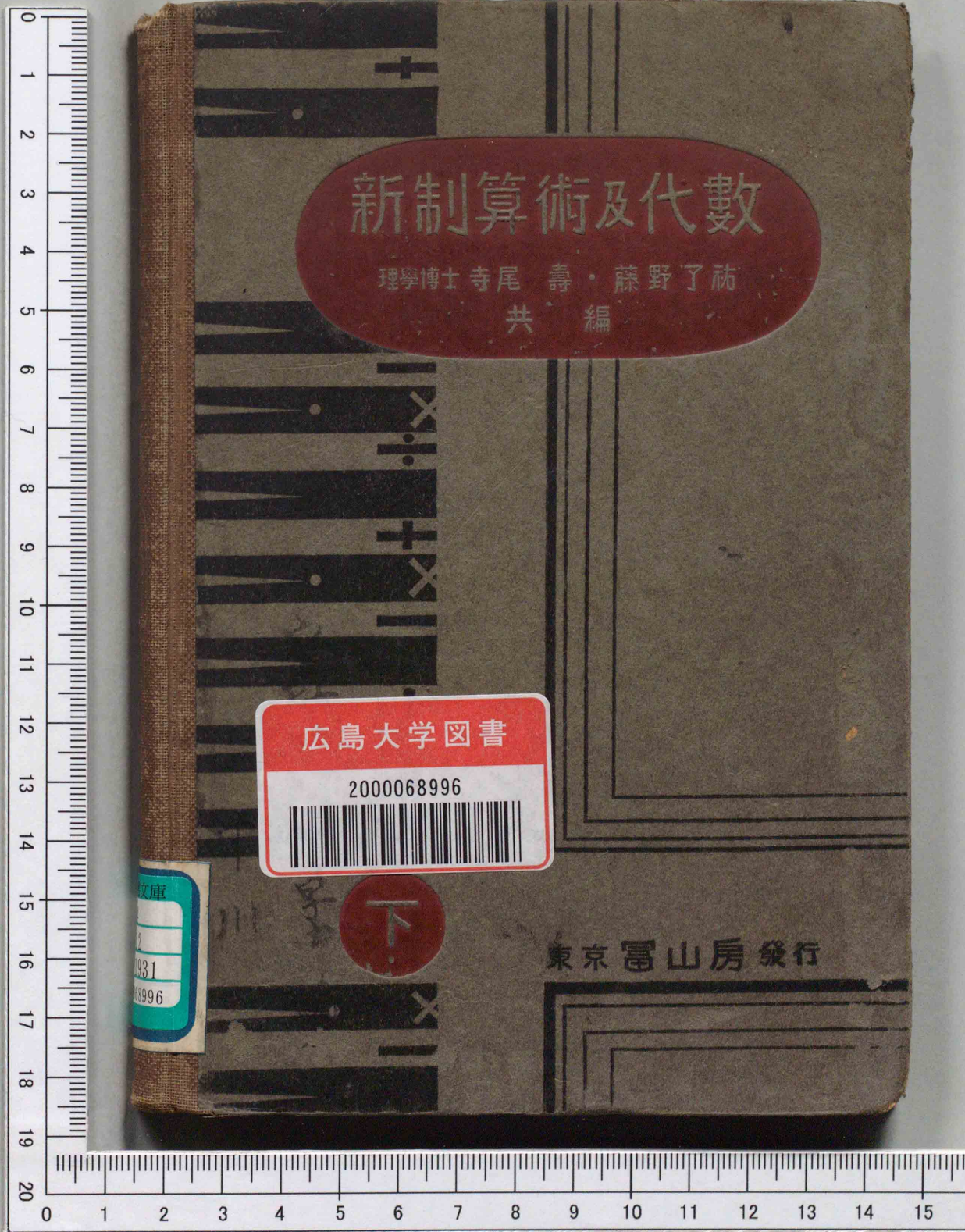
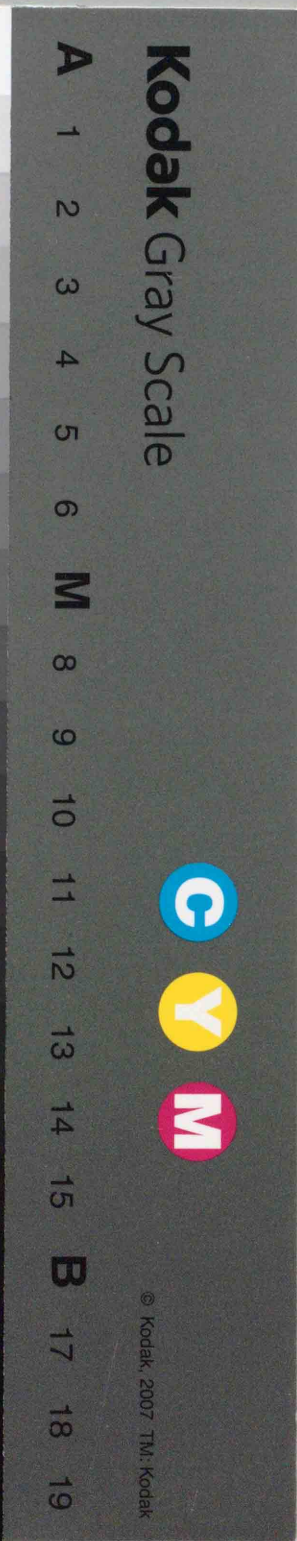
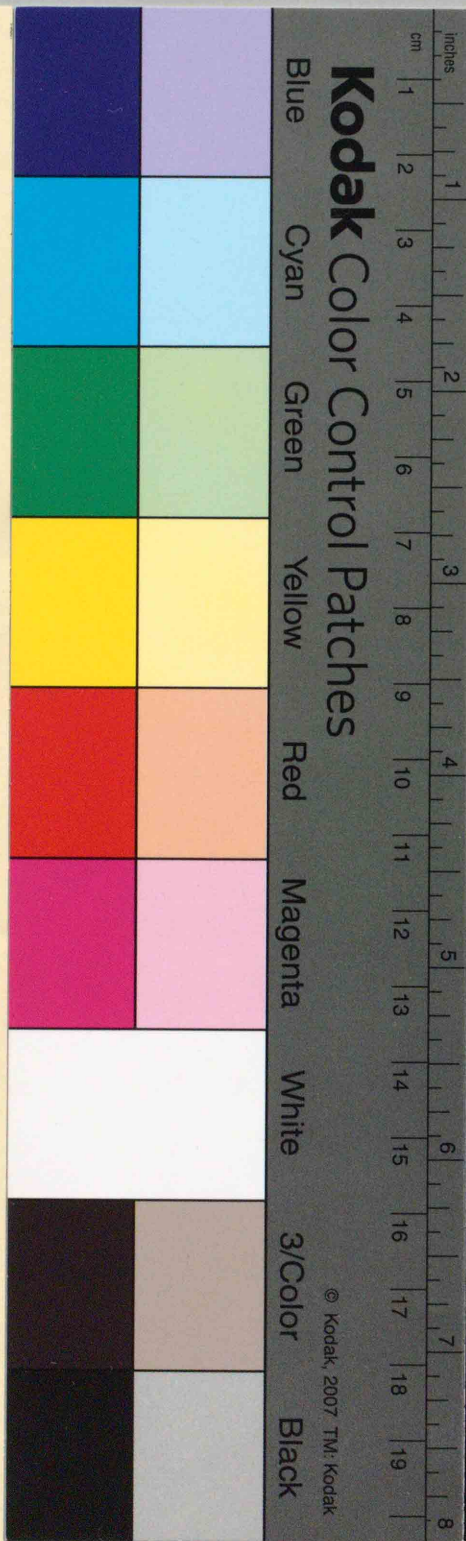


40179

教科書文庫

4
412
41-1931
2000.0 68996



42  
411  
DB6

代數ノ公式, 定理ノ一覽表

恒等式

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(bc+ca+ab)$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$	$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab)$	

二次方程式

$ax^2 + bx + c = 0$ ノ根ハ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	虚數... $i^2 = -1, \sqrt{-1} = i$ ガ正ナラバ $\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$
$ax^2 + bx + c = 0$ ノ根ハ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$	$ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根ヲ $\alpha, \beta$ トスレバ $ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)(x-\beta)$ $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$
判別式... $b^2 - 4ac$ $ax^2 + bx + c = 0$ ( $a, b, c$ 實數) = 於テ $b^2 - 4ac > 0$ ナラバ相異ナル二實根. $b^2 - 4ac = 0$ ナラバ等根. (實根) $b^2 - 4ac < 0$ ナラバ相異ナル二虚根.	二數 $m, n$ ナ根トスル二次方程式ハ $(x-m)(x-n) = 0$ 和ガ $p$ , 積ガ $q$ ナル二數ハ $x^2 - px + q = 0$ ノ二根デアアル.

分數方程式

分數方程式ノ分母ヲ拂ツテ得タ整方程式ノ根ノ中, 分母ヲ0ニシナイモノ  
ノダケガ元ノ分數方程式ノ根デアアル.

比, 比例

$a:b=c:d$  ナラバ  $ad=bc$  逆ニ  $ad=bc$  ナラバ  $a:b=c:d$   
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナラバ  $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}, \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$   
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$  ナラバ  $\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{a}{b}, \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$   
 $x, y$  ガ比例スレバ  $y=kx$  ( $k$  ハ一定ノ數) コノ逆モ亦眞デアアル.  
 $x, y$  ガ反比例スレバ  $xy=k$  ( $k$  ハ一定ノ數) コノ逆モ亦眞デアアル.

利息算

元金ヲ  $a$ , 單位期間ノ利率ヲ  $r$ , 期間數ヲ  $n$ , 元利合計ヲ  $S$  トスレバ  
 單利... 利息  $=avn$  複利...  $S = a(1+r)^n$

教科書文庫

4

412

41-1931

2000068996

資料室

中川村中筋

No 8-11  
1911年3

文部省檢定済  
昭和六年九月三十日 中學校數學科用

# 新制算術及代數

理學博士 寺尾 壽 共編  
藤野 了祐



東京富山房神田

目次

第九篇	分數式	...	...	...	...	...	...	...	...	1
	雜題	...	...	...	...	...	...	...	...	10
第十篇	開平法	...	...	...	...	...	...	...	...	13
	雜題	...	...	...	...	...	...	...	...	35
第十一篇	二次方程式	...	...	...	...	...	...	...	...	41
	雜題	...	...	...	...	...	...	...	...	91
第十二篇	分數方程式	...	...	...	...	...	...	...	...	95
第十三篇	比,比例	...	...	...	...	...	...	...	...	109
	雜題	...	...	...	...	...	...	...	...	171
補充問題	...	...	...	...	...	...	...	...	...	177
答	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1-4

平方,立方,平方根,立方根,逆數ノ表

複利表

# 新制算術及代數

[基本課程用下卷]

## 第九篇

### 分數式

#### 89. 分數式ノ基本性質

或式  $A$  が  $0$  に等シクナイ他ノ式  $B$  デ  
割ツタ商ヲ表ス式  $\frac{A}{B}$  ヲ分數式トイフ。

分母、分子、項ナドノ意味ハ數ノ場合ニ倣フ。

分數ノ性質ハ殆ド皆分數式ニモ當嵌  
マル。先ヅ

(第一)  $0$  デナイ數ヲ分數式ノ兩項ニ  
掛ケテモ分數式ノ値ハ變ラナイ。

即チ 
$$\frac{mA}{mB} = \frac{A}{B}$$

(第二)  $0$  デナイ數デ分數式ノ兩項ヲ

割ツテモ分數式ノ値ハ變ラナイ。

(第一)ノ特別ノ場合トシテ分數式ノ兩項 $=-1$   
ヲ掛ケレバ

$$\frac{-A}{-B} = \frac{A}{B}$$

即チ、分數式ノ兩項ノ符號ヲ變ヘテモ分數式  
ノ値ハ變ラナイ。

### 90. 約分

約分ノ意味ハ數ノ場合ニ倣フ。

兩項ニ公約數ノナイ分數式ハ約スルコトガ  
出來ナイ。此分數式ヲ既約分數式トイフ。

$$[例 1] \quad \frac{12ax^2 - 16axy}{18axy - 24ay^2} = \frac{4ax(3x-4y)}{6ay(3x-4y)} = \frac{2x}{3y}$$

$$[例 2] \quad \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 2x - 15} = \frac{(x-5)(x+2)}{(x-5)(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$$

分數式ヲ約スルニハ其兩項ヲ公約數  
デ割り續ケヨ。

#### 例題

次ノ各分數式ヲ約シツメヨ。

$$1. \frac{6am}{2mn} \quad 2. \frac{16m^2nx^2z^2}{40am^3yz^3} \quad 3. \frac{3(a+b)}{5(a^2-b^2)}$$

$$4. \frac{x-1}{1-x} \quad 5. \frac{7x \times 6xy}{14x^2} \quad 6. \frac{7x+6xy}{14x^2}$$

$$7. \frac{15a^2y}{3a^2x-9aby} \quad 8. \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$9. \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \quad 10. \frac{x^2-6x+5}{x^2+2x-3}$$

### 91. 通分

通分ノ意味ハ數ノ場合ニ倣フ。

幾ツカノ分數式ノ最小公分母(最低次ノ公分  
母)ハ各分數式ヲ既約分數式ニ直シタモノノ分  
母ノ最小公倍數デアル。

$$[例] \quad \frac{5x}{2a(x-a)}, \frac{4a}{3x(x-a^2)}, \frac{3}{4x^2(x+a)} \quad \text{ヲ最小公分}$$

母ニ通分セヨ。

解 各式ノ分母ノ最小公倍數ハ  $12ax^2(x^2-a^2)$   
デアル。而シテ

$$12ax^2(x^2-a^2) \div 2a(x-a) = 6x^2(x+a)$$

$$12ax^2(x^2-a^2) \div 3x(x-a^2) = 4ax$$

$$12ax^2(x^2-a^2) \div 4x^2(x+a) = 3a(x-a)$$

故ニ答ハ

$$\frac{30x^3(x+a)}{12ax^2(x^2-a^2)}, \frac{16a^2x}{12ax^2(x^2-a^2)}, \frac{9a(x-a)}{12ax^2(x^2-a^2)}$$

## 例題

次ノ各組ノ分數式ヲ最小公分母ニ通分セヨ。

1.  $\frac{1}{x^7}, \frac{1}{x^6}, \frac{1}{x}$       2.  $\frac{5a-4b}{6a^2b}, \frac{3b-2a}{8ab^2}$

3.  $\frac{x^2}{x^2-1}, \frac{x}{x+1}, \frac{x}{x-1}$

4.  $\frac{a}{1-a}, \frac{1}{a-1}, \frac{1+3a}{a^2-a}$

5.  $\frac{1}{x-y}, \frac{3xy}{x^3-y^3}, \frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$

6.  $\frac{x^3-1}{x^4-1}, \frac{x-1}{x^2-1}$

7.  $\frac{1}{(a-b)(a-c)}, \frac{1}{(b-c)(b-a)}, \frac{1}{(c-a)(c-b)}$

8.  $\frac{1}{x^2+7x+10}, \frac{1}{x^2+x-2}, \frac{1}{x^2+4x-5}$

## 92. 分數式ノ加法減法

分母ガ同ジイ分數式ノ和又ハ差ハ、其分子ノ和又ハ差ヲ分子トシ、元ノ分母ヲ分母トスル分數式ニ等シイ。

分母ノ違ツタ分數式ノ和又ハ差ヲ求メルニハ、先ヅ此等ヲ通分シテカラ計算セヨ。

[例 1]  $\frac{a-2b}{a+b} + \frac{2a-b}{a+b} - \frac{3a-4b}{a+b}$   
 $= \frac{a-2b+2a-b-(3a+4b)}{a+b} = \frac{b}{a+b}$

[例 2]  $\frac{4a^2+b^2}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a+b} = \frac{4a^2+b^2-(2a-b)^2}{4a^2-b^2}$   
 $= \frac{4a^2+b^2-(4a^2-4ab+b^2)}{4a^2-b^2} = \frac{4ab}{4a^2-b^2}$

[例 3]  $x - \frac{x^2}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{x+1} + \frac{x}{x-1}$   
 $= \frac{x(x+1)(x-1) - x^2(x-1) + x(x+1)}{(x+1)(x-1)}$   
 $= \frac{x^3 - x - x^3 + x^2 + x^2 + x}{x^2-1} = \frac{2x^2}{x^2-1}$

## 例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $\frac{x^5-1}{x^7} + \frac{1}{x^7}$       2.  $\frac{1}{xy} - \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$

3.  $\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc}$       4.  $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$

5.  $\frac{2}{x+y} + \frac{2y}{x^2-y^2}$       6.  $\frac{a}{x(a-x)} + \frac{x}{a(x-a)}$

7.  $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y-x} + \frac{2x}{x^2-y^2}$

8.  $\frac{a}{a-x} + \frac{a}{a+x} + \frac{2a^2}{x^2+a^2}$

$$\textcircled{9} \quad \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-3}$$

$$10. \quad \frac{a^2}{(x-a)(a-b)} + \frac{b^2}{(x-b)(b-a)}$$

$$11. \quad \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$12. \quad \frac{5}{x^2-2x-3} - \frac{4}{x^2-9} - \frac{7}{x^2+4x+3}$$

### 93. 分數式ノ乘法

分數式ノ積ハ、此等ノ分數式ノ分子ノ積ヲ分子トシ、分母ノ積ヲ分母トスル分數式ニ等シイ。

整式ト分數式トノ積ハ、其分數式ノ分子ト其整式トノ積ヲ分子トシ、其分數式ノ分母ヲ分母トスル分數式ニ等シイ。

$$\begin{aligned} \text{[例 1]} \quad \frac{16x^2-9a^2}{x^2-4} \times \frac{x-2}{4x-3a} &= \frac{(16x^2-9a^2)(x-2)}{(x^2-4)(4x-3a)} \\ &= \frac{(4x+3a)(4x-3a)(x-2)}{(x+2)(x-2)(4x-3a)} \\ &= \frac{4x+3a}{x+2} \end{aligned}$$

$$\text{[例 2]} \quad \frac{5x}{15a-10b} \times (3a-2b) = \frac{5x(3a-2b)}{5(3a-2b)} = x$$

### 例 題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

$$1. \quad \frac{a}{b} \times c \quad 2. \quad \frac{a}{x} \times x \quad 3. \quad \frac{a}{b} \times \frac{1}{a}$$

$$4. \quad \frac{7x}{6y} \times \frac{8x}{7z} \quad 5. \quad \frac{5xy}{2ac} \times \frac{3ax}{10y^2}$$

$$6. \quad \frac{1}{7acd} \times 21abx \quad 7. \quad \frac{12acd}{35mxy} \times \frac{10}{3} amx$$

$$8. \quad \frac{bc}{a^2} \times \frac{ca}{b^2} \times \frac{ab}{c^2} \quad \textcircled{9.} \quad \frac{x-1}{x+1} \times \frac{x+1}{(x-1)^2}$$

$$\textcircled{10.} \quad \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} \times \frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$$

$$\textcircled{11.} \quad \frac{x^4-y^4}{a^3+b^3} \times \frac{a^2-ab+b^2}{x-y} \times \frac{a+b}{x+y}$$

$$\textcircled{12.} \quad \frac{x^2-x-6}{x^2+4x+4} \times \frac{x^2-2x-8}{x^2-7x+12}$$

### 94. 分數式ノ除法

或式ヲ分數式デ割ツタ商ハ、除數ノ兩項ヲ入レ換ヘテ得ル分數式ヲ被除數ニ掛ケタ積ニ等シイ。

整式デ分數式ヲ割ルニハ、其整式ヲ其分數式ノ分母ニ掛ケレバイ。



$$\begin{aligned} \text{[例 1]} \quad \frac{a^2-4x^2}{a^2+4ax} \div \frac{a^2-2ax}{ax+4x^2} &= \frac{(a^2-4x^2)(ax+4x^2)}{(a^2+4ax)(a^2-2ax)} \\ &= \frac{(a+2x)(a-2x)x(a+4x)}{a(a+4x)a(a-2x)} = \frac{(a+2x)x}{a^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[例 2]} \quad \frac{a^2-(b-c)^2}{a^2+b^2} \div (a-b+c) &= \frac{a^2-(b-c)^2}{(a^2+b^2)(a-b+c)} \\ &= \frac{(a-b+c)(a+b-c)}{(a^2+b^2)(a-b+c)} = \frac{a+b-c}{a^2+b^2} \end{aligned}$$

例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $\frac{a}{b} \div \frac{a}{x}$

2.  $\frac{8m}{n} \div 4y$

3.  $\frac{18mx}{5y} \div 5ax$

4.  $1 \div \frac{ab}{x}$

5.  $\frac{14ax}{15y} \div \frac{21am}{10by}$

6.  $\frac{39mn}{4} \div \frac{13mx}{2ny}$

7.  $\frac{2(m-1)}{x(a-1)} \div \frac{3(1-m)}{(a+1)x}$

8.  $\frac{a(x-1)}{b(x+1)} \div \frac{c(1-x)}{b(1+x)}$

## 95. 繁分數式

繁分數式ヲ簡單ニスル例。

$$\text{[例 1]} \quad \frac{\frac{a+x}{b}}{\frac{a^2-x^2}{ab}} = \frac{\left(\frac{a+x}{b}\right) \times ab}{\left(\frac{a^2-x^2}{ab}\right) \times ab} = \frac{a(a+x)}{a^2-x^2} = \frac{a}{a-x}$$

説明 被除數除數ノ各、ニ其分母ノ最小公倍數ヲ掛ケテ簡約シタノデアル。

$$\text{[例 2]} \quad \frac{x + \frac{a^2}{x}}{x - \frac{a^4}{x^3}} = \frac{\left(x + \frac{a^2}{x}\right) \times x^3}{\left(x - \frac{a^4}{x^3}\right) \times x^3} = \frac{x^2(x^2+a^2)}{x^4-a^4} = \frac{x^2}{x^2-a^2}$$

例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $\frac{\frac{a}{x^2} + \frac{x}{a^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ax} + \frac{1}{x^2}}$

2.  $\frac{\frac{1}{3x-2} - \frac{1}{3x+2}}{\frac{x}{9x^2-4}}$

3.  $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$

4.  $1 + \frac{x}{1+x + \frac{2x^2}{1-x}}$

## 雜題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $\frac{5}{1+2x} - \frac{3x}{1-2x} - \frac{4-13x}{1-4x^2}$
2.  $\frac{y-z}{(x+y)(x+z)} + \frac{z-x}{(y+z)(y+x)} + \frac{x-y}{(z+x)(z+y)}$
- ③  $\frac{1}{a(a-b)(b-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} - \frac{1}{abc}$
4.  $\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3} + \frac{x+4}{x-4} - \frac{x-4}{x+4}$
5.  $\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2+b^2} - \frac{4ab^3}{a^4+b^4}$
6.  $\frac{15x}{2} \left( \frac{5}{3x} - \frac{3}{10} - \frac{x}{15} \right) - \frac{2}{3x} \left( 2x - \frac{13x^2}{4} - \frac{3x^3}{4} \right)$
7.  $\frac{a}{2b} \left( \frac{3b}{4c} - \frac{4x}{5a} + \frac{3bx}{5ay} \right) - \frac{3x}{5c} \left( \frac{5a}{2x} - \frac{7c}{3b} + \frac{c}{2y} \right)$
8.  $\frac{x^2-7x+6}{x^2+3x-4} \times \frac{x^2+10x+24}{x^2-14x+48} \div \frac{x^2+6x}{x^3-8x^2}$
9.  $\frac{x^2-y^2}{x^2-3xy+2y^2} \times \frac{xy-2y^2}{x^2+xy} \div \frac{(x-y)^2}{x^2-xy}$
10.  $x = \frac{4ab}{a+b}$  ナルトキ  $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$  ヲ最簡

單ニセヨ。

11.  $2s = a + b + c$  ナルトキ次ノ等式ヲ證明セヨ。

$$\frac{1}{s-a} + \frac{1}{s-b} + \frac{1}{s-c} - \frac{1}{s} = \frac{abc}{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

12. 代數式  $ax + by = 22$  トスレバ此式ノ値ハ 22 トナリ,  $x=3, y=1$  トスレバ此式ノ値ハ 15 トナル.  $x=3, y=-4$  トシタトキノ此式ノ値ヲ求メヨ。

13. 次ノ四ツノ方程式ガ同時ニ成リ立ツヤウニ  $a, b$  ノ値ヲ定メヨ。

$$4x + 7y = 5, \quad 9x + 8y = 19,$$

$$ax + 2by = 11, \quad ax - by = 17$$

14. 方程式  $ax^2 - by^2 = 10$  ガ  $x=y=1$  及  $x=4, y=5$  ナル二組ノ値ニヨツテ満足サレルタメニハ  $a, b$  ノ値ハ何カ。

[例] 父子ガアル, 父ノ年ハ 56 歳デ子ノ年ハ 30 歳デアル. 父ノ年ガ子ノ年ノ 2 倍ニ等シイノハ今カラ幾年後カ, 又ハ幾年前デアツタカ。

解 假ニ今カラ  $x$  年後ニ父ノ年ガ子ノ年ノ 2 倍ニ等シクナルモノトスレバ, 次ノ方程式ヲ得ル。

$$(1) \quad 56+x=2(30+x)$$

$$\therefore \quad x=-4$$

サテコ、デハ今カラ後ノ年數ヲ正數デ表シ  
タカラ負數ハ今カラ前ノ年數ヲ表ス、從テ答ハ  
4年前デアル。

實際  $x$  年前ニ父ノ年ガ子ノ年ノ2倍ニ等シカッタ  
モノトシテ方程式ヲ作レバ、(1)ニ於ケル  $x$  ノ符號ヲ變  
ヘテ出來ル方程式

$$(2) \quad 56-x=2(30-x)$$

ヲ得ル、因テ  $x$  ノ値モマタ(1)ノ根ノ符號ヲ變ヘタモノ、  
即チ  $x=4$  ヲ得ルコトガワカル。

15. 父ハ40歳、子ハ8歳デアル、父ノ年ガ子ノ  
年ノ3倍ヨリモ12歳多イノハ今カラ幾年前デ  
アツタカ、又ハ幾年後デアルカ。

*Handwritten note:*  
 $x = a$   
 $x = -a$   
 平方根トイフ

## 第十篇

## 開 平 法

## 96. 平方根

或數ノ平方ガ  $a$  ニ等シイトキハ、此數  
ヲ  $a$  ノ平方根トイフ。

例ヘバ  $5^2=25$ ,  $(-5)^2=25$  ダカラ、5モ-5モ  
何レモ25ノ平方根デアル。

マタ36ノ平方根ハ+6ト-6トデアル。

カヤウニ、正ノ數ノ平方根ハ二ツアル。

ソノ一ツハ正、一ツハ負デ、其絶對値ハ相等シ  
イ。ソノ正ノモノヲ算術的平方根トイフ。

正ノ數  $a$  ノ算術的平方根ヲ  $\sqrt{a}$  デ表  
ス。例ヘバ

$$\sqrt{9}=3, \quad \sqrt{25}=5, \quad \sqrt{36}=6 \quad \text{等.}$$

此符號  $\sqrt{\quad}$  ヲ根號トイフ。

0ノ平方根ハ0デアル。

記號  $\sqrt{0}$  ハ0ノコトデアル。

負數ニハ平方根ガナイ、何トナレバドンナ數

ノ平方モ決シテ負數ニハナラナイカラデアアル。

或數ノ平方根ヲ求メルコトヲ其數ヲ平方ニ開クトイヒ、其算法ヲ開平法トイフ。

注意 1.  $(\sqrt{a})^2 = a$

注意 2. 例へバ  $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

一般ニ  $b$  ガ負ノ數デアルト、其平方  $b^2$  ハ正ノ數デアアル。而シテ正ノ數ニ根號  $\sqrt{\quad}$  ヲ冠セタモノハ常ニ正ノ數ヲ表ス規約デアアルカラ、 $\sqrt{b^2}$  ハ  $b$  ノ符號ヲ變ヘタモノニ等シイ。

即チ  $b < 0$  ナラバ  $\sqrt{b^2} = -b$  デアアル。

## 97. 冪根

或數ノ第  $n$  冪ガ  $a$  ニ等シイトキハ、此數ヲ  $a$  ノ第  $n$  冪根(又ハ  $n$  乗根)トイフ。

[例 1]  $25$  ノ第二冪根(平方根)ハ  $+5$  及  $-5$

[例 2]  $2^3 = 8$  故ニ  $2$  ハ  $8$  ノ第三冪根デアアル。

第三冪根ノコトヲ特ニ立方根トモイフ。

[例 3]  $(-2)^3 = -8$  故ニ  $-2$  ハ  $-8$  ノ立方根。

カヤウニ、正數又ハ負數ノ立方根ハ唯一ツア

ル。

[例 4]  $2^5 = 32$  故ニ  $2$  ハ  $32$  ノ第五冪根デアアル。

サテ平方根デワカル通り、一ツノ數ノ第  $n$  冪根ハ唯一通りトハ限ラナイガ、正ノ數ノ算術的冪根(即チ其數ノ冪根ノ中ノ正ナル數)ハ唯一通りダケデアアル。

スベテ正ノ數  $a$  ノ算術的の第  $n$  冪根ヲ  $\sqrt[n]{a}$  デ表ス。例へバ

$$\sqrt[3]{8} = 2, \quad \sqrt[4]{81} = 3 \text{ 等}$$

根號  $\sqrt{\quad}$  ノ開キノ間ニ書イタ數(即チ  $\sqrt[n]{\quad}$  ノ  $n$ )ヲ其根指數トイフ。

平方根ノ場合ニハ前節ニ述ベタ通り例へバ  $\sqrt{9} = 3$  ト書ク、即チ根指數  $2$  ヲ略シテ書カナイノデアアル。

$0$  ノ第  $n$  冪根(記號  $\sqrt[n]{0}$ )ハ  $0$  デアアル。

### 例 題

因數分解ニヨツテ次ノ各冪根ヲ求メヨ。

1.  $\sqrt{64}$       2.  $\sqrt[3]{64}$       3.  $\sqrt{144}$

4.  $\sqrt{324}$       5.  $\sqrt[3]{512}$       6.  $\sqrt[4]{256}$

7.  $\sqrt[5]{243}$       8.  $\sqrt[7]{1}$

## 98. 100 未滿ノ整數ノ開平方

例へば  $\sqrt{49}$ ヲ求メルニハ、二ツノ因數ガ相等シイ場合ノ掛算ノ九九(即チ所謂平方九九)ニヨツテ直ニ  $\sqrt{49}=7$ デアルコトガワカル。

また例へば 52ノ平方根即チ  $\sqrt{52}$ デ表サレル數ハ何カトイフニ、 $7^2=49$ ハ 52ヨリ小サイシ、 $8^2=64$ ハ 52ヨリ大キイ。因テ其平方ガ丁度 52ニ等シイ整數ハナイ。また其平方ガ丁度 52ニ等シイ分數モナイ。 $\sqrt{52}$ ハ後ニ述ベル新ラシイ數(整數分數デナイ數)デアル。

49ノヤウニ整數分數ノ中デ其平方根ガ求メラレルトキハ其數ハ平方ニ開キ切レルトイヒ、52ノヤウニ整數分數ノ中デ其平方根ガ求メラレナイトキハ其數ハ平方ニ開キ切レナイトイフ。

或數ガ平方ニ開キ切レナイトキハ其平方根ヲ幾桁カ求メ、ソレノ平方ヲ原數カラ引イタ殘リヲ其時ノ開平ノ殘リトイフ。

或數ガ平方ニ開キ切レルトキハ、コレヲ完全平方數トイフ。

## 例 題

次ノ各數ノ平方根ノ整數部トソノトキノ殘リトヲ言へ。

13, 19, 41, 56, 73, 88

## 99. 數ノ平方根ノ位ノ定メ方

(第一) 1及10ノ冪ノ平方ハ次ノ通りデアル。

數	1	10	100	1000	.....
平方	1	100	10000	1000000	.....

而シテ數ノ大小ト其平方ノ大小トハ相伴フカラ、1ト100トノ間ニアル數即チ整數部ガ一桁又ハ二桁ノ數ノ平方根ハ1ト10トノ間ノ數デ、從テ其整數部ハ一桁ノ數デアル。また100ト10000トノ間ニアル數即チ整數部ガ三桁又ハ四桁ノ數ノ平方根ハ10ト100トノ間ノ數デ、從テ其整數部ハ二桁ノ數デアル。

一般ニ、1ヨリ大キイ或數ノ一ノ位カラ始メテ、コレヲ左方ヘ數字ニツヅツノ群ニ區切レバ(但シ左端ノ群ノ數字ハ一ツノコトモアル)其群ノ數ガ此數ノ平方根

ノ 整 數 部 ノ 桁 數 ニ 等 シ イ.

(第二) 1, 0.1, 0.01, …… ノ 平 方 ハ 次 ノ 通 リ デ  
ア ル.

數 1 0.1 0.01 0.001 ……

平 方 1 0.01 0.0001 0.000001 ……

故 ニ 1 ト 0.01 ト ノ 間 ニ ア ル 數 卽 チ 小 數 點 下  
一 桁 目 若 ク ハ 二 桁 目 ニ 初 メ テ 有 效 數 字 ガ ア ル  
數 ノ 平 方 根 ハ, 小 數 第 一 位 ニ 初 メ テ 有 效 數 字 ガ  
ア ル 數 デ ア ル. マ タ 0.01 ト 0.0001 ト ノ 間 ニ ア  
ル 數 卽 チ 小 數 點 下 三 桁 目 若 ク ハ 四 桁 目 ニ 初  
メ テ 有 效 數 字 ガ ア ル 數 ノ 平 方 根 ハ, 小 數 第 二 位  
ニ 初 メ テ 有 效 數 字 ガ ア ル.

一 般 ニ, 小 數 ヲ 其 小 數 點 カ ラ 右 ノ 方 ニ  
數 字 ニ ツ ツ ツ ノ 群 ニ 區 切 レ バ (但 シ 右 端  
ノ 群 ノ 數 字 ハ 一 ツ ノ コ ト モ ア ル), 初 メ テ 有  
效 數 字 ガ ア ル 群 ノ 番 號 ハ 此 數 ノ 平 方 根  
ノ 最 初 ノ 有 效 數 字 ガ 小 數 點 下 幾 桁 目 ニ  
ア ル カ ヲ 示 ス 數 デ ア ル.

## 100. 整 數 ノ 開 平 法

[例 1] 1849 ヲ 平 方 ニ 開 ケ.

演 算	18 49	43	驗	43
	16	83		×43
	249	3		129
	249			172
	0			1849

説 明 先 ツ 與 ヘ ラ レ タ 數 ヲ 書 イ テ 其 右 ニ 縦  
線 ヲ 引 キ, 其 右 ヲ 平 方 根 ヲ 書 ク 場 所 ト ス ル. 平  
方 根 ヲ 書 ク ベ キ 場 所 ノ 下 ニ 横 線 ヲ 引 ク.

サ テ 與 ヘ ラ レ タ 數 ヲ, ソ ノ 一 ノ 位 カ ラ 始 メ テ  
二 桁 ツ ツ ニ 區 切 レ バ 二 群 ト ナ ル. 因 テ 求 メ ル  
平 方 根 ノ 首 位 ハ 十 ノ 位 デ ア ル コ ト ガ ワ カ ル.

