新制 女子幾何

理學博士
園正造 著

至文堂

文部省檢定濟
昭和八年十月十六日　高等女學校數學科教科書

新制
女子幾何

京都帝國大學教授
理學博士
園　正造
著

東京
至文堂

はしがき

本書ハ高等女學校ノ幾何學教科書トシテ編纂シタモノデアル,之ニ當ツテ生徒ノ推理力ヲ考慮シテ平易ニ定義ヲ與ヘ,簡易ニ定理ヲ證明シ,定理ト調和ヲ計ツテ適切ナ問題ヲ課シ,其ノ中デ生徒ノ自修ニ稍困難ト思ハレルモノニハ「ヒント」又ハ略解ヲ附シテ,生徒ヲシテ容易ニ各種ノ事項ヲ會得了解セシメ,其ノ學修ニ興味ヲ起サシメルヤウニ努メタ.

尙ホ本書ニツイテ留意スベキ點ヲ擧ゲルト,

一　第一編幾何圖形ハ幾何學入門ノ意味デ平易ニ說イテ正確ナ知識ヲ與ヘルヤウニ心掛ケタ.

二　垂線斜線ニ關スル定理及ビ直角三角形ノ合同定理ハぴたごらすノ定理ノ應用トシテ之ヲ與ヘタ.

三　比例ノヤウニ量ニ關スルモノハ其ノ測度ヲ用ヒテ代數的ニ取扱フヤウニシタ.

四　問題ノ中デ末尾ニ(定理)ト記シタモノハ,之ヲ定理トシテ取扱ヒ,其ノ證明ヲ略シテ他ノ問題ノ解法ニ利用シテモヨイコトヲ示シタモノデアル.

目次

新制

女子幾何

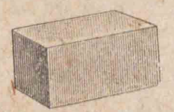
第一編

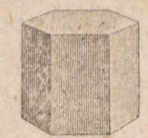
幾何圖形

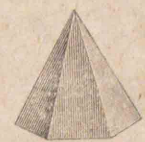
1. 立體,面

物體ヲ觀察スルニ之ヲ組成スル物質ノ色,目方,成分ナドニ就イテ考ヘルコトナク,其ノ物體ノ形,大サ及ビ位置ノ關係ダケニ就イテ考ヘルトキ,之ヲ**立體**トイフ.

下ニ示スノハ屢出遇フ立體デアル.

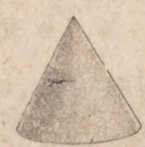

直方體


直角壔


直角錐


球


直圓壔


直圓錐

次ニ立體ノ界ヲナシテヰルモノヲ表面又ハ單ニ**面**トイフ. 面ニハ位置ト廣サ(長サ,幅)トガアルガ厚サハナイ.

面ニハ**平面**ト**曲面**トガアル. 平面ハ靜止スル水ノ表面ノヤウナモノデ,曲面ハぼーるノ表面ノヤウナモノデアル.

問題

1. 次ノ立體ハ幾ツノ平面ト幾ツノ曲面トニ依ツテ圍マレテヰルカ. 前ノ圖ニツイテ之ヲ見ヨ.
   (i) 直方體, (ii) 直圓壔, (iii) 直圓錐, (iv) 球.

2. 線點

面ノ界又ハ面ト面トノ交ハリヲ**線**トイフ. 線ニハ位置ト長サトガアルガ幅モ厚サモナイ. 線ニハ**直線**ト**曲線**トガアル. 圖ノヤウニ絲ノ兩端ヲ取ツ

テ之ヲ引張ルト眞直グニナツテ直線狀トナリ,弛メルト曲線狀ニナル.

次ニ線ノ端又ハ線ト線トノ交ハリヲ**點**トイフ. 點ハ位置ノミガアツテ大キサハナイ. 大キサノナイモノハ書キ表ハスコトガ出來ナイケレドモ,單ニ位置ダケヲ表ハス意味デ點ヲ・デ示シ,ソノ傍ニA,

Bナドノ文字ヲ附シテ之ヲ點A,點Bト呼ブ.

問題

1. 次ノ立體ノ各面ノ接スル部分ニハ幾ツノ線ト幾ツノ點ガアルカ.
   (i) 直方體, (ii) 直圓壔, (iii) 直圓錐

3. 直線

一ツノ點ヲ通ツテ直線ハ幾本モ引ケルガ,二ツノ點ヲ通ル直線ハ唯一本引ケルダケデアル.

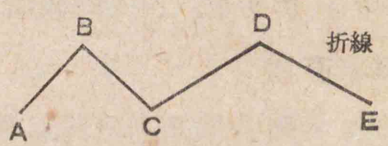
コノ性質カラ一ツノ直線ヲ表ハスニハソノ上ニ二ツノ點ヲトリ,之ニ名稱例ヘバA,Bヲ附シテ直線ABト呼ブ.

直線ハ双方ニ限リナク長イモノデアル. 若シ一端ガ限ラレ他方ガ限リナク長イモノヲ取ルトキハ之ヲ**半直線**トイフ. 又兩端ガ限ラレタモノヲ取ルトキハ之ヲ**有限直線**又ハ**線分**ト稱ヘル. ソシテ二點A,Bヲ兩端トスル線分ヲ表ハスニ線分ABヲ以テスル.

直線ハ定規ヲ用ヒ圖ノヤウニシテ描ク.

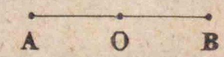
二點A,Bヲ通ル直線ニ於テ線分AB以外ノ部分ヲ線分ABノ**延長**トイフ.

又幾ツカノ線分ガ圖ノヤウニ連ラナツテ作レル線ヲ**折線**トイフ.



二點間ニ直線ヲ引クコトヲ此ノ二點ヲ**結ブ**トイヒ,二點ヲ結ブ線分ノ長サヲ其ノ二點間ノ**距離**トイフ.二點ヲ結ブ線分ハ其ノ二點間ノ最短通路デアル.

線分ノ上ニアツテ其ノ兩端カラ相等シイ距離ニアル點ヲ其ノ線分ノ**中點**トイフ.線分ノ中點ハ唯一ツアル.



4. 圖形

立體,面,線,點又ハ其等ノ集合ヲ**圖形**トイフ. 同ジ平面上ニアル圖形ヲ**平面圖形**トイヒ,同ジ平面上ニナイ圖形ヲ**立體圖形**トイフ.

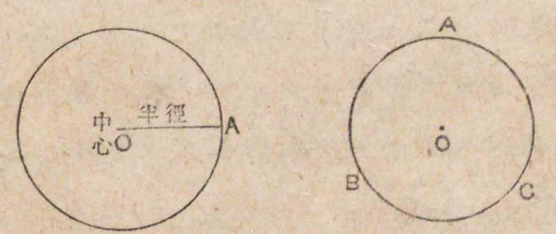
圖形ノ性質ヲ研究スル學問ヲ**幾何學**トイフ.

問題

1. 一直線上ニ三點A, B, Cガ此ノ順ニアツテABガ$5m$デBCガ$3m$デアル. 線分ABノ中點ヲM, 線分BCノ中點ヲNトスルトキAN, MN, MCノ長サ如何.
2. 前題ニ於テACノ中點ヲP, BCノ中點ヲQトスルトキPQノ長サ如何.
3. 一直線上ニ四點A, B, C, Dガ此ノ順ニアル. 線分AB及ビCDノ中點ヲ夫々M, Nトシ, MNガ$9m$デBCガ$4m$デアルトキADノ長サヲ求メヨ.

5. 圓

一ツノ線分OAノ一端Oヲ固定シテ之ヲ一ツノ平面上デ廻轉シテモトノ位置ヘ歸ヘラシメルトキ,他ノ端Aハ一ツノ曲線ヲ畫ク. 此ノ曲線ヲ**圓周**ト

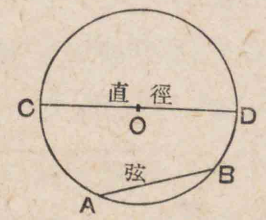


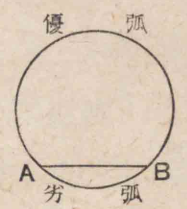
イヒ,此ノ曲線デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**圓**トイフ.

ソシテ此ノ固定シタ點OヲノI**中心**トイヒ,中心ト圓周上ノ點トヲ結ブ線分ヲ**半徑**トイフ.

圓ヲ表ハスニハ中心ニ名稱,例ヘバOヲ附シテ之ヲ圓Oト呼ビ,又ハ圓周ノ上ニ三點,例ヘバA,B,Cヲトツテ之ヲ圓ABCト呼ブ.

圓周上ノ二點ヲ結ブ線分ヲ**弦**トイヒ,弦ノ中デ中心ヲ過ルモノヲ**直徑**トイフ. 直徑ノ長サハ半徑ノ長サノ二倍デアル.



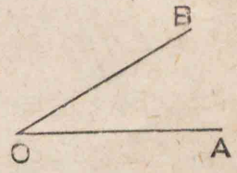


圓周ノ一部分ヲ**弧**トイフ. 弦ハ圓周ヲ二ツノ弧ニ分ツ. ソノ大キイ方ヲ**優弧**,小サイ方ヲ**劣弧**トイヒ,コノ二ツノ弧ハ互ニ**共軛**デアルトイフ.

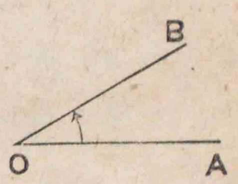
直徑ニヨツテ分タレタ二ツノ弧ハ互ニ相等シイカラ優弧デモナケレバ,又劣弧デモナイ. 之ヲ**半圓周**トイフ.

6. 角

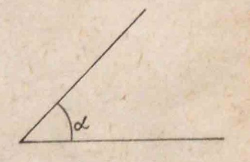
一點Oカラ出タ二ツノ半直線OA, OBハ**角**ヲナストイヒ,點Oヲ角ノ**頂點**, OA, OBヲ角ノ**邊**トイフ.



OA, OBノナス角ヲ$\angle AOB$又ハ$\angle BOA$デ表ハス. 他ノ角ト混同スル恐レガナイトキニハ單ニ頂點ノ文字ノミデ之ヲ表ハスコトガアル. 例ヘバ$\angle O$ノ如キデアル.



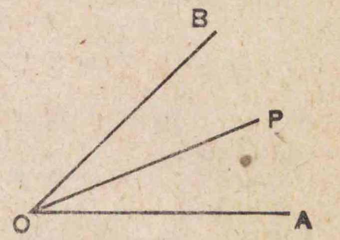
$\angle AOB$ハ直線OBガOAノ位置カラOヲ中心トシテ矢ノ向キニ廻轉シテ圖ノ位置ニ來タモノト見ルコトガ出來ル.



コノヤウニOBガ廻轉シタトキ矢デ示シタ平面ノ部分ヲ$\angle AOB$ノ**内部**トイフ. 角ヲ表ハスニ當ツテ其ノ角ノ内部ニ一ツノ文字,例ヘバαヲ置イテ$\angle\alpha$ト呼ブコトガアル.

7. 接角

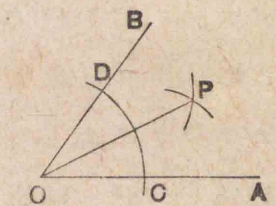
頂點ト一邊トガ共通デ且ツ其ノ共通邊ノ兩側ニアル二ツノ角ヲ**接角**又ハ**隣接角**トイフ.



圖ニ於テ∠AOPト∠POBトハ接角デアル.

右ノ圖ニ於テ ∠AOPト∠POBトガ相等シイトキハOPヲ∠AOBノ二等分線トイフ. 角ノ二等分線ハ唯一ツシカナイ.

與ヘラレタ角AOBノ二等分線ヲ作ルニハ次ノヤウニスレバヨイ.



頂點Oヲ中心トシ任意ノ半徑デ圓周ヲ畫キ,二邊OA, OBト交ハル點ヲC, Dトスル. 次ニC及ビDヲ中心トシ, CDヲ半徑トシテ二ツノ圓周ヲ畫キ,其ノ交點ノ一ツ(∠AOBノ内部ニアル交點)ヲPトスル. O, Pヲ結ベバOPハ∠AOBノ二等分線デアル.

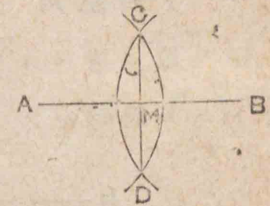
8. 作圖

前節ニ於テ與ヘラレタ角AOBノ二等分線ヲ作ツタガ,斯樣ニ一般ニ與ヘラレタ條件ニ適スル圖形ヲ作ルコトヲ作圖トイフ. 作圖ニ用ヒル器具ハ目盛リノナイ定規トこんぱすダケデアツテ,定規ハ直線

ヲ引クニ用ヒ,こんぱすハ圓周ヲ畫クニ用ヒル. 今次ギヘ作圖ニ關スル問題(之ヲ作圖題トイフ)ヲ例トシテ二三擧ゲルコトトスル.

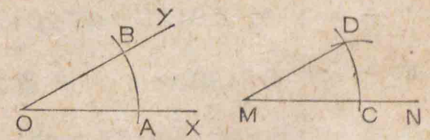
作圖題1. 與ヘラレタ線分ノ中點ヲ求メヨ.

