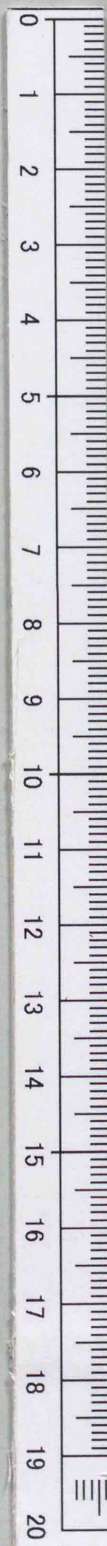
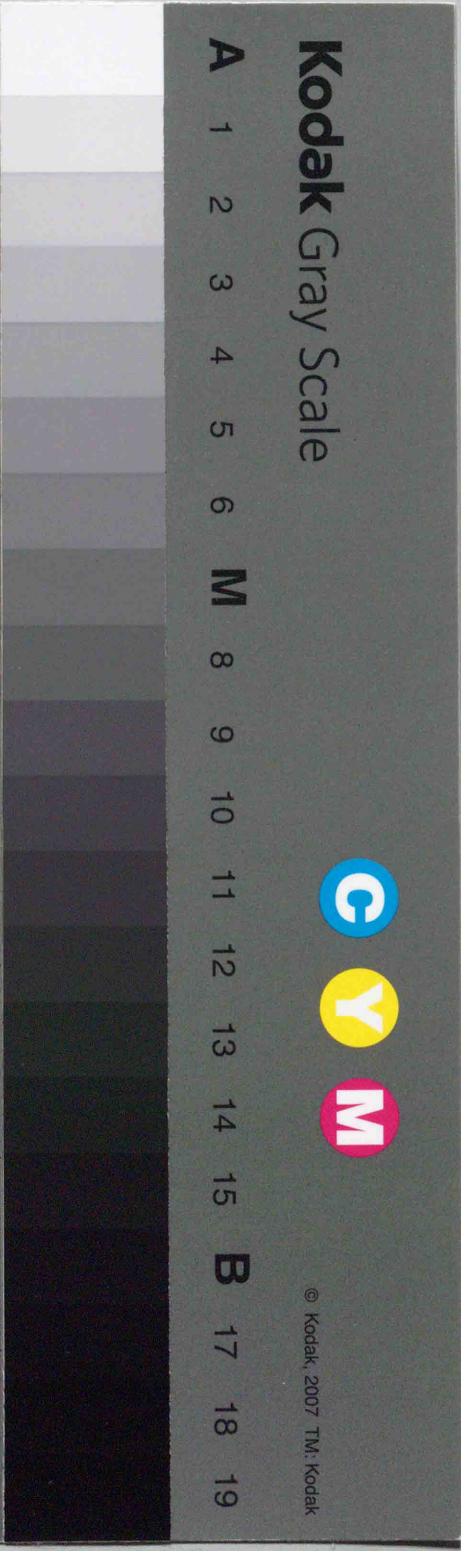
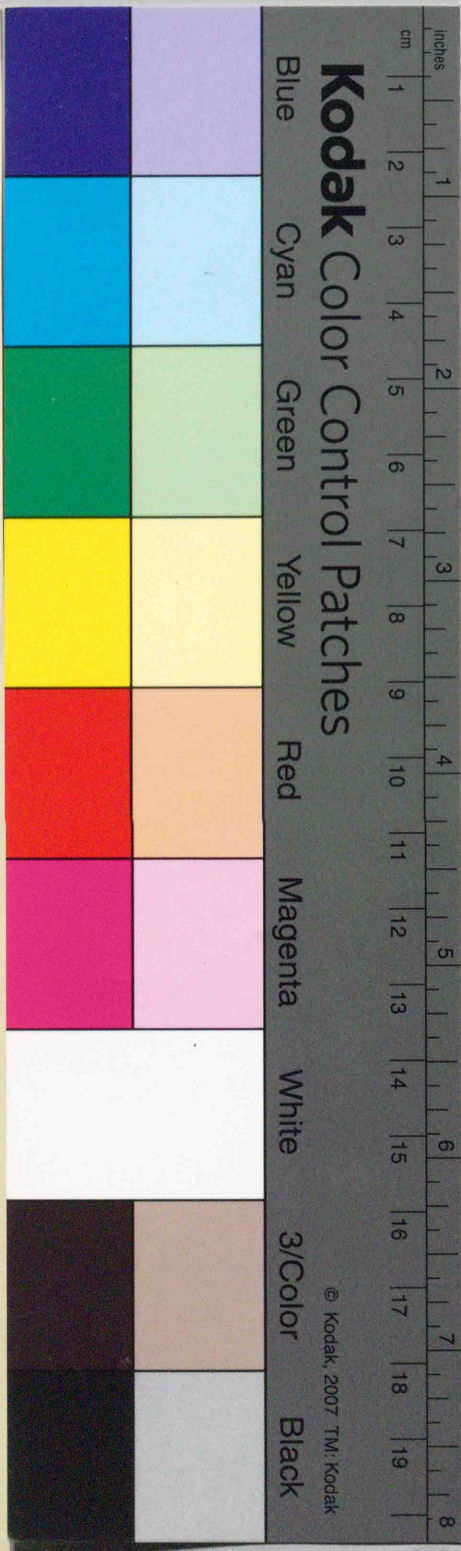


40158

教科書文庫

4
412
42-1919
20000 89461



教科書文庫
4
412
42-1919
2000089461

文 部 省 檢 定 済
大正八年一月十七日 高等女學校數學科教科書

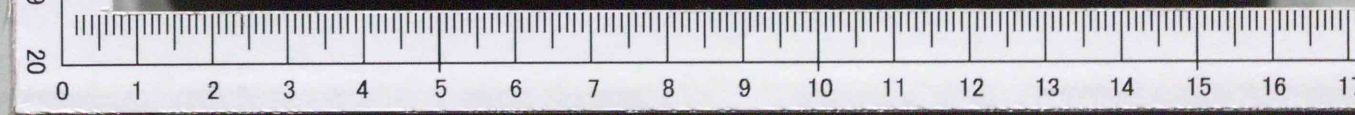
女子用
代數教科書
完

小 林 盈
稻 垣 作 太 郎
共 著



広島大学図書
2000089461

東 京
光 風 館 藏 版



4b
412
大8

教育学科

資料室

教科書文庫

4

412

42-1919

2000089461

文部省檢定済

大正八年一月十七日 高等女學校數學科教科書

女子用 代數教科書

広島大学図書

2000089461



完



小林 盈

稻垣 作太郎

共著

修正七版

東京

光風館藏版

緒 言

本書は、曩に高等女學校用教科書として世に公にしたる以來數次の修正を加へしが、今回又實際教授者諸彦の高批と、著者の實驗とにより、更に訂正を施したるものなり。

本書は、難易の程度を生徒の理會力に適せしめ、教材の分量を教授の時數に應ぜしめんことを期せり。

本書は、特に算術との關係聯絡に重きを置き、能く算術上の問題を代數的に解くの法を會得し、以て實用に應ぜしめんことを務めたり。されば、本書は、算術の補習用として亦最も適切なるを信ず。

本書は、記述の簡明と其序次の井然とに留意し、以て理會を容易ならしめんことを務めたり。

猶今次の訂正に當りては、大方の要求に應じ、簡單なる二次方程式を加へたり。之を附

録となしたるは、學校の事情に依り取捨するの便宜を圖りたるなり。又從來一括して卷末に附したる補充問題は、練習の便宜を考へ、之を分ちて、各相當の位置に配置したり。

大正七年十月

著 者 識

女 子 用 代 數 教 科 書

目 次

第一章	緒 論	頁 1-13
第二章	代 數 式	14-31
第一節	加 法	14
第二節	減 法	16
第三節	乘 法	20
第四節	除 法	24
第三章	方 程 式	32-64
第四章	聯 立 方 程 式	65-77
	全部の雜題	78
附 錄	二 次 方 程 式	1-12
	問 題 の 答	1-6

目 次

終

女子用
代數教科書

第一章

緒論

1. 代數學 代數學は、算術の如く、數に就て講究する學科なり。

算術に於ては、數を表すに數字のみを以てすれども、代數學に於ては、數を表すに數字の外、 a, b, c, \dots, x, y, z 等の文字を用ひ、而して、代數學に依れば、算術に依るよりも、問題解法の簡明にして、且其解式が同種類の問題に、一般に通用し得る等の便益あることは、漸次之を了解するに至るべし。

2. 符號 加減乗除及其他の符號は、全く算術に同じけれども、乗號 \times は $a \times b \times c$, $a \times (b+c)$, $(a+b) \times c$ 等の如き、文字と文字との間、若くは括弧の前後には之を省きて、 abc , $a(b+c)$, $(a+b)c$ 等とし、

又 $a \times 3 \times b$ の如き、文字と數字との間にも之を省き、且數字は初めに置きて、 $3ab$ の如く記すを通例とす。

又除號 \div を用ひ、 $a \div b$ の如く記す代りに、一般に $\frac{a}{b}$ の如く分數の形を用ふ。數字、文字及符號を總稱して代數記號と云ふ。

積ノ因數ハ通例 a, b, c, \dots ノ順序ニ列記スルモノトス。

積ノ因數中ニ數ガ二ツ以上アルトキハ、掛合セテ一ツノ數ト爲シ置クベシ。例ヘバ $3a5b$ ヲ $15ab$ トスルガ如シ。

3. 係數 積の因數中に數字あるときは、この數字を他の文字の積の係數アケラシメテ(或は特に數係數)と云ふ。

例ヘバ $3a, 5abx$ ニ於テ、 $3, 5$ ハ係數ナリ。

時としては、因數中の文字をも係數と云ふことあり。

例ヘバ $axy, 3bx$ ニ於テ、 a ヲ xy ノ係數 $3b$ ヲ x ノ係數トスルガ如シ。

數字ノ係數ノ内、 1 ハ省キテ之ヲ記サザルモノトス。

4. 冪指數 $a \times a$ を a^2 , $a \times a \times a$ を a^3 等と書き、 a^2, a^3 を a の第二冪、第三冪等と云ひ、右肩の數字を a の指數と稱す。

5. 代數式 代數記號にて表はしたる式を代數式と稱す。

例ヘバ $3ab, a+b, x-y+12$ ノ如シ。

6. 項 單項式 多項式 代數式中、 $+$ 及 $-$ にて界せられたる部分を項と稱す。

例ヘバ $4a+3b-cd$ ニ於テ、 $4a, 3b, cd$ ハ項ナリ。

代數式の項が一ツなるときは、これを
單項式と云ひ、二ツ以上なるときは、これ
を多項式と云ふ。

例へば $12abx$ ハ單項式ニシテ、 $a-b$, $ax+by-cz$ 等
ハ多項式ナリ。

7. 負數 算術ニ於テハ、例へば

$$5-3=2$$

$$5-4=1$$

$$5-5=0$$

ナリ。猶引續キ一ツツ大ナル數ヲ減ズルトキハ、

$$5-6=5-5-1=0-1$$

$$5-7=5-5-2=0-2$$

$$5-8=5-5-3=0-3$$

.....

代數學ニ於テハ、此ノ如キ、0 ヨリ 1, 2, 3 等ヲ引キ
タル差ヲ表ス數ヲ -1 , -2 , -3 , 等ノ如ク記シ、之ヲ
マイナス 1, マイナス 2, マイナス 3 等ト云フ。

-1 , -2 , -3 等の如ク、 $-$ の符號を有
する數を負數と稱す。

負數と區別するため、只の數を正數と

云ふ。

例へば寒暖計ニ於テ、零度以上ノ度數ヲ正數トセ
バ、零度以下ノ度數ハ負數ナリ。又財産ニ於テ、所有
高ヲ正數トセバ、負債高ハ負數ナリ。

正數ハ $+3$ (プラス 3), $+a$ (プラス a) ノ如ク、 $+$ ノ
符號ヲ前ニ置キテ表スベキモノナレドモ通常之ヲ
略ス。

$+$ 及 $-$ は加法及減法の運算を示す符
號なれども、又上の如く、數の正負を表
す符號ともなす。然るときは、之を性質
の符號と稱す。

代數學上ニ於テ數ト云へバ、正數、0、負數等ヲ總
稱スルモノナリ。

8. 數値 代數學に於て用ふる文字 は、如何なる數をも代表し得べし。而し て或文字が一定の數を表すときは、之を 其文字の數値と云ふ。

例へば a ハ如何ナル數ヲモ代表シ得ベク、而シテ
若シ a ガ 5 ナル數ヲ表ストキハ、5 ヲ a ノ數値ト云

フガ如シ。

代數式中の各文字に、其數値を與へて計算したる結果を、其代數式の數値と云ふ。

例へバ $x=3$ $y=4$ ナルトキハ、
 $2x+5y=2 \times 3+5 \times 4=26$

又 $x=5$ $y=6$ ナルトキハ、
 $2x+5y=2 \times 5+5 \times 6=40$ ナリ。

9. 代數學上の數の加法

例 1. $(+5)+(+3)=+5+3=+8$

例 2. $(-5)+(-3)=-5-3=-8$

例 3. $(+5)+(-3)=+5-3=+2$

例 4. $(-5)+(+3)=-5+3=-2$

(例 1. 解) $(+5)+(+3)=5+3=+8$ ナルコトハ説明ヲ要セザルベシ。

(例 2. 解) $(-5)+(-3)=-5=-3$ ヲ増加スルコトニシテ、例へバ 5 圓ノ負債アルモノガ、更ニ 3 圓ノ負債ヲナセバ、合計 8 圓ノ負債トナルガ如ク、 $-5=-3$ ヲ加フレバ -8 ナリ。

(例 3. 解) $(+5)+(-3)=-5=-3$ ヲ増加スルコトニシテ、例へバ 5 圓ノ貯蓄アルモノガ 3 圓ノ負債ヲナセバ結局其者ノ財産ハ 2 圓トナルガ如ク、 $+5=-3$ ヲ加フレバ $+2$ ナリ。

(例 4. 解) $(-5)+(+3)=-5+3=-2$ トナルコトハ、例へバ 5 圓ノ負債アルモノガ 3 圓ノ收入ヲ得レバ、負債 5 圓ノ内 3 圓ダケハ償却シ得テ、猶負債 2 圓ダケ殘ルガ如シ。

而シテ又 $(-5)+(+3)=-5+3=-2$ トナルコトハ、 $(+3)+(-5)=-2$ ト其結果同一ナルモノトス。

以上ノ例ニ由ラ見ルトキハ、

同じ符號の二數の和は、此等の和に元の符號を附すべし。

異なる符號の二數の和は、此等の數の差に大なる數の符號を附すべし。

問題

次ノ諸數ヲ加ヘヨ。

1. 8, 4, 3

2. -4, -6, 8

3. 12, -7, -8

4. -20, 30, -25

5. 35, -52, -64 6. 128, -235, 96

10. 代數學上の數の減法

例 1. $(+3) - (+5) = +3 - 5 = -2$

例 2. $(+5) - (-3) = +5 + 3 = +8$

例 3. $(-3) - (-5) = -3 + 5 = +2$

例 4. $(-3) - (+5) = -3 - 5 = -8$

(例 1. 解) $(+3) - (+5)$ は 3 より 5 を減ズルコトニシテ、例へば 3 圓ノ財産アルモノガ 5 圓ノ支拂ヲナセバ、2 圓ノ負債トナルガ如ク、

$$(+3) - (+5) = 3 - 5 = -2 \text{ ナリ.}$$

(例 2. 解) $(+5) - (-3)$ は +5 より -3 を減ズルコトニシテ、例へば或人が負債 a 圓アリテ、此負債ヲ償却スレバ、ツマリ其人ノ財産ハ a 圓ダケ増加セルモノナリ。故ニ -3 を減ズルハ 3 を増加スルニ當ル。故ニ $(+5) - (-3)$ は $5 + 3$ を増スコトトナリテ、 $5 + 3 = 8$ ナリトス。

(例 3. 解) $(-3) - (-5)$ は -3 より -5 を減ズルコトニシテ、例 2. と同理ニヨリ、5 を増スコトトナリ

テ、 $-3 + 5 = +2$ ナリ。

(例 4. 解) $(-3) - (+5)$ は -3 より +5 を減ズルコトニシテ、例へば 3 圓ノ負債アルモノガ更ニ 5 圓ヲ費消セバ、ツマリ負債ハ 8 圓トナルガ如シ。

以上ノ例ニ由テ見ルトキハ、

二數の差を求むるには、減數の符號を變じて之を被減數に加ふべし、

問題

次ノ問題ニ於テ左ノ數ヨリ右ノ數ヲ減ゼヨ。

1. 8, 12 2. 14, -18

3. -15, 12 4. -12, -25

5. 25, -57 6. -53, -86

11. 代數學上の數の乘法

例 1. $(+5) \times (+3) = +15$

例 2. $(-5) \times (+3) = -15$

例 3. $(+5) \times (-3) = -15$

例 4. $(-5) \times (-3) = +15$

(例 1. 解) $(+5) \times (+3) = 5 \times 3 = 15$ ナルコトハ説明

ヲ要セス.

$$\begin{aligned} \text{(例 2. 解)} \quad (-5) \times (+3) & \text{ハ } -5 \times 3 = (-5) + (-5) + (-5) \\ & = -5 - 5 - 5 \end{aligned}$$

ニシテ、加法ノ例 2 ニヨリテ -15 ナリ.