先 ツ 其 左 端 ノ 群 18 ヲ 平 方 ニ 開 イ テ 4 ヲ 得 ル,  
コ ノ 4 ガ 求 メ ル 答 ノ 十 ノ 位 ノ 數 字 デ ア ル.

次 ニ 求 メ ル 平 方 根 ノ 一 ノ 位 以 下 ノ 數 ヲ  $x$  ト  
ス レ バ,  $(40+x)^2$  卽 チ

$$40^2 + 2 \times 40 \times x + x^2$$

ガ 1849 ニ 當 ル. 故 ニ コ レ カ ラ 40<sup>2</sup> ヲ 引 イ タ 殘  
リ 249 ハ

$$2 \times 40 \times x + x^2$$

ニ當ル。故ニコレヲ  $2 \times 40$  デ割ツタ整商 3 ハ  
 $x$  ヨリ小サクハナイ。ソコデ、先ヅ  $x$  ヲ 3 トシ  
 テ試ミルト

$$2 \times 40 \times x + x^2 \quad \text{即チ} \quad (80 + x)x$$

ハ  $83 \times 3$  デアツテ丁度 249 ニナル。因テ 3 ガ  
 一ノ位ノ數デアツテ開キ切レル。

實際ハ前頁ノ演算ニ示シタ通り、初メ 18 ヲ開  
 イタトキノ残り 2 ノ右ニ原數ノ次ノ群ヲ下シ  
 テ 249 トシ、次ニ根ノ十ノ位ノ數字 4 ノ 2 倍即  
 チ 8 ヲ縦線ノ右、横線ノ下ニ書キ、コノ 8 デ試ミ  
 ニ 249 ノ右端ノ 9 ヲ省イタ數 24 ヲ割レバ商 3  
 ヲ得ル。コノ 3 ヲ今ノ除數 8 ノ右ニ書キ添ヘ  
 テ 83 トシ(即チ  $80 + x$ )、ソノ 3 ノ下ニ更ニ同ジ 3  
 ヲ書キ、其積 249 ヲ被除數ノ下ニ書イテ引ケ。

[例 2] 729 ヲ平方ニ開ケ。

演算

$$\begin{array}{r|l} 729 & 27 \\ 4 & 48 \quad 47 \\ \hline 329 & 8 \quad 7 \\ 329 & \\ \hline & 0 \end{array}$$

説明 平方根ノ首位ノ數字 2 ヲ求メタ後、ソ

ノ 2 倍即チ 4 デ 329 ヲ割ツタ商 8 ヲ試ミルト、  
 $48 \times 8$  ハ 329 カラ引ケナイ、ソコデーツ小サイ數  
 7 ヲ取ツテ前ト同様ニ計算シ、答 27 ヲ得タノデ  
 アル。

[例 3] 61504 ヲ平方ニ開ケ。

演算

$$\begin{array}{r|l} 61504 & 248 \\ 4 & 44 \\ \hline 215 & 4 \\ 176 & 488 \\ \hline 3904 & 8 \\ 3904 & \\ \hline & 0 \end{array}$$

説明 前ノ二例ト同様ニシテ平方根ノ初メ  
 ノ二桁ノ數字 24 ヲ求メタ残り 39 ノ右ニ、次ノ群  
 ノ數ヲ下シテ 3904 トスル。コレハ原數カラ  
 240 ノ平方ヲ引イタ残りデアアル、故ニ例 1 デ述  
 ベタノト同理ニヨツテ 3904 ヲ  $2 \times 240$  デ割ツタ  
 商即チ 3904 ヲ  $2 \times 24$  (即チ  $44 + 4 = 48$ ) デ割ツタ商  
 8 ガ根ノ第三位ノ數字デアアルカドウカラ試ス。  
 乃チ商 8 ヲ 48 ノ右ニ書キ添ヘテ 488 トシ、其下  
 ニ更ニ同ジ數 8 ヲ書イテ其積ヲ被除數カラ引  
 イタノデアアル。

[例 4] 33744702 ヲ平方ニ開ケ.

演算	33 74 47 02	5809	驗	5809
	25	108		5809
	874	8		52281 (×)
	864	11609		46472
	104702	9		29045
	104481			33744481
	221			221 (+)
				33744702

説明 平方根ノ十ノ位ノ數字ハ既ニ得タ數  
58ノ2倍即チ116デ1047ヲ割ツタ商0デア  
ル。因テ0ヲ58ノ右ニ書ク。

次ニ殘リ1047ノ右ニ次ノ群ヲ下シテ104702  
トシ既ニ得タ數58ノ2倍即チ1160(即チ116  
ノ右ニ0ヲ書キ添ヘタ數)ヲ作り、前諸例ノヤウ  
ニ計算スレバ平方根ノ整數部5809ヲ得タトキ  
ニ、ナホ殘リ221ガアツテ開キ切レナイ。

例 題

次ノ各數ヲ平方ニ開ケ.

- |            |            |                |
|------------|------------|----------------|
| 1. 169     | 2. 289     | 3. 900         |
| 4. 961     | 5. 3249    | 6. 4761        |
| 7. 6389    | 8. 46225   | 9. 331776      |
| 10. 877969 | 11. 257049 | 12. 1225560064 |

### 101. 小數帶小數ノ開平法

[例 1] 617.5225 ヲ平方ニ開ケ.

演算	6 17.52 25	24,85
	4	44
	217	4
	176	488
	41.52	8
	39.04	4965
	2.48.25	5
	2.48.25	0

説明 小數點ノ右ト左トニ數字ニツツツニ  
區切リヲ付ケル。ソコデ其整數部617ヲ平方  
ニ開イテ24ヲ得タトキ、其右ニ小數點ヲ打チ、其  
時ノ殘リノ右ニ次ノ群ノ52ヲ下シ、整數ノトキ  
ト同様ノ手續ヲシテ答24.85ヲ得ル。

[例 2] 0.007744 ヲ平方ニ開ケ.

演算	0.00 77 44	0.088
	64	168
	1344	8
	1344	0

説明 小數點下第一ノ群ハ00デア  
ルカラ、求メル答ノ小數第一位ノ數字ハ0  
デア  
ル。故ニ



平方根ヲ書クベキ場所ニ 0.0 ト書キ,ソノ次位  
以下ハ例 1 ト同様ニシテ求メタノデアル.

[例 3] 23.7 ヲ平方ニ開ケ. (小數第二位マデ)

演算

$$\begin{array}{r|l} 23.7000 & 4.86 \\ 16 & 88 \\ \hline 770 & 8 \\ 704 & 966 \\ \hline 6600 & 6 \\ 5796 & \\ \hline 804 & \end{array}$$

注意 本例デハ,與ヘラレタ數 23.7 ノ右端ニ,  
ソノ小數點下ノ數字ヲニツヅツニ區切ルトキ  
丁度ニツノ群ニナルヤウニ,豫メ 0 ヲ三ツ書キ  
添ヘテオイタケレドモ,實際ニハ 0 ヲ豫メ附ケ  
ルニハ及バナイ,次ノ例ノヤウニ殘リノ右ニ其  
度毎ニ 0 ヲニツヅツ書キ添ヘレバイ.

[例 4] 13 ヲ平方ニ開ケ. (小數第四位マデ)

演算

$$\begin{array}{r|l} 13 & 3.6055 \\ 9 & 66 \quad 7205 \\ \hline 400 & 6 \quad 5 \\ 396 & 72105 \\ \hline 40000 & 5 \\ 36025 & \\ \hline 397500 & \\ 360525 & \\ \hline 36975 & \end{array}$$

例 題

次ノ各數ヲ平方ニ開ケ.

1. 12.7449    2. 0.062001    3. 0.00762129

4. 0.379 (小數第三位マデ)

5. 2.483 (小數第四位マデ)

次ノ各式ノ値ヲ四捨五入シテ小數第三位マ  
デ求メヨ.

6.  $\sqrt{8}$     7.  $\sqrt{80}$     8.  $\sqrt{0.9}$

### 102. 分數ノ開平法

兩項ガ正ナル分數ノ平方根ハ其分母  
ノ平方根ヲ分母トシ,其分子ノ平方根ヲ  
分子トスル分數ニ等シイ.

[例 1]  $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4} \quad \because \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

[例 2]  $\frac{3072}{16875}$  ヲ平方ニ開ケ.

演算  $\frac{3072}{16875} = \frac{1024}{5625}$

$$\sqrt{\frac{1024}{5625}} = \frac{\sqrt{1024}}{\sqrt{5625}} = \frac{32}{75}$$

説明 先ヅ與ヘラレタ分數ヲ既約分數ニ直

シ、ソレカラ兩項ヲ別々ニ開イタノデアル。

[例 3]  $69\frac{4}{9}$  ヲ平方ニ開ケ。

演算  $69\frac{4}{9} = \frac{625}{9}$

$$\sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{9}} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$$

帯分數ハ本例ノヤウニ假分數ニ直シテ開ケ。

[例 4]  $1\frac{5}{9}$  ヲ平方ニ開ケ。(小數第三位マデ)

演算  $1\frac{5}{9} = 1.555555\dots\dots$

$$\sqrt{1.555555} = 1.247\dots\dots$$

或ハ  $\sqrt{1\frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{14}{9}} = \frac{\sqrt{14}}{3} = \frac{3.741\dots}{3} = 1.247\dots\dots$

[例 5]  $\sqrt{\frac{3}{7}}$  ヲ小數第二位マデ求メヨ。

演算  $\frac{3}{7} = 0.4285\dots\dots$

$$\sqrt{0.4285} = 0.65\dots\dots$$

或ハ  $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 7}{7 \times 7}$

$\therefore \sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{3 \times 7}{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{4.58\dots}{7} = 0.65\dots\dots$

## 例 題

次ノ各分數ヲ平方ニ開ケ。

1.  $\frac{144}{289}$

2.  $\frac{1089}{961}$

3.  $77\frac{11}{25}$

4.  $\sqrt{\frac{3}{8}}$  (小數第三位マデ)

5.  $\sqrt{8\frac{12}{17}}$  (小數第二位マデ)

6.  $\sqrt{\frac{100}{736}}$  (小數第二位マデ)

## 103. 多項式ノ開平法

多項式ノ開平法ノ計算ノ理由ハ數ノ場合ト  
殆ド同様デアル。

[例]  $4x^4 - 12x^3 + 29x^2 - 30x + 25$  ヲ平方ニ開ケ。

演算

$4x^4 - 12x^3 + 29x^2 - 30x + 25$	$2x^2 - 3x + 5^*$
$4x^4$	$4x^2 - 3x$
$-12x^3 + 29x^2$	$-3x$
$-12x^3 + 9x^2$	$4x^2 - 6x + 5$
$20x^2 - 30x + 25$	$5$
$20x^2 - 30x + 25$	$0$

注意 與ヘラレタ式ヲ先ヅーツノ文字ニツ

\*  $4x^4 - 12x^3 + 29x^2 - 30x + 25$  ノ平方根ハ  $2x^2 - 3x + 5$  及此式ノ符號ヲ變ヘタモノ  $-2x^2 + 3x - 5$  ノ二ツデアル。

イテ幕ノ順ニ並ベルコトガ必要デアアル。

例題

次ノ各式ヲ平方ニ開ケ。

1.  $x^2 - 4x + 4$       2.  $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4$

3.  $4x^4 - 20ax^3 + 27a^2x^2 - 5a^3x + \frac{1}{4}a^4$

### 104. 無理數及有理數

完全平方デナイ數例ヘバ 13 ヲ平方ニ開ケバ

3.6055.....

トナツテ際限ガナイ (第24頁例4)。コレヲ小數第一位, 小數第二位, 小數第三位, .....ニ止メタモノト, ソレ等ノ最後ノ位ノ數字ニ1ヲ加ヘタモノト, 即チ

(a) 3.6, 3.60, 3.605, 3.6055, .....

(b) 3.7, 3.61, 3.606, 3.6056, .....

ナル二組ノ數ヲ取ツテ考ヘルニ, 第一ノ組(a)ノ各數ノ平方ハ13ヨリ小サク, 第二ノ組(b)ノ各數ノ平方ハ13ヨリ大キイ。サテ(a)組ノ各數ハ(b)組ノ各數ヨリ小サクテ, 且ツ(a)組ノ各數ヲソノ真下ニアル(b)組ノ數カラ引イタ差ハ開平法ヲ

$$x \times x = x^2 \quad x + x = 2x$$

續ケレバ續ケルホド小サクナリ, 此二組ノ數ハ限リナク相近ヅク。

$\sqrt{13}$ ハ此二組ノ數ノ間ニ夾マツテキル數デアツテ, 整數又ハ分數デハ嚴正ニ表スコトハ出來ナイケレドモ, ドレホドデモ精密ニソレニ近イ分數又ハ小數ヲ求メルコトハ出來ルモノデアアル。

カヤウニ, 整數デモナク分數デモナクテ, ドレホドデモソレニ近イ分數又ハ小數ヲ求メラレル數ヲ無理數トイフ。

無理數ト區別スルタメニ整數及分數(小數ヲ含ム)ヲ有理數トイフ。

無理數ヲ夾ム有理數ハ悉ク此無理數ノ近似値デアアル。其中ノ小サイ方ヲ不足ナル近似値, 大キイ方ヲ過剰ナル近似値トイフ。

注意 無理數ニ或計算ヲ施シタ結果トハ其不足及過剰ノ近似値デアアル有理數ニ同ジ演算ヲ施シタ結果ノ間ニ挟マル數ノコトデアアル。而シテ用ヒタ近似値ガ愈精密ナラバ其結果モ

一夜一夜は人民項  
141421356

人並にオコトヤ  
1.7320508

マタ愈精密ニナル。

例へバ  $\sqrt{2}=1.41421\dots$ ,  $\sqrt{3}=1.73205\dots$

ソコデ  $\sqrt{2}+\sqrt{3}=3.1462\dots$

$\sqrt{3}-\sqrt{2}=0.3178\dots$

105.  $y=x^2$  ノぐらふ

コノ方程式ノ  $x$  ニ種々ノ値ヲ與ヘテコレニ  
對應スル  $y$  ノ値ヲ求メレバ次ノ結果ヲ得ル。

$x$	0	* $\pm 0.5$	$\pm 1$	$\pm 1.5$	$\pm 2$	$\pm 2.5$	$\pm 3$	.....
$y$	0	0.25	1	2.25	4	6.25	9	.....

此表デモワカル通り、 $x$  ノ絶對値が大キクナルニ從テ  $y$  ノ値ハ大キクナリ、 $x$  ノ絶對値ガ限リナク大キクナレバ、 $y$  ノ値モマタ限リナク大キクナル、從テ所要ノぐらふハ限リナク遠イ處マデ擴ガルコトガワカル。

ソコデ此方程式ノぐらふヲ畫ケバ、次ノ圖ノヤウニ、原點ヲ通り且ツ  $y$  軸ニ關シテ左右對稱ナ曲線ヲ得ル。

\*  $\pm 0.5$  ハ  $+0.5$  ト  $-0.5$  トヲ纏メテ表シタ記號デアアル。

此曲線ハ拋物線トイフ曲線デアアル。

[例] 右ノぐらふヲ用ヒテ與ヘラレタ正ノ數ノ平方根ヲ求メヨ。

解 正ノ數  $y$  ノ算術的平方根ヲ  $x$  トスレバ

$$\sqrt{y}=x$$

$$\therefore y=x^2$$

ソコデ例へバ  $\sqrt{8}$  ヲ求メルニハ方程式

$$8=x^2$$

ニ適スル  $x$  ヲ求メレバ、ノダカラ、前ノ曲線上ニ於テ  $y=8$  デアル點  $P$  ノ  $x$  座標 ( $AP$  又ハ  $OP'$ ) ノ長サヲ讀メバ、即チ

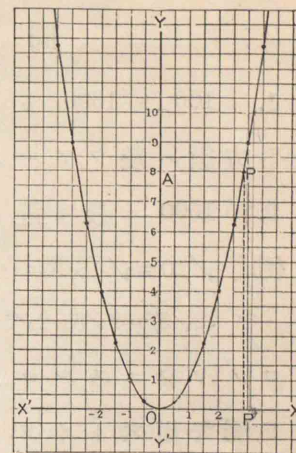
$$\sqrt{8} = \text{約} 2.8$$

例題

上ノ圖ヲ用ヒテ次ノ各數ノ近似値ヲ求メヨ。

①  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{3.5}, \sqrt{10} = 3.2$   
1.4 1.7

又ツ根ヲ...



## 問題

1. 100 と 1000 との間ニアル整数ノ中ニ、完全平方數ハ幾ツアルカ。

2. 1000 = 最モ近イ完全平方數(整数)ハ何カ。

例  $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$\therefore (2\sqrt{5})^2 = 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 4 \times (\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$

コノヤウニスルコトヲ  $\sqrt{20}$  ノ中ノ平方因數 4 ヲ開キ出ストイフ。

此例ニ倣ツテ次ノ各式中ノ平方因數ヲ開キ出セ。

3.  $\sqrt{27}$       4.  $\sqrt{50}$       5.  $\sqrt{405}$

[例]  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

コノヤウニスルコトヲ  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  ノ分母ヲ有理化スルトイフ。

此例ニ倣ツテ次ノ各式ノ分母ヲ有理化セヨ。

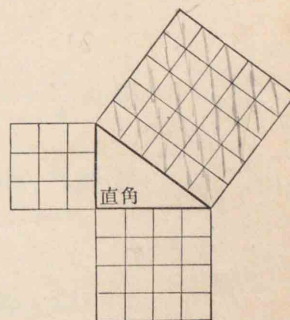
6.  $\frac{10}{\sqrt{5}}$       7.  $\frac{54}{\sqrt{72}}$       8.  $\sqrt{\frac{5}{7}}$

9. 一數ト其平方根トノ大小ヲクラベヨ。

10. 矩形ガアル、縦ノ長サハ横ノ長サノ  $\frac{3}{4}$  デアツテ其面積ハ  $432 \text{ cm}^2$  デアルトイフ、縦横各、幾ラカ。



11. 直角三角形ノ斜邊ノ長サノ平方ハ直角ヲ夾ム二邊ノ長サノ平方ノ和ニ等シイモノデアアル。今直角ヲ夾ム二邊ノ長サガ  $3 \text{ m}$  及  $4 \text{ m}$  ナラバ斜邊ノ長サハ幾ラカ。



12. 直角三角形ノ斜邊ノ長サガ  $13 \text{ m}$  デ他ノ一邊ノ長サガ  $5 \text{ m}$  ナラバ、残りノ一邊ノ長サハ幾ラカ。

13. 三角形ノ三邊ノ長サヲ  $a, b, c$  トシ周圍ノ半分即チ  $\frac{a+b+c}{2}$  ヲ  $s$  トスレバ、其面積  $S$  ハ次ノ公式デ與ヘラレル。

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

三邊ノ長サガ  $13 \text{ cm}, 14 \text{ cm}, 15 \text{ cm}$  ナル三角形

ノ面積ハ幾ラカ。

次ノ各式ヲ平方ニ開ケ。

14.  $4 - 12a + 5a^2 + 14a^3 - 11a^4 - 4a^5 + 4a^6$

15.  $x^6 - 4x^5 + 10x^4 - 20x^3 + 25x^2 - 24x + 16$

### 雜 題

1.  $x = a + \frac{1}{a}, y = b + \frac{1}{b}, z = ab + \frac{1}{ab}$  トシテ

$x^2 + y^2 + z^2 - xyz$  ヲ簡單ニセヨ。

2. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$5.7x - \frac{7}{3}(7.8 - 9.3x) = 5.38 - \frac{19}{4}(0.28 + 3.6x)$$

[例]  $\frac{x}{2} + 7 = \frac{5x}{6} - \frac{1}{3}(x - 21)$  ヲ解ケ。

解 分母ヲ拂ヘバ

$$3x + 42 = 5x - 2(x - 21)$$

$$\therefore 3x + 42 = 5x - 2x + 42$$

移項スレバ

$$0 \cdot x = 0$$

即チ

$$0 = 0$$

ナル恒等式ヲ得ル。故ニ  $x$  ニドンナ値ヲ代入シテモ恒ニ原方程式ニ適合スル、從ツテ原方程式ハ實ハ恒等式デアル。

實際原方程式ノ右邊ノ括弧ヲハヅシテ同類項ヲ纏メレバ  $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)x + 7$  即チ  $\frac{x}{2} + 7$  トナツテ

全ク左邊ト同ジ式ニナル.

カヤウナ方程式ハ不定デアルトイフ.

[例]  $\frac{x}{6} + 8 = \frac{5x}{6} - \frac{2}{3}(x-3)$  ヲ解ケ.

解 分母ヲ拂ヘバ

$$x + 48 = 5x - 4(x-3)$$

$$\therefore x + 48 = 5x - 4x + 12$$

移項スレバ

$$0 \cdot x = -36$$

即チ  $0 = -36$

トナル, コレ明カニ不合理デアル 故ニ  $x$  ニド  
ンナ値ヲ代入シテモ決シテ原方程式ニ適合シ  
ナイ.

實際原方程式ノ右邊ノ括弧ヲハヅシテ同類  
項ヲ纏メレバ  $\frac{x}{6} + 2$  トナツテ左邊ヨリイツモ  
6 ダケ小サイ, 因テ  $x$  ノ値ニ拘ラズコノ等式ハ  
決シテ成リ立たナイコト明カデアル.

カヤウナ方程式ハ不可能デアルトイフ.

次ノ各方程式ノ不定ト不可能トヲ區別セヨ.

3.  $3(x+2) = 2(5x+3) - 7x$

4.  $5(x-3) - 2(x-1) = 7(x-4) - 4x$

5.  $\frac{(x+1)}{3} - \frac{(x-1)}{4} + 2 = x - \frac{(11x-31)}{12}$

6.  $\frac{1}{3}(2x+13) - 3\left(\frac{x}{12} + 2\right) = \frac{5x}{12} - \frac{4}{3}$

[例] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

(1)  $3x - 4y = 12$

(2)  $(x+8)(y-6) = xy$

解 (2)ノ左邊ヲ展開スレバ

$$xy - 6x + 8y - 48 = xy$$

$$-6x + 8y = 48$$

此式ノ兩邊ヲ  $-2$  デ割レバ

(2')  $3x - 4y = -24$

サテ (1) ト (2') トハツノ左邊ガ等シクテ右邊ガ  
等シクナイ. ダカラ此等ノ方程式ハ同時ニ成  
リ立ツコトガ出来ナイ.

カヤウナ一組ノ聯立方程式ハ不可能デアル  
トイフ.

注意 (1) ト (2') トヲ邊々相引ケバ

$$0 = 36$$

トナル, コレニヨツテモ不可能デアルコトガワカル.

[例] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$(1) \quad x+y-z=9$$

$$(2) \quad 2x-y+7z=27$$

$$(3) \quad x+2z=12$$

解 (1)ト(2)トヲ邊々相加ヘレバ

$$3x+6z=36$$

此式ノ兩邊ヲ3デ割レバ

$$(4) \quad x+2z=12$$

トナリ,(3)ト全ク同ジ方程式ニナル.

故ニ與ヘラレタ聯立方程式ハ見掛ハ三ツノ方程式デアルガ,實ハ(1)ト(2)ノ二ツノ方程式ノ組ト同一デアル. 故ニ $x$ ニ任意ノ値ヲ與ヘレバ,(1)ト(2)トニヨツテ其度毎ニ $y$ 及 $z$ ノ値が得ラレル,而シテ其値ハ皆(3)ニ適合スル. コノヤウニシテ $x, y, z$ ノ値ハ幾通りモ限リナク求メラレル.

カヤウナ一組ノ聯立方程式ハ不定デアルトイフ.

注意 方程式ノ數ガ未知數ヲ表ス文字ノ種類ノ數ヨリ少ナイ聯立方程式ハ大抵ハ不定デアル.

次ノ各聯立方程式ノ不定ト不可能トヲ區別セヨ.

$$7. \quad 2x-10=y+z \quad 8. \quad 3x-2y+2z=-1$$

$$y-z=4$$

$$2x-y+z=0$$

$$x-y=3$$

$$x-y+z=0$$

9. 矩形ノ地面ガアツテ,若シ縦ヲ $2m$ . 増シ横ヲ $6m$  減ラセバ,面積ハ元ヨリモ $15m^2$  減リ,マタ若シ縦ヲ $1m$  減ラシ横ヲ $3m$  増セバ,面積ハ元ヨリモ $7m^2$  増ストスレバ,此矩形ノ縦横各,何程カ.

[例]  $x^2+6x$  ナル式ニドンナ數( $x$ ヲ含マナイ數)ヲ加ヘレバ,コレガ完全平方式(即チ $x$ ヲ含ム或式ノ平方)トナルカ.

解  $x$ ノ係數ノ半分ノ平方ヲ加ヘレバイ、

$$\text{即チ} \quad x^2+6x+9=(x+3)^2$$

一般ニ, $x^2+ax$  ナル式ニ $x$ ノ係數ノ半分ノ平方 $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ ヲ加ヘレバ

$$x^2+ax+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2$$

即チ完全平方式トナル.



此例 = 倣ツテ次ノ各式ヲ完全平方式ニスル  
タメニ加ヘルベキ數(xヲ含マナイ數)ヲ求メヨ。

10.  $x^2+7x$       11.  $x^2-\frac{3}{2}x$       12.  $x^2+\frac{b}{a}x$

13. 例へバ  $32 \times 38$  ノヤウニ、十ノ位ノ數字ガ  
同ジク、一ノ位ノ數字ノ和ガ丁度10ニ等シイ二  
數ノ積ヲ求メルニハ、十ノ位ノ數字3トツレニ  
1ヲ加ヘタ數4トノ積12ノ右ニ、一ノ位ノ數ノ  
積16ヲ書キ添ヘテ1216トスレバイヽ。此簡便  
法ノ理由ヲ説明セヨ。

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## 第十一篇

### 二次方程式

#### 106. 一元二次方程式

一元二次方程式ハソノスベテノ項ヲ一邊ニ  
集メテ同類項ヲ約スレバ次ノ形ニナル。

$$ax^2+bx+c=0 \quad [\text{但シ } a \neq 0^*]$$

$ax^2$  ヲ此方程式ノ二次ノ項、 $bx$  ヲ一次ノ項、 $c$   
ヲ常數項トイフ。

#### 107. 一次ノ項ガナイ一元二次方 程式ノ解キ方

[例1]  $x^2=25$  ヲ解ケ。

解  $x^2=25$

$$\therefore x = \pm \sqrt{25} = \pm 5$$

説明 求メル根ハ其平方ガ25トナル數即チ  
25ノ平方根デアアル。

サテ25ノ平方根ハ5ト-5ノ二ツデ、此外ニ

\* 半ハ「等シクナイ」トイフ語ノ符號デアアル。

ハナイ。

コノ二ツノ根ヲ同時ニ表スタメ通常

$$x = \pm 5 \quad \text{又ハ} \quad x = \pm \sqrt{25}$$

ト書ク。符號士ヲ複符號トイフ。

別解 原方程式ノ右邊ニアル25ヲ左邊ニ移  
セバ

$$x^2 - 25 = 0$$

ソコデコノ左邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$(1) \quad (x-5)(x+5) = 0$$

サテ(1)ガ成リ立ツタメニハソノ左邊ノ因數  
ノ中、ドレカーツガ0ナラバ、マタドレカー  
ツガ0デナケレバナラス。

$$\therefore x-5=0 \quad \text{或ハ} \quad x+5=0$$

$$\therefore x=5 \quad \text{或ハ} \quad x=-5$$

即チ上ノ解ト同ジ結果ヲ得ル。

[例2]  $9x^2 - 4 = 0$  ヲ解ケ。

解  $-4$  ヲ右邊ニ移シ、且ツ9デ兩邊ヲ割レ

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$$

[例3]  $x^2 = 32$  ヲ解ケ。

$$\text{解} \quad x = \pm \sqrt{32} = \pm \sqrt{16 \times 2} \\ = \pm 4\sqrt{2}$$

注意 上ノ $\sqrt{2}$ ノヤウナ開キ切レナイ式ハ必要ノ  
ナイ限リソノマ、ニシテ(開平セズニ)オクコトニスル。

[例4]  $5x^2 - 7 = 0$  ヲ解ケ。

$$\text{解} \quad 5x^2 = 7 \quad \therefore x^2 = \frac{7}{5}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{7}{5}} = \pm \frac{\sqrt{35}}{5}$$

[例5]  $(x+2)^2 = 9$  ヲ解ケ。

$$\text{解} \quad x+2 = \pm 3 \quad \therefore x = -2 \pm 3 \\ \therefore x = 1 \quad \text{或ハ} \quad x = -5$$

[例6]  $(2x-3)^2 = 5$  ヲ解ケ。

解 前例ト同様ニ

$$2x-3 = \pm \sqrt{5} \quad \therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

委シク言ヘバ

$$x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{或ハ} \quad x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

## 例 題

次ノ各方程式ヲ解ケ.

1.  $x^2=64$

2.  $x^2-25=144$

3.  $567-7x^2=0$

4.  $5x^2-7=2x^2+29$

5.  $(x+2)(x-2)=21$

6.  $(8+x)(9-x)+(8-x)(9+x)+56=0$

7.  $\frac{x^2}{5}-\frac{x^2-10}{15}=7-\frac{50+x^2}{25}$

8.  $(3x-1)^2=25$

9.  $(2x-3)^2=10$

### 108. 一般ナル一元二次方程式ノ 解キ方

[例 1]  $4x^2+11x-3=0$  ヲ解ケ.

解 二次ノ項ノ係數 4 デ兩邊ヲ割レバ

$$x^2+\frac{11}{4}x-\frac{3}{4}=0$$

常數項  $-\frac{3}{4}$  ヲ右邊ニ移セバ

$$x^2+\frac{11}{4}x=\frac{3}{4}$$

ソコデ此方程式ノ左邊ヲ完全ナ平方式ニスル  
タメニ其兩邊ニ  $x$  ノ係數ノ半分ノ平方即チ

$$\left(\frac{11}{4}+2\right)^2=\left(\frac{11}{8}\right)^2 \text{ ヲ加ヘレバ}$$

$$\begin{aligned} x^2+\frac{11}{4}x+\left(\frac{11}{8}\right)^2 &= \frac{3}{4}+\left(\frac{11}{8}\right)^2 \\ &= \frac{3}{4}+\frac{121}{64}=\frac{169}{64} \end{aligned}$$

$$\text{即チ} \quad \left(x+\frac{11}{8}\right)^2=\frac{169}{64}$$

$$\therefore x+\frac{11}{8}=\pm\frac{13}{8} \quad \therefore x=-\frac{11}{8}\pm\frac{13}{8}$$

$$\therefore x=\frac{1}{4} \text{ 或ハ } x=-3$$

[例 2] 一般ナル一元二次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \quad [a \neq 0]$$

ヲ解ケ.

解  $a$  デ兩邊ヲ割レバ

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

常數項  $\frac{c}{a}$  ヲ右邊ニ移セバ

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

ソコデ此方程式ノ左邊ヲ完全平方式ニスル  
タメニ、 $x$  ノ係數ノ半分ノ平方  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$  ヲ兩邊ニ  
加ヘレバ

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

即チ 
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\therefore x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

故ニ  $a$  ガ正數デモ負數デモ

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

故ニ

$$(I) \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

コレガ一元二次方程式ノ根ノ公式デアル。

注意 若シ  $b$  ガ  $2b'$  ニ等シケレバ、即チ原方程式ガ

$$ax^2 + 2b'x + c = 0$$

ノ形ナラバ、其根ハ (I) ニ於テ  $b = 2b'$  トオイタモ

ノ、即チ

$$x = \frac{-2b' \pm \sqrt{4b'^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b' \pm 2\sqrt{b'^2 - ac}}{2a}$$

故ニ

$$(II) \quad x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

[例 3]  $3x^2 + 5x + 2 = 0$  ヲ解ケ。

解 上ノ公式 (I) ニ於テ  $a = 3, b = 5, c = 2$  トオケバ

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 2}}{6} = \frac{-5 \pm 1}{6}$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \quad \text{或ハ} \quad x = -1$$

[例 4]  $5x^2 - 15x = -11$  ヲ解ケ。

解  $-11$  ヲ左邊ニ移セバ

$$5x^2 - 15x + 11 = 0$$

ソコデ上ノ公式 (I) ニ於テ  $a = 5, b = -15, c = 11$  トオケバ

$$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \times 5 \times 11}}{10} = \frac{15 \pm \sqrt{5}}{10}$$

[例 5]  $3x^2 + 10x - 8 = 0$  ヲ解ケ。

解 上ノ公式 (II) ニ於テ  $a = 3, b' = \frac{10}{2} = 5,$

$c = -8$  トオケバ

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 3 \times (-8)}}{3} = \frac{-5 \pm 7}{3}$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \quad \text{或ハ} \quad x = -4$$

[例 6]  $3x^2 - 17x = 0$  ヲ解ケ。

解 公式(I)ニ於テ  $a=3, b=-17, c=0$  トオケバ

$$x = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \times 3 \times 0}}{6} = \frac{17 \pm 17}{6}$$

$$\therefore x = \frac{17}{3} \text{ 或ハ } x=0$$

別解 本例ノヤウニ常數項ガナイトキハ、其左邊ガ容易ニ因數ニ分解サレルカラ、公式ニヨラズニ次ノヤウニシテ直ニ解ケル。

$$x(3x-17)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 或ハ } 3x-17=0$$

$$\text{即チ } x=0 \text{ 或ハ } x=\frac{17}{3}$$

注意 一般ノ場合デモ若シ左邊ガ容易ニ因數ニ分解サレルナラバ公式ヲ用ヒズニ上ノヤウニシテ直ニ解クガヨイ。

例ヘバ例5  $3x^2+10x-8=0$  ノ左邊ヲ因數ニ分解シテ

$$(3x-2)(x+4)=0$$

トスルコトガ出來レバ、コレカラ

$$3x-2=0 \text{ 或ハ } x+4=0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 或ハ } x=-4$$

[例7]  $(2x+4)^2 - (3x-1)^2 = (4x-6)^2$  ヲ解ケ。

解 兩邊ヲ展開シテ

$$4x^2 + 16x + 16 - 9x^2 + 6x - 1 = 16x^2 - 48x + 36$$

$$\therefore -21x^2 + 70x - 21 = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{25-9}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3}$$

$$\text{即チ } x=3 \text{ 或ハ } x=\frac{1}{3}$$

[例8]  $\frac{2+x^2}{3} - \frac{x-x^2}{2} = 1-x+x^2$  ヲ解ケ。

解 分母ヲ拂ツテ

$$2(2+x^2) - 3(x-x^2) = 6(1-x+x^2)$$

$$\text{整頓シテ } x^2 - 3x + 2 = 0$$

左邊ヲ因數ニ分解シテ

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x=2 \text{ 或ハ } x=1$$

例題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$1. x^2 - 11x + 28 = 0 \quad 2. 7x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$3. 5x^2 - 17x + 14 = 0 \quad 4. 3x^2 - 5x - 7 = 0$$

5.  $9x^2 - 24x + 14 = 0$       6.  $5x^2 + 6x = 104$   
 7.  $5x^2 = 7x + 4$       8.  $7x^2 = 4x$   
 9.  $(x-1)^2 = 3(x^2-1)$       10.  $(2x-5)^2 - (x-6)^2 = 80$   
 11.  $(x-2)^2 + (x-5)^2 = (x+7)^2$   
 12.  $(2x+1)^2 + (3x+1)^2 = (2x+3)^2$   
 13.  $x^2 - \frac{x}{3} = 8$       14.  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} = 2(x+2)$   
 15.  $x^2 + 6.51 = 5.2x$       16.  $4x^2 - 5 = 2\sqrt{5}x$   
 17.  $5x(x-3) - 2(x^2-6) = (x+3)(x+4)$   
 18.  $(x-7)(x-4) + (2x-3)(2x-5) = 33$   
 19.  $(3x+1)^2 - 3(3x+1)(x+5) + 2(x+5)^2 = 0$   
 20.  $\frac{2}{5}(3x^2 - x - 5) - \frac{1}{3}(x^2 - 1) = 2(x-2)^2$   
 21.  $(x-1)(x-2) + (x-2)(x-3) + (x-3)(x-1) = 0$   
 22.  $8x^2 - 15x - 7 = 0$  ノ根ヲ四捨五入シテ小數

第二位マデ求メヨ。

### 109. 虚數

前節ニ述ベタ通リ方程式

$$(1) \quad ax^2 + bx + c = 0$$

ヲ解クタメニ變形シテ得タ方程式

$$(2) \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ノ左邊ハ或式ノ平方ダカラ、 $x$ ニドンナ値ヲ與ヘテモ負ノ數ニハナラナイ。トコロガ、若シ  $b^2 - 4ac < 0$  ナラバ(2)ノ右邊  $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$  ハ負ノ數トナルカラ、コレマデ取扱ツテキタ數ダケデハ方程式(2)ハ不可能從テ方程式(1)モ不可能デアル。

ソノ最モ簡單ナ場合ハ  $a=1, b=0, c=1$  ノトキデアツテ、此場合ニ方程式(1)ハ

$$x^2 + 1 = 0$$

即チ  $x^2 = -1$

トナツテ不可能デアル。

ソコデ、コノ不自由ヲ避ケルタメニ、次ノヤウナ新ラシイ數ヲ設ケル。先ヅ

二乗スレバ  $-1$  ニ等シクナル一數ヲ設ケ、コレヲ  $i$  デ表ス。即チ

$$i^2 = -1$$

而シテ今マデノ數ノ上ニ用ヒタ加減乗除ノ規則ハコレヲ  $i$  ニモ適用スルコトト規約スル。

即チ先ツ  $i \times 0 = 0 \times i = 0$

マタ  $i \times 1 = 1 \times i = i$

マタ  $\{i \times (-1)\}^2 = i^2 \times (-1)^2 = (-1) \times 1 = -1$

$i \times (-1)$  ヲ  $-i$  デ表ス. 因テ

$$\underline{(-i)^2 = -1}$$

故ニ  $i$  及  $-i$  ノ二數ハ何レモ其平方ガ  $-1$  ニ等シイ, 即チ何レモ  $-1$  ノ平方根デアアル.