作圖 與ヘラレタ線分ヲABトスル. A, Bヲ中心トシ,相等シイ半徑デ相交ハル二ツノ圓周ヲ畫キ,其ノ交點ヲC及ビDトスル. CDヲ結ビ, ABト交ハル點ヲMトスレバMハ線分ABノ中點デアル.



作圖題2. 與ヘラレタ角XOYニ等シイ角ヲ作レ.

作圖 直線MNヲ引ク. Oヲ中心トシ任意ノ半徑デ圓周ヲ畫キOX, OYトノ交點ヲ夫々A, Bトスル. 次ニMヲ中心トシ前ト同ジ半徑デ圓ヲ畫キMNトノ交ハリヲCトスル. 最後ニCヲ中心トシABニ等シイ半徑ヲ以テ圓ヲ畫キ圓Mトノ交點ノ一ツヲDトスル. MDヲ結ベバ∠CMDハ∠XOYニ等シイ.

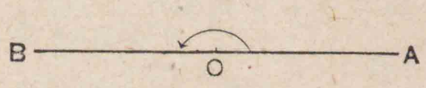


問題

1. 與ヘラレタ線分ヲ直徑トスル圓周ヲ畫ケ.
2. 與ヘラレタ線分ヲ四等分セヨ. 又八等分セヨ.
3. 與ヘラレタ角ヲ四等分セヨ. 又八等分セヨ.
4. 與ヘラレタ角ノ二倍ニ等シイ角ヲ作レ.

9. 平角直角

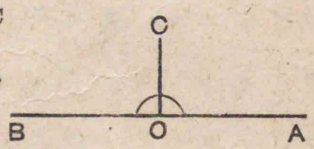
第6節ニ述ベタ様ニ OB ガ OA ノ位置カラ O ヲ中心トシテ廻轉シテ $\overrightarrow{AO}$ ノ延長ノ上ニ來タトキ,即チ



∠AOB ノ二邊 OA, OB ガ頂點 O ノ兩側ニアッテ一直線ヲナストキ, ∠AOB ヲ**平角**トイフ.

平角ノ半分ニ等シイ角ヲ**直角**イフ.

平角 AOB ノ二等分線ヲ OC トスレバ ∠AOC 及ビ ∠COB ハ共ニ直角デアル.

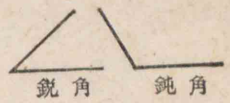


直角ヲ R∠ ト略記スルコトガアル. 例ヘバ

$$\angle AOC=R\angle,\quad \angle AOC+\angle COB=2R\angle$$

平角ハ二直角ニ等シイ.

直角ヨリ小サイ角ヲ**鋭角**トイヒ,直角ヨリハ大キクテ平角ヨリ小サイ角ヲ**鈍角**トイフ.



二ツノ角ノ和ガ直角ニ等シイトキ各ヲ他ノ**餘角**トイフ. 又二ツノ角ノ和ガ二直角ニ等シイトキ各ヲ他ノ**補角**トイフ.

即チ $\angle\alpha+\angle\beta=R\angle$ ナルトキハ $\angle\alpha$ ハ $\angle\beta$ ノ餘角デ, $\angle\beta$ ハ $\angle\alpha$ ノ餘角デアル. 又 $\angle a+\angle b=2R\angle$ ナルトキハ $\angle a$ ハ $\angle b$ ノ補角デ, $\angle b$ ハ $\angle a$ ノ補角デアル.

問題

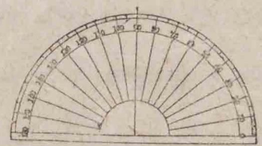
1. 直角ニ等シイ角ヲ作レ.
2. $\angle a$ ト $\angle b$ トガ共ニ $\angle c$ ノ餘角デアルトキハ $\angle a=\angle b$ デアル. ソノ理由ヲ說明セヨ.
3. $\angle a$ ト $\angle b$ トガ共ニ $\angle c$ ノ補角デアルトキハ $\angle a=\angle b$ デアル. ソノ理由ヲ說明セヨ.

10. 角ヲ測ルコト

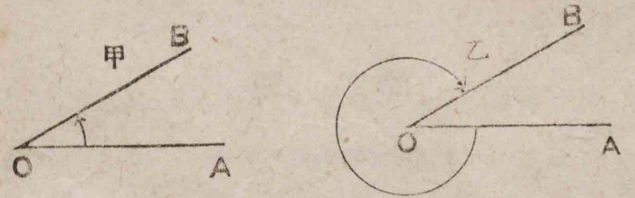
角ヲ測ルニハ直角ヲ單位トシテ何直角トカ,何分ノ幾直角トカイフ. 又直角ノ $\frac{1}{90}$ ヲ度,一度ノ $\frac{1}{60}$

ヲ分,一分ノ $\frac{1}{60}$ ヲ秒ト稱ヘ,之等ヲ測角ノ單位トシテ何度何分何秒トイフコトガアル. ソシテ度,分,秒ヲ表ハスニ記號 °′″ ヲ用ヒル. 例ヘバ 57°17′45″ ノ如キデアル.

實用上角ノ大キサヲ測ルニハ右ニ示スヤウナ透明體ノ分度器ヲ用ヒル.



注意 1. 一點 O カラ射出スル二直線 OA, OB ニ於テ OB ガ OA ノ位置カラ O ヲ中心トシテ甲圖ノヤウニ廻轉シテ現在ノ位置ニ來タモノト見ラレルト同



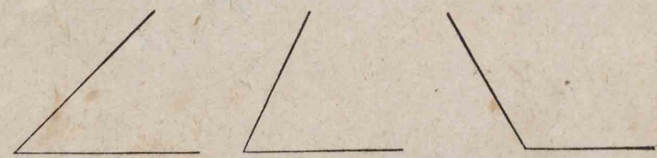
時ニ又乙圖ノヤウニ廻轉シタモノトモ見ルコトガ出來ル. 此ノ兩者ハ一般ニ其ノ廻轉ノ量ガ異ナル. 依ツテ ∠AOB ノ大サヲ測ルニ當ツテ甲ヲトルカ或ハ乙ヲトルカニ從ツテ二樣ノ結果ヲ生ズル. 併シ今後ハ單ニ ∠AOB ト云ヘバ特ニ斷リノナイ限リ其ノ測度トシテ小サイ方ヲトルモノトスル.

注意 2. ∠AOB ト云ウタトキ其ノ大キサヲモ同

時ニ考ヘルモノトスレバ,上ノ甲,乙兩者ハ二ツノ異ナル角トナル. 此ノ二ツノ角ハ互ニ**共軛**デアルトイヒ,大キイ方ヲ**優角**,小サイ方ヲ**劣角**トイフ. 劣角ハ平角ヨリ小デ優角ハ平角ヨリ大デアル.

問題

1. 次ノ角ヲ分度器ヲ用ヒテ測レ.



2. 次ノ各角ノ餘角ヲ暗算デ答ヘヨ.

30°, 45°, 18°, 83°, 52°15′38″, $\frac{3}{5}$R∠, $\frac{2}{3}$R∠

3. 次ノ各角ノ補角ヲ暗算デ答ヘヨ.

30°, 45°, 124°, 72°34′25″, $\frac{3}{2}$R∠, $\frac{1}{4}$R∠

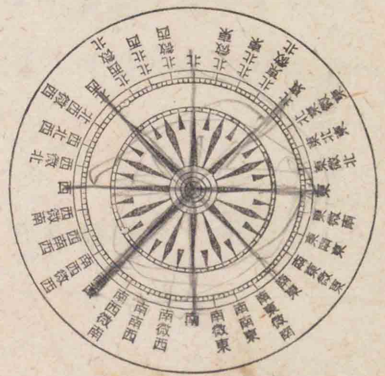
4. ∠AOB ト ∠BOC トガ接角ヲナシ ∠AOB=45°, ∠BOC=30° デアル. ∠AOB ノ二等分線ヲ OD, ∠BOC ノ二等分線ヲ OE, ∠AOC ノ二等分線ヲ OF トスレバ, ∠BOF, ∠EOD, ∠FOD, ∠EOF ハ夫々何度何分何秒デアルカ.

5. 三時ノトキ時計ノ兩針ノナス劣角ハ何度カ.

又優角ハ何度カ.

6. 十時十二分ノトキ時計ノ兩針ノナス角ハ何度何分何秒デアルカ.

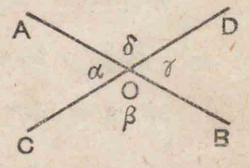
7. 正東ニ向ツテ立テル人ガ右ヘ 135° 廻ハリ, 次ニ左ヘ二直角廻ハレバ何レノ方角ニ向クカ.



11　對頂角

二ツノ直線ガ交ハツテ作ル四ツノ角ノ中,相隣ツテキナイ二ツノ角ヲ**對頂角**トイフ.

圖ニ於テ $\angle\alpha$ ト $\angle\gamma$ 及ビ $\angle\beta$ ト $\angle\delta$ ハ對頂角デアル.



對頂角ハ相等シイ.

何トナレバ COD, AOB ハ何レモ一直線デアルカラ

$$\angle\alpha+\angle\delta=2R\angle,\quad \angle\gamma+\angle\delta=2R\angle$$

$$\therefore\quad \angle\alpha+\angle\delta=\angle\gamma+\angle\delta$$

$$\therefore\quad \angle\alpha=\angle\gamma$$

同様ニ　$\angle\beta=\angle\delta$

600
612

問　題

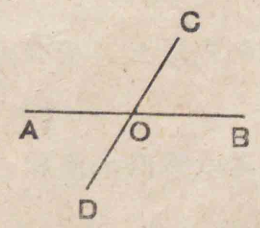
1. 二直線 AB, CD ガ O デ交ハツテ作ル角ノ中 $\angle$AOC ガ 30° ノトキ他ノ角ノ大サハ各々幾度デアルカ.

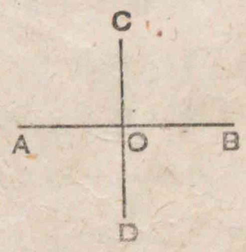
2. 角ノ二等分線ノ延長ハ其ノ角ノ對頂角ヲ二等分スル. 之ヲ説明セヨ.

3. 二ツノ直線ガ交ハツテナス四ツノ角ノ中,一ツガ直角デアルナラバ他ノ三ツノ角モ亦直角デアル. 之ヲ説明セヨ

12. 二直線ノ直交,斜交

二ツノ直線ガ相交ハツテナス角ガ直角デナイトキ此ノ二直線ハ**斜交**スルトイヒ,之ニ反シテ其ノ角ガ直角デアルトキ此ノ二直線ハ**直交**スル或ハ互ニ**垂直**デアルトイフ.





直線 AB ト CD トガ互ニ垂直デアルコトヲ

AB⊥CD

デ表ハス.

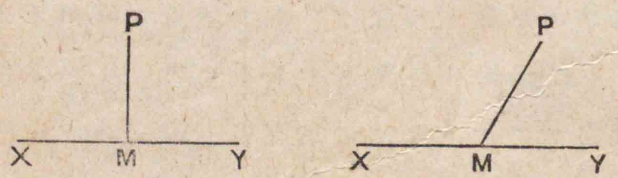
一直線上ノ一點ヲ過ギテ之ニ垂直ナ直線ハ唯一ツシカナイ.

問題

1. 一直線AB上ノ一點Oヲ過ギテ之ニ垂直ナ直線ヲ引ケ.

13. 垂線,斜線

一直線XYノ上ニナイ一點PカラXY上ノ一點Mニ引イタ線分PMガXYニ垂直デアルトキハ,PM



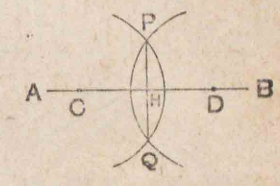
ヲXYノ垂線トイヒ,之ニ反シテ垂直デナイトキハPMハXYノ斜線トイフ. ソシテ何レノ場合ニ於テモMヲ其ノ足トイフ.

一直線外ノ一點ヲ過ギテ之ニ垂直ナ直線ハ唯一ツシカナイ.

作圖題 與ヘラレタ直線AB外ノ與ヘラレタ點

Pヲ通ッテ之レニ垂線ヲ引ケ.

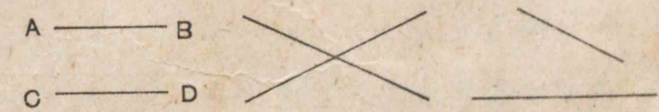
作圖 直線AB上ニ任意ニ二點C, Dヲトル. Cヲ中心, CPヲ半徑トスル圓及ビDヲ中心, DPヲ半徑トスル圓ヲ畫キ,コノ二ツノ圓周ガABニ關シPト反對ノ側デ交ハル點ヲQトスル. PQヲ結ビ, ABトノ交點ヲHトスレバ, PHハABヘノ垂線デアル.



注意 一點Pカラ直線ABヘ下シタ垂線PHノ長サヲ點Pト直線ABトノ距離トイフ.

14. 平行線

同ジ平面ノ上ニアル二ツノ直線ハ相交ハル場合ト双方ヘ如何程延長シテモ交ハラナイ場合トガアル. 此ノ交ハラナイ直線ヲ平行線トイフ.



