女子 幾何教科書

理學博士 林 鶴一 著

東京開成館藏版

文部省檢定濟
大正十年三月十七日　高等女學校數學科用

女子幾何教科書

東北帝國大學教授
理學博士
林　鶴一
著

東京開成館藏版

序

本書ハ高等女學校用ノ幾何學教科書トシテ新ニ編纂シタルモノナリ。

高等女學校令施行規則ハ昨大正九年七月改正ヲ加ヘラレ,直ニ施行スルコトトナレリ。從來高等女學校ニテハ,幾何ヲ課スルニ之ヲ初歩ノ程度ニ止メタレド,改正施行規則ハ全ク此ノ制限ヲ撤廢セリ。是レ時勢ノ進運ニ順應スル當然ノ措置トシテ,予ノ固ヨリ贊成スル所,本書ハ即チ此ノ新氣運ヲ代表スル教科書ノ先驅トシテ公ニセルモノナリ。

日本中等教育數學會ハ高等女學校ノ數學教授ニ關シテ研究スル所アリ,改正施行規則ノ發布ニ遭ヒテ,其ノ趣旨ニ合致スベキ教授要目ノ作成ヲ企テ,愼重審議一ツノ成案ヲ得タリ。顧ミルニ,現時ノ高等女學校ハ新舊施行規則實施ノ過渡期ニアリ,此

ノ際,上ノ敎授要目案ヲ執リテ直ニ敎壇ニ施サンコトハ穩當ナラザルノ憾ナシトセズ。予ガ本書ノ編纂スルニ當リテハ,主トシテ彼ノ敎授要目案ニ準據シ,別ニ私見ヲ加ヘテ,敎授ノ實際ニ適合セシメンコトヲ期セリ。日本中等敎育數學會ノ意見トシテハ,簡單ナル作圖題軌跡ハ適宜ノ機會アル每ニ課シ,又務メテ實驗實測ヲナサシメ,特ニ修業年限四箇年ノ高等女學校ニテモ生徒ノ進步ニヨリテハ幾何比例ニ於テ銳角ノ三角函數ヲ授クベシトセリ。予ガ本書ニ平面三角法概要及ビ軌跡ヲ附錄トシテ收メタルハ,生徒ノ學力程度ニ鑑ミテ適宜ニ取捨按排スルコトヲ得シメントスルモノニシテ,是レ亦予ノ如上ノ折衷主義ノ一例ヲ示スモノニ外ナラズ。

大正十年一月　林　鶴　一　識

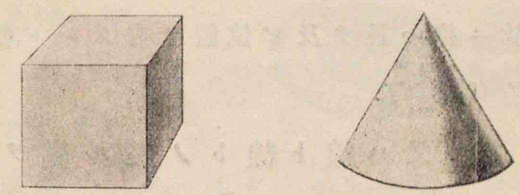
目次

第一章　緒論

1. 立體。面。線。點。

物體ヲ觀察スルニ,之ヲ組成スル物質ニハ關係ナク,唯其ノ形,大サ及ビ位置ノミヲ考フルトキハ,之ヲ**立體**トイフ。

故ニ立體ハ形,大サ及ビ位置ヲ有ス。



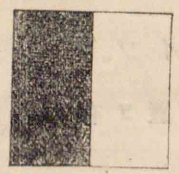
2. 立體ト此ノ立體ニアラザル空間トノ境界ヲ**表面**或ハ**面**トイフ。

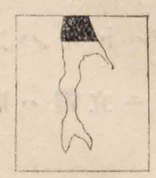
例ヘバ箱ノ表面,水ノ面,鏡ノ面ノ如シ。

故ニ面ハ廣サ及ビ位置ヲ有スレド,厚サヲ有セズ。

面ノ境界ヲ線トイフ。二面ノ交ル處モ亦線ナリ。

白紙ノ半分ヲ黑クスレバ,其ノ黑キ半分ト白キ半分トノ境界ハ線ナリ。地圖ニ於テ隣接セル地續キノ兩國ノ國境ハ線ナリ。

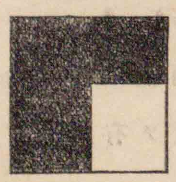




故ニ線ハ長サ及ビ位置ヲ有スレド,幅及ビ厚サヲ有セズ。

線ノ端又ハ線ト線トノ交ル處ヲ點トイフ。

故ニ點ハ位置ノミアリテ,形モ大サモナシ。



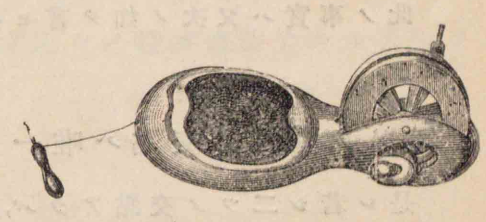
2. 直線。

眞直ナル線ヲ直線トイフ。

直線ハ緊シク張リタル細キ絲ノ如キ形ノモノナリ。サレバ

直線ハ二點間ノ最短距離ナリ。

大工ガ墨ヲ打チテ,板上ニ長キ直線ヲ引クハ,此ノ性質ヲ利用セルモノナリ。大工ハ墨壺ヨリ墨絲ヲ引キ出シ,其ノ一端ヲ錐ニテ固定シ,之ヲ强ク張リテ



他端ヲ抑ヘ,中央ヲ引キ上ゲテ急ニ放チ,板上ニ直線ヲ引ク。而シテ墨痕鮮明ナラザルトキハ,大工ハ再ビ絲ヲ引キ上ゲテ同ジ直線ヲ引ク。故ニ

二點ヲ過グル直線ハ唯一ツアルノミ。

此ノ性質ハ定木ノ正確ナルカ否カヲ檢スルニ用フ。紙上ニアル二點A, Bヲ取リ,定木ノ緣ガ之ヲ過グルヤウニシテ,緣ニ沿ヒテ鉛筆ヲ走

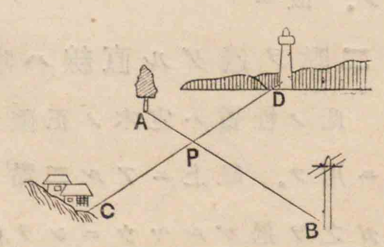
ラシムルトキハ,線BCAヲ得ベシ。次ニ定木ノA,B二點ヲ其ノ位置ニ置キタルママ裏返シテ,圖ノ如キ位置ヲ取ラシメ,再ビ定木ノ縁ニ沿ヒテ鉛筆ヲ走ラシムルトキハ,一ツノ線ヲ得。此ノ線ガACBト一致スルトキハ,定木ハ正シク,一致セザルトキハ,此ノ定木ハ直線ヲ引クノ用ヲナサズ。

此ノ事實ハ又次ノ如ク言ヒ換フルコトヲ得ベシ。

二ツノ直線ノ交點ハ唯一ツニ限ル。

是レ若シ二ツノ交點アラバ,其ノ二ツノ直線ハ一致スベキガ故ナリ。

直線ノ此ノ性質ハ,廣キ海上又ハ平原ニテ一定ノ位置Pヲ記憶スルニ利用セラル。即チ點Pノ周圍ニ見ルヲ得ベキ燈臺,山頂



又ハ獨立樹,電柱ノ如キ一點AトPトヲ連ヌル直線上ニ,他ノ顯著ナル地點Bヲ求ムレバ,直線APBハ定マルベク,同樣ニシテPヲ過グル他ノ直線CPDヲ定ムルトキハ,Pハ此ノ二ツノ直線ノ交點トシテ,イツマデモ記憶スルコトヲ得。

問題

1. 二ツノ點ヲ過グル直線ヲ引ケ。
2. 一ツノ直線ヲ延長セヨ。
3. 三角定木ノ三ツノ稜ガ直線ナルカ否カヲ檢セヨ。

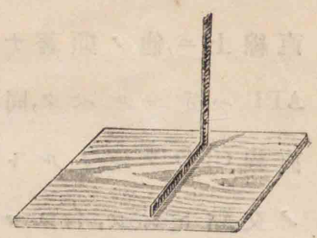
3. 平面。

面ニハ平面ト曲面トアリ。

平カナル面ヲ平面トイフ。

平カナリトハ,其ノ面上ノ任意ノ二點ヲ通過スル直線ガ全ク其ノ面上ニ密着スルコトニシテ,大工ガ板ヲ鉋ニテ削ルニ,幾度カ種種ノ方向ニさしがねヲアテ,其ノ線ガ全ク板面ニ密合シ

テ隙間(スキマ)ノナキヤウニスルハ,知ラズ識ラズ此ノ理ヲ會得セルニヨル。靜カナル水面又ハ姿見鏡ノ面ノ如キハ平面ノ例ナリ。



平面ニアラザル面ヲ**曲面**トイフ。

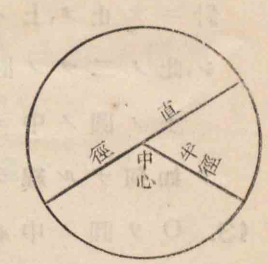
問題

4. 平面ノ例ヲ擧ゲヨ。又曲面ノ例ヲ擧ゲヨ。
5. 平面ノミニテ成レル器物ノ例ヲ擧ゲヨ。
6. 平面ト曲面トニテ成レル器物ノ例ヲ示セ。
7. 一ツノ曲面ノミニテ圍マレタルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
8. 定木ヲ用ヒテ机ノ面ガ平面ナルカ否カヲ檢セヨ。

4. 曲線。圓。

直線ニアラザル線ヲ**曲線**トイフ。

曲線上ノ總テノ點ガ一定點ヨリ等距離ニアルトキハ,此ノ曲線ヲ**圓周**トイフ。圓周ニ圍マレタル平面ヲ**圓**トイヒ,其ノ一定點ヲ**圓ノ中心**トイフ。



中心ヨリ圓周上ノ一ツノ點ニ引キタル直線ヲ**半徑**トイヒ,中心ヲ過ギテ兩端ガ圓周ニ終ル直線ヲ**直徑**トイフ。

圓周ハ單ニ圓ト呼ブコトアリ。

圓ヲ描クニハ兩脚規ヲ用フ。

問題

9. 圓ヲ含ム器物ノ例ヲ擧ゲヨ。
10. 半徑7分ノ圓ヲ描ケ。
11. 一ツノ點ヲ中心トシテ種種ノ長サノ半徑ヲ有スル圓ヲ描ケ。(此等ノ圓ヲ**同心圓**トイフ)。
12. 紙ヲ切リテ作リタル圓ヲ,同ジ半徑ニテ描

キタル圓ノ上ニ置キ,其ノ中心ヲ重ネテ之ヲ針ニテ止メ,上ノ圓ヲ此ノ針ノマハリニ回轉シ,此ノ二ツノ圓ノ相等シキコトヲ觀察セヨ。

上ノ圓ノ中ニアル一點ハ此ノ回轉ニヨリテ如何ナル線ヲ描クカ。

13. O ヲ圓ノ中心トスレバ, OA ガ其ノ圓ノ半徑ヨリ長キトキ,或ハ之ニ等シキトキ,或ハ之ヨリ短キトキノ A ノ位置ヲ問フ。

14. 圓周上ノ二點ヲ結ブ數多ノ直線ヲ引キテ之ヲ度レ。

此等ノ直線ノ中ノ最モ長キモノハ何カ。

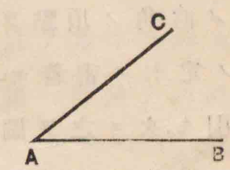
15. 紙ヲ切リテ作リタル圓ヲ直徑ニ沿ヒテ折リ重ネ,其ノ周ヲ觀察セヨ。(圓ノ此ノ各部分ヲ半圓トイフ)。

第二章 角

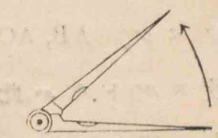
5. 角。

二ツノ直線 AB, AC ガ A ニ於テ出會フトキ,此ノ二ツノ直線ハ角 BAC ヲナストイヒ, A ヲ頂點, AB, AC ヲ其ノ邊トイフ。

角 BAC ヲ書キ表ハスニハ ∠BAC ト記シ,他ト紛(マギ)レザル場合ニノミ ∠A ト記ス。



兩脚規ノ一ツノ脚ヲ固定シ,他ノ脚ヲ回轉スルトキハ,二ツノ脚ノナス角ハ其ノ回轉ノ分量ニヨリテノミ變化ス。故ニ

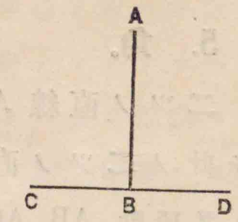


角ノ大小ハ其ノ二ツノ邊ノ開キ方ノ廣狹ニノミ關シ,其ノ邊ノ長短ニハ關セズ。

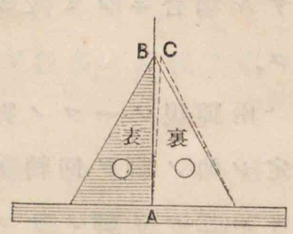
6. 直角。

一ツノ直線 AB ガ他ノ一ツノ直線 CD ニ出會ヒテ,其ノ兩側ニ相等シキ角 ABC, ABD

ヲ作ルトキハ,其ノ各ノ角ヲ直角トイフ。



三角定木ノ正シキカ否カヲ檢スルニハ,一ツノ定木ヲ固定シ,其ノ三角定木ノ直角ノ頂點ヲAニ,直角ニ隣ルーツノ邊ヲ此ノ定木ニ密着セシメテ,他ノ邊ニ沿ヒテABヲ引キ,次ニ之ヲ圖ノ如ク裏返シテACヲ引クベシ。AB, ACガ一致スルトキハ,此ノ定木ハ正シ。



7. 垂線。斜線。

二ツノ直線ガ互ニ垂直ナリトハ,直角ニ交ルコトヲイフ。而シテ垂直ナル直線ヲ垂線トイヒ,其ノ交點ヲ垂線ノ足トイフ。

AB, CDガ互ニ垂直ナルコトヲ, AB⊥CDト記ス。又二ツノ直線ガ互ニ垂直ナラザルトキハ互ニ斜線ナリトイフ。

問題

1. 直角ヲナセルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
2. 垂線ヲナセルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
3. 障子,戸ナドノ隅ヲ直角ニ作ルハ何故ナルカ。
4. 紙ヲ二ツニ折リ,其ノ折リ目ヲ重ネ合ハセテ又二ツニ折レバ,隅ニ作ル角ハ直角ナルコトヲ示セ。

[illegible]直がひとしくなる

8. 角ノ單位。

直角ハ其ノ大サ一定ナルガ故ニ,角ノ單位トス。サレド實用上ニハ,此ノ單位ハ餘リ大ナルガ故ニ,其ノ九十分ノ一ヲ一度トイヒ,一度ノ六十分ノ一ヲ一分,一分ノ六十分ノ一ヲ一秒トイヒ,此等ヲ併用ス。其ノ關係ハ次ノ如シ。

直角 度 分 秒

1＝90＝5400＝324000

1＝ 60＝ 3600

1－ 60

而シテ度分秒ノ代リニ°′″ヲ用ヒ,5度37分30秒ヲバ5°37′30″ト記ス。

問題

5. 2直角ノ三分ノ一ハ何度ナルカ。$\frac{3}{4}$直角ハ何度ナルカ。$\frac{4}{32}$直角ハ何度ナルカ。

6. 次ノ角度ヲ直角ヲ單位トシテ表ハセ。

30° 45° 60° 22°30′ 135° 25°

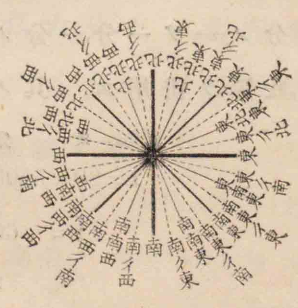
7. 時計ノ時針ハ$\frac{1}{4}$時間ニ何度廻ルカ。

8. (1)三時及ビ(2)三時三十分ニ於ケル時計ノ兩針間ノ角ヲ問フ。

9. 方位。

方位ヲ知ルニハ羅針盤ヲ用フ。

羅針盤ニテハ,東西南北ノ間ヲ何レモ八等分シ,各分點ニハ圖ノ如キ名稱ヲ附ケテ,方位ヲ讀ムニ便ナラシム。此ノ相隣ル各



方位ノナス角ハ11°15′ナリ。

従來我ガ國ニテハ方位ヲ表ハスニ北ヲ子トシ,次ニ30°ヅツ右ヘ廻リテ丑,寅,卯,辰,巳,午,未,申,酉,戌,亥トイフ名ヲ附ケタリ。又其ノ間ノ眞中ノ方位ハ,其ノ兩隣ノ方位ノ名稱ヲ組合ハセテ,辰巳,戌亥ノ如ク呼ビタリ。而シテ北東,南東,南西,北西ハ丑寅,辰巳,未申,戌亥ト記ス代リニ通例艮,巽,坤,乾ノ文字ヲ用ヒタリ。

上ニ説キタル方位ノ呼ビ方ハ稍精密ナラザル嫌アルガ故ニ,北又ハ南ヨリ東又ハ西ニ偏レル角度ヲ以テ東西南北ノ間ノ方位ヲ表ハスコトアリ。例ヘバ北北東ヲ北22°30′東ト呼ブ。

問題

9. 北北東ト南東トノ間ノ角ハ何直角ナルカ。又何度何分ナルカ。

10. 北ヨリ東ヘ$\frac{5}{8}$直角偏レル方位ノ名ハ何カ。

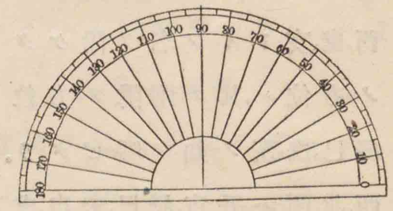
11. 次ノ方位ヲ角度ヲ用ヒテ表ハセ。

西イ北。* 南南東。寅。未。

*西イ北ノイハ微ノ略字ナリ。「ビ」ト讀ムベシ。

10. 分度器。

分度器ハ圖畫用ノ角ヲ測ル器具ニシテ,通常用フルハ圖ノ如ク半圓形ノ板ノ緣ヲ180°ニ分チ,度線ヲ彫刻セルモノナリ。之ニヨリテ角ノ度數ヲ測リ或ハ度數ノ知レタル角ヲ描ク。



問題

12. 分度器ヲ使用シテ次ノ角ヲ描ケ。

30°　45°　60°　22°30′　135°

13. 任意ノ角ヲ描キ,分度器ヲ使用シテ其ノ度數ヲ測レ。

14. 分度器ヲ使用シテ三角定木ノ三ツノ角ノ度數ヲ測レ。

15. 任意ノ三角形ヲ描キ,分度器ヲ使用シテ其ノ三ツノ角ノ度數ヲ測リ,其ノ和ヲ求メヨ。

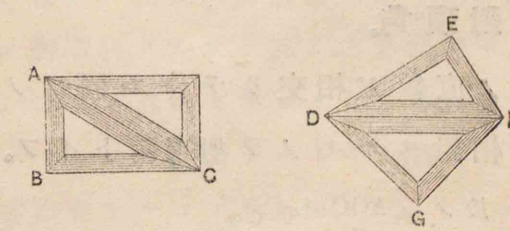
11. 鋭角。鈍角。

90°ヨリ小ナル角ヲ鋭角トイヒ,90°ヨリ大ニシテ180°ヨリ小ナル角ヲ鈍角トイフ。

90°ノ角ハ直角ニシテ,180°ノ角ハ平角トイフ。平角ノ兩邊ハ一直線上ニアリ。

12. 餘角。補角。

二ツノ角ノ和ガ90°ニ等シキトキハ,其ノ一ツノ角ヲ他ノ角ノ餘角ナリトイヒ,又二ツノ角ノ和ガ180°ニ等シキトキハ,一ツノ角ヲ他ノ角ノ補角ナリトイフ。



三角定木ニテ∠BAC+ACB=90°ナルトキハ此ノ二ツノ角ハ互ニ餘角ニシテ,∠EDG+EFG=180°ナルトキハ此ノ二ツノ角ハ互ニ補角ナリ。

問題

16. 鋭角ヲナセルモノ及ビ鈍角ヲナセルモノノ例ヲ擧ゲヨ。

17. 次ノ各〻ノ角ノ餘角ヲ計算セヨ。

15° 30° 45° 60° $\frac{2}{3}$直角 $52^\circ18'14''$

18. 次ノ各〻ノ角ノ補角ヲ計算セヨ。

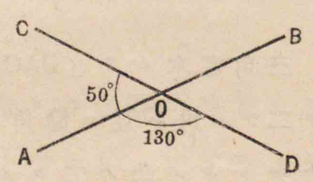
30° 60° 135° $\frac{3}{2}$直角 直角

19. 一ツノ直線ガ他ノ一ツノ直線ト交リテナス四ツノ角ノ中,一ツガ 45° ナルトキハ,他ノ角ノ大サ各何程ナルカ。

13. 對頂角。

二ツノ直線ガ相交リテ作ル四ツノ角ノ中ニテ相對スルモノヲ對頂角トイフ。

圖ニ於テ $\angle AOC$ ト $\angle BOD$ トハ對頂角ニシテ, $\angle AOD$ ト $\angle BOC$ トモ對頂角ナリ。



$\angle AOC$ ガ 50° ナルトキハ, $\angle AOD$ ハ其ノ補角ナルガ故ニ 130° ニシテ, $\angle BOD$ ハ $\angle AOD$ ノ補角ナルガ故ニ 50° ナリ。

故ニ $$\angle AOC = BOD$$

同様ニ $\angle AOD$, BOC ハ共ニ $\angle AOC$ ノ補角ナリ。

故ニ $$\angle AOD = BOC$$

故ニ次ノ事實ヲ知ル。

定理 1. 對頂角ハ相等シ。

註. 定理トハ推理ニヨリテ其ノ眞ナルコトヲ知ル事實ヲイフ。

問題

20. 任意ノ相交ル二直線ヲ描キ,分度器ニテ其ノ對頂角ノ大サヲ測リ,之ヲ比較セヨ.

21. 二ツノ直線ガ相交リテナス四ツノ角ノ中ニテ,一ツガ直角ナルトキハ,他ノ三ツノ角モ亦直角ナルコトヲ示セ。

22. 二ツノ直線ガ相交リテナス四ツノ角ノ中ニテ一ツガ 45° ナルトキハ,其ノ各〻ノ角ヲ二等分スル直線ノナス角ノ大サ如何。

23. 二ツノ直線 AOB, COD ガ相交リテナス四ツノ角ノ中ニテ ∠AOC ガ ∠COB ノ三分ノ一ニ等シキトキハ,此ノ四ツノ角ハ各〻何度ノ角ナルカ.

24. 相隣レル角 AOB, BOC ガ夫夫 105°30′, 15°20′ナルトキハ, ∠COD ガ何度ノ角ナラバ AO トOD トハ一直線トナルベキカ.

第三章 平行線

14. 平行線。

平行線トハ,同一ノ平面上ニアリテ,双方ヘ如何程延長ストモ決シテ相交ルコトナキ二ツノ直線ヲイフ。

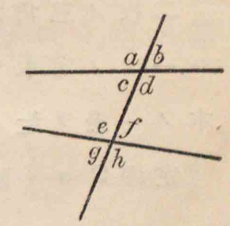
故ニ平行線トハ同ジ方向ヲ有スル二ツノ直線ナリ。隨テ

直線外ノ一ツノ點ヲ過ギテ此ノ直線ニ平行ナル直線ハ唯一ツノミ描クコトヲ得。

AB ト CD トガ平行ナルトキハ,之ヲ AB∥CD ニテ表ハス。

15. 平行線ニ關スル定理。

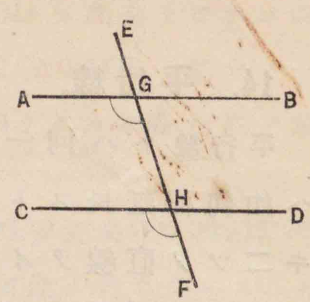
一ツノ直線ガ他ノ二ツノ直線ト相交リテ八ツノ角ヲ作ルトキハ,其ノ相互ノ關係ニヨリテ次ノ如キ名ヲ附ス。



$\left.\begin{array}{l}\angle a \text{ ト } e,\ \angle b \text{ ト } f \\ \angle c \text{ ト } g,\ \angle d \text{ ト } h\end{array}\right\}$ 同位角.

$\left.\begin{array}{l}\angle c \text{ ト } f \\ \angle d \text{ ト } e\end{array}\right\}$ 錯角.