此結果トシテ任意ノ負數ハ二ツノ平方根ヲ有スルコトニナル.

例ヘバ  $-3$  ノ平方根ハ  $\pm i\sqrt{3}$  (即チ  $i\sqrt{3}$  及  $-i\sqrt{3}$ ) デアル. 何トナレバ

$$(\pm i\sqrt{3})^2 = (\pm i)^2 (\sqrt{3})^2 = (-1) \times 3 = -3$$

ダカラデアアル.

$i\sqrt{3}$  又ハ  $-i\sqrt{3}$  即チ  $i(-\sqrt{3})$  ノヤウニ一般ニ,

$$ib \quad [\text{但シ } b \neq 0]$$

ナル式デ表サレル數ヲ虚數トイフ.

$i$  ハ  $b=1$  ナル特別ノ場合デアアル.

虚數ト區別スルタメニコレマデ取扱ツタ正數, 負數及零ヲ實數トイフ.

方程式ノ根デ實數ノモノヲ實根トイヒ, 虚數ヲ含ムモノヲ虚根トイフ.

$\sqrt{-3}$  ノヤウニ負數ニ平方根號ヲ冠セタモノハ, 此負數ノ二ツノ平方根ノ中ノ一ツデアアル  $i\sqrt{3}$  ヲ表スモノト規約スル.

一般ニ  $A$  ガ正數ナラバ,  $\sqrt{-A}$  ハ  $i\sqrt{A}$  ヲ表スモノトスル. 從テ  $\sqrt{-1}$  ハ  $i$  ヲ表ス.

上ニ述ベタ規約ニヨツテ, 前節ノ公式 (I), (II) ハ虚根ヲ得ル場合ニモ當嵌マル.

[例 1]  $x^2 - 6x + 25 = 0$  ヲ解ケ.

解 前節ノ公式 (II) ニヨツテ

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - 25} = 3 \pm \sqrt{-16} = 3 \pm 4i$$

驗  $x = 3 \pm 4i$  トスレバ

$$\text{原方程式ノ左邊} = (3 \pm 4i)^2 - 6(3 \pm 4i) + 25$$

$$= 9 \pm 24i - 16 - 18 \mp 24i + 25 = 0$$

[例 2]  $2x^2 - 3x + 5 = 0$  ヲ解ケ.

解 前節ノ公式 (I) ニ於テ  $a=2, b=-3, c=5$

トオケバ  $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 40}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{-31}}{4}$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times 5}}{4} = \frac{3 \pm i\sqrt{31}}{4}$$

注意 本書デハ特別ニ斷リノナイ場合ニハ  
既知數ヲ表ス文字ハスベテ實數ヲ表スコトト  
スル。

## 例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1.  $i^3$       2.  $(1+i)^2$       3.  $(1-i)^2$   
4.  $\frac{-3i}{\sqrt{3}}$       5.  $\frac{3i}{\sqrt{-3}}$       6.  $\frac{1}{i^3}$

次ノ各方程式ヲ解ケ。

7.  $x^2 + 4x + 5 = 0$       8.  $5x^2 - 3x + 7 = 0$   
9.  $36x^2 - 48x = -25$       10.  $x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{5}{12} = 0$

## 110. 應用問題

[例1] ニツノ正ノ數ノ和ガ16デアツテ、其積  
ハ其差ノ6倍ニ等シイ、各數ヲ求メヨ。

解 二數中ノ大キイ方ヲ  $x$  トスレバ小サイ  
方ハ  $16-x$  デアル。因テ

$$x(16-x) = 6\{x - (16-x)\}$$

即チ  $16x - x^2 = 12x - 96$

$$-i^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{4 + 96} = 2 \pm 10$$

$$\therefore x = 12 \quad \text{或ハ} \quad x = -8$$

サテ所要ノ數ハ何レモ正ノ數ダカラ、 $-8$  ハ  
題意ニ適シナイ。

因テ  $x = 12$  從テ  $16 - x = 4$

答 12, 4

[例2] 金1000圓ヲ年利幾ラカデ1箇年間預  
ケ、期日ニナツテ利息ノ中カラ30圓ダケ受取リ  
其餘リヲ元金ニ加へ、更ニ前ト同ジ利率デ1箇  
年間預ケタラ、期日ニナツテ元利合計1134圓ヲ  
受取ツタトイフ。ソノ年利率ハ幾ラカ。

解 所要ノ年利率ヲ  $x$  トスレバ、第一年ノ終  
リノ元利合計ハ

$$1000(1+x) \text{ 圓}$$

デアツテ、其中30圓ダケ受取ツタカラ、残りニ對  
スル第二年ノ終リノ元利合計ハ

$$\{1000(1+x) - 30\}(1+x) \text{ 圓}$$

トナル、而シテコレガ1134圓ニ等シイカラ



$$\{1000(1+x)-30\}(1+x)=1134$$

$$\therefore 1000(1+x)^2-30(1+x)-1134=0$$

ソコデ  $1+x$  ヲ未知數ト見做シテコレヲ解ケ

$$1+x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 1134 \times 1000}}{1000} = \frac{15 \pm 1065}{1000}$$

$$\therefore 1+x=1.08 \quad \text{或ハ} \quad 1+x=-1.05$$

サテ所要ノ利率ハ正ノ數デナケレバナラヌ  
カラ  $1+x=-1.05$  ハ題意ニ適シナイ。

$$\therefore x=0.08 \quad \text{答} \quad 8 \text{分}$$

### 問題

1. 80ヲ二ツノ部分ニ分ケ、ソノ各部分ノ平方ノ和ガ3208トナルヤウニセヨ。
2. 引續イタ二ツノ正ノ整數ノ積ガ306ニナルモノヲ求メヨ。
3. 二ツノ正ノ數ガアル、其差ハ2デ其積ハ其和ヨリ79ダケ多イ、各數ヲ求メヨ。
4. 二桁ノ整數ガアル、十ノ位ノ數字ハ一ノ位ノ數字ヨリ3ダケ小サク、其數ハ各位ノ數字

ノ積ノ2倍ニ等シイ。此整數ハ何カ。

5. 矩形ノ地面ガアル、間口ハ奥行ヨリ12mダケ短クテ其面積ハ988m<sup>2</sup>デアルトイフ。間口及奥行各、幾ラカ。

6.  $n$ 邊ノ多角形ニハ對角線ガ $\frac{1}{2}n(n-3)$ 本ダケ引ケル。對角線ガ20本引ケル多角形ハ何邊形カ。

7. 立方體ガアル、其各稜ノ長サヲ3cmツツ増セバ、其體積ハ4167cm<sup>3</sup> (cm<sup>3</sup>ハ立方體ノ記號)ダケ増ストイフ、元ノ立方體ノ一稜ノ長サヲ求メヨ。

8. 或人幾ラカノ年利率デ金10000圓ヲ貸付ケ、一箇年タツ毎ニ其利子ノ中カラ200圓ダケ受取ツテ其餘ヲ元金ニ加ヘ込ムコトトシタラ、第三年目ノ元金ガ10408圓ニナツタトイフ。貸付ノ年利率ハ幾ラカ。

9. 幾ツカノ基石ヲ中ノ詰ツタ正方形ニ並ベルノニ一列ノ石數ヲ幾ツカニスルニハ76箇ダケ足リナイノデ、一列ノ數ヲ其半分ヨリ5箇多イダケニシタラ11箇餘ツタトイフ。基石ノ數ヲ求メヨ。

## 111. 二次三項式ノ因數分解

$x$  = 關スル二次三項式

$$ax^2+bx+c$$

ハ次ノヤウニシテ一次ノ因數ニ分解スルコト  
ガ出來ル。

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) \\ &= a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\left(\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}\right)\right] \\ &= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] \\ &= a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2\right] \\ &= a\left\{x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right\}\left\{x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right\} \end{aligned}$$

$$\text{今 } -\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\alpha, \quad -\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\beta$$

トオケバ、上ノ等式ハ

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

トナル。コゝニ  $\alpha, \beta$  トオイテ式ハ即チ二次方  
程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ根デアル。

二次三項式  $ax^2+bx+c$  ヲ因數ニ分解ス

ルニハ、先ヅコレヲ 0 ニ等シイトオイテ  
二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ヲ解キ、其根ノ各  
ヲ  $x$  カラ引イテ得ル二式ト  $x^2$  ノ係數  $a$   
トノ積ヲ作レバイ、。

マタ二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ左邊ヲ因數ニ  
分解シテ

$$a(x-\alpha)(x-\beta)=0$$

ナル形ニスルコトガ出來レバ、コレカラ直ニ原  
方程式ヲ解クコトガ出來ル。即チ

$$x-\alpha=0 \quad \text{或ハ} \quad x-\beta=0$$

$$\text{即チ} \quad x=\alpha \quad \text{或ハ} \quad x=\beta$$

因テ次ノ事柄ガワカル。

或一ツノ文字ニ關スル整式ヲ一次ノ  
因數ニ分解スルコトト、其式ヲ 0 ニ等シ  
イトオイテ得ル方程式ヲ解クコトトハ  
結局同ジ問題ニ歸着スル。

[例 1]  $x^2-7x+10$  ヲ因數ニ分解セヨ。

解  $x^2-7x+10=0$  ヲ解ケバ

$$x=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}$$

$$\therefore x=5 \text{ 或ハ } x=2$$

$$\therefore x^2-7x+10=(x-5)(x-2)$$

[例 2]  $2x^2-3x+1$  ヲ因數ニ分解セヨ.

解  $2x^2-3x+1=0$  ヲ解ケバ

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$$

$$\therefore x=1 \text{ 或ハ } x=\frac{1}{2}$$

$$\therefore 2x^2-3x+1=2(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)=(x-1)(2x-1)$$

例 題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

1.  $x^2-23x+132$

2.  $x^2+17x-630$

3.  $x^2-18x-403$

4.  $2x^2+7x+3$

5.  $6x^2-13x+6$

6.  $5x^2-29x-144$

7.  $20x^2+9x-20$

8.  $24x^2-37x-72$

### 112. 判別式

$ax^2+bx+c=0$  ノ根ヲ求メルタメノ公式ハ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

デアル. サテコレガ實根デアルカ、虚根デアル

カハ唯此公式ノ右邊ノ  $\sqrt{\quad}$  ノ中ニアル式

$$2x^2+5x-12=0$$

$$-125=1$$

$b^2-4ac$  ノ符號ダケデ定マル. 即チ

(第一)  $b^2-4ac > 0$

此場合ニハ  $\sqrt{b^2-4ac}$  ハ正ノ數デアル、故ニ此方程式ハ相異ナルニツノ實根ヲ有スル.

(第二)  $b^2-4ac = 0$

此場合ニハ此方程式ハ唯一ツノ實根  $-\frac{b}{2a}$  ヲ有スルダケデアル. シカシ一元二次方程式ニ常ニ二根ヲ有スルモノト定メテオク方ガ便利ダカラ、此場合ニモ方程式ハ相等シイ二根(即チ等根)ヲ有スルトイフ.

(第三)  $b^2-4ac < 0$

此場合ニハ  $\sqrt{b^2-4ac}$  ハ虚數デアル. 故ニ此方程式ハ(相異ナルニツノ)虚根ヲ有スル.

カヤウニ、二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ノ種類(虚實、異同)ヲ判別スルトキニ用ヒル式  $b^2-4ac$  ヲ其方程式ノ判別式トイフ

注意  $ax^2+2bx+c=0$  ノ根ハ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-ac}}{a}$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$b^2-4ac > 0$  ... ニツノ相異ナル實根  
 $b^2-4ac = 0$  ... ニツノ相等シイ實根  
 $b^2-4ac < 0$  ... ニツノ虚根

デアルカラ、此形ノ方程式ノ根ノ種類ハ  $b^2 - 4ac$  デ判別スルガヨイ。

[例 1]  $5x^2 - 3x + 1 = 0$  ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。

解 判別式  $b^2 - 4ac =$  相當スル式

$$3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = -11 < 0$$

故ニ此方程式ハ(二ツノ)虚根ヲ有スル。

[例 2]  $3x^2 + 6x - 13 = 0$  ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。

解 判別式  $b^2 - 4ac =$  相當スル式ハ

$$3^2 - 3 \times (-13) = 48 > 0$$

故ニ此方程式ノ根ハ相異なる二ツノ實數デアル。

注意  $ax^2 + bx + c = 0$  ノ  $x^2$  ノ係數  $a$  ガ正デ常數項  $c$  ガ負ナラバ、其判別式ハ必ズ正ノ數デア  
ル、從テ此二次方程式ハ相異なる二ツノ實根ヲ有スル。

[例 3]  $x^2 - (k-3)x + k = 0$  ガ等根ヲ有スルヤウニ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。

解 此方程式ガ等根ヲ有スルタメニハ其判別式ガ 0 デアルコトガ必要ニシテ且ツ十分デア  
ル。即チ

$$(k-3)^2 - 4k = 0$$

$$\therefore k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$\therefore k = 9 \quad \text{或ハ} \quad k = 1$$

## 例題

次ノ各方程式ノ根ノ種類ヲ判別セヨ。

1.  $3x^2 - 8x + 4 = 0$       2.  $7x^2 - 4x + 3 = 0$

3.  $4x^2 - 12x + 9 = 0$       4.  $12x^2 + 7x - 1 = 0$

次ノ各方程式ガ等根ヲ有スルタメノ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。

⑤  $x^2 - (2k-3)x + 2k = 0$

④  $(k+6)x^2 - 3(k-2)x - 1 - k = 0$

## 113. 根ト係數トノ關係

$ax^2 + bx + c = 0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスレバ

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

即チ

$$\boxed{\alpha + \beta = -\frac{b}{a}} \quad \boxed{\alpha\beta = \frac{c}{a}}$$

此關係ハマタ次ノヤウニシテモ求メラレル。

第 111 節ニヨツテ

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

$$\therefore ax^2+bx+c=a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}$$

$a$  デ兩邊ヲ割レバ

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$$

此式ハ恒等式ダカラ、其兩邊ニアル式ハ全ク同一デナケレバナラス。

$$\therefore \frac{b}{a}=-(\alpha+\beta), \quad \frac{c}{a}=\alpha\beta$$

$$\therefore \alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

二次方程式ノ二根ノ和ハ一次ノ項ノ係數ヲ二次ノ項ノ係數デ割ツタモノノ符號ヲ變ヘタモノニ等シイ。

マタ二根ノ積ハ常數項ヲ二次ノ項ノ係數デ割ツタモノニ等シイ。

特ニ二次ノ項ノ係數ガ 1 デアル場合即チ  $x^2+px+q=0$  ナル形ノ方程式デハ其二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスレバ

$$\alpha+\beta=-p, \quad \alpha\beta=q$$

即チ、二根ノ和ハ一次ノ項ノ係數ノ符號ヲ變ヘタモノニ等シク、二根ノ積ハ常數項ニ等シイ。

與ヘラレタ二數  $m, n$  ヲ根トスル二次方程式ハ

$$(x-m)(x-n)=0$$

$$\text{即チ } x^2-(m+n)x+mn=0$$

デアル。

例ヘバ  $-3$  ト  $5$  トヲ根トスル二次方程式ハ

$$x^2-(-3+5)x+(-3)\times 5=0$$

$$\text{即チ } x^2-2x-15=0$$

注意  $x^2+px+q=0$  ノ一ノ根ガ  $\alpha$  デアルコトガワカツタトスレバ他ノ一ノ根ハ  $-p-\alpha$  デアル。コノトキ若シ  $\alpha$  ガ 0 デナイコトガワカツテ居レバ他ノ一ノ根ハ  $\frac{q}{\alpha}$  デモ表サレル。

[例 1]  $ax^2+bx+c=0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスルトキ、 $\alpha^2+\beta^2$  ノ値ヲ  $a, b, c$  デ表セ。

$$\begin{aligned} \text{解 } \alpha^2+\beta^2 &= \alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-2\alpha\beta \\ &= (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta \end{aligned}$$

サテ  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$

[例 2]  $x^2 + 5x + 3 = 0$  ノ二根ノ逆數ヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ.

解  $x^2 + 5x + 3 = 0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トスレバ, 求メル方程式ハ

$$x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = 0$$

即チ  $x^2 - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0$

サテ  $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 3$

コレヲ上ノ式ニ代入シテ分母ヲ拂ヘバ

$3x^2 + 5x + 1 = 0$  ..... 答

例題

1.  $ax^2 + bx + c = 0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ次ノ各式ヲ  $a, b, c$  デ表セ.

(1)  $3\alpha + 3\beta$

(2)  $3\alpha \times 3\beta$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

$(\alpha - \beta)^2$

2.  $x^2 + px + q = 0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ次ノ各式ヲ  $p, q$  デ表セ.

(1)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  (2)  $\alpha^3 + \beta^3$

③  $3x^2 - 11x + 6 = 0$  ノ二根ノ平方ノ和ヲ求メヨ.

④ 3 ト -4 トヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ.

⑤  $5x^2 - x - 2 = 0$  ノ二根ノ逆數ヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ.

⑥  $x^2 + 4x + 1 = 0$  ノ二根ノ平方ヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ.

⑦  $2x^2 + 3x - 5 = 0$  ニ於テ 1 ガ其一根デアルトヲ驗シ, 他ノ一根ヲ求メヨ.

⑧  $(x-1)(x-2) = 30$  ニ於テ 7 ガ其一根デアルトヲ驗シ, 他ノ一根ヲ求メヨ.

114. 特別ナル一元高次方程式

[例 1]  $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$  ヲ解ケ.

解  $x^2 = X$  トオケバ

$X^2 - 37X + 36 = 0$

即チ  $(X-36)(X-1) = 0$

$\therefore X = 36$  或ハ  $X = 1$

ソコデ  $X=36$  ナラバ

$$x^2=36 \quad \therefore x=\pm 6$$

マタ  $X=1$  ナラバ

$$x^2=1 \quad \therefore x=\pm 1$$

因テ此方程式ニハ  $\pm 6, \pm 1$  ナル四ツ根ガ  
アル。

[例 2]  $(x^2-x)^2-8(x^2-x)=-12$  ヲ解ケ。

解  $x^2-x=X$  トオケバ

$$X^2-8X+12=0$$

即チ  $(X-6)(X-2)=0$

$$\therefore X=6 \quad \text{或ハ} \quad X=2$$

ソコデ  $X=6$  ナラバ

$$x^2-x=6 \quad \text{即チ} \quad x^2-x-6=0$$

$$\therefore x=3 \quad \text{或ハ} \quad x=-2$$

マタ  $X=2$  ナラバ

$$x^2-x=2 \quad \text{即チ} \quad x^2-x-2=0$$

$$\therefore x=2 \quad \text{或ハ} \quad x=-1$$

因テ原方程式ハ  $3, -2, 2, -1$  ナル四根ヲ有  
スル。

[例 3]  $x^3=1$  ヲ解ケ。

解 移項スレバ

$$x^3-1=0$$

即チ  $(x-1)(x^2+x+1)=0$

$$\therefore x-1=0 \quad \text{或ハ} \quad x^2+x+1=0$$

$$\therefore x=1 \quad \text{或ハ} \quad x=\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \quad \text{あしき}$$

即チ 1 ノ代數的立方根ハ三ツアル, 其中實數  
ハ 1 ダケデアツテ, 他ノ二ツハ何レモ虚數デア  
ル。

[例 4]  $(x^2-1)(3x-2)=(x-1)(9x+1)$  ヲ解ケ。

解 此方程式ノ兩邊ニハ  $x-1$  ナル公因數ガ  
アル。ソコデ此方程式ノスベテノ項ヲ左邊ニ  
集メテ  $x-1$  ヲ括リ出セバ

$$(x-1)\{(x+1)(3x-2)-(9x+1)\}=0$$

$$\text{故ニ} \quad (1) \quad x-1=0$$

$$\text{或ハ} \quad (2) \quad (x+1)(3x-2)-(9x+1)=0$$

$$(1) \text{カラ} \quad x=1$$

次ニ (2) ヲ簡單ニスレバ

$$3x^2-8x-3=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{3} \quad \text{或ハ} \quad x=3$$

故ニ原方程式ハ  $1, -\frac{1}{3}$ , 3 ナル三根ヲ有スル.

## 例題

次ノ各方程式ヲ解ケ.

1.  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$       2.  $2x^4 + 28 = 15x^2$

3.  $(x^2 - 2)^2 = 32 - 4(x^2 - 2)$

4.  $x^3 + 1 = 0$       5.  $x^3 = 8$

6.  $(x^2 - 2x)^2 + 6(x^2 - 2x + 6) = 63$

心算  
解

⑤  $5x^2(x-3) = (x+9)(x^2-9)$

8.  $4(x^2 - \frac{1}{2})^2 - 12(x^2 - \frac{1}{2}) + 9 = 0$

## 115. 一次及二次ノ二元聯立方程式

[例 1] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

(1)  $x - y = 2$

(2)  $3x^2 - 2xy + y^2 = 6$

解 (1) カラ

(3)  $y = x - 2$

コレヲ (2) ニ代入スレバ

(4)  $3x^2 - 2x(x-2) + (x-2)^2 = 6$

簡約シテ  $2x^2 - 2 = 0$

∴  $x = 1$  或ハ  $x = -1$

ソコデ (3) ニ  $x = 1$  ヲ代入スレバ  $y = -1$ , マタ (3)

ニ  $x = -1$  ヲ代入スレバ  $y = -3$

故ニ次ノ二組ノ根ヲ得ル.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$$

[例 2] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

(1)  $x + y = 7$

(2)  $xy = 12$

解 此問題ヲ前例ト同様ニシテ解ケバ

$$\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

ナル二組ノ根ヲ得ル.

シカシ本問題ハ根ト係數トノ關係ヲ用ヒテ次ノヤウニ解クノガ簡便デアル.

二數  $x, y$  ノ和ガ 7 デ, 積ガ 12 デアルカラ,  $x$  ト  $y$  トノ値ハ  $t$  ヲ未知數トスル二次方程式

$$t^2 - 7t + 12 = 0$$

ノ二根ニ等シイ.

此二次方程式ヲ解ケバ

$$t = 4 \quad \text{及} \quad t = 3$$

ヲ得ル. サテ  $x, y$  ノドレヲ 4 トシ, ドレヲ 3 ト



シテモイ、カラ、求メル答ハ上ノ通りノ二組デア  
アル。

## 例題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = 2xy \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} 2x + y = 9 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$$

$$3. \quad 3x + 2y = 10$$

$$x^2 - y^2 = 15$$

$$\textcircled{4} \quad 3x - 2y = 1$$

$$9x^2 + 4y^2 = 13$$

$$\textcircled{5} \quad x + y = 6$$

$$xy = 5$$

$$\textcircled{6} \quad x - y = 2$$

$$xy = 48$$

註 6 ヲ  $x + (-y) = 2$ ,  $x(-y) = -48$  トスレバ二數  $x$  ト  
 $-y$  トハ  $t^2 - 2t - 48 = 0$  ノ二根デアアル。

$$7. \quad x + y = 5$$

$$x^2 + xy + y^2 = 19$$

$$\textcircled{8} \quad 25x^2 - 9y^2 = 675$$

$$5x + 3y = 45$$

### 116. 未知數ヲ含ム項ガスベテニ 次ナル二元聯立方程式

[例 1] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$(1) \quad 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17$$

$$(2) \quad -x^2 + y^2 = 16$$

解 マヅ常數項ヲ消去スルタメニ

$$(1) \times 16 - (2) \times 17 = \text{ヨツテ}$$

$$(3) \quad 65x^2 - 64xy + 15y^2 = 0$$

ヲ得ル。コレヲ  $x$  ニツイテ解ケバ

$$(4) \quad x = \frac{3}{5}y$$

或ハ (5)  $x = \frac{5}{13}y$

ソコデ原聯立方程式ハ結局次ノ二組ノ聯立  
方程式ニナル。

$$(I) \quad \begin{cases} x = \frac{3}{5}y \\ -x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} x = \frac{5}{13}y \\ -x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

$$(I) \text{カラ} \quad -\frac{9}{25}y^2 + y^2 = 16$$

$$\text{即チ} \quad \frac{16y^2}{25} = 16 \quad \therefore y = \pm 5$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$\text{マタ (II) カラ} \quad -\frac{25}{169}y^2 + y^2 = 16$$

$$\text{即チ} \quad \frac{144}{169}y^2 = 16 \quad \therefore y = \pm \frac{13}{3}$$

$$\therefore \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{13}{3} \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = -\frac{13}{3} \end{cases}$$

故ニ答ハ上ノ四組デアアル。

[例 2] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad x^2 - 2xy + y^2 = 18$$

$$(2) \quad 2x^2 + 2xy - 3y^2 = 36$$

解 (2) - (1) × 2 = ヨツテ

$$6xy - 5y^2 = 0$$

即チ  $y(6x - 5y) = 0$

$$\therefore y = 0 \quad \text{或ハ} \quad y = \frac{6}{5}x$$

因テ原聯立方程式ハ次ノ二組ノ聯立方程式ニ分ケラレル。

$$(I) \quad \begin{cases} y = 0 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 18 \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} y = \frac{6}{5}x \\ x^2 - 2xy + y^2 = 18 \end{cases}$$

ソコデ前例ノヤウニ、コノ各組ヲ解イテ次ノ四組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2} \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3\sqrt{2} \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 15\sqrt{2} \\ y = 18\sqrt{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -15\sqrt{2} \\ y = -18\sqrt{2} \end{cases}$$

[例 3] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad 2x^2 - 3xy + y^2 = 4$$

$$(2) \quad 8x^2 + 2xy - 3y^2 = -12$$

解 (1) × 3 + (2)

$$14x^2 - 7xy = 0$$

即チ  $7x(2x - y) = 0$

$$\therefore x = 0 \quad \text{或ハ} \quad y = 2x$$

故ニ次ノ二組ノ聯立方程式ヲ得ル。

$$(I) \quad \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 4 \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} y = 2x \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$(I) \text{カ} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

ナル二組ノ根ヲ得ル。

次ニ (II) ヲ解クタメニ  $y = 2x$  ヲ今一ツノ式ニ代入スレバ

$$2x^2 - 6x^2 + 4x^2 = 4$$

即チ  $0 \cdot x^2 = 4$

トナツテ不可能デアアル。

故ニ原方程式ノ根ハ上ニ求メタ二組ダケデアアル。

[例 4] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$(1) \quad x^2 + y^2 = 34$$

$$(2) \quad xy = 15$$

解 此問題モ前ノ三例ト同様ニシテ解ケルケレドモ、次ノヤウニシテ解クノガ通常簡便デアル.

$$(1) + (2) \times 2 \quad (x+y)^2 = 64$$

$$\therefore \quad x+y = \pm 8$$

故ニ原聯立方程式ハ次ノ二組ノ聯立方程式ニナル.

$$(I) \quad \begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} x+y=-8 \\ xy=15 \end{cases}$$

(I)ヲ解ケバ

$$\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

(II)ヲ解ケバ

$$\begin{cases} x=-5 \\ y=-3 \end{cases} \quad \text{或ハ} \quad \begin{cases} x=-3 \\ y=-5 \end{cases}$$

故ニ都合四組ノ根ガアル.

## 例 題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

$$1. \quad x^2 + 2xy - 4y^2 = 20 \quad 2. \quad x^2 - 2xy = 21$$

$$2x^2 + xy - 20y^2 = 16 \quad xy + y^2 = 18$$

$$3. \quad x^2 - 3xy + 2y^2 = 3 \quad 4. \quad 2x^2 - 3xy = 14$$

$$2x^2 + y^2 = 6 \quad 3y^2 - x^2 + 1 = 0$$

$$5. \quad 3x^2 - 7xy + 4y^2 = 5 \quad 6. \quad 3x^2 - xy = 105$$

$$4x^2 - 7xy + 3y^2 = 2 \quad 3xy - y^2 = 90$$

$$7. \quad x^2 + y^2 = 41 \quad 8. \quad x^2 + y^2 = 50$$

$$xy = 20 \quad xy = -7$$

### 117. 二次方程式ヲ含ム三元聯立方程式ノ特別ナ場合

[例 1] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$(1) \quad yz = 20$$

$$(2) \quad zx = 15$$

$$(3) \quad xy = 12$$

解 (2) × (3)  $x^2 yz = 15 \times 12$

コレニ(1)ヲ代入スレバ

$$20x^2 = 15 \times 12$$

$39 = 6xy = 20$

$$\therefore x^2 = \frac{15 \times 12}{20} = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

コレヲ (3) ト (2) トニ代入シテ次ノ二組ノ根ヲ得ル.

$$x=3, y=4, z=5$$

或ハ  $x=-3, y=-4, z=-5$

[例 2] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$(1) \quad x(x+y+z)=2$$

$$(2) \quad y(x+y+z)=-4$$

$$(3) \quad z(x+y+z)=6$$

解 (1)+(2)+(3)ニヨツテ

$$(x+y+z)^2=4 \quad \therefore x+y+z=\pm 2$$

コレヲ (1), (2), (3)ニ代入シテ

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases}$$

ナル二組ノ根ヲ得ル.

例題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

$$1. \quad yz=30$$

$$zx=-60$$

$$xy=-50$$

$$3. \quad x(y+z)=7$$

$$y(z+x)=32$$

$$z(x+y)=35$$

$$5. \quad (y+z)(x+y+z)=6$$

$$(z+x)(x+y+z)=8$$

$$(x+y)(x+y+z)=-6$$

$$2. \quad (x+y)(x+z)=12$$

$$(y+z)(y+x)=15$$

$$(z+x)(z+y)=20$$

$$4. \quad x(x+y+z)=1$$

$$y(x+y+z)=2$$

$$z(x+y+z)=3$$

$$6. \quad x^2yz=6$$

$$y^2zx=12$$

$$z^2xy=18$$

### 118. 應用問題

[例] 矩形ノ地面ガアル、縦ヲ 3 米増シ横ヲ 2 米減ラシテモ面積ハ變ラナイガ、若シ縦ヲ 9 米増シ横ヲ 5 米減ラセバ其面積ハ元ノ面積ノ  $\frac{3}{4}$  ニナルトイフ。此地面ノ縦横各、何程カ。

解 縦ヲ  $x$  米、横ヲ  $y$  米トセヨ。サウスレバ次ノ聯立方程式ヲ得ル。

$$(1) \quad (x+3)(y-2)=xy$$

$$(2) \quad (x+9)(y-5)=\frac{3}{4}xy$$

コノ左邊ノ括弧ヲハツシテ簡單ニスレバ

$$(1) \quad 3y - 2x - 6 = 0$$

$$(2) \quad xy + 36y - 20x - 180 = 0$$

(1) カラ

$$(1)' \quad y = \frac{2x+6}{3}$$

コレヲ(2)ニ代入スレバ

$$\frac{x(2x+6)}{3} + 12(2x+6) - 20x - 180 = 0$$

簡約シテ  $x^2 + 9x - 162 = 0$

$$\therefore x = 9 \quad \text{或ハ} \quad x = -18$$

負ノ根  $-18$  ハ題意ニ適シナイカラ棄テ、

$x = 9$  ヲ(1)'ニ代入スレバ  $y = 8$

答 縦 9 米, 横 8 米

### 問 題

1. ニツノ正ノ數ガアル, 其平方ノ和ハ 244, 其平方ノ差ハ 44 デアルトイフ. コノ二數ヲ求メヨ.

2. 矩形ノ地面ガアル, 間口ハ奥行ヨリ 3m ダケ短イ, 若シ間口ヲ 5m 増シ奥行ヲ 8m 減ラ

セバ面積ハ元ノ半分ヨリ 250 m<sup>2</sup> 多クナルトイフ. 間口ト奥行トヲ求メヨ.

3. 直角三角形ガアル, 直角ヲ夾ム二邊ノ長さノ和ハ 17 cm, 斜邊ノ長さハ 13 cm デアル. 其二邊ノ長さ各, 幾ラカ.

4. 直角三角形ノ地面ガアツテ, 其面積ハ 600 m<sup>2</sup> 斜邊ノ長さハ 50 m デアル. 直角ヲ夾ム二邊ノ長さ各, 幾ラカ.

5. 仲買人ガアル, 1875 圓デ或鐵道株若干株ヲ買ツテ, 其中 15 株ヲ殘シ, 其餘ヲ買價ヨリ一株ニツキ 4 圓ダケ高ク賣ツテ 1740 圓ヲ得タトイフ. 買入レタ株數ヲ求メヨ.