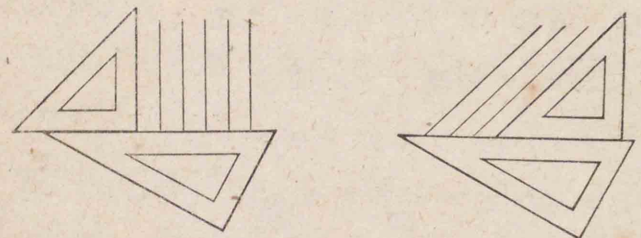
平行線 相交線 相交線

ABトCDトガ平行デアルコトヲ表ハスニAB//CDヲ以テスル.

二ツノ三角定規ヲ用ヒテ平行線ヲ畫クニハ次ノ

垂線　コンパスト三角定規

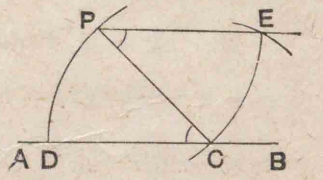
圖ニ示スヤウニスレバヨイ.



注意　二直線 AB, CD ガ平行デアルトキ, AB 上一點カラ CD ヘ下シタ垂線ノ長サヲ平行線 AB, CD ノ距離トイフ.

作圖題　與ヘラレタ直線 AB 外ノ一點 P カラ此ノ直線ニ平行ナ直線ヲ引ケ.

作圖　AB 上ニ一點 C ヲトリ, C ヲ中心, CP ヲ半徑トシテ圓周ヲ畫キ, AB トノ交點ヲ D トスル. 次ニ P ヲ中心トシ,前ト同ジ半徑デ圓周ヲ畫キ,又 C ヲ中心トシ線分 DP ニ等シイ長サヲ半徑トスル圓周ヲ畫キ,兩圓ノ交點ヲ E トスル. PE ヲ結ベバ PE ハ AB ニ平行デアル.



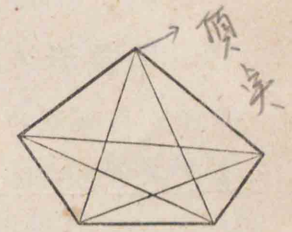
(コノ理由ハ第29節ニ於テ明カトナル.)

注意　一直線外ノ一點ヲ過ギテ之ニ平行ナ直線ハ唯一ツシカナイ.

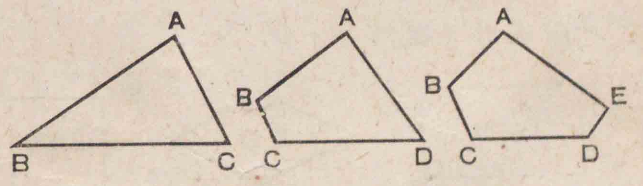
15. 多角形

若干ノ線分ニヨツテ圍マレタ平面ノ一部分ヲ多角形トイヒ,其ノ線分ヲ多角形ノ邊トイフ.

相隣ル二邊ノナス角ノ中デ形內ニアルモノヲ多角形ノ**角**トイヒ,其ノ角ノ頂點ヲ多角形ノ**頂點**トイフ. ソシテ相隣ラナイ二ツノ頂點ヲ結ブ線分ヲ**對角線**トイフ.



多角形ニ於テハ邊ノ數,頂點ノ數,角ノ數ハ皆相等シイカラ之等ノ數ニヨツテ三角形,四角形,五角形,六角形等又ハ四邊形,五邊形,六邊形等トイフ. ソシテ



各頂點ニ附シタ文字デコレヲ表ハス. 例ヘバ△ABC, 四邊形 ABCD, 五角形 ABCDE 等ト呼ブ.

問　題

1. 三ツノ直線ハ常ニ三角形ヲ作ルカ. 若シ作ラナイ場合ガアレバ其ノスベテノ場合ヲ圖デ表

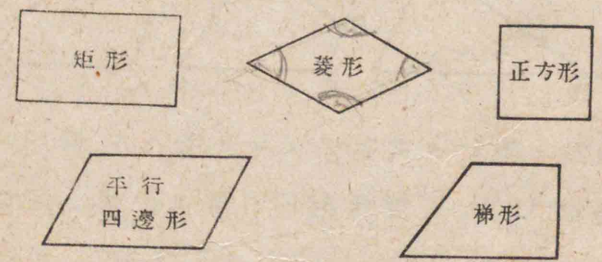
ハセ.

2. 四ツノ直線ハ幾ツノ三角形ヲ作ルカ. 又作ラナイ場合ガアルカ. 其ノスベテノ場合ヲ圖デ表ハセ.

16. 四角形ノ種類

四ツノ角ガ直角デアル四邊形ヲ**矩形**トイヒ,四ツノ邊ガスベテ相等シイ四邊形ヲ**菱形**トイフ. 四ツノ邊ガ相等シク且ツ四ツノ角ガ直角デアル四邊形ヲ**正四角形**又ハ**正　形**トイフ.

二双ノ對邊(向ヒ合ツテヰル邊)ガ夫々平行デアル四邊形ヲ**平行四邊形**トイヒ,一双ノ對邊ダケガ平行デアル四邊形ヲ**梯形**トイフ.



注意1. 矩形,菱形,正方形ハ皆二双ノ對邊ガ夫々平行トナルカラ平行四邊形デアル. ソシテ平行四邊形デハ二双ノ對邊ハ夫々相等シク,又二双ノ對角

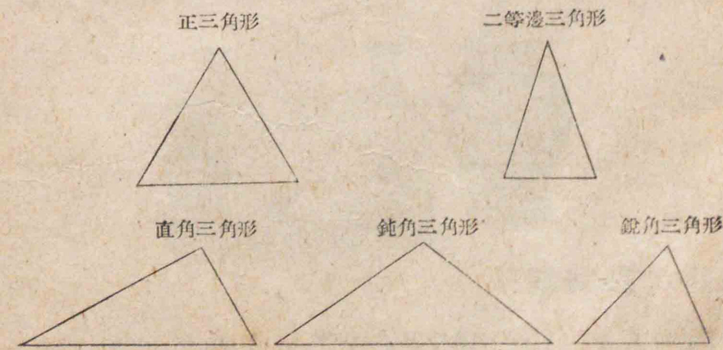
モ亦夫々相等シイ. 上ニ畫イタ圖形ニツイテ實驗シ,之等ノ事柄ヲ會得セヨ.

注意2. ココニ述ベタ正方形ノヤウニスベテノ邊ガ相等シク且ツスベテノ角ガ相等シイ多角形ヲ**正多角形**トイフ.

17. 三角形ノ種類

三邊ガ相等シイ三角形ヲ**等邊三角形(正三角形)**,二邊ガ相等シイ三角形ヲ**二等邊三角形(等脚三角形)**トイフ.

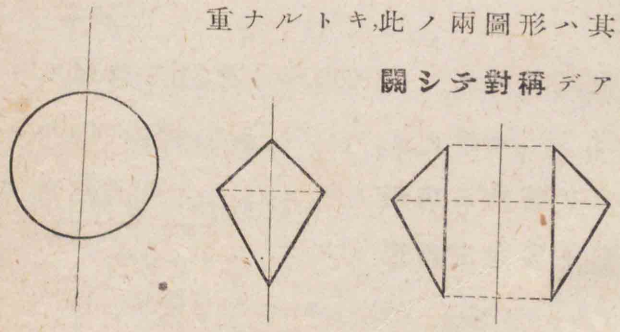
一ツノ角ガ直角デアル三角形ヲ**直角三角形**トイヒ,直角ノ對邊ヲ**斜邊**トイフ. 又一ツノ角ガ鈍角デアル三角形ヲ**鈍角三角形**トイヒ,三ツノ角ガ鋭角デアル三角形ヲ**鋭角三角形**トイフ.

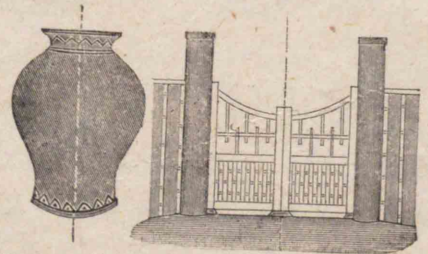


18. 線對稱

一ツノ圖形ヲ一直線ニヨツテ二ツノ部分ニ分チ,此ノ直線ヲ折リ目トシテ折リ重ネルトキ,其ノ二ツノ部分ガ全ク相重ナルトキ,此ノ圖形ハ其ノ**直線ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,其ノ直線ヲ**對稱ノ軸**トイフ. 又此ノ圖形ヲ**線對稱**ヲナス圖形トモイフ.

又甲乙兩圖形ガアツテ,一ツノ直線ヲ折リ目トシテ甲圖形ヲ折リ返ヘストキ,ソレガ全ク乙圖形ニ相重ナルトキ,此ノ兩圖形ハ其ノ**直線ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,其ノ直線ヲ對稱ノ軸トイフ.

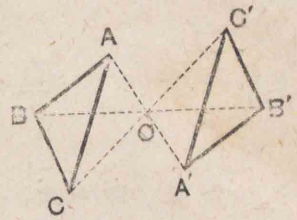




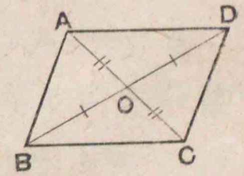
19. 點對稱

圖ニ於テOガAA', BB', CC'ノ中點デアルトキハ

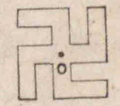
Oヲ中心トシテ△A'B'C'ヲ180°ダケ廻轉スルト△ABCニ全ク重ナル. 此ノ樣ニ或ル點ヲ中心トシテ甲圖形ヲ180°廻轉シタトキ,之ガ全ク乙圖形ニ重ナルトキ甲乙兩圖形ハ其ノ**點ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,其ノ點ヲ對稱ノ**中心**トイフ. 又二ツノ圖形ハ**點對稱**デアルトイフ.



又或ル點ヲ中心トシテ一ツノ圖形ヲ180°廻轉スルトキ,其ノ廻轉ニヨツテ出來タ圖形ガ元ノ圖形ト全ク相重ナルトキ,其ノ圖形ハ其ノ**點ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,其ノ點ヲ對稱ノ**中心**トイフ.



例ヘバ二ツノ對角線ガ互ニ他ヲ二等分スルヤウナ四邊形ABCDハ其ノ對角線ノ交點Oニ關シテ對稱デアル.



又右圖ノ如キモO點ニ關シテ對稱デアル.

第二編

直　線　形

第一章　三角形ノ合同

20.　二ツノ圖形ガ全ク重ネ合ハスコトガ出來ルトキソノ二ツノ圖形ハ**合同**デアルトイフ．之ハ合同トイフコトハドウ云フコトデアルカヲ明カニ定メタ言葉デアル．コノヤウニ或ル事項ノ意義ヲ明カニスル陳述ヲ**定義**トイフ．

又第3節ニ於テ述ベタヤウニ，

二點ヲ過ギル直線ハ必ズ存在シ,ソシテ其ノ數ハ唯一ツデアル．

コレハ吾々ノ經驗ニヨツテ直チニ眞デアルト認メタ事實デアル．斯樣ナ事實ヲ**公理**トイヒ,之ヲ基礎トシテ他ノ事實ヲ推論スル．公理或ハ定義カラ推理ニヨツテ得タ事實ヲ**定理**トイフ．

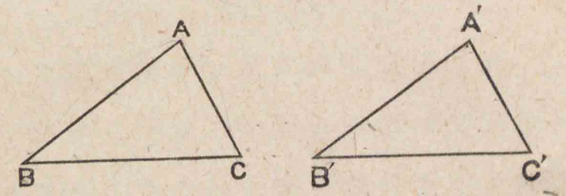
21. 三角形ノ合同(其ノ一)

定理　一ツノ三角形ノ二邊ガ夫々他ノ三

三角形ノ合同
二等辺三角形ノ二辺をなしておく

~~両辺　形　對辺~~

角形ノ二邊ニ等シク且ツ其ノ夾角ガ相等シイトキ,コノ兩三角形ハ合同デアル．ソシテ其ノ相等シイ邊ニ對スル角ハ夫々相等シイ．



$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ

$$AB = A'B',\quad AC = A'C',\quad \angle A = \angle A'$$

デアルトキハ*

$$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$$

ソシテ　　$\angle B = \angle B'$,　$\angle C = \angle C'$

ナントナレバ $\triangle ABC$ ヲ移動シテ頂點 A ヲ A′ ノ上ニ置キ,邊 AB ガ A′B′ ノ上ニ來リ, C ト C′ トガ A′B′ ノ同ジ側ニアル樣ニスル．然ルトキハ $AB = A'B'$ デアルカラ, B ハ B′ ノ上ニ落チル．

ソシテ $\angle A = \angle A'$ デアルカラ直線 AC ハ直線 A′C′ ニ重ナリ,又 $AC = A'C'$ デアルカラ C ハ C′ ノ上ニ來ル．故ニ BC ハ B′C′ ニ合スル．

*註　≡ ハ合同ノ記號デアル．

斯様ニ $\triangle ABC$ ハ移動ニヨツテ $\triangle A'B'C'$ ニ全ク重ナル．故ニ $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