例ヘバ負債 5 圓ガ三回積レバ負債 15 圓ニナルガ如シ.

(例 3. 解) $(+5) \times (-3)$ ハ $(-3) \times (+5)$ = 等シク、從テ -15 トナルベキモノトス.

或ハ又 $(+5) \times (-3)$ ハ乘法ノ意義ニヨリ $+5$ ヲ三回減ズルコトナリ.

$$\text{故ニ } (+5) \times (-3) = -(+5) - (+5) - (+5) = -15$$

例ヘバ 5 圓ヅツ三回減ズレバ合計 15 圓ヲ減ズルガ如シ.

(例 4. 解) $(-5) \times (-3)$ ハ例 3. ト同理ニヨリ,

$$\begin{aligned} (-5) \times (-3) & = -(-5) - (-5) - (-5) \text{ ニシテ、減法ノ例 2} \\ & \text{ニヨリテ } +5 + 5 + 5 = 15 \text{ ナリ.} \end{aligned}$$

例ヘバ負債ヲ 5 圓ヅツ償却スルコト三回ナレバ、負債ハ 15 圓ダケ減少シ、ツマリ財産ニ於テ 15 圓増加セルガ如シ.

以上ノ例ニ由テ見ルトキハ、

同じ符號の二數の積は、正數となり、異

れる符號の二數の積は負數となる.

問題

次ノ諸數ヲ乘ゼヨ.

- | | | | | | | | |
|----|-----------------|---------------|----|----------------|----------------|-----|----|
| 1. | 8. | 4 | 2. | 6, | -4 | | |
| 3. | -9, | -8 | 4. | -12, | 7 | | |
| 5. | $-\frac{2}{3},$ | $\frac{5}{8}$ | 6. | $\frac{3}{4},$ | $-\frac{2}{5}$ | | |
| 7. | 4, | -35 | 8. | -8, | -18 | | |
| 9. | 6, | -8, | -7 | 10. | 28, | -5, | 18 |

12. 代數學上の數の除法

$$\text{例 1. } (+15) \div (+3) = +5$$

$$\text{例 2. } (-15) \div (-3) = +5$$

$$\text{例 3. } (+15) \div (-3) = -5$$

$$\text{例 4. } (-15) \div (+3) = -5$$

一般ニ除法ハ乘法ノ逆ナルヲ以テ、法、實、商ノ關係ニ由テ解クコト次ノ如シ.

(例 1. 解) $(+15) \div (+3)$ = 於テ.

$$(+15) = (+3) \times (+5) \text{ ナリ.}$$

故ニ $(+15) \div (+3) = +5$ ナルコト説明ヲ要セス.

(例 2. 解) $(-15) \div (-3) =$ 於テ,
 $(-15) = (-3) \times (+5)$ ナリ.

故 $= (-15) \div (-3) = +5$ ナリ.

(例 3. 解) $(+15) \div (-3) =$ 於テ,
 $(+15) = (-3) \times (-5)$ ナリ.

故 $= (+15) \div (-3) = (-5)$ ナリ.

(例 4. 解) $(-15) \div (+3) =$ 於テ,
 $-15 = (+3) \times (-5)$ ナリ.

故 $= (-15) \div (+3) = -5$ ナリ.

以上ノ例ニ由テ見ルトキハ.

除數と被除數との符號同じければ、商は正數となり、異なれば商は負數となる。

問題

次ノ問題ニ於テ、左ノ數ヲ右ノ數ニテ除セ.

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. 24, -3 | 2. -36, 4 |
| 3. -48, -12 | 4. -56, -14 |
| 5. 45, -8 | 6. -64, -15 |
| 7. 186, -31 | 8. 49, -7 |

13. 同類項 二ツ以上の項が、符號と係數とのみを異にして、文字及其指數を同じくするとき、之を同類項と云ふ。

例ヘバ $5x, -2x,$ 又ハ $-2a^2b, 8a^2b$ ノ如シ.

同類項にあらざる項を異類項と云ふ。

例ヘバ $a^2b, 3ab, -5bd$ ノ如シ.

多項式中の同類項を一纏めにすることを、同類項を約すと云ふ。

例ヘバ $5x - 2x$ ヲ $3x$ トシ,

$2ab - 3ab - 8ab + 5ab$ ヲ $-4ab$ トスルガ如シ.

同類項を約するには、係數のみを加減し、其結果に文字の部分を附記すべし。

問題

次ノ多項式ノ同類項ヲ約セ.

- $5a + 4a - 6a + 12a$
- $-3ab + 5ab - 10ab + 8ab$
- $ax + 7ax - 5ax + 2ax$
- $4a^2x - 3a^2x + 5ab + 8a^2x - 6a^2x + 3ax^2$
- $10axy - 6axy + 4a^2xy - 8axy + 3axy + 5axy^2$

第二章 代數式

第一節 加法

1. 單項式の加法

例 1. $5a, 3b, -2c$ を加へよ.

(方法) $5a+3b-2c$

例 2. $3a, -4b, -a, 7b$ を加へよ.

(方法) $3a-4b-a+7b=3a-a-4b+7b$
 $=2a+3b$

上ノ如ク,

單項式を加ふるには、各項の符號を變ぜずして、其のまま書き列ね、同類項は之を約すべし.

問題

次ノ諸項ヲ加へヨ.

1. $6a, 8b, -5c$
2. $-3x, 4x - 7y$
3. $a, -5b, -6a, 9c$
4. $15ab, 3ac, -7ab, -4ac$

5. $12ax, -8ax, 3by$
6. $6a^2, 4ab, -2a^2, 7bc$

2. 多項式の加法

例 1. $3a+5b-4c$ に $5a+2c$ を加へよ.

(方法) $3a+5b-4c+5a+2c=3a+5a+5b-4c+2c$
 $=8a+5b-2c$

上ノ如ク.

多項式を加ふるには、各多項式を各項の符號を變ぜずして、其のまま書き列ね、同類項は之を約すべし.

實際ハ下ノ如ク、同類項ヲ縦ニ揃ヘテ書キ、計算スルヲ便トス.

$$\begin{array}{r} 3a+5b-4c \\ 5a \quad +2c \\ \hline 8a+5b-2c \end{array}$$

問題

次ノ諸式ヲ加へヨ.

1. $2a-6b+4c, 3a+2b-5c$
2. $-5a+9b-12c, 4a+3b+8c$
3. $15x-7y+3z, -9x+5y-6z, 12x+8z$

4. $7ax+3by-cz$, $3ax-8by$, $6ax+2by-5cz$
 5. $8x^3+5y-9z^2$, $-14x^2+6y+4z$, $-5x^2-8y^2$

————— < 補 充 問 題 > —————

次ノ諸式ヲ加ヘヨ。

1. $3x-2y$, $-2x+3y$, $x-y$
 2. $5x^2+y$, x^2-10 , $-7x^2+1$
 3. $a^2-ax+4x^2$, $3a^2+2ax-5x^2$, $-a^2-ax-x^2$
 4. $a-2b$, $3a+4b$, $a+5b$, $-5a-b$, $a-5b$
 5. $3x^2+y^2$, $2x^2-7y^2$, $-4x^2-5y^2$, x^2+3y^2 , $-3y^2$
 6. $3ax^3-3by^3$, $2ax^3+4by^3$, $2by^3-4ax^3$, by^3-ax^3

第二節 減 法

1. 單項式の減法

例 1. $5a$ より $-3b$ を減ぜよ

(方法) $5a - (-3b) = 5a + 3b$

例 2. $6x$ より $4x$ を減ぜよ。

(方法) $6x - 4x = 2x$

上ノ如ク、

單項式を減ずるには、被減數の右に減數の符號を變じたるものを書き添へ、同類項は之を約すべし。

問 題

次ノ問題ニ於テ、左ノ項ヨリ右ノ項ヲ減ゼヨ。

1. $8a$, $5b$ 2. $12x$, $-7y$
 3. $-4x$, $9x$ 4. $6a$, $-5a$
 5. $-3ab$, $-bc$ 6. $-8ax$, $-10ax$

2. 多項式の減法

例 1. $5a+3b$ より $2a-6b$ を減ぜよ。

(方法) $5a+3b-2a+6b=3a+9b$

上ノ如ク、

多項式を減ずるには、被減數の右に減數の各項の符號を變じて書き添へ、同類項は之を約すべし。

實際ハ下ノ如ク、同類項ヲ縦ニ揃ヘテ書キ計算スルヲ便トス。

$$\begin{array}{r} 5a+3b \\ 2a-6b \\ \hline 3a+9b \end{array}$$

問題

次ノ問題ニ於テ、左ノ式ヨリ右ノ式ヲ減ゼヨ。

1. $15a-8b$, $6a-13b$
2. $-9a+5b-7c$, $14a+8b+3c$
3. $12x-6y+9z$, $10x+8y+6z$
4. $-ab+3bc-4cd$, $3ab+5bc-6c$
5. $18ax-8by-cz$, $6ax-3by+7cz-5ab$

——— < 補充問題 > ———

次ノ問題ニ於テ、左ノ式ヨリ右ノ式ヲ減ゼヨ。

1. $3x^2-4x$, $2x^2+x$
2. $3x-9$, $5x+1$
3. $2x^3-5$, $-x^3+2$
4. $5x^2+4x-3$, $-x^2-3x+5$
5. $3a+2b-3c-d$, $2a-2b+c-2d$
6. $7-3x+2x^2$, $15-4x-5x^2$
7. $x^2-y^2-z^2+8$, $2x^2+y^2-2z^2+10$
8. $x^2y-xy^2+2x^2y^2$, $10x^2y+3x^2y^2-13xy^2$
9. $5-ac+8cd-5ad$, $3-2ab+3ac-4cd$
10. $x^3-x^2+x^2-2x+5$, $x^3-2x^2+x^2+5$

3. 括弧用法

例 1. $a+b+(c-d)$ の括弧を去れ。

(方法) $a+b+(c-d)$ ハ $a+b=c-d$ ヲ加フルコトナレバ、加法ニヨルトキハ、

$$a+b+(c-d)=a+b+c-d \quad (1)$$

故ニ一般ニ、

十の次に來る括弧は其のまま取去りて可なり。

例 2. $a+b-(c+d)$ の括弧を去れ。

(方法) $a+b-(c+d)$ ハ $a+b$ ヲリ $c+d$ ヲ減ズルコトナレバ、減法ニヨルトキハ、

$$a+b-(c+d)=a+b-c-d \quad (2)$$

故ニ一般ニ、

一の次に來る括弧を取去るには、括弧内の各項の符號を變ずべし。

上ノ例 1. 例 2. ニ於テ、式ノ左邊ハ右邊ニ等シケレバ、又次ノ如ク云ヒ得ベシ。

十の次に來る二ツ以上の項は各其のまま括弧内に入れて可なり。

一の次に來る二ツ以上の項は、各符號

を變じて括弧内に入れて可なり。

問題

次ノ各式ノ括弧ヲ去レ。

1. $x+y+(a-b)$
2. $x-y-(a+b)$
3. $5a-(3a+4b)+(6b-2c)$
4. $6a-\{2a+(a-b)\}$
5. $ax+\{ax-(ax+2)\}$

次ノ各式ノ第二項以下ヲ括弧内ニ入レヨ。

6. $2a+3b-5c-d$
7. $5a-3b+4c-2d$
8. $x+2x^2-3y+z$

第三節 乘法

1. 單項式の乘法

例 1. $5a$ に $3b$ を乗ぜよ。

(方法) $5a \times 3b = 5 \times 3 \times ab = 15ab$

例 2. $6ab$ に $-2ac$ を乗ぜよ。

(方法) $6ab \times (-2ac) = 6 \times (-2) \times aabc$
 $= -12a^2bc$

例 3. a^3 に a^2 を乗ぜよ。

(方法) $a^3 = aaa$ $a^2 = aa$

故 = $a^3 a^2 = aaaaa = a^{3+2} = a^5$

例 4. $-3x^2yz$ に $8xy^3$ を乗ぜよ。

(方法) $-3x^2yz \times 8xy^3 = -24x^{2+1}y^{1+3}z$
 $= -24x^3y^4z$

上ノ如ク、

單項式を乗ずるには、係數の積の右に兩項の文字を書き列べ、乗法の規則に依り、正又は負の符號を附すべし。

兩項に同じ文字あるときは、其文字の兩項に於ける指數の和を其指數とすべし。

問題

次ノ諸項ノ積ヲ求メヨ。

1. $4a, 7b$
2. $5a, -8b$
3. $-3a, 5b$
4. $-4x, -6y$
5. $2a^2x, 4a^3x^2y$
6. $9xy^2, -7x^3y^4z$

2. 多項式と單項式との乘法

例 1. $3a+4b-c$ に $2a$ を乗ぜよ。

(方法) 算術ニ於テ、 $(4+5+7) \times 3 = 4 \times 3 + 5 \times 3 + 7 \times 3$

ナルガ如ク,

$$(3a+4b-c) \times 2a = 6a^2 + 8ab - 2ac \text{ ナリ.}$$

上ノ如ク,

多項式に單項式を乗ずるには、乘數なる單項式を、被乘數なる多項式の各項に乘ずれば可なり。

問題

次ノ積ヲ求メヨ。

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1. $(4a-7b+2c) \times 3a$ | 2. $(2x+4y-6) \times 5x$ |
| 3. $(3-5y+3z) \times 6x^2$ | 4. $(8ac^2-3m^2n) \times 5an$ |
| 5. $(m-m^2-3m^3) \times (-7m^2n)$ | |
| 6. $(8x^2y-5xy^2-y^3) \times 3xy$ | |
| 7. $\{(x-6y)+(4z+5)\} \times xyz$ | |
| 8. $\{5(a+b)^2-3(a+b)-5\} \times 2(a+b)$ | |

3. 多項式の乘法

例 1. $x-y$ に $a+b$ を乘ぜよ。

(方法) 算術ニ於テ,

$$(5+7) \times (4+3) = (5+7) \times 4 + (5+7) \times 3 \text{ ナルガ如ク,}$$

$$\begin{aligned} (x-y)(a+b) &= (x-y)a + (x-y)b \\ &= ax - ay + bx - by \end{aligned}$$

或ハ

$$\begin{array}{r} x-y \\ a+b \\ \hline ax-ay \\ \quad +bx-by \\ \hline ax-ay+bx-by \end{array}$$

例 2. $3x^2-2x+6$ に $x+2$ を乘ぜよ。

(方法)

$$\begin{array}{r} 3x^2-2x+6 \\ x+2 \\ \hline 3x^3-2x^2+6x \\ \quad +6x^2-4x+12 \\ \hline 3x^3+4x^2+2x+12 \end{array}$$

問題

次ノ諸式ノ積ヲ求メヨ。

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 1. $a+2, a-4$ | 2. $a+5, a-3$ |
| 3. $2a+3, 3a-5$ | *4. $a+b, a+b$ |
| *5. $a-b, a-b$ | *6. $a+b, a-b$ |
| 7. $ax+by, ax-by$ | 8. $4a+b, a-ab$ |
| 9. $4x^2+3x-4, x+2$ | 10. $a^2+2ab+b^2, a+b$ |

*ノ答ハ特ニ記憶セヨ。

補充問題

次ノ諸式ノ積ヲ求メヨ。

- | | |
|-------------------|---------------------------|
| 1. $x-3, 3x+2$ | 2. $2x+5, x-7$ |
| 3. $3x-4y, 4x-3y$ | 4. $7x^2-5y^2, 4x^2+3y^2$ |

5. $5xy+6, 6xy-7$ 6. $4a^2-b^2c, 8a^2c+2ab^2c^2$
 7. $a^2-ab+b^2, a+b$ 8. $2x^2-3xy+2y^2, 3x-5y$
 9. a^2-ab+b^2, a^2+ab+b^2
 10. $2x^2-8xy+9y^2, 2x-3y$

次ノ諸式ノ積ヲ求メヨ.