6. 直六面體ノ一ツノ頂點ニ出會フ三ツノ面ノ面積ガ夫々 23.66 cm<sup>2</sup>, 106.47 cm<sup>2</sup> 及 30.42 cm<sup>2</sup> デアルトイフ. 各稜ノ長サヲ求メヨ.

7. 甲乙二人ノ職工ガ某工場ニ雇ハレ, 乙ハ或期間ノ終リニ賃金 32 圓ヲ得, 甲ハ乙ヨリモ 5 日少ナイ期間ノ終リニ賃金 18 圓ヲ得タ. 若シ甲ガ乙ノ働イタ日數ダケ働キ, 乙ガ其日數ヨリモ 15 日少ナク働クトスレバ甲ハ乙ヨリモ 16 圓

多ク得ルトイフ。各ノ日給ヲ求メヨ。

### 119. $y=ax^2+bx+c$ ノぐらふ

例トシテ  $y=x^2-2x-5$  ヲ取ラウ。

此方程式ノ  $x$  = 色々ノ値ヲ與ヘテコレニ對  
應スル  $y$  ノ値ヲ求メレバ次ノ結果ヲ得ル。

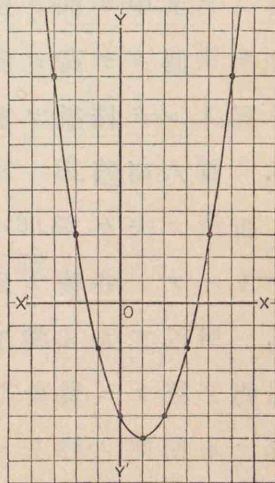
$x$	.....	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	.....
$y$	.....	10	3	-2	-5	-6	-5	-2	3	.....

ソコデ此方程式ノ  
ぐらふヲ畫ケバ右圖  
ノヤウナ曲線ヲ得ル。  
コレハ第31頁ニ示  
シタ曲線ト同類ノ曲  
線(拋物線)デアル。

一般ニ

$$y=ax^2+bx+c$$

ナル形ノ方程式ノぐ  
らふハヤハリ此圖ノ  
ヤウナ拋物線デアル。



### 120. $x^2+y^2=r^2$ ノぐらふ

此方程式ノぐらふモ前節ノ例ノヤウニ  $x, y$   
ノ相對應スル幾組カノ値ヲ求メテ畫ケルケレ  
ドモ、次ノヤウニスレバ簡單ニ求メルコトガ出  
來ル。

此方程式ノぐらふ上ノ任意ノ點  $P$  カラ  $X$  軸  
ニ垂線ヲ引イテ其足ヲ  $M$  トスレバ、 $P$  ノ座標  
 $(x, y)$  ハ夫々

$$x=OM, \quad y=MP$$

デアツテ、直角三角形

OMP カラ

$$OM^2+MP^2=OP^2$$

$$\text{即チ } x^2+y^2=OP^2$$

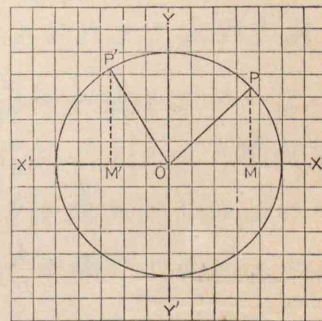
$$\text{而シテ } x^2+y^2=r^2$$

$$\text{從テ } OP=r$$

故ニ其點ハ原點  $O$

ヲ中心トシテ半徑ノ長サガ  $r$  ニ等シイ圓ノ周  
上ニアル。

逆ニ、此圓周上ノ任意ノ點  $P'$  カラ  $X$  軸ニ垂線  
ヲ引イテ其足ヲ  $M'$  トスレバ、 $P'$  ノ座標  $(x, y)$  ニツ



イテ

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= OM'^2 + M'P'^2 = OP'^2 \\ &= OP^2 = r^2\end{aligned}$$

故ニ方程式  $x^2 + y^2 = r^2$  ノぐらふハ原點ヲ中心トシテ半径ノ長サガ  $r$  ニ等シイ圓デアアル。

$$121. \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{ノぐらふ}$$

例トシテ  $a=5, b=4$  ナル場合ヲ取ラウ。

$$\text{即チ} \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

此方程式ヲ  $y$  ニツイテ解ケバ

$$\frac{y^2}{16} = 1 - \frac{x^2}{25} = \frac{25 - x^2}{25}$$

$$\therefore y^2 = \frac{16}{25}(25 - x^2)$$

$$\therefore (1) \quad y = \pm \frac{4}{5} \sqrt{25 - x^2}$$

サテ  $x$  ノ絶對値ガ 5 ヨリ大ナラバ  $x^2$  ハ 25 ヨリ大キクナツテ (1) ノ右邊ハ虚數トナル。故ニ  $x$  ハ  $-5$  ト  $+5$  トノ間ニダケアルコトガワカル。

ソコデ (1) ノ右邊ニ於ケル  $x = 0$  カラ 5 マデノ色々ノ値ヲ與ヘテコレニ對應スル  $y$  ノ値ヲ

求メレバ次ノ結果ヲ得ル。

$x$	0	1	2	3	4	5
$y$	$\pm 4$	約 $\pm 3.9$	約 $\pm 3.7$	$\pm 3.2$	$\pm 2.4$	0

マタ (1) ノ右邊ニハ  $x^2$  ガアルダケデ  $x$  ノ項ガナイ, サテ  $(-x)^2 = x^2$  ダカラ,  $x$  ニ或負ノ値ヲ與ヘタトキノ  $y$  ノ値ハ,  $x$  ニ其負數ノ絶對値ニ等シイ正ノ値ヲ與ヘタトキノ  $y$  ノ値ニ等シイ。故ニ  $x$  ノ負ノ値ニ對應スル  $y$  ノ値ハ特ニコレヲ計算スルニ及バナシ, 而シテ求メルぐらふハ  $y$  軸ニツイテ對稱ナル線デアアルコトガワカル。

マタ前ノ表デ明カニワカル通り,  $x$  ノ一ツノ値ニ對應スル  $y$  ノ値ハ二ツツアツテ唯其符號ガ違ツテ居ルダケダカラ, 求メルぐらふハマタ  $x$  軸ニ關シテモ對稱ナル線デアアルコトガワカル。

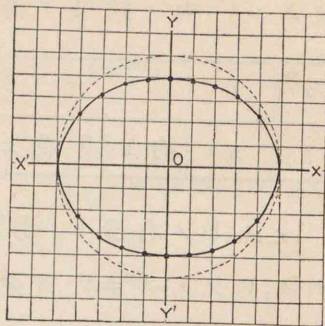
ソコデ前ノ表ニアル相對應スル  $x, y$  ノ値ヲ夫々座標ニ有スル點ヲ求メテ此等ヲ通過スル線ヲ作レバ所要ノぐらふトシテ次頁ノ圖ノヤウナ曲線ヲ得ル。

此曲線ハ楕圓トイ  
フ曲線デアル。

一般ニ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ナル形ヲ有スル方程  
式ノぐらふハ此圖ノ  
ヤウナ楕圓デアル。



注意 方程式  $x^2 + y^2 = 25$  ノぐらふハ原点ヲ中  
心トシ半径ガ5ナル圓ヲ表ス。サテ此方程式  
ヲ  $y = \pm \sqrt{25 - x^2}$  テ解ケバ

$$(2) \quad y = \pm \sqrt{25 - x^2}$$

コレト前ノ

$$(1) \quad y = \pm \frac{4}{5} \sqrt{25 - x^2}$$

トヲクラベレバ  $x$  ノ同ジ値ニ對應スル(1)ノ  $y$   
ノ値ハ常ニ(2)ノ  $y$  ノ値ノ  $\frac{4}{5}$  デアル。即チ(1)ナ  
ル楕圓ハ(2)ナル圓ガ縦ノ方向ニ  $\frac{4}{5}$  ニ縮マツタ  
形デアル。楕圓ノ名ハコレカラ起ツタ。

例題

次ノ各方程式ノぐらふヲ畫ケ。

1.  $y = 2x^2 - 7x + 1$
2.  $x^2 + y^2 = 16$
3.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$
4.  $y = x^3$
5.  $y = x^4$

## 122. ぐらふノ應用

[例1] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad x^2 + y^2 = 25$$

$$(2) \quad 2y - 3x = 6$$

解 (1)ノぐらふハ原点ヲ中心トシテ半径ガ  
5ナル圓デアル。

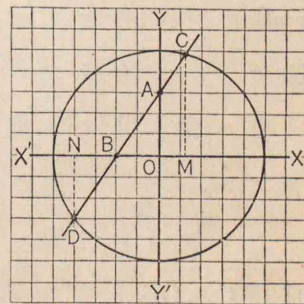
マタ(2)ニ於テ  $x=0$  トオケバ  $y=3$ , マタ  $y=0$  ト  
オケバ  $x=-2$  トナル。

故ニ(2)ノぐらふハ二  
點  $A(0, 3)$  及  $B(-2, 0)$  ヲ結  
ブ直線デアル。

而シテ聯立方程式(1),  
(2)ノ根ハ、コノ二方程式

ノ何レニモ適合スル  $x, y$  ノ値ダカラ、此圓  $O$  ト  
直線  $AB$  トノ交點  $C$  及  $D$  ノ座標デアル。

ソコデ  $C, D$  ノ座標ヲ讀メバ根ノ近似値ガツ





カル。即チ C ノ座標ヲ讀ンデ  $x=1$  餘,  $y=約 5$

マタ D ノ座標ヲ讀ンデ  $x=約 -4$ ,  $y=約 -3$

注意 根ノ正シイ値ハ  $x=1\frac{3}{13}$ ,  $y=4\frac{11}{13}$  及  $x=-4$ ,  $y=-3$  デアル。

[例 2] 次ノ方程式ヲ解ケ。

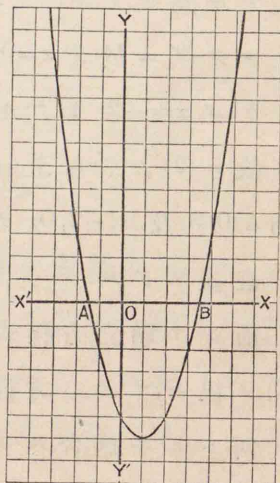
$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

解  $y = x^2 - 2x - 5$  トオイテ、先ツ此方程式ノぐらふヲ作レバ下圖ノ通りデアル。(第 82 頁第 119 節例参照)

サテ  $x^2 - 2x - 5 = 0$  ノ根ハ  $y = x^2 - 2x - 5 = 0$  ニ於テ  $y = 0$  ナラシメル  $x$  ノ値即チコノぐらふガ X 軸ニ交ル點 A, B ノ  $x$  座標デアル。

ソコデコノ二點ノ  $x$  座標 OA, OB ノ長サヲ讀メバ根ノ近似値トシテ約  $-1.5$  及約  $3.5$  ヲ得ル。

注意 根ノ正シイ値ハ  $-1.45$  弱及  $3.45$  弱デアル。



別解

$$x^2 = y$$

トオケバ、原方程式ハ

$$y - 2x - 5 = 0$$

トナル。

因テ原方程式ノ根ハ聯立方程式

$$(1) \quad y = x^2$$

$$(2) \quad y - 2x - 5 = 0$$

ノ根デアル。

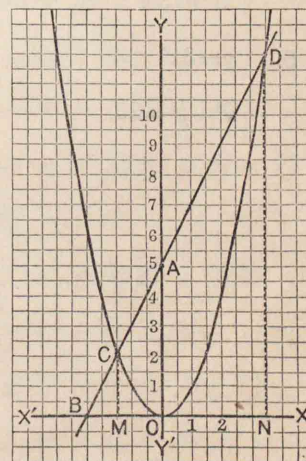
(1) ノぐらふハ拋物線デアル。(第 31 頁第 105 節ノ圖参照)

マタ(2)ニ於テ  $x=0$  トオケバ  $y=5$ 、マタ  $y=0$  トオケバ  $x=-2.5$  トナル。

故ニ(2)ノぐらふハ二點 A(0,5) 及 B(-2.5,0) ヲ結ブ直線デアル。

故ニ聯立方程式(1),(2)ノ根ハ此拋物線ト

直線 AB トノ交點 C, D ノ座標デアツテ、ソノ  $x$



座標ヲ讀メバ  $OM = \text{約 } -1.5$ ,  $ON = \text{約 } 3.5$  ヲ得ル.

注意 拋物線  $y = x^2$  ノ圖ダケアレバ, 本解ニ倣ツテ, 直線ヲ一本引クダケデ任意ノ二次方程式ノ實根ノ近似値ヲ求メルコトガ出來ル.

## 例題

ぐらふヲ用ヒテ次ノ各方程式ヲ解ケ.

1.  $x^2 - 7x + 5 = 0$       2.  $3x^2 - 7x + 2 = 0$

ぐらふヲ用ヒテ次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

3.  $x - 2y + 2 = 0$       4.  $4x = 3y$

$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$        $x^2 + y^2 = 9$

5.  $y = 3x^2$       6.  $y = x^2 - x + 1$

$x^2 + y^2 = 25$        $2y + 9x + 1 = 0$

## 雜題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

1.  $x^2 - yz + xy - xz$

2.  $ax^2 + (a+b+c)x + b+c$

3.  $(a+b)^2 + (a+c)^2 - (c+d)^2 - (b+d)^2$

4.  $x^2 - xy - x + 2y - 2$

5.  $x^2 + 20x - 576$

6.  $15x^2 + 43x + 30$

7. 間口  $20\text{ m}$ , 奥行  $30\text{ m}$  ノ屋敷ノ外周ヲニ同ジ幅ノ空地ヲ取ツタ, 此空地ノ面積ハ  $77.25\text{ m}^2$  デアルトイフ. 此空地ノ幅ヲ求メヨ.

8. 矩形ガアル, 其周ハ  $32\text{ m}$  デ, 横ヲソノ  $\frac{1}{5}$  ダケ減ラシ, 縦ヲ  $1\text{ m}$  短クスレバ, 面積ハ元ノ  $\frac{2}{3}$  トナルトイフ. 縦横各, 何程カ.

9.  $x^2 + px - q = 0$  ニ於テ,  $p$  ハ任意ノ實數  $q$  ハ正ノ數ナラバ, 此方程式ハ一ツノ正根ト一ツノ負根トヲ有スルコトヲ證明セヨ.

10.  $6x^2 - 5x + 1 = 0$  ノ二根ノ差ヲ求メヨ.

11.  $(2k-3)x^2 + 3(k-2)x + k = 2$  ガ等根ヲ有スル

ヤウニ  $k$  ノ値ヲ定メヨ。 マタソノトキノ根ヲ求メヨ。

12.  $x^2 - (2k-1)x + k = 0$  ノ二根ノ和ガ其積ノ5倍ニ等シイトイフ、 $k$  ノ値ヲ求メヨ。

13.  $ax^2 + bx + c = 0$  ノ二根ヲ  $\alpha, \beta$  トシテ次ノ各式ヲ  $a, b, c$  デ表セ。

$$(1) \quad \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 \qquad (2) \quad \alpha^2 - \beta^2$$

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$14. \quad x^2 - 4y^2 + x + 3y = 2x - y = 1$$

$$15. \quad x^2 - 3xy + 3y^2 = 1, \quad 7x^2 - 10xy + 4y^2 = 12$$

[例] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad x + 2xy = 63$$

$$(2) \quad y + xy = 32$$

解 此方程式ハドチラモ二次方程式デアルガ、(1)-(2)×2ニヨツテ一ツノ一次方程式ヲ得ル。即チ

$$(3) \quad x - 2y = -1$$

(3)ト(1)若クハ(2)トカラ次ノ二組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} x=7 \\ y=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-9 \\ y=-4 \end{cases}$$

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$16. \quad 2x^2 - 5xy + 3x - 2y = 10$$

$$5xy - 2x^2 + 7x - 8y = 10$$

$$17. \quad (x+y)(8-x) = 10 \qquad 18. \quad 2x^2 - 3xy + 5y - 5 = 0$$

$$(x+y)(5-y) = 20 \qquad (x-2)(y-1) = 0$$

$$19. \quad 3x^2 + 5x - 8y = 36$$

$$2x^2 - 3x - 4y = 3$$

[例] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad x - y = 1$$

$$(2) \quad x^3 - y^3 = 19$$

解 (2)ノ左邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 19$$

ソコデ(1)ニヨツテ

$$(3) \quad x^2 + xy + y^2 = 19$$

(1)ト(3)トカラ次ノ二組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$$

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$20. \quad x^3 + y^3 = 189 \qquad 21. \quad x^2 - xy + y^2 = 3$$

$$x + y = 9$$

$$x^3 + y^3 = 9$$

22.  $x+y=6$

23.  $x^2+xy=8x+3$

$4xy=96-x^2y^2$

$y^2+xy=8y+6$

24.  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$  ナルトキハ  $ad=bc$  ナルコト, 即チ  
二ツノ分數式ガ相等シイトキハ 此事ヲ表ス等  
式ノ一方ノ分子ト他方ノ分母トヲ掛ケ合ハセ  
タモノハ相等シイコトヲ示セ.

25.  $x=1$  トシテ  $\frac{2x+3}{5x^2-x+1}$  ノ數値ヲ求メヨ.

26.  $x=-2, y=3$  トシテ  $\frac{3x+2y}{x^2+xy+y^2}$  ノ數値ヲ  
求メヨ.

27.  $x=3$  又ハ  $x=2$  ナルトキ分數式  $\frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$   
ハ意義ヲ有シナイコトヲ示セ.

## 第十二篇

## 分數方程式

## 123. 分數方程式

例ヘバ  $2x - \frac{3x+5}{x-1} = 1$

ノヤウニ, 未知數ヲ表ス文字ニツイテノ  
分數式ヲ含ム方程式ヲ分數方程式トイ  
フ.

分數方程式ニ對シ, コレマデ取扱ツテキタ方  
程式即チ未知數ヲ表ス文字ニツイテノ整式ダ  
ケヲ含ム方程式ヲ整方程式トイフ.

## 124. 一元分數方程式

[例 1]  $\frac{x+12}{x+4} = \frac{x+3}{x-1}$  ヲ解ケ.

解 分數式ノ意味ニヨツテ, 分母  $x+4, x-1$   
ハ何レモ 0 デアツテハナラナイ. ソコデ此等  
ガ 0 デナイ, 從テ其最小公倍數  $(x+4)(x-1)$  ガ 0 デ  
ナイト假定シ,  $(x+4)(x-1)$  ヲ方程式ノ兩邊ニ掛

ケテ分母ヲ拂へバ

$$(x+12)(x-1)=(x+3)(x+4)$$

即チ  $x^2+11x-12=x^2+7x+12$

$$\therefore 4x=24$$

$$\therefore x=6$$

コノ  $x$  ノ値ハ原分數式ノ分母ヲ 0 ニシナイ,  
從テ上ニ方程式ノ兩邊ニ掛ケタ式ヲ 0 ニシナイ,  
故ニ 6 ハ所要ノ根デアル。

[例 2]  $\frac{1}{x-8} - \frac{1}{x-7} = \frac{1}{2x-4}$  ヲ解ケ。

解 分母ノ最小公倍數  $(x-8)(x-7)(2x-4)$  ヲ兩邊ニ掛ケテ分母ヲ拂へバ

$$(x-7)(2x-4) - (x-8)(2x-4) = (x-8)(x-7)$$

即チ  $2x^2-18x+28-2x^2+20x-32=x^2-15x+56$

$$\therefore x^2-17x+60=0$$

$$\therefore x=12 \text{ 或ハ } x=5$$

12 及 5 ハ何レモ原分數方程式ノ分母ヲ 0 ニシナイ,故ニ根デアル。

[例 3]  $\frac{3x-1}{x+1} + \frac{2-x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$  ヲ解ケ。

解  $x^2-1$  ヲ兩邊ニ掛ケテ分母ヲ拂へバ

$$(x-1)(3x-1) + (x+1)(2-x) = 2$$

故ニ  $2x^2-3x+1=0$

$$\therefore x=1 \text{ 或ハ } x=\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$  ハ原方程式中ノ分母ヲ 0 ニシナイカラ,求  
メル根デアル。シカシ  $x=1$  ハ  $x^2-1$  ヲ 0 ニスル  
カラ,原方程式ノ根デナイ。

故ニ根ハ  $\frac{1}{2}$  タケデアル。

[例 4]  $\frac{2x-5}{x-3} + \frac{2(1-x)}{2x+1} = \frac{x-2}{x-3}$  ヲ解ケ。

解 分母ノ最小公倍數  $(2x+1)(x-3)$  ヲ兩邊ニ掛ケレバ

$$(2x-5)(2x+1) + 2(1-x)(x-3) = (x-2)(2x+1)$$

$$\therefore 4x^2-8x-5-2x^2+8x-6=2x^2-3x-2$$

$$\therefore 3x=9$$

$$\therefore x=3$$

サテ  $x=3$  ハ原方程式中ニアル分數式ノ分母  
 $x-3$  ヲ 0 ニスルカラ, 3 ハ原方程式ノ根デナイ。

此場合ニハ原方程式ニハ根ガナイ,即チ不可  
能デアル。

一元分數方程式ヲ解クニハ、分母ノ最小公倍數ヲ兩邊ニ掛ケテ得ル整方程式ヲ解ケ。其根ガ原方程式ノ分母ヲ0ニシナケレバ、コレガ求メル根デアル。

マタ若シソレガ原方程式ノ分母ヲ0ニスレバコレハ求メル根デナイ、棄テヨ。

## 例題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$1. \frac{x-5}{(x+2)(2x-3)}=0 \quad 2. \frac{x-6}{(3x-1)(x-6)}=0$$

$$3. \frac{10}{x} + \frac{4}{9} = \frac{9}{x} + \frac{1}{2} \quad 4. \frac{16}{3x-4} = \frac{27}{5x-6}$$

$$5. \frac{2x+6}{3x+8} = \frac{2x+5}{3x+7} \quad 6. \frac{5(2x-5)}{7(3x-7)} = \frac{2(5x-2)}{3(7x-3)}$$

$$7. \frac{x-9}{x-5} + \frac{x-5}{x-8} = 2 \quad 8. \frac{x-1}{x-3} + 2x = 12$$

$$9. \frac{1}{x-1} + \frac{5}{x+1} = \frac{12}{2x+3}$$

$$10. \frac{6x+3}{15} - \frac{3x-1}{5(x-5)} = \frac{2x-9}{5}$$

$$11. \frac{5}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{3}{x+7}$$

$$12. \frac{2}{x+3} + \frac{x+3}{2} = \frac{10}{3}$$

$$13. \frac{3(x-1)}{x+1} - \frac{2(x+1)}{x-1} = 5$$

$$14. \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$15. \frac{x^2+1}{x-1} + \frac{x^2-2}{x-2} = 2x$$

$$16. \frac{x+1}{x^2+x-2} + \frac{x-1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x^2-1} = 0$$

$$17. \frac{x^2-3x}{x^2-1} + 2 + \frac{1}{x-1} = 0$$

$$18. \frac{3x-1}{x-2} - \frac{x-6}{x-1} = \frac{2x+1}{x-2}$$

## 125. 聯立分數方程式

[例1] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$(1) \frac{x+3}{y+7} = \frac{x-2}{y-3}$$

$$(2) \frac{x+3y-4}{x+y} = 2$$

解 (1)ノ分母ヲ拂ヘバ

$$(x+3)(y-3) = (x-2)(y+7)$$

簡約シテ  $5y-10x = -5$

$$\therefore (3) \quad 2x - y = 1$$

マタ(2)ノ分母ヲ拂へバ

$$x + 3y - 4 = 2(x + y) = 2x + 2y$$

$$\therefore (4) \quad x - y = -4$$

(3)ト(4)トカラ

$$x = 5, \quad y = 9$$

ヲ得ル。此等ノ値ハ原分數方程式ノ分母ヲ0

ニシナイカラ所要ノ根デアル。

[例2] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad \frac{25}{x} + \frac{18}{y} = 8$$

$$(2) \quad \frac{15}{x} - \frac{12}{y} = 1$$

解  $\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$  トオケバ(1)ト(2)トハ夫々

整方程式

$$(1)' \quad 25X + 18Y = 8$$

$$(2)' \quad 15X - 12Y = 1$$

トナル。ソコデ(1)'ト(2)'トカラ

$$X = \frac{1}{5}, \quad Y = \frac{1}{6}$$

サテ  $x, y$  ハ夫々  $X, Y$  ノ逆數デアル。

$$\therefore \quad x = 5, \quad y = 6$$

コノ  $x, y$  ノ値ハ原分數方程式ノ分母ヲ0ニシナイカラ所要ノ根デアル。

注意  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$  フソノマ、ニ二ツノ未知數ト考へ、 $X, Y$ ナル置換ヲセズニ計算シテモイ、。

[例3] 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$(1) \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$(2) \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{9}$$

解  $\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$  トオケバ、此等ノ方程式ハ

$$(1)' \quad X - Y = \frac{1}{3}$$

$$(2)' \quad X^2 + Y^2 = \frac{5}{9}$$

トナル。コレヲ解ケバ

$$\begin{cases} X = \frac{2}{3} \\ Y = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} X = -\frac{1}{3} \\ Y = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

ナル二組ノ根ヲ得ル。

故ニ答ハ  $x = \frac{3}{2}, y = 3$  及  $x = -3, y = -\frac{3}{2}$

## 例題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

$$1. \quad 6x - 5y = 0 \qquad 2. \quad \frac{3x+7}{10y+2} = 1$$

$$\frac{6x+1}{4y+5} = \frac{13}{11} \qquad \frac{6x-3}{5y+1} = 2$$

$$3. \quad \frac{6}{x} - \frac{7}{y} = 2 \qquad 4. \quad 5x + \frac{3}{y} = 30$$

$$\frac{2}{x} + \frac{14}{y} = 3 \qquad 9x + \frac{5}{y} = 52$$

$$5. \quad \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{8}{15}, \quad 9y - 22x = \frac{3xy}{25}$$

$$6. \quad \frac{3x+y}{z+1} = \frac{3y+z}{x+1} = \frac{3z+x}{y+1} = 2 \quad \begin{matrix} x = \frac{33}{19} \\ y = \frac{21}{19} \\ z = \frac{16}{19} \end{matrix}$$

$$7. \quad x + y = 29 \qquad 8. \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{29}{180} \qquad \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 20$$

$$9. \quad \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1, \quad \frac{2}{x} + \frac{3}{z} = 4, \quad \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = 0$$

$$10. \quad \frac{4}{x} - \frac{3}{y} + \frac{2}{z} = 9, \quad \frac{2}{x} + \frac{5}{y} - \frac{3}{z} = 4,$$

$$\frac{5}{x} + \frac{6}{y} - \frac{2}{z} = 18$$

## 126. 應用問題

[例1] 白米商ガアル、一圓ニツキ幾ラカノ相場デ米 6000 kg ヲ買入レ、其中 3750 kg ヲ一圓ニツキ 0.2 kg 安ク賣リ、残りヲ一圓ニツキ 0.3 kg 高ク賣ツタトコロガ、賣上値段ハ丁度原價ニ等シカッタトイフ。買入レタトキノ相場ハ一圓ニツキ何程デアツタカ。

解 買入レタトキノ相場ヲ一圓ニツキ  $x$  kg トスレバ、3750 kg 分ノ賣相場ハ一圓ニツキ  $(x+0.2)$  kg、残り 2250 kg 分ノ賣相場ハ一圓ニツキ  $(x-0.3)$  kg デアル。因テ次ノ方程式ガ出來ル。

$$\frac{6000}{x} = \frac{3750}{x+0.2} + \frac{2250}{x-0.3}$$

分母ヲ拂ヒ、マタ 750 デ兩邊ヲ割レバ

$$8(x+0.2)(x-0.3) = 5x(x-0.3) + 3x(x+0.2)$$

$$\text{即チ } 8x^2 - 0.8x - 0.48 = 5x^2 - 1.5x + 3x^2 + 0.6x$$

$$\text{簡約シテ } 0.1x = 0.48$$

$$\therefore x = 4.8$$

コノ  $x$  ノ値ハ分數方程式ノ分母ヲ 0 ニシナイシ、マタ問題ノ意味ニモ合フ。 答 4.8 kg



[例2] 或人鶏卵ヲ1圓20錢ダケ買ツタ、若シ同ジ金高デ一箇ニツキ6厘ダケ安イモノヲ買ツタナラバ10箇ダケ多ク買ヘタ筈デアルトイフ。今買ツタ卵一箇ノ價ハ何程カ。

解 求メル價ヲ $x$ 厘トスレバ、1圓20錢デ實際ニ買ツタ數ハ $\frac{1200}{x}$ 箇デ、6厘ダケ安イモノナラバ $\frac{1200}{x-6}$ 箇ダケ買ヘタ譯デアル。故ニ

$$\frac{1200}{x-6} = \frac{1200}{x} + 10$$

$$\therefore 120x = 120(x-6) + x(x-6)$$

$$x^2 - 6x - 720 = 0$$

$$\therefore x = 30 \quad \text{或ハ} \quad x = -24$$

負ノ根 $-24$ ハ本問題ノ意味ニ適シナイカラ棄テル、正ノ根 $30$ ハ上ノ分數方程式ノ根デモアリ、問題ノ意味ニモ合フ。 答30厘即チ3錢

[例3] 甲乙二人ノ職工ガ共ニ働イテ或仕事ヲ12日間デ仕上ゲタ。若シ乙一人デ之ヲスルナラバ、甲一人デスルヨリモ7日間多クカ、ルトイフ。甲乙各一人デコレヲ仕上ゲルニ要スル日數ヲ求メヨ

解 甲一人デ仕上ゲル日數ヲ $x$ トセヨ。サウスレバ乙一人デ仕上ゲル日數ハ $x+7$ デアル。故ニ甲ガ一日ニスル仕事ハ全事業ノ $\frac{1}{x}$ 、乙ガ一日ニスル仕事ハ全事業ノ $\frac{1}{x+7}$ 、而シテ甲乙共ニ働ケバ12日デ仕上ゲルカラ、ソノトキノ一日ニスル仕事ハ全事業ノ $\frac{1}{12}$ デアル。因テ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+7} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore 12(x+7) + 12x = x(x+7)$$

$$\therefore x^2 - 17x - 84 = 0$$

$$\therefore x = 21 \quad \text{或ハ} \quad x = -4$$

負ノ根 $-4$ ハ棄テル、正ノ根 $21$ ハ方程式ノ根デモアリ問題ノ意味ニモ合フ。

答 甲21日、乙28日

### 問題

1. 分數 $\frac{7}{13}$ ノ兩項カラ或同ジ數ヲ引イタラ $\frac{1}{4}$ ニ等シクナツタトイフ。ソノ引イタ數ヲ求メヨ。
2. 或列車ガ或時間ニ $300 \text{ km}$ 走ツタ、若シ平

均ノ速サガ毎時  $8\text{ km}$  ダケ多カッタナラバ、同ジ  
時間内ニ  $360\text{ km}$  ダケ走レタ筈デアルトイフ。  
此列車ノ平均ノ速サ毎時幾ラカ。

3. 或仕事ヲスルノニ甲ハ乙ノ2倍ノ日數  
ヲ要スル、而シテ此仕事ヲ二人共同シテスレバ  
8日デ仕上ゲラレルトイフ、甲一人デ此仕事ヲ  
仕上ゲルニ要スル日數ハ何程カ。

4. 或分數ノ兩項ニ何レモ1ヲ加ヘレバ  $\frac{2}{3}$   
ニ等シクナリ、マタ其兩項カラ何レモ1ヲ引ケ  
バ  $\frac{3}{5}$ ニ等シクナルトイフ。此分數ヲ求メヨ。

5. 甲乙二工ガ共ニ働イテ30日間ニ仕上ゲ  
ル仕事ヲ、初メ甲ガ20日間働イタ後、甲乙二人共  
ニ18日間働イテ仕上ゲタトイフ。各、ガ一人デ  
スレバ幾日間ヅツカ、ルカ。

6. 甲乙二管カラ或水槽ニ水ヲ入レルノニ、  
甲管ヲ6分間ト乙管ヲ7分間トダケ開ケバ水  
ガ滿チルシ、マタ甲管ヲ3分間ト乙管ヲ12分間  
トダケ開イテモ水ガ滿チルトイフ。各管ヲ一  
ツダケ開イタラ幾分間デ水ガ滿チルカ。

7. 二輪車デ  $60\text{ m}$ ノ道ヲ行ツタ間ニ、後輪ハ

前輪ヨリモ6回多ク廻轉シタ、モシ後輪ノ周圍  
ヲ元ノ  $\frac{1}{4}$ ダケ大キクシ、前輪ノ周圍ヲ元ノ  $\frac{1}{5}$ ダ  
ケ大キクスレバ、前ト同ジ道ヲ行ク間ニ後輪ハ  
前輪ヨリ4回多ク廻轉スルトイフ。兩輪ノ周  
圍各、幾ラカ。

8.  $120\text{ km}$ ノ路程ヲ旅行スルノニ、 $80\text{ km}$ ダ  
ケハ自動車ニ乗り残りハ人力車デ行キ9時間  
カ、ツタ、復リニハ自動車デ  $100\text{ km}$  人力車デ8  
 $\text{ km}$ ヲ行キ、アトハ歩イテヤハリ9時間カ、ツタ  
トイフ。自動車ノ速サハ徒歩ノ速サノ5倍デ  
アルトスレバ、各、ノ速サ毎時何程カ。

9. 甲乙二人ガ  $800\text{ m}$ ノ競走ヲシタノニ、最  
初乙ヲ  $20\text{ m}$ ダケサキニ進マセテオイタガ甲ハ  
乙ヨリ6秒早く決勝點ニ達シタ、ソコデ次ニ乙  
ヲ10秒サキニ出發サセタラ同時ニ決勝點ニ達  
シタトイフ。二人ノ速サガ始終變ラナイモノ  
トスレバ各、ノ速サ毎分幾ラカ。

10. 幾人カデ懇親會ヲシテ總費用ガ  $67.5$ 圓  
カ、ツタ、トコロガ此人數ノ中來賓二人カラハ  
會費ヲ取ラズニ残りノ人デ負擔シタタメ、各人

ノ出金高ハ平均額ヨリモ20錢ダケ増シタトイフ。總人數ハ幾ラカ。

11. 汽車ガ144kmノ距離ヲ走ルノニ、最初48km走ツタトキ機關ニ故障ガ出來タノデ、其後ハソノ速サヲ毎時12kmダケ減ラシテ進行シタタメ、豫定ノ時刻ヨリモ24分ダケ延着シタトイフ。初メノ速サハ毎時何程デアツタカ。

12. 川蒸汽船ガ3.5海里ノ間ヲ往復スルノニ1時40分間カ、ツタ、靜水面デノ此船ノ速サヲ5節トシテ此川ノ流レノ速サ毎時幾海里デアルカラ求メヨ。

13. 一ツノ仕事ヲ甲ガスレバ乙ガスルヨリモ4日早く出來上ルトイフ。今甲乙共ニ1日ダケ此仕事ヲシタ後、乙一人デ9日半カ、ツテ残りヲ仕上ゲタトイフ。各、ガ一人デスレバ幾日カ、ルカ。