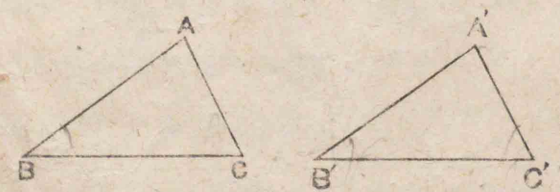
又 $\angle B$ ト $\angle B'$ ガ重ナリ $\angle C$ ト $\angle C'$ ガ重ナツタコトカラ $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

22. 凡テ定理ハ假設及ビ終結ノ二ツノ部分カラナル．假設ハ假リニ然リト定メタ事項デ終結ハ其ノ假設カラ當然起リ來ルベキ事項デアル．例ヘバ前節ノ定理ニ於テ「一ツノ三角形ノ二邊ガ夫々他ノ三角形ノ二邊ニ等シク且ツ其ノ夾角ガ相等シイ」ハ假設デ「此ノ兩三角形ハ合同デアル」ハ終結デアル．

假設カラ終結ヲ論理的ニ導キ出シテ定理ノ眞デアル事ヲ明カニスルコトヲ**證明**トイフ．

23. 三角形ノ合同(其ノ二)

定理　一邊ト其ノ兩端ニ於ケル二角ガ夫々相等シイ兩三角形ハ合同デアル．ソシテ其ノ相等シイ角ニ對スル邊ハ相等シイ．



假設 $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ

$BC = B'C'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

終結 $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

ソシテ $AC = A'C'$, $AB = A'B'$

證明 $\triangle ABC$ ヲ移動シテ B ヲ B' ノ上ニ置キ BC ガ $B'C'$ ノ上ニ來リ，A ト A' トガ $B'C'$ ノ同ジ側ニアル様ニスル．然ルトキハ $BC = B'C'$ デアルカラ C ハ C' ノ上ニ落チル．

ソシテ $\angle B = \angle B'$ デアルカラ BA ハ $B'A'$ ノ上ニ來リ，又 $\angle C = \angle C'$ デアルカラ CA ハ $C'A'$ ノ上ニ來ル．故ニ A ハ A' ノ上ニ落チル．故ニ

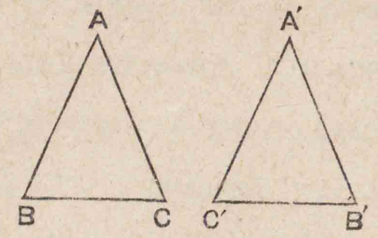
$$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$$

ソシテ AC ト $A'C'$ トガ重ナリ，AB ト $A'B'$ トガ重ナツタコトカラ $AC = A'C'$, $AB = A'B'$

24. 二等邊三角形

二邊ノ相等シイ三角形ヲ**二等邊三角形**又ハ**等脚三角形**トイヒ，第三邊ヲ其ノ**底邊**トイフ．ソシテ底邊ニ對スル角ヲ**頂角**，底邊ノ兩端ニ於ケル角ヲ**底角**トイフ．

定理　二等邊三角形ノ兩底角ハ相等シイ．



假設　$\triangle ABC$ ニ於テ $AB=AC$

終結　$\angle B=\angle C$

證明　$\triangle ABC$ ヲ裏返シテ頂點 A, B, C ノ落チル點ヲ夫々 A', B', C' トスル. 然ルトキハ $\triangle ABC$, $\triangle A'C'B'$ ニ於テ

$$AB=A'C',\quad AC=A'B',\quad \angle A=\angle A'$$

$$\therefore\quad \triangle ABC\equiv\triangle A'C'B' \quad \text{(二邊ト夾角)}$$

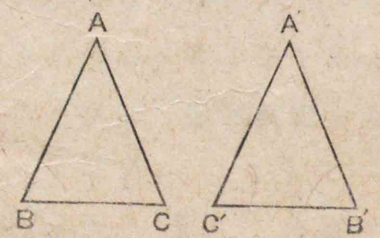
$$\therefore\quad \angle B=\angle C'$$

然ルニ

$$\angle C'=\angle C$$

$$\therefore\quad \angle B=\angle C$$

25. 定理　一ツノ三角形ノ二角ガ相等シ



イトキハ其ノ對邊モ亦相等シイ.

假設　$\triangle ABC$ ニ於テ $\angle B=\angle C$

終結　$AB=AC$

證明　$\triangle ABC$ ヲ裏返シテ頂點 A, B, C ノ落チル點ヲ夫々 A', B', C' トスル. 然ルトキハ $\triangle ABC$, $\triangle A'C'B'$ ニ於テ

$$\angle B=\angle C',\quad \angle C=\angle B',\quad BC=C'B'$$

$$\therefore\quad \triangle ABC\equiv\triangle A'C'B' \quad \text{(一邊ト兩端角)}$$

$$\therefore\quad AB=A'C'$$

然ルニ

$$A'C'=AC$$

$$\therefore\quad AB=AC$$

26. 定理ノ逆

前節ノ定理ハ前々節ノ定理ノ假設ト終結トヲ入レ換ヘタモノデアル.

カヤウニ一ツノ定理ノ假設ヲ終結トシ,其ノ終結ヲ假設トシタ陳述ヲ其ノ定理ノ逆トイフ.

即チ前節ノ定理ト前々節ノ定理トハ互ニ他ノ逆デアル. 一定理ノ逆ハ必ズシモ眞デナイ. 故ニ其ノ正否ハ證明ヲ俟ツテ始メテ知レルワケデアル.

27. 三角形ノ合同(其ノ三)

定理 三邊ガ夫々相等シイ兩三角形ハ合同デアル. ソシテ其ノ相等シイ邊ニ對スル角ハ相等シイ.

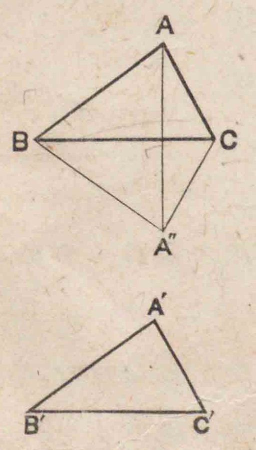
假設 △ABC, △A′B′C′ ニ於テ

AB＝A′B′, AC＝A′C′, BC＝B′C′

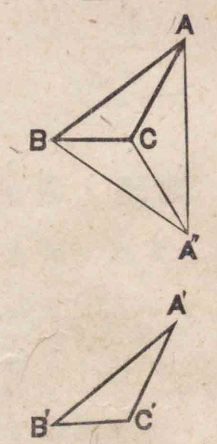
終結 △ABC≡△A′B′C′

ソシテ ∠A＝∠A′, ∠B＝∠B′, ∠C＝∠C′

(甲 圖)



(乙 圖)



證明 △A′B′C′ ヲ移動シテ B′ ヲ B ノ上ニオキ, B′C′ ガ BC ノ上ニ來リ, A′ ト A トガ BC ノ反對ノ側ニアル樣ニスル. ソウシテ A′ ノ落チル點ヲ A″ トスル.

然ルトキハ B′C′＝BC デアルカラ C′ ハ C ノ上ニ落チル. 次ニ A, A″ ヲ結ブト,

AB＝A′B′ (假設)

∴ AB＝A″B

∴ ∠BAA″＝∠BA″A (二等邊三角形ノ底角)

同樣ニ ∠CAA″＝∠CA″A

故ニ此ノ兩角ノ和(甲圖),又ハ差(乙圖)ヲ取ルト

∠BAC＝∠BA″C

∴ ∠BAC＝∠B′A′C′

故ニ △ABC, △A′B′C′ ニ於テ

AB＝A′B′, AC＝A′C′ (假設)

∠BAC＝∠B′A′C′ (前證明ニヨル)

∴ △ABC≡△A′B′C′ (二邊ト夾角)

ソシテ ∠A＝∠A′, ∠B＝∠B′, ∠C＝∠C′

問 題

1. 三邊ノ相等シイ三角形ハ三ツノ角モ相等シクテ正三角形デアル. (定理)

2. 二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線ハ底邊ヲ垂直ニ二等分スル. (定理)

3. 三ツノ角ガ相等シイ三角形ハ又三邊モ相等シクテ正三角形デアル.(定理)

第二章　平行線及ビ平行四邊形

28. 錯角,同位角,同傍內角

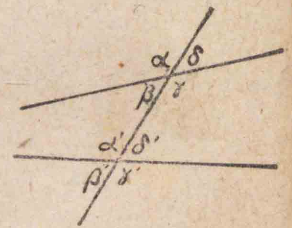
二直線ヲ一直線(截線)ガ截ルトキ圖ノヤウニ二ツノ交點ニ於テ,八ツノ角ヲ作ル.

コノ八ツノ角ノ中

(i) β ト δ' 並ニ γ ト α' ノ各組ヲ錯角,

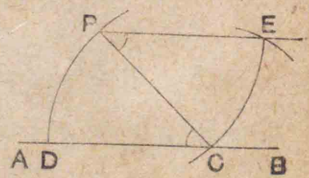
(ii) α ト α', β ト β', γ ト γ' 並ニ δ ト δ' ノ各組ヲ同位角,

(iii) β ト α' 並ニ γ ト δ' ノ各組ヲ同傍內角トイフ.



29. 平行線*

第14節デ述ベタヤウニPヲ過ギ直線ABニ平行ナ直線ヲ引クニハ,圖ノ如ク錯角∠P,∠Cガ等シクナルヤウニ



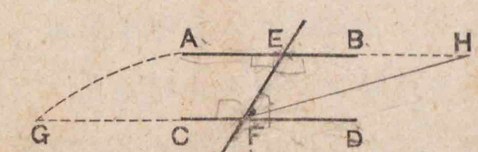
* 平行線ノ定義ハ第14節ニ與ヘテアル.

直線PEヲ引ケバヨイ. コレハ次ノ定理ガアルカラデアル.

定理　二直線ヲ一直線ガ截ルトキ,一双ノ錯角ガ相等シケレバ其ノ二直線ハ互ニ平行デアル.

假設　二直線AB, CDガ一ツノ直線ト夫々E, Fニ於テ交ハリ ∠EFD=∠FEA トスル.

終結　AB//CD



證明　若シAB, CDガ平行デナイトシテ一點Gデ交ハルト假定スルト EFGハ三角形ヲ作ル. EBノ上ニFGニ等シクEHヲトリFHヲ結ブ. 然ルトキハ △FEH, △EFGニ於テ

EH=FG, EFハ共通

夾角 FEH=夾角 EFG　(等角ノ補角)

∴ △FEH≡△EFG　(二邊ト夾角)

∴ ∠EFH=∠FEA

然ルニ　∠EFD=∠FEA　(假設)

$\therefore\quad \angle EFH=\angle EFD$

從ツテ直線 CD ハ FH ニ重ナル. 即チ CD ハ H ニ於テモ亦 AB ニ交ハルコトトナル. コレ二直線 AB, CD ガ G, H ノ二點ニ於テ交ハルコトトナツテ不都合デアル. 又 AB, CD ガ EF ニ對シテ G ト反對ノ側デ交ハルト假定シテモ同様ニ不都合ガ生ズル. 故ニ AB, CD ハ交ハルコトガ出來ナイ. 而シテ兩線ハ同一平面上ニアル. 故ニ AB, CD ハ互ニ平行デアル.

注意 上ノヤウニ一ツノ定理ヲ證明スルニ當ツテ,其ノ終結ヲ否認スレバ不合理ノ生ズルコトヲ示シ,以テ定理ノ正シイコトヲ認メシメル證明ノ法ヲ**歸謬法**トイフ.

系 1. 二直線ヲ一直線ガ截ルトキ,一双ノ同位角ガ相等シケレバ其ノ二直線ハ平行デアル.

系 2. 二直線ヲ一直線ガ截ルトキ,一双ノ同傍內角ガ補角ヲナセバ其ノ二直線ハ平行デアル.

注意 一ツノ定理カラ容易ニ誘導スルコトガ出來ル定理ヲ特ニ其ノ定理ノ系トイフコトガアル.

30. 前節ノ定理ニ依ツテ直線外ノ一點カラコノ直線ニ平行ナ直線ヲ引クコトガ出來ルガ其ノ數

ハ次ノ公理(第20節參照)ノ示スヤウニ唯一ツデアル.

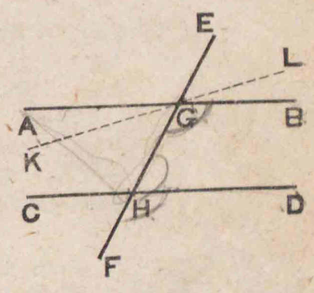
公理 一直線外ノ一點ヲ過ギ之ニ平行ナ直線ハ唯一ツデアル.

31. 定理 一直線ガ平行線ニ交ハツテナス錯角ハ相等シイ.

假設 直線 EF ガ平行線 AB, CD ニ夫々 G, H デ交ハルトスル.