11. $(2x+3y)^2$ 12. $\{(a+b)+4\}^2$
 13. $(2x-3y)^2$ 14. $\{(x+2y)-5\}^2$
 15. $\{3+(a+b)\}^2$ 16. $\{3a^2-(b+2c)\}^2$
 17. $(2x+3y)(2x-3y)$ 18. $\{x+(a+b)\}\{x-(a+b)\}$
 19. $(a+b+3)(a+b-3)$ 20. $(4+x+y)(4-x-y)$

第四節 除法

1. 單項式の除法

例 1. $6ab$ を $2a$ にて割れ.

(方法) $\frac{6ab}{2a} = 3b$

例 2. a^5 を a^3 にて割れ.

(方法) $\frac{a^5}{a^3} = \frac{aaaaa}{aaa} = a^2$

故 = $\frac{a^5}{a^3} = a^{5-3} = a^2$

例 3. $-12a^4b^2c$ を $3a^2b$ にて割れ.

(方法) $\frac{-12a^4b^2c}{3a^2b} = \frac{-12a^{4-2}b^{2-1}c}{3} = -4a^2bc$

例 4. x^5y^3z を $-x^2y^2z$ にて割れ.

(方法) $\frac{x^5y^3z}{-x^2y^2z} = -x^{5-2}y^{3-2} = -x^3y$

上ノ如ク,

單項式を單項式にて除するには、係數あるときは、被除數の係數を除數の係數にて除したるものを商の係數となし、其右に被除數中の文字より、除數に含まれたる同文字を去りたるものを書き列ね、除法の規則に依りて、正又は負の符號を附すべし.

若シ被除數ト除數トノ同文字ガ指數ヲ異ニスルキハ、被除數ノ指數ヨリ除數ノ指數ヲ減ジタルモノヲ商ニ於ケル其文字ノ指數トスベシ.

例 5. $15a^2b$ を $3abc$ にて割れ.

(方法) $\frac{15a^2b}{3abc} = \frac{5a}{c}$

例 6. ab を a^2bx にて割れ.

(方法) $\frac{ab}{a^2bx} = \frac{1}{ax}$

上ノ如ク,

若し除數に被除數中に含まれざる文字あるときは、之を分母として分數の形となすべし.

問題

次ノ商ヲ求メヨ.

1. $6a \div 3a$
2. $12abc \div 3bc$
3. $-15x^2y \div 5xy$
4. $18xy \div (-x^2y)$
5. $-28a^2x^2 \div 7ax^2$
6. $-24x^7y^4z \div (-12x^4y^3)$
7. $15a^3bx^2 \div (-5a^2b^2x)$
8. $12x^2y^3 \div 15ax^2y^3$

2. 多項式を單項式にて除する法

例 1. $ab - ac + ad$ を a にて割れ.

(方法) $\frac{ab - ac + ad}{a} = \frac{ab}{a} - \frac{ac}{a} + \frac{ad}{a}$
 $= b - c + d$

上ノ如ク,

多項式を單項式にて除するには被除

數なる多項式の各項を除數なる單項式にて除すれば可なり.

問題

次ノ商ヲ求ムベシ.

1. $(15ax + 6ay) \div 3a$
2. $(16a^2b - 12a^3) \div (-4a)$
3. $(9x^5y^2 + 21x^2yz) \div 3x^2y$
4. $(-ax^5 + bx^3 - cx^2) \div (-x^2)$
5. $(-ax^5 + bx^3 - cx^2) \div ax^2y$
6. $(4ax^5 - 8a^2x^4 - 6a^3x^3) \div 2ax^3$

<補充問題>

次ノ問題 = 於テ、左ノ式ヲ右ノニテ割レ.

1. $4ab^2 - 6a^2bc,$ $-2ab$
2. $-3x^3 + 7x^2 - x,$ $-x$
3. $15x^3y - 10x^2y^2 - 5xy^3,$ $5xy$
4. $-m - m^2 + m^3 - m^4,$ $-m$
5. $(a+b)x + (a+b)y,$ $(a+b)$
6. $x(x+1) + (x+1)$ $(x+1)$

3. 多項式の除法

多項式ノ除法ハ通例先ヅ被除數ト除數トヲ、或
共通文字ノ降冪ニ整頓シテ後ニ行フベシ。

例 1. $3a^2+4ab+b^2$ を $a+b$ にて割れ。

(方法)

$$\begin{array}{r}
 3a+b \\
 a+b \overline{) 3a^2+4ab+b^2} \\
 \underline{3a^2+3ab} \dots\dots\dots (a+b) \times 3a \\
 ab+b^2 \\
 \underline{ab+b^2} \dots\dots\dots (a+b) \times b \\
 0
 \end{array}$$

先ヅ被除數ノ初メノ項 $3a^2$ ヲ除數ノ初メノ項 a
ニテ割リ、 $3a$ ヲ得。之ヲ商ノ第一項トス。

此商 $3a$ ヲ除數ノ各項ニ乗ジ、其積ヲ被除數ヨリ引
キ、殘リ $ab+b^2$ ヲ得。

次ニ $ab+b^2$ ニ於テ ab ヲ除數ノ初メノ項 a ニテ割
リ b ヲ得。之ヲ商ノ第二項トス。之ヲ除數ノ各項
ニ乗ジ、其積ヲ引クコト前ト同様ニナシテ殘リナシ。

サレバ前ニハ除數 $(a+b)$ ト $3a$ トノ積ヲ引キ、次ニ
ハ除數 $(a+b)$ ト b トノ積ヲ引キテ殘リナシ。

即 除數 $(a+b)$ ト $(3a+b)$ トノ積ヲ被除數ヨリ引
キテ殘リナキナリ。

即 $3a^2+4ab+b^2=(a+b)(3a+b)$ ナリ。
故ニ $\frac{3a^2+4ab+b^2}{a+b}=3a+b$ ナリ。

例 2. $12a^3-10a^2-8a$ を $2a+4a^2$ にて割れ。

(方法) 先ヅ除數ヲ被除數ト同様ニ a ノ降冪ニ整
頓シ、例 1. ノ如ク運算ス。

$$\begin{array}{r}
 3a-4 \\
 4a^2+2a \overline{) 12a^3-10a^2-8a} \\
 \underline{12a^3+6a^2} \\
 -16a^2-8a \\
 \underline{-16a^2-8a} \\
 0
 \end{array}$$

例 3. $8a^3+9a^2b+6ab^2$ を $a+b$ にて割れ。

(方法)

$$\begin{array}{r}
 8a^2+ab \\
 a+b \overline{) 8a^3+9a^2b+6ab^2} \\
 \underline{8a^3+8a^2b} \\
 a^2b+6ab^2 \\
 \underline{a^2b+ab^2} \\
 5ab^2
 \end{array}$$

此例ハ割切レズシテ殘リアリ。此殘リハ殘リト
シテ存シ置クカ、又ハ分數ノ形トシテ、次ノ如クナス
ベシ。

$$8a^2+ab+\frac{5ab^2}{a+b}$$

上ノ例 3 ヲ除數ト被除數トヲ b ノ降冪ニ整頓シ
テ割ルトキハ、次ノ如シ。

$$\begin{array}{r}
 6ab+3a^2 \\
 b+a \overline{) 6ab^2+9a^2b+8a^3} \\
 \underline{6ab^2+6a^2b} \\
 3a^2b+8a^3 \\
 \underline{3a^2b+3a^3} \\
 5a^3
 \end{array}$$

此殘リヲ分數ノ形トス
レバ、商ハ $6ab+3a^2+\frac{5a^3}{b+a}$

此ノ如ク,

割切レザル場合ニ於テハ, 降冪ニ整頓セル文字ノ
異ルニ依リテ, 異リタル結果ヲ生ズルモノナリ.

問題

次ノ問題ニ於テ, 左ノ式ヲ右ノ式ニテ割レ.

1. $2a^2+10a+12$, $a+3$
2. $a^2+3a-10$, $a-2$
- *3. $a^2+2ab+b^2$, $a+b$
- *4. $x^2-2xy+y^2$, $x-y$
- *5. a^2-b^2 , $a+b$
6. $12x^2-10xy-15y^2$, $3x+2y$
7. $6a^3+15a^2b-4ab-10b^2$, $2a+5b$
8. $44x^2-xy-3y^2$, $11x-3y$
9. $2x^3-9x^2+11x-3$, $2x-3$
10. $6a^3-17a^2x+14ax^2-3x^3$, $2a-3x$
11. $4y^4-18y^3+22y^2-7y+5$, $2y-5$
12. $9x-18x^3+8x^4-13x^2+2$, $4x^2+x-2$

*ノ答ハ特ニコレヲ記憶セヨ.

補充問題

次ノ問題ニ於テ, 左ノ式ヲ右ノ式ニテ割レ.

1. $3x^2+7x+2$, $x+2$
2. $6x^2+7x+2$, $3x+2$
3. $12x^2+xy-20y^2$, $3x+4y$
4. $3x^2+x-14$, $x-2$
5. $6x^2-31xy+35y^2$, $2x-7y$
6. $12a^2-11ac-36c^2$, $4a-9c$
7. $-15x^2+59x-56$, $3x-7$
8. $35x^3+47x^2+13x+1$, $5x+1$
9. $10-x^3-27x^2+12x^4-3x$, $x+4x^2-2$
10. $5a^4b-3a^3b^2-a^2b^3+3a^5-4b^5$, $a^2+3ab+2b^2$

次ノ問題ノ商ヲ求メヨ.

11. $\frac{4x^2-9y^2}{2x-3y}$
12. $\frac{x^2-(a+b)^2}{x+(a+b)}$
13. $\frac{25x^2-36y^4}{5x-6y^2}$
14. $\frac{16x^4-49y^4}{4x^2+7y^2}$
15. $\frac{(x+1)^2-a^2}{x+1+a}$
16. $\frac{a^2-(b-2c)^2}{a-(b-2c)}$
17. $\frac{a^2+8}{a+2}$
18. $\frac{8x^3-27y^3}{2x-3y}$

第三章 方程式

1. 方程式 等號を以て二つの代數式の相等しきことを示せる式を等式と稱す。

例へば $a(x+2)=ax+2a$ 或ハ $x+3=8$ ノ如シ。

等式中ノ文字ノ値ヲ如何ナル數ニナスモ恒ニ相等シキトキハ、之ヲ恒等式ト云フ。

例へば $a(x+2)=ax+2a$ ノ如キハ、 x ト a トニ如何ナル値ヲ與フルモ兩邊ノ値ハ恒ニ相等シ。故ニ之ハ恒等式ナリ。

等式中ノ文字ノ値を、或特別なる數になす時にのみ兩邊相等しきときは、之を方程式と稱す。

例へば $x+3=8$ ノ如キハ、 a ノ値ヲ5トナストキノミ兩邊相等シクシテ、其他ノ數ニテハ兩邊相等シカラズ。故ニ之ハ方程式ナリ。

方程式に於て、既知數は通常羅馬字の始めの方の文字 a, b, c 等を以て表し、未知數は其終りの方の文字 x, y, z 等を以て表す。

2. 方程式の根 方程式中の未知數の値を方程式の根と云ひ、根を求むることを方程式を解くと云ふ。

例へば $ax+bx+c=15$ ノ如キ未知數一ツニシテ、且其指數ノ1ナル方程式ヲ一元一次方程式ト稱ス。

3. 方程式の解法は次の理に基く

- (1) 總テ方程式ノ兩邊ノ如キ、相等シキ數ニ同ジ數ヲ加フレバ、其和相等シ。
- (2) 相等シキ數ヨリ同ジ數ヲ減ズレバ、其差相等シ。
- (3) 相等シキ數ニ同ジ數ヲ乘ズレバ、其積相等シ。
- (4) 相等シキ數ヲ同ジ數ニテ除スレバ、其商相等シ。

4. 方程式解法

例 1. $3x+4=10$ を解け.

(方法) 兩邊ヨリ 4 ヲ減ズレバ,

$$3x=10-4$$

即 $3x=6$

兩邊ヲ 3 ニテ除スレバ,

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

即 $x=2$

故ニ此方程式ノ根ハ 2 ナリ。

(驗) 方程式ヲ解キ答數ヲ得タルトキハ、其答數ガ題意ニ適フヤ否ヤヲ驗スベシ。其方法ハ、例ヘバ上ノ方程式ニ於テハ、 x ノ代リニ 2 ヲ用フレバ、

$$3 \times 2 + 4 = 10$$

トナリテ兩邊ノ相等ヲ失ハズ。

故ニ 2 ハ此方程式ヲ満足スト云ヒ、根トシテ正確ナルモノトス。

例 2. $6x-3=13+2x$ を解け.

(方法) 兩邊ヨリ $2x$ ヲ減ズレバ,

$$6x-2x-3=13$$

即 $4x-3=13$

兩邊ニ 3 ヲ加フレバ,

$$4x=13+3$$

即 $4x=16$

兩邊ヲ 4 ニテ除スレバ,

$$x=4$$

即求ムル所ノ根ハ 4 ナリ。

(驗) $6 \times 4 - 3 = 21$

$$13 + 2 \times 4 = 21$$

即 x ヲ 4 トスレバ、左右兩邊トモ相等シクナルガ故ニ、4 ハ此方程式ノ根ナルコト正確ナリトス。

例 3. $7(x-2)+2=3(x+8)$ を解け.

(方法) 括弧ヲ去レバ,

$$7x-14+2=3x+24$$

即

$$7x-12=3x+24$$

兩邊ヨリ $3x$ ヲ減ズレバ,

$$4x-12=24$$

兩邊 = 12 ヲ加フレバ,

$$4x=36$$

兩邊ヲ 4 ニテ除スレバ,

$$x=9$$

即 9 ハ求ムル所ノ根ナリ.

(驗) $7 \times (9-2) + 2 = 51$

$$3 \times (9+8) = 51$$

左右兩邊相等シ. 故ニ 9 ハ此方程式ノ根ナルコト
正確ナリトス.

例 4. $2x + \frac{x+5}{3} = x+7$ を解け.

(方法) 分母ヲ拂フ爲ニ兩邊ニ 3 ヲ乘ズレバ,

$$6x+x+5=3x+21$$

即

$$7x+5=3x+21$$

兩邊ヨリ $3x$ ヲ減ズレバ,

$$4x+5=21$$

兩邊ヨリ 5 ヲ減ズレバ,

$$4x=16$$

故ニ

$$x=4$$

即求ムル所ノ根ハ 4 ナリ.

例 5. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = 5$ を解け.

(方法) 分母ヲ拂フ爲ニ分母ノ最小公倍數 12 ヲ

兩邊ニ乘ズレバ,

$$8x-3x=60$$

$$5x=60$$

即

$$x=12$$

即求ムル所ノ根ハ 12 ナリ.