## 第十三篇

### 比, 比例

#### 127. 比(割合)ノ意味

同種類ノ二量(又ハ二數)  $A$ ,  $B$ ガアツテ  $B$ ガ0デナイトキ,  $A$ ガ  $B$ ノ幾倍<sup>†</sup>デアルカラ示ス數ヲ  $A$ ノ  $B$ ニ對スル比トイフ。

例ヘバ18ハ6ノ3倍ダカラ, 18ノ6ニ對スル比ハ3デアル。

マタ3cmハ5cmノ $\frac{3}{5}$ ダカラ, 3cmノ5cmニ對スル比ハ $\frac{3}{5}$ デアル。

一般ニ,  $A$ ノ  $B$ ニ對スル比トハ,  $A$ ヲ得ルタメニ  $B$ ニ掛ケルベキ數, 即チ  $B$ ヲ單位トシテ  $A$ ヲ測ツテ得ル數, 即チ  $A$ ヲ  $B$ デ割ツタ商デアル。

\*本篇デハ量又ハ數ノドレデモイ、トキニ大ろ一ま字  $A$ ,  $B$ ,  $C$ 等ヲ用ヒ、數ニ限ルトキニハ小ろ一ま字  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 等ヲ用ヒルコトニスル。

†例ヘバ3倍,  $\frac{4}{7}$ 倍, 0倍,  $\sqrt{2}$ 倍等任意ノ實數倍デイ、今後モ之ニ倣フ。

ソコデ  $A$  ノ  $B$  ニ對スル比ヲ表ス記號トシテ  
ハ商ノ記號ヲソノマ、用ヒテ

$$\frac{A}{B}$$

ト書ク。

例ヘバ  $3\text{cm}$  ハ  $5\text{cm}$  ノ  $\frac{3}{5}$  デアリ、マタ  $3$  ハ  $5$  ノ  
 $\frac{3}{5}$  デアル。故ニ

$$\frac{3\text{cm}}{5\text{cm}} = \frac{3}{5}$$

一般ニ、 $A, B$  ヲ同ジ單位デ測ツテ得ル  
二數ヲ夫々  $a, b$  トスレバ

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$$

問 次ノ各比ノ値ヲ求メヨ。

$$\frac{7\text{cm}}{5\text{cm}}, \frac{3\text{時間}}{1\text{日}}, \frac{2\text{dm}}{3\text{cm}}, \frac{8\text{円}}{5\text{円}}, \frac{8\text{錢}}{5\text{円}}$$

同種類ノ二量(又ハ二數)  $A, B$  ガ之ト同  
種類ノ一量(又ハ一數)  $C$  ノ夫々  $m$  倍、 $n$  倍  
ニ等シイトキ  $A, B$  ノ比ガ  $m, n$  ノ比ニ等  
シイトイヒ、コレヲ

$$A : B = m : n$$

ト書ク。

例ヘバ  $3\text{cm}, 5\text{cm}$  ハ夫々  $1\text{cm}$  ノ  $3$  倍、 $5$  倍ダカ  
ラ

$$3\text{cm} : 5\text{cm} = 3 : 5$$

二量ノ比ハ此等ヲ同ジ單位デ測ツテ  
得ル二數ノ比ニ等シイ。

$$\text{サテ} \quad A : B = m : n$$

ナラバ、比ノ意味ニヨツテ

$$A = mC, \quad B = nC$$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{mC}{nC} = \frac{m}{n}$$

即チ  $A, B$  ノ比ガ  $m, n$  ノ比ニ等シケレバ  $A$  ノ  
 $B$  ニ對スル比ハ  $m$  ノ  $n$  ニ對スル比ニ等シイ。

$$\text{マタ逆ニ} \quad \frac{A}{B} = \frac{m}{n}$$

$$\text{ナラバ} \quad A = \frac{m}{n} B$$

$$\text{ソコデ} \quad \frac{B}{n} = C \quad \text{トオケバ} \quad B = nC$$

$$A = \frac{m}{n} \cdot B = m \cdot \frac{B}{n} = mC$$

$$\therefore A : B = m : n$$

即チ  $A$  ノ  $B$  ニ對スル比ガ  $m$  ノ  $n$  ニ對スル比  
ニ等シケレバ  $A, B$  ノ比ハ  $m, n$  ノ比ニ等シイ。

結局  $\frac{A}{B} = \frac{m}{n}$  ト  $A:B=m:n$

トハ同ジ事實ヲ表スコトニナル。

$\frac{A}{B}$  又ハ  $A:B$ ニ於テ  $A, B$ ヲ通稱シテ比ノ項トイヒ、其中  $A$ ヲ前項、 $B$ ヲ後項トイフ。

### 128. 定理

比ノ兩項ニ0デナイ同ジ數ヲ掛ケテモ、マタ兩項ヲ同ジ數デ割ツテモ比ノ値ハ變ラナイ。(元ノ比ニ等シイ比ヲ得ル)

即チ  $A:B=mA:mB$  ( $m \neq 0$ )

マタ  $A:B = \frac{A}{m} : \frac{B}{m}$

證明  $A, B$ ヲ同ジ單位  $C$ デ測ツテ得タ二數ヲ夫々  $a, b$ トスレバ

$$A=aC, B=bC$$

$$\therefore mA=a(mC), mB=b(mC)$$

即チ  $mA, mB$ ヲ同ジ單位  $mC$ デ測ツタ二數モヤハリ夫々  $a, b$ デアル。

$$\therefore A:B=mA:mB(=a:b)$$

$$\text{次} = \frac{A}{m} : \frac{B}{m} = \left(\frac{A}{m} \cdot m\right) : \left(\frac{B}{m} \cdot m\right) = A:B$$

此性質ヲ用ヒテ比ノ値ヲ變ヘズニ各項ヲ簡單ニスルコトガ出來ル場合ガアル。

$$[\text{例 1}] \quad \frac{1}{a} : \frac{1}{b} = \left(\frac{1}{a} \times ab\right) : \left(\frac{1}{b} \times ab\right) = b:a$$

$$[\text{例 2}] \quad 25ax : 15bx = \frac{25ax}{5x} : \frac{15bx}{5x} = 5a : 3b$$

#### 例 題

次ノ各比ヲ簡單ニセヨ。(ナルベク簡單ナ數ノ比ニ直セ)

1.  $75 : 45$

2.  $36a^3b^2 : 24a^2b^3$

3.  $\frac{13}{18} : \frac{39}{32}$

4.  $-3\frac{1}{8} : 2\frac{1}{2}$

5.  $3^{25}20^4 : 3^420^{25}$

6.  $3^{15}20^{25} : 3^{25}20^4$

### 129. 反比(逆比)

$A:B$ ノ前項ト後項トヲ入レ換ヘテ得ル比  $B:A$ ヲ名ヅケテ元ノ比  $A:B$ ノ反比(又ハ略シテ  $A, B$ ノ反比)トイフ。

$$\text{サテ} \quad b:a = \frac{1}{a} : \frac{1}{b}$$

即チ  $a:b$ ノ反比ハ  $a$ ノ逆數ト  $b$ ノ逆數トノ比ニ等シイ。

## 130. 比例式

二ツノ比ガ相等シイコトヲ表ス等式ヲ比例式トイフ。

例ヘバ  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  マタ  $A:B=C:D$

ハ比例式デアル。

$A, B, C, D$  ヲ通稱シテ上ノ比例式ノ項トイヒ、其中  $A$  ト  $D$  トヲ外項、 $B$  ト  $C$  トヲ内項トイフ。

マタ  $D$  ヲ  $A, B, C$  ノ第四比例項トイフ。

上ノ場合ニ  $A, B, C, D$  ガ(此順ニ)比例スルトイフコトモアル。

比例式ノ兩内項ガ相等シイトキハ其内項ヲ兩外項ノ比例中項トイフ。

即チ  $A:B=B:C$  ナラバ  $B$  ヲ  $A, C$  ノ比例中項トイフ。

## 131. 定理

各項ガ數ナル比例式ニ於テ、内項ノ積ト外項ノ積トハ相等シイ。

即チ  $a:b=c:d$  ナラバ  $ad=bc$

證明

$$a:b=c:d$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

コノ兩邊ニ  $bd$  ヲ掛ケレバ

$$ad=bc$$

系 二數ノ比例中項ノ平方ハ此二數ノ積ニ等シイ。

即チ  $a:b=b:c$  ナラバ  $b^2=ac$

## 132. 定理

0 デナイ二數ノ積ガ他ノ二數ノ積ニ等シイトキハ、ソノ一組ノ二數ヲ外項トシ、他ノ一組ノ二數ヲ内項トスル比例式ガ成リ立ツ。

例ヘバ  $ad=bc$

ナラバ  $a$  ト  $d$  (又ハ  $b$  ト  $c$ ) ヲ外項トシ  $b$  ト  $c$  (又ハ  $a$  ト  $d$ ) ヲ内項トスル次ノ八ツノ比例式ガ成リ立ツ。

(1)  $a:b=c:d$  (2)  $a:c=b:d$

(3)  $d:b=c:a$  (4)  $d:c=b:a$

$$(5) \quad b:a=d:c \quad (6) \quad c:a=d:b$$

$$(7) \quad b:d=a:c \quad (8) \quad c:d=a:b$$

證明  $ad=bc$

コノ兩邊ヲ  $bd$  デ割レバ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore (1) \quad a:b=c:d$$

同様ニ  $ad=bc$  ノ兩邊ヲ  $cd, ab, ac$  デ割レバ夫  
夫 (2), (3), (4) ヲ得ル. マタ (5), (6), (7), (8) ハ夫々  
(4), (3), (2), (1) ノ兩邊ヲ取換ヘタダケノモノデア  
ル.

### 133. 比例式ノ變形

前節ニアル八ツノ比例式ノ中,一ツガ  
成リ立テバ他ノ七ツモ成リ立ツ.

何トナレバ,ドノ一ツガ成リ立ツテモ

$$ad=bc \quad \text{〔第131節〕}$$

從テ前節ニヨツテ他ノ七ツガ成リ立ツ.

$$\text{就中} \quad (1) \quad a:b=c:d$$

ガ成リ立テバ

$$(2) \quad a:c=b:d$$

$$(3) \quad d:b=c:a$$

即チ比例式ノ内項或ハ外項ヲ交換シ  
テモイ、.

$$\text{マタ} \quad (5) \quad b:a=d:c$$

即チ比例式ノ兩邊ニ於テ,ソノ前項ト  
後項トヲ交換シテモイ、.

注意 二量ノ比ハ此等ヲ同ジ單位デ測ツテ  
得ル二數ノ比ニ等シイカラ,數ノ比及比例ニ關  
スル定理ハ量ニ關スル意義ニ障リノナイ限リ,  
スベテ量ノ比及比例ニ適用スルコトガ出來ル.

例ヘバ  $A:B=m:n$  ナラバ  $nA=mB$  〔第131節〕

マタ  $nA=mB$  ナラバ  $A:B=m:n$  〔前節〕

マタ例ヘバ  $A:B=C:D$  ニ於テ  $A, B, C, D$  ガ  
スベテ同種類ノ量ナラバ,ソノ内項若クハ外項  
ヲ交換シテ

$$A:C=B:D \quad \text{又ハ} \quad D:B=C:A$$

トシテモイ、. シカシ二量  $C, D$  ノ種類ガ二量  
 $A, B$  ノ種類ニ同ジクナケレバ,ソノ内項若クハ  
外項ヲ交換スルコトハ出來ナイ. 〔本節〕.

## 例 題

次ノ各等式カラ  $x:y$  ヲ求メヨ.

1.  $ax=by$                       2.  $ax+by=c(x+y)$

3.  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{m}{n}$                       4.  $\frac{6y-5x}{6y+5x} = \frac{2}{3}$

## 134. 比例式ヲ解クコト

比例式ヲ解クトハ、コレニ適合スル未知數ノ  
値ヲ求メルコトデアル。

[例 1]  $2:3=6:x$  ヲ解ケ.

解                       $2x=6 \times 3$   
 $\therefore x = \frac{6 \times 3}{2} = 9$

[例 2]  $6:x=15:10$  ヲ解ケ.

解                       $15x=6 \times 10$   
 $\therefore x = \frac{6 \times 10}{15} = 4$

比例式ノ一外項ヲ求メルニハ兩内項  
ノ積ヲ今一ツノ外項デ割レ.

マター内項ヲ求メルニハ兩外項ノ積  
ヲ今一ツノ内項デ割レ.

## 例 題

次ノ各比例式ヲ解ケ.

1.  $7\frac{1}{2}:3\frac{1}{5}=x:2\frac{2}{3}$                       2.  $(x+1):(x-1)=5:3$

3.  $(x+7):(2x-5)=(2x+5):(4x-7)$

次ノ各聯立比例式ヲ解ケ.

4.  $x:y=3:4$                       5.  $x:y=y:162$   
 $(x-1):(y+2)=1:2$                        $x:6=6:y$

## 135. 定理

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナラバ

(1)  $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$

(2)  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

證明 (1)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$\therefore \frac{a}{b} \pm 1 = \frac{c}{d} \pm 1$

即チ  $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$

(2)  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}, \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$



コノ二式ヲ邊々割ツテ

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

### 應用

[例 1]  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナラバ  $\frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d}$  ナルコトヲ證明セヨ.

證明  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \therefore \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

$\therefore \frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d}$  [第 133 節]

[例 2]  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナラバ  $\frac{3a+2b}{3a-2b} = \frac{3c+2d}{3c-2d}$  ナルコトヲ證明セヨ.

證明  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \therefore \frac{3a}{2b} = \frac{3c}{2d}$

$\therefore \frac{3a+2b}{3a-2b} = \frac{3c+2d}{3c-2d}$  [本節 (2)]

#### 例題

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナルトキ、次ノ各比例式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ.

1.  $\frac{ma}{nb} = \frac{mc}{nd}$

2.  $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$

3.  $\frac{ma^2}{nc^2} = \frac{mb^2}{nd^2}$

4.  $\frac{a^2}{b^2} = \frac{ac}{bd}$

5.  $\frac{ma+b}{b} = \frac{mc+d}{d}$

6.  $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}$

7.  $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{b^2}{d^2}$

8.  $\frac{a^2-b^2}{c^2-d^2} = \frac{a^2}{c^2}$

### 136. 定理

幾ツカノ比ガ相等シイトキハ、此等ノ比ノ前項ノ和ヲ前項トシ後項ノ和ヲ後項トスル比ハ元ノ各比ニ等シイ。

即チ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$  ナラバ

$$\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{a}{b}$$

證明  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = k$  トオケバ

$$a=bk, \quad c=dk, \quad e=fk, \quad \dots$$

從テ  $a+c+e+\dots = bk+dk+fk+\dots$   
 $=k(b+d+f+\dots)$

$\therefore \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = k = \frac{a}{b} = \dots$

系 二ツノ比ガ相等シイトキハ、ソノ

前項ノ差ヲ前項トシ後項ノ差ヲ後項ト  
スル比ハ元ノ各比ニ等シイ。

$$\text{即チ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ナラバ } \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$$

$$\text{如何ニモ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{-c}{-d} = \frac{a-c}{b-d}$$

## 應用

$$\text{[例 1]} \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \text{ ナルトキ } \frac{a+b}{b+c} = \frac{b-c}{c-d} \text{ ナル}$$

コトヲ證明セヨ。

$$\text{證明} \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{a+b}{b+c}$$

$$\text{マタ} \quad \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{b-c}{c-d}$$

$$\therefore \quad \frac{a+b}{b+c} = \frac{b-c}{c-d}$$

$$\text{[例 2]} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ナルトキ } \frac{a^2+ac+c^2}{a^2-ac+c^2} = \frac{b^2+bd+d^2}{b^2-bd+d^2}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

$$\text{第一解} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore \quad \frac{a^2}{b^2} = \frac{ac}{bd} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2+ac+c^2}{b^2+bd+d^2}$$

$$\text{マタ} \quad \frac{a^2}{b^2} = \frac{-ac}{-bd} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2-ac+c^2}{b^2-bd+d^2}$$

$$\therefore \quad \frac{a^2+ac+c^2}{b^2+bd+d^2} = \frac{a^2-ac+c^2}{b^2-bd+d^2}$$

$$\therefore \quad \frac{a^2+ac+c^2}{a^2-ac+c^2} = \frac{b^2+bd+d^2}{b^2-bd+d^2} \quad \text{[第 133 節]}$$

$$\text{第二解} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ トオケバ}$$

$$a = bk, \quad c = dk$$

$$\therefore \quad \frac{a^2+ac+c^2}{a^2-ac+c^2} = \frac{b^2k^2+bdk^2+d^2k^2}{b^2k^2-bdk^2+d^2k^2} \\ = \frac{b^2+bd+d^2}{b^2-bd+d^2}$$

## 例題

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナルトキ次ノ各比例式ガ成リ立ツコ  
トヲ證明セヨ。

$$1. \quad \frac{ma+nc}{mb+nd} = \frac{a}{b}$$

$$2. \quad \frac{2a+3c}{2b+3d} = \frac{3a-2c}{3b-2d}$$

$$3. \quad \frac{ma+nc}{pa+qc} = \frac{mb+nd}{pb+qd}$$

$$4. \quad \frac{a^2+c^2}{ab+cd} = \frac{c}{d}$$

$$5. \quad \frac{a^2+c^2}{ab+cd} = \frac{ab+cd}{b^2+d^2}$$

$$6. \quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{a^2d}{b^2c}$$

$$7. \quad \frac{ma^2+nb^2}{pa^2-qb^2} = \frac{mc^2+nd^2}{pc^2-qd^2}$$

$$8. \quad \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{(c-d)^2}{cd}$$

$$9. \quad \frac{a}{a+c} = \frac{2a+b}{2a+b+2c+d}$$

## 137. 比ノ擴張

同種類ノ幾ツカノ量(又ハ數)例ヘバ  $A, B, C$  ガ 0 デナイ他ノ一量(又ハ數)  $U$  ノ夫夫  $a$  倍,  $b$  倍,  $c$  倍ニ等シイトキハ  $A, B, C$  ノ比ガ  $a, b, c$  ノ比ニ等シイトイヒ, コレヲ

$$A : B : C = a : b : c$$

ト書ク.

此場合ニ  $A, B, C$  ト  $a, b, c$  トハ互ニ比例スルトイヒ,  $A$  ト  $a, B$  ト  $b, C$  ト  $c$  ハ夫々對應スルトイフ.

四量(又ハ數)以上ノ場合モ之ニ倣フ.

$A : B : C$  ニ於テ  $A, B, C$  ヲ通稱シテ此比ノ項トイフ.

## 138. 定理

$A : B : C : \dots = a : b : c : \dots$  ナラバ

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \dots$$

マタ逆ニ

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \dots \quad \text{ナラバ}$$

$$A : B : C : \dots = a : b : c : \dots$$

證明 先ツ

$$A : B : C : \dots = a : b : c : \dots$$

ナラバ, 比例スルコトノ意味ニヨツテ

$$A = aU, \quad B = bU, \quad C = cU, \quad \dots$$

$$\therefore \frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \dots (=U)$$

次ニ

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \dots$$

ナラバ, コノ各邊ノ値ヲ  $U$  トスレバ

$$A = aU, \quad B = bU, \quad C = cU, \quad \dots$$

$$\therefore A : B : C : \dots = a : b : c : \dots$$

## 139. 定理

比ノ各項ニ 0 デナイ同ジ數ヲ掛ケテモ, マタ各項ヲ同ジ數デ割ツテモ比ノ値ハ變ラナイ. (元ノ比ニ等シイ比ヲ得ル)

例へバ  $A : B : C = mA : mB : mC$  ( $m \neq 0$ )

マタ  $A : B : C = \frac{A}{m} : \frac{B}{m} : \frac{C}{m}$

證明 略スル。(第112頁第128節ノ證明ニ倣ヘ)

[例1]  $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$  ノ各項ニ  $abc$  ヲ掛ケレバ

$$\frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = bc : ca : ab$$

[例2]  $A : B = m : n$ ,  $B : C = p : q$  ナルトキ  $A : B : C$  ヲ求メヨ。

解  $B = \frac{nA}{m} = \frac{n}{m}A$

$$C = \frac{qB}{p} = \frac{q}{p}B = \frac{nq}{mp}A$$

$$\therefore A : B : C = 1 : \frac{n}{m} : \frac{nq}{mp} = mp : np : nq$$

別解  $m : n$  ノ後項ト  $p : q$  ノ前項トヲ同ジ數ニスルタメ、初メノ比ノ兩項ニ  $p$  ヲ掛ケ後ノ比ノ兩項ニ  $n$  ヲ掛ケレバ

$$A : B = mp : np \quad B : C = np : nq$$

因テ  $A, B, C$  ハ或同ジ量ノ  $mp$  倍,  $np$  倍,  $nq$  倍デアルコトガワカル。故ニ

$$A : B : C = mp : np : nq$$

上ノ計算ヲ右ノヤウニ書イテ簡單ニ求メルコトガ出來ル。

[例3]  $aA = bB = cC$  ナルトキ  $A : B : C$  ヲ求メヨ。

解

$$\frac{A}{\frac{1}{a}} = \frac{B}{\frac{1}{b}} = \frac{C}{\frac{1}{c}} \quad \text{〔假定〕}$$

$$\therefore A : B : C = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = bc : ca : ab$$

例題

次ノ各二式カラ  $x : y : z$  ヲ求メヨ。

1.  $x : y = m : n$ ,  $py = qz$
2.  $5x + 6y - 3z = 0$ ,  $2x + 5y + 4z = 0$
3.  $3(y + z) = 4(z + x) = 5(x + y)$

### 140. 互ニ比例スル二種ノ量

二種ノ量ガアツテ、一方ノ量ガ元ノ  $n$  倍トナルトキ、他ノ量モ同ジク  $n$  倍トナルトキハ、コノ二種ノ量ハ互ニ比例スルトイフ。

例へバ或職工ガ働ク日數トソレガタメニ得ル賃金トハ互ニ比例スル。

$$A : B : C$$

$$\frac{m : n}{p : q} = mp : np : nq$$

今 1 日ノ賃金ヲ  $k$  圓トシ、 $x$  日間ノ賃金ヲ  $y$  圓トスレバ、 $x$  日ハ明カニ 1 日ノ  $x$  倍ダカラ  $y$  圓ハ  $k$  圓ノ  $x$  倍デナケレバナラス。

$$\therefore y = kx$$

コ、ニ  $k$  ハ  $x, y$  ニ關係ノナイ一定ノ數デア  
ル。カヤウニ

(第一) 二種ノ量ガ互ニ比例スルトキ、  
ソノ任意ノ相對應スルモノノ數値ヲ  $x, y$   
トスレバ、 $x, y$  ノ間ニハ常ニ次ノ等式ガ  
成リ立ツ。

$$y = kx \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

次ニ  $x_1$  日、 $x_2$  日、 $x_3$  日、……間ノ賃金ヲ夫々  $y_1$  圓、  
 $y_2$  圓、 $y_3$  圓、……トスレバ、(第一)ニヨツテ

$$y_1 = kx_1, \quad y_2 = kx_2, \quad y_3 = kx_3, \quad \dots$$

$$\therefore \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \dots \left( = \frac{1}{k} \right)$$

$$\therefore x_1 : x_2 : x_3 : \dots = y_1 : y_2 : y_3 : \dots$$

カヤウニ

(第二) 二種ノ量ガ互ニ比例スルトキ  
ハ、其一方ノ量ノ任意ノ幾ツカノモノノ

比ハ他ノ量ノコレニ對應スルモノノ比  
ニ等シイ。

次ニ

(第三) 相伴ツテ變化スル二種ノ量  $X, Y$   
ノ任意ノ相對應スルモノノ數値  $x, y$  ノ  
間ニ常ニ等式  $y = kx$  [ $k$  ハ一定ノ數] ガ成リ  
立テバ、 $X, Y$  ハ互ニ比例スル。

何トナレバ  $X$  ノ任意ノ二ツヲ  $X_1, X_2$ , 其數値  
ヲ  $x_1, x_2$  トシ、コレニ對應スル  $Y$  ノ二ツヲ  $Y_1, Y_2$ ,  
其數値ヲ  $y_1, y_2$  トスレバ

$$y_1 = kx_1 \quad y_2 = kx_2$$

$$\therefore \frac{y_2}{y_1} = \frac{kx_2}{kx_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

$$\therefore \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{X_2}{X_1}$$

此式カラ  $X_2 = nX_1$  ナラバ  $Y_2 = nY_1$  デアルコト  
ガワカル。

故ニ  $Y$  ハ  $X$  ニ比例スル。

相伴ツテ變化スル二種ノ量  $X, Y$  ノ數  
値  $x, y$  ノ間ニ、例ヘバ

$$y = kx^2 \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

ナル關係ガアレバ、 $Y$ ハ $X$ ノ平方(二乗)ニ  
比例スルトイフ。

其他モ之ニ倣フ。

[例1] 或職工ガ12日間ニ賃金18圓ヲ得ルト  
キ、此職工ガ15圓ヲ得ルニ要スル日數ハ何程カ。

第一解  $12^{\text{日}} \times \frac{15}{18} = 10^{\text{日}} \dots\dots\dots$  答

説明 賃金ト日數トハ互ニ比例スル。サテ  
15圓ハ元ノ賃金18圓ノ $\frac{15}{18}$ ダカラ、求メル日數モ  
マタ元ノ日數12日ノ $\frac{15}{18}$ デアアル。

本解ハ二種ノ量ガ比例スルコトノ定義ヲ直接ニ用  
ヒタモノデアツテ、本例ノヤウナ簡易ナ問題ヲ解クノ  
ニハ最モ良イ算術的解法デアアル。

第二解 賃金ハ日數ニ比例スルカラ、求メル  
日數ヲ $x$ トスレバ次ノ比例式ヲ得ル。

$$18^{\text{日}} : 15^{\text{日}} = 12^{\text{日}} : x^{\text{日}}$$

之ヲ解イテ  $x = \frac{15 \times 12}{18} = 10$  答 10日

本解ハ比例式ヲ用ヒタモノデ、正シク言ヘバ代數的  
解法ノ一ツデアアル。

第三解  $x, y$  ヲ勞働日數ト賃金トノ相對應

スル數值トセヨ。サウスレバ賃金ハ日數ニ比  
例スルカラ

$$(1) \quad y = kx \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

而シテ12日間ノ賃金ハ18圓ダカラ、 $x=12$ ,  
 $y=18$ ハ一組ノ相對應スル數值デアアル。

コレヲ(1)ニ代入スレバ

$$(2) \quad 18 = k \times 12$$

マタ賃金15圓ヲ得ルタメニ要スル日數ヲ $z$   
トスレバ

$$(3) \quad 15 = kz$$

ソコデ(3)ヲ(2)デ割レバ

$$\frac{15}{18} = \frac{z}{12}$$

$$\therefore z = 12 \times \frac{15}{18} = 10 \quad \text{答} \quad 10 \text{日}$$

本解ハ繁雜ナ問題(特ニ次節ニ述ベル複比例ノ問題)  
ヲ解クノニ適スル代數的解法デアアル。

[例2] 靜止シテキル物體ガ落下スルトキ、落  
チル距離ハソノタメニ費シタ時間ノ平方ニ比  
例スル。而シテ4秒間ニ78.4m落チルトスレ  
バ、10秒間ニ落チル距離ハ幾ラカ。

第一解  $78^m.4 \times \frac{10^2}{4^2} = 78^m.4 \times \frac{100}{16} = 490^m \dots \dots$  答

第二解 求メル距離ヲ  $x$   $m$  トスレバ

$$x : 78.4 = 10^2 : 4^2$$

$$\therefore x = \frac{78.4 \times 100}{16} = 490 \quad \text{答 } 490 m$$

第三解 距離ト時間ノ相對應スル數値ヲ  $x, y$

トスレバ, 距離ハ時間ノ平方ニ比例スルカラ

$$(1) \quad x = ky^2 \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

而シテ 4 秒間ニ 78.4  $m$  落ちルカラ

$$(2) \quad 78.4 = k \times 4^2$$

マタ 10 秒間ニ落ちル距離ヲ  $z$   $m$  トスレバ

$$(3) \quad z = k \times 10^2$$

ソコデ (3) ヲ (2) デ割レバ

$$\frac{z}{78.4} = \frac{10^2}{4^2}$$

$$\therefore z = 78.4 \times \frac{100}{16} = 490 \quad \text{答 } 490 m$$

#### 141. 互ニ反比例スル二種ノ量

二種ノ量ガアツテ, 一方ノ量ガ元ノ  $n$  倍トナルトキ, 他ノ量ガ元ノ  $\frac{1}{n}$  トナルト

キハ, コノ二種ノ量ハ互ニ反比例スルトイフ.

例ヘバ或工事ヲ仕上ゲルニ要スル日數トコレガタメニ働ク人數トハ互ニ反比例スル.

今 1 人ナラバ  $k$  日カ、ルトシ,  $x$  人ナラバ  $y$  日カ、ルトスレバ,  $x$  人ハ 1 人ノ  $x$  倍ダカラ  $y$  日ハ  $k$  日ノ  $\frac{1}{x}$  デナケレバナラス.

$$\therefore y = k \frac{1}{x}$$

$$\therefore xy = k$$

コ、ニ  $k$  ハ  $x, y$  ニ關係ノナイ一定ノ數デアル. カヤウニ

(第一) 二種ノ量ガ互ニ反比例スルトキ, ソノ任意ノ相對應スルモノノ數値ヲ  $x, y$  トスレバ,  $x, y$  ノ間ニハ常ニ次ノ等式ガ成リ立ツ.

$$xy = k \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

次ニ  $x_1$  人デハ  $y_1$  日カ、リ,  $x_2$  人デハ  $y_2$  日カ、ルトスレバ, (第一)ニヨツテ

$$x_1 y_1 = k = x_2 y_2$$

$$\therefore x_1 : x_2 = y_2 : y_1$$

カヤウニ

(第二) 二種ノ量ガ互ニ反比例スルトキハ、其一方ノ量ノ任意ノ二ツノモノノ比ハ他ノ量ノコレニ對應スルモノノ比ノ反比ニ等シイ。

一般ニ  $xy=k$  カラ  $x=k\left(\frac{1}{y}\right)$  ヲ得ル。故ニ

二種ノ量ガ互ニ反比例スルトキハ、其一方ノ量ノ數値ハ他ノ量ノコレニ對應スルモノノ數値ノ逆數ニ比例スル。

次ニ

(第三) 相伴ツテ變化スル二種ノ量  $X, Y$  ノ任意ノ相對應スルモノノ數値  $x, y$  ノ間ニ常ニ等式  $xy=k$  [ $k$  ハ一定ノ數] ガ成リ立テバ、 $X, Y$  ハ互ニ反比例スル。

何トナレバ  $X$  ノ任意ノ二ツヲ  $X_1, X_2$ 、其數値ヲ  $x_1, x_2$  トシ、コレニ對應スル  $Y$  ノ二ツヲ  $Y_1, Y_2$ 、其數値ヲ  $y_1, y_2$  トスレバ

$$x_1 y_1 = k = x_2 y_2$$

$$\therefore \frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}$$

$$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{X_2}{X_1}$$

此式カラ  $X_2 = nX_1$  ナラバ  $Y_2 = \frac{1}{n}Y_1$  デアルコトガワカル。

故ニ  $Y$  ハ  $X$  ニ反比例スル。

注意 反比例トイフ語ニ對シ、前節ニ述ベタ比例スルコトヲ特ニ正比例スルトモイフ。

[例 1] 工夫 15 人デ或工事ヲ仕上ゲルニ 16 日カ、ルトイフ、コレヲ 12 日間ニ仕上ゲルニ要スル人數ヲ求メヨ。

$$\text{第一解} \quad 15^{\wedge} \times \frac{16}{12} = 20^{\wedge} \dots \dots \text{答}$$

説明 人數ハ日數ニ反比例スル。サテ 12 日ハ元ノ 16 日ノ  $\frac{12}{16}$  ダカラ、求メル人數ハ元ノ 15 人ノ  $\frac{16}{12}$  デアル。

第二解 人數ト日數トハ互ニ反比例スルカラ、所要ノ人數ヲ  $x$  トスレバ次ノ比例式ヲ得ル。

$$15^{\wedge} : x^{\wedge} = 12^{\text{日}} : 16^{\text{日}}$$

$$x = \frac{15 \times 16}{12} = 20 \quad \text{答} \quad 20 \text{ 人}$$



第三解 相對應スル人數ト日數トヲ夫々  $x$ ,  $y$  トセヨ. サウスレバ

$$(1) \quad xy = k \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

サテ 15 人デハ 16 日カ、ルカラ

$$(2) \quad 15 \times 16 = k$$

マタ 12 日間ニ仕上ゲルタメニ要スル人數ヲ  $z$  トスレバ

$$(3) \quad 12z = k$$

$$(3), (2) \text{ カラ} \quad 12z = 15 \times 16$$

$$\therefore z = \frac{15 \times 16}{12} = 20 \quad \text{答} \quad 20 \text{ 人}$$

[例 2] 物體ガ受ケル光ノ強サハ光源ト其物體トノ距離ノ平方ニ反比例スル. 今或電燈ガ 2 m 隔タツタ所ヲ照ス光ノ強サヲ 10 トスレバ, 此電燈ガ 2.5 m 隔タツタ處ヲ照ス光ノ強サハ幾ラカ.

$$\text{第一解} \quad 10 \times \frac{2^2}{(2.5)^2} = 6.4 \dots \dots \text{答}$$

第二解 求メル強サヲ  $x$  トスレバ

$$x : 10 = 2^2 : (2.5)^2$$

$$\therefore x = \frac{10 \times 4}{2.5 \times 2.5} = 6.4 \dots \dots \text{答}$$

第三解 距離ト光ノ強サトノ任意ノ相對應スル數値ヲ夫々  $d, i$  トセヨ. サウスレバ

$$(1) \quad i = k \left( \frac{1}{d^2} \right) \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

サテ  $d=2, i=10$  ガ一組ノ相對應スル數値ダカラ, コレヲ (1) ニ代入スレバ

$$(2) \quad 10 = k \times \frac{1}{2^2}$$

マタ 2.5 m 隔タツタ處ヲ照ス光ノ強サヲ  $i'$  トスレバ

$$(3) \quad i' = k \times \frac{1}{(2.5)^2}$$

$$(3) \div (2) \quad \frac{i'}{10} = \frac{2^2}{(2.5)^2}$$

$$\therefore i' = 10 \times \frac{2^2}{(2.5)^2} = \frac{10 \times 4}{2.5 \times 2.5} = 6.4 \dots \dots \text{答}$$

注意 本節及前節ノ例ノヤウニ, 一ツノ量ニ比例又ハ反比例スル量ヲ扱フ問題ヲ單比例ノ問題トイフ.