二ツノ直線AB, CDガ他ノ一ツノ直線EFトG及ビHニ於テ交リ,其ノ一組ノ同位角AGHトCHFトガ相等シキトキハ, AB, CDハEFニ對シテ相等シキ傾ヲナス。故ニAB, CDハ同ジ方向ノ二ツノ直線ナリ。



故ニ次ノ定理ヲ得。

定理 2.　二ツノ直線ガ他ノ一ツノ直線ト相交リテナス一組ノ同位角ガ相等シキトキハ,此ノ二ツノ直線ハ平行ナリ。　原因

結果

二枚ノ三角定木ヲ用ヒテ平行線ヲ引ク場合ニ,一ツノ定木ヲ固定シ,其ノ線ニ沿ヒテ他ノ定木ノ一邊ヲ辷ラシムルハ,此ノ理ニヨル。

定理2ヨリ直ニ次ノ定理ヲ得。

定理 3.　二ツノ直線ガ一ツノ直線ト交リテナス一組ノ錯角ガ相等シキトキハ,二ツノ直線ハ平行ナリ。

何トナレバ,圖ニ於テ

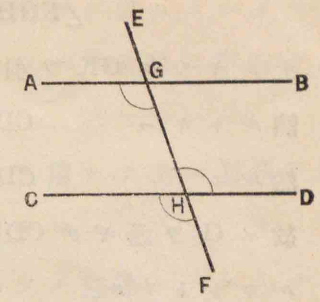
$\angle AGH = GHD$

ナリトスレバ,對頂角

$\angle GHD = CHF$

ナルガ故ニ,

$\angle AGH = CHF$



故ニ定理2ニヨリ AB∥CD ナリ。

注意.　故ニ今後二ツノ直線ノ平行ナルコトヲ確メントスルニハ,其ノ二ツノ直線ト交ル一ツノ直線ヲ取リテ,其ノ一組ノ同位角又ハ一組ノ錯角ヲ比較スベシ。

定理 4.　二ツノ平行線ガ一ツノ直線ト交ルトキハ,其ノ同位角ハ相等シク,隨テ錯角モ亦相等シ。

原因　結果

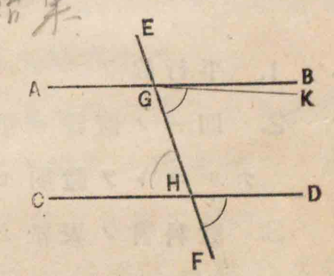
假設.　AB∥CD

終結.　$\angle BGH = DHF$

$\angle BGH = CHG$

證明.　$\angle BGH \neq DHF$

ナリトスレバ,



$\angle KGH = DHF$

ナルヤウニGKヲ引ク。

然ルトキハ　$CD \parallel GK$　(定理2)

然ルニ　$CD \parallel AB$

故ニGヲ過ギテCDニ平行ナル二ツノ直線アルコトトナル。

而シテ是レ不合理ナリ。　(第14節)

故ニ$\angle BGH \neq DHF$ナル假定ハ誤ナリ。

即チ　$\angle BGH = DHF$

又　$\angle DHF = CHG$

故ニ　$\angle BGH = CHG$

註。假設トハ與ヘラレタル條件ニシテ,證明ニ用フル基礎ナリ。終結トハ證明スベキ事項ナリ。

問題

1. 平行線ヲナセルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
2. 同一ノ直線ニ垂直ナル二ツノ直線ハ平行ナルコトヲ證明セヨ。
3. 教科書ノ表紙ノ上ノ縁ト下ノ縁トハ平行ナル理由ヲ述ベヨ。

4. 二枚ノ三角定木ヲ用ヒテ,與ヘラレタル一ツノ點ヲ過ギ,與ヘラレタル直線ニ平行ナル直線ヲ引ケ。
5. 分度器ト棒定木トヲ用ヒテ上ノ問題ヲ解キ,且其ノ理由ヲ說明セヨ。
6. 二ツノ平行線ガ一ツノ直線トナス八ツノ角ノ中ニテ,一ツガ120°ナルトキハ,他ノ七ツノ角ノ大サ如何。
7. 二ツノ平行線ガ一ツノ直線ト交ルトキハ,其ノ同ジ側ノ內角ハ互ニ補角ナルコトヲ證明セヨ。
8. 同一ノ直線ニ平行ナル二ツノ直線ハ又互ニ平行ナルコトヲ證明セヨ。
9. 三ツノ直線アリ。其ノ何レノ二ツヲ取リテモ互ニ平行ナルトキハ,其ノ一ツニ垂直ナル直線ハ他ノ二ツニモ垂直ナリ。
10. 一ツノ角ノ二ツノ邊ガ夫夫他ノ一ツノ角ノ二ツノ邊ニ平行ナル場合ニ,此ノ一ツノ角ガ50°ナルトキハ,他ノ角ハ何度ナルカ。
11. 平行線AB, CDノ間ニ任意ノ一點Pヲ取

ルトキハ

$$\angle APC = BAP + DCP$$

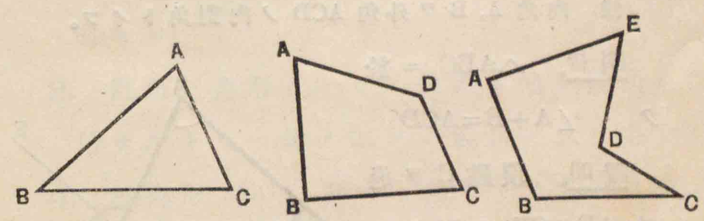
ナルコトヲ證明セヨ。

第四章 多角形

16. 多角形。

直線ニテ圍ミタル平面ヲ**多角形**トイフ。

多角形ハ之ヲ圍メル直線ノ數ニヨリテ三角形,四角形,五角形,……ノ別アリ。此ノ直線ヲ**邊**,相隣ル直線ノ交點ヲ其ノ**頂點**,二邊ノナス角ヲ**內角**,一邊ト他ノ邊ノ延長トノナス角ヲ**外角**トイフ。



多角形ニハ 180° ヨリ大ナル內角ヲ有スルモノモアレド,本書ニテハ然ラザルモノノミヲ取扱フ。

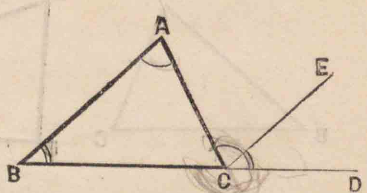
多角形ハ其ノ頂點ヲ順序ニ呼ビテ表ハス。例ヘバ四角形 ABCD ノ如シ。三角形 ABC ヲ △ABC ト記スコトアリ。

多角形ノ相隣ラザル二ツノ頂點ヲ結ブ直線ヲ其ノ對角線トイフ。四角形ニハ二個ノ對角線アリ。六角形ノ一ツノ頂點ヨリ出ヅル對角線ハ三個アリ。

17. 三角形ノ内角。

定理 5. 三角形ノ外角ハ内對角ノ和ニ等シ。

註. 内角 A, B ヲ外角 ACD ノ内對角トイフ。



題意. △ABC ニ於テ　∠A+B=ACD

證明. 頂點 C ヲ過ギ, AB ∥ CE ヲ引クトキハ,

$$\angle BAC = ACE \qquad (\text{定理}\ 4)$$

$$\angle ABC = ECD \qquad (\text{定理}\ 4)$$

故ニ

$$\angle A + B = ACE + ECD$$

$$= ACD$$

此ノ定理ヨリ直ニ次ノ定理ヲ得。

定理 6. 三角形ノ内角ノ和ハ二直角ニ等シ。

問題

1. 三角形ノ二ツノ角ノ大サガ次ノ如クナルトキハ,第三角ノ大サ如何。

　[1] 50°, 70°　　[2] 30°, 60°

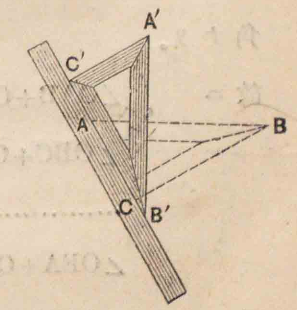
　[3] 30°, 90°　　[4] 30°, 120°

2. 二ツノ直角三角形ニテ一ツノ鋭角ガ相等シキトキハ,他ノ鋭角モ亦相等シキコトヲ證明セヨ。

3. 直角三角形ノ一ツノ鋭角ガ他ノ鋭角ノ二倍ナルトキハ,此ノ二ツノ鋭角ノ大サ各如何。

4. 三角形 ABC ノ角 A ト角 B トノ和ハ 135° ニシテ,角 B ト角 C トノ差ハ 45° ナリトイフ。各角ノ大サヲ計算セヨ。

5. 三角形 ABC 内ニ一點 O ヲトレバ,角 BOC ハ角 BAC ヨリ大ナルコトヲ證明セヨ。



6. 棒定木ニ對シテ一ツノ三角定木ヲ ABC 及ビ

A'B'C' ノ位置ニ置クトキハ, AB ト A'B' トハ互ニ垂直ナルコトヲ證明セヨ。

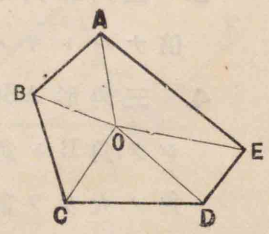
18. 多角形ノ內角。

五角形ノ內角ノ和ハ二直角ノ五倍ヨリ四直角ダケ少シ。

題意, 五角形 ABCDE ニ於テ

$\angle A+B+C+D+E=2$ 直角 $\times 5-4$ 直角

證明。五角形 ABCDE 內ニ一點 O ヲ取リ,之ヲ各頂點ト結ブトキハ,五ツノ三角形ヲ得。而シテ一ツノ三角形ノ內角ノ和ハ 2 直角ナリ。



故ニ $\angle OAB+OBA+AOB=2$ 直角

$\angle OBC+OCB+BOC=2$ 直角

……………………

$\angle OEA+OAE+EOA=2$ 直角

而モ $\angle AOB+BOC+\ldots\ldots+EOA=4$ 直角

故ニ $\angle A+B+C+D+E+4$ 直角 $=2$ 直角 $\times 5$

故ニ $\angle A+B+C+D+E=2$ 直角 $\times 5-4$ 直角

同樣ニシテ次ノ定理ヲ證明スルコトヲ得。

定理 7. 多角形ノ內角ノ和ハ二直角ノ邊數倍ヨリ四直角ダケ少シ。

問題

7. 六角形及ビ八角形ノ內角ノ和ヲ求ム。

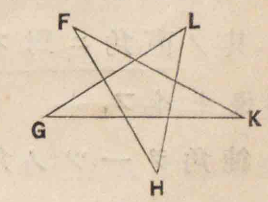
8. 一ツノ頂點ヨリ二個ノ對角線ヲ引キテ,五角形ノ內角ノ和ヲ計算セヨ。

9. 五角形,六角形及ビ七角形ニツキテ其ノ外角ノ和ヲ求メ,之ヲ比較セヨ。

10. 五角形ノ各邊ヲ延長シテ星形 FGHKL ヲ作ルトキハ,

$\angle F+G+H+K+L$

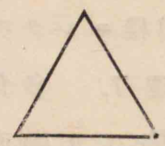
ハ 2 直角ニ等シキコトヲ示セ。



第五章　三角形

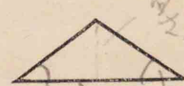
19. 三角形ノ種類。

三邊ノ長サガ相等シキ三角形ヲ**等邊三角形**又ハ**正三角形**トイフ。



正三角形

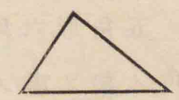
二邊ノ長サガ相等シキ三角形ヲ**二等邊三角形**トイヒ,等邊ノ夾ム角ヲ**頂角**,頂角ニ對スル邊ヲ**底邊**,底邊ノ兩端ノ角ヲ**底角**トイフ。



二等邊三角形

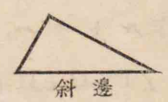
底辺　底角

三邊ガ皆不等ナル三角形ヲ**不等邊三角形**トイフ。



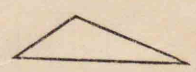
不等邊三角形

直角ヲ一ツノ角トスル三角形ヲ**直角三角形**トイヒ,其ノ直角ニ對スル邊ヲ**斜邊**トイフ。



直角三角形

鈍角ヲ一ツノ角トスル三角形ヲ**鈍角三角形**トイフ。

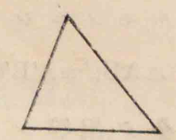


鈍角三角形

全等 合同 ト三　　底辺 (b).　高 (h)

正{等辺 等角　三角形{1.(角){1.鋭角三角形 2.鈍角 3.直角 2(辺){1.不等辺 2.二等辺(等脚) 等辺

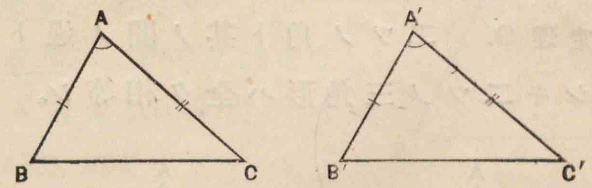
三ツノ角ガ皆鋭角ナル三角形ヲ**鋭角三角形**トイフ。



鋭角三角形

20. 三角形全等ノ條件 (其ノ一)。

定理 8. 二ツノ邊ト其ノ夾角トガ相等シキ二ツノ三角形ハ全ク相等シ。



假設. $\triangle ABC$, $A'B'C'$ ニ於テ

$AB=A'B'$,　$AC=A'C'$,　$\angle A=A'$

終結. $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トハ全ク相等シ。

證明. $AB=A'B'$,　$AC=A'C'$,　$\angle A=A'$ ナルガ故ニ,$\triangle ABC$ ヲ $\triangle A'B'C'$ ノ上ニ,AB ヲ A′B′ ノ上ニ重ヌルトキハ, AC ハ A′C′ ニ重ナリ,頂點 A, B, C ハ夫夫 A′, B′, C′ ノ上ニ重ナル。

故ニ $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トハ全ク相等シ。

注意. 全ク相等シトハ重ネ合ハスルコトヲ

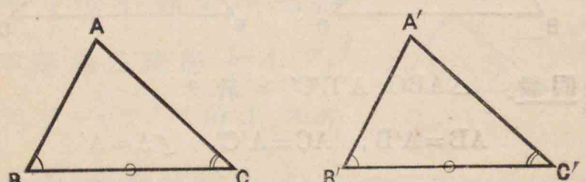
對應角　重なるべき辺

得ルモノニシテ,之ヲ表ハスニ$\equiv$ヲ用フ。例ヘバ $\triangle ABC\equiv A'B'C'$ ノ如シ。

全ク相等シキ二ツノ三角形ニ於テハ,相等シキ邊ト相等シキ角トハ必ズ相對ス。此ノ相等シキ邊及ビ相等シキ角ヲバ二ツノ三角形ノ對應邊及ビ對應角トイフ。

21. 三角形全等ノ條件(其ノ二)。

定理 9. 二ツノ角ト其ノ間ノ邊トガ相等シキ二ツノ三角形ハ全ク相等シ。



假設。 $\triangle ABC,\ A'B'C'$ ニ於テ

$\angle B=B',\ \angle C=C',\ BC=B'C'$

終結。 $\triangle ABC\equiv A'B'C'$

證明。 $\angle B=B',\ \angle C=C',\ BC=B'C'$

ナルガ故ニ, $\triangle ABC$ ヲ $\triangle A'B'C'$ ノ上ニ, BC ヲ $B'C'$ ノ上ニ重ヌルトキハ, AB ハ $A'B'$ ニ, AC ハ $A'C'$

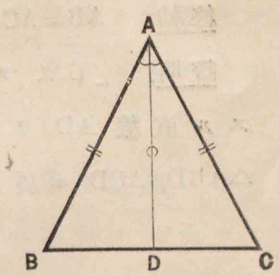
合同定理 {8 9 12

ニ重ナリ,頂點 A, B, C ハ夫夫 A', B', C' ニ重ナル。

故ニ $\triangle ABC\equiv A'B'C'$

22. 二等邊三角形ノ性質。

定理 10. 二等邊三角形ノ二ツノ底角ハ相等シ。



假設。 $\triangle ABC$ ニ於テ

$AB=AC$

終結。 $\angle B=C$

證明。 $\angle BAC$ ヲ二等分スル直線 AD ヲ引ケバ,

$\triangle ABD,\ ACD$ ニ於テ

$AB=AC$ (假設)

$AD=AD$

$\angle BAD=CAD$ (作圖)

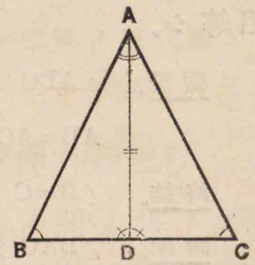
故ニ $\triangle ABD\equiv ACD$ (定理 8)

故ニ $\angle B=C$

注意。此ノ證明ニ示スガ如ク,二ツノ角ノ大サ或ハ二ツノ直線ノ長サノ相等シキコトヲ證明セントスルトキハ,多クノ場合ニハ之ヲ含ム

三角形ヲ比較シテ其ノ全ク相等シキコトヲ證明スルヲ便トス。

定理 11. 二ツノ角ガ相等シキ三角形ハ二等邊三角形ナリ。



<u>假設.</u> △ABC ニ於テ

$\angle B = C$

<u>終結.</u> AB=AC

<u>證明.</u> ∠BAC ヲ二等分スル直線 AD ヲ引ケバ, △ABD, ACD ニ於テ

	$\angle B = C$	(假設)
	$\angle BAD = CAD$	(作圖)
故ニ	$\angle ADB = ADC$	(定理6)
而シテ	$AD = AD$	
故ニ	$\triangle ABD \equiv ACD$	(定理9)
故ニ	$AB = AC$	

問題

1. 紙片ヲ切リテ三角形ヲ作リ,定理8及ビ9ヲ檢セヨ。

2. 二等邊三角形ノ底角ハ鋭角ナルコトヲ證明セヨ。
3. 直角二等邊三角形ノ各角ハ何度ナルカ。
4. 底角ガ 72° ナル二等邊三角形ノ頂角ノ大サヲ求ム。
5. 正三角形ノ一ツノ角ハ何度ナルカ。
6. 二等邊三角形ノ頂角ガ底角ノ半分ナルトキハ,其ノ頂角ハ直角ノ $\frac{2}{5}$ ナルコトヲ證明セヨ。
7. 二等邊三角形ノ頂點ヲ過ギ,底邊ニ平行線ヲ引クトキハ,此ノ直線ハ頂角ノ外角ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。
8. 二等邊三角形ノ底邊ノ兩端ヨリ對邊ニ下セル垂線ノ長サハ相等シキコトヲ示セ。
9. 一ツノ角ノ二等分線上ノ任意ノ一點ヨリ其ノ邊ニ下セル垂線ノ長サハ相等シ。
10. 斜邊ト他ノ一邊トガ相等シキ二ツノ直角三角形ハ全ク相等シキコトヲ證セヨ。

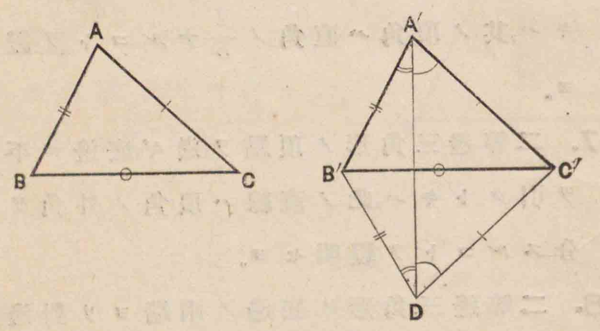
23. 三角形全等ノ條件(其ノ三).

定理 12. 三邊ガ夫夫相等シキ二ツノ三角形ハ全ク相等シ。

<u>假設</u>. $\triangle ABC$, $A'B'C'$ ニ於テ

$AB = A'B'$, $BC = B'C'$, $CA = C'A'$

<u>終結</u>. $\triangle ABC \equiv A'B'C'$



<u>證明</u>. $\triangle ABC$ ヲ取リ,之ヲ裏返シテ BC ヲ $B'C'$ ニ重ネ, $\triangle DB'C'$ ノ位置ニ置キ, A', D ヲ結ブトキハ, $\triangle A'B'D$, $A'C'D$ ハ共ニ二等邊三角形ナリ。

故ニ　$\angle B'A'D = B'DA'$　(定理 10)

　　　$\angle C'A'D = C'DA'$　(定理 10)

故ニ　$\angle B'A'C' = B'DC' = BAC$

故ニ $\triangle ABC$, $A'B'C'$ ハ二邊ト夾角トガ相等シ。

Symmetry 対称 左右 上下 前後 互対の図形

軸 (軸) 標準

実 線 面

故ニ　$\triangle ABC \equiv A'B'C'$　(公理)

直線ハ二点間ノ最短距路ナリ

問題

11. 一邊ノ等シキ正三角形ハ皆全ク相等シ。

12. 二等邊三角形ノ頂點ト底邊ノ中點トヲ結ベバ,此ノ直線ハ頂角ヲ二等分シ且底邊ニ垂直ナリ。

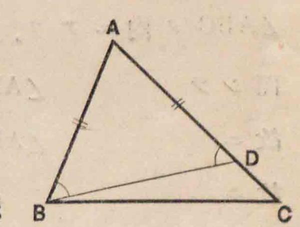
24. 三角形ノ邊ト角トノ關係.

定理 13. 一ツノ三角形ニ於テ,大ナル邊ニ對スル角ハ小ナル邊ニ對スル角ヨリ大ナリ。

<u>假設</u>. $\triangle ABC$ ニ於テ

$AC > AB$

<u>終結</u>. $\angle ABC > ACB$



<u>證明</u>. AC 上ニ $AD = AB$ ヲ取リ, B, D ヲ結ベバ

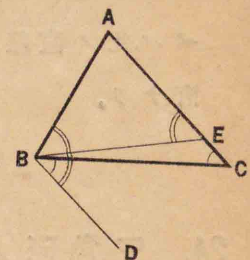
$\angle ABD = ADB$　(定理 10)

而シテ　$\angle ADB = ACB + CBD$　(定理 5)

故ニ　$\angle ABD > ACB$

隨テ　$\angle ABC > ACB$

定理 14. 一ツノ三角形ニ於テ,大ナル角ニ對スル邊ハ小ナル角ニ對スル邊ヨリ大ナリ。



假設. $\triangle ABC$ ニ於テ

$\angle ACB < ABC$

終結. $AB < AC$

證明. $BD \parallel AC$ ヲ作ル

トキハ,　$\angle ACB = CBD$　(定理4)

故ニ　$\angle ABC > CBD$　(假設)

故ニ $\angle ABD$ ノ二等分線 BE ヲ引クトキハ, BE ハ $\angle ABC$ ノ内ニアリ。

而シテ　$\angle AEB = EBD$　(定理4)

故ニ　$\angle AEB = ABE$

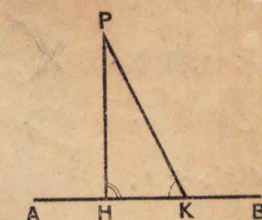
故ニ　$AB = AE$　(定理11)

故ニ　$AB < AC$

25. 一點ト一直線トノ距離。

定理 15. 直線外ノ一點ヨリ此ノ直線ニ

至ル直線ノ中ニテ,垂線ハ最モ短シ。



假設. PH ハ AB ニ垂線ニシテ, PK ハ AB ノ任意ノ斜線ナリトス。

終結. $PH < PK$

證明. $\triangle PHK$ ニ於テ,

$\angle PHK$ ハ直角ナルガ故ニ, $\angle PKH$ ハ鋭角ナリ。

故ニ　$PH < PK$　(定理14)

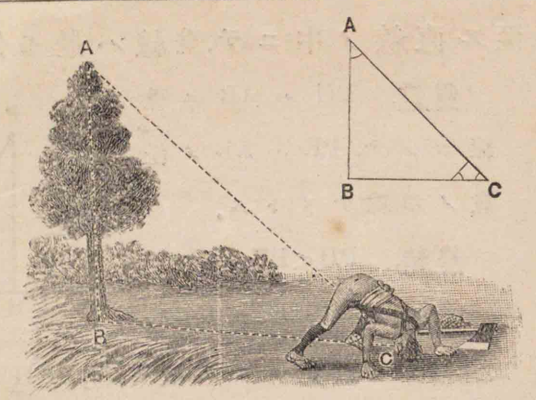
一ツノ點ヨリ一ツノ直線ニ引ケル直線ノ中ニテ,垂線ハ最モ短キガ故ニ,此ノ長サヲ其ノ點ヨリ其ノ直線ニ至ル距離トイフ。

26. 測量上ノ應用。

[I] 立木ノ高サヲ測ルコト。

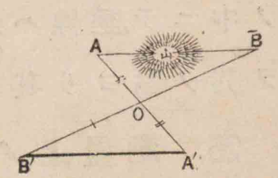
古來我ガ國ニテ樵夫(キコリ)ガ立木ノ高サヲ測ルニハ,兩手ヲツキテ内股(ウチマタ)ヨリ丁度木ノ梢頭ヲ見得ベキ位置ヲ求メ,次ニ手ノ位置ヨリ木ノ根マデノ距離ヲ測リテ,其ノ長サヲ木ノ高サトセリ。

是レ人體ハ腰部ニテ約二等分セラルルガ故ニ,兩手ヲツキテ腰部ヲ直角ニ曲グルトキハ,直角



二等邊三角形ヲ得ベク,隨テ∠ACB ハ 45°トナリ,△ACB モ亦直角二等邊三角形トナルガ故ナリ。

[2] 間接ニ二點ノ距離ヲ測ルコト。

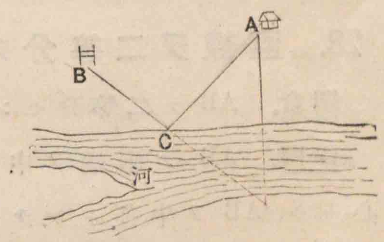


A, Bヲ山ノ兩側又ハ湖沼ノ岸ニアリテ直接ニ其ノ距離ヲ測ルコトノ困難ナル二點トス。今此ノ兩地點間ノ距離ヲ測定セントスルニ, A及ビBマデ一直線ニ歩ミ得ベキ一點Oヲ取リ, AヨリOヲ經テ一直線ニ $A'O=AO$ ナルヤウニ A'ヲ求メ, 又BヨリOヲ經テ $B'O=BO$ ナルヤウニ B'ヲ求メ, A'B'間ノ距離ヲ測定スレバ, 是レ AB ノ距離ニ等シキモノナリ。