前ノ數例ニ由テ見ルトキハ、方程式ノ一邊ニ於テ消エタル項ハ、符號ヲ變ジテ他ノ邊ニ現ルルヲ認ムベシ。

サレバ一般ニ、

方程式ノ一邊ノ或項ノ符號ヲ變じて他ノ邊に移すことを得るものとす。

斯くすることを移項すと云ふ。

實際ニ於テ熟練ノ後ハ、兩邊ニ加減スル代リニ直ニ移項シテ計算スルヲ便トス。

注意 一般ニ方程式ヲ解クニハ、始ニ分數ノアルモノハ分母ヲ拂ヒ、又括弧ノアルモノハ括弧ヲ去リ、項ヲ集メ又ハ移シテ式ヲ整頓スルヲ要ス。

問題

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|--------------------|---------------------------------------|
| 1. $3x+12=x+4$ | 2. $5x=3(x+12)$ |
| 3. $40x+30=45x-10$ | 4. $2(x+6x)=98$ |
| 5. $40+x=4(20-x)$ | 6. $45(30-x)+57x=1542$ |
| 7. $4(x-4)=3x-4$ | 8. $2\left(x+\frac{5x}{8}\right)=156$ |

或題 2, 3, 11, 14

9. $x - \left(\frac{4}{7} + 8\right) = \frac{x-7}{4}$ 10. $5x - \frac{x-2}{3} = 4x+6$

11. $\frac{3x}{4} = \frac{2x}{5} + 14$ 12. $\frac{x}{8} + \frac{x}{2} + 9 = x$

< 補充問題 >

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|--|---|
| 1. $x^2 - x(x+5) = x+12$ | 2. $2x - 3(x-3) + 2 = 0$ |
| 3. $7(2-3x) = 2(7-8x)$ | 4. $3 - 2(3x+2) = 7$ |
| 5. $(x-8)(x+12) - (x+1)(x-6) = 0$ | |
| 6. $5(x-3) - 7(6-x) + 3 = 24 - 3(8-x)$ | |
| 7. $3(x-1)(x+1) = x(3x+4)$ | 8. $4(x-3)^2 = (2x+1)^2$ |
| 9. $\frac{5}{5}x + 6 = \frac{1}{2}x + 8$ | 10. $\frac{7}{9}x - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} - \frac{2}{9}x$ |

5. 方程式の應用

應用題ノ解法ハ、算術ト比較研究スルヲ便ナリトスルガ故ニ、以下數例ニ於テハ、兩種ノ解法ヲ記述スベシ。

例1. 金千圓を甲乙の二人に分配するに、甲の所得は乙の所得の二倍よりも四十圓多しと云ふ。各の所得幾何なるか。

(算術上ノ解) 甲乙二人ノ所得ハ合シテ 1000 圓ナリ。然ルニ、甲ノ所得ハ乙ノ所得ノ 2 倍ヨリ 40 圓多シ。故ニ乙ノ所得ト乙ノ所得ノ 2 倍ニ 40 圓ヲ加ヘタルモノ (即甲ノ所得) トヲ加フレバ、又 1000 圓トナルベシ。故ニ乙ノ所得ノ 3 倍ニ 40 圓ヲ加ヘタルモノガ 1000 圓トナル。故ニ 1000 圓ヨリ 40 圓ヲ引クトキハ、残りハ乙ノ所得ノ 3 倍ナリ。故ニ $(1000-40) \div 3 = 320$ 即三百二十圓ハ乙ノ所得ナリ。

從テ甲ノ所得ハ、 $320 \times 2 + 40 = 680$ 即六百八十圓ナリトス。

(代數上ノ解) 乙ノ所得ヲ知レバ甲ノ所得ハ容易ニ之ヲ知リ得ルガ故ニ、先ヅ乙ノ所得ヲ求ムベシ。

乙ノ所得ヲ x 圓トスレバ、甲ノ所得ハ $(2x+40)$ 圓ニシテ、甲乙ノ所得ノ和ハ 1000 圓ナリ。由テ次ノ方程式ヲ得。

$$x + 2x + 40 = 1000$$

$$\text{即} \quad 3x + 40 = 1000$$

兩邊ヨリ 40 ヲ減ズレバ、

$$3x = 960$$

$$\text{故ニ} \quad x = 320$$

即乙ノ所得ハ三百二十圓ナリトス。

從テ甲ノ所得ハ $320 \times 2 + 40 = 680$ ニシテ六百八十圓ナリ。

(驗) 甲乙ノ所得ノ和ハ千圓トナリ、且甲ノ所得ハ乙ノ所得ノ二倍ヨリ四十圓多シ。故ニ此答ハ本題ニ適ヒテ正確ナリトス。

注意 上ノ兩種ノ解法ハ、其考ヘ方ニ於テハ、殆ド同一ナリト雖、代數上ノ解ニ於テハ、方程式ヲ用ヒタルガ爲ニ、言語ヲ省略シ、且論理ノ次第一見甚明瞭ナリ。是レ代數學ノ算術ニ比ベテ大ニ便益ナル所ナリトス。

問 題

1. 金 2500 圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ分配スルニ,甲ニハ乙ヨリ 300 圓多ク,乙ニハ丙ヨリ 200 圓多カラシメントス. 各幾圓ヅツニ分配スベキカ.
2. 某數ノ 8 倍ヨリ 60 ヲ引キタルモノハ,某數ノ 5 倍ニ 90 ヲ加ヘタルモノニ等シト云フ. 某數幾何ナルカ.

例 2. 大小ノ二數あり. 其和は百四十にして,其差は二十なり. 二數各幾何なるか.

(算術上ノ解) 大小ノ和ヨリ差ヲ減ズレバ,小ナル數ニツトナルベシ. 即 $140 - 20 = 120$ ハ小ナル數ノ 2 倍ナリ. 由テ小ナル數ハ $120 \div 2 = 60$ ナリ. 故ニ大ナル數ハ $60 + 20 = 80$ ナリ.

(代數上ノ解) 小ナル數ヲ x トスルトキハ,大ナル數ハ $x + 20$ トナル. 由テ次ノ方程式ヲ得.

$$x + x + 20 = 140$$

即 $2x + 20 = 140$

兩邊ヨリ 20 ヲ減ズレバ,

$$2x = 120$$

故ニ $x = 60 \dots\dots\dots$ (小ナル數)

從テ大ナル數ハ $60 + 20 = 80$

(驗) $80 + 60 = 140$ ニシテ $80 - 60 = 20$ ナリ. 故ニ大 80 小 60 ハ題意ニ適ヒテ正確ナリトス.

(同別解) 大ナル數ヲ x トスレバ,小ナル數ハ $x - 20$ トナリテ次ノ方程式ヲ得.

$$x + x - 20 = 140$$

$$2x - 20 = 140$$

兩邊ニ 20 ヲ加フレバ,

$$2x = 160$$

故ニ $x = 80 \dots\dots\dots$ (大ナル數)

從テ小ナル數ハ $80 - 20 = 60$

問 題

3. 一反(二丈八尺)ノ反物ヲ以テ姉妹二人ノ着物ヲ仕立ツルニ,姉ノ方ハ妹ヨリ一丈二尺長シト云フ. 各幾尺ナルカ.
4. 三人ノ所有金ヲ調べシニ,甲ハ乙ヨリ十圓多ク,乙ハ丙ヨリ三十圓多シ. 而シテ甲丙ノ和ハ百八十圓ナリト云フ. 各ノ所有金幾何ナルカ.

甲ハ乙ヨリ十圓多ク
乙ハ丙ヨリ三十圓多シ
甲丙ノ和ハ百八十圓ナリト云フ

例 3. 甲乙の兩人共に東地より西地に向て行くに、乙出立して三十六里先きに行きしとき甲出立せり。而して日々甲は十二里、乙は九里づつ行くと云ふ。然らば甲は出立してより幾日後に乙に追付くべきか。

(算術上ノ解) 甲ハ乙ヨリ一日ニ3里多ク歩ムガ故ニ、一日ニ3里ダケ追付キ得ベシ。而シテ甲ハ乙ヨリ36里後レ居ルヲ以テ、其里數ダケ追付クニハ、 $36 \div 3 = 12$ 即十二日ヲ要ス。

(代數上ノ解) 求ムル日數ヲ x トス。然ルトキハ甲ノ行キタル里數ハ $12x$ ニシテ、乙ノ行キタル里數ハ $9x+36$ ナリ。而シテ甲乙ノ行キタル里數ハ相等シキヲ以テ、次ノ方程式ヲ得。

$$12x = 9x + 36$$

兩邊ヨリ $9x$ ヲ減ズレバ、

$$3x = 36$$

故ニ $x = 12$

即甲ハ出立後十二日ニシテ乙ニ追付クモノトス。

(驗) 乙ノ行キシ里數ハ $9 \times 12 + 36 = 144$ トナリ、甲ノ行キシ里數ハ $12 \times 12 = 144$ トナリテ、双方相等シキガ故ニ追付クコトヲ得ベシ。故ニ $x = 12$ ハ正確ナリトス。

問題

5. 甲乙ノ兩人同所ヨリ同方向ニ向テ行クニ、毎日甲ハ十二里、乙ハ十里ヅツ行キ、而シテ乙ハ甲ヨリ三日前ニ出立セバ、甲ハ幾日ニシテ乙ニ追付クベキカ。
6. 甲乙ノ兩人共ニ東都ヨリ西都ヘ行カントシ、甲ハ乙ヨリ二日後ニ出發シタレドモ、平均一日ニ二里ヅツ多ク歩ミシニヨリ、十日目ノ夕刻乙ニ追付キタリト云フ。然ラバ甲乙各一日ニ平均幾里ヅツ歩ミシカ。

例 4. 今年母は四十歳にして、子は十二歳なり。母の歳が子の歳の三倍になるは今より幾年の後なるか。

(算術上ノ解) 母子ノ年齢ノ差ハ常ニ一定ス。故ニ子ノ歳ガ此差ノ半分ニナリタルトキハ、母ノ歳ガ丁度子ノ歳ノ三倍ニナルベシ。

即其時子ノ歳ハ差ノ半分ニシテ、

$$(40-12) \div (3-1) = 14$$

即十四歳ナリ。由テ今日ヨリ $14-12=2$ 即二年後ナリトス。

(代數上ノ解) 求ムル所ノ年數ヲ x トス。然ルトキハ、 x 年ノ後ニハ母ノ歳ハ $(40+x)$ 歳トナリテ子ノ歳ノ三倍トナリ、而シテ其時子ノ歳ハ $(12+x)$ 歳トナル。

由テ次ノ方程式ヲ得。 $3(12+x) = 40+x$

$$36+3x=40+x$$

兩邊ヨリ x ヲ減ズレバ、 $36+2x=40$

兩邊ヨリ 36 ヲ減ズレバ、 $2x=4$

故ニ $x=2$

即今ヨリ二年ノ後ナリトス。

後

$$\begin{aligned} 3(12+x) &= 40+x \\ 36+3x &= 40+x \\ 3x-x &= 40-36 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

(驗) 二年ノ後ニナレバ母ノ歳ハ $40+2=42$ トナリ、子ノ歳ハ $12+2=14$ トナリ、母ノ歳ハ子ノ三倍トナリテ題意ニ適フ。故ニ $x=2$ ハ正確ナリトス。

問題

7. 今年父ノ歳ハ六十六歳ニシテ子ノ歳ハ十二歳ナリ。今ヨリ幾年ノ後ニ父ノ歳ハ子ノ歳ノ四倍ニナルカ。
8. 母ノ二十五歳ノトキ生レタル子アリ。母ノ歳ガ子ノ歳ノ五倍ニナルトキハ、子ノ歳ハ幾ツナルカ。

例 5. 梨を兒童に分配するに、一人につき五個づつ與ふれば二十個餘り、七個づつ與ふれば四個不足すと云ふ。梨及兒童の數各幾何なるか。

(算術上ノ解) 一人ニ七個ヅツ與フルトキハ、五個ヅツ與フルトキノ餘リ二十個ヲモ分チテ猶四個不足スルモノナレバ、ツマリ一人ニ $7-5=2$ 個ヅツ多ク與フル爲ニ $20+4=24$ 個多クヲ要スルナリ。故ニ兒童ノ數ハ $24 \div 2 = 12$ 即 12 人ニシテ、梨ノ數ハ $5 \times 12 + 20 = 80$ 個ナリトス。

(代數ノ上解) 兒童ノ數ヲ x トス. 然ルトキハ梨ノ數ハ $5x+20$ 又ハ $7x-4$ ナリ. 由テ次ノ方程式ヲ得

$$7x-4=5x+20$$

兩邊ヨリ $5x$ ヲ減ズレバ, $2x-4=20$

兩邊ニ 4 ヲ加フレバ $2x=24$

故ニ $x=12$

即兒童ノ數ハ 12 人ナリトス. 從テ梨ノ數ハ

$7 \times 12 - 4 = 80$ (又ハ $5 \times 12 + 20$) ニシテ 80 個ナリ.

(驗) 兒童ノ數 12 人ナレバ梨ノ數ハ $5 \times 12 + 20 = 80$ トナリ, 80 個ナレバ 5 個ヅツ 12 人ニ分チテ 20 個餘リ, 又 7 個ヅツ 12 人ニ與フレバ 4 個不足シテ題意ニ適フ. 故ニ $x=12$ ハ正確ナリトス.

問題

- 9. 林檎若干ヲ子供ニ分與スルニ, 一人ニ七個ヅツトスレバ十個餘リ, 八個ヅツトスレバ五個不足スト云フ. 子供及林檎ノ數各幾何ナルカ.
- 10. 白米若干ヲ罹災貧民ニ分ツニ, 一人ニツキ七升五合ヅツトスレバ九斗五升餘リ, 八升ヅツトスレバ三斗二升不足スト云フ. 貧民ノ數幾何.

故ニ
夫故ニ
ニヤレトナレバ

例 6. 鶴龜ノ頭數合せて六十にして, 足數合せて百五十なり. 各幾匹なるか.

(算術上ノ解) 60 匹ヲ盡ク鶴ナリトスレバ, 其足數ハ $2 \times 60 = 120$ 即百二十本ナリ. 然ルニ本題ニ於テハ 150 本ニシテ, $150 - 120 = 30$ 即三十本多シ. コレ 60 匹ノ内ニ龜アリテ, 一匹ニツキ鶴ヨリ 2 本ヅツ多キ足數ガ, 其匹數ダケ積リテ三十本多クナリタルナリ. 依テ龜ノ數ハ $30 \div 2 = 15$ 即十五匹ナルヲ知ルベシ.

從テ鶴ノ數ハ $60 - 15 = 45$ 即四十五匹ナリトス.

(代數上ノ解) 鶴ノ頭數ヲ x トスレバ, 龜ノ頭數ハ $60 - x$ ニシテ, 其足數ハ鶴ハ $2x$ ニシテ, 龜ハ $4(60 - x)$ ナリ. 由テ次ノ方程式ヲ得.

$$2x + 4(60 - x) = 150$$

$$2x + 240 - 4x = 150$$

即 $-2x + 240 = 150$

兩邊ヨリ 240 ヲ減ズレバ,

$$-2x = -90$$

故ニ $x = 45 \dots \dots (鶴)$

即鶴ノ數ハ四十五匹ナリトス.

從テ龜ノ數ハ $60 - 45 = 15$ 即十五匹ナリ.