例 題

1. 木綿 3 反ノ價 4.35 圓ノトキ, 同ジ品物 8 反ノ價ハ幾ラカ.
2. 甲ガ 16 日間ニ仕上ゲル仕事ヲ乙ハ 20 日間ニ仕上ゲルトイフ. 甲ノ 1 週間ノ賃金ガ 15

圓ナラバ、乙ノ1週間ノ賃金ヲ何程トスレバイイカ。

3. 底邊ガ一定ナル三角形ノ面積ハソノ高サニ比例スル。今高サ12mナル或三角形ノ面積ガ90m<sup>2</sup>ナルトキハコレト等シイ底邊ヲ有シ高サガ16mナル三角形ノ面積ハ何程カ。

4. 氣體ノ體積ハ溫度ガ同ジケレバ其壓力ニ反比例スル。今15氣壓ノトキノ體積ガ20m<sup>3</sup>(m<sup>3</sup>ハ立方米ノ記號)ナル氣體ノ壓力ヲ12氣壓ニスレバソノトキノ體積ハ何程カ。

5. 圓ノ面積ハ其半徑ノ平方ニ比例スル。半徑5cmノ圓ノ面積ガ約78.5cm<sup>2</sup>ナルコトヲ知ツテ、半徑6cmノ圓ノ面積ヲ求メヨ。

6. 球ノ體積ハ其直徑ノ立方ニ比例スル。直徑1.4mノ球ノ體積ガ約1.4368m<sup>3</sup>ナルコトヲ知ツテ、直徑2mノ球ノ體積ヲ計算セヨ。

## 142. ニツ以上ノ量ニ比例若クハ

### 反比例スル量

ニツ以上ノ量、例へバ  $X, Y, Z$  ノ變化ニ

伴ツテ變化スル一ツノ量  $U$  ガアツテ、若シ  $X$  ダケガ變化シテ  $Y, Z$  ガ變ラナイトキ  $U$  ガ  $X$  ニ比例シ、マタ  $Y$  ダケガ變化シテ  $X, Z$  ガ變ラナイトキ  $U$  ガ  $Y$  ニ比例シ、マタ  $Z$  ダケガ變化シテ  $X, Y$  ガ變ラナイトキ  $U$  ガ  $Z$  ニ反比例スルトキハ、 $U$  ハ  $X$  ト  $Y$  トニ比例シ、 $Z$  ニ反比例スルトイフ。

其他ノ場合モコレニ倣フ。

定理 二量  $X, Y$  ニ比例スル一量  $U$  ガアルトキ、ソノ任意ノ相對應スル數値  $x, y, u$  ノ間ニハ次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$u = kxy$$

コ、ニ  $k$  ハ  $x, y, u$  ニ關係ノナイ或一定ノ數デアル。

證明  $X, Y, U$  ノ或相對應スル一組ノ數値ヲ  $a, b, c$  トシ(右圖1)、マタ任意ノ相對應スル一組ノ數値ヲ  $x, y, u$  トセヨ(右圖3)。

	$X$	$Y$	$U$
1	$a$	$b$	$c$
2	$x$	$b$	$u'$
3	$x$	$y$	$u$

先ヅ  $Y$  ガ元ノ數値  $b$  ノマ、

變ラズニ  $X$ ガ元ノ數值  $a$ カラ新シイ數值  $x$ ニ變ツタトシ、其時ノ  $U$ ノ數值ヲ  $w'$ トスレバ(前頁ノ圖2),  $U$ ハ  $X$ ニ比例スルカラ

$$(1) \quad \frac{w'}{c} = \frac{x}{a}$$

次ニ  $X$ ガ今ノ數值  $x$ ノマ、變ラズニ  $Y$ ガ元ノ數值  $b$ カラ新シイ數值  $y$ ニ變ツタトスレバ、其時ノ  $U$ ノ數值ハ  $u$ デアツテ(前頁ノ圖3),  $U$ ハ  $Y$ ニ比例スルカラ

$$(2) \quad \frac{u}{u'} = \frac{y}{b}$$

ソコデ(1)ト(2)カラ

$$\frac{w'}{c} \cdot \frac{u}{u'} = \frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b}$$

$$\therefore u = \frac{c}{ab} xy$$

コノニ  $a, b, c$ ハ  $x, y, u$ ニ關係ノナイ一定ノ數從テ  $\frac{c}{ab}$ モ一定ノ數デアル。コノ一定ノ數ヲ  $k$ トオケバ

$$u = kxy \quad [k \text{ハ一定ノ數}]$$

即チ  $U$ ガ  $X$ 及  $Y$ ニ比例スルトキハ、 $U$ ノ數值ハ  $X$ 及  $Y$ ノ數值ノ積ニ比例スル。

**系 1**  $U$ ガ  $X$ ニ比例シ  $Y$ ニ反比例スルトキ、ソノ任意ノ相對應スル數值  $u, x, y$ ノ間ニハ次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$u = k \left( \frac{x}{y} \right) \quad [k \text{ハ一定ノ數}]$$

**證明**  $U$ ガ  $Y$ ニ反比例スルコトハ  $U$ ノ數值ガ  $Y$ ノ數值ノ逆數ニ比例スルコトダカラ本定理ニヨツテ

$$u = kx \left( \frac{1}{y} \right) = k \left( \frac{x}{y} \right)$$

**系 2**  $U$ ガ  $X$ ト  $Y$ トニ比例シ  $Z$ ニ反比例スルトキ、ソノ任意ノ相對應スル數值  $u, x, y, z$ ノ間ニハ次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$u = k \left( \frac{xy}{z} \right) \quad [k \text{ハ一定ノ數}]$$

**證明**  $U$ ガ  $X$ ト  $Y$ トニ比例スルカラ、本定理ニヨツテ  $u$ ハ  $xy$ ニ比例スル。從テ  $u$ ハ  $xy$ ニ比例シ  $z$ ニ反比例スルカラ系 1ニヨツテ

$$u = k \left( \frac{xy}{z} \right)$$

系3  $U$  が  $X$  と  $Y$  とニ比例シ  $Z$  ニ反比例スルトキ、ソノ任意ノ相對應スル二組ノ量  $U_1, X_1, Y_1, Z_1$  及  $U_2, X_2, Y_2, Z_2$  ノ間ニハ次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{X_1}{X_2} \cdot \frac{Y_1}{Y_2} \cdot \frac{Z_2}{Z_1}$$

證明  $U_1, X_1, Y_1, Z_1$  及  $U_2, X_2, Y_2, Z_2$  ノ數値ヲ夫夫  $u_1, x_1, y_1, z_1$  及  $u_2, x_2, y_2, z_2$  トスレバ

$$u_1 = k \left( \frac{x_1 y_1}{z_1} \right), \quad u_2 = k \left( \frac{x_2 y_2}{z_2} \right)$$

$$\therefore \frac{u_1}{u_2} = \frac{x_1 y_1}{z_1} \cdot \frac{z_2}{x_2 y_2} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{y_1}{y_2} \cdot \frac{z_2}{z_1}$$

$$\therefore \frac{U_1}{U_2} = \frac{X_1}{X_2} \cdot \frac{Y_1}{Y_2} \cdot \frac{Z_2}{Z_1}$$

注意 コノ最後ノ式ヲ次ノヤウニ書キ表スコトガアル。

$$U_1 : U_2 = \begin{cases} X_1 : X_2 \\ Y_1 : Y_2 \\ Z_2 : Z_1 \end{cases}$$

此場合ニコノ等式ノ右邊ヲ  $X_1, X_2$  ノ比ト  $Y_1, Y_2$  ノ比ト  $Z_1, Z_2$  ノ反比トノ複比トイヒ、コノヤウナ式ヲ複比例式トイフ。

[例] 畑  $15a$  ヲ  $5$  人デ耕スニ  $3$  日カ、ル割合デ、畑  $120a$  ヲ  $30$  人デ耕スニハ幾日カ、ルカ。

第一解  $3^{\text{日}} \times \frac{120}{15} \times \frac{5}{30} = 4^{\text{日}} \dots\dots$  答

説明 人數ガ變ラネバ仕上ガルマデノ日數ハ畑ノ面積ニ比例スルカラ、 $5$  人デ  $120a$  ヲ耕スニハ

$$3^{\text{日}} \times \frac{120}{15}$$

次ニ畑ノ面積ガ變ラネバ日數ハ人數ニ反比例スルカラ、 $30$  人デ  $120a$  ヲ耕スニハ

$$\left( 3^{\text{日}} \times \frac{120}{15} \right) \times \frac{5}{30}$$

本解ハ日數ガ畑ノ面積ニ比例シ人數ニ反比例スルコトノ定義ヲ直接ニ用ヒタ算術的解法デアル。

第二解 耕シ得ル畑ノ面積ハ耕ス人數ト日數トニ比例スルカラ、求メル日數ヲ  $x$  トスレバ次ノ複比例式ヲ得ル。

$$15^a : 120^a = \begin{cases} 5^{\text{人}} : 30^{\text{人}} \\ 3^{\text{日}} : x^{\text{日}} \end{cases}$$

$$\therefore x = \frac{120 \times 5 \times 3}{15 \times 30} = 4 \quad \text{答 } 4 \text{ 日}$$

本解ハ複比例式ヲ用ヒタモノデ、色々ナ考ヘ方デ式

ヲ作ルコトノ出來ルノガ特長デアアル。

第三解 面積ノ數値ト人數ト日數トノ相對應スルモノヲ夫々  $x, y, z$  トスレバ

$$(1) \quad x = kyz \quad [k \text{ハ一定ノ數}]$$

サテ  $15a$  ヲ  $5$  人デ  $3$  日カ、ルカラ

$$(2) \quad 15 = k \cdot 5 \cdot 3$$

マタ求メル日數ヲ  $t$  トスレバ

$$(3) \quad 120 = k \cdot 30 \cdot t$$

$$(2) \text{カラ} \quad k = 1$$

$$\text{因テ} (3) \text{カラ} \quad t = 4 \quad \text{答} \text{ 4 日}$$

本解ハ此種ノ問題ヲ解クノニ最モ適スル代數的解法デアアル。

注意 本例ノヤウニ、ニツ以上ノ量ニ比例若クハ反比例スル量ニ關スル問題ヲ複比例ノ問題トイフ。

( 例 題 )

1. 工夫  $18$  人ガ幾日カノ間ニ長サ  $50$  m, 幅  $3$  m 深サ  $2$  m ノ溝ヲ掘ルトイフ。同ジ日數ノ間ニ長サ  $70$  m, 幅  $4$  m, 深サ  $2.5$  m ノ溝ヲ掘ルニハ工夫幾人ヲ要スルカ。

2.  $28$  人ノ職工ガ毎日  $8$  時間ツツ働イテ  $15$

日間ニ賃金  $50$  圓ヲ得タ、此割合デ  $21$  人ノ職工ガ毎日幾時間カツツ  $20$  日間働イテ賃金  $441$  圓ヲ得タトイフ。毎日ノ勞働時間ハ何程カ。

3. 馬  $8$  頭ヲ用ヒ  $5$  日間ニ某所ヘ石炭  $30$  t ヲ運ブ割合デ、馬  $9$  頭ヲ用ヒ同所ヘ石炭  $45$  t ヲ運ブニハ幾日カ、ルカ。

4. 直圓壙ノ體積ハソノ高サニ比例シ、且ツ其底面ノ半徑ノ平方ニ比例スル。今高サ  $5$  cm, 底面ノ半徑  $7$  cm ナル直圓壙ノ體積ガ約  $770$  cm<sup>3</sup> ナラバ高サ  $21$  cm, 底面ノ半徑  $6$  cm ナル直圓壙ノ體積ハ約何程カ。

### 143. 比例配分ノ問題

[例 1] 金  $240$  圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ  $3, 5, 7$  ノ割合ニ分配スレバ、各ノ取分ハ幾ラカ。

解 各ノ取分ヲ夫々  $x$  圓,  $y$  圓,  $z$  圓トスレバ

$$x + y + z = 240$$

$$\text{而シテ} \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} \quad \text{〔第 136 節〕}$$

$$= \frac{240}{15} = 16$$

$$\therefore x=16 \times 3=48, \quad y=16 \times 5=80, \quad z=16 \times 7=112$$

答 甲 48 圓, 乙 80 圓, 丙 112 圓

[例 2] 甲乙丙三人ガ資本ヲ出シ合ハセテ商業ヲ營ミ, 甲ハ 1000 圓ヲ 15 箇月間, 乙ハ 900 圓ヲ 20 箇月間, 丙ハ 350 圓ヲ 18 箇月間出シテオイタ今利益金 406.10 圓ヲ各ノ出資高ト出資シテオイタ月數トニ比例スルヤウニ分配スレバ, 各ノ取分ハ幾ラカ.

解 甲乙丙ノ取分ヲ夫々  $x$  圓,  $y$  圓,  $z$  圓トスレバ, コレニ對應スル出資高ノ數値ハ 1000, 900, 350, 月數ハ 15, 20, 18 デアル.

$$\therefore \frac{x}{1000 \times 15} = \frac{y}{900 \times 20} = \frac{z}{350 \times 18} \quad (\text{前節})$$

$$\text{サテ } 1000 \times 15 : 900 \times 20 : 350 \times 18 = 50 : 60 : 21$$

$$50 + 60 + 21 = 131$$

故ニ前例ト同様ニ

$$x = 406.1 \times \frac{50}{131} = 155, \quad y = 406.1 \times \frac{60}{131} = 186$$

$$z = 406.1 \times \frac{21}{131} = 65.1$$

答 甲 155 圓, 乙 186 圓, 丙 65.1 圓

## 例 題

1. 三角形ノ三ツノ角ノ大イサガ 2, 3, 7 ニ比例スルトイフ, 各角ヲ求メヨ.

2. 甲乙丙ノ三人ガ資金トシテ夫々 3600 圓, 2400 圓, 2000 圓ヲ出シ合ハセテ商業ヲ營ミ利益金 3000 圓ヲ得タ. コレヲ各ノ出資高ニ比例スルヤウニ分配スレバ, 各ノ取分ハ幾ラカ.

3. 金 1800 圓ヲ甲乙丙三人ニ分ケルニ, 甲乙ノ取分ノ比ハ 5:3, 乙丙ノ取分ノ比ハ 2:3 ニナルヤウニスルニハ, どう分ケルベキカ.

4. 甲乙丙三人合資シテ商業ヲ營ム, ソノ出資高甲ノ  $\frac{2}{5}$  ハ乙ノ  $\frac{3}{4}$  ニ等シク, 乙ノ 3 倍ハ丙ノ 4 倍ニ等シイ, マタソノ出資期間甲ハ乙ノ  $\frac{7}{8}$ , 乙ハ丙ノ  $\frac{4}{5}$  デアル. 今或營業期間ニ得タ利益金 2862.5 圓ノ中ソノ一割二分ヲ積立金トシ, 残リヲ出資額ト出資期間トニ比例シテ分ケレバ, 各ノ所得金何程カ.

5. 菓子 47 箇ヲ 15 歳, 12 歳, 9 歳ノ三兒ニ, 各ノ年齢ニ反比例スルヤウニ分ケレバ, 各ノ取分ハ幾ツカ.

## 144. 混合ノ問題

[例1] 1lノ價ガ夫々80錢,65錢,50錢ナル三種ノ酒ヲ分量3,5,7ノ割合ニ混合スレバ平均1lノ價何程トナルカ.

解 求メル平均價ヲ  $x$  錢トシ,混合スベキ原料ノ分量ヲ夫々  $3y$ l,  $5y$ l,  $7y$ l トセヨ.

サウスレバ原料ノ總價額ハ

$$80 \times 3y + 65 \times 5y + 50 \times 7y \text{ 錢}$$

デアリ,マタ  $(3y + 5y + 7y)x$  錢

デアルカラ

$$(3y + 5y + 7y)x = 80 \times 3y + 65 \times 5y + 50 \times 7y$$

$$\text{即チ } y(3 + 5 + 7)x = y(80 \times 3 + 65 \times 5 + 50 \times 7)$$

$$\therefore x = \frac{80 \times 3 + 65 \times 5 + 50 \times 7}{3 + 5 + 7} = \frac{915}{15} = 61$$

答 61 錢

サテ此答ニハ  $y$ ヲ含マチイカラ混合ノ分量ニ無關係デアル. 故ニ次ノ事柄ガワカル.

混合物ノ品位ハ原料ノ品位ト混合ノ割合トデ定マル.

[例2] 1kg 4圓ノ茶ト 1kg 3圓ノ茶トヲド

ンナ分量ノ割合ニ混合スレバ平均 1kg 3.6圓ノ茶ヲ得ルカ.

解 混合スベキ分量ヲ上茶  $x$  kg, 下茶  $y$  kg トスレバ

$$400x + 300y = 360(x + y)$$

$$\therefore x(400 - 360) = y(360 - 300)$$

$$\therefore x : y = (360 - 300) : (400 - 360)$$

$$= 60 : 40 = 3 : 2$$

即チ混合ノ割合ハ各原料ノ價ト平均價トノ差ノ反比ニ等シイ.

實地ノ計算ニハ次ノヤウニ考ヘルガヨイ.

上茶 1kg ヲ 3.6圓ニ賣レバ 40錢ノ損, 下茶 1kg ヲ 3.6圓ニ賣レバ 60錢ノ得. 因テ上茶ヲ 60kg 下茶ヲ 40kg 混合スレバ上茶ノ方ノ損  $40^{\text{圓}} \times 60$  ト, 下茶ノ方ノ得  $60^{\text{圓}} \times 40$  ト丁度相償ウテ損得ガナイ. 故ニ混合スベキ分量ノ割合ハ  $60^{\text{圓}} : 40^{\text{圓}}$  即チ 3:2 デアル.

此計算ヲ通例次ノヤウニ書ク.

$$360 \left| \begin{array}{l} 400 \quad 60 \quad 3 \\ 300 \quad 40 \quad 2 \end{array} \right.$$

## 例題

1. 品位 0.8 の銀塊と品位 0.9 の銀塊とヲ目方 3 と 2 とノ割合ニ取ツテ一所ニ熔カセバ品位何程ノ銀塊ヲ得ルカ。

註 金塊又ハ銀塊ノ品位トハ其中ニ含マレル純金又ハ純銀ノ目方ノ其塊ノ總目方ニ對スル比ノコトデアル。

2. 1kg 240 錢ノ茶ト 1kg 170 錢ノ茶トヲドウイフ分量ノ割合ニ混合スレバ 1kg 190 錢ノモノヲ得ルカ。

3. 品位 0.8 の銀塊ト純銀トヲドウイフ目方ノ比ニ熔合スレバ品位 0.85 の銀塊トナルカ。

4. 1 圓ニツキ 6 kg ノ米ト 5 kg ノ米トヲ其價格 5 と 3 とノ割合ニ(例ヘバ 5 圓分ト 3 圓分ト)混合スレバ一圓ニツキ何程ノ米ヲ得ルカ。

若シ分量 5 と 3 とノ割合ニ(例ヘバ 5 kg ト 3 kg ト)混合スレバドウカ。

5. 酒精ト水トノ混合液ヲ入レタニツノ瓶ガアル、甲瓶中ノ酒精ト水トノ比ハ 5:1、乙瓶中ノ酒精ト水トノ比ハ 25:3 デアル。今甲瓶ノ液

ト乙瓶ノ液トヲ 6 と 7 とノ割合ニ混合シタ液中ノ酒精ト水トノ比ヲ求メヨ。

6. 一ツ 4.5 錢ノ梨ト一ツ 3.6 錢ノ梨ト取り交ゼ 100 箇ヲ平均一ツ 5.4 錢ノ割ニ賣ツテ 1 圓 26 錢ノ利ヲ得タトイフ、各ノ箇數ヲ求メヨ。

145. 互ニ比例スル量ノぐらふ

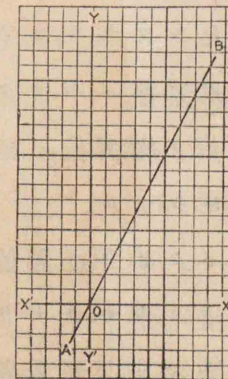
互ニ比例スル二種ノ量ノ任意ノ相對應スルモノノ數値  $x, y$  ノ間ニハ常ニ次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$y=kx \quad [k \text{ハ一定ノ數}]$$

コレハ  $x, y$  ニ關スル一次方程式ダカラ、ソノぐらふハ直線デアル。シカモ  $x=0$  トスレバ  $y=0$  トナルカラ、 $(0, 0)$  即チ原點ヲ通ル直線デアル。

一般ニ、比例スル量ノぐらふハ原點ヲ通ル直線デアル。

右圖 AB ハ  $k=2$  ノ場合即チ  $y=2x$  ノぐらふデアル。





146. 互ニ反比例スル量ノぐらふ

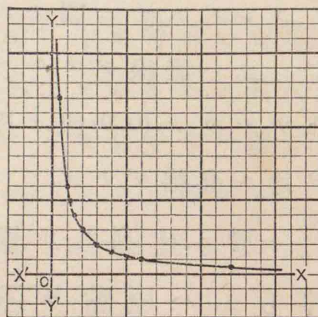
互ニ反比例スル二種ノ量ノ任意ノ相對應スルモノノ數値  $x, y$  ノ間ニハ常ニ次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$xy = k \quad [k \text{ ハ一定ノ數}]$$

例ヘバ  $k=6$  ナルトキ此式ニ於ケル  $x, y$  ノ相對應スル數組ノ値ヲ表ニスレバ次ノ通りデア  
ル。

$x$	...	0.1	0.5	1	1.2	1.5	2	3	4	5	6	12	60	...
$y$	...	60	12	6	5	4	3	2	1.5	1.2	1	0.5	0.1	...

$x$  ノ絶對値ガ小サクナルニ從ヒ  $y$  ノ絶對値ハ大キクナリ,  $x$  ノ絶對値ガ無限ニ小サクナレバ  $y$  ノ絶對値ハ無限ニ大キクナル。

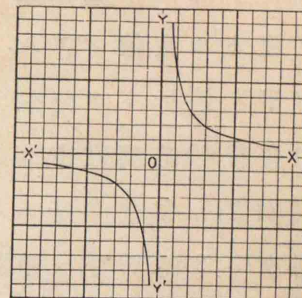


マタ  $x$  ノ絶對値ガ大キクナルニ從ヒ  $y$  ノ絶對値ハ小サクナリ,  $x$  ノ絶對値ガ無限ニ大キクナレバ  $y$  ノ絶對値ハ無限ニ小サクナル。

因テ所要ノぐらふハ前頁ノ圖ノヤウナ曲線デア  
ル。

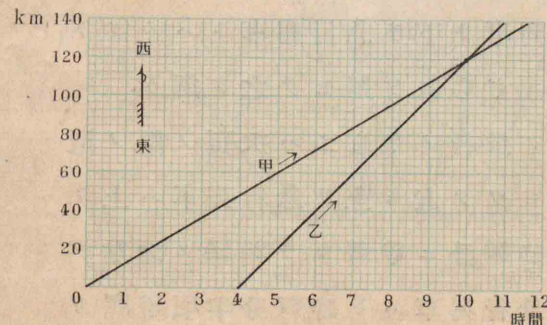
此曲線ハ雙曲線トイフ曲線デア  
ル。

$x, y$  ニ負ノ値ヲモ與ヘレバ右圖ノヤウニ二ツニ離レタ曲線ヲ得ル, 故カラ雙曲線トイフ名ヲ附ケタノデア  
ル。



一般ニ, 反比例スル量ノぐらふハ雙曲線デア  
ル。

[例 1] 甲ハ東地ヲ出發シ毎時  $12\text{km}$  ノ速サデ西ヘ向ツテ行ク, 甲ガ出發シテカラ 4 時間ノ後乙ハ同ジク東地ヲ出發シテ毎時  $20\text{km}$  ノ速サデ甲ヲ追ヘバ, イツドコデ甲ニ追付クカ。

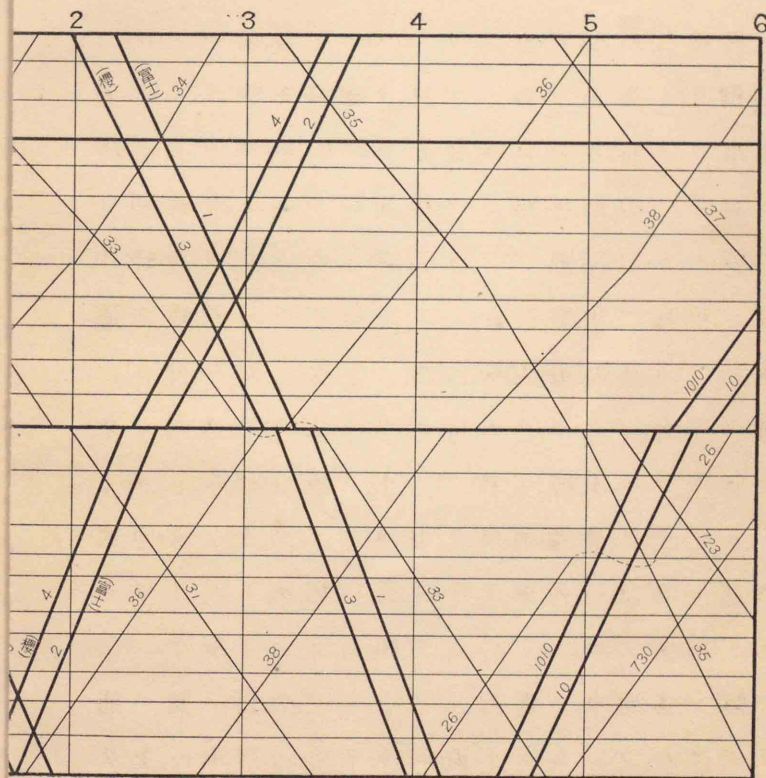


解 歩ク  
距離ハ時間ニ比例スルカラ, ソノぐらふハ直線デア  
ル, ソコ

デ甲ノ進行ぐらふハ(0時間, 0km)ノ點ト(1時間, 12km)ノ  
 點トヲ連ネル直線,乙ノハ(4時間, 0km)ト(5時間, 20km)ト  
 ヲ連ネル直線デアル. 此二直線ノ交ル點ハ乙  
 ガ甲ニ追付イタ時刻ト場所トヲ示ス,即チ甲ノ  
 出發後10時間,東市カラ 120 km ノ場所デアル.

[例2] 午前8時ニ甲驛ヲ出發シタ上リ普通  
 列車ハ,8時20分ニ甲驛カラ16km隔タツタ乙驛  
 ニ着キ,5分間停車シタ後同驛ヲ發シ,8時55分  
 乙驛カラ24km隔タツタ丙驛ニ着ク. 又8時10  
 分ニ甲驛ヲ出發シタ上リ急行列車ハ乙驛ヲ通  
 過シテ8時50分丙驛ニ着ク. 又8時25分ニ丙  
 驛ヲ出發シタ下リ急行列車ハ乙驛ヲ通過シテ  
 9時5分ニ甲驛ニ着ク. 上リ急行列車ハイツ  
 ドコデ上リ普通列車ヲ追越スカ,又上リ普通列  
 車及上リ急行列車ト下リ急行列車トハイツド  
 コデ出會フカ. ぐらふヲ用ヒテ之ヲ解ケ.

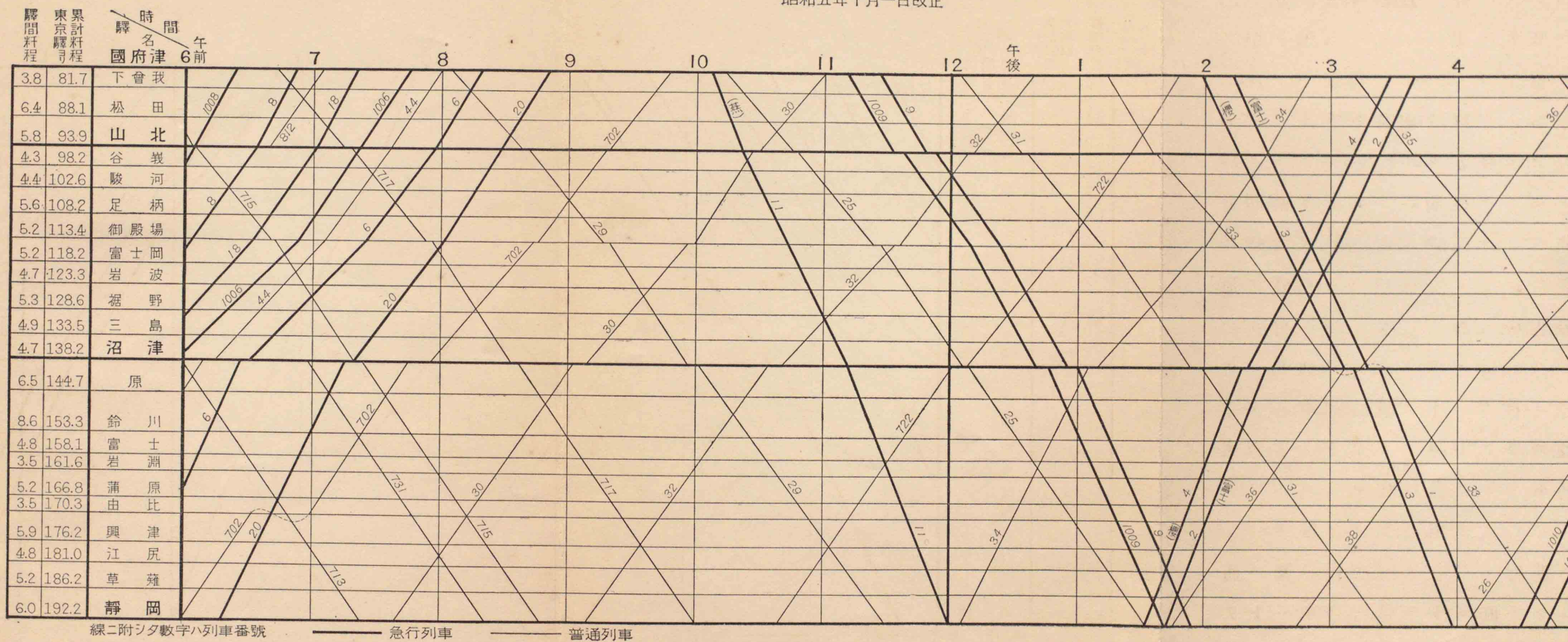
解 各列車ノ進行ノぐらふハ次頁ノ圖ノ通  
 リデアル,之ニヨツテ直ニ上リ急行列車ハ上リ  
 普通列車ヲ8時30分ニ甲驛カラ20kmノ地點デ  
 追越スコト,兩急行列車ハ8時37分半頃甲驛カ



時間, 12km) ノ  
 時間, 20km) ト  
 ル 點ハ 乙  
 即チ 甲ノ  
 デアル。  
 上リ 普通  
 ッタ 乙 驛  
 8 時 55 分  
 又 8 時 10  
 乙 驛 ヲ 通  
 25 分ニ 丙  
 通過 シテ  
 車 ハ イ ツ  
 リ 普通 列  
 ハ イ ツ ド  
 解 ケ。  
 ノ 圖 ノ 通  
 車 ハ 上 リ  
 ノ 地 點 デ  
 頂 甲 驛 カ

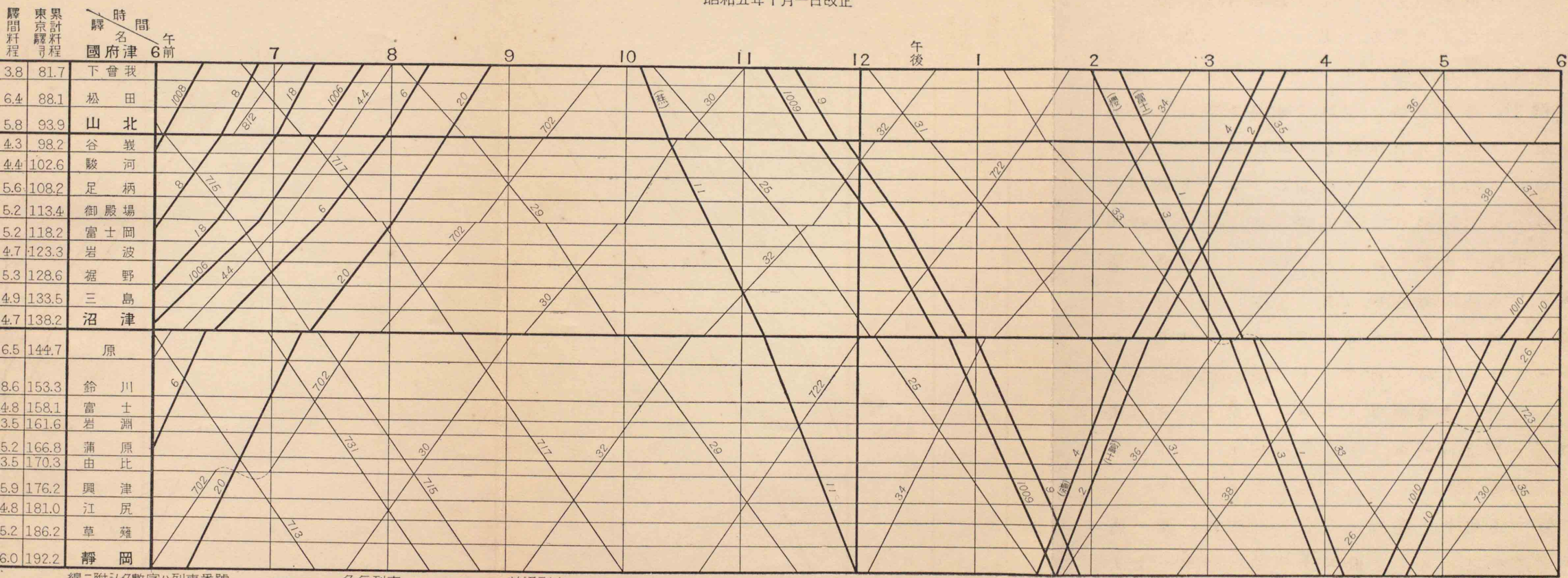
### 東海道線旅客列車運行圖表ノ一部

昭和五年十月一日改正

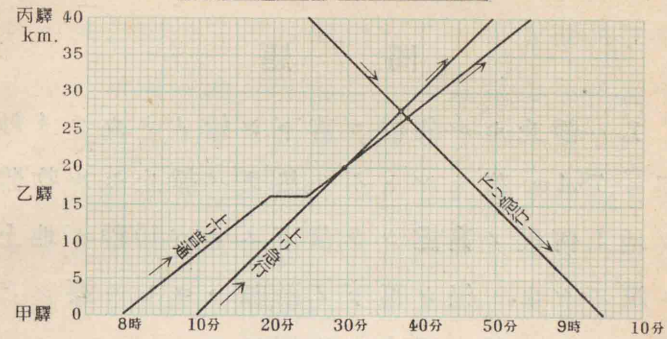


# 東海道線旅客列車運行圖表ノ一部

昭和五年十月一日改正



線ニ附シテ数字ハ列車番號



ラ約  $28\text{ km}$ ノ地點デ出會フコト,下リ急行列車ト上リ普通列車トハ 8時38分過ギニ甲驛カラ  $26\text{ km}$ 強ノ地點デ出會フコトガワカル。

注意 上ノぐらふハ列車運行圖表トイヒ、鐵道ナドノ實際ニハコノ委シイ圖表ヲ作ツテオキ、之ニヨツテ各線ニ於ケル發着時刻、停車時間、各列車ノ出會フ時刻、場所ナドガ一目デワカルヤウニスルノデアル。