問題

13. 直角二等邊三角形ノ定木ヲ用ヒテ立木ノ高サヲ測ル方法ヲ案出セヨ。

14. 朝鮮征伐ニ加藤清正錦江ノ幅ヲ測ラントシ,河岸ニ沿ヒテ人ヲ走ラセテ對岸ノ人ト同ジ大サニ見ユル所ニ至ラシメ,其ノ距離ヲ測レリトイフ。其ノ理如何。



15. Aハ住宅,Bハ物干場ナリ。河岸ノ何レノ點ニ洗濯場Cヲ設クルトキハ,AヨリCヲ經テBニ至ル距離ガ最モ短キカ。但シ河岸ハ直線ナリトス。

用具 定規（直線ヲ引クタメ）
コンパス（円ヲ画ク
長サヲ未ミテ他ノ位置ニ移ス）

画ク順序
證明

答案 題意
作圖
證明

第六章　作圖題

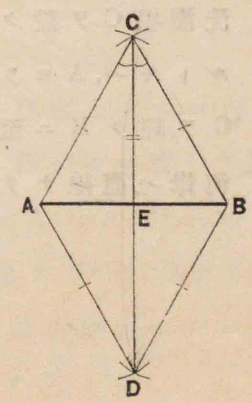
27. 作圖ノ用具。

幾何學ニ於テ,作圖スルニ當リ使用ヲ許ス器具ハ,目盛リセザル定木ト兩脚規トノ二種ニ限リ,分度器及ビ尺度ハ用フルコトヲ得ザルモノトス。故ニ今後特別ノ場合ヲ除キテハ,單ニ定木ニヨリテ直線ヲ引キ,兩脚規ニヨリテ圓周ヲ描クコトノミヲ組合ハセテ作圖スベシ。

28. 直線ヲ二等分スルコト。

題意。 AB ヲ二等分セントス。

作圖。 AB ノ兩端ヲ中心トシ, AB ヲ半徑トシテ圓ヲ描キ,其ノ交點ヲ C, D トス。 C, D ヲ結ブ直線ト AB トノ交點ヲ E トスレバ, E ハ求ムル二等分點ナリ。



證明。 △ACD, BCD ハ其ノ三邊各相等シキガ故ニ,

兩三角形ハ全ク相等シク,

隨テ　　$\angle ACD = BCD$

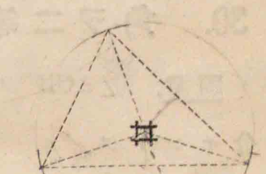
故ニ △ACE, BCE ハ二邊ト夾角トガ相等シク,

$$\triangle ACE \equiv BCE$$

故ニ　　$AE = BE$

問題

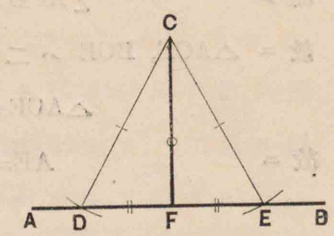
1. 與ヘラレタル直線ヲ四等分セヨ。
2. 二ツノ圓ノ交點ヲ結ブ直線ト中心ヲ結ブ直線トハ互ニ垂直ナルコトヲ證セヨ。 直角ヲ作ル一方法
3. 同ジ底邊ノ上ニ立ツ二等邊三角形ノ頂點ヲ結ビツクル直線ハ底邊ヲ直角ニ二等分スルコトヲ證明セヨ。（女高師）
4. 本作圖題ニ於テ CD 上ノ何レノ點モ A, B 二點ヨリ等距離ニアルコトヲ證明セヨ。
5. 三軒ノ貸家ヨリ等距離ナル位置ニ共同用ノ井戸ヲ穿タントス。之ヲ掘ルベキ位置ヲ求ム。



女子高等師範學校入學試驗問題ナリ。以下之ニ倣フ。

三角形ノ外心ヲ求メヨ　外心

29. 直線外ノ一點ヨリ此ノ直線ニ垂線ヲ引クコト。



題意。 AB 外ノ一點 C ヨリ AB ニ垂線ヲ引カントス。

作圖。 C ヲ中心トシ,任意ノ半徑ノ圓ヲ描キ,之ト AB トノ交點ヲ D 及ビ E トス。

DE ノ中點 F ヲ求メ, CF ヲ作ル。

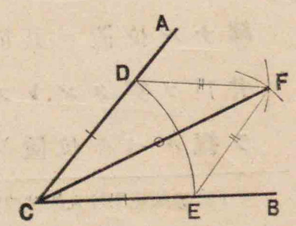
然ルトキハ CF ハ求ムル垂線ナリ。

證明。 △CDF, CEF ハ三邊夫夫相等シキガ故ニ,全ク相等シ。

故ニ　　∠CFD=CFE=直角　　(第６節)

即チ　　CF⊥AB

30. 角ヲ二等分スルコト。



題意。 ∠ACB ヲ二等分セントス。

作圖。 C ヲ中心トシ,任意ノ半徑ヲ以テ圓ヲ

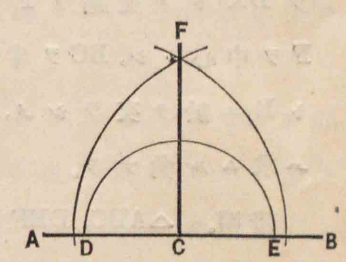
描キ, AC, BC ~~AB~~ トノ交點ヲ D 及ビ E トス。

D 及ビ E ヲ中心トシ, DE ヲ半徑トシテ二ツノ圓ヲ描キ,其ノ交點ヲ F トスレバ, CF ハ求ムル二等分線ナリ。

證明。 △CEF, CDF ハ三邊相等シキガ故ニ全ク相等シ。

故ニ　　∠ACF=BCF

31. 直線上ノ一點ヨリ此ノ直線ニ垂線ヲ引クコト。



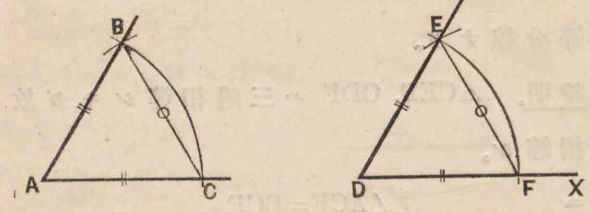
題意。 AB 上ノ一點 C ヨリ AB ニ垂線ヲ引カントス。

作圖。 前作圖題ニヨリテ ∠ACB ヲ二等分スル直線 CF ヲ引クトキハ, CF ハ求ムル垂線ナリ。

32. 與ヘラレタル角ニ等シキ角ヲ作ルコト。

題意。 ∠BAC ニ等シキ角ヲ, DX ヲ一邊トシ, D ヲ頂點トスルヤウニ作ラントス。

作圖. Aヲ中心トシ,任意ノ半徑ヲ以テ圓ヲ描キ, AB, ACトノ交點ヲ夫夫B及ビCトス.



次ニDヲ中心トシ,前ト同ジキ半徑ノ圓ヲ描キテDXトノ交點ヲFトス.

Fヲ中心トシ, BCヲ半徑トシテ圓ヲ描キ,前ノ圓トEニ於テ交ラシメ, DEヲ作ルトキハ, ∠EDFハ求ムル角ナリ.

證明. △ABC, DEFハ三邊夫夫相等シキガ故ニ全ク相等シ.

故ニ ∠BAC=EDF

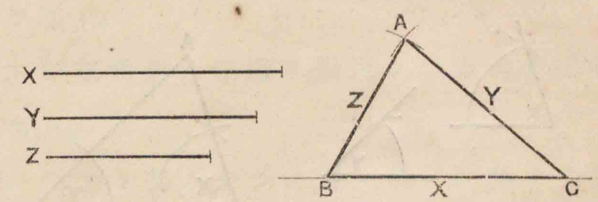
問題

6. 與ヘラレタル角ヲ四等分セヨ.

7. 一ツノ點ヲ過ギテ一ツノ直線ニ平行線ヲ引ケ.

8. 與ヘラレタル直線ヲ直角ニ隣ル一邊トシテ直角二等邊三角形ヲ描ケ.

33. 三邊ヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト.



題意. X, Y, Zヲ三邊トスル三角形ヲ作ラントス.

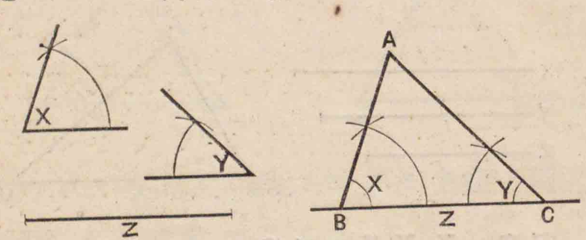
作圖. 任意直線上ニXニ等シクBCヲ取リ, B及ビCヲ中心トシ,夫夫Z及ビYヲ半徑トシテ描キタル圓ノ交點ヲAトスレバ, △ABCハ求ムル三角形ナリ.

證明. 作圖ニヨリ其ノ三邊ハ夫夫X, Y, Zニ等シキガ故ナリ.

注意. Bヲ中心トスル圓トCヲ中心トスル圓トガ相交ラザルトキハ, Aヲ求ムルヲ得ズ. 故ニ與ヘラレタル三邊ハ,何レノ二邊ノ和モ殘リノ一邊ヨリモ大ナルヲ要ス.

34. 二角ト其ノ間ノ邊トヲ與ヘテ三角形ヲ作ルコト。

題意. X 及ビ Y ヲ二ツノ角トシ, Z ヲ其ノ間ノ邊トスル三角形ヲ作ラントス



作圖. 任意直線上ニ Z ニ等シク BC ヲ取リ, 次ニ B ヲ頂點トシ, X ニ等シキ角 ABC, 及ビ C ヲ頂點トシ, Y ニ等シキ角 ACB ヲ作リ, BA ト CA トノ交點ヲ A トスレバ, △ABC ハ求ムル三角形ナリ。

證明. 作圖ニヨリ,

$$\angle B=X,\quad \angle C=Y,\quad BC=Z$$

ナルガ故ナリ。

∠ alpha

問題

9. 二邊ト其ノ夾角トヲ與ヘテ三角形ヲ作レ。

10. 與ヘラレタル直線ヲ一邊トスル正三角形ヲ作レ。

11. 正三角形ノ作圖ヲ應用シテ直角ヲ三等分セヨ。

12. 二邊ト其ノ一ツノ邊ニ對スル角トヲ與ヘテ三角形ヲ作レ。

第七章　平行四邊形

35. 四邊形ノ種類。

四ツノ直線ニテ圍ミタル圖形ヲ**四邊形**又ハ**四角形**トイフ。

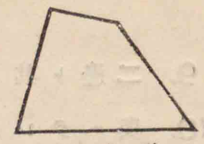
四邊形ノ二双ノ對邊ガ平行セルモノヲ**平行四邊形**トイフ。

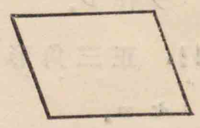
平行四邊形ノ角ガ皆直角ナルモノヲ**矩形**トイフ。

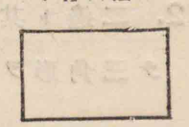
矩形ノ邊ガ皆相等シキモノヲ**正方形**トイフ。

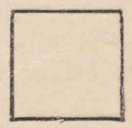
四ツノ邊ガ皆相等シキ四邊形ヲ**菱形**トイフ。

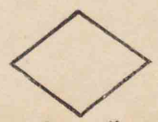
一双ノ對邊ガ平行ニシテ他ノ一双ノ對邊ガ平行ナラザル四邊形ヲ**梯形**トイフ。

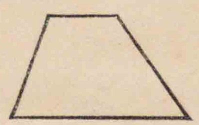

四　邊　形


平行四邊形


矩　形


正　方　形


菱　形


梯　形

平行四邊形,矩形,梯形ヲ表ハスニ ▱ABC, ▭ABCD, ⏢ABCD ト記スコトアリ。

問　題

1. 平行四邊形,矩形,正方形ヲナセルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
2. 菱形,梯形ヲナセルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
3. 封筒ノ片隅ニ切手ヲ貼ルニ,其ノ一双ノ緣ヲ封筒ノ緣ニ平行ナラシムルトキハ,他ノ一双ノ緣モ亦封筒ノ他ノ緣ニ平行ナルコトヲ示セ。
4. 定木ノ緣ニ沿ヒテ三角定木ヲ動カシ,平行四邊形ヲ描キ,其ノ二双ノ對邊ノ長サヲ比較セヨ。

36. 平行四邊形ノ性質。

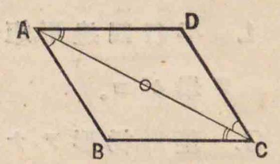
定理 16. 平行四邊形ハ其ノ對角線ニヨリテ全ク相等シキ二ツノ三角形ニ分タル。又其ノ二双ノ對邊及ビ對角ハ夫夫相等シ。

<u>假設</u>. $\square$ABCD ノ一ツノ對角線ヲ AC トス.

<u>終結</u>. $\triangle ABC \equiv ADC$, $AB=CD$, $BC=AD$,

$\angle BAD=BCD$, $\angle ABC=ADC$

<u>證明</u>. $AB \parallel CD$,



$BC \parallel AD$ ナルガ故ニ,

$\angle CAB=ACD$, (*)

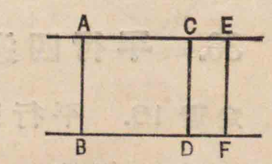
$\angle ACB=CAD$ (*)

故ニ $\triangle ABC$, ADC ハ,二角ト其ノ間ノ邊トガ相等シキガ故ニ,全ク相等シク,

$AB=CD$, $BC=AD$, $\angle ABC=ADC$

而シテ (*) ヨリ $\angle BAD=BCD$

37. 平行線間ノ距離.



定理16ニヨリ,平行線間ニ引ケル垂線ノ長サハ何レモ皆相等シキヲ知ル. 此ノ長サヲ二ツノ平行線間ノ距離トイフ. 圖ニ於テ AB, CD, EF ハ相等シク,此ノ長サガ平行線 AE, BF 間ノ距離ナリ.

問題

5. 敷居ト鴨居トガ平行線ヲナサザルトキハ如何.

6. 矩形ヲナセル紙片ヲ折リテ正方形ヲ切リ取ル方法ヲ述ベヨ.

7. 一ツノ直線ヲ一邊トスル正方形ヲ作レ.

8. 相隣ル二邊ヲ知リテ矩形ヲ作レ.

9. 平行四邊形ノ相隣ル二邊及ビ一ツノ角ヲ知リテ之ヲ描ケ.

10. 矩形ノ對角線ノ相等シキコトヲ證明セヨ.

11. 平行四邊形ノ二ツノ對角線ハ互ニ他ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ.

12. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ過グル直線ノ對邊ニヨリテ切リ取ラルル部分ハ,此ノ交點ニ於テ二等分セラルルコトヲ證明セヨ.

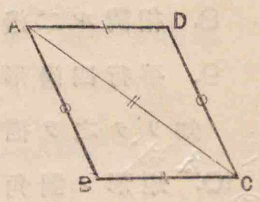
13. 平行四邊形ノ對角線ガ互ニ垂直ナルトキハ此ノ平行四邊形ハ菱形ナルコトヲ證セヨ.

14. 二等邊三角形ノ底邊上ノ一點Pヨリ他ノ二邊ニ平行ニ引キタル直線ノ其ノ二邊ト共

ニ作ル平行四邊形ノ周ハ,Pノ位置ニ關ラズ一定ナルコトヲ證セヨ。 (女高師)

38. 平行四邊形タルベキ條件。

定理 17. 四邊形ノ二双ノ對邊ガ相等シキトキハ,此ノ四邊形ハ平行四邊形ナリ。



假設。ABCD ニ於テ

AB=DC, BC=AD

終結。ABCD ハ平行四邊形ナリ。

證明。A, C ヲ結ブトキハ, △ABC, ADC ハ三邊相等シキガ故ニ全ク相等シ。 (定理 12)

故ニ　∠BAC=ACD,　∠BCA=CAD

故ニ　AB∥CD,　BC∥AD

故ニ ABCD ハ平行四邊形ナリ。

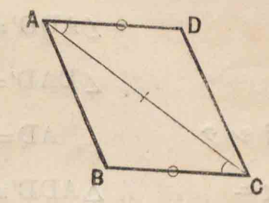
定理 18. 四邊形ニ於テ,一双ノ對邊ガ平行ニシテ且相等シキトキハ,此ノ四邊形ハ平行四邊形ナリ

假設。ABCD ニ於テ AD∥BC, AD=BC

終結。ABCD ハ平行四邊形ナリ。

證明。對角線 AC ヲ引ケバ, AD∥BC ニヨリ

∠ACB=CAD

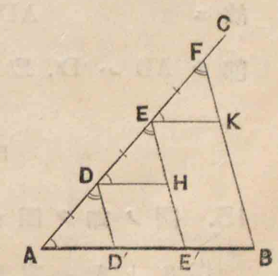


故ニ △ABC, ADC ハ二邊ト其ノ夾角トガ相等シク,隨テ兩三角形全ク相等シク, AB=CD ナリ。

故ニ二双ノ對邊相等シキガ故ニ,此ノ四邊形ハ平行四邊形ナリ。

39. 直線ヲ任意ノ數ニ等分スルコト。

題意。例ヘバ AB ヲ三等分セントス。



作圖。A ヨリ任意ノ方向ニ直線 AC ヲ引キ, A ヨリ AC 上ニ任意ノ相等シキ距離ヲ以テ AD, DE, EF ヲ等分セントスル數ダケ取リ,其ノ最後ノ點 F ト B トヲ結ビテ之ニ平行ニ DD′, EE′ ヲ引クトキハ,此等ノ直線ハ AB ヲ三等分ス。

證明。Ｄ及ビＥヲ過ギテ AB ニ平行ニ DH, EK ヲ引クトキハ,

$$DD' \parallel EH \parallel FK,\quad AD' \parallel DH \parallel EK$$

ナルガ故ニ,

$$\angle ADD' = DEH = EFK$$

$$\angle DAD' = EDH = FEK$$

而シテ $AD = DE = EF$

故ニ $\triangle ADD' \equiv DEH \equiv EFK$

故ニ $AD' = DH = EK$

然ルニ DD'E'H, EE'BK ハ二双ノ對邊平行ナルガ故ニ,平行四邊形ナリ。

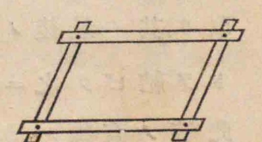
故ニ $DH = D'E',\quad EK = E'B$

故ニ $AD' = D'E' = E'B$

卽チ AB ハ D', E' ニ於テ三等分セラル。

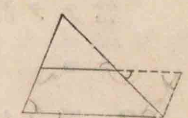
問題

15. 圖ノ如ク四ツノ棧ヲ接合シ,平行四邊形ヲ作ルトキハ,之ヲ歪(ユガ)メテモ亦平行四邊形ヲナスコトヲ證セヨ。



16. 四邊形ノ二双ノ相對スル角ガ相等シキトキハ,此ノ四邊形ハ平行四邊形ナリ。

17. 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ直線ハ,底邊ニ平行ニシテ其ノ半分ニ等シキコトヲ示セ。

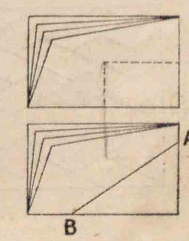


18. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ其ノ三ツノ頂點ヨリ相等シキ距離ニアリ。

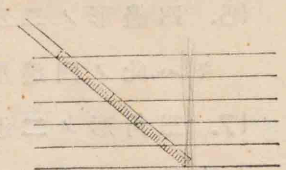
19. 三角形ノ各邊ノ中點ヲ結ブトキハ,此ノ三角形ハ全ク相等シキ四ツノ三角形ニ分ル。

20. 四邊形 ABCD ノ各邊ノ中點 E, F, G, H ヲ順次ニ連ヌルトキハ, EFGH ナル一ツノ平行四邊形ヲ得。而シテ此ノ周ハ AC+BD ニ等シ。 (女高師)

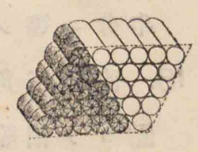
21. 紙ヲ二ツニ折リ,更ニ之ヲ二ツニ折リ(折目ヲ折リ重ネ),其ノ上ニ針ニテ穴ヲ穿チ,四ツノ穴ヲ連結スレバ,矩形ヲ得。又上ノ如ク折リタル紙ヲ AB ニテ一直線ニ切ルトキハ菱形ヲ得。此ノ理ヲ説明セヨ。



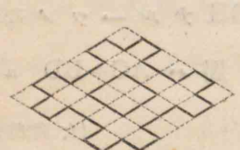
22. 布ヲ等分スルニ,圖ニ示スガ如ク,物指ヲ斜ニ當テテ測ル理由ヲ說明セヨ。

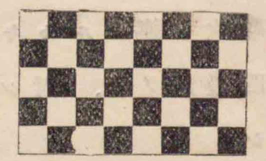


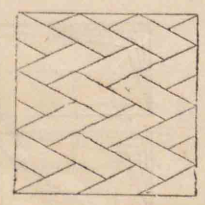
23. 圖ノ如ク積ミタル俵ノ數ヲ計算スル方法ヲ求メヨ。

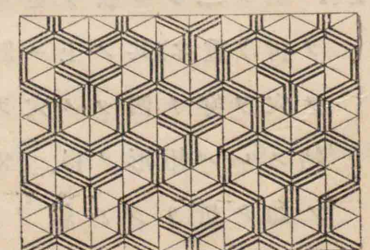


24. 下ニ示セル模樣畫ノ例ニ倣ヒ,三角形,菱形,平行四邊形,正方形ヲ用ヒテ模樣畫ヲ工夫セヨ。









中心ノ一点から常に等シイ曲線ヲ以テ圍ミたる平面の部分を云ふ
はとりを円周

第八章　圓

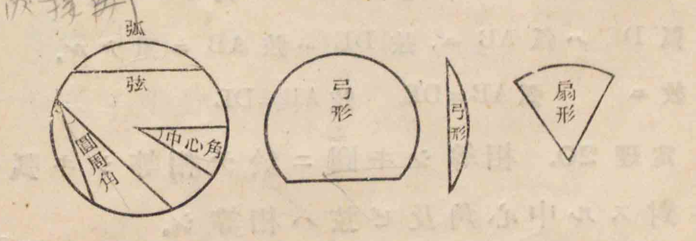
40. 弧。弦。弓形。扇形。中心角。圓周角。

圓周ノ一部分ヲ**弧**トイヒ,弧ノ兩端ヲ連ヌル直線ヲ**弦**トイフ。

弧ト弦トニテ圍ミタル圖形ヲ**弓形**トイヒ,弧ト二ツノ半徑トニテ圍ミタル圖形ヲ**扇形**トイフ。

二ツノ半徑ノナス角ヲ**中心角**トイヒ,圓周上ノ一點ヲ過グル二ツノ弦ノナス角ヲ**圓周角**トイフ。

(内接角)



41. 弧,弦,及ビ中心角ノ關係。

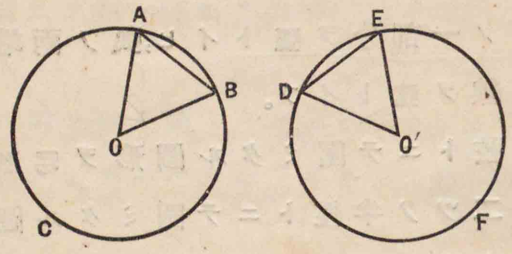
定理 19. 相等シキ圓ニ於テ相等シキ中心角ニ對スル弧及ビ弦ハ相等シ。

假設. 相等シキ二ツノ圓 O, O′ ニ於テ

仮	終
19. 中心角等シケレバ	弦,弧等シ
20 弧ガ等シケレバ	中心角 弦ハ等シ

中心角 AOB=DO'E

終結. 弧 AB=DE, 弦 AB=DE



證明. 二ツノ圓 O, O' ハ相等シキガ故ニ,中心 O' ヲ O ニ重ヌルトキハ,兩圓ハ全ク相重ナル。故ニ O'D ヲ OA ノ上ニ重ヌルトキハ,中心角 AOB=DO'E ナルガ故ニ, O'E ハ又 OB ニ重ナリ,弧 DE ハ弧 AB ニ,弦 DE ハ弦 AB ニ重ナル。

故ニ　弧 AB=DE,　弦 AB=DE

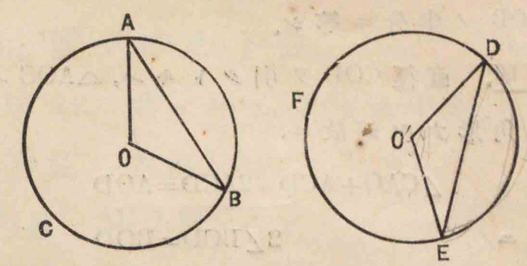
定理 20. 相等シキ圓ニ於テ相等シキ弧ニ對スル中心角及ビ弦ハ相等シ。

假設. 相等シキ二ツノ圓 O, O' ニ於テ

弧 AB=DE

終結. 中心角 AOB=DO'E, 弦 AB=DE

證明. 二ツノ圓 O, O' ハ相等シキガ故ニ,中



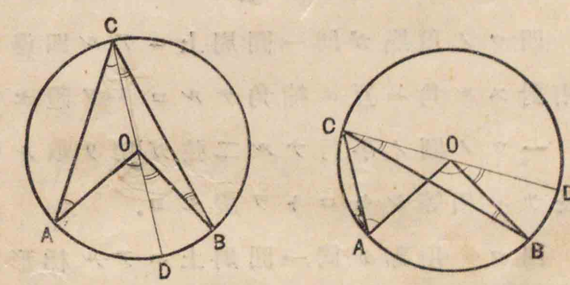
心 O' ヲ O ノ上ニ重ヌルトキハ,兩圓全ク相重ナル。故ニ D ヲ A ノ上ニ置クトキハ,弧 DE ハ AB ニ等シキガ故ニ, E ハ B ニ重ナル。

故ニ弦 DE ハ AB ニ,中心角 DO'E ハ AOB ニ重ナル。

故ニ　弦 DE=AB,　中心角 DO'E=AOB

42. 中心角ト圓周角トノ關係.