(驗) 鶴 45 龜 15 ナレバ、頭數合セテ 60 トナリ、其足數ハ $2 \times 45 + 4 \times 15 = 150$ トナリテ題意ヲ適フ。
故ニ $x = 45$ ハ正確ナリトス。

問 題

11. 五錢白銅貨ト十錢銀貨トヲ取交ゼ七十個アヲテ、其金高五圓七十五錢ナリ。各幾個ナルカ。
12. 一反九圓ノ紬ト一反四圓五十錢ノ木綿縞トヲ合セテ十二反買ヒシニ、其價總計六十七圓五十錢ナリト云フ。各幾反ナルカ。

例 7. 甲乙の大工あり。或仕事を爲すに、兩人ならば十二日を要し、甲のみならば二十日を要すと云ふ。乙のみならば幾日を要するか。

(算術上ノ解) 全事業ヲ1トスレバ、甲乙二人一日ノ業ハ $\frac{1}{12}$ ニシテ、甲ノ一日ノ業ハ $\frac{1}{20}$ ナリ。故ニ乙一日ノ業ハ $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ ナリトス。

由テ乙一人ニ成シ了ルベキ日數ハ $1 \div \frac{1}{30} = 30$ 即三十日ナリトス。

(代數上ノ解) 全事業ヲ1トシ、求ムル日數ヲ x トス。然ルトキハ甲乙二人ニテ一日ニ爲ス所ハ $\frac{1}{12}$ 、甲一日ニ爲ストコロハ $\frac{1}{20}$ 、乙一日ニ爲ストコロハ $\frac{1}{x}$ 又ハ $\frac{1}{12} - \frac{1}{20}$ ナリ。由テ次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$$

分母ヲ拂フ爲ニ分母ノ最小公倍數 $60x$ ヲ兩邊ニ乗ズレバ、

$$5x - 3x = 60$$

$$\text{即} \quad 2x = 60$$

$$\text{故ニ} \quad x = 30$$

即乙ノミナラバ三十日ヲ要ス。

(驗) $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ ニシテ、 $x = 30$ ハ題意ニ適フ、故ニ $x = 30$ ハ正確ナリトス。

問題

13. 水槽ニ甲乙兩管アリ. 水ヲ注グニ甲管ヲ用フレバ六時間ニテ滿水シ,乙管ヲ用フレバ九時間ニテ滿水ス. 今二管共ニ用フレバ幾時間ニテ滿水スルカ.
14. 水槽ニ甲乙兩管アリ. 甲管ハ入管ニシテ,此管ヨリ水ヲ注グトキハ八時間ニシテ滿チ,乙管ハ出管ニシテ,之ヲ開ケバ十時間ニシテ空虛トナル. 今若シ空虛ノ時,甲乙二管ヲ共ニ用フバ幾時間ニシテ滿ツルカ.

例 8. 三時と四時との間に於て,時計の長針と短針とが相合する時を問ふ.

(算術上ノ解) 長針ガ60分進ム間ニ短針ハ5分ヲ進ム. 故ニ長針ノ速サヲ1トスレバ短針ノ速サハ $\frac{5}{60}$ 即 $\frac{1}{12}$ ナリ. 而シテ3時ヲ打チタルトキハ長針ハ12時ヲ指シ,短針ハ3時ヲ指ス. ソレヨリ兩針ガ全く相合スルマデニ長針ノ行ク分ノ數ヲ1トスルトキハ,短針ハ其 $\frac{1}{12}$ ヲ行クベシ.

故ニ $1 - \frac{1}{12}$ ハ 15 分ニ相當ス. 由テ求ムル所ノ分ノ數ハ $15 \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 16\frac{4}{11}$ ニシテ,其時ハ 3 時 16 分 $\frac{4}{11}$ ナリトス.

(代數上ノ解) 3 時ヲ打チテヨリ兩針ガ相合スルマデニ長針ノ行ク分ノ數ヲ x トスレバ,其間ニ短針ノ行ク分ノ數ハ $\frac{x}{12}$ ナルガ故ニ,次ノ方程式ヲ得.

$$x - \frac{x}{12} = 15$$

分母ヲ拂ヘバ, $12x - x = 180$

即 $11x = 180$

故ニ $x = 16\frac{4}{11}$

由テ其時ハ 3 時 16 分 $\frac{4}{11}$ ナリトス.

問題

15. 五時ノ後,時計ノ長針ト短針トガ始メテ直角ヲナス時ヲ問フ.
16. 二時ト三時トノ間ニ於テ,時計ノ兩針ガ其方向ヲ反對シテ一直線ヲナス時ヲ問フ.

三時後兩針ノ手ト直線ニ成ルニ至ル時ヲ問フ. 此の時短針ノ行ク分ノ數ハ $\frac{x}{12}$ ナリ. $x - \frac{x}{12} = 15$

手角
3時16分
 $x - \frac{x}{12} = 15$
 $11x = 180$
 $x = 16\frac{4}{11}$
255 - 155 = 100
25 + 15 = 40
15
12
30
15
25
50
25
300

4時32分
- 15分
= 4時17分
 $x - \frac{x}{12} = 20$

例 9. 今年母の歳は 65 歳にして、子の歳は 45 歳なり。母の歳が子の歳の二倍となる時を求む。

(代數上ノ解) 求ムルトコロノ年ハ x 年ノ後ニアリトスレバ、次ノ方程式ヲ得。

$$65+x=2(45+x)$$

即

$$65+x=90+2x$$

兩邊ヨリ 65 ヲ減ズレバ、

$$x=25+2x$$

兩邊ヨリ $2x$ ヲ減ズレバ、

$$-x=25$$

故ニ

$$x=-25$$

(驗) x 年ノ後ニアリト假定シテ、計算セシトコロ、 x ノ値ニ負ヲ生ジタリ。是レ後ニアラズシテ、以前ニアルヲ意味スルナリ。即 25 年前ニアリトス。而シテ双方ノ 25 年前ヲ比ブレバ母ハ $65-25=40$ 、子ハ $45-25=20$ ニシテ、母ノ歳ハ正ニ子ノ歳ノ 2 倍ナリ。故ニ 25 年前ヲ正答ナリトス。

例 10. 甲乙の職工あり。或仕事を爲すに、兩人にて爲さば十八日を要し、甲のみにては十二日を要すと云ふ。乙のみにては幾日を要するか。

(代數上ノ解) 全事業ヲ 1 トシ、求ムル日數ヲ x トスレバ、次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{1}{18} - \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$$

分母ヲ拂ヘバ

$$2x-3x=36$$

即

$$-x=36$$

故ニ

$$x=-36$$

(驗) 乙ノミニテ -36 日ニテ全事業ヲ爲シ得ルトハ意味ナキコトナリ。サレバ此問題ニ適スル答ハ無キナリ。

以上ノ例ニ依テ見ルトキハ、應用題ヲ解クニ當リ、算術ニ依ルヨリモ、代數ニ依レバ思考容易、論理ノ次第甚明瞭ニシテ、且解式ガ同種類ノ問題ニ適用シ得ル等ノ便益多キヲ了解スベシ。而シテ問題ヲ解クニ肝要ナル順序ハ次ノ如クナリシヲ知ルベシ。

第一. 問題ノ意義ヲ考査シテ之ヲ方程式ニ書キ表スコト.

第二. 方程式ヲ解クコト.

第三. 方程式ヲ解キ答數ヲ得タルトキハ, 其答數ガ題意ニ適フヤ否ヤヲ驗スルコト.

問題

17. 某數ヨリ 160 ヲ減ジタルモノハ, 其 $\frac{1}{3}$ ニナルト云フ. 某數幾何ナルカ.
18. 姉ハ四十圓, 妹ハ二十四圓ヲ所有セシガ, 妹ヨリ若干圓ヲ姉ニ贈リタルタメ, 姉ノ金高ハ妹ノ三倍ニナリシト云フ. 妹ヨリ贈リシ金高幾何ナルカ.
19. 某數ノ四分ノ三ハ, 某數ノ五分ノ二ヨリ十四多シト云フ. 某數幾何ナルカ.
20. 長方形ノ地アリ. 其周圍ハ百八間ニシテ, 縦ハ横ヨリ六間長シト云フ. 坪數幾何ナルカ.
(算術上ノ解ハ如何)
21. 二數アリ. 其差ハ 35 ニシテ, 其一數ハ他ノ數ノ 6 倍ナリ. 二數各幾何ナルカ.
22. 金一萬五千圓ヲ甲乙二人ニ分配シ, 各其金ヲ資

(24) 姉ノ年ハ妹ノ年ノ 4 倍ニシテ, 6 年後ニシテ, 姉ノ年ハ妹ノ年ノ 2 倍ニナルト云フ. 姉ノ年幾何ナルカ.

$$18 \div (4 - 2) = 9 \text{ 年}$$

$$9 \times 6 = 54 \text{ 年}$$

本トシテ或營業ヲナセシニ, 甲ハ 600 圓ノ利益ヲ得, 乙ハ 600 圓ノ損失ヲナセシタメ, 甲ノ現在所有高ハ, 乙ノ現在所有高ヨリ 200 圓多シト云フ. 最初分配セシ金高幾何ナルカ.

23. 或學校ノ運動場ハ總敷地ノ十五分ノ八ニシテ, 其半分ヨリ 120 坪多シト云フ. 總敷地幾坪ナルカ.
24. 今年母ノ歲ハ娘ノ歲ノ六倍ナレドモ, 六年後ニハ母ノ歲ハ娘ノ歲ノ四倍ニナルト云フ. 然ルトキハ本年各幾歲ナルカ.
(算術上ノ解ハ如何)
25. 絹五尺ト紬三尺ト其價相等シク, 而シテ絹一尺ノ價ハ紬一尺ノ價ヨリ十二錢安シト云フ. 各ノ一尺ノ價幾何ナルカ.
26. 若干ノ學生共同ニテ雜誌ヲ購讀シ, 其一ケ年分ノ費用トシテ, 一人ニツキ四十錢ヅツ出セバ三十錢不足シ, 四十五錢ヅツ出セバ十錢餘ルト云フ. 然ラバ一人ニツキ幾何ヅツ出セバ過不足ナカルベキカ.
27. 三童ニ蜜柑百七十五個ヲ分與スルニ, 甲ヨリ乙ハ十五個少ク, 丙ハ甲乙ノ和ヨリ七十五個少シ

ト云フ。各幾個ナルカ。

(算術上ノ解ハ如何)

28. 女工アリ。一日ノ賃錢七十五錢ナレドモ、若シ特ニ夜業ヲナストキハ、四十錢ヲ増スベキ定メニテ三十日間働キ、賃錢二十八圓九十錢ヲ得タリト云フ。然ルトキハ夜業セシ日數幾何ナルカ。
29. 今年親ノ歳ハ子ノ歳ノ三倍ニシテ、四年前ハ親ノ歳ハ子ノ歳ノ四倍ナリシト云フ。今年親子ノ歳各幾何ナルカ。
30. 矩形ノ地面アリ。其周圍ハ百五十六間ニシテ、間口ハ奥行ノ八分ノ五ナリ。間口及奥行ノ間數各幾何ナルカ。
31. 或人最初其所有金ノ三分ノ二ヲ費シ、次ニ殘リノ四分ノ三ヲ費シタルモ、尙殘金二十圓アリト云フ。此人ノ最初所有セシ金高幾何ナルカ。
32. 或學校ニテ遠足費用ヲ生徒ヨリ徴收スルニ、一人分ヲ一圓二十錢トスレバ九十錢不足シ、一圓三十錢トスレバ二圓十錢餘ルト云フ。然ルトキハ一人分ヲ何程ニスレバ過不足ナカルベキカ。

33. 米五斗俵ト四斗俵トヲ合セテ三百俵、石數百二十三石アリ。各幾俵ナルカ。
34. 舟夫アリ。或河ヲ漕ギ下ル速サハ一時間ニ八十二町ニシテ、漕ギ上ル速サハ一時間ニ十六町ナリト云フ。此舟夫ノ靜水ニ於ケル一時間ノ漕グ速サ幾何ナルカ。
35. 若干尺ノ木綿アリ。初メ其七分ノ四ヲ切り、次ニ八尺切りシニ、尙全長ノ五分ノ一ヲ殘セリト云フ。全長幾何ナルカ。
36. 一本二錢五厘ノ細筆ト、一本七錢ノ太筆トヲ取交ゼ、八本ヲ買ヒ、代金トシテ三十三錢五厘ヲ拂ヒタリ。各幾本ナルカ。
37. 甲乙二人ノ所有地合セテ三千坪アリ。然ルニ洪水ノタメ、甲ハ自己ノ所有地ノ半ヲ流シ、乙ハ自己ノ所有地ノ三分ノ二ヲ流シタルニ依リ、二人ノ殘地合セテ千二百坪トナレリト云フ。各ノ最初ノ所有地幾何ナルカ。
38. 甲乙ノ二人アリ。甲ハ金五十圓ヲ有シ、乙ハ金三十圓ヲ有ス。今甲ヨリ乙ニ幾圓ヲ與フレバ、乙ノ所持金ガ甲ノ所持金ノ三分ノ一ニナルカ。
39. 一工事ヲナスニ、甲ナラバ十二日ニテ成就スベ

- ク、乙ナラバ十八日ニテ成就スベシ。今此工事ヲ甲乙兩人ニテナサバ幾日ニテ成就スベキカ。
40. 金若干圓ヲ年利八分ニテ一年間貸シ、元利合計二百七十圓ヲ得タリ。元金幾何ナルカ。
41. 原價若干圓ノ品物ヲ三百六十八圓ニ賣リタルニ、一割五分ノ利益ヲ得タリト云フ。原價幾何ナルカ。
42. 三個ノ數アリ。甲乙ノ和ハ 68、乙丙ノ和ハ 54、甲丙ノ和ハ 62 ナリ。各幾何ナルカ。
43. 若干尺ノ竿ヲ水中ニ入ルルニ、其八分ノ一ハ泥中ニ入り、四分ノ一ハ水中ニアリテ、猶水面上ニ出ヅルコト、泥中ニ入レル長サノ二倍ヨリ九尺長シト云フ。竿ノ全長幾何ナルカ。
44. 姉妹ニテ一ツノ仕事ヲ爲スニ、姉ナラバ十二日、妹ナラバ二十日ニ成就スト云フ。今姉ガ三日働キタル後、妹之ニ加ハリ、共ニ殘業ヲ爲サバ幾日ニテ終ルベキカ。
45. 三人ニ金若干圓ヲ與フルニ、甲ト乙トノ和ハ九百十五圓、乙ト丙トノ和ハ七百八十圓、甲ト丙トノ和ハ八百三十五圓ナリト云フ。各幾何ナルカ。

46. 女學生アリ。一冊ノ書ヲ讀ムニ、初日ニ其五分ノ三ヲ讀ミ、次ノ日ニ七分ノ四ヲ讀ミシニ、ナホ六十三頁殘レリト云フ。其書ノ頁數幾何ナルカ。
47. 甲乙二個ノ水槽アリ。其中ニ入レタル水ノ容量甲ト乙トハ 4 ト 3 トノ如シ。若シ甲ヨリ四石二斗ヲ汲ミ出ストキハ乙ノ三分ノ一ニナルト云フ。二ツノ水槽ニ初メ何程ツツノ水ヲ有セシカ。
48. 三學級ノ生徒總數ハ百五十六人ニシテ、甲學級ハ乙學級ヨリ八人少ク、丙學級ハ乙學級ヨリ五人多シト云フ。各學級ノ人數幾何ナルカ。
49. 或人某地ノ集會ニ出席スルニ、毎時三十五町ノ速サニテ歩マバ、定刻ヨリ二時間遅クナルガタメニ、毎時七十町ヲ走ル人力車ニ乗リシニ、一時間早ク着シタリト云フ。某地ヘノ距離幾何ナルカ。(算術上ノ解如何)
50. 二位ノ數アリ。一ノ位ノ數字ハ十ノ位ノ數字ノ三倍ニシテ、本數ニ 54 ヲ加フレバ數字ノ位置轉倒スルト云フ。本數幾何ナルカ。

51. 二人ノ姉妹アリ。其年齢姉ハ 38 歳ニシテ妹ハ 14 歳ナリ。今ヨリ幾年ノ後ニ姉ハ妹ノ四倍ニナルカ。
52. 寒暖計ノ溫度ガ、早朝ニ於テハ零度以下三度ナリシガ、午後二時マデニ八度昇リタリト云フ。午後二時ノ溫度幾何ナルカ。