終結 $\angle AGH=\angle DHG,\quad \angle BGH=\angle CHG$

證明 G ヲ過ギ $\angle DHG$ ト錯角ノ位置ニ於テ之ト等シイ角 KGH ヲナス直線 KL ヲ引ク. 然ルトキハ錯角ガ相等シイカラ



$$KL \parallel CD$$

而シテ $\quad AB \parallel CD\quad$ (假設)

一點 G ヲ過ギ CD ニ平行ナ直線ハ唯一デアルカラ KL ト AB トハ重ナル.

然ルニ $\quad \angle KGH=\angle DHG\quad$ (作圖)

$\therefore\quad \angle AGH=\angle DHG$

さっかくが等しかったら
二線は平行である

二直線が平行
デアルナラバ

同様ニ　　$\angle BGH=\angle CHG$

系1. 一直線ガ平行線ニ交ハッテナス四組ノ同位角ハ夫々相等シイ.

系2. 一直線ガ平行線ニ交ハッテナス二組ノ同傍內角ハ夫々補角ヲナス.

系3. 平行線ノ一ツニ直交スル直線ハ亦他ノ直線ニモ直交スル. (平行線ノ各ニ垂直ナ直線ヲ此ノ平行線ノ共通垂線トイフ.)

問　　題

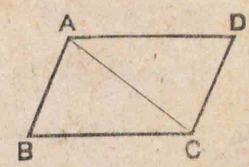
1. 同一直線ニ垂直ナ二直線ハ互ニ平行デアル.
2. 平行線ノ一ツニ交ハル直線ハ必ズ他ノ直線ニモ交ハル.
3. 同ジ直線ニ直交スル直線ト斜交スル直線トハ必ズ相交ハル.
4. $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle B, \angle C$ ノ二等分線ノ交點ヲ O トシ, O ヲ過ギ BC ニ平行ナ直線ヲ引キ, コレガ AB, AC ト交ハル點ヲ夫々 D, E トスレバ

$$DE=BD+CE$$

デアル.

32. 平行四邊形*

定理　平行四邊形ノ一對角線ハ之ヲ合同ナ二ツノ三角形ニ分ツ.



假設　ABCD ヲ平行四邊形トシ AC ヲ對角線トスル.

終結　$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

證明　$\triangle ABC, \triangle CDA$ ニ於テ

$\angle BAC=\angle DCA$　　(平行線ノ錯角)

$\angle BCA=\angle DAC$　　(同　上)

AC ハ共通

$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle CDA$　　(一邊ト兩端角)

系1. 平行四邊形ノ二双ノ對邊ハソレゾレ相等シイ.

系2. 平行四邊形ノ二双ノ對角ハソレゾレ相等シイ.

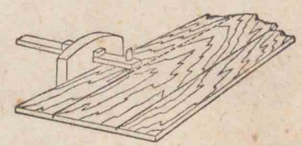
問　　題

1. 二ツノ平行線ノ間ニ夾マレタ共通垂線ノ部分

* 平行四邊形ノ定義ハ第16節ニ與ヘテアル.

ハ相等シイ.（コノ部分ノ長サヲ其ノ平行線ノ距離トイフ.）

2. 大工ガ右ノ圖ノ如キ器具デ平行線ヲ板ノ上ニ作ル. ソノ理由如何.



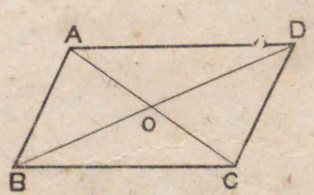
3. 二双ノ對邊ガ夫々相等シイ四邊形ハ平行四邊形デアル.（定理）

4. 二双ノ對角ガ夫々相等シイ四邊形ハ平行四邊形デアル.（定理）

5. 一双ノ對邊ガ相等シク且ツ平行デアル四邊形ハ平行四邊形デアル.（定理）

6. 矩形,菱形及ビ正方形ハ皆平行四邊形デアル.

33. 定理 平行四邊形ノ兩對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル.



假設 ABCD ヲ平行四邊形トシ, O ヲ對角線ノ交點トスル.

終結 AO＝CO, BO＝DO

證明 △AOB, △COD ニ於テ

∠OAB＝∠OCD （平行線ノ錯角）

∠OBA＝∠ODC （同 上）

AB＝CD （平行四邊形ノ對邊）

∴ △AOB≡△COD （一邊ト兩端角）

∴ AO＝CO, BO＝DO

問 題

1. 對角線ガ互ニ他ヲ二等分スル四邊形ハ平行四邊形デアル.（定理）

2. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ハ,此ノ點ヲ過ル任意ノ直線ガ此ノ平行四邊形ニヨッテ切リトラレル線分ノ中點デアル.

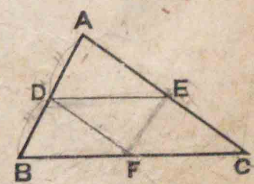
34. 定理 三角形ノ一邊ノ中點ヲ過ギ他ノ邊ニ平行ナル直線ハ第三邊ヲ二等分スル.

假設 △ABC ニ於テ

AD＝DB, DE//BC

終結 AE＝EC

證明 D カラ AC ニ平行ナ



直線ヲヒキ BC ト交ハル點ヲ F トスル. 然ルトキハ △ADE, △DBF ニ於テ

AD＝DB　　(假設)

∠ADE＝∠DBF　　(∵ DE//BC)
ソノ同位角

∠A＝∠BDF　　(∵ DF//AC)
ソノ同位角

∴ △ADE≡△DBF　　(一邊ト兩端角)

∴ AE＝DF

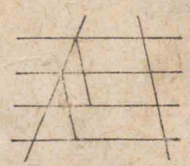
然ルニ　DF＝EC　　(平行四邊形ノ對邊)

故ニ　AE＝EC

系 1. 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ第三邊ニ平行デ其ノ半分ニ等シイ.

(上圖ニ於テ D, E ヲ邊 AB, AC ノ中點トスレバ, D ヲ過ギ BC ニ平行ナ直線ハ E ヲ過ルカラ直線 DE ハ BC ニ平行デアル.)

系 2. 數多ノ平行線ガ一直線ト交ハツテ相等シイ線分ヲ截リ取ルトキハ,其ノ平行線ニ交ハル他ノ直線カラモ亦相等シイ線ハヲ截リ取ル.



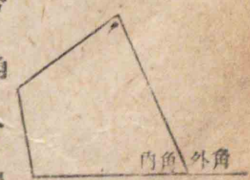
問題

1. 四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順ニ結ンデ出來ル四邊形ハ平行四邊形デアル.
2. 三角形ノ三邊ノ中點ヲ結ベバ,此ノ三角形ハ四ツノ合同ナ三角形ニ分タレル. 定理
3. 一ツノ角ガ直角デアル平行四邊形ハ矩形デアル.
4. 二隣邊ノ等シイ平行四邊形ハ菱形デアル.
5. 矩形ノ兩對角線ハ相等シイ.
6. 菱形ノ對角線ハ互ニ他ヲ垂直ニ二等分スル.
7. 正方形ノ對角線ハ等長デアツテ且ツ互ニ他ヲ垂直ニ二等分スル.

第三章　三角形ノ角ト邊

35. 凸多角形

多角形ノ中デ其ノスベテノ角ガ二直角ヨリ小デアルモノヲ凸多角形トイフ. 凸多角形ニ於テ一邊ト之ニ隣ル邊ノ延長トノ夾ム角ヲ外

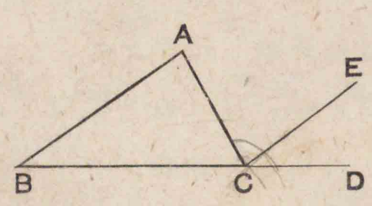


角トイヒ,之ニ對シテ形内ノ角ヲ**内角**トイフ.

36. 三角形ノ内角及ビ外角

三角形 ABC ニ於テ $\angle A$, $\angle B$ ガ外角 ACD ニ對スルヤウニ,一ツノ外角ニ接シテヰナイ内角ノ各ヲ其ノ外角ノ**内對角**トイフ.

定理 三角形ノ外角ハ其ノ内對角ノ和ニ等シイ. 從ツテ三角形ノ内角ノ和ハ二直角ニ等シイ.



假設 △ABC ノ内角ヲ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ トシ, CD ヲ邊 $\overrightarrow{BC}$ ノ延長トスル.

終結 $\angle A+\angle B=$外角 ACD,

$\angle A+\angle B+\angle C=2R\angle$

證明 C ヲ過ギ BA ニ平行ナ直線 CE ヲ引クト

$\angle A=\angle ACE$ (平行線ノ錯角)

$\angle B=\angle ECD$ (平行線ノ同位角)

$\therefore \angle A+\angle B=\angle ACD$

次ニ $\angle C+\angle ACD=2R\angle$

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C=2R\angle$

系 1. 三角形ノ外角ハ其ノ内對角ノ何レヨリモ大デアル.

系 2. 一ツノ三角形ノ二角ガ他ノ三角形ノ二角ニ夫々相等シイトキ,第三角モ亦相等シイ.

系 3. 二角ガ夫々相等シク其ノ一双ノ等シイ角ニ對スル邊ガ相等シイトキ,兩三角形ハ合同デアル.

定理⑪二辺ト二角

問題

1. 四邊形ノ内角ノ和ハ四直角ニ等シイ.(定理)

(一ツノ對角線ヲ引キ之ヲ二ツノ三角形ニ分ケテ考ヘヨ.)

2. 五邊形,六邊形,八邊形ノ内角ノ和ヲ求メヨ.

(一項點ヲ過ルスベテノ對角線ヲ引キ多角形ヲ三角形ニ分ケテ計算セヨ.)

3. 二等邊三角形ニ於テ一角ガ 60° デアルトキハ正三角形デアル. (定理)

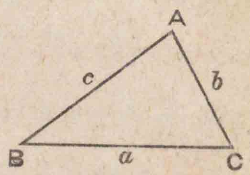
4. 角ノ二等分線上ノ點ハ其ノ二邊カラ等距離ニアル.

5. 正方形,正五邊形,正六邊形,正八邊形ノ内角ノ大

サヲ求メヨ.

37. 定理　三角形ニ於テ二邊ノ和ハ第三邊ヨリ大デアル.

證明　線分 BC ハ二點 B, C 間ノ最短通路デアルカラ他ノ通路 BAC ヨリ小デアル.



故ニ　　$b+c>a$ ……………(1)

同様ニ　$c+a>b$ ……………(2)

　　　　$a+b>c$ ……………(3)

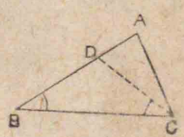
系　三角形ニ於テ一邊ハ他ノ二邊ノ差ヨリ大デアル.

證明　$a \geqq b$ トスレバ (1) カラ $c>a-b$ 又 $a<b$ トスレバ (2) カラ $c>b-a$. 故ニ $c>a\sim b$.

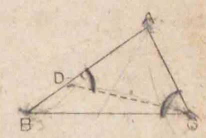
同様ニ　$a>b\sim c$, $b>c\sim a$.

問　題

1. 一ツノ三角形ニ於テ二角ガ不等デアルトキ,大角ノ對邊ハ小角ノ對邊ヨリ大デアル. (定理)
(∠C>∠B トシ, 圖ノ如ク ∠B ニ等シク ∠BCD ヲトレバ
AB=AD+DB=AD+DC>AC)



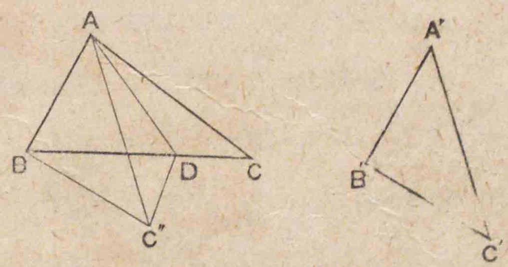
2. 一ツノ三角形ニ於テ二邊ガ不等デアルトキ,大邊ノ對角ハ小邊ノ對角ヨリ大デアル. (定理)
(AB>AC トシテ圖ノ如ク AC ニ等シク AD ヲトレバ
∠C>∠ACD=∠ADC>∠B)



3. 直角三角形ニ於テハ斜線ハ他ノ邊ヨリ大デアル.

4. 鈍角三角形ニ於テ鈍角ノ對邊ハ他ノ邊ヨリ大デアル.

38. 定理　二ツノ三角形ニ於テ二邊ガ夫々相等シク其ノ夾角ガ不等デアルトキハ,大ナル夾角ヲ有スル三角形ノ第三邊ガ他ノ三角形ノ第三邊ヨリ大デアル.



假設　△ABC, △A′B′C′ ニ於テ
AB=A′B′,　AC=A′C′,　∠BAC>∠B′A′C′.

終結　$BC > B'C'$

證明　$\triangle A'B'C'$ ヲ移動シテ, A' ヲ A ノ上ニ, $A'B'$ ヲ AB ノ上ニ置キ, C ト C' トガ AB ノ同ジ側ニアル様ニスル. C' ノ落ツル點ヲ C'' トスル.

然ルトキハ $AB=A'B'$ デアルカラ, B' ハ B ノ上ニ落チル. ソシテ $\angle BAC > \angle A'$ デアルカラ, AC'' ハ $\angle BAC$ 內ニアル.

今若シ C'' ガ BC 上ニアレバ, BC ハ BC'' 即チ $B'C'$ ヨリ大デアルコトガ明カデアル.