例 題

$12\text{ km}$ 隔タツタ甲乙兩市間ヲ往復スル電車ガアル、毎日午前6時カラ30分毎ニ兩市ヲ發シ、毎時  $18\text{ km}$ ノ速サデ走り先方ニ着キ、20分間ヅツ停車シテマタ發スル。或人ガ午前9時10分ニ甲市ヲ發シ、毎時  $4\text{ km}$ ノ速サデ乙市ニ向ヘバ、乙市ニ着クマデニ幾臺ノ電車ニ追越サレルカ、又幾臺ノ電車ニ出會フカ。(卷末ノ方眼紙ヲ用ヒヨ)

## 問題

1. 静止セル物體ガ落下シ始メテカラ4秒間ニ78.4m落ちルトイフ、然ラバ静止セル物體ガ地上何程ノ高處カラ落下スレバ15秒デ地上ニ達スルカ。但シ落下ノ距離ハコレニ要シタ時間ヲ表ス數ノ平方ニ比例スル。

2. 圓ノ面積ハ其半徑ノ平方ニ比例スル。半徑6.5cmナル圓ノ面積ハ半徑ガ夫々6cm及2.5cmナル二ツノ圓ノ面積ノ和ニ等シイコトヲ證明セヨ。

3. 球ノ體積ハ其半徑ノ立方ニ比例スル。半徑ガ6cm, 8cm, 10cmナル三ツノ球ノ體積ノ和ニ等シイ體積ヲ有スル球ノ半徑ヲ求メヨ。

4. 甲乙二船ガアル、甲ハ乗組人員40名デ麵麩5000kgヲ積入レ125日分ノ食糧ニ充テルトイフ。今乙ハ乗組人員60名デ麵麩6000kgヲ積入レ、毎日1人ニ給スル麵麩ノ量ヲ甲船ノ $\frac{5}{6}$ トスレバ幾日ノ航海ニ堪ヘラレルカ。

5. 甲乙丙三人合同シテ或事業ヲスルノニ、

甲ハ或金額ヲ3箇月間出シ、乙ハ或金額ヲ9箇月間出シ、丙ハ金756圓ヲ4箇月間出シタ、而シテ決算期ニナツテ出資金高トコレヲ出シテオイタ月數トニ比例スルヤウニ利益ヲ分配シタトコロガ、甲ハ全利益ノ $\frac{1}{12}$ ヲ、乙ハ全利益ノ半分ヲ得タトイフ。甲及乙ノ出資金高ヲ求メヨ。

6. 銅ト亞鉛トノ合金ガ甲乙二塊アル、甲デハ銅ト亞鉛トノ目方ノ比ハ3:2、乙デハ其比ガ7:3デアアル。サウスレバコノ二塊ヲドンナ目方ノ割合ニ取ツテ熔合スレバ、其中ニ含マレル銅ト亞鉛トノ目方ノ比ガ11:5トナルカ。

7. 酒精ヲ入レタ器ガアル、其中カラ9lヲ出シテ同量ノ水ヲ入レ、更ニ此中カラ9lヲ出シテ再ビ同量ノ水ヲ入レタラ、器中ノ水ト酒精ノ割合ガ9:16ニナツタトイフ。最初ノ酒精ノ量ヲ求メヨ。

8.  $7x+5y=4x+3y$  ナラバ  $x$  ハ  $y$  ニ比例スルコトヲ證明セヨ。

9.  $x^2y^2+1=2xy$  ナラバ  $x$  ハ  $y$  ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。

## 147. 歩合算

例へば 2000 圓ノ資本金デ商業ヲシテ 500 圓ノ利益ヲ得タトスレバ、利益金ノ資本金ニ對スル比ハ

$$\frac{500^{\text{圓}}}{2000^{\text{圓}}} = \frac{1}{4}$$

コレヲ小數ニ直セバ 0.25 (2 割 5 分)

マタコレヲ百分率ニ直セバ  $\frac{25}{100}$  (25%)

カヤウニ、或量  $A$  (通例比較的大キイ量)ニ對シテ他ノ量  $B$  (通例比較的小サイ量)ヲ比ベテ得ル比ヲ幾割幾分又ハ幾ば一せんとナドト呼ンデ表シタモノヲ特ニ歩合トイフ。

此場合ニ  $A$  ヲ元高、 $B$  ヲ歩合高トイフ。

其歩合ヲアトスレバ

$$r = \frac{B}{A} \quad \text{即チ} \quad B = Ar$$

從テ

$$A = \frac{B}{r}$$

コレガ歩合算ノ基礎ノ公式デアアル。

マタ元高カラ歩合高ヲ引イタ殘高ヲ  $D$ 、元高ト歩合高トヲ加ヘタ合計高ヲ  $S$  トスレバ

$$D = A - Ar = A(1 - r)$$

$$S = A + Ar = A(1 + r)$$

[例] 或品物ヲ定價ノ 2 割引ニ賣ツテモ、尙利益ノ歩合(利益ノ原價ニ對スル歩合)ガ 1 割 2 分アルトイフ。定價ハ原價ノ幾割増カ。

解 定價ヲ  $x$  圓トスレバ賣價ハ  $(1 - 0.2)x$  圓、マタ原價ヲ  $y$  圓トスレバ賣價ハ  $(1 + 0.12)y$  圓デアアル。コノ二ツガ相等シイカラ

$$(1 - 0.2)x = (1 + 0.12)y$$

$$\therefore 0.8x = 1.12y$$

$$\therefore x = 1.4y$$

故ニ定價ハ原價ノ 4 割増デアアル。

## 例 題

1. 或學校ノ入學試験ニ受験者 325 名ノ中合格者 156 名デアツタトイフ、合格者ノ歩合(合格者數ノ受験者數ニ對スル歩合)ハ幾ラカ。

2. 玄米 幾  $kg$  カヲ<sup>ツキベリ</sup>春イテ白米 66  $kg$  ヲ得タ。春耗ノ歩合(耗高ノ玄米高ニ對スル歩合)ヲ 0.12 トシテ初メノ玄米ノ量ヲ求メヨ。

3. 60 圓ニ賣レバ 2 割ノ利益アル品物ヲ 48

圓ニ賣レバ損失ノ歩合(損失ノ原價ニ對スル歩合)ハ幾ラカ。

4. 或商品ニ其原價ト其2割ニ當ル見越利益トノ和ヲ保險金額トシテ火災保險ヲ附ケ、其保險料トシテ60圓ヲ支拂ツタ、而シテ保險料ノ歩合(保險料ノ保險金額ニ對スル歩合)ハ2.5%デアルトイフ。此商品ノ原價ハ何程カ。

5. 生木ヲ十分ニ乾燥サセテモ初メノ水分ノ半分ハ殘ルトイフ、普通ノ生木ガ4割ノ水分ヲ含ムトスレバ、十分ニ乾燥サセタ木材ハ幾割ノ水分ヲ含ムカ。

6. 或食料品ノ原料ノ價ハ賣價ノ7割<sup>7/10</sup>デ、賣買其他ニ要スル諸雜費ハ賣價ノ2割<sup>2/10</sup>デア<sup>7+2=9</sup>ル。其後物價下落ノタメ原料<sup>3.5/10</sup>デ5割、諸雜費<sup>1.5/10</sup>デ2割<sup>10-9=1</sup>5分安クナツタタメ賣價ヲ幾割<sup>1.3/10</sup>カ引下ゲタケレドモナホ利益額ハ從來ヨリ5割<sup>5/10</sup>ダケ増シタ<sup>1.3/10</sup>ルトイフ。此食料品ノ賣價ヲ引下ゲタ歩合ハ何程カ。

7. 或人6圓デ甲乙二箇ノ商品ヲ仕入レ、何レモ2割ノ利益ヲ見テ定價ヲ附ケテオイタガ、

都合ニヨリ甲ハ定價ノ2割引、乙ハ定價ノ1割引デ賣拂ツタタメ全體デハ損益ノナイ勘定ニナツタトイフ。各ノ仕入値段ヲ求メヨ。

8. 或商品ヲ原價ノ5分増ニ賣ルトキノ値段ト定價ノ1割引ニ賣ルトキノ値段トニ3錢ノ差ガアル、マタ原價ノ1割増ニ賣ルトキノ値段ト定價通リニ賣ルトキノ値段トニ10錢ノ差ガアル。此商品ノ原價及定價各、幾ラカ。

### 148. 單利法

利息ガ元金ト期間トニ比例スルトキノ利息算ヲ後ニ言フ複利法ト區別スルタメニ單利法トイフ。

今元金ヲ $A$ 、單位期間ノ利率(利息ノ元金ニ對スル歩合)ヲ $r$ 、期間ヲ表ス數ヲ $t$ 、其期間ニ於ケル利息ヲ $B$ トスレバ單利法ニ關スル次ノ公式ヲ得ル。

$$B = Art$$

マタ元利合計ヲ $S$ トスレバ

$$S = A + Art = A(1 + rt)$$



## 例題

1. 金 500 圓ヲ甲乙二口ニ分ケ、甲口ハ年利 1 割 2 分、乙口ハ年利 1 割 5 分デ貸シタトコロガ、1 箇年ノ末ニ乙口カラノ利息ハ甲口カラノ利息ヨリ 75 錢ダケ多カッタトイフ。各口ノ元金ヲ求メヨ。

2. 元金 618 圓ヲ甲乙丙ノ三口ニ分ケテ貸附ケルノニ、其期間甲ハ 4 箇月、乙ハ 6 箇月、丙ハ 8 箇月トシ、且ツ夫々満期ニ於テ受取ルベキ元利合計ヲ各口トモ相等シクシヨウトスル。利率ヲ何レモ年 6 分トシテ各口ノ貸附金高ヲ求メヨ。(圓未滿四捨五入)

## 149. 手形ノ割引

或期間ニ支拂ハレルベキ手形(即チソレト引換ニ金錢ノ受渡ヲナス所ノ書附)ノ所有者ガ其支拂期日前ニ現金ノ必要ガアル場合ニハ或金高ヲ額面高カラ引去ツタ價格デコレヲ他ノ者(通例銀行)ニ賣渡ス。コレヲ手形ノ割引トイヒ、引去ル金高ヲ割引高(割引料)、額面カラ割引高ヲ

引イタ残り即チ其時受渡スル金高ヲ現在價格又ハ略シテ現價(手取金)トイフ。

引去ル金高即チ割引高ハ通例或利率デ其手形面ニ書イテアル金高(即チ額面高)ヲ元金トシ、其日カラ支拂期日マデヲ期間トスル利息ヲ用ヒル。其時ニ用ヒル歩合ヲ割引歩合トイフ。

今手形ノ額面高ヲ  $P$ 、單位期間ニ於ケル割引歩合ヲ  $r$ 、期間ヲ表ス數ヲ  $t$ 、現在價格ヲ  $A$  トスレバ

$$(1) \quad A = P(1 - rt)$$

注意 1. 手形ノ割引ヲスル場合ニ、其現在價格ヲ元金トシ、割引ノ日カラ支拂期日マデヲ期間トスル元利合計ガ丁度手形ノ額面高ニ等シクナルヤウニ計算スルコトモアル。

此算法ニヨルトキノ現在價格ヲ  $B$  トスレバ

$$B(1 + rt) = P$$

$$\therefore (2) \quad B = \frac{P}{1 + rt}$$

サテ(1)ニヨツテ得ル現在價格  $A$  ハ(2)ニヨツテ得ル現在價格  $B$  ヨリ小サイ。

何トナレバ

$$A = P(1-rt) = B(1+rt)(1-rt) = B(1-r^2t^2) < B$$

ダカラデアアル。

マタ此式ニヨツテ $r$ ト $t$ トガ小サケレバ $A$ ト $B$ トノ差ハ額面高ニクラベテ極メテ僅カデアアルコトガワカル。

(1)ニヨル計算ハ(2)ニヨル計算ニクラベテ簡單ナ上ニ、割引ヲ取扱フ銀行ナドニ取ツテハ利益デアアルカラ(上ノ通り $A < B$ ダカラ)、實際ハ(1)ニヨツテ計算スルノガ例デアアル。(1)ニヨル割引ノ仕方ハ多ク銀行デ行ハレルタメコレヲ銀行割引トイヒ、コレニ對シ(2)ニヨル割引ノ仕方ヲ眞割引トイフ。

割引ノ期間ハ通例短期ニ限ラレテキル、ダカラ銀行割引ノ結果ト眞割引ノ結果トニハ大差ガナイ。從テ銀行ト取引スル一個人ガ銀行割引ノ結果トシテ受ケル損失ハ極メテ僅カデアアル。

注意2. 單ニ割引トイフノハスベテ銀行割引ノコトデアアル。

[例1] 額面 3500 圓ノ手形ガアル、支拂期日ハ今カラ 64 日後デアアル。割引日歩<sup>\*</sup>ヲ 2.5 錢トスレバ此手形ノ割引高及現在價格ハ何程カ。

$$\text{解} \quad 3500 \text{圓} \div 100 \text{圓} = 35$$

$$\therefore \text{割引高} = 2 \text{錢} \cdot 5 \times 35 \times 64 = 56 \text{圓}$$

$$\therefore \text{現在價格} = 3500 \text{圓} - 56 \text{圓} = 3444 \text{圓}$$

[例2] 額面 250 圓ノ手形ガアル、其支拂期日ハ今カラ 3 箇月後デアアル。割引歩合ヲ年 6 分トシテ此手形ノ現在價格ヲ銀行割引ト眞割引トノ二通りニ計算セヨ。

解 銀行割引シタトキノ現在價格ハ

$$250 \text{圓} \times \left(1 - 0.06 \times \frac{3}{12}\right) = 246 \text{圓} \cdot 25$$

マタ眞割引シタトキノ現在價格ハ

$$250 \text{圓} \div \left(1 + 0.06 \times \frac{3}{12}\right) = 246 \text{圓} \cdot 305 \text{強}$$

注意 上ノ二ツノ現在價格ノ差ハ 0.055 圓強デアツテ、額面高 250 圓ノ  $\frac{1}{5000}$  ホドノ違ヒニ過ギナイ。

\* 割引ノトキニ用ヒル日歩(元金 100 圓ニツキ 1 日ノ利息)

## 例題

1. 2箇月後拂額面 420 圓ノ手形ガアル。割引歩合ヲ年7分トシテ此手形ノ割引高ヲ銀行割引ト眞割引トノ二通リニ計算セヨ。
2. 振出日附ガ三月十五日デ、ソレカラ50日後ニ支拂ハレルベキ額面 500 圓ノ手形ガアル。今割引日歩 2.5 錢ノトキ四月二十五日ニ於ケル此手形ノ現在價格ハ幾ラカ。
3. 或手形ノ所持人ガ急ニ金ノ入用アツテ其支拂期日カラ1箇月前ニ銀行ニ割引ヲ求メ、年1割2分ノ割引歩合デ金 693 圓ヲ受取ツタトイフ。此手形ノ額面高ハ何程カ。
4. 或人ガ今カラ64日後ニ受取ルベキ額面 150 圓ノ約束手形ヲ銀行デ割引ヲ求メ、現金 147.60 圓ヲ受取ツタトイフ、割引日歩ハ幾ラカ。

## 150. 複利法

金錢貸借ノ期間ガ長クナルトキニハ通例6箇月若クハ1箇年毎ニ利息ヲ勘定シテ債務者(借主)ガ債權者(貸主)ニ支拂フノガ常デアル。シ

カシ貯蓄銀行ノ預金ノヤウナ場合ニハ、利息ヲ拂フベキ時期ニ、其利息ヲ元金ニ加へ込ミ、其和ヲ次期ノ元金ト見做シテ、コレニ利息ヲ附ケルヤウニスルコトが多イ。

カヤウニ、利息ヲ元金ニ加へ込ム算法ヲ複利法トイフ。

今最初ノ元金ヲ  $a$  圓、單位期間ノ利率ガ變ラナイモノトシテ之ヲ  $r$ 、期間ヲ表ス數ヲ  $n$  (正ノ整数)トセヨ。

第一期ノ終リニ於ケル元利合計、即チ第二期ノ元金ヲ表ス數ハ  $a+ar=a(1+r)$

一般ニ或期ノ初メニ於ケル元金ニ  $(1+r)$  ヲ掛ケタモノガ其期ノ終リニ於ケル元利合計デアル。

故ニ第二期ノ終リニ於ケル元利合計ヲ表ス數ハ  $a(1+r)(1+r)$  即チ  $a(1+r)^2$

次第ニコノヤウニシテ、第  $n$  期ノ終リニ於ケル元利合計ヲ表ス數ヲ  $S$  トスレバ

$$S=a(1+r)^n$$

コレヲ複利ノ公式トイフ。

注意  $(1+r)^n$  ハ各期ノ利率ガ變ラナイ場合ノ元金 1 ニ對スル元利合計ヲ表ス數デアル、卷末ニ複利表ト名ヅケテ載セテアル。

[例] 元金 355 圓ヲ年利 7 分デ銀行ニ預ケ、利子ハ半年毎ニ計算シテ之ヲ元金ニ繰込ムコトトスレバ、1 年半ノ後ニ於ケル元利合計ハ幾ラカ。

但シ 1 圓未滿ノ元金ニハ利子ヲツケナイ、マタ利子ノ 1 錢未滿ハ切捨トスル。

解 本例デハ上ノ但書ガアルタメ上ノ複利ノ公式ヲソノマ、用ヒルコトガ出來ナイ、ソコデ次ノヤウニ一々計算ヲスル。

$$\begin{aligned}
 355^{\text{圓}} \times 0.035 &= 12^{\text{圓}}.42\frac{1}{2} \dots\dots\dots \text{第一期間ノ利子} \\
 12^{\text{圓}}.42 + 355^{\text{圓}} &= 367^{\text{圓}}.42 \dots\dots\dots \text{第一期末ノ元利合計} \\
 &\quad \text{即チ第二期ノ元金} \\
 367^{\text{圓}} \times 0.035 &= 12^{\text{圓}}.84\frac{1}{2} \dots\dots\dots \text{第二期ノ利子} \\
 12^{\text{圓}}.84 + 367^{\text{圓}}.42 &= 380^{\text{圓}}.26 \dots\dots\dots \text{第二期末ノ元利合計} \\
 &\quad \text{即チ第三期ノ元金} \\
 380^{\text{圓}} \times 0.035 &= 13^{\text{圓}}.30 \dots\dots\dots \text{第三期ノ利子} \\
 13^{\text{圓}}.30 + 380^{\text{圓}}.26 &= 393^{\text{圓}}.56 \dots\dots\dots \text{答}
 \end{aligned}$$

注意 上ノ但書ガナイモノトシテ、複利ノ公

\* 半年ノ利率ハ  $0.07 \div 2 = 0.035$  トスル。

式ヲソノマ、用ヒレバ

$$\begin{aligned}
 355^{\text{圓}} \times (1.035)^3 &= 355^{\text{圓}} \times 1.108718 \text{ (卷末複利表ニヨル)} \\
 &= 393^{\text{圓}}.59 \dots\dots
 \end{aligned}$$

トナリ、其差ハ僅ニ 3 錢餘(元利合計ノ約一萬分ノ一)ニ過ギナイ。故ニ上ノヤウナ場合ニモ複利ノ公式ハ概算ノ用ニ立ツコトガワカル。

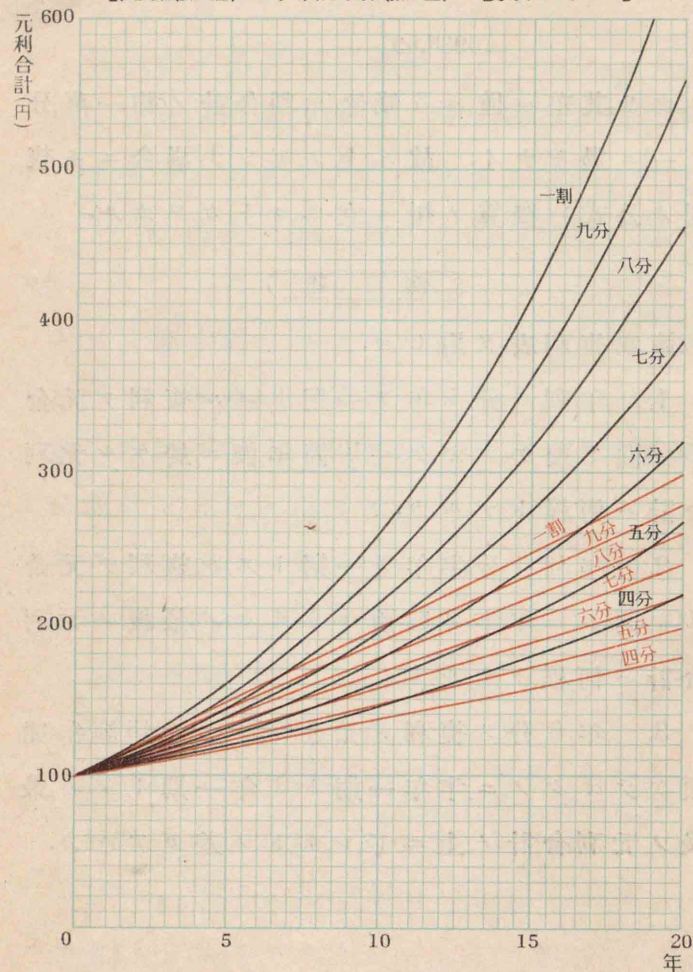
例題

適宜複利表ヲ用ヒヨ。

1. 年利 5 分、1 年ヲ一期トスル複利デ元金 350 圓ヲ預ケテオケバ、10 箇年後ニ於ケル元利合計ハ何程トナルカ。
2. 年利 6 分、半年ヲ一期トスル複利デ元金 500 圓ヲ 3 年半ノ間預ケテオケバ、最後ノ元利合計ハ何程トナルカ。
3. 年 6 分ノ複利デ元金 500 圓ヲ 15 箇年間預ケテオクノニ、半年一期ト 1 年一期トデハ、最後ノ元利合計ノ上ニドレホドノ差ガアルカ。

## 元金100圓ニ對スル元利合計ノぐらふ

[直線(赤色)ハ單利,曲線(黑色)ハ複利ヲ表ス]



## 雜 題

1.  $\frac{ax}{b} = \frac{cy}{d} = \frac{ez}{f}$  カラ  $x:y:z$  ヲ求メヨ.
  2.  $(x-2y):(2x-3z):(2y+3z)=1:3:5$  カラ  $x:y:z$  ヲ求メヨ.
  3.  $6x^2 - 11xy + 4y^2 = 0$  カラ  $x:y$  ヲ求メヨ.
- 次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.
4.  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}, lx + my + nz = p$
  5.  $\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y-1} = x+y+z$
  6.  $x:y:z:u=1:2:3:4, 9x+7y+3z+u=200$
- 
7.  $pq=rs, qt=su$  ナラバ  $p:r=l:u$  ナルコトヲ證明セヨ.
  8.  $\frac{l}{l'} = \frac{m}{m'} = \frac{n}{n'}$  ナルトキハ
 
$$(l^2 + m^2 + n^2)(l'^2 + m'^2 + n'^2) = (ll' + mm' + nn')^2$$
 ナルコトヲ證明セヨ.
  9.  $(l^2 + m^2 + n^2)(l'^2 + m'^2 + n'^2) = (ll' + mm' + nn')^2$  ナルトキハ
 
$$(mn' - m'n)^2 + (nl' - n'l)^2 + (lm' - l'm)^2 = 0$$

從テ  $l:m:n=l':m':n'$

ナルコトヲ證明セヨ。但シ  $l, m, n, l', m', n'$  ハ皆實數トスル。

10.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  ナルトキ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + b^2 + c^2$$

11.  $\frac{a+b+c+d}{a-b+c-d} = \frac{a+b-c-d}{a-b-c+d}$  ナルトキ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ナルコトヲ證明セヨ。

12.  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  ナルトキ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$\frac{x^3}{a^2} + \frac{y^3}{b^2} + \frac{z^3}{c^2} = \frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^2}$$

13.  $\frac{x}{a^2} = \frac{y}{b^2} = \frac{z}{c^2}$  ナルトキ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$(x+y+z)(a+b+c) = (a^2+b^2+c^2) \left( \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)$$

14.  $ap=bq=cr$  ナルトキ次ノ式ヲ證明セヨ。

$$\frac{p^2}{qr} + \frac{q^2}{rp} + \frac{r^2}{pq} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$$

15. 或小學校デ現在ノ生徒數ヲ前年度ノニクラベタラ、女生徒ハ7%増シ、男生徒ハ4%減リ、男女總數ハ3%増シタトイフ。現在ノ男生徒數ト女生徒數トノ割合ハドウカ。

16. 牛肉 3 kg ノ價ガ鶏肉 4 kg ノ價ニ等シク、鶏肉 3 kg ノ價ガ豚肉 5 kg ノ價ニ等シイトキ、牛肉 2 kg ノ價ガ3圓ナラバ、豚肉 3 kg ノ價ハ幾ラカ。

17. 海洋ヲ望ミ得ル距離ハ海面上ツノ眼ノ高サノ平方根ニ比例スルモノトシ、眼ノ高サ 2 m ノトキ望見シ得ル距離ガ 5 km デアルトスレバ、眼ノ高サ 72 m ノトキ望見シ得ル距離ハ何程カ。

18. 物體ノ重サハ地球ノ中心カラノ距離ノ平方ニ反比例スル。地面上カラ何程ノ高サノ所ニ物體ヲ置ケバソノ重サガ地面上ニアルトキノ半分トナルカ。但シ地球ノ半径ハ 6400 km トスル。

19.  $x$  ガ  $y^2$  ニ比例シ、 $y=3a$  ナルトキ  $x=4a$  ナラバ、 $x$  ト  $y$  トノ間ニドンナ等式ガ成リ立ツカ。

20. 年利 6 分、1 年ヲ一期トスル複利デ今カラ 4 年後ノ元利合計ガ 2700 圓ニナルベキ元金ヲ求メヨ。

21. 金 900 圓ヲ年利幾ラカノ複利デ滿 4 年

間貸シテオイタラ元利合計 1093.95 圓ニナツタ  
トイフ。年利率ヲ求メヨ。但シ1年ヲ一期ト  
スル。(複利表ヲ用ヒヨ)

22. 年1割(半年一期)ノ複利デ幾年間金ヲ貸  
シテオケバ元利合計ガ元金ノ2倍トナルカ。  
(複利表ヲ用ヒヨ)

[例] 三ツノ手形ガアル,第一ハ額面 400 圓支  
拂期日某年四月二十七日,第二ハ額面 850 圓支  
拂期日同年五月二日,第三ハ額面 750 圓支拂期  
日同年五月二十六日デア。ル。コノ三ツノ手形  
ノ平均支拂期日ヲ求メヨ。

解 同ジ人ニ對シ種々ノ期日ニ支拂フベキ  
幾口カノ約束手形ヲ振出シタ人ガ受取人ト相  
談ノ上此等ノ手形ノ額面高ノ和ヲ額面高トス  
ル一枚ノ手形ヲ作り,或日ニ於テ或同一ノ割引  
歩合デ前ノ各手形ヲ銀行割引シテ得ル現價ノ  
和ガ,同ジ日ニ同ジ歩合デ今振出サウトスル手  
形ヲ銀行割引シテ得ル現價ニ等シクナルヤウ  
ニソノ支拂期日ヲ定メテコレト前ノモノトヲ  
引替ヘルトキ,コノ一枚ノ手形ノ支拂期日ヲ前

數口ノ手形ノ平均支拂期日トイフノデア。ル。

ソコデ假ニ其年ノ四月一日カラ起算スルコ  
トトシ,コレカラ所要ノ平均支拂期日マデノ日  
數ヲ $x$ トシ,1日ヲ單位トスルトキノ利率ヲ $r$   
トスレバ,四月一日カラ前ノ三ツノ手形ノ支拂  
期日マデノ日數ハ夫々 27, 32, 56 ダガラ,次ノ方  
程式ヲ得ル。

$$400(1-27r) + 850(1-32r) + 750(1-56r) \\ = (400 + 850 + 750)(1-rx)$$

$$\therefore r(400 \times 27 + 850 \times 32 + 750 \times 56) = rx(400 + 850 + 750)$$

$$x = \frac{400 \times 27 + 850 \times 32 + 750 \times 56}{400 + 850 + 750} = 40$$

因テ答ハ四月一日カラ後40日目,即チ五月十  
日。

23. 四月十八日ニ 350 圓,五月二十五日ニ 450  
圓,五月二十七日ニ 250 圓,十一月四日ニ 750 圓  
ヲ支拂フベキ4枚ノ手形ノ平均支拂期日ヲ求  
メヨ。

24. 或人 7500 圓デ家屋ヲ買ヒ,内 2500 圓ヲ即  
時ニ拂ヒ,殘金ノ内 1500 圓ヲ九月三十日ニ,2500

圓ヲ十二月三十一日ニ, 1000 圓ヲ翌年二月十二日ニ支拂フコトヲ約束シタ, トコロガ其後賣主カラ一時ニ金ヲ受取リタヒト申込ンデキタ, サウスレバ何月何日ニ殘金ヲ悉ク拂渡セバ雙方トモ損得ガナイカ. 平均支拂期日ノ計算法ニヨツテ計算セヨ.

## 補 充 問 題

## 分 數 式

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ.

$$1. \frac{x^3 - x^2 - 56x}{x^4 + x^3 - 42x^2} \quad 2. \frac{2}{x+4} - \frac{x-3}{x^2 - 4x + 16} + \frac{x^3}{x^3 + 64}$$

$$3. \frac{a-b}{(b+c)(c+a)} + \frac{b-c}{(c+a)(a+b)} + \frac{c-a}{(a+b)(b+c)}$$

$$4. \frac{x^3y - y^4}{xy^2 + x^2y} \div \left\{ \frac{x^4 + x^3y + x^2y^2}{(x^2 - y^2)^3} \div \left( 1 + \frac{y}{x} \right)^2 \right\}$$

$$5. \frac{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}{a^2 - b^2} \div \frac{2ab - 2b^2}{3} \times \frac{a^2 + ab}{a - b}$$

$$6. \frac{1}{1-x^2} \div \left( \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right)$$

$$7. \left( \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left( \frac{x+y}{2(x-y)} - \frac{x-y}{2(x+y)} \right)$$

$$8. \frac{\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}}{a^2 - (b+c)^2} \quad 9. \frac{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}} \times \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$10. \frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (c-a)^2}{(a+b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a-b)^2}{(b+c)^2 - a^2}$$

## 開 平 法

1. 0.001698181681 ノ第四幕根ヲ求メヨ.



2.  $x^4+4x^3-8x+4$  を平方 = 開ケ.
3.  $9x^6-12x^5+22x^4+x^2+12x+4$  を平方 = 開ケ.
4. 一 邊ノ長サ  $5m$  ナル正方形ノ對角線ノ長サハ幾ラカ. (四捨五入,  $cm$  ノ位マデ)
5. 長サ  $4m$  ノ梯子ヲ或窓ニ立テ掛ケタラ, 梯子ノ下端ト窓ノ眞下ノ所トノ距離ガ  $1m$  デアツタトイフ. 此窓ノ地上カラノ高サハ何程カ. ( $cm$  ノ位マデ)
6. 内法長サ  $9.8cm$ , 幅  $6.3cm$ , 深サ  $9.6cm$  ノ箱ト同容積ノ立方體ノ箱ヲ作ラウトスル, 其内法一稜ノ長サヲ求メヨ.
7.  $9x^4+12x^3+22x^2+mx+n$  ガ平方 = 開キ切レルタメニハ  $m, n$  ノ値幾ラカ. (實際 = 開イテ見テソノ殘リガ  $0$  = ナルヤウニセヨ.)

## 二次方程式

次ノ各方程式ヲ解ケ.

1.  $9x^2-24x+16=0$       2.  $3x^2+12x+20=0$
3.  $(x^2-2x)^2-8=7x(x-2)$

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

4.  $x^2-y^2+(x+y)^2=24, \quad x+y=4$
5.  $2x+y=5, \quad 3x^2-2xy+4x+y=4$

6.  $(x+1)(y+1)=70, \quad (x-1)(y-1)=40$
7.  $3x^2+5x-8y=36, \quad 2x^2-3x-4y=3$
8.  $yz=16x, \quad zx=9y, \quad xy=4z$
9.  $x(x+y+z)=7-x, \quad y(x+y+z)=14-y, \quad z(x+y+z)=21-z$
10.  $x(x+2y+3z)=30, \quad y(x+2y+3z)=20, \quad z(x+2y+3z)=10$

11.  $x$  = ツイテノ二次方程式

$$(m-1)x^2-m(m+1)x=(m-3)(x+2)$$

ガ絶対値ガ等シイ正根ト負根トヲ有スルタメノ  $m$  ノ値ヲ決定セヨ.

12.  $4x^2+12x+d=0$  ノ二根ノ差ガ  $2$  ナルトキ, 其二根及  $d$  ノ値ヲ求メヨ.

13.  $x^2-px+q=0$  ノ二根ノ差ガ  $1$  ナラバ  $p^2=4q+1$  ナルコトヲ證明セヨ.

14. 對角線ガ  $9$  本ダケ引ケル多角形ノ邊數ヲ求メヨ.

15. 長サ  $l$  ナル線分  $AB$  若クハ其延長ノ上ニ一點  $C$  ヲ取り,  $AC^2=BC \cdot AB$  ナラシメヨウトスル. 點  $C$  ノ位置ヲ求メヨ.

16. 直角三角形ガアル, 其周圍ハ  $28cm$ , 其内接圓ノ半徑ハ  $1cm$  デアルトイフ. 三邊ノ長サヲ求メヨ.

## 分 數 方 程 式

次ノ各方程式ヲ解ケ.

$$1. \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-1}{x^2-4} \quad 2. \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-1} = -\frac{3}{2}$$

$$3. \frac{x(x-3)}{x^2-1} + 2 + \frac{1}{x-1} = 0$$

$$4. x + \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{5x-4}{x^2-1}$$

$$5. \frac{1}{x+1} + \frac{2x+11}{x-3} = \frac{2(x+1)}{x^2-2x-3} + \frac{15}{x-3}$$

6. 甲驛カラ乙驛マデノ鐵道距離ハ70kmデアアル, 其中最初ノ10kmハ平地, 次ノ35kmハ上リデ, 残リモマタ平地デアアル. 或列車ガ甲驛ヲ出發シ乙驛ニ向ツテ進行シタノニ, 1時間ト2分ノ後ニ中央ニ達シ, 其後50分デ乙驛ニ着イタトイフ. 此列車ガ平地ヲ走ル速サ及坂路ヲ上ル速サ夫々毎時幾kmカ.

7. 或日正午ニ貨車, 午後一時ニ客車ガ何レモ甲停車場ヲ出發シテ乙停車場ニ向ツタ, トコロガ貨車ハ兩停車場間ノ距離ノ $\frac{2}{3}$ ダケ行ツタトキ機關ニ故障ガ出來タタメ, 速サヲ元ノ $\frac{3}{4}$ ニ減ラシテ進行シ, 午後二時四十分ニ乙停車場カラ15km手前ノ處デ客車ニ追付カレタトイフ. 客車ノ速サハ貨車ノ故障後ノ速サノ2

倍ニ等シイトシテ, 兩停車場間ノ距離ト客車ノ速サトヲ求メヨ.