————— < 補 充 問 題 > —————

1. 金若干圓ヲ甲乙二人ニ分與スルニ、甲ハ其五分ノ三ヨリ二十圓少ク、乙ハ其三分ノ一ヨリ六十圓多シト云フ。初ノ金高幾何ナルカ。
2. 或人所有金ノ八分ノ三ヲ銀行ニ預ケ、後五十圓ヲ拂戻シ、次ニ百五十圓ヲ預入レタルニ、今手元ニ殘レルハ元ノ所有金ノ二分ノ一ヨリ二百五十圓多シト云フ。元ノ所有金幾何ナルカ。
3. 正方形ノ地所アリ 縦ヲ六間長クシ、横ヲ四間短クスルモ坪數ハ元ノ儘ナリト云フ。正方形ノ邊ノ長サ何程ナルカ。
4. 或工事ニ甲ガ八日間ニ九分ノ四ヲ成シタルトキ、乙之ニ加ハリテ共ニ從事セシタメ、其後四日間ニテ成レリ

- ト云フ。若此工事ヲ各一人ニテ爲サバ各幾日ヲ要スルカ。
5. 或仕事ヲ爲スニ、乙ハ甲ノ二倍ノ時間ヲ要シ、丙ハ乙ノ二倍ノ時間ヲ要ス、而シテ甲乙丙共同スルトキハ二十四時間ヲ要スト云フ。各一人ニテハ幾時間ヲ要スルカ。
6. 或倉庫ニ米麥若干俵アリ。米ノ俵數ハ麥ノ俵數ノ二倍ナリシガ、其後米五十俵、麥二十俵ヲ入レタルタメ、今ハ米ノ俵數ハ麥ノ俵數ノ三倍トナレリト云フ。初ノ俵數各如何ナルカ。
7. 一升ノ價一圓二十錢、九十錢ノ二種ノ酒合セテ二升アリ。其代金合セテ二圓五十錢ナリト云フ。二種各ノ量幾何ナルカ。
8. 一升一圓二十錢ノ酒ト、一升一圓ノ酒トヲ混合シテ、一升一圓五錢ノ酒八斗ヲ作ラントス。各幾升ヲ要スルカ。
9. 甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ノ四倍ナリ。而シテ兩人何レモ五圓ツツ費セバ、甲ノ殘金ハ乙ノ殘金ノ五倍トナルト云フ。兩人ノ初メノ所持金幾何ナルカ。
10. 五圓紙幣ト十圓紙幣トヲ取交ゼテ二百圓ノ支拂ヲナシタルニ、其枚數合セテ三十二枚ナリト云フ。各幾枚ルカ。
11. 或人甲地ヨリ乙地ニ行クニ、其速サ毎時二十一町トセ

最上公館
24x 枚

休日後試験

バ豫定時刻ヨリ三時間遅クルルヲ以テ、其速サヲ三十
五町トシテ一時間早く到着セリ。 豫定時刻ニ到着ス
ルニハ、速サヲ何程トスベキカ。

12. 人力車ガ或距離ヲ往復セシニ、往路ハ毎時二里ヲ行キ、
歸路ニハ毎時一里半行キテ、往復七時間ヲ費セリト云
フ。 其距離幾何ナルカ。

第四章

聯立方程式 ニモ聯立一方程式

1. 聯立方程式

加減法
代用法

未知數二ツヲ含メル方程式

$$3x - 2y = 8$$

ニ適スル x, y ノ値ハ一定セズ。 何トナレバ、 x ニ任
意ノ値ヲ與フレバ、 y ニハ又之ニ應ズベキ値アリ。
例ヘバ $x=4$ トスレバ、 $y=2$ トナリ、 $x=6$ トスレバ
 $y=5$ トナリ、 $x=10$ トスレバ $y=11$ トナル。

然ルニ上ノ方程式ニ適スルト同時ニ、

$$2x + y = 17$$

ナル方程式ニモ適スル x, y ノ値ハ $x=6, y=5$ ノ唯一
通リアルノミ。 此ノ如ク、

二ツ以上ノ未知數を含みたる二ツ以
上ノ方程式に於テ、其各未知數がそれぞ
れに同じ値なるときは、此等ノ方程式を
聯立方程式ト云ふ。

$ax+by=c$ 未知數

$2x+3y+1=2$
 $4x-5y+1=3$
 $4x-3y=1$ 特異式

注意 $ax+by+c=20$ ノ如キ未知數二ツニシテ且其指數ガ
1ナル方程式ヲ二元一次方程式ト稱ス。

2. 聯立方程式の解法

本書ニ於テハ未知數二ツノ聯立方程式ノミヲ解ク。
其解法次ノ如シ。

未知數二ツノ値ヲ確定スルニハ、1ニ述ベタルガ
如ク、此等ノ未知數ノ關係ヲ表ス方程式二ツアルヲ
要ス。

第一法 (消去法)

例 1. 次の聯立方程式を解け。

$5x-3y=5$ (1)

$4x+2y=26$ (2)

(方法) x, y ノ内何レナリトモ一ツノ未知數例へ
バ y ノ係數ヲ兩式ニ於テ同一ナラシムルタメニ、(1)
ノ兩邊ニ2ヲ乘ジ、(2)ノ兩邊ニ3ヲ乘ズレバ、

$10x-6y=10$ (3)

$12x+6y=78$ (4)

トナル。

(3) = (4)ヲ加フレバ、

$22x=88$ (5)

故ニ $x=4$

此 x ノ値ヲ(1)ノ x ニ代用スレバ、

$5 \times 4 - 3y = 5$

$-3y = 5 - 20$

$-3y = -15$

故ニ $y=5$

由テ $x=4, y=5$ ハ求ムル所ノ値ナリ。

(驗) $5 \times 4 - 3 \times 5 = 5$

$4 \times 4 + 2 \times 5 = 26$

故ニ答ハ正確ナリ。

$17 = \frac{a+b}{2}$
 $2 = \frac{a-b}{2}$ } 一般式

例 2. 次の聯立方程式を解け.

$$4x+3y=18 \quad (1)$$

$$3x+2y=11 \quad (2)$$

(方法) (1)ノ兩邊ニ 3 ヲ乘ジ, (2)ノ兩邊ニ 4 ヲ乘ズレバ,

$$12x+9y=54 \quad (3)$$

$$12x+8y=44 \quad (4)$$

(3)ヨリ (4)ヲ減ズレバ,

$$y=10$$

此 y ノ値ヲ (1)ノ y ニ代用スレバ,

$$4x+3 \times 10=18$$

$$4x=-12$$

$$\text{故ニ} \quad x=-3$$

由テ $x=-3, y=10$ ハ求ムル所ノ値ナリトス.

$$\text{(驗)} \quad 4 \times (-3) + 3 \times 10 = 18$$

$$3 \times (-3) + 2 \times 10 = 11 \quad \text{ニシテ題意ニ合ス.}$$

故ニ答ハ正確ナリ.

例 1. 例 2.ノ解法ニ於ケルガ如ク,一ノ未知數ヲ消去スルハ何レヲ先ニスルモ可ナリ.

第二法 (代用法)

例 1. 次の聯立方程式を解け.

$$5x-3y=5 \quad (1)$$

$$4x+2y=26 \quad (2)$$

(方法) (1)ヨリ, $5x=5+3y$

$$\text{即} \quad x = \frac{5+3y}{5} \quad (3)$$

之ヲ (2)ノ x ニ代用スレバ,

$$\frac{4(5+3y)}{5} + 2y = 26$$

分母ヲ拂ヘバ,

$$4(5+3y)+10y=130$$

$$20+12y+10y=130$$

$$22y=110$$

$$\text{故ニ} \quad y=5$$

此 y ノ値ヲ (3)ニ代用スレバ,

$$x = \frac{5+3 \times 5}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

由テ $x=4, y=5$ ハ求ムル所ノ値ナリ.

$$\text{(驗)} \quad 5 \times 4 - 3 \times 5 = 5$$

$$4 \times 4 + 2 \times 5 = 26 \quad \text{ニシテ, 答ハ正確ナリ.}$$

例 1. 例 2.上ノ解法ニ於テハ, x ヲ先キニ求メタレドモ, 同様ニ y ヲ先キニ求ムコトヲ得ベシ.

四
色
摸
法

問題

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

1. $5x - 2y = 7$

$4x + 3y = 24$

3. $3x + 2y = 24$

$6x + 5y = 51$

5. $6x + y = 55$

$2x - 5y = -19$

7. $7x + \frac{y}{2} = 52 - x$

$5x + 3y = 46 + y$

△ 9. $\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 35$

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 42$

2. $2x + 3y = 19$

$3x + 4y = 27$

4. $4x + 5y = 62$

$4x - 5y = 2$

△ 6. $15x - 3y - 18 = 0$

$5x + by = 34$

8. $\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} = 11$

$\frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 7$

△ 10. $\frac{x+y}{2} = 20$

$3(x-y) = 30$

〈補充問題〉

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

△ 1. $2y + x = 0$

$4x + 6y = -3$

3. $4x - 6y + 1 = 0$

$5x - 7y + 1 = 0$

5. $\frac{4x}{5} + \frac{3y}{2} = -7$

$\frac{3x}{4} + \frac{2y}{5} = \frac{7}{2}$

7. $x - 3 = 0$

$2y + 3x = 5$

9. $x = 3y + 9$

$x = 5y + 13$

11. $y = 2x$

$3x + 2y = 21$

2. $9x - 8y = 5$

$15x + 12y = 2$

4. $8x + 5y = 6$

$6y + 2x = 11$

6. $\frac{5x}{6} - \frac{8y}{9} = -6$

$\frac{3x}{4} - \frac{5y}{6} = -6$

8. $x = 2y - 3$

$y = 5x - 21$

10. $6x + 5y - 8 = 0$

$4x - 3y - 18 = 0$

12. $y = 6x - 3$

$8 - 5x = y$

3. 應用問題解法

例 1. 絹三反と木綿縞八反との價合せて六十三圓六十錢にして、絹五反と木綿縞六反との價合せて七十三圓なりと云ふ。各一反の價幾何なるか。

(解) 絹一反ノ價ヲ x 圓トシ、

木綿縞一反ノ價ヲ y 圓トス。

然ルトキハ、題意ニ依リ次ノ方程式ヲ得。

$$3x + 8y = 63.60$$

$$5x + 6y = 73.00$$

此聯立方程式ヲ解キテ、

$$x = 9.20$$

$$y = 4.50$$

ヲ得。由テ絹一反ハ九圓二十錢

木綿縞一反ハ四圓五十錢

ナリトス。

(驗) 絹ト木綿縞トノ價ヲ問題ニ當テハムルニ、題意ニ合スルヲ以テ答ハ正當ナリ

例 2. 姉妹二人の所有金を調ぶるに、姉の所有金の六倍は妹の所有金の八倍より三十圓多く、妹の所有金の五倍は姉の所有金の三倍より四十五圓多しと云ふ。各の所有金幾何なるか。

(解) 姉ノ所有金ヲ x 圓トシ、

妹ノ所有金ヲ y 圓トス。

然ルトキハ、題意ニ依リ次ノ方程式ヲ得。

$$6x = 8y + 30$$

$$5y = 3x + 45$$

項ヲ移セバ、

$$6x - 8y = 30$$

$$-3x + 5y = 45$$

此聯立方程式ヲ解キテ、

$$x = 85$$

$$y = 60$$

ヲ得。由テ姉ノ所有金ハ八十五圓

妹ノ所有金ハ六十圓

ナリトス。

(驗) 生徒自ラ試ミヨ。

問題

1. 大小二數ノ和ハ 420 ニシテ,其差ハ 80 ナリ.
二數各幾何ナルカ.
2. 上茶五斤ト下茶六斤ノト代合セテ十一圓九十錢ニシテ,上茶三斤ノ代ハ下茶七斤ノ代ヨリ二十五錢高シト云フ. 各一斤ノ代價幾何ナルカ.
3. 今年ヨリ八年前ニハ,母ノ歳ハ子ノ歳ノ四倍ナリシガ,今年ヨリ四年後ニハ,母ノ歳ハ子ノ歳ノ二倍ナリト云フ. 母子今年ノ歳各幾何ナルカ.
4. 二組ノ生徒アリ. 乙組ヨリ甲組ニ二十人ヲ移ストキハ,甲組ノ人數ハ乙組ノ人數ノ三倍トナリ,又甲組ヨリ二十人ヲ乙組ニ移ストキハ,甲乙ノ兩組ノ人數相等シト云フ. 各組初メノ人數各幾何ナルカ. (算術上ノ解如何)
5. 兄弟二人ノ所有金合セテ五百四十圓アリ. 然ルニ兄ハ五分ノ三ヲ費シ,弟ハ四分ノ三ヲ費シタルタメ,合セテ百八十圓トナレリ. 各最初ノ所有金幾何ナルカ.

6. 矩形ノ屋敷ヲ設ケントスルニ,豫定ヨリ長サヲ二間減ジ,幅ヲ三間増ストキハ,坪數ハ豫定ヨリ二十四坪増加シ,若シ長サヲ三間増シ,幅ヲ二間減ズルトキハ,坪數六坪ヲ減ズト云フ.
豫定ノ長サ及幅各幾何ナルカ.
7. 或分數ノ分母子ニ各五ヲ加フルトキハ,五分ノ三トナリ,分母子ヨリ各三ヲ減ズルトキハ七分ノ一トナルト云フ. 原ノ分數幾何ナルカ.
8. 或分數ノ分子ニ一ヲ加フレバ二分ノ一トナリ,分母ヨリ三ヲ減ズレバ五分ノ三トナルト云フ. 原ノ分數幾何ナルカ.
9. 二位ノ數アリ. 其數字ノ和ハ 12 ニシテ,數字ヲ置キ換ヘ作リタル數ハ原數ヨリ 36 少シト云フ. 原數幾何ナルカ.
(算術上ノ解如何).
10. 二位ノ數アリ. 其數字ノ差ハ 4 ニシテ,原數ト其數字ヲ置キ換ヘテ作リタル數トノ和ハ 132 ナリト云フ. 原數幾何ナルカ.
11. 鶴龜ノ頭數合セテ百五十ニシテ,其足數合セテ四百八十本アリ. 然ルトキハ各ノ頭數幾

何ナルカ。

12. 或人ノ所有金ヲ問ヒシニ、單利ニテ三ケ年間貸ストキハ、元利合計二百十八圓トナリ、又同利率ノ單利ニテ五ケ年間貸ストキハ、元利合計二百三十圓ニナルト云ヘリ。此人ノ所有金幾何ナルカ。

— < 補 充 問 題 > —

1. 甲ノ所持金ノ二倍ハ、乙ノ所持金ノ三倍ヨリモ十五圓少ナシ。今若シ甲ヨリ乙ニ三十圓ヲ與フレバ、兩人ノ所持金相等シクナルト云フ。兩人ノ所持金何程ナルカ。
2. 矩形ノ地所アリ。今間口ヲ三間増シ、奥行ヲ五間減ズルトキハ、坪數ハ四坪減ジ、又間口ヲ二間増シ、奥行ヲ三間増ストキハ、坪數ハ六十四坪増スト云フ。原ノ間口及奥行ノ間數何程ナルカ。
3. 二十二金ト十八金トノ金塊合セテ二十八匁アリ。此内ニ含メル純金ノ量ハ二十二匁ナリトイフ。二種ノ金塊各何匁ナルカ。
4. 或分數ノ分子ニ4ヲ加ヘ、分母ニ1ヲ加フレバ、其値1トナリ、又分母ヨリ1ヲ減ジ、分子ヲ其ママトナシ置ケバ其値 $\frac{1}{2}$ トナルト云フ。原ノ分數幾何ナルカ。

5. 或人金六千四百圓ヲ二口ニ分チ、一口ニテ五十圓(全額拂込)ノ某銀行株ヲ時價百二十五圓ニテ買ヒ、他ノ一口ニテ或債券(額面百圓年五分五厘利付)ヲ時價百十圓ニテ買ヒシニ、銀行株ハ每期年一割二分ノ配當アリ、兩者合セテ一年ノ收入總計三百十六圓ヲ得タリト云フ。二口ノ買入金高各幾何ナルカ。

全部雜題

本問題中ニハ既習問題ノ再出セルモノアリ

次ノ諸式ノ積ヲ求メヨ。

1. $ax+by, ax-by$
2. $4x^2+3x-4, x+2$
3. $a^2-2ab+b^2, a-b$
4. $a+b+c, x+y$
5. $16x^2+5x+4, 4x^2+2x-8$