定理 21. 圓周角ハ同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シ。



題意. 弧 AB ノ上ニ立ツ圓周角 ACB ハ中心

(内,外)接 角の頂点にくっつく時

(内,外)切 直線にくっつく

角 AOB ノ半分ニ等シ。

証明. 直徑 COD ヲ引クトキハ, △AOC ハ二等邊三角形ナルガ故ニ,

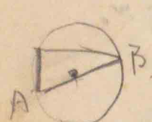
$$\angle CAO + ACD = 2ACD = AOD$$

同様ニ $\quad 2\angle BCD = BOD$

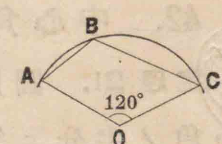
故ニ $\quad 2(\angle ACD \pm BCD) = AOD \pm BOD$

卽チ $\quad \angle ACB = \frac{1}{2}AOB$

問題



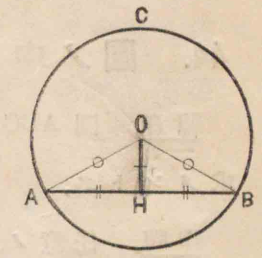
1. 圓周上ノ一點ヲ其ノ直徑ノ兩端ニ結ブ直線ノナス角ハ直角ナリ。



2. 圓ニ於テ O ヲ弧 ABC ノ中心トシ, ∠AOC＝120° トスレバ, ∠ABC ノ大サ如何。
3. 四ツノ頂點ガ同一圓周上ニアル四邊形ノ相對スル角ハ互ニ補角ナルコトヲ證セヨ。
4. 一ツノ圓ノ平行ナル二弦ガ切リ取ル弧ノ長サハ相等シキコトヲ證セヨ。
5. 四ツノ頂點ガ同一圓周上ニアル梯形ノ二ツノ對角線ハ互ニ相等シ。 (女高師)

43. 圓ノ中心ト弦。

定理 22. 圓ノ中心ト弦ノ中點トヲ結ブ直線ハ弦ニ垂直ナリ。



假設。 AB ヲ圓 O ノ一ツノ弦, H ヲ AB ノ中點トス。

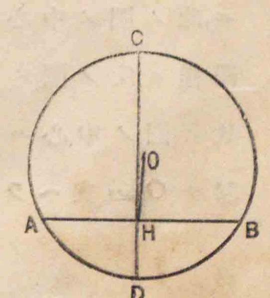
終結。 OH⊥AB

證明。 AO, BO ヲ作ルトキハ, △AHO, BHO ハ三邊夫夫相等シキガ故ニ,全ク相等シ。

故ニ $\quad \angle AHO = BHO =$ 直角

卽チ $\quad OH \perp AB$

定理 23. 弦ノ中點ヲ過グル垂線ハ圓ノ中心ヲ過グ。



假設。 AB ヲ圓 O ノ一ツノ弦, CD ヲ其ノ垂直二等分線トス。

終結。 CD ハ圓ノ中心 O ヲ過グ。

證明。 OH ヲ結ベバ

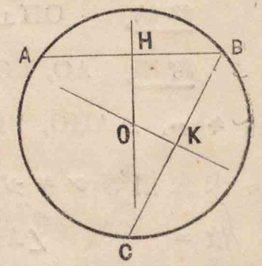
$\angle AHO = BHO =$ 直角 (定理22)

然ルニ　$\angle AHC = BHC =$ 直角

故ニ OH ト CH トハ同一ノ直線ナリ。

故ニ CD ハ圓ノ中心 O ヲ過グ。

44. 圓ノ中心ヲ求ムルコト。



題意。圓 ABC ノ中心ヲ求メントス。

作圖。任意ノ二ツノ弦 AB, BC ヲ引キ, AB ノ垂直二等分線 OH ト, BC ノ垂直二等分線 OK トヲ作リ, 其ノ交點ヲ O トス。然ルトキハ O ハ求ムル中心ナリ。

證明。HO ハ弦 AB ヲ直角ニ二等分スルガ故ニ,此ノ圓ノ中心ハ必ズ HO 上ニアリ。(定理 23)

同様ニ此ノ圓ノ中心ハ又 KO 上ニアリ。

故ニ圓ノ中心ハ HO, KO ノ交點 O ナリ。

即チ O ハ與ヘラレタル圓ノ中心ナリ。

問題

6. 圓ノ中心ヨリ弦ニ引ケル垂線ハ弦ヲ直角ニ二等分スルコトヲ證セヨ。

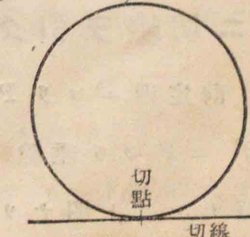
7. 三角形ノ三ツノ頂點ヲ過グル圓ヲ描ケ。

8. 二ツノ與ヘラレタル點ヲ過ギテ半徑 2 寸ノ圓ヲ描ケ。

9. 圓ノ中心ヨリ相等シキ距離ニアル弦ハ其ノ長サ相等シキコトヲ證セヨ。

10. 二ツノ相等シキ圓アリ,其ノ中心ヲ結ビツクル直線ニ平行ナル直線ニテ之ヲ切リ取ルトキハ,此ノ直線ノ各圓周ニ夾マレタル部分ハ相等シ。(女高師)

45. 切線。 (Tangent)

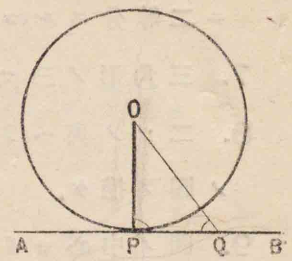


圓周ト唯一點ニ於テ出會フ直線ヲ切線トイフ。切線ト圓トノ出會フ點ヲ切點トイフ。

切線 Tangent
円と一つの点で交る様な直線

割線(截線) Secant
円と二点で交わっている線

定理 24. 圓周上ノ一點ニ於テ半徑ニ垂直ナル直線ハ,此ノ圓ノ切線ナリ。



假設. OP ハ圓ノ半徑,

$AB \perp OP$

終結. AB ハ圓 O ノ切線ナリ。

證明. AB 上ノ任意ノ點 Q ヲ取リ, OQ ヲ結ブトキハ, $OP \perp PQ$ ナルガ故ニ, $OP < OQ$ (定理15)

故ニ OQ ハ此ノ圓ノ半徑ヨリ大ナリ。

隨テ Q ハ此ノ圓ノ外ニアリ。

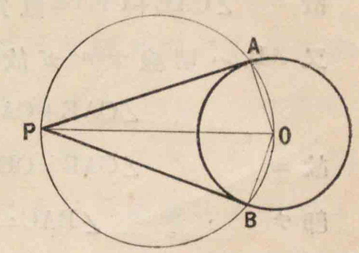
同樣ニ AB 上ノ P 以外ノ點ハ,何レモ總テ圓外ニアルガ故ニ, AB ハ圓 O ノ切線ナリ。

46. 圓周上ノ一點(P)ヲ過ギテ此ノ圓ニ切線ヲ引クコト。

前定理ニヨリ P ト圓ノ中心 O トヲ結ブ直線 OP ニ P ヨリ垂線 PQ ヲ引ケバ, PQ ハ求ムル切線ナルコト明ナリ。

47. 圓外ノ一點ヨリ此ノ圓ニ切線ヲ引クコト。

題意。圓 O 外ノ一點 P ヨリ此ノ圓ニ切線ヲ引カントス。



作圖。OP ヲ結ビ,之ヲ直徑トスル圓ヲ描キ,圓 O トノ交點ヲ A, B トスレバ, PA, PB ハ求ムル切線ナリ。

證明。OA, OB ヲ結ベバ, ∠OAP, OBP ハ半圓ノ包ム角ナルガ故ニ,各直角ナリ。(本章問題1)

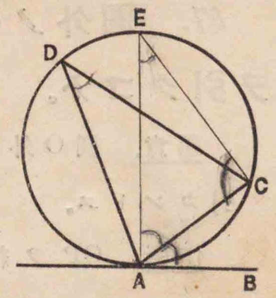
故ニ PA, PB ハ求ムル切線ナリ。(定理24)

48. 切線ト弦トノナス角。

定理 25. 切線ト其ノ切點ヨリ引キタル弦トノナス角ハ其ノ隣ノ弓形ノ包ム角ニ等シ。

題意。A ニ於ケル切線 AB ト弦 AC トノナス角 BAC ハ圓周角 ADC ニ等シキコトヲ證明セントス。

證明。A ヲ過グル直徑 AE ヲ引キ, CE ヲ作レバ, $\angle ACE$ ハ半圓ノ包ム角ナルガ故ニ,直角ナリ。



故ニ　$\angle CAE+CEA=$直角

又 AB ハ切線ナルガ故ニ,

$\angle CAE+CAB=$直角

故ニ　$\angle CAB=CEA=CDA$　(定理21)

即チ　$\angle BAC=ADC$

問題

11. 一ツノ直線ニ平行ニシテ一ツノ圓ニ切ス*ル直線ヲ引ケ。

12. 一ツノ直線ニ垂直ニシテ一ツノ圓ニ切スル直線ヲ引ケ。

13. 與ヘラレタル直線上ノ與ヘラレタル點ニ於テ之ニ切シ,且與ヘラレタル他ノ一點ヲ過グル圓ヲ描ク方法ヲ記シ,且其ノ作圖ノ理由ヲ述ベヨ。　(女高師)

*「圓ニ切ス」トハ圓ノ切線トナルコトナリ。

14. 圓外ノ一點ヨリ此ノ圓ニ引キタル二本ノ切線ハ其ノ長サ相等シキコトヲ證セヨ。

15. 四邊形ノ各邊ガ一ツノ圓ニ切スルトキハ,其ノ相對セル邊ノ長サノ和ハ相等シ。

16. 二ツノ與ヘラレタル直線ニ切シ,與ヘラレタル長サノ半徑ヲ有スル圓ヲ描ク方法ヲ記シ,其ノ作圖ノ理由ヲ述ベヨ。　(女高師)

17. 圓外ノ一點ヨリ其ノ圓ニ二ツノ切線ヲ引クトキハ,切點ヲ結ビツクル直線ハ其ノ點ト圓ノ中心トヲ結ビツクル直線ニテ直角ニ二等分セラルルコトヲ證セヨ。　(女高師)

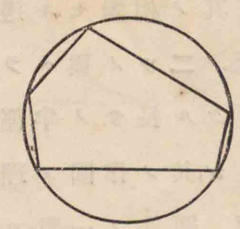
18. 圓周上ノ一點 A ニ於テ此ノ圓ニ切線 AB ヲ引キ,此ノ圓ノ任意ノ直徑 CD ノ一端 C ヨリ AB ニ垂線 CE ヲ下ストキハ, CA ハ $\angle DCE$ ノ二等分線ナルコトヲ證明セヨ。

19. 與ヘラレタル直線ヲ斜邊トシ,其ノ半分ヲ他ノ一邊トスル直角三角形ヲ作リ,且其ノ銳角ノ一ツハ他ノ二倍ナルコトヲ證セヨ。　(女高師)

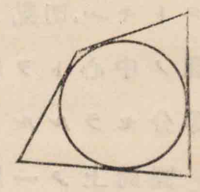
第九章　正多角形

49. 内接及ビ外接正多角形.

多角形ノ總テノ頂點ガ一ツノ圓周上ニアルトキハ,其ノ多角形ハ其ノ圓ニ内接ストイヒ,多角形ノ總テノ邊ガ一ツノ圓周ニ切スルトキハ,其ノ多角形ハ其ノ圓ニ外接ストイフ。

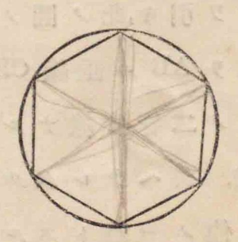


内接形



外接形

各邊ノ長サガ皆相等シク,各角ノ大サガ皆相等シキ多角形ヲ正多角形トイフ。



内接正六角形

定理 26. 圓周ヲ等分シテ其ノ分點ヲ順次ニ結ブトキハ,一ツノ正多角形ヲ得。

假設。 弧 AB＝BC＝………＝FA

接→円周上ニ角頂ガアル時ニ用フ
切→円周ニ直線ガ切ミテ居ル時ニ用フ

終結。 ABC………F ハ一ツノ正多角形ナリ。

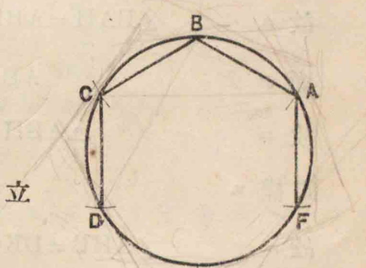
證明。 弧 AB＝BC＝………＝FA

故ニ　　弦 AB＝BC＝………＝FA

又　　弧 AFC＝BAD

＝……

＝FDB



故ニ相等シキ弧ノ上ニ立ツ圓周角

∠ABC＝BCD＝………＝FAB

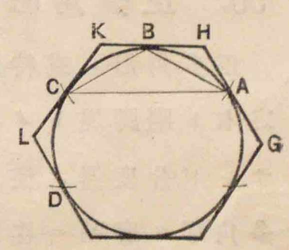
故ニ　ABC……F ハ正多角形ナリ。

定理 27. 圓周ヲ等分シテ其ノ各分點ニ切線ヲ引ケバ,一ツノ正多角形ヲ得。

假設。 弧 AB＝BC＝……,

而シテ GH, HK, …… ハ夫夫 A, B,…… ノ切線ナリ

終結。 GHK……… ハ一ツノ正多角形ナリ。



證明。 A, C ヲ結ベバ, △ABC ニ於テ

AB＝BC

正{ (1)各辺等シ
(2)各角等シ

故ニ $\angle BCA = BAC$

然ルニ $\angle BCA = ABH,\ \angle BAC = CBK$

且 $AH = BH,\ BK = CK$

故ニ $\angle BAH = ABH = KBC = KCB$

而シテ $AB = BC$

故ニ $\triangle ABH \equiv BCK$

同様ニ $\equiv CDL \equiv \ldots\ldots$

故ニ $\angle AHB = BKC = CLD = \ldots\ldots$

及ビ $AH = HB = BK = KC = CL = \ldots\ldots$

故ニ $HK = KL \ldots\ldots$

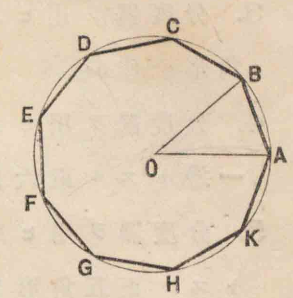
故ニ GHKL……ハ各邊及ビ各角相等シキガ故ニ正多角形ナリ。

50. 正多角形ヲ描ク方法。

正多角形ハ,或特別ノモノヲ除キテハ,一般ニ定木ト兩脚規トノミニテハ作圖スルヲ得ズ。サレド分度器ノ使用ヲ許ストキハ,如何ナル正多角形モ容易ニ作圖スルコトヲ得ベシ。

例ヘバ正九角形ヲ描クニハ,任意ノ圓ヲ描キ,分度器ヲ用ヒテ中心角ガ $\frac{360^\circ}{9}$ 卽チ 40° トナル

ヤウニ九個ノ半徑ヲ引キ,圓周トノ交點ヲ順次ニ連結スレバ,定理26ニヨリテ正九角形ヲ得。



π

分度器ノ使用ヲ許サザル特別ノ場合ハ,之ヲ用ヒズシテ中心角ヲ作ルコトヲ工夫スベシ。

51. 圓周率。

圓周ノ長サト直徑ノ長サトノ比ヲ圓周率トイヒ,圓ノ大小ニ關ラズ一定ナリ。

圓周率ハ不盡數ナルガ故ニ,計算ニハ其ノ近似値ヲ用フ。近似値トシテハ 3.1416 ヲ用フレド,時トシテハ $\frac{22}{7}$ 又ハ $\frac{355}{113}$ ヲ用フ。

圓周率ハ通常希臘文字 π ヲ以テ表ハス。

問題

1. 正六角形及ビ正八角形ノ一ツノ内角ハ各何度ナルカ。
2. 正六角形ハ六ツノ正三角形ニ分ツコトヲ得。之ヲ圖ニテ示セ。

3. 分度器ヲ用ヒズシテ正方形,正六角形,正八角形ヲ作レ。

4. 分度器ヲ用ヒズシテ與ヘラレタル長サヲ一邊トスル正六角形ヲ描ケ。

5. 分度器ヲ用ヒテ與ヘラレタル長サヲ一邊トスル正五角形ヲ描ケ。

6. 分度器ヲ用ヒテ與ヘラレタル圓ニ內接及ビ外接スル正五角形ヲ描ケ。

7. 圓ニ外接スル正六角形及ビ正八角形ヲ描ケ。

8. 半徑1尺ナル圓ニ內接スル正六角形ノ周及ビ外接スル正方形ノ周ノ長サヲ計算セヨ。

9. 地球ノ赤道ノ周圍ヲ四千萬米トスレバ,其ノ直徑何程ナルカ。

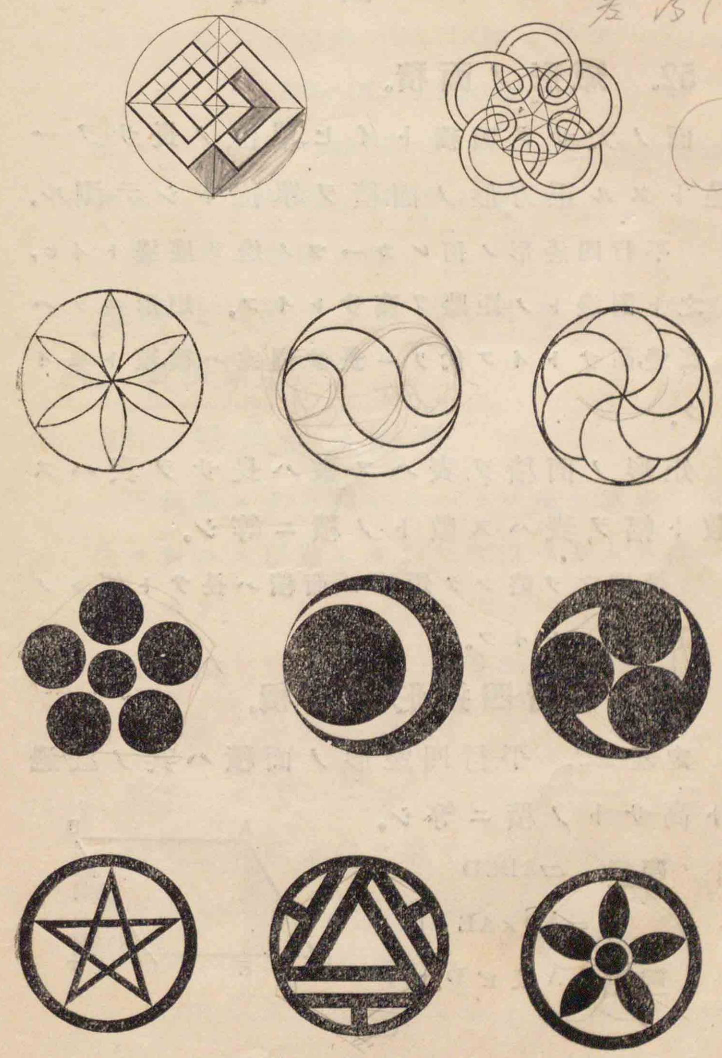
10. 直徑1尺ノ炭俵二俵ヲ一括リトスルニハ,何寸以上ノ繩ヲ要スルカ。

11. 與ヘラレタル三角形ニ內接スル圓ヲ描ク方法ヲ述ベヨ。

12. 次ノ例ニ倣ヒ,正多角形,圓等ヲ用ヒテ紋形,模様畫等ヲ工夫セヨ。

1米＝$\frac{1}{4000万}$

地球の周囲は10000里



第十章　面積

52. 矩形ノ面積。

面ノ大サヲ面積トイヒ,單位ノ長サヲ一邊トスル正方形ノ面積ヲ單位トシテ測ル。

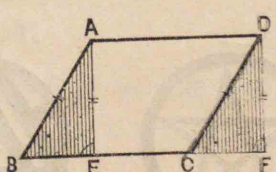
平行四邊形ノ何レカ一ツノ邊ヲ底邊トイヒ,之ト對邊トノ距離ヲ高サトイフ。矩形ニテハ底邊,高サトイフ代リニ長サ,幅或ハ横,縦トモイフ。

矩形ノ面積ヲ表ハス數ハ長サヲ表ハス數ト幅ヲ表ハス數トノ積ニ等シ。

通例之ヲ略シテ矩形ノ面積ハ長サト幅トノ積ニ等シトイフ。

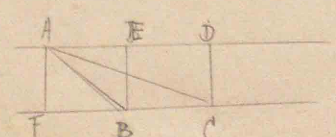
53. 平行四邊形ノ面積。

定理 28. 平行四邊形ノ面積ハ其ノ底邊ト高サトノ積ニ等シ。



題意。▱ABCD
$=AD\times AE$

證明。A及ビDヨリ



$\triangle AFC = \frac{1}{2} \square AFCD$
$\triangle AFB = \frac{1}{2} \square AFBE$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square EBCD$

面積 Area
高サ Height
底辺 Base

BC及ビ其ノ延長ニ垂線 AE, DF ヲ引クトキハ,二ツノ直角三角形 ABE, DCF ニ於テ

$$AB=DC,\quad AE=DF$$

故ニ　$\triangle ABE \equiv DCF$　（第五章問題10）

故ニ　▱$ABCD=AEFD=AD\times AE$

故ニ次ノ定理ヲ得。

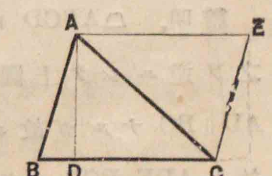
底邊及ビ高サノ相等シキ平行四邊形ハ其ノ面積相等シ。

54. 三角形ノ面積。

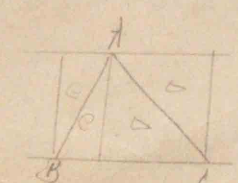
三角形ニテハ,何レカ一ツノ邊ヲ底邊トイヒ,之ニ對スル頂點ヨリ此ノ底邊ニ至ル距離ヲ高サトイフ。

定理 29. 三角形ノ面積ハ其ノ底邊ト高サトノ積ノ半分ニ等シ。

題意。$\triangle ABC=\dfrac{BC\times AD}{2}$



證明。A及ビCヲ過ギテ夫夫BC, BAニ平行線ヲ引キ,其ノ交點ヲEトスレバ,ABCEハ平行四邊形ニシテ,△ABCノ二倍ニ



等シ。

而シテ　▱ABCE＝BC×AD

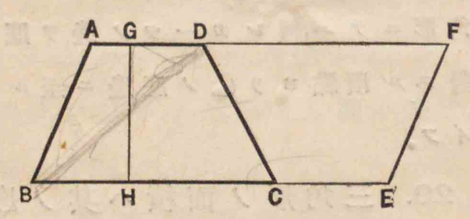
故ニ　$\triangle ABC=\frac{1}{2}(BC\times AD)$

此ノ定理ヨリ次ノ定理ヲ得。

底邊及ビ高サノ相等シキ二ツノ三角形ハ其ノ面積相等シ。

55. 梯形ノ面積。

定理 30. 梯形ノ面積ハ平行セル二邊ノ和ト高サトノ積ノ半分ニ等シ。



題意.　△ABCD$=\frac{1}{2}[(BC+AD)\times GH]$

證明.　△ABCD ト全ク相等キ △CDFE ヲ作リ, 之ヲ逆ニシテ上圖ノ如ク置ク。

AD∥BC ナルガ故ニ, ∠ADC＋BCD＝2直角

故ニ ADF, BCE ハ各一直線ヲナシ, 且其ノ長サ相等シ。

故ニ ABEF ハ平行四邊形ナリ。

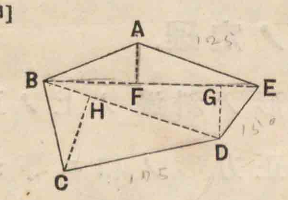
而シテ　▱ABEF＝GH×BE＝GH×(AD＋BC)

故ニ　△ABCD$=\frac{1}{2}[GH\times(AD+BC)]$

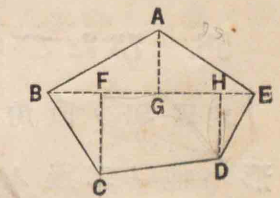
問題

1. 次ノ圖ノ如キ地所ノ面積幾坪アルカ。

[甲]

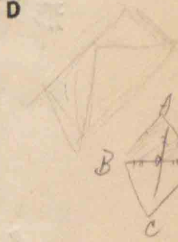


[乙]



[甲]　BE＝25間,　AF＝5間,　DG＝6間,
　　BD＝22間,　CH＝8間

[乙]　BF＝6間,　BH＝22間,　BE＝25間,
　　AG＝6間,　CF＝8間,　DH＝5間



2. 與ヘラレタル三角形ト等積ナル任意ノ菱形ヲ作レ。　(女高師)

$\square ABCD=\frac{1}{2}BD \times AC$

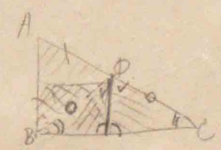
3. 菱形ノ面積ハ其ノ二ツノ對角線ノ積ノ半分ニ等シキコトヲ證明セヨ。

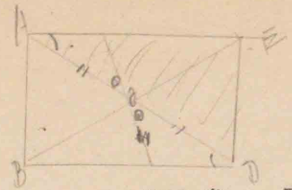
$\frac{1}{2}BD\times AO$

$\frac{1}{2}BD\times OC$

4. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ヨリ他ノ二邊ニ垂線ヲ引キテ作リタル四邊形ノ面積ハ原ノ

