.1589	2.5937
12	1.6010	1.7959	1.9012	2.0122	2.1291	2.2522	2.5182	3.1384
15	1.8009	2.0789	2.2325	2.3966	2.5718	2.7590	3.1722	4.1772
20	2.1911	2.6533	2.9178	3.2071	3.5236	3.8697	4.6610	6.7275
25	2.6658	3.3864	3.8134	4.2919	4.8277	5.4274	6.8485	10.8347
30	3.2434	4.3219	4.9840	5.7435	6.6144	7.6123	10.0627	17.4494

現價表 元利合計1ニ對スル元金

期數	四分	五分	五分五厘	六分	六分五厘	七分	八分	一割
1	0.9615	0.9524	0.9479	0.9434	0.9390	0.9346	0.9259	0.9091
2	0.9246	0.9070	0.8985	0.8900	0.8817	0.8734	0.8573	0.8264
3	0.8890	0.8638	0.8516	0.8396	0.8279	0.8163	0.7938	0.7513
4	0.8548	0.8227	0.8072	0.7921	0.7773	0.7629	0.7350	0.6830
5	0.8219	0.7835	0.7651	0.7473	0.7299	0.7130	0.6806	0.6209
6	0.7903	0.7462	0.7253	0.7050	0.6853	0.6663	0.6302	0.5645
7	0.7599	0.7107	0.6874	0.6651	0.6435	0.6228	0.5835	0.5132
8	0.7307	0.6768	0.6516	0.6274	0.6042	0.5820	0.5403	0.4665
9	0.7026	0.6446	0.6176	0.5919	0.5674	0.5439	0.5002	0.4241
10	0.6756	0.6139	0.5854	0.5584	0.5327	0.5083	0.4632	0.3855
12	0.6246	0.5568	0.5260	0.4970	0.4697	0.4440	0.3971	0.3186
15	0.5553	0.4810	0.4479	0.4173	0.3888	0.3624	0.3152	0.2394
20	0.4564	0.3769	0.3427	0.3118	0.2838	0.2584	0.2145	0.1486
25	0.3751	0.2953	0.2622	0.2330	0.2071	0.1842	0.1460	0.0923
30	0.3083	0.2314	0.2006	0.1741	0.1512	0.1314	0.0994	0.0573

Handwritten calculations:  

$$\begin{array}{r} 1156 \\ 580 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 2 \\ \hline 36 \end{array}$$



$$\frac{100x}{100x} - \frac{100 \times 100x}{100+5x} = 5$$

$$100+5x - \frac{10000}{100+5x} = 5$$

$$\frac{100x \times 100+5x}{100x} = \frac{40}{25} \frac{10000}{100}$$

$$\frac{10000x}{100+5x \times x} = \frac{10000}{100+5x}$$

$$10000 + 10000x + 25x^2 - 10000 = 500 + 25x$$

$$40x + x^2 = 20 + x$$

$$x^2 + 39x - 20 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-39 \pm \sqrt{1521 + 80}}{2}$$

$$\frac{1521}{40} = 16.01$$

$$= \frac{-39 \pm \sqrt{1601}}{2}$$



平方根及平方ノ表

數	平方根	平方	數	平方根	平方
1	1.000	1	51	7.141	2601
2	1.414	4	52	7.211	2704
3	1.732	9	53	7.280	2809
4	2.000	16	54	7.348	2916
<b>5</b>	2.236	25	<b>55</b>	7.416	3025
6	2.449	36	56	7.483	3136
7	2.645	49	57	7.549	3249
8	2.828	64	58	7.615	3364
9	3.000	81	59	7.681	3481
<b>10</b>	3.162	100	<b>60</b>	7.745	3600
11	3.316	121	61	7.810	3721
12	3.464	144	62	7.874	3844
13	3.605	169	63	7.937	3969
14	3.741	196	64	8.000	4096
<b>15</b>	3.872	225	<b>65</b>	8.062	4225
16	4.000	256	66	8.124	4356
17	4.123	289	67	8.185	4489
18	4.242	324	68	8.246	4624
19	4.358	361	69	8.306	4761
<b>20</b>	4.472	400	<b>70</b>	8.366	4900
21	4.582	441	71	8.426	5041
22	4.690	484	72	8.485	5184
23	4.795	529	73	8.544	5329
24	4.898	576	74	8.602	5476
<b>25</b>	5.000	625	<b>75</b>	8.660	5625
26	5.099	676	76	8.717	5776
27	5.196	729	77	8.774	5926
28	5.291	784	78	8.831	6084
29	5.385	841	79	8.888	6241
<b>30</b>	5.477	900	<b>80</b>	8.944	6400
31	5.567	961	81	9.000	6561
32	5.656	1024	82	9.055	6724
33	5.744	1089	83	9.110	6889
34	5.830	1156	84	9.165	7056
<b>35</b>	5.916	1225	<b>85</b>	9.219	7225
36	6.000	1296	86	9.273	7396
37	6.082	1369	87	9.327	7569
38	6.164	1444	88	9.380	7744
39	6.244	1521	89	9.433	7921
<b>40</b>	6.324	1600	<b>90</b>	9.486	8100
41	6.403	1681	91	9.539	8281
42	6.480	1764	92	9.591	8464
43	6.557	1849	93	9.643	8649
44	6.633	1936	94	9.695	8836
<b>45</b>	6.708	2025	<b>95</b>	9.746	9025
46	6.782	2116	96	9.797	9216
47	6.855	2209	97	9.848	9409
48	6.928	2304	98	9.899	9604
49	7.000	2401	99	9.949	9801
<b>50</b>	7.071	2500	<b>100</b>	10.000	10000

田部 二年 増田

期數	四
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
12	1
15	1
20	2
25	2
30	3

期數	四
1	0.
2	0.
3	0.
4	0.
5	0.
6	0.
7	0.
8	0.
9	0.
10	0.
12	0.
15	0.
20	0.
25	0.
30	0.

中等教育  
算術代數教科書  
[下卷]  
定價金九拾錢

昭和六年九月十日初版印刷 昭和六年九月十五日初版發行  
昭和六年十月廿六日訂正再版發行 昭和十年十月廿五日修正三版發行  
昭和十年十一月三十日訂正四版印刷  
昭和十年十二月四日訂正四版發行



著作者 林 鶴 一  
補訂者 岡 田 良 知  
發行者 株式會社 東京開成館  
代表者 松本繁吉  
印刷者 高 橋 郁

販賣所 東京市日本橋區吳服橋二丁目5 林平書店  
販賣所 大阪市東區北久寶寺町四丁目角 三木佐助

發行所 東京市小石川區小日向水道町 振替貯金口座 東京五三二二番

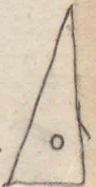
三協印刷株式會社印刷







增  
田





石川縣立金澤第二中學校  
第二學年組  
理科  
第 一 冊