2. 次ノ問題ニ於テ左ノ式ヲ右ノ式ニテ割レ。

1. $a^2-2ab+b^2, a-b$
 2. $15a^2-2ab-24b^2, 3a-4b$
 3. $48x^3+14x^2-14x-15, 8x-5$
 4. $6a^3+15a^2b-4ab-10b^2, 2a+5b$
 5. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3, a^2+2ab+b^2$
3. 某數ノ八倍ハ某數ノ五倍ニ百五ヲ加ヘタルモノニ等シト云フ。某數幾何ナルカ。
4. 姉ハ百五十圓ヲ所有シ妹ハ若干圓ヲ所有ス。然ルニ姉ヨリ妹ニ四十圓ヲ與フレバ姉妹

ノ所有金相等シクナルト云フ。妹ノ所有セシ金高幾何ナルカ。

5. 今年父ノ歳ハ子ノ歳ノ六倍ナレドモ、六年後ニハ父ノ歳ハ子ノ歳ノ四倍ニナルト云フ。然ルトキハ本年各幾歳ナルカ。
6. 三童ニ蜜柑百七十五個ヲ分與スルニ、甲ヨリ乙ハ十五個少ク、丙ハ甲乙ノ和ヨリ七十五個少シト云フ。各幾個ナルカ。
7. 舟夫アリ。或河ヲ漕ギ下ル速サハ一時間ニ八十二町ニシテ、漕ギ上ル速サハ一時間ニ十六町ナリト云フ。此舟夫ノ靜水ニ於ケル一時間ノ漕グ速サ幾何ナルカ。
8. 原價若干圓ノ品物ヲ三百六十八圓ニ賣リタルニ、一割五分ノ利益ヲ得タリト云フ。原價幾何ナルカ。
9. 甲乙ニテ一ツノ仕事ヲ爲スニ、甲ナラバ十二日、乙ナラバ二十日ニ成就スト云フ。今甲ガ三日働キタル後、乙之ニ加ハリテ共ニ其殘業ヲ爲サバ幾日ニシテ終ルベキカ。
10. 女學生アリ。一冊ノ書ヲ讀ムニ、初日ニ其五分ノ二ヲ讀ミ、次ノ日ニ殘リノ七分ノ四ヲ讀

ミシニ、猶六十三頁殘レリト云フ。其書ノ頁數幾何ナルカ。

11. 時計ノ長針ト短針トガ三時ト四時トノ間ニ於テ、反對ノ方向ヲナスハ何時ナルカ。
12. 八時ト九時トノ間ニ於テ、時計ノ長針ト短針トガ相合スル時刻ヲ問フ。
13. 或人所有金ノ五分ノ三ハ年利八分ニテ貸付ケ、其餘ハ年利一割ニテ貸付ケ、一ケ年ノ利息總計三百五十二圓ヲ得タリト云フ。初メ此人ノ所有セシ金高幾何ナルカ。
14. 或人金若干圓ヲ年利九分ノ單利ニテ借入レ、十年ノ後其毎年拂ヒタル利息ノ總高ヲ計算セシニ、元金ヨリ十八圓少シト云フ。元金幾何ナルカ。
15. 或人某地ノ集會ニ出席スルニ、毎時三十五町ノ速サニテ歩マバ、定刻ヨリ二時間遅クナルガ爲ニ、毎時七十町ヲ走ル人力車ニ乗リシニ、一時間早ク著シタリト云フ。某地ヘノ距離幾何ナルカ。
16. 大小二數アリ。其和ハ 143 ニシテ、大ナル數ヲ小ナル數ニテ除シタル商ハ 6 ニシテ、剩餘

ハ 17 ナリト云フ。二數各幾何ナルカ。

17. 父子ノ雇人アリ。父ノ五日分ク賃錢ト子ノ六日分ノ賃錢トヲ加フレバ十一圓三十錢トナリ、又父ノ七日分ノ賃錢ハ子ノ十日分ノ賃錢ヨリ一圓十錢多シト云フ。各一日ノ賃金幾何ナルカ。
18. 或人十三圓四十錢ヲ銀貨ニテ受取リタルニ、五十錢銀貨ト二十錢銀貨トヲ混ジテ其數四十三個アリタリト云フ。各銀貨ノ數幾何ナルカ。
19. 一反ニツキ十二圓ノ紬ト、一反ニツキ五圓ノ木綿縞トヲ合セテ十二反買ヒシニ、一反ニツキ平均六圓七十五錢ニ當レリト云フ。各幾何ナルカ。
20. 一個ニツキ三錢五厘ノ林檎ト、一個ニツキ三錢ノ梨トヲ取交ゼ、五十個ヲ籠入レニセシニ、其價總計一圓六十五錢ナリト云フ。各幾個ヅツナルカ。
21. 職工アリ。一日ノ賃錢一圓四十錢ニシテ、時間外ニ働クトキハ五十錢ノ増シヲ得ベキ約束ニテ二十五日働キ、賃錢三十八圓五十錢ヲ

得タリ。時間外ニ働キシ日數幾何ナルカ。

22. 甲乙二人ニテ一工事ヲ爲スニ、甲四日ト乙三日トニテ其工事ノ六十分ノ三十五ヲ爲シ、殘業ヲ甲二日ト、乙三日トニテ爲シ終リタリト云フ。今此工事ヲ甲乙各一人ニテ爲サバ、各幾日ニテ竣工スベキカ。

23. 某數ノ七倍ニ五十六ヲ加ヘタルモノト、某數ノ十倍ニ二十ヲ加ヘタルモノト相等シト云フ。某數幾何ナルカ。

(算術上ノ解如何)

24. 細筆五本ト太筆三本ト其價相等シク、而シテ細筆一本ノ價ハ太筆一本ノ價ヨリ六錢安シト云フ。各一本ノ價幾何ナルカ。

25. 甲乙ノ兩人同日ニ同處ヲ出發シ、反對ノ方ニ向テ旅行ス。而シテ甲ハ乙ヨリ日々三里ヅツ多ク歩ミシニ、出發後七日ニテ甲乙ノ距離百四十七里ニナリタリト云フ。然ラバ甲乙各一日ニ歩ミシ里數幾何ナルカ。

26. 井アリ。其水面マデノ深サヲ測ルニ、繩ヲ三ツ折ニシテ下セバ十四尺餘リ、四ツ折ニシテ下セバ六尺餘ルト云フ。其井ノ水面マデノ

深サ幾何ナルカ。

又繩ノ長サ幾何ナルカ。

(算術上ノ解如何)

27. 二人ノ農夫ニテ一枚ノ畑ヲ耕シタルニ、甲ハソノ八分ノ五ヲ耕シ、乙ハ其餘ヲ耕シタリ。然ルニ乙ノ耕シタル分ハ全體ノ半分ヨリ一畝十八歩少シト云フ。コノ畑ノ面積幾何ナルカ。

28. 甲乙ノ汽船アリ。其速力甲ハ十四節ニシテ、乙ハ十二節ナリ。今兩汽船同時ニ東港ヲ發シ西港ニ航スルトキハ、乙ハ甲ヨリ一時四十分遅ク着クト云フ。東西兩港ノ距離幾何ナルカ。

29. 甲乙ノ兩人五百四十間ヲ距リタル南北ノ兩地ニ在リ。今兩人相向テ同時ニ出發スレバ四分間ニテ會スベシ。若シ又甲ガ乙ヲ追フトキハ三十六分間ニテ追付クト云フ。然ラバ各一分間ノ速サ幾何ナルカ。

30. 姉妹アリ。各金若干圓ヲ所有ス。今姉ヨリ二百圓ヲ妹ニ與フレバ妹ノ分ハ姉ノ二倍トナリ、若シ又妹ヨリ百圓ヲ姉ニ與フレバ姉ノ

分ハ妹ノ五倍ニナルト云フ。兩人初メノ所有高幾何ナルカ。

附 録

二次方程式

1. 一元二次方程式 一ツの未知數 x を含める方程式の總ての項を一邊に集めて得たる式に於て、 x の指數の高きものが 2 なるときは、之を一元二次方程式と稱す。

例ヘバ $x^2 - 25 = 0$, $2x^2 + 6x + 5 = 0$, $ax^2 + bx + c = 0$ 等ノ如シ。

$x^2 - 25 = 0$, $x^2 - 4a^2 = 0$ ノ如キヲ純二次方程式ト云ヒ、 x^2 ノ他ニ x ヲ含ム $ax^2 + bx + c = 0$ ノ如キヲ雜二次方程式ト云フ。

2. 平方根 算術ニ於テハ、25 ノ平方根ハ 5 ノ一ツナレドモ、代數學ニ於テハ、 $(-5)(-5) = 25$ ナルガ故ニ -5 モ亦 25 ノ平方根ナリ。

同様ニ $aa = a^2$ $(-a)(-a) = a^2$ ナルガ故ニ、 a^2 ハ $+a$ 及 $-a$ ノ平方ニシテ、 a^2 ノ平方根ハ $+a$ 及 $-a$ ノ二ツアルナリ。

$+a$ 及 $-a$ ノ二ツヲ略シテ $\pm a$ ノ如ク書クコトアリ。

例題 一數ノ平方根ガ算術ニ於テハ、一ツナレドモ、代數ニ於テハ、一數ガ正ノ數ナルトキハ、其平方根ガ十、一ノ二ツアルコトハ特ニ注意スベキナリ。

3. 二次方程式の解法 其一 (純二次方程式)

例 1. $x^2=25$ を解け.

(方法) $x^2=25$

兩邊ヲ平方ニ開ケバ、

$$x=\pm 5$$

例 2. $(x+2)^2=36$ を解け.

(方法) $(x+2)^2=36$

兩邊ヲ平方ニ開ケバ、

$$x+2=\pm 6$$

故ニ $x=+6-2=4$

又ハ $x=-6-2=-8$

問 題

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $x^2=16$

2. $x^2-36=0$

3. $x^2+3=52$

4. $2x^2+5=23$

5. $2x^2-5=x^2+20$

6. $5x^2-2=2x^2+25$

7. $\frac{x^2-13}{3}=12$

8. $x^2+1=\frac{x^2}{4}+4$

9. $(x-1)^2=4$

10. $\frac{x^3}{a}=4a$

4. 平方を完全にする法

$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ ヲ見ルニ、第三項 a^2 ハ第二項 x ノ係數 $2a$ ノ半分ノ平方ナリ。

又 x^2+6x ニ於テ、 x ノ係數 6 ノ半分ナル 3 ノ平方ヲ加フレバ

$$x^2+6x+3^2=(x+3)^2 \quad \text{トナル。}$$

故ニ x^2+2ax 、 x^2+6x ノ如キ式ハ、 x ノ係數ノ半分ノ平方ヲ加フレバ、完全ナル平方ノ式トナルベシ。此ノ如クナスコトヲ、平方を完全にするト稱ス。

二次方程式ヲ解クニハ、主トシテ此理ニ由リ、平方ヲ完全ニナシ置キテ、其平方根ヲ求ムルモノトス。

問 題

次ノ式ヲ完全ナル平方ノ式ニセヨ。

1. x^2+8x

2. x^2+10x

3. x^2+12x

4. x^2-7x

5. $x^2+\frac{3}{4}x$

6. $x^2+\frac{5}{8}x$

7. $x^2-\frac{4}{5}x$

8. $x^2-\frac{6}{7}x$

9. x^2+ax

10. x^2+2ax

5. 二次方程式の解法 其二 (雑二次方程式)

例 1. $x^2 - 6x + 8 = 0$ を解け.(方法) $x^2 - 6x + 8 = 0$ 項ヲ移セバ, $x^2 - 6x = -8$

x ノ係數ノ半分ナル 3ノ平方ヲ兩邊ニ加フレバ,
次ノ如ク左邊ハ完全ナル平方トナル.

$$x^2 - 6x + 3^2 = -8 + 9$$

即 $(x-3)^2 = 1$

兩邊ヲ平方ニ開ケバ

$$x-3 = \pm 1$$

項ヲ移セバ $x = \pm 1 + 3$ 故ニ $x = 4$ 又ハ $x = 2$

故ニ所要ノ根ハ 4 及 2 ナリ.

(註) $x=4$ トスレバ $4^2 - 6 \times 4 + 8 = 0$ $x=2$ トスレバ $2^2 - 6 \times 2 + 8 = 0$

何レモ根トシテ正確ナリ.

例 2. $3x^2 - 4x = 15$ を解け.(方法) $3x^2 - 4x = 15$

兩邊ヲ 3ニテ割レバ,

$$x^2 - \frac{4}{3}x = \frac{15}{3}$$

 x ノ係數ノ半分ナル $\frac{2}{3}$ ノ平方ヲ兩邊ニ加フレバ,

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{15}{3} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$$

兩邊ヲ平方ニ開ケバ

即 $x - \frac{2}{3} = \pm \frac{7}{3}$ 項ヲ移セバ $x = \pm \frac{7}{3} + \frac{2}{3}$ 故ニ $x = \frac{9}{3} = 3$ 又ハ $x = -\frac{5}{3}$

問 題

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $x^2 + 10x - 24 = 0$

2. $x^2 - 8x + 7 = 0$

3. $x^2 + 6x + 5 = 0$

4. $x^2 - 3x + 2 = 0$

5. $3x^2 - 4x = 39$

6. $x^2 + 48 = 14x$

7. $2x^2 - 1 = 5x + 2$

8. $4(x^2 - 1) = 4x - 1$

例 3. $x^2-6x=0$ を解け.

(方法) $x^2-6x=0$

x の係数ノ半分ナル3ノ平方ヲ兩邊ニ加フレバ,

$$x^2-6x+3^2=9$$

$$(x-3)^2=9$$

兩邊ヲ平方ニ開ケバ $x-3=\pm 3$

項ヲ移セバ $x=\pm 3+3$

故ニ $x=6$

又ハ $x=0$

(驗) $x=6$ トスレバ $6^2-6 \times 6=0$

$x=0$ トスレバ $0^2-6 \times 0=0$

(別法) $x^2-6x=x(x-6)=0$

故ニ $x^2-6x=0$ ナラバ $x(x-6)=0$ ナリ.

$x(x-6)=0$ ナル爲ニハ $x=0$ カ又ハ $(x-6)=0$ ナリ.

即 $x=0$ 及 $x=6$ ナリ.

例 4. $x^2-8x+16=0$ を解け.

(方法) $x^2-8x+16=(x-4)^2$ ナリ.

故ニ $(x-4)^2=0$

即 $(x-4)(x-4)=0$

故ニ $(x-4)=0$

故ニ $x=4$

此場合ニ於テハ、根ハ只一ツナレドモ、二ツノ相等シキ根ヲ有スト見做シ、之ヲ等根ノ場合ト稱ス.

問題

次ノ方程式ヲ解ケ.

9. $2x^2-8x=0$

10. $3x^2-18x=0$

11. $x^2-6x+9=0$

12. $x^2+10x+25=0$

次ノ方程式ヲ解ケ.

13. $x^2-6x-7=0$

14. $x^2-8x+15=0$

15. $x^2-5x-14=0$

16. $x^2-9x+8=0$

17. $x^2-x=6$

18. $x^2+x=30$

19. $2x^2+x-3=0$

20. $3x^2-10x+3=0$

5. 應用問題解法

例1. 二數あり. 其和 12 にして, 其積 32 なりと云ふ. 二數各幾何なるか.

(解) 一數ヲ x トスレバ, 他ノ數ハ $12-x$ ナリ. 由テ次ノ方程式ヲ得.

$$x(12-x)=32$$

$$12x-x^2=32$$

$$x^2-12x=-32$$

$$x^2-12x+6^2=-32+36$$

$$(x-6)^2=4$$

$$x-6=\pm 2$$

故ニ $x=2+6=8$

又ハ $x=-2+6=4$

今 $x=8$ トスレバ, 他ノ數ハ $12-8=4$ トナリ, $x=4$ トスレバ, 他ノ數ハ $12-4=8$ トナル. 而シテ其積ハ $4 \times 8 = 32$ ナリ. 故ニ所要ノ數ハ 8 ト 4 トナリ.