$\frac{1}{2}BD(AO+OC)$





三角形ノ面積ノ二分ノ一ナルコトヲ證明セヨ。　　（女高師）

5. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ過グル任意ノ直線ハ之ヲ等積ナル二ツノ部分ニ分ツコトヲ證明セヨ。　　（女高師）

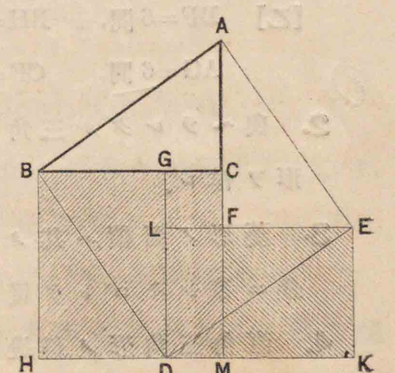
56. ぴたごらすノ定理。

定理 31. 直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ。

題意。直角三角形 ABC ニ於テ

$$AB^2=AC^2+BC^2$$

證明。△ABC ト全ク相等シキ三ツノ△AEF, DEL, BDG ヲ取リ，圖ノ如ク組ミ立ツルトキハ，中央ノ小正方形 CGLF ヲ加ヘテ一ツノ大ナル正方形 ABDE ヲ得ベシ。



此ノ正方形ハ明ニ AB^2 ナリ。今△ABC ヲ取リテ△DBH ノ位置ニ，△AFE ヲ取リテ△EDK ノ位置ニ置キ換フルトキハ，二ツノ正方形 BHMC, FMKE ヲ得。而シテ此ノ各正方形ハ明ニ夫夫 BC^2 及ビ AC^2 ナリ。

故ニ　$$AB^2=BC^2+AC^2$$

此ノ定理ハ西暦紀元前五百年頃ノ希臘ノ幾何學者ぴたごらすノ發見セルモノナレバ，此ノ名アリ。

57. 正多角形ノ面積。

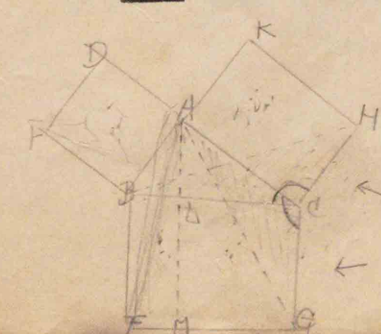
正多角形ノ外接圓ノ中心ヲ其ノ正多角形ノ中心トイフ。

定理 32. 正多角形ノ面積ハ其ノ邊ノ和ト中心ヨリ其ノ一邊ニ至ル距離トノ積ノ半分ニ等シ。

題意。正多角形 ABC...... ノ中心ヨリ其ノ一邊マデノ距離ヲ OH トスレバ，

$$ABC......=\frac{1}{2}OH\times(AB+BC+......)$$

證明。ABC...... ノ各頂點ト中心 O トヲ結ブ



∴□ACHK=□CGML

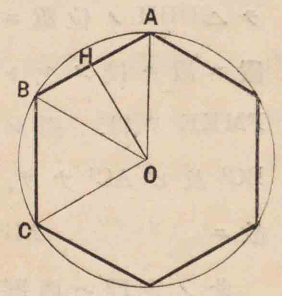
$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2+\overline{AB}^2$

2△BCH=□ACHK

2△ACG=□CGML

∵ △BCH≡△ACG (二辺ト夾角)

トキハ,各三角形ハ三邊夫夫相等シキガ故ニ,全ク相等シ。而シテ其ノ一ツノ三角形ABOノ面積ハ $\frac{1}{2}$OH×AB ナリ。



故ニ此ノ多角形ノ全面積ハ $\frac{1}{2}$OH×AB×邊數

即チ $\frac{1}{2}$OH×(AB+BC+......) ナリ。

58. 圓ノ面積。

圓周ハ邊ノ數ガ非常ニ多キ正多角形ト見做スコトヲ得ベシ。斯ク考フルトキハ,正多角形ノ周ハ圓周ニ相當シ,中心ヨリ邊ヘノ距離ハ圓ノ半徑ニ相當ス。故ニ次ノ定理ヲ得。

定理 33. 圓ノ面積ハ其ノ周ニ半徑ヲ乘ジタルモノノ半分ニ等シ。

故ニ　圓ノ面積 $=\frac{1}{2}\times$半徑$\times$圓周

$=\frac{1}{2}\times$半徑$\times$直徑$\times\pi$

$=$半徑$^2\times\pi$

隨テ　扇形ノ面積 $=\frac{1}{2}\times$半徑$\times$弧

問題

6. 矩形ノ二邊ガ3尺及ビ4尺ナルトキハ其ノ對角線ノ長サ何程ナルカ。

7. 一邊ノ長サ1尺ナル正三角形ノ高サ及ビ面積ヲ計算セヨ。

8. ぴたごらすノ定理ヲ用ヒテ與ヘラレタル正方形ノ二倍ノ正方形ヲ作レ。

9. 菱形ノ各邊1尺3寸ニシテ,一ツノ對角線1尺ナルトキハ,他ノ對角線及ビ面積何程ナルカ。 (女高師)

10. 一邊ノ長サ1寸ナル正六角形ノ面積ヲ求メヨ。

11. 直徑1粁ナル圓キ池アリ,其ノ面積何程。

12. 一起點ヨリ甲船ハ正北ニ向ヒテ毎時12浬ノ速サニテ航シ,乙船ハ毎時16浬ノ速サニテ正東ニ航セリ。3時間ノ後兩船間ノ距離何程トナルカ。

13. 周圍3尺ノ丸太ヨリ何寸角ノ柱ヲ取リ得ベキカ。*

*大工ハさしがねノ裏ニアル特別ノ目盛ニテ之ヲ測ル。

59. 橢圓。

曲線上ノ總テノ點ガ其ノ點ト二定點トノ距離ノ和ヲ一定ナラシムルトキハ,此ノ曲線ヲ**橢圓**トイヒ,此ノ二定點ヲ其ノ**焦點**トイフ。

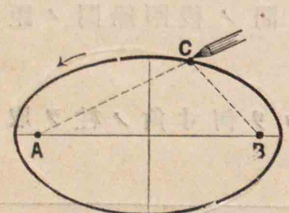
故ニ橢圓ヲ描クニハ,焦點A,Bニ針ヲサシ,動點Cヨリ此ノ二點ニ至ル距離ノ和ニ等シキ長サノ線ACBヲ其ノ間ニ張リ,鉛筆ノ先ニ引掛ケテ之ヲ弛メヌヤウニ鉛筆ヲ動カスベシ。

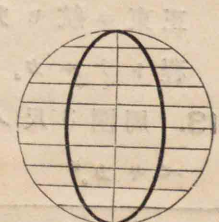
橢圓ノ二ツノ焦點ヲ過ギテ其ノ周ニ終ル直線ヲ**長徑**トイヒ,長徑ノ中點ヲ過ギテ之ニ垂直ニシテ橢圓ニ終ル直線ヲ**短徑**トイフ。

橢圓ハ又圓ノ直徑ニ垂直ナル弦ヲ

長徑:短徑=圓ノ弦:橢圓ノ弦

ナル比例ガ成リ立ツヤウニ物指ニテ圓ノ弦ノ





上ニ標點ヲ附シ,之ヲ連ネテモ描クコトヲ得。

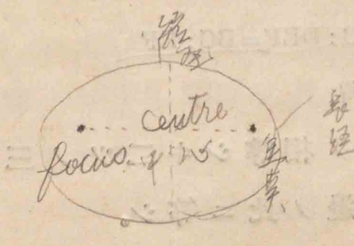
故ニ橢圓ノ面積ト其ノ外接圓ノ面積トノ比ハ短徑:長徑ニ等シ。而シテ外接圓ノ面積ハ(長徑半)$^2\times\pi$ ナルガ故ニ,橢圓ノ面積ハ

$$(\text{長徑半})^2\times\pi\times\frac{\text{短徑}}{\text{長徑}}$$
$$=\text{長徑半}\times\text{短徑半}\times\pi$$

ニヨリテ求ムルコトヲ得ベシ。

問題

14. 長徑5寸,短徑3寸ナル橢圓ノ面積ヲ求ム。

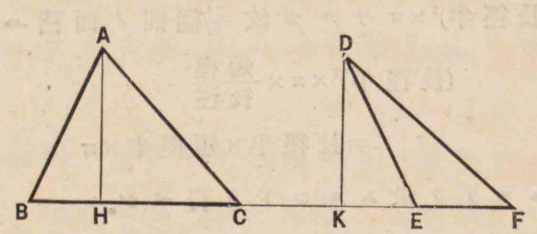


だ円の中心と焦点の重なったものが円

2×2×π

第十一章　比　例

60. 二ツノ三角形ノ面積ノ比。



△ABC ノ底邊ヲ BC, 高サヲ AH,

△DEF ノ底邊ヲ EF, 高サヲ DK トスレバ,

$$\triangle ABC : DEF = \frac{1}{2}(AH \times BC) : \frac{1}{2}(DK \times EF)$$

故ニ二ツノ三角形ノ高サ AH, DK ガ相等シキトキハ,

$$\triangle ABC : DEF = BC : EF$$

故ニ次ノ定理ヲ得。

定理 34. 高サノ相等シキ二ツノ三角形ノ面積ノ比ハ底邊ノ比ニ等シ。

同樣ニシテ

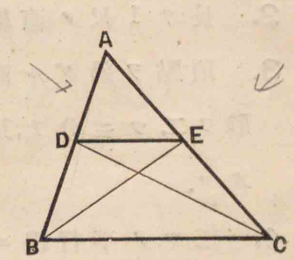
底邊ノ相等シキ二ツノ三角形ノ面積ノ比ハ高サノ比ニ等シ。

△ABC : △DEF = ½BC h : ½EF h'
= BC h : EF h'
= 底辺×高 : ———
同高ナラバ △ABC : △DEF = BC : EF

61. 三角形ノ比例線。

同底ナラバ △ABC : △DEF = h : h'

定理 35. 三角形ノ底邊ニ平行ナル直線ハ他ノ二邊ヲ相等シキ比ニ分ツ。



假設。　△ABC ニ於テ

DE ∥ BC

終結。

AD : BD = AE : CE

證明。　BE, CD ヲ結ブトキハ,

$$\triangle ADE : BDE = AD : BD \qquad (定理 34)$$

$$\triangle ADE : CDE = AE : CE \qquad (定理 34)$$

而シテ　$\triangle BDE = CDE \qquad (定理 29)$

故ニ　$AD : BD = AE : CE$

注意。　△BDE, CDE ノ代リニ △ABE, ACD ヲ用フルトキハ

$$AD : AB = AE : AC$$

ナル關係ヲ得ベシ。

中項
a : b = b : c 中
a : b = c : d
外項 内項

比ノ { 1. 差
2. 倍

比例 比が等しい

問題

1. 底邊ノ等シキ矩形又ハ平行四邊形ノ面積ノ比ハ高サノ比ニ等シキコトヲ證セヨ。
2. 長サ1尺ノ直線ヲ5:3ニ分テ。
3. 頂點ヲ過グル直線ニテ與ヘラレタル三角形ヲ二ツニ分チ,其ノ面積ノ比ヲ2:3ナラシメヨ。
4. 三ツノ平行線ニ夾マルル二ツノ直線ノ四ツノ部分ハ比例ヲナスコトヲ證明セヨ。
5. 三角形ABCノ頂角Aヲ二等分スル直線ADヲ引キ,BCトノ交點ヲDトスレバ,

$$AB:AC=BD:CD$$

ナリ。BAヲ延長シテAE=ACトシ,CEヲ結ビテ之ヲ證明セヨ。

62. 相似形。

二ツノ多角形ノ各角ガ夫夫順次ニ相等シク,又相等シキ角ヲ夾ム二邊ガ順次ニ比

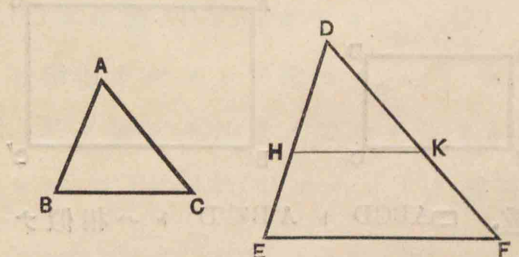
例ヲナストキハ,此ノ二ツノ多角形ヲ相似多角形トイフ。

相等シキ角ヲ對應角トイヒ,比例スル邊ヲ對應邊トイフ。

定理 36. 二ツノ三角形ニ於テ二ツノ角ガ夫夫相等シキトキハ,此ノ二ツノ三角形ハ相似ナリ。

定義にはまる

假設 $\triangle ABC, DEF$ ニ於テ $\angle A=D, \angle B=E$



終結. $\triangle ABC$ トDEFトハ相似ナリ。

證明. $\triangle ABC$ ヲDEFノ上ニ,AヲDノ上ニ,ABヲDEノ上ニ重ヌルトキハ,$\angle A=D$ ナルガ故ニ,$\triangle ABC$ ハDHKナル位置ヲ取ルベシ。

而シテ $\angle B=E$ ナルガ故ニ,$\angle DHK=DEF$

故ニ $$HK \parallel EF$$

相似 { 1. 角ガ夫々等シ. 2. 辺ガ比例.

正 { 1. 等角 2 等辺

故ニ $DH:DE=DK:DF$

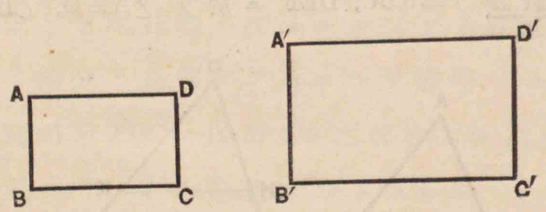
即チ $AB:DE=AC:DF$

同様ニBヲEノ上ニ重ネテ考フルトキハ,

$AB:DE=BC:EF$

故ニ此ノ二ツノ三角形ハ三ツノ角ガ順次ニ相等シク,對應邊ガ比例スルガ故ニ,相似ナリ。

定理 37. 二ツノ相似ナル矩形ノ面積ノ比ハ其ノ對應邊ノ二乘ノ比ニ等シ。



假設. $\square ABCD$ ト $A'B'C'D'$ トハ相似ナリ。

終結. $\square ABCD:A'B'C'D'=AB^2:A'B'^2$

證明. $\square ABCD=AB.BC$

$\square A'B'C'D'=A'B'.B'C'$

故ニ $\square ABCD:A'B'C'D'=AB.BC:A'B'.B'C'$

然ルニ $\square ABCD$ ト $A'B'C'D'$ トハ相似ナリ。

故ニ $BC:B'C'=AB:A'B'$

故ニ $\square ABCD:A'B'C'D'=AB^2:A'B'^2$

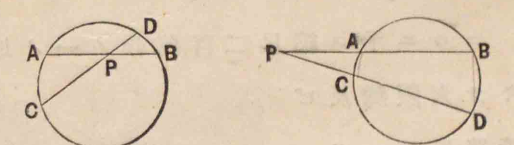
問題

6. 各邊ガ比例シテ各角ガ等シカラザル二ツノ直線形ヲ示セ。

7. 電柱ヲ11尺離レテ立チタルニ,柱上ノ電燈ニヨリテ地上ニウツレル吾ガ影ガ4尺アルトキ,其ノ電燈ノ高サ幾許ナルカ。但シ吾ガ身長ハ4尺8寸アリトス。

8. 直角三角形ABCノ直角ノ頂點Aヨリ斜邊BCニ垂線ADヲ引クトキハ,$\triangle ABC$, ABD, ACDハ相似ナルコトヲ證セヨ。

9. Pヲ過グル任意ノ二ツノ弦ヲAB, CDトスレバ$AP.BP=CP.DP$ナルコトヲ證明セヨ。



10. 正方形ノ一邊ガ2倍,3倍トナレバ,面積ハ幾倍トナルカ。

11. 地圖ノ製作ニ於テ十萬分ノ一ノ縮圖トイヘバ,地圖上ニ示ス長サガ實際ノ十萬分ノ一

$A = \frac{13\times5}{2}$ 平方分　実際ノ広サハ $\frac{\frac{3\times5}{2}\times1600000\times1600000}{600\times600\times30\times10\times10}$ =(町歩)

トイフ意ナリ。此ノ場合ニハ,面積ハ幾分ノ幾ツナルカ。

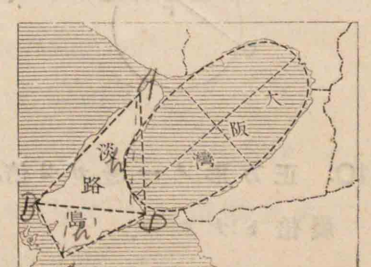
12. 相似平行四邊形ノ面積ノ比ガ對應邊ノ二乘ノ比ニ等シキコトヲ證セヨ。

13. 單衣ノ裁方ノ圖ヲ實際ノ五十分ノ一(長サ)ニ描ケ。

14. 校舍ノ平面圖ヲ適當ノ縮尺ニテ描ケ。

15. 次ニ示スハ縮尺百六十萬分ノ一ニ製シタル琵琶湖ノ地圖ナリ。之ヲ圖ノ如キ梯形ト見做シテ,尺度ニテ之ヲ測リ,其ノ面積ヲ概算セヨ。

16. ココニ示ス縮尺二百萬分ノ一ノ地圖ニ就キテ大阪灣及ビ淡路島ヲ,一ツハ楕圓形,一ツハ二ツノ三角形ト見做シテ,尺度ニテ之ヲ測リ,各其ノ面積ヲ概算セヨ。



$\frac{1}{2}BD(h+h')$

$\frac{1}{2}\times5\times8$

$=20$

20×2000000

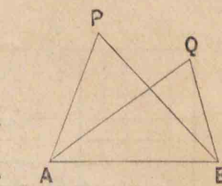
$\frac{9.5}{2}\times\frac{5}{2}\times3.1416$ 平方分 $\times2000000$ 平方寸 $\div(600^2\times30\times10\times10)$ 平方歩 (町歩)

実際ノ広サハ

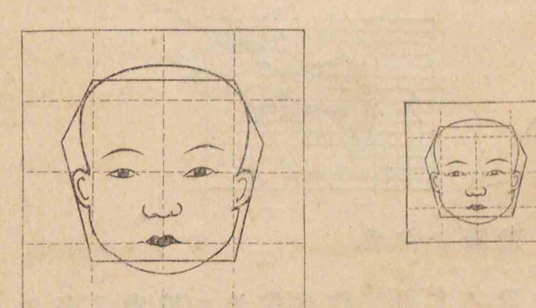
63. 相似形ノ應用。

[1] 製圖ニヨリテ距離ヲ測定スルコト。

P, Qヲ近ヨル能ハザル二點或ハ直接ニ其ノ距離ヲ測ル能ハザル二點トスレバ,基線AB及ビ∠PAB, QAB, PBA, QBAヲ測定シテ,縮尺m分ノ一ノ地圖ヲ作リ,然ル後圖上ニ於テPQノ距離ヲ測リ,之ヲm倍スレバPQノ眞ノ距離ヲ得。

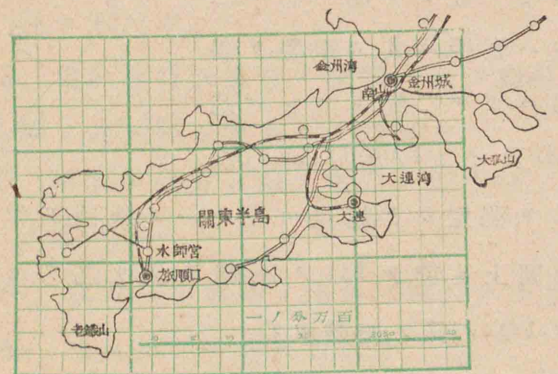


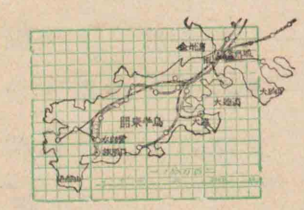
[2] 縮寫法。



縮寫セントスル原圖ニ縱横ノ直線ヲ引キテ數多ノ相等シキ正方形ニ分チ,次ニ製圖紙上ノ求ムル大サノ内ニモ縱横ノ直線ヲ同數ダケ引

キテ原圖ノ方眼ト相似ナラシメ,兩者ヲ比較シテ其ノ對應スル正方形內ニ原圖ヲ描クベシ.





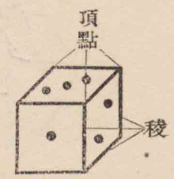
[3] 地圖ノ作成.

正方形ノ方眼ヲ作ル代リニ地表ヲ多クノ三角形ニ分チ,其ノ實測ノ結果ヲ縮小シテ實物ト相似ナル三角形ヲ順次ニ描キ,斯クシテ地圖ハ作ラル.

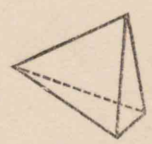
第十二章　立體及ビ體積

64. 多面體。

數多ノ平面ニテ完全ニ圍マレタル立體ヲ多面體トイヒ,面ノ數ニヨリテ四面體,五面體,....トイフ。



多面體ヲ作ル平面ヲ多面體ノ面トイヒ,二ツノ面ノ交リヲ稜,稜ト稜トノ交點ヲ頂點トイフ. 例ヘバ骰子ハ六面體ニシテ,十二個ノ稜ト八個ノ頂點トヲ有ス。



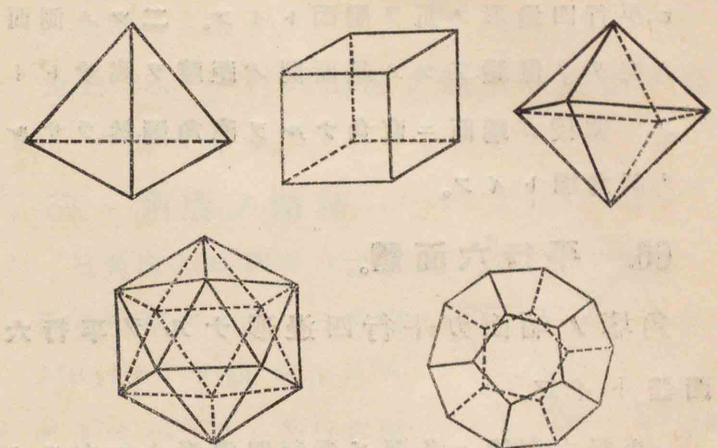
四面體

最モ簡單ナル多面體ハ四面體ナリ。

多面體ノ總テノ面ガ全ク相等シキ正多角形ニシテ且總テノ角ガ相等シキトキハ,之ヲ正多面體トイフ。

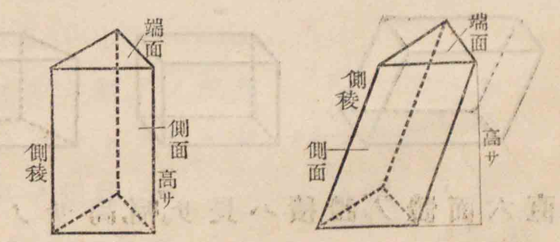
正多面體ハ五種ニシテ唯五種ニ限ル。

即チ正四面體,正六面體,正八面體,正十二面體,正二十面體是レナリ。



65. 角壔。

平行ニシテ相等シキ多角形ヲ兩端ノ面トシ,之ト幾ツカノ平行四邊形トニテ圍マレタル多面體ヲ角壔トイフ。



直角壔　　斜角壔

此ノ多角形ノ面ヲ角壔ノ端面又ハ底面トイ

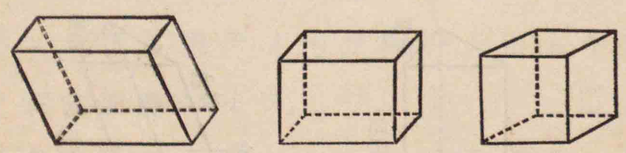
ヒ,平行四邊形ノ面ヲ側面トイフ。二ツノ側面ノ交リヲ側稜,二ツノ端面間ノ距離ヲ高サトイフ。側稜ガ端面ニ直角ナルヲ直角壔,然ラザルヲ斜角壔トイフ。

66. 平行六面體。

角壔ノ端面ガ平行四邊形ナルヲ平行六面體トイフ。

平行六面體ハ各面ガ平行四邊形ナル六ツノ面ヨリ成ル。

平行六面體ノ總テノ面ガ矩形ナルトキハ直六面體トイヒ,總テガ正方形ナルトキハ立方體トイフ。



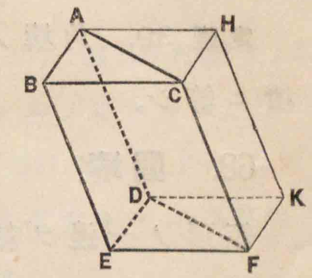
直六面體ノ體積ハ長サ,幅,高サノ連乘積ニ等シ。

隨テ平行六面體ノ體積ニツキテハ次ノ定理

ヲ得(證明ハ略ス)。

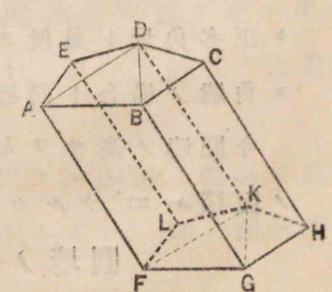
定理 38. 平行六面體ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シ。