若シ C'' ガ BC ノ上ニナイトキハ $\angle C''AC$ ノ二等分線ヲ引キ,之レガ BC ト交ハル點ヲ D トシ D, C'' ヲ結ブ.

然ルトキハ $\triangle AC''D$, $\triangle ACD$ ニ於テ,

AD ハ共通, $AC''=AC$, $\angle C''AD=\angle CAD$.

$\therefore\ \triangle AC''D \equiv \triangle ACD$　(二邊ト夾角)

$\therefore\ DC''=DC$

然ルニ $\triangle BDC''$ ニ於テ

$BD+DC'' > BC''$

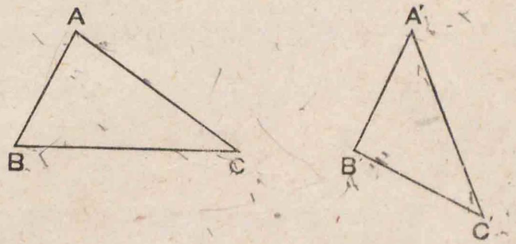
$\therefore\ BC > BC''$

$\therefore\ BC > B'C'$.

問　題

1. $\triangle ABC$ ニ於テ, A ト BC ノ中點 D トヲ結ブトキ $\angle ADC$ ガ鋭角ナラバ, $AB > AC$ デアル.

39. 定理　二ツノ三角形ニ於テ二邊ガ夫々相等シク第三邊ガ不等デアルトキハ,大ナル第三邊ノ對角ガ他ノ三角形ノ第三邊ノ對角ヨリ大デアル.



假設　$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ,

$AB=A'B'$,　$AC=A'C'$,　$BC > B'C'$.

終結　$\angle A > \angle A'$

證明　假リニ $\angle A > \angle A'$ デナイトスレバ, $\angle A=\angle A'$ カ又ハ $\angle A < \angle A'$ カノイヅレカデアル.

若シ $\angle A=\angle A'$ トスレバ, $AB=A'B'$, $AC=A'C'$ デアルカラ $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, 從ッテ $BC=B'C'$ トナッテ假設ニ矛盾スル. 故ニ $\angle A=\angle A'$ デハナイ.

又若シ $\angle A<\angle A'$ トスレバ $AB=A'B'$, $AC=A'C'$ デアルカラ $BC<B'C'$ トナツテ假設ニ矛盾スル. 故ニ $\angle A<\angle A'$ デモナイ.

斯樣ニ $\angle A$ ハ $\angle A'$ ニ等シクナイ,又之ヨリ小デモナイ. 故ニ $\angle A$ ハ $\angle A'$ ヨリ大デアル.

問題

1. $\triangle ABC$ ニ於テ $AB>AC$ デアルトキハ, A ヲ BC ノ中點 D ニ結ベバ, $\angle ADC$ ハ鋭角デアル.

演習 1.

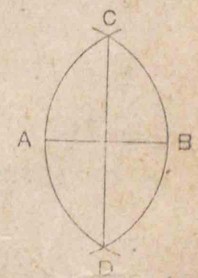
1. 頂點ト一邊トヲ共有シテ,其ノ共有邊ノ兩側ニアル二角(之ヲ接角トイフ)ガ互ニ補角ヲナストキ,共通デナイ二邊ハ一直線ヲナス. (平角ノ二邊ハ一直線ヲナスコトヲ利用セヨ.) (定理)
2. 一ツノ直線ガ他ノ直線ニ出會ツテ作ル接角ノ二等分線ハ互ニ垂直デアル.
3. 二等邊三角形ノ頂點ヲ過リ底ニ平行ナ直線ハ其ノ點ニ於ケル外角ヲ二等分スル.
4. 直角三角形ノ一鋭角ハ其ノ角ノ對邊ト直角頂

カラ斜邊ニ下シタ垂線トノナス角ニ等シイ.

5. 平行線ニ一直線ガ交ハツテナス一双ノ同傍內角ノ二等分線ハ直交スル.
6. 等脚三角形ノ底ノ兩端カラ引イタ中線ハ相等シイ.

注意 三角形ノ一頂點ト其ノ對邊ノ中點トヲ結ブ線分ヲ三角形ノ**中線**トイフ.

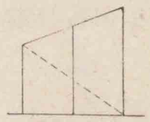
7. 等脚三角形ノ兩底角ノ二等分線(頂點ト對邊トノ間ノ部分)ハ相等シイ.
8. 等脚三角形ノ底ノ兩端カラ對邊ヘ下シタ垂線ハ相等シイ.
9. 線分 AB ノ兩端ヲ中心トシ AB ヲ半徑トシテ畫イタ圓周ノ二ツノ交點ヲ C, D トスレバ, CD ハ AB ノ垂直二等分線デアル.



從ツテ CD ト AB トノ交點ハ AB ノ中點デアル.
(線分ノ二等分法)

10. 二等邊三角形 ABC ノ底 BC 上ノ一點ヲ D トスレバ, AD ハ AB ヨリ小デアル.
($\angle ADB>\angle C=\angle B$)

11. 線分ノ兩端カラ之ニ相交ラナイ直線ヘ下シタ垂線ノ和ハ其ノ中點カラ之ニ下シタ垂線ノ二倍ニ等シイ.（定理）



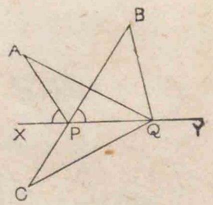
12. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ三ツノ頂點カラ等距離ニアル.（定理）

（斜邊ノ中點ヲ過ギ一邊ニ平行ナ直線ハ他ノ邊ヲ垂直ニ二等分スルコトカラ證明セヨ.）

13. 直角三角形ハ一鋭角ガ他ノ鋭角ノ二倍デアルトキ,斜邊ハ最小邊ノ二倍ニ等シイ.（前問應用）

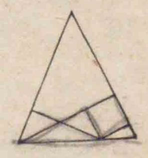
14. 一直線ノ同ジ側ニアル二定點ト其ノ直線上ノ點トヲ結ブ二線分ノ和ハ,其ノ二線分ガ其ノ直線ト等角ヲナストキニ最小デアル.

（∠APX＝∠BPY トシ, Q ヲ XY 上ノ任意ノ點トスル. BP ノ延長上ニ PA ニ等シク PC ヲトツテ △APQ≡△CPQ デアルコトヲ利用セヨ.）



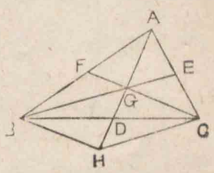
15. 二等邊三角形ノ底邊上ノ任意ノ點カラ他ノ二邊ニ下シタ垂線ノ和ハ一定デアル.

（底ノ一端カラ對邊ニ下シタ垂線ニ等シイコトヲ示セバヨイ.）



16. 三角形ノ三ツノ中線ハ一點ニ會スル. ソシテ其ノ點ト頂點トノ距離ハ其ノ中線ノ三分ノ二ニ等シイ.（此ノ點ヲ三角形ノ重心トイフ.（定理）

(△ABC ニ於テ中線 BE, CF ノ交點ヲ G トシ, AG ノ延長上ニ AG ニ等シク GH ヲトレバ, FG//BH, 即チ GC//BH, 同樣ニ又 BG//HC トナツテ BHCG ハ平行四邊形トナル. 依ツテ其ノ對角線ノ交點 D ハ BC ノ中點トナリ, AD ハ △ABC ノ中線トナル.)



17. △ABC ニ於テ,中線 BD, CE ガ相等シイトキハ二邊 AB, AC ハ相等シイ.

(BD, CE ノ交點ヲ G トスレバ △BGE, △CGD ハ合同トナル. コレヲ利用セヨ.)

第四章　直線形ノ面積

40. 矩形,平行四邊形,三角形,梯形等ノ面積ノ求メ方ハ既ニ算術デ學ンダ所デアル. 即チ,

(i) 矩形ノ面積＝縱×横.　ab

(ii) 平行四邊形ノ面積＝底×高　ah

(iii) 三角形ノ面積＝$\frac{底\times高}{2}$　$\frac{a\times h}{2}$

(iv). 梯形ノ面積$=\dfrac{(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}}{2}$　$\dfrac{(a+b)h}{2}$

之等ノ方法ノ正シイコトヲ順次ニ下ニ述ベル.

41. 測度

量ヲ測ルニ當ツテ一ツノ量ガ單位量ノm倍ニ相當スルトキmヲ其ノ量ノ測度トイフ.

例ヘバ或ルモノノ長サガ單位ノ長サ(例ヘバ$1m$)ノ4倍デアルトキ,其ノ數值4ヲ其ノ長サノ測度トイフ.

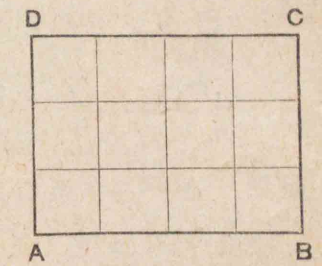
單位トスル量ハ計ラレル量ト同種類ノモノデアルヲ要スルコトハ勿論デ,面積ノ單位トシテハ單位ノ長サヲ一邊トシタ正方形ノ面積ヲトリ,之ヲ呼ブニ長サノ單位ノ前ニ平方又ハ方ノ字ヲ附ケル. 例ヘバ平方米,方里ノ如キデアル.

42. 矩形ノ面積

二ツノ線分ヲ相隣レル二邊トシテ作ツタ矩形ヲ其ノ二線分ノ包ム矩形トイフ. ソシテ二線分A,Bノ包ム矩形ノ面積ヲ記號A.Bデ表ハシ,又線分Aノ上ニ作ツタ正方形ノ面積ヲ記號A^2デ表ハス.

定理　二線分ノ包ム矩形ノ面積ノ測度ハ其ノ二線分ノ長サノ測度ノ積ニ等シイ.

證明　ABCDヲ線分AB, ADノ包ム矩形トシ兩線分ノ長サノ測度ヲ夫々a, bトスル.



a,bヲ整數トシ,邊ABヲa等分シテ其ノ分點カラ邊ADニ平行ナ直線ヲ引キ, 又邊ADヲb等分シテ其ノ分點カラABニ平行ナ直線ヲ引ケバ, ab個ノ單位正方形ガ出來ル. 從ツテ矩形ABCDノ面積ノ測度ハ二邊ノ測度ノ積abニ等シイ.

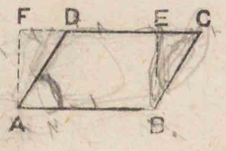
系　正方形ノ面積ノ測度ハ一邊ノ長サノ測度ノ平方ニ等シイ.

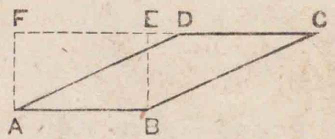
今後ハ用語ヲ簡單ニスルタメニ長サノ測度l,或ハ面積ノ測度Sトイフノヲ單ニ長サl,面積Sトイヒ,又二ツノ長サノ測度a,bノ積トイフノヲ略シテ二ツノ長サa,bノ積ト呼ブコトガアル.

43. 平行四邊形

平行四邊形ガ其ノ一邊ノ上ニ立ツテヰルモノト見タトキ,其ノ邊ヲ**底邊**トイヒ,底邊ト對邊トノ距離ヲ**高サ**トイフ.

定理　平行四邊形ノ面積ハ等底,等高ノ矩形ノ面積ニ等シイ.





證明　ABCD ヲ平行四邊形トシ $\angle A$ ヲ銳角トスル. 二點 A, B カラ DC ヘ垂線 AF, BE ヲヒキ,平行四邊形 ABCD ト同底,同高ノ矩形 ABEF ヲ作ルト

$$\triangle ADF \equiv \triangle BCE$$

$$(\because \angle ADF = \angle BCE,\ \angle AFD = \angle BEC,\ AD = BC)$$

$\therefore$ 四邊形 $ABCF - \triangle ADF =$ 四邊形 $ABCF - \triangle BCE$

即チ　平行四邊形 ABCD＝矩形 ABEF

系　平行四邊形ノ面積＝底邊×高サ

問　題

1. 平行四邊形 ABCD ノ邊 BC, DA ノ中點ヲ夫々 E, F トスレバ四邊形 ABEF ハ平行四邊形 ABCD ノ半分ニ等シイ.

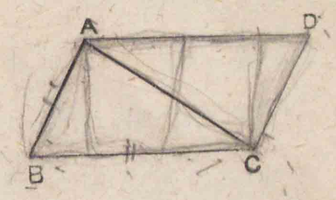
2. 二隣邊ノ與ヘラレタ平行四邊形ノ中デ矩形ノ面積ガ最大デアル.

44. 三角形

三角形ガ其ノ一邊ノ上ニ立ツテヰルモノト見タトキ,其ノ邊ヲ底邊トイヒ,底邊ト之ニ對スル頂點トノ距離ヲ高サトイフ.

定理　三角形ノ面積ハ等底,等高ノ平行四邊形ノ面積ノ半分ニ等シイ.

證明　ABC ヲ一ツノ三角形トシ,其ノ二邊 AB, BC ヲ二隣邊トスル平行四邊形 ABCD ヲ作ルト



$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

$$\therefore \quad \triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

依ツテ $\triangle ABC$ ノ面積ハ之ト等底,等高ノ平行四邊形ノ半分ニ等シイ.