例2. 或人金百四十四圓を若干人に等分せり. 然るに若し人數が四人少ければ, 各人の所得三圓づつ増加すると云ふ. 人數幾人なるか.

(解) 人數ヲ x トスレバ, 各ノ所得ハ $\frac{144}{x}$ 圓ナリ. 若シ $x-4$ 人ナレバ, 各ノ所得ハ $\frac{144}{x-4}$ 圓ナリ. 由テ次ノ方程式ヲ得.

$$\frac{144}{x} + 3 = \frac{144}{x-4}$$

$$144(x-4) + 3x(x-4) = 144x$$

$$144x - 576 + 3x^2 - 12x = 144x$$

$$3x^2 - 12x = 576$$

$$x^2 - 4x = 192$$

$$x^2 - 4x + 2^2 = 192 + 4$$

$$(x-2)^2 = 196$$

$$x-2 = \pm 14$$

故ニ $x=14+2=16$

又ハ $x=-14+2=-12$

然ルニ -12 ハ題意ニ適合セズ. 故ニ $x=16$ ニテ人數ハ 16 人ナリ.

問 題

1. 50ヲ二部ヲ分チ其積456トナラシムルニハ、各部ヲ幾何ニナスベキカ。
 2. 二數アリ。其差14ニシテ、其積72ナリ。二數各幾何ナルカ。
 3. 矩形ノ地アリ。其長サハ幅ノ三倍ニシテ、坪數ハ百九十二坪ナリト云フ。長サ、幅各幾何ナルカ。
 4. 正方形ノ宅地アリ。圖ノ如ク幅三間ノ道路ヲ間口ノ一端ヨリ奥行ノ一邊ニ沿ヒテ奥マデ作ルトキハ、殘地五百四坪ニナルト云フ。殘地ノ間口及奥行各幾間ナルカ。
-
5. 甲乙丙三人ノ年齢合セテ六十五歳ニシテ、甲ハ乙ヨリ五歳多ク、丙ノ年齢ハ甲ノ年齢ニ乙ノ年齢ノ數ヲ乘ジタルモノニ等シト云フ。各ノ年齢ヲ問フ。
 6. 白米十俵(四斗入俵)ヲ罹災民ニ平等ニ分與セントスルニ、一人ノ分ヲ豫定ヨリ二升減ズレバ、豫定人數ヨリ十人多ク與ヘ得ルト云フ。一人ニ

ツキ豫定ノ分量幾何ナルカ。

7. 商人アリ。反物若干反ヲ三百圓ニテ仕入レ、一反ニツキ二圓ヅツノ利ヲ得テ賣却セシニ、三百二十圓ヲ得シトキニ十反殘レリト云フ。初メ幾反仕入レシカ。
8. 或人一圓五十錢ニテ鶏卵若干個ヲ買ハントスルニ、大ナル方ハ小ナル方ヨリ一個ニツキ一錢高ク、從テ總數ニ於テ五十個少シト云フ。大小各一個ノ價幾何ナルカ。
9. 白米小賣ニテ若干升ノ代價十圓五十錢ナルガ、若シ一升ニツキ五錢下落スルトキハ、同ジ金額ヲ以テ、前ヨリ五升多ク買ヒ得ベシト云フ。初メ一升ノ價幾何ナルカ。
10. 或一工事ヲ爲スニ、甲乙ノ兩人ナラバ十四日五分ノ二カカリ、甲一人ニテナストキハ、乙一人ニテナスヨリモ十二日早ク成就スト云フ。甲一人ニテハ幾日カカルカ。
11. 若干人ニテ茶話會ヲ開キシニ、其費用五圓四十錢ナリ。然ルニ其中五人ハ費用ヲ出サザルタメ、殘リノ人數ニテ負擔セシニ、一人ノ出金高ハ平均額ヨリ一錢五厘ヅツ多クナレリト云フ。總

人数幾人ナルカ。

12. 甲乙ノ兩人アリ。六里ノ道ヲ行クニ、甲ハ若干時間ヲ要シ、乙ハ甲ヨリ毎時ノ速サ一里ノ五分ノ一ダケ少キタメ一時間多クカカルト云フ。

甲ノ毎時ノ速サ幾何ナルカ。

答。

- 7^頁 1. 15 2. -2 3. -3 4. -15
- 8^頁 5. -81 6. -11
- 9^頁 1. -4 2. 32 3. -40 4. 13 5. 82 6. 33
- 11^頁 1. 32 2. -24 3. 72 4. -84 5. $-\frac{5}{12}$ 6. $-\frac{3}{10}$
7. -14 8. 144 9. 336 10. -2520
- 12^頁 1. -8 2. -9 3. 4 4. 4 5. $-5\frac{5}{8}$ 6. $5\frac{3}{5}$ 7. -6
8. -7
- 13^頁 1. 16 2. 0 3. 5ax 4. $3a^2x+5ab+3ax^2$
5. $4a^2xy-axy+5axy^2$
- 14^頁 1. $6a+8b-5c$ 2. $x-7y$ 3. $-5a-5b+9c$ 4. $8ab-ac$
- 15^頁 5. $4ax+3by$ 6. $4a^2+4ab+7bc$
1. $5a-4b-c$ 2. $-a+12b-4c$ 3. $18x-2y-5z$
- 16^頁 4. $16ax-3by-6cz$ 5. $8x^3-19x^2+11y+8y^2+4z-9z^2$
1. $2x$ 2. $-x^2+y-9$ 3. $3a^2-2x^2$ 4. $a+b$
5. $2x^2-11y^2$ 6. $4by^3$
- 17^頁 1. $8a-5b$ 2. $12x+7y$ 3. $-13x$ 4. $11a$
5. $-3ab+bc$ 6. $2ax$
- 18^頁 1. $9a+5b$ 2. $-23a-8b-10c$ 3. $2x-14y+3z$
4. $-4ab-2bc-4cd+6c$ 5. $12ax-5by-8cz+5ab$
1. x^2-5x 2. $-2x-10$ 3. $3x^3-7$ 4. $6x^2+7x-8$
5. $a+4b-4c-d$ 6. $-8+x+7x^2$ 7. $-x^2-2y^2+z^2-2$
8. $12xy^2-x^2y^2-9x^2y$ 9. $2+2ab-4ac+12cd-5ad$

- 18^頁 10. $2x^4 - x^3 - 2x$
- 20^頁 1. $x+y+a-b$ 2. $x-y-a-b$ 3. $2a+2b-2c$
4. $3a+b$ 5. $ax-2$ 6. $2a+(3b-5c-d)$
7. $5a-(3b-4c+2d)$ 8. $x+(2x^2-3y+z)$
- 21^頁 1. $28ab$ 2. $-40ab$ 3. $-15ab$ 4. $24xy$
5. $-8a^2x^2y$ 6. $-63x^4y^2z$
- 22^頁 1. $12a^2-21ab+6ac$ 2. $10x^2+20xy-30x$
3. $18x^2-30x^2y+18x^2z$ 4. $40a^2c^2n-15am^2n^2$
5. $-7m^2n+7m^4n+21m^5n$ 6. $24x^3y^2-15x^2y^2-3xy^4$
7. $x^2yz-6xy^2z+4xyz^2+5xyz$ 8. $10(a+b)^3-6(a+b)^2-10(a+b)$
- 23^頁 1. a^2-2a-8 2. $a^2+2a-15$ 3. $6a^2-a-15$
4. $a^2+2ab+b^2$ 5. $a^2-2ab+b^2$ 6. a^2-b^2
7. $a^2x^2-b^2y^2$ 8. $4a^2+ab-4a^2b-ab^2$
9. $4x^4+11x^2+2x-8$ 10. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
1. $3x^2-7x-6$ 2. $2x^2-9x-35$
3. $12x^2-25xy+12y^2$ 4. $28x^4+x^2y^2-15y^4$
- 24^頁 5. $30x^2y^2+xy-42$ 6. $32a^5c-2ab^4c^2$
7. a^3+b^3 8. $6x^3-19x^2y+21xy^2-10y^3$
9. $a^4+a^2b^2+b^4$ 10. $4x^3-22x^2y+42xy^2-27y^3$
11. $4x^2+12xy+9y^2$ 12. $a^2+2ab+b^2+8a+8b+16$
13. $4x^2-12xy+9y^2$ 14. $x^2+4xy+4y^2-10x-20y+25$
15. $9+6a+6b+a^2+2ab+b^2$ 16. $4a^4-4a^2b+8a^2c+b^2-4bc+4c^2$
17. $4x^2-9y^2$ 18. $x^2-a^2-2ab-b^2$ 19. $a^2+2ab+b^2-9$
20. $16-x^2-2xy-y^2$
- 26^頁 1. 2 2. $4a$ 3. $-3x$ 4. $-\frac{18}{x}$ 5. $-4z$
6. $2x^3z$ 7. $-\frac{3x}{a^2b}$ 8. $\frac{4}{5a}$
- 27^頁 1. $5x+2y$ 2. $-4ab+3a^2$ 3. $3x^2y+7z$

- 27^頁 4. ax^3-bx+c 5. $-\frac{x^3}{y}+\frac{bx}{ay}-\frac{c}{ay}$
6. $2x^2-4ax-3a^2$
1. $-2b+3ac$ 2. $3x^2-7x+1$ 3. $3x^2-2xy-y^2$
4. $1+m-m^2+m^3$ 5. $x+y$ 6. $x+1$
- 30^頁 1. $2a+4$ 2. $a+5$ 3. $a+b$ 4. $x-y$ 5. $a-b$
6. $4x-6y-\frac{3y^2}{3x+2y}$ 7. $3x^2-2b$ 8. $4x+y$
9. x^2-3x+1 10. $3a^2-4ax+x^2$ 11. $2y^2-4y^2+y-1$
12. $2x^2-5x-1$
- 31^頁 1. $3x+1$ 2. $2x+1$ 3. $4x-5y$ 4. $3x+7$
5. $3x-5y$ 6. $3a+4c$ 7. $-5x+8$ 8. $7x^2+8x+1$
9. $3x^2-x-5$ 10. $3a^3-4a^2b+3ab^2-2b^3$
11. $2x+3y$ 12. $x-(a+b)$ 13. $5x+6y^2$ 14. $4x^2-7y^2$
15. $x+1-a$ 15. $a+b-2c$
17. a^2-2a+4
18. $4x^2+6xy+9y^2$
- 38^頁 1. 8 2. 13 3. 8 4. 7
5. 8 6. 16 7. 12 8. 48
- 39^頁 9. 35 10. 8 11. 40 12. 24
1. -2 2. 11 3. 0 4. $-\frac{4}{3}$ 5. 10
6. 6 7. $-\frac{3}{4}$ 8. $\frac{5}{4}$ 9. 1 10. 3
- 42^頁 1. 甲1100圓, 乙800圓, 丙600圓
2. 50
- 43^頁 3. 姊20尺, 妹8尺
4. 甲110圓, 乙100圓, 丙70圓
- 45^頁 5. 15日 6. 甲12里, 乙10里
- 47^頁 7. 6年後 8. 6歲
- 48^頁 9. 15人, 115個 10. 254人

- 50^頁 11. 十錢45個, 五錢25個
12. 紬3反, 木綿9反
- 52^頁 13. $3\frac{3}{5}$ 時間 14. 40時間
- 53^頁 15. 5時10分54秒 $\frac{6}{11}$
16. 2時43分38秒 $\frac{2}{11}$
- 56^頁 17. 240 18. 8圓 19. 40 20. 720坪 21. 大42, 小7
22. 甲7000圓, 乙8000圓
- 57^頁 23. 3600坪 24. 母54歲, 娘9歲 25. 紬30錢, 絹18錢
26. 43錢7厘5毛 27. 甲70, 乙55, 丙50
- 58^頁 28. 16日 29. 子12歲, 親36歲 30. 間口30間, 奥行48間
31. 240圓 32. 1圓23錢
- 59^頁 33. 五斗俵30俵, 四斗俵270俵 34. 49町 35. 35尺
36. 細筆5本, 太筆3本 37. 甲1200坪, 乙1800坪
38. 正答ナシ 39. $7\frac{1}{5}$ 日
- 60^頁 40. 250圓 41. 320圓 42. 甲33, 乙30, 丙24
43. 2丈4尺 44. $5\frac{5}{8}$ 日 45. 甲485圓, 乙430圓, 丙350圓
- 61^頁 46. 正答ナシ 47. 甲5石6斗, 乙4石2斗
48. 甲45人, 乙53人, 丙53人 49. 210町 50. 39
- 62^頁 51. 後=無シ, 6年前=アリ 52. 5度
1. 600圓 2. 2800圓 3. 12間 4. 甲18日, 乙12日
- 63^頁 5. 甲42時間, 乙84時間, 丙16時間 6. 正答ナシ
7. 正答トシ 8. 上2斗, 下6斗 9. 甲80圓, 乙20圓
10. 五圓24枚, 十圓8枚 11. 30町 12. 6里
- 70^頁 1. $x=3$ $y=2$ 2. $x=5$ $y=3$ 3. $x=6$ $y=3$
4. $x=8$ $y=6$ 5. $x=8$ $y=7$ 6. $x=2$ $y=4$
7. $x=6$ $y=8$ 8. $x=12$ $y=6$ 9. $x=\frac{1}{105}$ $y=-\frac{1}{56}$
10. $x=25$ $y=15$

- 71^頁 1. $x=-3$ $y=1\frac{1}{2}$ 2. $x=\frac{1}{3}$ $y=-\frac{1}{4}$ 3. $x=\frac{1}{2}$ $y=\frac{1}{2}$
4. $x=-\frac{1}{2}$ $y=2$ 5. $x=10$ $y=-10$ 6. $x=12$ $y=18$
7. $x=3$ $y=-2$ 8. $x=5$ $y=4$ 9. $x=3$ $y=-2$
10. $x=3$ $y=-2$ 11. $x=3$ $y=6$ 12. $x=1$ $y=3$
- 74^頁 1. 大350, 小170 2. 上1圓60錢, 下65錢 3. 母32歲, 子14歲
4. 甲100人, 乙60人 5. 兄300圓, 弟200圓
- 75^頁 6. 長18間, 幅12間 7. $\frac{4}{10}$ 8. $\frac{3}{8}$ 9. 84
10. 84又 \times 48 11. 龜60, 鶴90
- 76^頁 12. 200圓
1. 甲195圓, 乙135圓 2. 間口8間, 奥行17間
3. 二十二金6匁, 十八金22匁 4. $\frac{2}{5}$
- 77^頁 5. 銀2000圓, 債4400圓
- 78^頁 1. (1) $a^2x^2-b^2y^2$ (2) $4ax^3+11x^2+2x-8$ (3) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
(4) $ax+ay+bx+by+cx+cy$ (5) $40x^4+40x^3-54x^2-32x-32$
2. (1) $a-b$ (2) $5a+6b$ (3) $6x^2+2x+3$ (4) $3a^2-2b$ (5) $a+b$
3. 35 4. 70圓
- 79^頁 5. 父54歲, 子9歲 6. 甲70, 乙55, 丙50 70. 49町
8. 320圓 9. $5\frac{5}{8}$ 日 10. 245頁
- 80^頁 11. 3時49分5秒 $\frac{5}{11}$ 12. 8時43分38秒 $\frac{2}{11}$
13. 4000圓 14. 180圓 15. 210町 16. 大125, 小18
- 81^頁 17. 父1圓30錢, 子80錢 18. 五十錢16ヶ, 二十錢27ヶ
19. 紬3反, 木綿9反 20. 林檎30個, 梨20個
21. 7日
- 82^頁 22. 甲12日, 乙12日 23. 12 24. 細筆9錢, 太筆15錢
25. 甲12里, 乙9里 26. 井18尺, 繩96尺
- 83^頁 27. 1段2畝24歩 28. 140哩
29. 甲75間, 乙60間 30. 姉400圓, 妹200圓



才三學年中組
山本八代子