67. 角壔ノ體積。



三角壔ABC-DEFハ,之ト全ク相等シキ他ノ三角壔AHC-DKFヲ組ミ合ハスルトキハ,一ツノ平行六面體ヲ得。而シテ此ノ平行六面體ノ體積ハ底面DEFKト高サトノ積ニ等シ。故ニ

$$三角壔ノ體積=\frac{1}{2}(底面DEFK\times高サ)$$
$$=底面DEF\times高サ$$



又角壔ABCDE-FGHKLハ圖ノ如ク數多ノ三角壔ニ分ツコトヲ得ルガ故ニ,其ノ體積ハ

$$\triangle ABD\times高サ$$
$$+\triangle BCD\times高サ$$
$$+\triangle EAD\times高サ$$

$$=(\triangle ABD+BCD+EAD)\times 高サ$$

$$=ABCDE\times 高サ$$

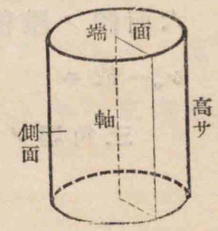
即チ底面ト高サトノ積ニ等シ。

故ニ次ノ定理ヲ得。

定理 39. 角壔ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シ。

68. 圓壔。

矩形ノ一邊ヲ軸トシテ回轉スルトキ生ズル立體ヲ直圓壔トイフ。



此ノ回轉軸ヲ圓壔ノ軸トイヒ,回轉ニヨリテ生ジタル面ヲ側面トイフ。圓壔ノ端面ハ圓ナルガ故ニ,邊ノ數ノ無限ニ多キ正多角形ト見做スコトヲ得。隨テ其ノ體積モ角壔ノ場合ト同樣ニシテ求ムルコトヲ得。

今圓壔ノ高サヲ h, 圓ノ半徑ヲ r トスレバ,圓ノ面積ハ πr^2 ナルガ故ニ,

$$圓壔ノ體積=\pi r^2 h$$

又圓壔ノ側面積ハ端面ノ圓周及ビ圓壔ノ高

サヲ二邊トスル矩形ノ面積ニ等シキガ故ニ,

$$圓壔ノ側面積=2\pi rh$$

問題

1. 直圓壔ノ例ヲ擧ゲヨ。
2. 或米櫃ノ内法(ウチノリ)長サ1.76尺,幅1.47尺,深サ1.53尺ナリ。米何程ヲ容ルルヲ得ベキカ。

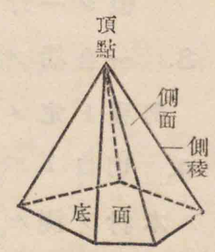
   但シ一升ノ體積ハ64827立方分トス。
3. 一合枡ノ底面ヲ14分平方トスレバ,深サヲ何程ト定メテ可ナルカ。
4. 切口1平方尺,長サ2間ノ柱ヲ尺〆トイヒ,木材ヲ測ル單位トス。5寸角,長サ2.5間ノ柱150本ハ尺〆幾本ニ當ルカ。
5. 平行六面體ノ形ヲナセル方解石ノ高サガ4糎,底面ガ底邊1.1糎,高サ0.6糎ナルトキハ,其ノ重サ何程ナルカ。但シ方解石ノ比重ハ2.8トス。
6. 暴風雨標トシテ用フル赤色ノ圓壔ハ直徑0.7米高サ1.1米ナリトイフ。其ノ側面積及ビ體積ヲ計算セヨ。

7. 圓壔形枡ハ徑及ビ深サヲ同一ニスベキ定メナリ。之ニヨレバ一升枡ノ徑幾許ナルカ。

8. 底面ノ一邊ガ2尺ナル正六角壔ノ高サ5尺ナルトキ,其ノ體積ヲ計算セヨ。

69. 角錐。

一ツノ多角形ト,其ノ各邊ヲ底邊トシ一點ヲ共通ノ頂點トスル三角形トニテ圍マレタル多面體ヲ角錐トイフ。

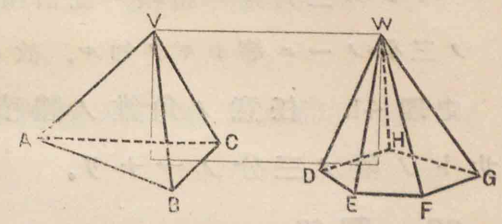


此ノ多角形ヲ角錐ノ**底面**,三角形ヲ**側面**,側面ト側面トノ交リヲ**側稜**,側面ノ共有スル一點ヲ**頂點**,頂點ト底面トノ距離ヲ**高サ**トイフ。

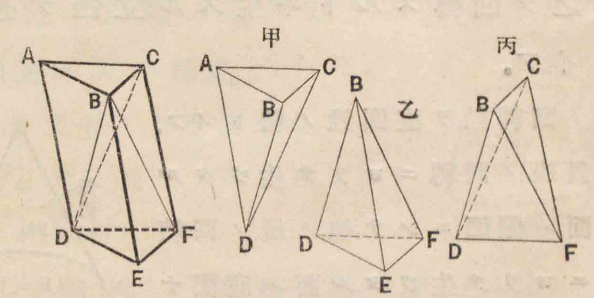
定理 40. 底面ガ相等シク高サモ相等シキ二ツノ角錐ノ體積ハ相等シ。

例ヘバ V-ABC ト W-DEFGH トノ二ツノ角錐ノ高サ相等シク且底面 ABC ト DEFGH ト相等

シキトキハ體積相等シ。(此ノ證明ハ複雜ナレバ略ス)。



今任意ノ三角壔 ABC-DEF ハ常ニ圖ノ如キ三ツノ三角錐ニ分チ得ベク,此ノ中甲ト乙トハ底



面 ABC≡DEF ニシテ,高サハ共ニ兩端面間ノ距離ナレバ亦相等シク,隨テ體積ハ相等シ。又甲ト丙トモ底面 ADC≡FCD ニシテ,高サハ共ニ B ヨリ平面 ACD, CFD マデノ距離ナレバ亦相等シク,隨テ體積相等シ。

故ニ三ツノ角錐ハ其ノ體積相等シ。卽チ三角錐 D-ABC ハ三角壔 ABC-DEF ノ三分ノ一ナリ。

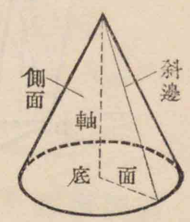
サレバ三角錐ノ體積ハ底面積ト高サトノ積ノ三分ノ一ニ等シキヲ知ル。故ニ定理40ヨリ,

定理 41. 任意ノ角錐ノ體積ハ底面ト高サトノ積ノ三分ノ一ナリ。

70. 圓錐。

直角三角形ノ直角ヲ夾ム一邊ヲ軸トシテ之ヲ回轉スルトキ生ズル立體ヲ**直圓錐**トイフ。

回轉軸ヲ直圓錐ノ軸トイフ。斜邊ノ回轉ニヨリテ生ジタル面ハ側面ニシテ,他ノ邊ノ回轉ニヨリテ生ジタル面ハ底面ナリ。軸ノ長サヲ高サトイフ。



圓錐ノ底面ハ圓ナルガ故ニ,邊ノ數ノ無限ニ多キ正多角形ト見做スコトヲ得ベク,隨テ底面ノ半徑ヲr,圓錐ノ高サヲhトスルトキハ,定理41ニヨリテ

$$圓錐ノ體積=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

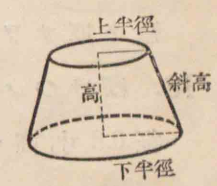
圓錐ノ側面ヲ展開スルトキハ,一ツノ扇形ヲ

得ベク,扇形ノ弧ノ長サハ底面ノ周ニ等シキガ故ニ,

圓錐ノ側面積ハ斜邊ト底面ノ周トノ積ノ半ニ等シ。

71. 圓臺。

直圓錐ノ底面ニ平行ナル平面ニテ其ノ直圓錐ノ頂點ノ方ヲ截リ去リタル立體ヲ**截頭圓錐**又ハ**圓臺**トイフ。



今圓臺ノ上半徑ヲr,下半徑ヲR,其ノ高サヲh,斜高ヲgトスルトキハ

$$圓臺ノ體積=\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$$

$$圓臺ノ側面積=\pi g(R+r)$$

ニヨリテ計算スベシ。

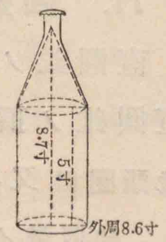
問題

9. 埃及ノ最大ナルぴらみっどハ正四角錐ニシテ,高サ481呎强,底面ノ一邊ノ長サ755呎强アリトイフ。其ノ體積ヲ計算セヨ。

10. 一ツノ稜ノ長サガ2尺ナル正四面體ノ表面積ヲ求ム。

11. 暴風雨標トシテ用フル赤色ノ圓錐ハ直徑モ高サモ共ニ1.1米ナリトイフ。其ノ側面積及ビ體積ヲ計算セヨ。

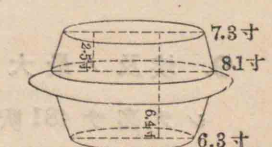
12. 麥酒瓶アリ,之ヲ圖ノ如キ圓錐ト圓壔トヨリ成ルモノトシ,其ノ容量ヲ概算セヨ。瓶ノ厚サヲ1分トス。



13. ばけつノ口徑11寸,底ノ直徑6.8寸,高サ6.2寸アルトキハ,其ノ容量何程ナルカ。

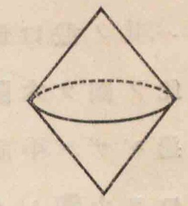
14. 酒瓶アリ,之ヲ圖ノ如キ圓壔ト圓臺トヨリ成ルモノトシ,其ノ容量ヲ概算セヨ。瓶ノ厚サヲ1分トス。

15. 飯釜ヲ圖ノ如キ二ツノ圓臺ヨリ成ルモノトシ,其ノ容量ヲ概算セヨ。



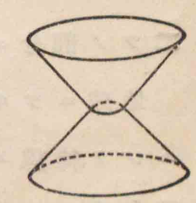
16. 暴風雨標トシテ用フル赤色ノ圓菱ハ,二個ノ相等シキ直圓錐ヲ底面ニテ合ハセタルモノニシテ,圓錐ノ底面ノ直徑1米,高サ0.75米ナリ。此ノ圓菱ノ體積及ビ表面積各何程アルカ。

圓菱



17. 暴風雨標トシテ用フル赤色ノ鼓形ハ,二個ノ相等シキ圓臺ヲ上底ニ於テ合ハセタルモノニシテ,其ノ圓臺ノ上底ノ直徑0.25米,下底ノ直徑1.25米,高サ0.5米ナリトイフ。此ノ鼓形ノ體積ヲ計算セヨ。

鼓形

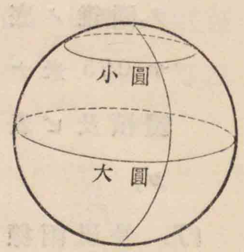


72. 球。

直徑ヲ軸トシテ半圓ヲ一回轉スルトキ生ズル立體ヲ球トイヒ,其ノ表面ヲ球面トイフ。

半圓ノ中心,半徑,直徑ハ球ノ中心,半徑,直徑ナ

リ。球ヲ平面ニテ截リタル截口ハ圓ナリ。而シテ其ノ截口ノ平面ガ球ノ中心ヲ過グルトキハ,其ノ截口最大ナルガ故ニ,此ノ圓ヲ**大圓**トイヒ,中心ヲ過ギザル平面ニヨリテノ截口ヲ**小圓**トイフ。



大圓ハ球ヲ全ク相等シキ二ツノ部分ニ分ツ。其ノ各部分ヲ**半球**トイフ。

地球ニツキテ考フレバ,赤道及ビ經線ハ大圓ニシテ緯線ハ小圓ナリ。赤道ニテ分タレタル兩半球ヲ**北半球**及ビ**南半球**トイフ。

球ノ表面積ヲ計算スルニハ次ノ公式ニヨル。

$$球ノ表面積=4\pi r^2$$

但シrハ球ノ半徑ナリ。又球ノ體積ハ

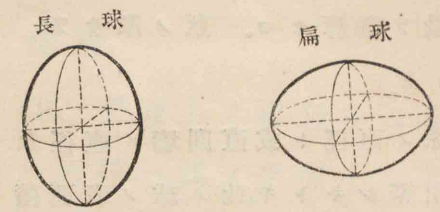
$$球ノ體積=\frac{4}{3}\pi r^3$$

ナリ。

73. 長球。扁球。

球ヲ一定ノ方向ニ一定ノ割合ニ縮メタ

ルモノヲ**扁球**トイヒ,伸シタルモノヲ**長球**トイフ。



扁球ヲ短徑ニ垂直ニ又ハ長球ヲ長徑ニ垂直ニ截リタル截口ハ圓ナリ。

長球,扁球ノ體積ヲ計算スルニハ

$$扁球ノ體積=\frac{4}{3}\pi a^2 b$$

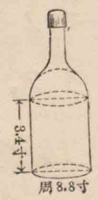
$$長球ノ體積=\frac{4}{3}\pi a b^2$$

但シa, bハ共ニ夫夫ノ場合ノ長徑及ビ短徑ノ半ヲ表ハス。

問題

18. 暴風雨標トシテ用フル赤色球ノ直徑ハ1米ナリトイフ。其ノ表面積及ビ體積ヲ求ム。
19. 地球ノ周圍ヲ四千萬米トシテ其ノ表面積ヲ計算セヨ。

20. 圖ノ如キ葡萄酒瓶アリ。圓壔及ビ半球ヨリ成ルモノトシテ,其ノ容量ヲ概算セヨ。瓶ノ厚サヲ1分トス。



21. 或球ノ直徑ト或直圓壔ノ直徑及ビ高サトガ皆相等シキトキ,此ノ球ノ表面積ト直圓壔ノ側面積トヲ比較セヨ。

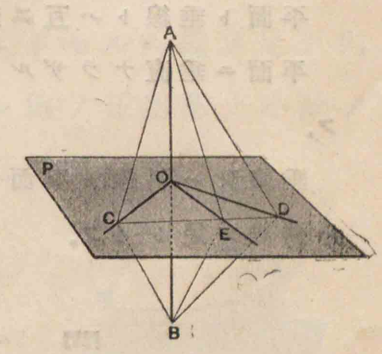
22. 長徑1尺,短徑[illegible]寸ナル長球及ビ扁球ノ體積ヲ計算セヨ。

23. 地球ハ扁球ニシテ,其ノ長徑約6377粁,短徑約6356粁アリトイフ。其ノ體積ヲ計算セヨ。

第十三章　立體ノ射影

74. 垂線。

定理 42. 平面上ノ相交ル二直線ノ各ニ垂直ナル直線ハ,其ノ平面上ニアリテ其ノ交點ヲ過グル總テノ直線ニ垂直ナリ。



假設。AO ハ平面 P 上ノ二直線 OC, OD ニ垂直ナリ。

終結。AO ハ平面 P 上ノ O ヲ過グル任意ノ直線 OE ニ垂直ナリ。

證明。OC, OE, OD ト夫夫 C, E, D ニ於テ交ル任意ノ直線ヲ引キ,又 AO ヲ B マデ延長シテ AO=BO トシ,A 及ビ B ヲ各 C, E, D ト結ベバ

$$AC=BC,\quad AD=BD$$

故ニ　　$\triangle ACD \equiv BCD$

故ニ　　$\angle ACE = BCE$

故ニ　　$\triangle ACE \cong BCE$

故ニ　　$AE = BE$

故ニ　　$OA \perp OE$

平面ノ垂線トハ,平面ニ交リ且此ノ交點ヲ過ギテ其ノ平面上ニアル總テノ直線ニ垂直ナル直線ナリ。

平面ト垂線トハ**互ニ垂直ナリ**トイフ。

平面ニ垂直ナラザル直線ヲ**平面ノ斜線**トイフ。

垂線又ハ斜線ト平面トノ交點ヲ其ノ垂線又ハ斜線ノ**足**トイフ。

問　　題

1. 平面外ノ一點ヨリ此ノ平面ニ下セル垂線及ビ斜線ノ中ニテ,垂線ハ最モ小ナリ。

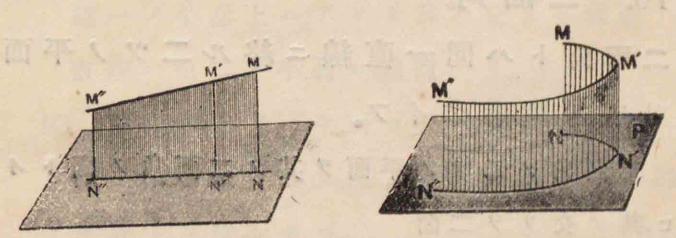
2. 一點ヨリ一平面ニ至ル相等シキ長サノ斜線ノ足ハ,其ノ點ヨリ其ノ平面ニ下セル垂線ノ足ヨリ相等シキ距離ニアルコトヲ證セヨ。

3. 一ツノ角ノ二邊ガ夫夫他ノ角ノ二邊ニ平行ナルトキハ,此ノ二ツノ角ハ相等シキカ或ハ互ニ補角ナリ。三角壔ヲ作リテ之ヲ證明セヨ。

75. 射影。

一平面上ニ投ズル一點ノ**正射影**トハ此ノ點ヨリ此ノ平面ニ下セル垂線ノ足ナリ。

一平面上ニ投ズル線ノ正射影トハ此ノ線上ノ總テノ點ノ正射影ナリ。

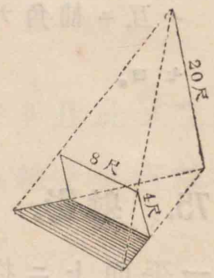


問　　題

4. 一平面上ニ投ズル一直線ノ正射影ハ一ツノ直線ナルコトヲ證明セヨ。

5. 一ツノ圓ガ之ニ平行ナル平面ニ投ズル正射影ハ其ノ圓ニ等シキ圓ナルコトヲ證セヨ。

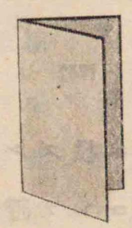
6. 地上20尺ノ高サニ電燈アリ,又地面ニ直立セル高サ4尺,長サ8尺ノ矩形ノ板アリ。電燈ノ直下ヨリ板面ニ至ル距離16尺ナリトス。地上ニ於ケル板ノ影ハ梯形ヲナスコトヲ證明セヨ。又此ノ影ノ面積ヲ計算セヨ。

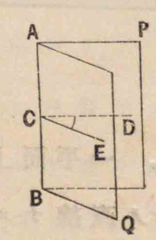


76. 二面角。

二面角トハ同一直線ニ終ル二ツノ平面ヨリ成ル圖形ヲイフ。

二面角ノ二ツノ平面ヲ其ノ二面角ノ面トイヒ,其ノ交リヲ二面角ノ稜トイフ。





二面角ノ大サハ,其ノ稜上ノ一點ヨリ各面上ニ其ノ稜

ニ垂直ニ引キタル直線ノナス角ヲ以テ定ム。

此ノ平面角ガ直角ナルトキハ,其ノ面タル二ツノ平面ハ互ニ垂直ナリトイフ。

問題

7. 平面ノ垂線ヲ含ム任意ノ平面ハ其ノ平面ニ垂直ナルコトヲ證セヨ。

8. 三ツノ直線ガ一點ニ會シ,何レモ二ツヅツ垂直ナルトキハ,此等ヲ二ツヅツ含ム三ツノ平面ハ互ニ垂直ナルコトヲ證セヨ。

9. 一ツノ平面ガ他ノ平面ニ垂直ナルトキハ,第一ノ平面上ニアリテ其ノ交リニ垂直ナル直線ハ第二ノ平面ニ垂直ナリ。

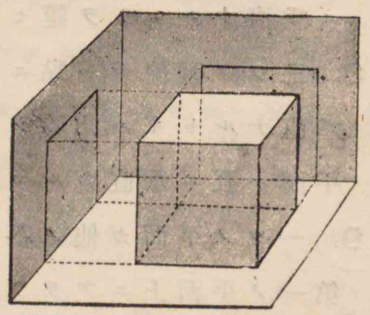
10. 相交ル二ツノ平面ガ共ニ第三ノ平面ニ垂直ナルトキハ,其ノ交リハ此ノ平面ノ垂線ナルコトヲ證明セヨ。

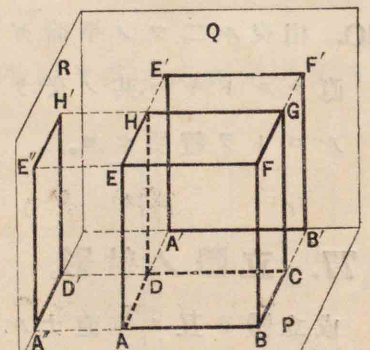
77. 立體ノ射影。

或立體ヲ互ニ垂直ナル三ツノ平面P, Q, Rノ中ノP上ニ置キ,此等ノ三平面上ニ此ノ立體ノ

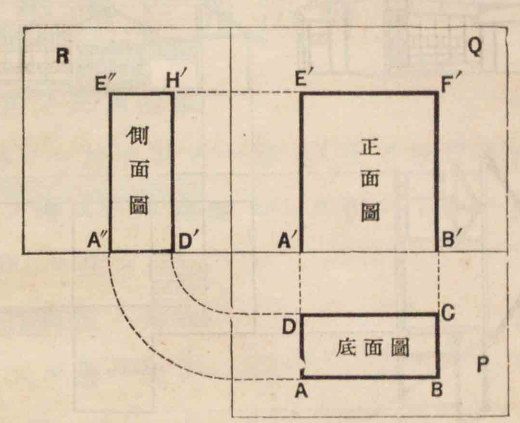
投ズル正射影三種ヲ作ルトキハ,其ノ立體ノ全形ヲ知ルコトヲ得ベク,隨テ其ノ各部ヲ計算スルコトヲ得ベシ。

例ヘバ直六面體 ABCD-EFGH ノ一面 ABCD ヲ平面 P 上ニ置キ,他ノ二面ヲ夫夫 Q, R ニ平行ナラシメタリトシ,其ノ三平面上ノ射影ヲ夫夫 ABCD, A′B′F′E′ A″D′H′E″ トスレバ,此ノ三ツノ射影ハ此ノ直六面體ノ平行ナラザル三ツノ面ヲ與フルガ故ニ,此ノ直六面體ヲ決定ス。平面 P ヲ水平ノ位置ニアリト考ヘ,此ノ三ツノ射影ヲ夫夫其



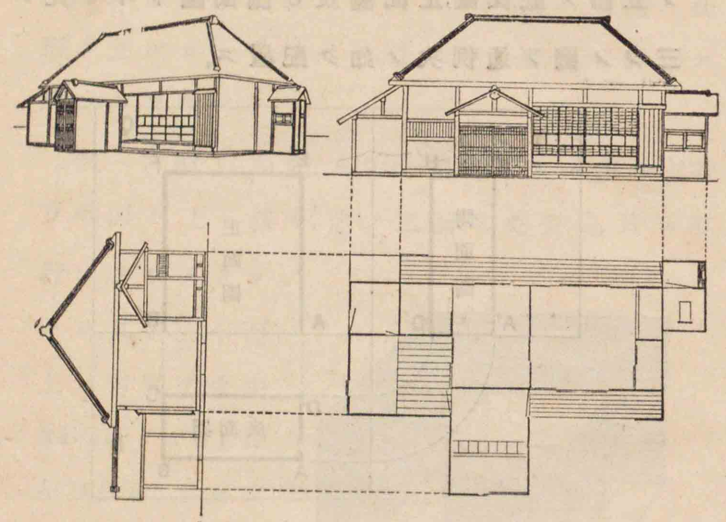


ノ立體ノ底面圖,正面圖及ビ側面圖トイヒ,此ノ三ツノ圖ヲ通例次ノ如ク配置ス。



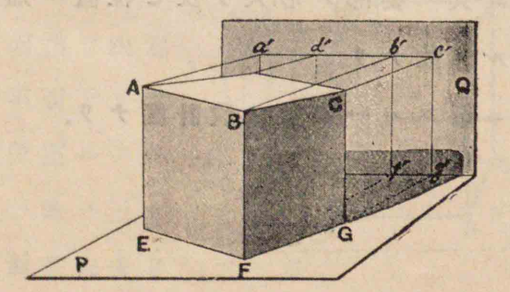
此ノ如ク或立體ノ底面圖,正面圖及ビ側面圖ヨリ其ノ立體ヲ決定スルハ甚ダ重要ナルコトニシテ,廣ク應用セラル。是レ此等ノ圖ニヨリテ,直ニ其ノ要部ノ形,大サ及ビ位置ヲ知ルコトヲ得ルガ故ナリ。

次ニ示スハ一家屋ノ設計圖ナリ。



問　題

11. 下ニ示ス圖ニ於テ立方體ノ各稜ヲ3尺トシ,稜 EF ガ平面 Q ト 15° ノ角ヲナストキノ底面圖,正面圖及ビ側面圖ヲ描ケ。



(定) 斜辺
鋭角ニ接シテ
底辺
從ッテ垂辺デアル

附錄第一

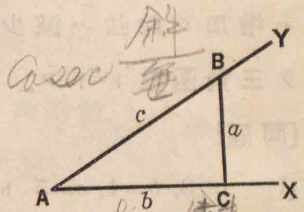
平面三角法概要

三角函數
Sin cosecant
Cosin secant
tangent
cotangent

1. 鋭角ノ三角函數。

鋭角 XAY ニ於テ,其ノ一邊 AY 上ノ任意ノ一點 B ヨリ他ノ邊 AX ニ垂線 BC ヲ引クトキハ,直角三角形 ABC ヲ生ズ。

今此ノ三角形ノ角 A, B, C ニ對スル邊ヲ夫夫 a b, c ニテ表ハシ, a, b, c ノ間ニ三ツノ比ヲ作リ,之ヲ次ノ如ク命名ス。



cosec = 斜/垂
Sin A = 垂/斜
Cos B = 底/斜
sec = 斜/底

[1]　∠A ノ對邊 a ノ斜邊 c ニ對スル比ヲ此ノ角ノ**正弦**トイヒ,之ヲ $\sin A$ ト記ス。

cot = 底/垂
tan = 垂/底

依テ　　$\sin A=\dfrac{a}{c}$

[2]　∠A ノ隣邊 b ノ斜邊 c ニ對スル比ヲ此ノ角ノ**餘弦**トイヒ,之ヲ $\cos A$ ト記ス。

依テ　　$\cos A=\dfrac{b}{c}$

Sin 正弦 サイン　餘割
餘弦 コサイン　正割
正切　餘切

[3] ∠A ノ對邊 a ノ隣邊 b ニ對スル比ヲ此ノ角ノ正切トイヒ,之ヲ $\tan A$ ト記ス。

依テ $$\tan A=\frac{a}{b}$$

而シテ此等ノ比ノ値ハ,∠BAC ガ一定ナルトキハ B ノ位置ノ如何ニ關ラズ一定ノ値ヲ有スルコト明ナリ。サレド ∠BAC ガ變化スルトキハ此等ノ比ノ値モ亦變ジ,角ガ大トナルニ隨ヒテ正弦,正切ハ増加シ,餘弦ハ減少ス。故ニ此等ノ比ヲ名ヅケテ三角函數トイフ。

[問題]

(1) $a=3,\ b=4,\ c=5$ トシテ ∠A ノ正弦,餘弦,正切ヲ求ム。又 $a:b:c$ ガ $5:12:13$ ニ等シキトキハ如何。

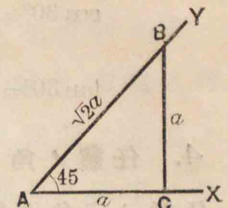
(2) $a,\ b,\ c$ ヲ以テ ∠B ノ正弦,餘弦,正切ヲ表ハセ。

(3) $\sin A=\frac{2}{3}$ 及ビ $\tan A=\frac{5}{4}$ ナル二ツノ角ヲ作圖セヨ。

2. 45° ノ三角函數.