系　三角形ノ面積＝$\frac{1}{2}$(底邊×高サ)

問　題

1. 三角形ノ中線ハ其ノ三角形ノ面積ヲ二等分スル.

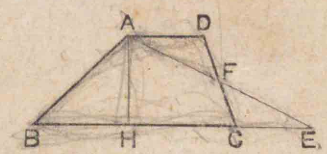
2. 同ジ底ノ上ニ立チ其ノ同ジ側ニアツテ相等シイ面積ヲ有スル二ツノ三角形ノ頂點ヲ結ブ直線ハ底ニ平行デアル.（定理）

45. 梯形

第16節ニ於テ述ベタヤウニ一双ノ對邊ガ平行デアル四邊形ヲ梯形トイフ. ソシテ此ノ二邊ノ各ヲ底邊,他ノ二邊ヲ脚トイヒ,兩底ノ距離ヲ高サトイフ.

定理 梯形ノ面積ハ其ノ兩底ノ和ト高サトノ積ノ半分ニ等シイ.

證明 梯形ABCDニ於テBC, ADヲ兩底トシAHヲ其ノ高サトスル. $\overrightarrow{BC}$ノ延長上ニADニ等シクCEヲトリ, AEヲ結ビCDトノ交點ヲFトスレバ



$$\triangle ADF \equiv \triangle ECF$$

$(\because\ AD=EC,\ \angle FAD=\angle FEC,\ \angle FDA=\angle FCE)$

$\therefore$ 四邊形 ABCF$+\triangle$ADF

　　$=$四邊形 ABCF$+\triangle$ECF

即チ　梯形 ABCD$=\triangle$ABE

然ルニ　$\triangle ABE=\frac{1}{2}AH(BC+CE)=\frac{1}{2}AH(BC+AD)$

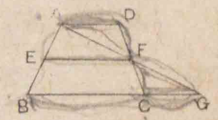
$\therefore$ 梯形 ABCD$=\frac{1}{2}$AH(BC+AD)

問　題

1. 兩底ガソレゾレ3糎, 5糎デアツテ高サガ4糎デアル梯形ノ面積如何.

2. 梯形ノ兩脚ノ中點ヲ結ブ線分ハ底ニ平行デ兩底ノ和ノ半分ニ等シイ. 從ツテ梯形ノ面積ハ兩脚ノ中點ヲ結ブ線分ト高サトノ積ニ等シイ.

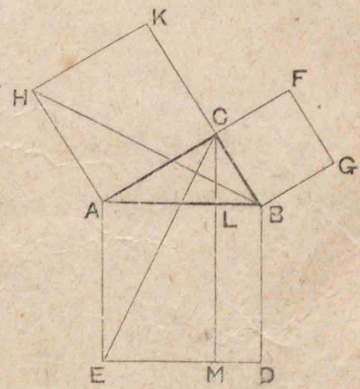
（圖ノヤウニAFヲ延長シBCトノ交點ヲGトスレバAD+BC=BG, AF=FGデテル. 之ヲ利用セヨ.）



46. Pythagoras ノ定理

2500年前

定理 直角三角形ノ斜邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シイ.



特述* △ABCニ於テ∠Cヲ直角トスレバ

$$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$$

證明 △ABCノ各邊ヲ

* 題意ヲ圖ニツイテ說明シタモノヲ特述トイフ。

一邊トシ三角形ノ外側ニ正方形ABDE, BCFG, CAHKヲ作リ, BH, CEヲ結ブ. ∠ACB, ∠ACKハ直角デアルカラBC, CKハ一直線トナル. 依ッテ

正方形 CAHK＝2△ABH　(同底等高)

又CカラABニ垂直ニ引イタ直線ガAB, EDト交ハル點ヲ夫々L, Mトスレバ

矩形 AEML＝2△AEC　(同底等高)

然ルニ　△AEC≡△ABH

(∵ AE＝AB, AC＝AH, ∠CAE＝∠HAB)

故ニ　矩形 AEML＝正方形 CAHK

同様ニ　矩形 BDML＝正方形 BCFG

故ニ　正方形 ABDE＝正方形 CAHK

＋正方形 BCFG

$$\therefore\quad \overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$$

系　直角三角形ニ於テ直角ヲ夾ム一邊ノ平方ハ斜邊ノ平方カラ他ノ一邊ノ平方ヲ引イタモノニ等シイ.

問　題

1. 直角ヲ夾ム二邊ノ長サガ3糎, 4糎デアル直角

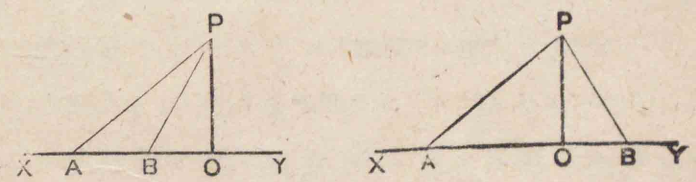
三角形ノ斜邊ノ長サ如何.

2. 一邊ノ長サガaデアル正三角形ノ面積如何.

3. 四邊形ノ對角線ガ直交スルトキ,相對スル二邊ノ平方ノ和ハ相等シイ.

47. 垂線,斜線

定理　一直線外ノ一點カラ其ノ直線ヘ引イタ二ツノ斜線ノ中,同ジ點カラ下シタ垂線ノ足カラ大ナル距離ニ足ヲ有スル斜線ハ小ナル距離ニ足ヲ有スルモノヨリ大デアル.



假設　PO⊥XY, OA＞OB

終結　PA＞PB

證明　PO⊥XYデアルカラ前定理ニヨッテ

$$\overline{PA}^2=\overline{PO}^2+\overline{OA}^2$$

$$\overline{PB}^2=\overline{PO}^2+\overline{OB}^2$$

然ルニ　OA＞OB

$$\therefore\quad \overline{PA}^2>\overline{PB}^2$$

∴　PA＞PB

問　題

1. 本節ノ圖ニ於テ PA>PB デアルトキハ OA>OB デアル. (定理) (上ノ證明ニ倣ツテ之ヲ證明セヨ.)

演　習 2.

1. 一ツノ直角三角形ノ斜邊ト一邊トガ他ノ直角三角形ノ斜邊ト一邊トニ夫々相等シイトキハ兩形ノ第三邊モ亦相等シイ. 從ツテ兩三角形ハ合同デアル. (定理)
(ぴたごらすノ定理ノ系ヲ應用セヨ)
2. 角ノ二邊カラ等距離ニアル點ハ其ノ角ノ二等分線上ニアル. (定理)
3. 正三角形内ノ一點 P カラ各邊ニ下シタ垂線ノ和ハ, P ノ位置ニ關セズ常ニ一定デアル.
4. 平行四邊形ノ對角線上ノ一點ヲ過ギ二隣邊ニ平行ナ二直線ヲ引イテ得ル四ツノ平行四邊形ノ中,對角線ニ沿ハナイ二ツノ平行四邊形ノ面積ハ相等シイ.

注意　上記ノ兩平行四邊形ヲ對角線ニ沿ウタ平行四邊形ノ餘形トイフ.

5. G ヲ △ABC ノ重心トスレバ

$$\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA$$

(之ヲ應用シテ三角形内ニ一點ヲ求メ,之ヲ三頂點ニ結ンデ其ノ面積ヲ三等分スルコトガ出來ル.)

6. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ過ル直線ハ其ノ平行四邊形ヲ二等分スル.
(之ヲ應用シテ一定點ヲ過ル直線デ平行四邊形ヲ二等分スルコトガ出來ル.)
7. △ABC ニ於テ二邊 AB, AC ノ中點 D, E カラ二ツノ平行線ヲ引キ,直線 BC ト交ハル點ヲ夫々 F, G トスレバ,四邊形 DFGE ハ △ABC ノ半分ニ等シイ.
8. 四邊形ノ相隣ツテキル二邊ノ中點ヲ順次ニ結ビ付ケテ出來ル四邊形ノ面積ハ原形ノ半分ニ等シイ. (對角線ヲ引イテ前間ヲ應用セヨ.)
9. 直角三角形ニ於テ直角ヲ夾ム二邊ノ長サガ 6 糎, 8 糎デアルトキ,直角頂カラ斜邊ニ下シタ垂

線ノ長サ如何.（此ノ三角形ノ面積ヲ考ヘヨ）

10. 周圍ノ相等シイ正三角形ト正方形トガアル. 其ノ面積ハ何レガ大デアルカ.（周圍ノ長サヲ12a トシテ面積ヲ比較スレバ計算ニ便デアル.）

11. 三角形ノ三ツノ内角ノ二等分線ハ一點ニ會スル. ソシテ其ノ點ハ三邊カラ等距離ニアル.（此ノ點ヲ三角形ノ**内心**トイフ.）（定理）

（△ABC ニ於テ ∠A, ∠B ノ二等分線ノ交點 O カラ三邊ニ下シタ垂線ハ相等シク從ツテ CO ハ ∠C ヲ二等分スルコトヲ證セヨ.）

12. 三角形ノ一ツノ内角及ビ他ノ二ツノ頂點ニ於ケル外角ノ二等分線ハ一點ニ會スル. ソシテ其ノ點ハ三邊カラ等距離ニアル.（定理）（此ノ點ヲ三角形ノ**傍心**トイフ.）

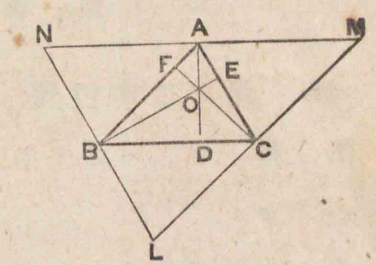
（外角ノ二等分線ノ交點ヲ O トシ前問ノ證明ニ倣ヘ.）

13. 三角形ノ三邊ノ垂直二等分線ハ一點ニ會スル. ソシテ其ノ點ハ三頂點カラ等距離ニアル.（此ノ點ヲ三角形ノ**外心**トイフ.）（定理）

（△ABC ニ於テ二邊 AB, BC ノ垂直二等分線ノ交點ヲ O トスレバ OA, OB, OC ハ相等シク從ツテ O ト AC ノ

中點トヲ結ブ直線ハ AC ニ垂直デアルコトヲ證セヨ.）

14. 三角形ノ三ツノ頂點カラ對邊ヘ下シタ垂線ハ一點ニ會スル.（定理）（此ノ點ヲ三角形ノ**垂心**トイフ.）（△ABC ノ各頂點ヲ過ギ對邊ニ平行ナ直線ヲ引イテ圖ノヤウニ △LMN ヲ作レバ, 三點 A, B, C ハ MN, NL, LM ノ中點トナルコトヲ證シ前問ヲ應用セヨ.）



15. 與ヘラレタ四邊形ノ面積ヲ變ゼズシテ之ヲ三角形ニ變ゼヨ. 又五邊形ヲ三角形ニ直セ.

（等底等高ノ三角形ハ面積ガ等シイコトヲ利用セヨ.）

第三編

圓 比 例

第一章 圓

48. 圓ノ基本性質

(1) 圓ノ中心ハ之ヲ過ギル弦即チ直徑ヲ二等分スル.

(2) 圓ノ中心ハ唯一デアル.

(3) 同ジ圓ノ半徑ハ相等シイ. 直徑モ亦相等シイ.

注意 半徑ノ相等シイ二ツノ圓ハ中心ヲ重ネルト其ノ圓周モ亦重ナル. 半徑ノ相等シイ圓ヲ**等圓**トイフ. 從ッテ等圓ニツイテノ性質ト同圓ニツイテノ性質ハ全ク同ジモノトナル.

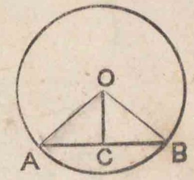
中心ト弦

49. 定理 圓ノ中心カラ弦ヘ下シタ垂線ハ其ノ弦ヲ二等分スル.

特述 圓Oニ於テ中心Oカラ弦ABヘ下シタ垂

線ヲOCトスレバ

$AC = BC$



證明 OA, OBヲ結ブ. 然ルトキハ二ツノ直角三角形OAC, OBCニ於テ

斜邊OA＝斜邊OB (圓ノ半徑)

OCハ共通

$\therefore \triangle OAC \equiv \triangle OBC$ (斜邊ト一邊)

$\therefore AC = BC$

系 圓ノ中心ハ弦ノ垂直二等分線上ニアル.

假

問題

終 AB⊥OC

1. 圓ノ中心ト弦ノ中點トヲ結ブ直線ハ其ノ弦ニ垂直デアル. (定理)

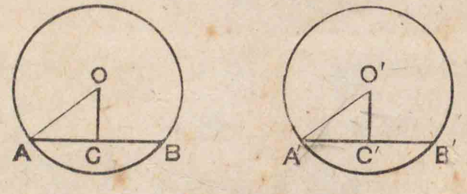
2. 二ツノ同心圓周ノ間ニ夾マレタ一ツノ直線ノ部分ハ相等シイ. (中心カラ其ノ直線ヘ垂線ヲ引イテ考ヘヨ.)

注意 中心ヲ共有スル圓ヲ同心圓トイフ.