8. 甲乙二人ノ職工ガアル, 甲ハ幾日間カ働イテ賃金42圓ヲ得, 乙ハソレヨリ8日間少ナク働イテ賃金40圓ヲ得タ, 若シ甲ノ働イタ日數ダケ乙ガ働キ, 乙ノ働イタ日數ダケ甲ガ働イタナラバ兩人ノ賃金合ハセテ4圓ダケ増シタ筈デアルトイフ. 各ガ働イタ日數ヲ求メヨ.

9. 二輪車ガアル, ソノ前輪ノ周ハ後輪ノ周ヨリ20cm長クテ, 2520mノ道ヲ行ク間ニ後輪ハ前輪ヨリモ60回多ク廻轉スルトイフ. 各輪ノ周ハ幾ラカ.

10. 甲乙丙三種ノ白米ガアル, 其小賣相場一圓ニツキ甲ハ乙ヨリモ0.4kg高く, 乙ハ丙ヨリモ0.8kg高い, 而シテ甲ト丙トノ値段ヲ平均スレバ一圓ニツキ乙ヨリモ0.14kgダケ安い白米ノ値段ニ等シクナルトイフ. 各ノ小賣相場一圓ニツキ何程カ.

11. 商人ガアツテ一反ニツキ幾圓カノ反物ヲ200圓ダケ買ヒ, 次ニ一反ニツキソレヨリモ2圓高い品ヲ140圓ダケト2圓安い品ヲ60圓ダケ買ツタトコロガ, 初メニ買ツタ反數ハ次ニ買ツタ二種ノ反數ノ和ニ等シイトイフ. 初メニ買ツタモノ一反ノ價ヲ求メヨ

12. A, B 二列車ガアル, Aハ甲停車場ヲ發シテソコカラ 45 km 隔タル乙停車場ニ, Bハ同時ニ乙停車場ヲ發シテ甲停車場ニ向ヒ, 各, 一定ノ速サデ直行シ, 36分間ヲ經タトキ兩列車ガ摺レ違ヒ, AハBヨリ30分ダケ早ク目的ノ停車場ニ着イタトイフ. 兩列車ノ速サ毎時各, 幾ラカ.

13. 自動車ガ或速サデ甲地ヲ發シ, 180 km ダケ行ツタ後ソノ速サヲ毎時 9 km ダケ増シテ乙地ニ達シタ. 若シ最初カラ後ノ速サデ行クナラバ 40分早ク乙地ニ着キ, マタ始終最初ノ速サデ行クナラバ 20分遅ク着イタ筈デアルトイフ. 甲乙兩地間ノ距離及コノ自動車ノ最初ノ速サヲ求メヨ.

14. 現今ノ米ノ價ヲ幾年カ前ノニクラベタトコロガ, 一圓ニツイテハ 3 kg 高ク, 1 kg ニツイテハ 7.5 錢高イトイフ. 現今ノ價ハ 1 kg 幾ラカ.

15. 甲乙二箇ノ推進機<sup>プロペラー</sup>ガアル, 甲ハ毎分乙ヨリ 150 回多ク廻轉シ, 甲ガ 1000 廻轉スル間ノ時間ハ乙ガ 650 廻轉スル間ノ時間ヨリモ  $\frac{5}{44}$  分長イトイフ. 各, ノ毎分ノ廻轉數(1000 回以上)ヲ求メヨ.

## 比 比 例

次ノ各二式カラ  $x:y:z$  ヲ求メヨ.

1.  $x-2y+z=3x+y-2z=0$

2.  $6(x+y+z)=28x=21y$       3.  $x-y=7z, x-z=4y$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ナルトキ次ノ各式ノ成リ立ツコトヲ證明セヨ.

4.  $\frac{b(a-c)}{c(b-d)} = \frac{a-b}{c-d}$       5.  $\frac{ab+cd}{ab-cd} = \frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}$

6.  $abcd(a+b+c+d)^2 = (bcd+cda+dab+abc)^2$

7.  $\frac{y+z}{b-c} = \frac{z+x}{c-a} = \frac{x+y}{a-b}$  ナルトキハ  $x+y+z=0$  ナ

ルコトヲ證明セヨ.

8. 北半球ニ於テハ陸ノ面積ト海ノ面積トノ比ハ 21:50, 南半球ニ於テハ同ジ比ガ 13:100 デアルトイフ. サウスレバ地球ノ全表面ニ於ケル陸ト海トノ面積ノ比ハ幾ラカ.

9. 某市ノ尋常高等小學校ノ尋常科生徒ノ數ト高等科生徒ノ數トノ比ハ 11:2 デアツテ, 尋常科男女生徒數ノ比ハ 23:22, 高等科男女生徒數ノ比ハ 14:13 デアルトイフ. 男生徒總數ト女生徒總數トノ比ハ幾ラカ

10. 二數ノ和,差積ガ7,1,60ニ比例スルトイフ. 各數ハ何カ.

11. 既約分數ガアル,其分母ノ5倍カラ分子ノ4倍ヲ引イタモノヲ分子トシ,分母ノ7倍カラ分子ノ2倍ヲ引イタモノヲ分母トスル分數ハ $\frac{3}{5}$ ニ等シトイフ. 元ノ分數ヲ求メヨ.

12. 甲乙丙三人ノ所持金合計30圓デ,甲カラ5錢,乙カラ7錢,丙カラ其半分ヲ引イタモノハ4,3,1ニ比例スルトイフ. 各ノ所持金ハ幾ラカ.

13. 甲乙丙三人ノ所有金ハ8,5,3ニ比例スル,今甲ガ所有金ノ半分ヲ丙ニ與ヘ,丙ハ100圓ヲ乙ニ與ヘレバ,乙丙ノ所有金ハ相等シクナルトイフ. 最初各ノ所有金ハ幾ラカ.

14. 線分AB上ニ $\frac{AC}{CB} = \frac{2}{3}$ ナルヤウニ取ツタ點Cト $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ ナルヤウニ取ツタ點Dトノ間ノ距離ガ2cmデアルトイフ. ABノ長サヲ求メヨ.

15. 甲器ニ酒精12lト水18lトノ混合液,乙器ニ酒精9lト水3lトノ混合液ガアル,此兩器カラ夫々幾lヅツカヲ取ツテ混合シ酒精ト水トガ等分ニ混合サレル液14lヲ作ラウトスル. 各器カラ取ルベキ量ヲ求メヨ.

16. 1圓ニツキ5kgノ白米ガ1圓ニツキ6kgトナレバ,米ノ價ハ幾割ダケ下落シタコトニナルカ.

17. 或品物ヲ分量1割増デ買フノハ代價ノ幾割引デ買フコトニ當ルカ.

18. 今カラ4箇月後ニ拂フベキ額面2460圓ノ手形ヲ或歩合デ割引スルノニ銀行割引ニヨルノト眞割引ニヨルノトノ差ガ1.5圓デアルトイフ. 割引ノ歩合ハ年幾ラカ.

## 答

例題ノ答ハスベテ略スル  
其外デモヤサシイノハ略スル

### 雑題 (10—12頁)

1.  $\frac{1-6x^2}{1-4x^2}$     2. 0    3.  $-\frac{1}{ac(b-c)}$     4.  $\frac{28x(x^2-12)}{x^3-25x^2+144}$   
5.  $\frac{8ab^7}{a^8-b^8}$     6.  $\frac{67}{6} - \frac{x}{12}$     7.  $\frac{x}{b} - \frac{9a}{8c}$     8.  $x$     9.  $\frac{y}{x-y}$   
10. 2    12. 0    13.  $a=5, b=2$     14.  $a=\frac{80}{3}, b=\frac{50}{3}$

### 雑題 (35—40頁)

1. 4    2. 0.5

### 問題 (56—57頁)

1. 42, 38    2. 17, 18    3. 9, 11    4. 36    5. 26 m, 38 m  
6. 8 邊形    7. 20 cm    8. 0.04    9. 180

### 問題 (80—82頁)

1. 12, 10    2. 25 m, 28 m    3. 5 cm, 12 cm    4. 40 m, 30 m  
5. 75 株    6. 2.6 cm, 9.1 cm, 11.7 cm    7. 甲 1.2 圓, 乙 1.6 圓

### 雑題 (91—94頁)

1.  $(x+y)(x-z)$     2.  $(ax+b+c)(x+1)$     3.  $(a-d)(a+b+c+d)$   
4.  $(x-y+1)(x-2)$     5.  $(x-16)(x+36)$     6.  $(3x+5)(5x+6)$   
7. 0.75 m    8. 6 m, 10 m    10.  $\pm \frac{1}{6}$     11.  $k=2, x=0$  或ハ  
 $k=6, x=-\frac{2}{3}$     12.  $-\frac{1}{3}$     13. (1)  $\frac{b^2-ac}{a^2}$ , (2)  $\pm \frac{b\sqrt{b^2-4ac}}{a^2}$   
14.  $(1, 1), (\frac{8}{15}, \frac{1}{15})$     15.  $(\pm 2, \pm 1), (\pm \frac{1}{\sqrt{1}}, \pm \frac{5}{\sqrt{91}})$

16.  $(3, 1), \left(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right)$  17.  $(7, 3), \left(\frac{14}{3}, -\frac{5}{3}\right)$   
 18.  $(2, 3), (0, 1), \left(\frac{3}{2}, 1\right)$  19.  $(5, 8), \left(6, \frac{51}{4}\right)$  20.  $(4, 5), (5, 4)$   
 21.  $(1, 2), (2, 1)$  22.  $(2, 4), (4, 2)$  23.  $(3, 6), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

## 問題 (105—108頁)

1. 5 2. 40 km 3. 24日 4.  $\frac{7}{11}$  5. 甲50日, 乙75日  
 6. 甲10.2分, 乙17分 7. 前輪2.5 m, 後輪2 m 8. 自動車20 km,  
 人力車8 km, 徒步4 km 9. 甲320 m, 乙300 m 10. 27人  
 11. 60 km 12. 2海里 13. 甲8日, 乙12日

## 問題 (156—157頁)

1. 1102.5 m 3. 12 cm 4. 120日 5. 甲201.6圓, 乙403.2圓  
 6. 1:7 7. 45 l

## 雜題 (171—176頁)

1.  $bce:ade:acf$  2. 3:1:1 3. 2:1, 4:3 4.  $\left(\frac{ap}{la+mb+nc}, \frac{bp}{a}, \frac{cp}{a}\right)$  5.  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$  6.  $x=\frac{50}{9}, y=\frac{100}{9}, z=\frac{50}{3}$   
 $u=\frac{200}{9}$  15. 384:749 16. 2.025圓 17. 30 km  
 18.  $6400(\sqrt{2}-1)=2600$  km 餘 19.  $9ax=4y^2$  20. 約2139圓  
 21. 0.05 22. 7年餘 23. 七月二十五日 24. 十二月十二日

## 補充問題

## 分數式 (177頁)

1.  $\frac{x-8}{x(x-6)}$  2.  $\frac{2x^2-9x+44}{x^3+64}$  3. 0 4.  $\frac{(x^2-y^2)^4}{x^5}$  5.  $\frac{3a}{2b}$   
 6.  $\frac{1}{2x}$  7.  $\frac{x^2+y^2}{xy}$  8.  $\frac{1}{c(a-b-c)}$  9.  $-\frac{x^2-y^2}{2}$  10. 1

## 開平法 (177—178頁)

1. 0.203 2.  $x^2+2x-2$  3.  $3x^3-2x^2+3x+2$  4. 7.07 m 強  
 5. 3.87 m 強 6. 8.4 cm 7.  $m=12, n=9$

## 二次方程式 (178—179頁)

1.  $\frac{4}{3}$  (等根) 2.  $\frac{-6\pm 2i\sqrt{6}}{3}$  3. 4, -2, 1 (等根) 4. (3, 1)  
 5. (1, 3),  $\left(\frac{1}{7}, \frac{33}{7}\right)$  6. (6, 9), (9, 6) 7. (5, 8),  $\left(6, \frac{51}{4}\right)$   
 8. (0, 0, 0) (6,  $\pm 8, \pm 12$ ), (-6,  $\pm 8, \mp 12$ )  
 9. (1, 2, 3),  $\left(-\frac{7}{6}, -\frac{14}{6}, -\frac{21}{6}\right)$  10. ( $\pm 3, \pm 2, \pm 1$ )  
 11. -3 12.  $-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, d=5$  14. 6  
 15. Aカヲ  $-\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}l$ ノ處 16.  $\frac{15\pm\sqrt{113}}{2}$  cm, 13 cm

## 分數方程式 (180—182頁)

1.  $\frac{1}{9}$  2. 0,  $\frac{5}{3}$  3.  $\frac{1}{3}$  4.  $\frac{3\pm i\sqrt{31}}{4}$  5.  $-\frac{3}{2}$   
 6. 50 km, 30 km 7. 90 km, 每時45 km 8. 甲28日, 乙20日  
 9. 300 cm, 280 cm 10. 甲5.4 kg, 乙5.8 kg, 丙6.6 kg 11. 5圓  
 12. A 45 km, B 30 km 13. 270 km, 每時45 km 14. 20錢  
 15. 2750回, 2600回

## 比, 比例 (183—185頁)

1. 3:5:7 2. 3:4:7 3. 9:2:1 8. 1648:6375  
 9. 899:856 10. 20, 15 11.  $\frac{2}{7}$  12. 甲13.33圓, 乙10.03圓

丙 6.64 圓    13. 800 圓, 500 圓, 300 圓    14. 70 *cm*    15. 甲 10 *l*,  
乙 4 *l*    16.  $\frac{1}{6} = 0.17$  弱    17.  $\frac{1}{11} = 0.09$  強    18. 0.075

平方, 立方, 平方根, 立方根, 逆數ノ表

複利表

(末位未滿ハスベテ四捨五入)

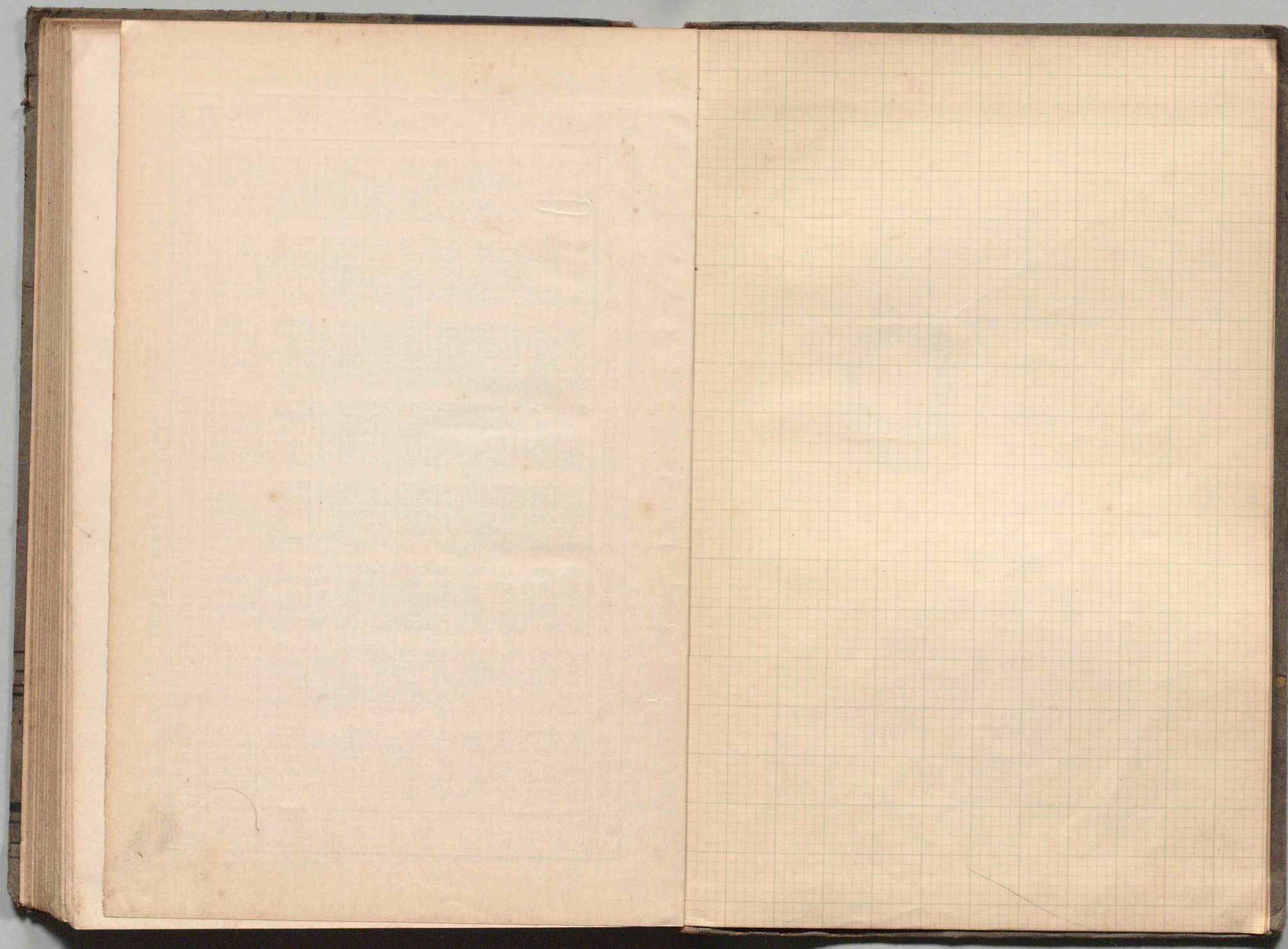
數	平方	立方	平方根	立方根	逆數
1	1	1	1.00000000	1.00000000	1.00000000
2	4	8	1.41421356	1.2599210	0.50000000
3	9	27	1.73205081	1.4422496	0.33333333
4	16	64	2.00000000	1.5874011	0.25000000
5	25	125	2.23606798	1.7099759	0.20000000
6	36	216	2.44948974	1.8171206	0.16666667
7	49	343	2.64575131	1.9129312	0.14285714
8	64	512	2.82842712	2.0000000	0.12500000
9	81	729	3.00000000	2.0800838	0.11111111
10	100	1000	3.16227766	2.1544347	0.10000000
11	121	1331	3.31662479	2.2239801	0.09090909
12	144	1728	3.46410162	2.2894286	0.08333333
13	169	2197	3.60555128	2.3513347	0.07692307
14	196	2744	3.74165738	2.4101422	0.07142857
15	225	3375	3.87298335	2.4662121	0.06666667
16	256	4096	4.00000000	2.5198421	0.06250000
17	289	4913	4.12310563	2.5712816	0.05882352
18	324	5832	4.24264069	2.6207414	0.05555556
19	361	6859	4.35889894	2.6684016	0.05263157
20	400	8000	4.47213596	2.7144177	0.05000000
21	441	9261	4.58257569	2.7589243	0.04761904
22	484	10648	4.69041576	2.8020393	0.04545454
23	529	12167	4.79583152	2.8438670	0.04347826
24	576	13824	4.89897949	2.8844991	0.04166667
25	625	15625	5.00000000	2.9240177	0.04000000
26	676	17576	5.09901951	2.9624960	0.03846153
27	729	19683	5.19615242	3.0000000	0.03703703
28	784	21952	5.29150262	3.0365889	0.03571428
29	841	24389	5.38516481	3.0723163	0.03448275
30	900	27000	5.47722558	3.1072325	0.03333333
31	961	29791	5.56776436	3.1413806	0.03225806
32	1024	32768	5.65685425	3.1748021	0.03125000
33	1089	35937	5.74456265	3.2075343	0.03030303
34	1156	39304	5.83095189	3.2396118	0.02941176
35	1225	42875	5.91607978	3.2710663	0.02857142
36	1296	46656	6.00000000	3.3019272	0.02777778
37	1369	50653	6.08276253	3.3322218	0.02702702
38	1444	54872	6.16441400	3.3619754	0.02631578
39	1521	59319	6.24499800	3.3912114	0.02564102
40	1600	64000	6.32455532	3.4199519	0.02500000
41	1681	68921	6.40312424	3.4482172	0.02439024
42	1764	74088	6.48074070	3.4760266	0.02380952
43	1849	79507	6.55743853	3.5033981	0.02325581
44	1936	85184	6.63324958	3.5303483	0.02272727
45	2025	91125	6.70820393	3.5568933	0.02222222
46	2116	97336	6.78232998	3.5830479	0.02173913
47	2209	103823	6.85654559	3.6088261	0.02127660
48	2304	110592	6.92820323	3.6342411	0.02083333
49	2401	117649	7.00000000	3.6593057	0.02040816
50	2500	125000	7.07106780	3.6840314	0.02000000

數	平方	立方	平方根	立方根	逆數
51	2601	132651	7.14142843	3.7034298	0.01960784
52	2704	140608	7.21110255	3.7325111	0.01923076
53	2809	148877	7.28010989	3.7628583	0.01886792
54	2916	157464	7.34846923	3.7797631	0.01851851
55	3025	166375	7.41619849	3.8029525	0.01818181
56	3136	175616	7.48331473	3.8258624	0.01785714
57	3249	185193	7.54983443	3.8485011	0.01754386
58	3364	195112	7.61577311	3.8708766	0.01724137
59	3481	205379	7.68114575	3.8929965	0.01694915
60	3600	216000	7.74596669	3.9148676	0.01666667
61	3721	226981	7.81024967	3.9364972	0.01639344
62	3844	238328	7.87400787	3.9578915	0.01612903
63	3969	250047	7.93725393	3.9790571	0.01587301
64	4096	262144	8.00000000	4.0000000	0.01562500
65	4225	274625	8.06225775	4.0207256	0.01538461
66	4356	287496	8.12403841	4.0412401	0.01515151
67	4489	300763	8.18535277	4.0615480	0.01492537
68	4624	314432	8.24621125	4.0816551	0.01470588
69	4761	328509	8.30662387	4.1015661	0.01449275
70	4900	343000	8.36660027	4.1212853	0.01428571
71	5041	357911	8.42614978	4.1408178	0.01408450
72	5184	373248	8.48528138	4.1601676	0.01388889
73	5329	389017	8.54400375	4.1793392	0.01369863
74	5476	405224	8.60232527	4.1983364	0.01351514
75	5625	421875	8.66025403	4.2171633	0.01333333
76	5776	438976	8.71779789	4.2358236	0.01315789
77	5929	456533	8.77496439	4.2543210	0.01298701
78	6084	474552	8.83176086	4.2726588	0.01282051
79	6241	493039	8.88819442	4.2908404	0.01265822
80	6400	512000	8.94427191	4.3088695	0.01250000
81	6561	531441	9.00000000	4.3267487	0.01234567
82	6724	551368	9.05538514	4.3444815	0.01219512
83	6889	571787	9.11043358	4.3620707	0.01204819
84	7056	592704	9.16515139	4.3795191	0.01190476
85	7225	614125	9.21954446	4.3968296	0.01176470
86	7396	636056	9.27361849	4.4140049	0.01162790
87	7569	658503	9.32737906	4.4310476	0.01149425
88	7744	681472	9.38083152	4.4479602	0.01136363
89	7921	704969	9.43398113	4.4647451	0.01123595
90	8100	729000	9.48683298	4.4814047	0.01111111
91	8281	753571	9.53939202	4.4979414	0.01098901
92	8464	778688	9.59166305	4.5143574	0.01086956
93	8649	804357	9.64365076	4.5306549	0.01075268
94	8836	830584	9.69559371	4.5468359	0.01063829
95	9025	857375	9.74679434	4.5629026	0.01052631
96	9216	884736	9.79795897	4.5788570	0.01041667
97	9409	912673	9.84885780	4.5947009	0.01030927
98	9604	941192	9.89949493	4.6104363	0.01020408
99	9801	970299	9.94987436	4.6260650	0.01010101
100	10000	1000000	10.00000000	4.6415888	0.01000000



期	率	2%	2.5%	3%	3.5%	4%	4.5%	率	期
1		1.020000	1.025000	1.030000	1.035000	1.040000	1.045000		1
2		1.040400	1.050625	1.060900	1.071225	1.081600	1.092025		2
3		1.061208	1.076891	1.092727	1.108718	1.124864	1.141166		3
4		1.082432	1.103813	1.125509	1.147523	1.169859	1.192519		4
5		1.104081	1.131408	1.159274	1.187686	1.216653	1.246182		5
6		1.126162	1.159693	1.194052	1.229255	1.265319	1.302260		6
7		1.148686	1.188686	1.229874	1.272279	1.315932	1.360862		7
8		1.171659	1.218403	1.266770	1.316809	1.368569	1.422101		8
9		1.195093	1.248863	1.304773	1.362897	1.423312	1.486095		9
10		1.218994	1.280085	1.343916	1.410599	1.480244	1.552969		10
11		1.243374	1.312087	1.384234	1.459970	1.539454	1.622853		11
12		1.268242	1.344889	1.425761	1.511069	1.601032	1.685381		12
13		1.293607	1.378511	1.468534	1.563956	1.665074	1.772196		13
14		1.319479	1.412974	1.512590	1.618695	1.731676	1.851945		14
15		1.345868	1.448298	1.557967	1.675349	1.800944	1.935282		15
16		1.372786	1.484506	1.604706	1.733986	1.872981	2.022370		16
17		1.400241	1.521618	1.652848	1.794676	1.947901	2.113377		17
18		1.428246	1.559659	1.702433	1.857489	2.025817	2.208479		18
19		1.456811	1.598650	1.753506	1.922501	2.106849	2.307860		19
20		1.485947	1.638616	1.806111	1.989789	2.191123	2.411714		20
21		1.515666	1.679582	1.860295	2.059431	2.278768	2.520241		21
22		1.545980	1.721571	1.916103	2.131512	2.369919	2.633652		22
23		1.576899	1.764611	1.973587	2.206114	2.464716	2.752166		23
24		1.608437	1.808726	2.032794	2.283328	2.563304	2.876014		24
25		1.640606	1.853944	2.093778	2.363245	2.665836	3.005434		25
26		1.673418	1.900293	2.156591	2.445959	2.772470	3.140679		26
27		1.706886	1.947800	2.221289	2.531567	2.883369	3.282010		27
28		1.741024	1.996495	2.287928	2.620172	2.998703	3.429700		28
29		1.775845	2.046407	2.356566	2.711878	3.118651	3.584036		29
30		1.811362	2.097568	2.427262	2.806794	3.243398	3.745318		30
31		1.847589	2.150007	2.500080	2.905031	3.373133	3.913857		31
32		1.884541	2.203757	2.575083	3.006708	3.508059	4.089931		32
33		1.922231	2.258851	2.652335	3.111942	3.648381	4.274030		33
34		1.960676	2.315322	2.731905	3.220860	3.794316	4.466362		34
35		1.999890	2.373205	2.813362	3.333590	3.946089	4.667243		35
36		2.039887	2.432535	2.898278	3.450266	4.103933	4.877378		36
37		2.080685	2.493349	2.985227	3.571025	4.268090	5.096860		37
38		2.122299	2.555682	3.074783	3.696011	4.438813	5.326219		38
39		2.164745	2.619574	3.167027	3.825372	4.616366	5.565899		39
40		2.208040	2.685064	3.262038	3.959260	4.801021	5.816355		40
期	率	2%	2.5%	3%	3.5%	4%	4.5%	率	期

期	率	5%	6%	7%	8%	9%	10%	率	期
1		1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.090000	1.100000		1
2		1.102500	1.123600	1.144900	1.166400	1.188100	1.210000		2
3		1.157625	1.191016	1.225043	1.259712	1.295029	1.331000		3
4		1.215500	1.262477	1.310796	1.360489	1.411582	1.464100		4
5		1.276282	1.338226	1.402552	1.469328	1.538624	1.610510		5
6		1.340096	1.418519	1.500730	1.586874	1.677100	1.771561		6
7		1.407100	1.503630	1.605781	1.713824	1.828039	1.948717		7
8		1.477455	1.593848	1.718186	1.850930	1.992563	2.143589		8
9		1.551328	1.689479	1.838459	1.999005	2.171893	2.357948		9
10		1.628895	1.790848	1.967151	2.158925	2.367364	2.593742		10
11		1.710339	1.898299	2.104852	2.331639	2.580426	2.853117		11
12		1.795856	2.012196	2.252192	2.518170	2.812665	3.138428		12
13		1.885649	2.132928	2.409845	2.719624	3.065805	3.452271		13
14		1.979932	2.260904	2.578534	2.937194	3.341727	3.797498		14
15		2.078928	2.396558	2.759032	3.172169	3.642482	4.177248		15
16		2.182875	2.540352	2.952164	3.425943	3.970306	4.594973		16
17		2.292018	2.692773	3.158815	3.700018	4.327633	5.054470		17
18		2.406619	2.854339	3.379932	3.996020	4.717120	5.559917		18
19		2.526950	3.025600	3.616528	4.315701	5.141661	6.115909		19
20		2.653298	3.207135	3.869684	4.660957	5.604411	6.727500		20
21		2.785963	3.399564	4.140562	5.033834	6.108808	7.400250		21
22		2.925261	3.603537	4.430402	5.436540	6.658600	8.140275		22
23		3.071524	3.819750	4.740530	5.871464	7.257874	8.954302		23
24		3.225100	4.048935	5.072367	6.341181	7.911083	9.849733		24
25		3.386355	4.291871	5.427433	6.848475	8.623081	10.834706		25
26		3.555673	4.549383	5.807353	7.396353	9.399158	11.918177		26
27		3.733456	4.822346	6.213868	7.988061	10.245082	13.109994		27
28		3.920129	5.111687	6.648838	8.627106	11.167140	14.420994		28
29		4.116136	5.418388	7.114257	9.317275	12.172132	15.863093		29
30		4.321942	5.743491	7.612255	10.062657	13.267678	17.449402		30
31		4.538040	6.088101	8.145113	10.867669	14.461770	19.194343		31
32		4.764941	6.453387	8.715271	11.737083	15.763329	21.137777		32
33		5.003189	6.840590	9.325340	12.676050	17.182028	23.225154		33
34		5.253348	7.251025	9.978114	13.690134	18.728411	25.547670		34
35		5.516015	7.686087	10.676581	14.785344	20.413968	28.102437		35
36		5.791816	8.147252	11.423942	15.968172	22.251225	30.912681		36
37		6.081407	8.636087	12.223618	17.245626	24.253835	34.003949		37
38		6.385477	9.154252	13.079271	18.625276	26.436680	37.404343		38
39		6.704751	9.703507	13.994820	20.115298	28.815932	41.144778		39
40		7.039989	10.285718	14.974458	21.724522	31.409420	45.259256		40
期	率	5%	6%	7%	8%	9%	10%	率	期



昭和四年十一月十九日訂正再版印刷 (中等算術)  
 昭和四年十一月二十一日訂正再版發行  
 昭和五年十二月五日訂正再版印刷 (中等代學)  
 昭和五年十二月八日訂正再版發行  
 昭和六年八月二日訂正新制版印刷  
 昭和六年八月六日訂正新制版發行  
 昭和六年九月二十日訂正新制再版印刷  
 昭和六年九月二十三日訂正新制再版發行



著作權所有

新制算術及代數下卷

定價金七拾五錢

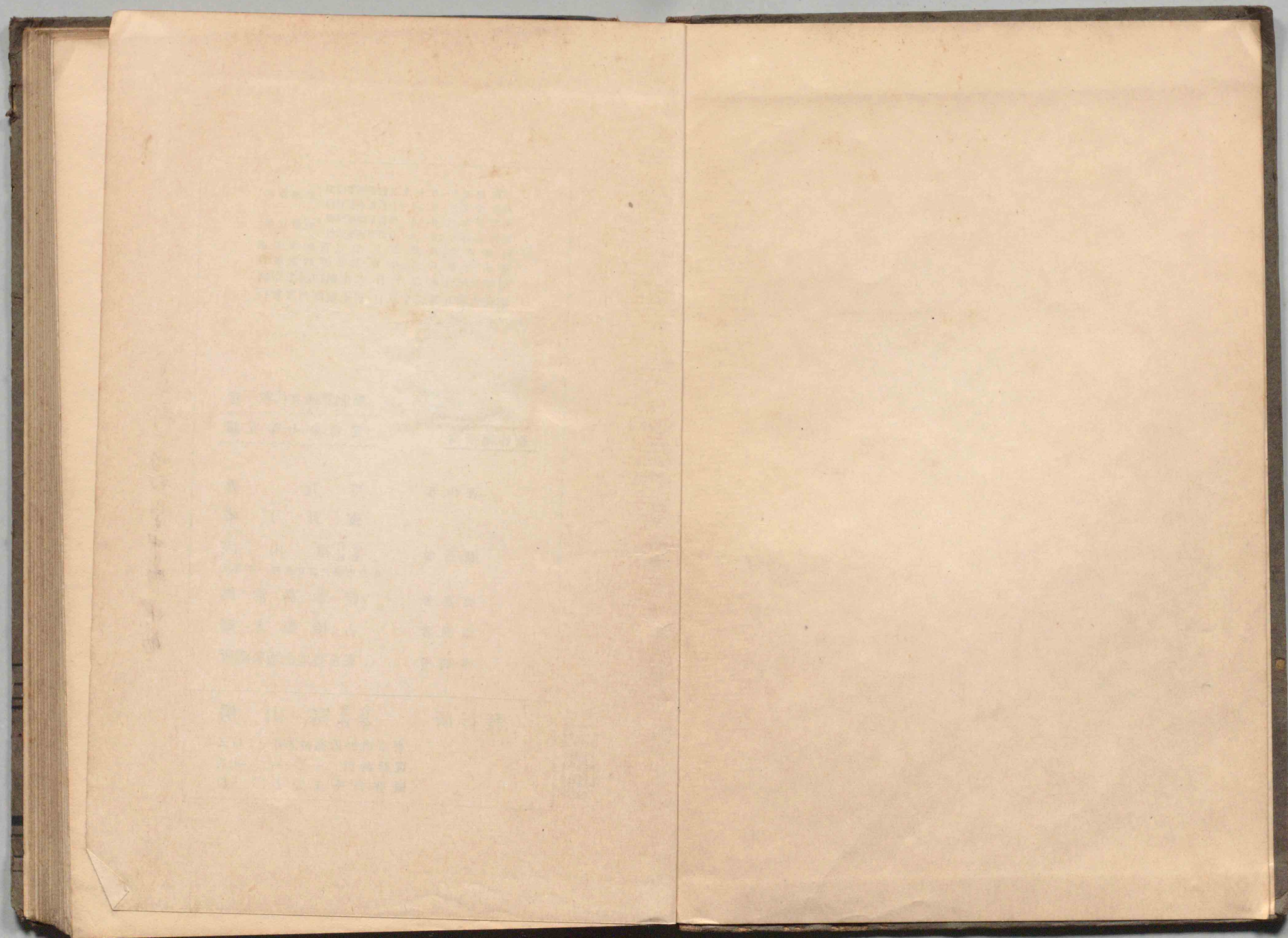
著者	寺尾壽
	藤野了祐
發行者	合資富山房 會社 東京市神田區神保町一丁目三
代表者	坂本嘉治馬
印刷者	古橋照太郎
印刷所	東京築地活版製造所

發行所 合資富山房

東京市神田區神保町一丁目三  
 電話神田二一七一~二一七八  
 振替口座東京五〇一番

大津製

寺尾壽  
 藤野了祐  
 中助



安藝郡三河村字中川  
中川



京都府立総合資料館  
蔵書印

新  
4  
200