∠XAY $=45°$ トシ,一邊 AY 上ノ任意ノ一點 B ヨ

リ他ノ邊 AX ニ垂線 BC ヲ下セバ, BC=AC ナリ。今此ノ長サヲ a トスレバ,ぴたごらすノ定理ニヨリテ,AB ノ長サハ $\sqrt{2}a$ ナリ。



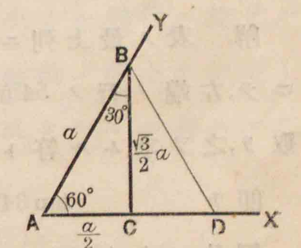
故ニ $$\sin 45°=\frac{BC}{AB}=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.7071$$

$$\cos 45°=\frac{AC}{AB}=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.7071$$

$$\tan 45°=\frac{BC}{AC}=\frac{a}{a}=1$$

3. 30° 及ビ 60° ノ三角函數.

∠XAY=60° トシ,正三角形 ABD ヲ作リ,BC ヲ其ノ高サトシ,AB ノ長サヲ a トスレバ,



$$AC=\frac{a}{2}$$

隨テ $$BC=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

故ニ $$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.8660$$

$$\cos 60°=\frac{1}{2}=0.5$$

$$\tan 60°=\sqrt{3}=1.7321$$

$$\sin 30°=\frac{1}{2}=0.5$$

$$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.8660$$

$$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.5774$$

4. 任意ノ角ノ三角函數. 三角函數表.

任意ノ三角函數ノ値ハ,上ニ説キタルガ如ク簡單ニ求ムルコトヲ得ズ。高等數學ノ助ニヨリテ其ノ近似値ヲ算出ス。之ヲ列記セル表ヲ三角函數ノ眞數表トイフ。

本書ニ附スル表ハ十分飛ビノ四桁ノ表ニシテ,其ノ用法次ノ如シ。

例 I. $\tan 34°50'$ ヲ求メヨ。

解. 表ノ最上列ニ tan ト記シタル行ノ數ノ中ニテ,左端ノ行ノ 34°50′ ト同列ニアル數 0.6959 ヲ取リ,之ヲ求ムル答トス。

即チ　$\tan 34°50' = 0.6959$

例 II. $\sin 46°20'$ ヲ求メヨ。

解. 所題ノ角ガ 45° ヨリ大ナルトキハ,最下列ニ sin ト記セル行ノ中ニテ,右端ノ行ノ 46°20′ ト同列ニアル數 0.7234 ヲ取リテ,求ムル答トス。

即チ　$\sin 46°20' = 0.7234$

注意. 此ノ値ハ又 $\cos 43°40'$ ノ値ナリ。

一般ニ $\sin(45°+x) = \cos(45°-x)$ ナルガ故ニ,表ニハ 0° ヨリ 45° マデノ角ノ函數ヲ載セ,右端ノ行ニ 45° ヨリ大ナル角ヲ,夫夫之ト同列ノ左端ノ行ノ角ト餘角ヲナスガ如ク排列シテ,表中ノ諸數ヲ 45° ヨリ大ナル角ノ函數トモ見ラルル如クス。

例 III. $\sin 18°12'$ ヲ求メヨ。

解. 表ヨリ　$\sin 18°10' = 0.3118$

及ビ　$\sin 18°20' = 0.3145$

ヲ得ルガ故ニ,此處ニ於ケル 10′ ニ對スル函數ノ差ハ 0.0027 ナリ。今角ノ微小ナル變化ニ於ケル角ノ差ト之ニ對應スル三角函數ノ微小ナル差トハ比例ヲナストシテ,此處ニ於ケル 2′ ニ對スル正弦ノ差 x ヲ比例式

$$10' : 2' = 0.0027 : x$$

ヨリ求メ,

$$x = 0.0027 \times \frac{2}{10} = 0.0005$$

ヲ得,之ヲ 0.3118 ニ加ヘテ得タル 0.3123 ヲ所要ノ答トス。

以上ノ計算ヲ次ノ如クス。

sin 18°12′

18°10′……ニ對シ……0.3118　　表差 27
　2′……………………　　5　　27×0.2=5.4

sin 18°12′　　　　=0.3123 答

例 IV.　cos 67°23′ ヲ求メヨ。

解。　cos 67°23′

67°20′……………0.3854　　表差 27
　3′……………　−8　　27×0.3=8.1

cos 67°23′　　=0.3846 答

例 V.　$\sin A=0.4572$ ヨリ A ヲ求メヨ。

解。　$\sin A=0.4572$

0.4566……ニ對シ……27°10′　　表差 26
　6……………………　2′　　$\frac{6}{2.6}$=2′.3

$A=27°12′$ 答

[問題]

(4)　tan 43°5′ 及ビ cos 37°33′ ヲ求メヨ。

(5)　次ノ各式ノ x ヲ求メヨ。

[1]　$\sin x=0.4912$

[2]　$\cos x=0.3540$

[3]　$\tan x=1.3363$

5. 直角三角形ノ邊ト角トノ關係。

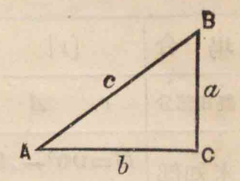
直角三角形ABCニ於テCヲ直角トスルトキハ，次ノ關係アリ。

$$a=c\sin A=c\cos B=b\tan A$$

$$b=c\sin B=c\cos A=a\tan B$$

$$c=\frac{a}{\sin A}=\frac{a}{\cos B}$$

$$=\frac{b}{\sin B}=\frac{b}{\cos A}=\sqrt{a^2+b^2}$$



6. 直角三角形ノ解法。(三角形の三つを知り三つを計算する)

直角三角形ニテハ，直角ノ外，他ノ二ツノ部分(但シ鋭角二ツニテハ不可ナリ)ヲ知ルトキハ，殘リノ部分ヲ算出スルコトヲ得。故ニ直角三角形ノ解法ニハ次ノ四ツノ場合アリ。

[1]　斜邊ト一ツノ鋭角トヲ知ルトキ。

[2]　斜邊ト一ツノ邊トヲ知ルトキ。

[3]　一邊ト一ツノ鋭角トヲ知ルトキ。

[4]　直角ノ二邊ヲ知ルトキ。

[1]　既知ノ部分ヲ c(斜邊)及ビ A(一鋭角)トスレバ　　$B=90°-A$

ヨリBヲ求ムルヲ得ベク，又

$$a=c\sin A,\qquad b=c\cos A$$

ヨリ a 及ビ b ヲ得ベシ。

同樣ニシテ上ノ四ツノ場合ヲ解ク公式ヲ表記スレバ

場合	[1]	[2]	[3]	[4]
既知部分	$c,\ A$	$c,\ a$	$a,\ A$	$a,\ b$
未知部分計算ノ公式	$B=90°-A$	$\sin A=\frac{a}{c}$	$B=90°-A$	$\tan A=\frac{a}{b}$
	$a=c\sin A$	$B=90°-A$	$b=a\tan B$	$B=90°-A$
	$b=c\cos A$	$b=a\tan B$	$c=\frac{a}{\sin A}$	$c=\frac{a}{\sin A}$

注意。計算ハ出來得ル限リ與ヘラレタル數ヨリ計算スル方精密ナレドモ,現在ニテハ計算ノ簡便ノタメニ特ニ上ノ公式ニヨリタリ。

例. $a=400.5$, $A=62°35'$ ヲ與ヘテ殘リノ部分 B, b, 及ビ c ヲ計算セヨ。

先 $$B=90°-62°35'=27°25'$$

次ニ b ヲ計算センガタメニ $\tan B$ ヲ求ムレバ

$$\tan B=0.5188$$

故ニ $$b=a\tan B=400.5\times0.5188=207.8$$

終ニ c ヲ求メンガタメニ表ヨリ $\sin A$ ヲ計算シテ

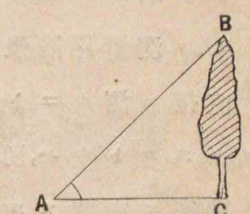
$$\sin A=0.8877$$

故ニ $$c=\frac{a}{\sin A}=\frac{400.5}{0.8877}=451.2$$

7. 測量問題.

直角三角形ノ解法ヲ應用シテ高サ及ビ距離ノ簡單ナル測量ヲナスコトヲ得.

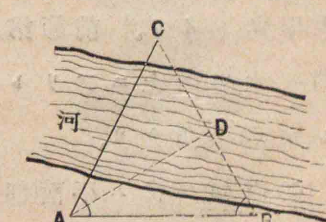
例ヘバ BC ナル立木ノ高サヲ測ラントスルトキハ,適當ノ點 A ヲ選ビ, AC 及ビ $\angle$BAC ヲ測定スベシ。然ル時ハ前節[3]ノ場合ニ該當シ,



$$BC=AC\tan A$$

ニヨリテ BC ノ長サヲ求ムルコトヲ得ベシ。

又 A ニアル人ガ近ヅキ得ザル點 C マデノ距離ヲ測ラントスルトキハ,適當ナル點 B ヲ選ビ, AB, $\angle$CAB 及ビ $\angle$CBA ヲ測定スベシ。然ルトキハ A ヨリ BC ニ引キタル垂線ノ長サ AD ハ直角三角形 ABD ヨリ



高低 = 仰角
伏角

$$AD = AB \sin ABC$$

ニヨリ計算スルヲ得ベク,又

$$C = 180° - (A + B)$$

ナルガ故ニ, AC ノ長サハ直角三角形 ACD ヨリ

$$AC = \frac{AD}{\sin C}$$

トシテ求ムルコトヲ得ベシ.

8. 測量用語及ビ機械.

直接ニ測ルコトヲ得ザル二點間ノ距離ヲ知ラントスルトキハ,別ニ適當ノ位置ニ適當ナル距離ヲ精密ニ實測スルヲ要ス. 之ヲ**基線**トイフ. 前節第一ノ場合ニ於ケル AC, 第二ノ場合ニ於ケル AB ハ基線ナリ.

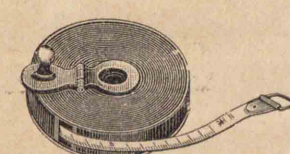
重錘ヲ吊シタルトキノ絲ノ方向ヲ**鉛直線**トイヒ,之ニ垂直ナル平面ヲ**水平面**トイフ. 而シテ水平面上ニアル直線ヲ**水平線**トイヒ,其ノ間ノ角ヲ**水平角**トイフ. 前節第二ノ場合ニ於テ A, B, C ガ同一水平面上ニアリトスレバ,角 A, B 及ビ C ハ何レモ水平角ナリ.

鉛直線ヲ含ム平面(卽チ水平面ニ垂直ナル平面)ヲ**直立面**トイフ. 而シテ直立面上ニ於テ或點ヲ

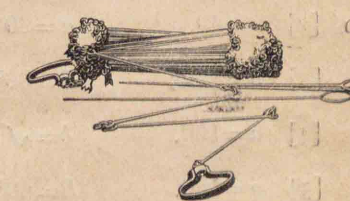
觀測スルトキ,其ノ視線ト眼ヲ過グル水平線トノナス角ガ水平面ノ上方ニアルトキハ,此ノ角ヲ其ノ點ノ**仰角**又ハ**高度**トイヒ,其ノ水平面ノ下方ニアルトキハ,其ノ點ノ**俯角**トイフ. 前節第一ノ場合ノ ∠BAC ハ仰角ナリ.

二點間ノ距離ヲ實測スルニハ測鎖又ハ卷尺ヲ

卷尺

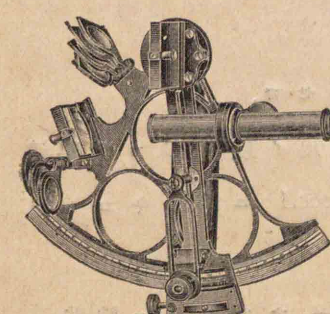


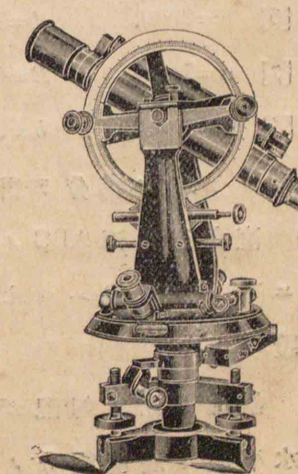
測鎖　測針



chain
Pin

六分儀





經緯儀

Transit

用ヒ,仰角,俯角及ビ水平角ヲ測ルニハ經緯儀ヲ用フ。觀測スベキ一點ニ至ル視線ノ定ムル平面ガ水平面ニテモ直立面ニテモアラザルトキハ,其ノ二直線間ノ角ヲ測ルニハ六分儀ヲ用フ。

[問題]

(6) 直角三角形 ABC ニ於テ,

[1] $c=2000,\quad A=30°$

[2] $c=40,\quad a=20$

[3] $b=1.25,\quad B=30°$

[4] $a=150,\quad b=\sqrt{3}$

[5] $a=150,\quad B=60°$

[6] $c=2000,\quad A=18°24'$

[7] $a=128.3,\quad B=50°36'$

[8] $a=135.62,\quad b=200$

ヲ知リテ,他ノ部分ヲ計算セヨ。

(7) 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 C ヨリ斜邊ニ下セル垂線ハ $c\sin A\cos A$ ニ等シキコトヲ證明セヨ。

(8) 鐵道線路ノ勾配ガ $\frac{1}{40}$ ナルトキハ,線路ハ水平線ト幾度幾分ノ角ヲナスカ。

(9) 或五重塔ノ基脚ヲ離ルル 500 尺ノ處ヨリ其ノ頂上ヲ望メバ仰角 30° ナリトイフ。塔ノ高サヲ計算セヨ。

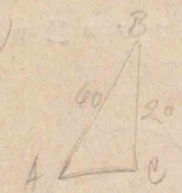
(10) 川岸ニ沿ヒテ基線 AB=300 尺ヲ實測シ A, B ヨリ對岸ノ一樹 C ヲ觀測シテ

$\angle CAB=52°20'$ 及ビ $\angle CBA=64°30'$

ヲ得タリ。川幅ヲ計算セヨ。

$\sin A = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0.5$

(2) ans



AC =　　∴ A = 30°

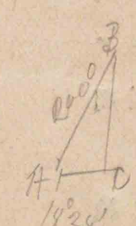
∠A = 30°

∠B = 90° − 30° = 60°

AC = AB × cos 30° = 40 × 0.8660

= 34.64

(6)



Ans. B =

AC =

BC =

BC = 2000 × sin 18°24′

= 2000 × 0.3156 = 631.2

AC = 2000 × cos 18°24′

= 2000 × 0.9488

= 1897.6000

線 line
円 Circle
楕円 ellipse
卵 oval

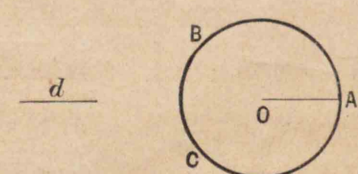
附錄第二

軌跡 locus (pl. loci)

1. 軌跡．

點ガ運動スルトキハ線トナル．今點ガ或條件ニ適スルヤウニ動クトキニ生ズル線ニツキテ研究スベシ．

例．一點Oヨリ一定ノ距離dヲ保チツツ動キタル點Aノ道如何．



Oヲ中心トシ，dニ等シキ半徑ヲ有スル圓ヲ描クトキハ，此ノ圓周上ノ點ハ皆Oヨリdニ等シキ距離ニアリ．且此ノ圓周上ニアラザル點ハ皆Oヨリrニ等シキ距離ニアラズ．隨テAガ動キテ跡ニ印スル道ハ此ノ圓周ナリ．

此ノ道ヲ定點Oヨリdナル距離ニアル點ノ軌跡トイフ．故ニ此ノ軌跡ニハ次ノ二ツノ事實ノ

成立スルヲ見ル．

[1] 圓周ABC上ノ點ハ皆Oヨリdナル距離ニアルコト．

[2] 圓周ABC上ニアル點ノ外ニハOヨリノ距離ガdニ等シキ點ノナキコト．

一般ニ

或圖形上ノ總テノ點ガ或條件ニ適シ，其ノ圖形外ノ點ハ皆其ノ條件ニ適セザルトキハ，此ノ圖形ヲ其ノ條件ニ適スル點ノ軌跡トイフ．

2. 軌跡ノ證明法．

軌跡ノ定義ニヨリテ或圖形ガ或條件ニ適スル點ノ軌跡ナルコトヲ斷定スルニハ，必ズ次ノ二ツノ事項ヲ證明セザルベカラズ．

[1] 其ノ圖形上ノ點ハ皆與ヘラレタル條件ニ適スルコト．

[2] 其ノ圖形外ノ點ハ皆其ノ條件ニ適セザルコト．

但シ[2]ノ代リニ

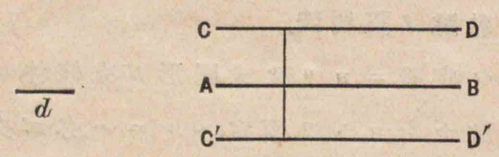
[2'] 其ノ條件ニ適スル點ハ其ノ圖形ノ上ニアルコト

ヲ證明スルモ可ナリ。是レ [2] ト同意義ナレバナリ。

3. **重要ナル軌跡定理.**

I. <u>一定點ヨリ定距離ニアル點ノ軌跡ハ此ノ點ヲ中心トシ,其ノ定距離ニ等シキ半徑ヲ有スル圓周ナリ。</u>

II. <u>一定直線ヨリ定距離ニアル點ノ軌跡ハ此ノ直線ノ兩側ニ於テ,其ノ距離ニアル一組ノ平行線ナリ。</u>



<u>題意</u>。AB ヨリ d ナル距離ニアル點ノ軌跡ハ AB ノ兩側ニ於テ d ナル距離ニアル一組ノ平行線 CD, C′D′ ナリ。

故ニ證明スル事項ハ

[1] CD 及ビ C′D′ 上ノ點ハ皆 AB ヨリ d ナル距離ニアルコト。

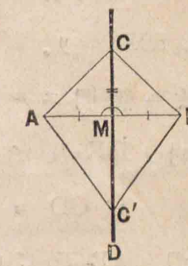
[2′] AB ヨリ d ナル距離ニアル點ハ皆 CD 又ハ C′D′ ノ上ニアルコト。

而シテ CD 及ビ C′D′ ハ AB ヨリ d ナル距離ニアルガ故ニ, [1] モ [2′] モ明ナリ。

故ニ此ノ定理ハ成立ス。

III. <u>二定點ヨリ等距離ニアル點ノ軌跡ハ此ノ二定點ヲ結ブ直線ノ垂直二等分線ナリ。</u>

<u>題意</u>。A, B ヨリ等距離ニアル點ノ軌跡ハ, AB ヲ M ニ於テ直角ニ二等分スル直線 CD ナリ。



故ニ證明スル事項ハ

[1] CD 上ノ一點 C ハ A, B ヨリ相等シキ距離ニアルコト。

[2′] AC′=BC′ ナルトキハ C′ ハ CD 上ニアルコト。

<u>證明</u>。[1] △AMC, BMC ハ二邊ト夾角トガ相等シキガ故ニ全ク相等シク,隨テ AC=BC

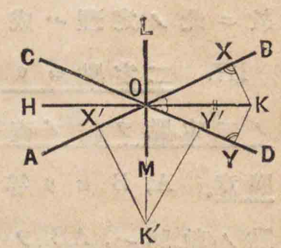
[2′] C′M ヲ結ブトキハ △AC′M, BC′M ハ三邊夫夫相等シキガ故ニ全ク相等シ。隨テ ∠AMC′ ト BMC′ トハ相等シク,各ハ直角ニ等シ。

故ニ C′ ハ CD 上ニアリ。

IV. <u>相交ル二直線ヨリ等距離ニアル點ノ軌</u>

跡ハ其ノ二直線ノナス角ヲ二等分スル一組ノ直線ナリ

題意. 相交ル二直線AOB, CODヨリ等距離ニアル點ノ軌跡ハ∠AOC, BOCヲ二等分スル直線HK, LMナリ。



故ニ證明スル事項ハ

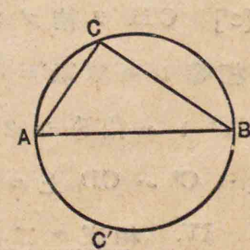
[1] HK及ビLM上ノ任意ノ一點KハAB及ビCDヨリ等距離ニアルコト。

[2′] AB及ビCDヨリ等距離ニアル點K′ハHK又ハLM上ニアルコト。

證明。[1]ハ△OKX≡OKYヨリ, [2′]ハOK′ヲ結ビテ△OK′X≡OK′Y′ヨリ證明スルヲ得ベシ。

V. 與ヘラレタル直線ヲ斜邊トスル直角三角形ノ直角ノ頂點ノ軌跡ハ其ノ直線ヲ直徑トスル圓周ナリ。

題意. ABヲ斜邊トスル直角三角形ノ直角ノ頂點C



ノ軌跡ハABヲ直徑トスル圓周ナリ。

故ニ證明スル事項ハ

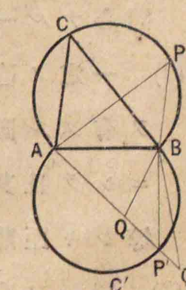
[1] 圓周ABC′上ノ點C′ヲA, Bニ結ブトキハ, ∠AC′Bハ直角ナルコト。

[2′] ∠ACBガ直角ナルトキハ, Cハ圓周AC′B上ニアルコト。

證明。[1]ハ第八章問題1ニヨリ, [2′]ハ第七章問題18ニヨリテ證明セラル。

VI. 頂角ノ大サト底ノ長サ及ビ位置トガ定マレルトキハ,其ノ三角形ノ頂角ノ頂點ノ軌跡ハ底ノ兩端ヲ通過スル二ツノ圓弧ナリ。

題意. ABヲ底邊トシ, ∠ACBニ等シキ角ヲ頂角トスル三角形ノ頂點ノ軌跡ハ,ABノ上ニ∠ACBヲ包ム二ツノ弓形ノ圓弧ナリ。



故ニ證明スル事項ハ

[1] 圓弧ACB又ハAC′Bノ上ノ點PヲA及ビBニ結ベバ∠APB=ACB

[2] 圓弧ACB又ハAC′B以外ノ點QヲA及ビBニ結ベハ,

$\angle AQB \neq ACB$

證明 [1]ハ定理21ヨリ明ナリ。

[2] AQ又ハ其ノ延長ガ圓弧トノ交點ヲP'トスルトキハ,Qガ弓形ノ內ニアルカ又ハ外ニアルカニ隨ヒテ$\angle AQB$ハ$\angle AP'B$ヨリ大ナルカ又ハ小ナリ。 (定理5)

而シテ $\angle AP'B = ACB$

故ニ $\angle AQB \neq ACB$

以上ノ定理ハ軌跡ニ關スル基礎ノ定理ニシテ,多クノ軌跡問題ハ上ノ何レカ一ツニ歸着セシムルコトヲ得ベシ。

[問題]

(1) 圓ノ相等シキ弦ノ中點ノ軌跡ハ,其ノ圓ト同心ナル一ツノ圓周ナルコトヲ證明セヨ。

(2) 一定ノ直線ニ切シ且定マレル長サノ半徑ヲ有スル圓ノ中心ノ軌跡ハ,其ノ直線ニ平行ニシテ且其ノ直線ヨリ定メラレタル半徑ニ等シキ距離ニアル二ツノ平行線ナリ。

(3) 同一ノ直線ヲ底邊トシ,相等シキ面積ヲ有スル三角形ノ頂點ノ軌跡ハ,其ノ直線ノ兩側

ニアル二ツノ平行線ナリ。

(4) 二定點ヲ通過スル圓ノ中心ノ軌跡ハ其ノ二定點ヲ結ブ直線ノ垂直二等分線ナリ。

(5) 二定直線ニ切スル圓ノ中心ノ軌跡ハ其ノ二直線ノナス角ヲ二等分スル一組ノ直線ナリ。

(6) 與ヘラレタル圓內ノ一定點ヲ通過スル此ノ圓ノ弦ノ中點ノ軌跡ハ一ツノ圓周ナリ。

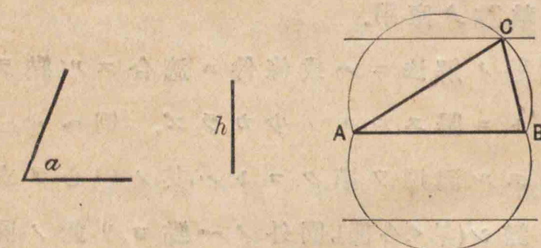
4. 軌跡ノ應用。

作圖題ノ解法ニハ或條件ニ適合スル點ヲ發見スルコトニ歸スルモノ少カラズ。例ヘバ三定點ヲ通過スル圓周ヲ描クコトハ,其ノ中心ヲ求ムルコトニ歸シ(第44節),圓外ノ一點ヨリ此ノ圓ニ切線ヲ引クコトハ,其ノ切點ヲ決定スルコトニ歸スルガ如シ(第47節)。

此ノ場合ニ與ヘラレタル條件中其ノ一ツヲ除キテ,殘リノ條件ノミニ適スル點ヲ求ムルトキハ,概シテ或軌跡ヲ得ベシ。是ニ於テ前ニ除キ置キタル條件ヲ復活シ,其ノ代リニ他ノ一條件ヲ除キ

去ルトキハ,又新ニ一ツノ軌跡ヲ得。然ルトキハ此ノ軌跡ノ交點ハ與ヘラレタル條件全部ニ適スル點ナリ。

例ヘバ底邊 AB ノ長サ及ビ位置ト高サ h ト頂角 a トヲ知リテ三角形ヲ作ラントスルトキハ,底邊 AB ハ位置及ビ大サガ定マレルガ故ニ,唯頂點トナルベキ點ヲ定ムレバ可ナリ。故ニ條件中ヨリ高サニ關スルモノヲ除キテ頂點ノ軌跡ヲ求ムレバ,軌跡定理 IV ニヨリテ二ツノ圓弧ヲ得。次ニ



頂角ニ關スルモノヲ除キテ頂點ノ軌跡ヲ求ムレバ,是レ AB ヨリ h ニ等シキ距離ニアリテ AB ニ平行ナル直線ナリ。故ニ此ノ兩軌跡ノ交點ヲ C トスレバ, △ABC ハ求ムル三角形ナリ。

[問題]

(7) 斜邊及ビ直角ノ頂點ヨリ斜邊へ下セル垂線ノ長サヲ知リテ直角三角形ヲ作レ。

(8) 平行線ノ各ニ切シ且一定點ヲ通過スル圓ヲ描ケ。

附錄第三

補習問題

1. 互ニ補角ヲナス二ツノ角アリ．其ノ一ツガ他ノ三分ノ一ナルトキハ,各角ノ大サ如何。

2. 或角ノ補角ト餘角トノ和ガ 150° ナリトイフ．其ノ角ノ大サヲ求メヨ。

3. 一點ヨリ平行線ニ引ケル二垂線ノ足ト此ノ點トハ同一直線上ニアリ。

4. 一ツノ角ノ二ツノ邊ガ他ノ角ノ二ツノ邊ニ平行ナルトキハ,此ノ二ツノ角ハ相等シキカ又ハ互ニ補角ナリ。

5. 三角形 ABC ノ角 A ヲ 90° トスレバ,他ノ二ツノ角 B, C ノ二等分線ノナス角ノ大サ如何。

6. 多角形ノ總テノ邊ヲ一方ニノミ延長シテ作レル外角ノ和ハ四直角ニ等シ。

7. 二等邊三角形ノ底邊ノ兩端ヨリ引ケル中線ハ相等シ。(三角形ノ頂點ト其ノ對邊ノ中點トヲ結ブ直線ヲ**中線**トイフ)。

8. 二等邊三角形ノ底邊ノ兩端ヨリ相對スル邊ニ引ケル垂線ノ交點ト頂點トヲ結ビツクル直線ハ頂角ヲ二等分ス。 (女高師)

9. 二等邊三角形 ABC ノ二等邊 AB, AC 上ニ AD=AE ヲ取リ, BE, CD ノ交點ヲ F トスレバ, △BFC, DFE ハ共ニ二等邊三角形ナリ。

10. 三角形ノ三ツノ內角ノ二等分線ハ同一ノ點ヲ通過ス。(此ノ點ヲ三角形ノ**內心**トイフ)。

11. 三角形ノ三ツノ邊ノ垂直二等分線ハ同一ノ點ヲ通過ス。(此ノ點ヲ三角形ノ**外心**トイフ)。

12. 三角形ノ一ツノ內角ト之ニ隣ラザル他ノ二ツノ外角トノ二等分線ハ同一ノ點ヲ通過ス。(此ノ點ヲ三角形ノ**傍心**トイフ)。

13. 斜邊ト一邊トノ和及ビ他ノ一邊ヲ與ヘテ直角三角形ヲ作ル方法ヲ記シ,且其ノ理由ヲ述ベヨ。 (女高師)

14. 平行四邊形ノ四ツノ角ノ二等分線ハ矩形ヲ作ル。

15. 正三角形ノ一邊上ノ任意ノ一點ヨリ他ノ二邊ニ平行ナル二直線ヲ引クトキニ生ズル平行

四邊形ノ周ハ,其ノ三角形ノ一邊ノ二倍ニ等シ。

16. 與ヘラレタル二直線ヲ對角線トスル菱形ヲ作レ。

17. 三角形ノ三ツノ中線ハ同一ノ點ヲ通過ス。(此ノ點ヲ三角形ノ重心トイフ)。

18. 中心 O ナル圓ノ弦 AB ヲ C マデ延長シテ。BC ヲ半徑ニ等シクシ, C ト O トヲ過グル直線 CDOE ヲ引キ,圓周トノ交點ヲ D, E トスレバ,弧 AE ハ弧 BD ノ三倍ニ等シ。

19. 菱形ノ各邊ヲ直徑トスル圓ハ同一ノ點ヲ通過ス。

20. 與ヘラレタル有限直線ヲ弦トシテ圓ヲ描キ,與ヘラレタル圓周ト交リテナス共通弦ヲ與ヘラレタル直線ニ平行ナラシメヨ。　(女高師)

21. 底邊ト頂角トヲ與ヘテ二等邊三角形ヲ作レ。

22. 二ツノ圓周ガ其ノ中心ヲ結ビ付クル直線上ニアル一點ヲ共有スルトキハ,其ノ二圓周ハ其ノ點ノ外ニ出會フコトナシ。(斯クノ如キ二圓周ヲ互ニ相切ストイフ)。

23. 相切スル二ツノ圓ノ切點ヲ通過シテ此ノ二圓ト交ル直線ヲ引クトキハ,其ノ交點ニ於テノ兩半徑ハ平行ナリ。

24. 相切スル二ツノ圓ノ平行ナル直徑ノ端ト切點トハ三點ヅツ同一ノ直線上ニアリ。

25. 正三角形ノ外接圓ノ直徑ハ內接圓ノ直徑ノ二倍ニ等シ。

26. 平行四邊形ノ二ツノ對角線ハ其ノ面積ヲ四等分ス。

27. 半徑1尺ノ圓ニ外接スル正八角形ノ周ノ長サヲ計算セヨ。

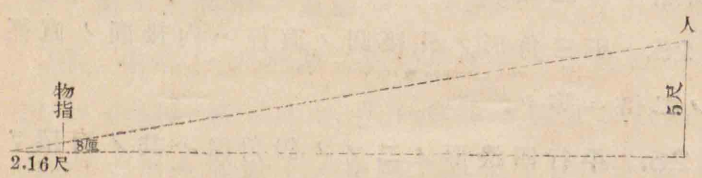
28. 三角形ノ三邊ノ長サヲ a, b, c トシ,其ノ面積ヲ S トスレバ

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ナリ。ココニ $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$ トス。此ノ公式ヲ用ヒテ三邊ノ長サガ夫夫5間, 9間及ビ8間ナル三角形ノ面積ヲ計算セヨ。

29. 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 C ヨリ斜邊 AB ニ垂線 CD ヲ引クトキハ,三角形 ABC, CBD, ACD ハ相似ナリ。

30. 物指ノ一端ニ2尺1寸6分ノ絲ヲ附シ,絲ノ他端ヲ口ニ啣(クハ)エテ物指ヲ直立セシメ,堤上ニ伏シテ川向ニ立テル人ノ丈(タケ)ヲ見タルニ,物指ノ其ノ部分ガ8厘ニ見エタリトイフ。人ノ丈ヲ5尺トシテ川幅ヲ計算セヨ。



31. 四邊形ABCDノ頂角A及ビBニ於ケル內角ノ二等分線ノ交點トC及ビDニ於ケル外角ノ二等分線ノ交點ト二邊AD, BCノ交點トノ三點ハ一直線上ニアルコトヲ證明セヨ。

第一表

三角函數ノ眞數表

° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °
0 0	0.0000	0.0000	∞	1.0000	0 90
10	0.0029	0.0029	343.7737	1.0000	50
20	0.0058	0.0058	171.8854	1.0000	40
30	0.0087	0.0087	114.5887	1.0000	30
40	0.0116	0.0116	85.9398	0.9999	20
50	0.0145	0.0145	68.7501	0.9999	10
1 0	0.0175	0.0175	57.2900	0.9998	0 89
° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °

° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °
1 0	0.0175	0.0175	57.2900	0.9998	0 89
10	0.0204	0.0204	49.1039	0.9998	50
20	0.0233	0.0233	42.9641	0.9997	40
30	0.0262	0.0262	38.1885	0.9997	30
40	0.0291	0.0291	34.3678	0.9996	20
50	0.0320	0.0320	31.2416	0.9995	10
2 0	0.0349	0.0349	28.6363	0.9994	0 88
10	0.0378	0.0378	26.4316	0.9993	50
20	0.0407	0.0407	24.5418	0.9992	40
30	0.0436	0.0437	22.9038	0.9990	30
40	0.0465	0.0466	21.4704	0.9989	20
50	0.0494	0.0495	20.2056	0.9988	10
3 0	0.0523	0.0524	19.0811	0.9986	0 87
10	0.0552	0.0553	18.0750	0.9985	50
20	0.0581	0.0582	17.1693	0.9983	40
30	0.0610	0.0612	16.3499	0.9981	30
40	0.0640	0.0641	15.6048	0.9980	20
50	0.0669	0.0670	14.9244	0.9978	10
4 0	0.0698	0.0699	14.3007	0.9976	0 86
10	0.0727	0.0729	13.7267	0.9974	50
20	0.0756	0.0758	13.1969	0.9971	40
30	0.0785	0.0787	12.7062	0.9969	30
40	0.0814	0.0816	12.2505	0.9967	20
50	0.0843	0.0846	11.8262	0.9964	10
5 0	0.0872	0.0875	11.4301	0.9962	0 85
10	0.0901	0.0904	11.0594	0.9959	50
20	0.0929	0.0934	10.7119	0.9957	40
30	0.0958	0.0963	10.3854	0.9954	30
40	0.0987	0.0992	10.0780	0.9951	20
50	0.1016	0.1022	9.7882	0.9948	10
6 0	0.1045	0.1051	9.5144	0.9945	0 84
10	0.1074	0.1080	9.2553	0.9942	50
20	0.1103	0.1110	9.0098	0.9939	40
30	0.1132	0.1139	8.7769	0.9936	30
40	0.1161	0.1169	8.5555	0.9932	20
50	0.1190	0.1198	8.3450	0.9929	10
7 0	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	0 83
° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °

° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °
7 0	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	0 83
10	0.1248	0.1257	7.9530	0.9922	50
20	0.1276	0.1287	7.7704	0.9918	40
30	0.1305	0.1317	7.5958	0.9914	30
40	0.1334	0.1346	7.4287	0.9911	20
50	0.1363	0.1376	7.2687	0.9907	10
8 0	0.1392	0.1405	7.1154	0.9903	0 82
10	0.1421	0.1435	6.9682	0.9899	50
20	0.1449	0.1465	6.8269	0.9894	40
30	0.1478	0.1495	6.6912	0.9890	30
40	0.1507	0.1524	6.5606	0.9886	20
50	0.1536	0.1554	6.4348	0.9881	10
9 0	0.1564	0.1584	6.3138	0.9877	0 81
10	0.1593	0.1614	6.1970	0.9872	50
20	0.1622	0.1644	6.0844	0.9868	40
30	0.1650	0.1673	5.9758	0.9863	30
40	0.1679	0.1703	5.8708	0.9858	20
50	0.1708	0.1733	5.7694	0.9853	10
10 0	0.1736	0.1763	5.6713	0.9848	0 80
10	0.1765	0.1793	5.5764	0.9843	50
20	0.1794	0.1823	5.4845	0.9838	40
30	0.1822	0.1853	5.3955	0.9833	30
40	0.1851	0.1883	5.3093	0.9827	20
50	0.1880	0.1914	5.2257	0.9822	10
11 0	0.1908	0.1944	5.1446	0.9816	0 79
10	0.1937	0.1974	5.0658	0.9811	50
20	0.1965	0.2004	4.9894	0.9805	40
30	0.1994	0.2035	4.9152	0.9799	30
40	0.2022	0.2065	4.8430	0.9793	20
50	0.2051	0.2095	4.7729	0.9787	10
12 0	0.2079	0.2126	4.7046	0.9781	0 78
10	0.2108	0.2156	4.6382	0.9775	50
20	0.2136	0.2186	4.5736	0.9769	40
30	0.2164	0.2217	4.5107	0.9763	30
40	0.2193	0.2247	4.4494	0.9757	20
50	0.2221	0.2278	4.3897	0.9750	10
13 0	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	0 77
° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °

表中ノ cot. ハ正切 (tan.) ノ逆數ナル餘切ヲ表ハス。

° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °
13 0	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	0 77
10	0.2278	0.2339	4.2747	0.9737	50
20	0.2306	0.2370	4.2193	0.9730	40
30	0.2334	0.2401	4.1653	0.9724	30
40	0.2363	0.2432	4.1126	0.9717	20
50	0.2391	0.2462	4.0611	0.9710	10
14 0	0.2419	0.2493	4.0108	0.9703	0 76
10	0.2447	0.2524	3.9617	0.9696	50
20	0.2476	0.2555	3.9136	0.9689	40
30	0.2504	0.2586	3.8667	0.9681	30
40	0.2532	0.2617	3.8208	0.9674	20
50	0.2560	0.2648	3.7760	0.9667	10
15 0	0.2588	0.2679	3.7321	0.9659	0 75
10	0.2616	0.2711	3.6891	0.9652	50
20	0.2644	0.2742	3.6470	0.9644	40
30	0.2672	0.2773	3.6059	0.9636	30
40	0.2700	0.2805	3.5656	0.9628	20
50	0.2728	0.2836	3.5261	0.9621	10
16 0	0.2756	0.2867	3.4874	0.9613	0 74
10	0.2784	0.2899	3.4495	0.9605	50
20	0.2812	0.2931	3.4124	0.9596	40
30	0.2840	0.2962	3.3759	0.9588	30
40	0.2868	0.2994	3.3402	0.9580	20
50	0.2896	0.3026	3.3052	0.9572	10
17 0	0.2924	0.3057	3.2709	0.9563	0 73
10	0.2952	0.3089	3.2371	0.9555	50
20	0.2979	0.3121	3.2041	0.9546	40
30	0.3007	0.3153	3.1716	0.9537	30
40	0.3035	0.3185	3.1397	0.9528	20
50	0.3062	0.3217	3.1084	0.9520	10
18 0	0.3090	0.3249	3.0777	0.9511	0 72
10	0.3118	0.3281	3.0475	0.9502	50
20	0.3145	0.3314	3.0178	0.9492	40
30	0.3173	0.3346	2.9887	0.9483	30
40	0.3201	0.3378	2.9600	0.9474	20
50	0.3228	0.3411	2.9319	0.9465	10
19 0	0.3256	0.3443	2.9042	0.9455	0 71
10	0.3283	0.3476	2.8770	0.9446	50
20	0.3311	0.3508	2.8502	0.9436	40
30	0.3338	0.3541	2.8239	0.9426	30
40	0.3365	0.3574	2.7980	0.9417	20
50	0.3393	0.3607	2.7725	0.9407	10
20 0	0.3420	0.3640	2.7475	0.9397	0 70
10	0.3448	0.3673	2.7228	0.9387	50
20	0.3475	0.3706	2.6985	0.9377	40
30	0.3502	0.3739	2.6746	0.9367	30
40	0.3529	0.3772	2.6511	0.9356	20
50	0.3557	0.3805	2.6279	0.9346	10
21 0	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	0 69
° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °

° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °
21 0	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	0 69
10	0.3611	0.3872	2.5826	0.9325	50
20	0.3638	0.3906	2.5605	0.9315	40
30	0.3665	0.3939	2.5385	0.9304	30
40	0.3692	0.3973	2.5172	0.9293	20
50	0.3719	0.4006	2.4960	0.9283	10
22 0	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	0 68
10	0.3773	0.4074	2.4545	0.9261	50
20	0.3800	0.4108	2.4342	0.9250	40
30	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	30
40	0.3854	0.4176	2.3945	0.9228	20
50	0.3881	0.4210	2.3750	0.9216	10
23 0	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	0 67
10	0.3934	0.4279	2.3369	0.9194	50
20	0.3961	0.4314	2.3183	0.9182	40
30	0.3987	0.4348	2.2998	0.9171	30
40	0.4014	0.4383	2.2817	0.9159	20
50	0.4041	0.4417	2.2637	0.9147	10
24 0	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	0 66
10	0.4094	0.4487	2.2286	0.9124	50
20	0.4120	0.4522	2.2113	0.9112	40
30	0.4147	0.4557	2.1943	0.9100	30
40	0.4173	0.4592	2.1775	0.9088	20
50	0.4200	0.4628	2.1609	0.9075	10
25 0	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	0 65
10	0.4253	0.4599	2.1283	0.9051	50
20	0.4279	0.4734	2.1123	0.9038	40
30	0.4305	0.4770	2.0965	0.9026	30
40	0.4331	0.4806	2.0809	0.9013	20
50	0.4358	0.4841	2.0655	0.9001	10
26 0	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	0 64
10	0.4410	0.4913	2.0353	0.8975	50
20	0.4436	0.4950	2.0204	0.8962	40
30	0.4462	0.4986	2.0057	0.8949	30
40	0.4488	0.5022	1.9912	0.8936	20
50	0.4514	0.5059	1.9768	0.8923	10
27 0	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	0 63
10	0.4566	0.5132	1.9486	0.8897	50
20	0.4592	0.5169	1.9347	0.8884	40
30	0.4617	0.5206	1.9210	0.8870	30
40	0.4643	0.5243	1.9074	0.8857	20
50	0.4669	0.5280	1.8940	0.8843	10
28 0	0.4695	0.5317	1.8807	0.8829	0 62
10	0.4720	0.5354	1.8676	0.8816	50
20	0.4746	0.5392	1.8546	0.8802	40
30	0.4772	0.5430	1.8418	0.8788	30
40	0.4797	0.5467	1.8291	0.8774	20
50	0.4823	0.5505	1.8165	0.8760	10
29 0	0.4848	0.5543	1.8040	0.8746	0 61
° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °

° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °	° ′	sin.	tan.	cot.	cos.	′ °
29 0	0.4848	0.5543	1.8040	0.8746	0 61	37 0	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	0 53
10	0.4874	0.5581	1.7917	0.8732	50	10	0.6041	0.7581	1.3190	0.7969	50
20	0.4899	0.5619	1.7796	0.8718	40	20	0.6065	0.7627	1.3111	0.7951	40
30	0.4924	0.5658	1.7675	0.8704	30	30	0.6088	0.7673	1.3032	0.7934	30
40	0.495	0.5696	1.7556	0.8689	20	40	0.6111	0.7720	1.2954	0.7916	20
50	0.4975	0.5735	1.7437	0.8675	10	50	0.6134	0.7766	1.2876	0.7898	10
30 0	0.5000	0.5774	1.7321	0.8660	0 60	38 0	0.6157	0.7813	1.2799	0.7880	0 52
10	0.5025	0.5812	1.7205	0.8646	50	10	0.6180	0.7860	1.2723	0.7862	50
20	0.5050	0.5851	1.7090	0.8631	40	20	0.6202	0.7907	1.2647	0.7844	40
30	0.5075	0.5890	1.6677	0.8616	30	30	0.6225	0.7954	1.2572	0.7826	30
40	0.5100	0.5930	1.6864	0.8601	20	40	0.6248	0.8002	1.2497	0.7808	20
50	0.5125	0.5969	1.6753	0.8587	10	50	0.6271	0.8050	1.2423	0.7790	10
31 0	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	0 59	39 0	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	0 51
10	0.5175	0.6048	1.6534	0.8557	50	10	0.6316	0.8146	1.2276	0.7753	50
20	0.5200	0.6088	1.6426	0.8542	40	20	0.6338	0.8195	1.2203	0.7735	40
30	0.5225	0.6128	1.6319	0.8526	30	30	0.6361	0.8243	1.2131	0.7716	30
40	0.5250	0.6168	1.6212	0.8511	20	40	0.6383	0.8292	1.2059	0.7698	20
50	0.5275	0.6208	1.6107	0.8496	10	50	0.6406	0.8342	1.1988	0.7679	10
32 0	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	0 58	40 0	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	0 50
10	0.5324	0.6289	1.5900	0.8465	50	10	0.6450	0.8441	1.1847	0.7642	50
20	0.5348	0.6330	1.5798	0.8450	40	20	0.6472	0.8491	1.1778	0.7623	40
30	0.5373	0.6371	1.5697	0.8434	30	30	0.6494	0.8541	1.1708	0.7604	30
40	0.5398	0.6412	1.5597	0.8418	20	40	0.6517	0.8591	1.1640	0.7585	20
50	0.5422	0.6453	1.5497	0.8403	10	50	0.6539	0.8642	1.1571	0.7566	10
33 0	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	0 57	41 0	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	0 49
10	0.5471	0.6536	1.5301	0.8371	50	10	0.6583	0.8744	1.1436	0.7528	50
20	0.5495	0.6577	1.5204	0.8355	40	20	0.6604	0.8796	1.1369	0.7509	40
30	0.5519	0.6619	1.5108	0.8339	30	30	0.6626	0.8847	1.1303	0.7490	30
40	0.5544	0.6661	1.5013	0.8323	20	40	0.6648	0.8899	1.1237	0.7470	20
50	0.5568	0.6703	1.4919	0.8307	10	50	0.6670	0.8952	1.1171	0.7451	10
34 0	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	0 56	42 0	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	0 48
10	0.5616	0.6787	1.4733	0.8274	50	10	0.6713	0.9057	1.1041	0.7412	50
20	0.5640	0.6830	1.4641	0.8258	40	20	0.6734	0.9110	1.0977	0.7392	40
30	0.5664	0.6873	1.4550	0.8241	30	30	0.6756	0.9163	1.0913	0.7373	30
40	0.5688	0.6916	1.4460	0.8225	20	40	0.6777	0.9217	1.0850	0.7353	20
50	0.5712	0.6959	1.4370	0.8208	10	50	0.6799	0.9271	1.0786	0.7333	10
35 0	0.5736	0.7002	1.4281	0.8192	0 55	43 0	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	0 47
10	0.5760	0.7046	1.4193	0.8175	50	10	0.6841	0.9380	1.0661	0.7294	50
20	0.5783	0.7089	1.4106	0.8158	40	20	0.6862	0.9435	1.0599	0.7274	40
30	0.5807	0.7133	1.4019	0.8141	30	30	0.6884	0.9490	1.0538	0.7254	30
40	0.5831	0.7177	1.3934	0.8124	20	40	0.6905	0.9545	1.0477	0.7234	20
50	0.5854	0.7221	1.3848	0.8107	10	50	0.6926	0.9601	1.0416	0.7214	10
36 0	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	0 54	44 0	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	0 46
10	0.5901	0.7310	1.3680	0.8073	50	10	0.6967	0.9713	1.0295	0.7173	50
20	0.5925	0.7355	1.3597	0.8056	40	20	0.6988	0.9770	1.0235	0.7153	40
30	0.5948	0.7400	1.3514	0.8039	30	30	0.7009	0.9827	1.0176	0.7133	30
40	0.5972	0.7445	1.3432	0.8021	20	40	0.7030	0.9884	1.0117	0.7112	20
50	0.5995	0.7490	1.3351	0.8004	10	50	0.7050	0.9942	1.0058	0.7092	10
37 0	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	0 53	45 0	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	0 45
° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °	° ′	cos.	cot.	tan.	sin.	′ °

大正十三年度臨時定價　金八拾五錢

女子幾何教科書

【定價　金四拾七錢】

大正十年二月十二日印刷
大正十年二月十五日發行
大正十年三月七日訂正再版印刷
大正十年三月十日訂正再版發行

著作者　林鶴一

發行者　東京市小石川區小日向水道町八十四番地　株式會社東京開成館

代表者　渡邊員助

印刷者　東京市小石川區久堅町百八番地　堀江關武

發行所　東京市小石川區小日向水道町八十四番地　株式會社東京開成館　【振替貯金口座】東京第五參貳貳番

販賣所　大阪市東區心齋橋通北久寶寺町角　三木佐助

販賣所　東京市日本橋區數寄屋町九番地　林平次郎

印刷所　株式會社博文館印刷所印刷

[redacted]