50. 定理 等圓又ハ同圓ニ於テ,中心カラ等弦ニ到ル距離ハ相等シイ.

同円は一つの円である.

傍心ハ三角形外角ノ二等分線上ニアル



特述　等圓 O, O′ ニ於テ AB, A′B′ ヲ等弦トシ,中心カラ之ニ下シタ垂線ヲ夫々 OC, O′C′ トスレバ

$$OC=O'C'.$$

證明　中心カラ弦ニ下シタ垂線ハ弦ヲ二等分スルカラ, C, C′ ハ夫々 AB, A′B′ ノ中點デアル.　次ニ OA, O′A′ ヲ結べバぴたごらすノ定理ニヨッテ

$$\overline{OC}^2=\overline{OA}^2-\overline{AC}^2,\quad \overline{O'C'}^2=\overline{O'A'}^2-\overline{A'C'}^2$$

然ルニ　$OA=O'A'$　(等圓ノ半徑)

且ツ　$AC=A'C'$　(等弦ノ半分)

$\therefore\quad \overline{OC}^2=\overline{O'C'}^2$

$\therefore\quad OC=O'C'$

問　題

1. 圓ノ中心カラ等距離ニアル弦ハ相等シイ.
本節定理ノ證明ノ方法ニ倣ヘ.)(定理)

2. 圓ノ等長デアル諸弦ノ中點ハ同一ノ圓周上ニ

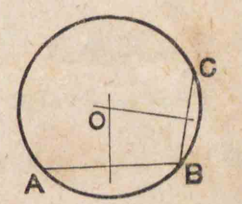
外心は其ノ頂角ノ等距離ニアル
外心は三辺の垂直の二等分線上ニアル

アル.

内心は各辺の二等分線上ニアル
三辺ノ等距離ニアル

51.　作圖題　**與ヘラレタ圓ノ中心ヲ求メルコト.**

作圖　與ヘラレタ圓ノ周ノ上ニ三點 A, B, C ヲトリ,弦 AB, BC ノ垂直二等分線ヲ作リ其ノ交點ヲ O トスレバ, O ハ圓ノ中心デアル.



證明　弦 AB, BC ノ垂直二等分線ハ其ノ圓ノ中心ヲ過ルカラ其ノ交點 O ハ與ヘラレタ圓ノ中心デアル.

問　題

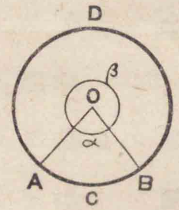
1. 與ヘラレタ三角形ノ三ツノ頂點ヲ過ル圓ヲ畫ケ.(此ノ圓ヲ三角形ノ外接圓トイフ.)

2. 一直線外ノ與ヘラレタ點カラ之ニ垂直ナ直線ヲ引ケ.　(與ヘラレタ點ヲ中心トシ其ノ直線ニ交ハル圓ヲ畫イテ考ヘヨ.)

中心角及ビ圓周角

52. 中心角

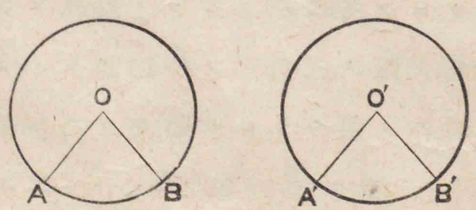
圓ノ二ツノ半徑ノナス角ヲ其ノ角内ニアル弧ノ上ニ立ツ**中心角**トイフ. 例ヘバ圖ニ於テ α ハ $\overset{\frown}{ACB}$ ノ上ニ立ツ中心角デ, β ハ $\overset{\frown}{ADB}$ ノ上ニ立ツ中心角デアル.



定理 等圓又ハ同圓ニ於テ,

(i) 相等シイ中心角ニ對スル弧ハ相等シイ.

(ii) 相等シイ弧ニ對スル中心角ハ相等シイ.



特述 等圓 O, O' ニ於テ,

(i) $\angle AOB=\angle A'O'B'$ デアルトキハ, $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$

(ii) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$ デアルトキハ, $\angle AOB=\angle A'O'B'$

(i)ノ**證明** 圓 O' ヲ動カシテ兩圓ノ中心ヲ重ネ, O'A' ヲ OA ノ上ニ置キ, ソシテ B' ガ B ト OA ノ同側ニアルヤウニスルトキハ兩圓ハ相等シイカラ其ノ圓周ハ全ク合シ, A' ハ A ノ上ニ落チル. ソシテ $\angle A'O'B'=\angle AOB$ デアルカラ O'B' ハ OB ノ上ニ來リ, B' ハ B ニ重ナル. 故ニ $\overset{\frown}{A'B'}$ ハ $\overset{\frown}{AB}$ ニ重ナル. 即チ

$$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$$

(ii)ノ**證明** (i)ニ倣ッテ之ヲナスコトガ出來ル.

問題

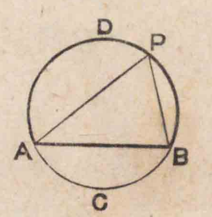
1. 圓周ノ六分ノ一ニ等シイ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ60°デアル. (圓周ヲ六等分シタ點ト中心トヲ結ンデ考ヘヨ.) 從ッテ其ノ弦ハ半徑ニ等シイ. (頂角ガ60°デアル二等邊三角形ハ正三角形デアルカラ.)
2. 等圓又ハ同圓ニ於テ,等弦ノ上ニ立ツ中心角ハ相等シイ. (定理)
3. 等圓又ハ同圓ニ於テ,相等シイ中心角ニ對スル弦ハ相等シイ. (定理)
4. 等圓又ハ同圓ニ於テ,等弧ノ弦ハ相等シイ. (弧ノ兩端ヲ中心ニ結ンデ考ヘヨ.) (定理)

5. 弧ノ中點ヲ求メヨ.(中心角ヲ二等分セヨ.)

53. 圓周角,弓形ノ角

圓周上ノ一點カラ引イタ二ツノ弦ノナス角ヲ其ノ角內ニアル弧ノ上ニ立ツ圓周角トイフ.

弧ト其ノ弦トニヨッテ圍マレタ圓ノ一部分ヲ弓形トイヒ,ソシテ其ノ弧上ノ一點カラ弦ノ兩端ヘ引イタ二ツノ弦ノナス角ヲ其ノ弓形ノ角トイフ.



圖ニ於テ,$\angle APB$ ハ弧 ACB ノ上ニ立ツ圓周角デ,又弓形 ADB ノ角デアル.

54. 定理 一ツノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ同ジ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シイ.

假設 圓 O ニ於テ, $\overset{\frown}{BC}$ ノ上ニ立ツ圓周角ヲ BAC, 中心角ヲ BOC トスル.

終結 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$

證明 第一 中心 O ガ邊 AB ノ上ニアル場合.

$\triangle AOC$ ニ於テ

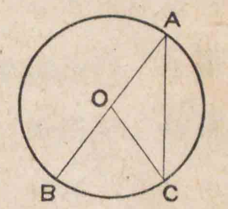
$OA=OC$ (半徑)

$\therefore\ \angle A=\angle C$ (底角)

又 $\angle A+\angle C=$外角 BOC

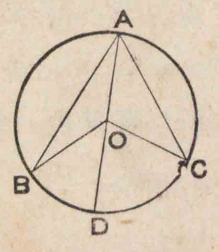
$\therefore\ 2\angle BAC=\angle BOC$

$\therefore\ \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$

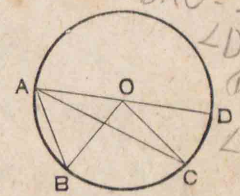


第二 中心 O ガ邊 AB, AC ノ上ニナイ場合.

(甲)



(乙)



$\angle DAC=\frac{1}{2}\angle DOC$ — ①
$\angle DAB=\frac{1}{2}\angle DOB$
①−②
$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$

A ヲ過ル直徑 AD ヲ引ケバ第一ニヨッテ

$$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD$$

$$\angle DAC=\frac{1}{2}\angle DOC$$

中心 O ガ $\angle BAC$ ノ內ニアルトキハ(甲圖)邊々相加ヘ,又中心 O ガ $\angle BAC$ ノ外ニアルトキハ(乙圖)邊々相減ジテ

$$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$$

ヲ得ル.

系1. 等圓又ハ同圓ニ於テ等弧ノ上ニ立ツ圓周

角ハ相等シイ.

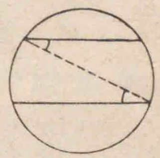
系2. 同ジ弓形ノ角ハ相等シイ.

系3. 半圓周ノ上ニ立ツ圓周角(半圓ノ角)ハ直角デアル.

注意 半圓ハ一ツノ弓形デアツテ其ノ弦ガ直徑トナツタ場合デアル.

問題

1. 等圓又ハ同圓ニ於テ,相等シイ圓周角ニ對スル弧ハ相等シイ. (定理) (第52節定理參照)
2. 平行ナ弦ハ圓周カラ相等シイ弧ヲ截リ取ル.
3. A, B ヲ兩圓ノ交點トシ AC, AD ヲ各圓ノ直徑トスレバ, C, B, D ハ一直線上ニアル. (AB, BC, BD ヲ結ンデ考ヘヨ.)



55. 内接四邊形

一ツノ多角形ニ於テスベテノ頂點ガ一ツノ圓周上ニアルトキ,此ノ多角形ハ此ノ圓ニ内接スルトイヒ,此ノ圓ハ此ノ多角形ニ外接スルトイフ.

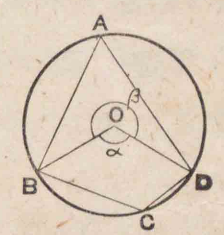
定理 圓ニ内接スル四邊形ノ對角ハ互ニ

補角ヲナス.

假設 ABCD ヲ圓 O ニ内接スル四邊形トスル.

終結 $\angle A+\angle C=2R\angle$

$\angle B+\angle D=2R\angle$



證明 OB, OD ヲ結ビ, $\overset{\frown}{BCD}$, $\overset{\frown}{BAD}$ ノ上ニ立ツ中心角ヲ夫々 α, β トスレバ,同ジ弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ中心角ノ半分ニ等シイカラ

$$\angle A=\frac{1}{2}\angle\alpha,\quad \angle C=\frac{1}{2}\angle\beta$$

$$\therefore\ \angle A+\angle C=\frac{1}{2}(\angle\alpha+\angle\beta)=2R\angle$$

同樣ニ $\angle B+\angle D=2R\angle$

問題

1. 圓ニ内接スル四邊形ノ外角ハ其ノ内對角(其ノ外角ニ接スル内角ノ對角)ニ等シイ. (定理)
2. 圓ニ内接スル平行四邊形ハ矩形デアル.

中間試驗

切線

56. 切線及ビ割線

圓周ト二點ヲ共有スル直線ハ圓ニ交ハルトイヒ,
円

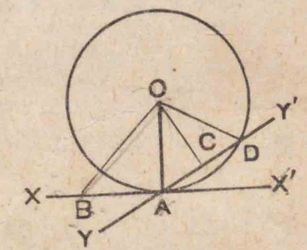
コノ直線ヲ圓ノ割線トイフ.

圓周ト唯一點ヲ共有スル直線ヲ切線トイヒ,其ノ點ヲ切點トイフ.

定理 圓ノ半徑ノ端ニ於テ之ニ垂直ナ直線ハ切線デアツテ,之ニ斜交スルモノハ割線デアル.

特述 OA ハ圓 O ノ半徑, XX′ ハ A ニ於テ OA ニ垂直, YY′ ハ A ニ於テ OA ニ斜交スル.

然ルトキハ XX′ ハ切線デアツテ, YY′ ハ割線デアル.



證明 XX′ ノ上ニ A ト異ナツテキル任意ノ一點 B ヲトレバ, OA ハ XX′ ニ垂直デアルカラ OB ハ斜線デ半徑 OA ヨリ大デアル. 故ニ B ハ圓外ニアル.

依ツテ XX′ ハ圓周ト唯一點 A ヲ共有スルノミデアル. 即チ XX′ ハ O 圓ノ切線デアル.

次ニ中心 O カラ YY′ ヘ垂線 OC ヲ下シ, YY′ 上ニ C ニツイテ A ト反對ノ側ニ D ヲトリ, CD=CA トナルヤウニスル. 然ルトキハ OC ハ線分 AD ノ垂直二等分線デアルカラ, OD=OA (O 圓ノ半徑) 故ニ D ハ O 圓周上ニアル. 依ツテ YY′ ハ O 圓周ト二點 A, D ヲ共有スル. 從ツテ YY′ ハ圓 O ノ割線デアル.

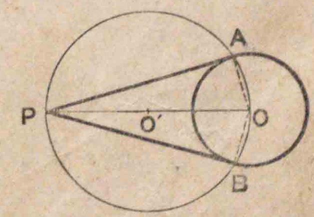
系 1. 圓ノ切線ハ其ノ切點ヲ過ル半徑ニ垂直デアル. (何ントナレバ若シ垂直デナイトキハ割線トナルカラデアル.)

注意 本定理ニヨツテ,圓周上ノ一點 P ニ於ケル切線ヲ引クニハ,先ヅ中心 O ヲ求メ,次ニ P ヲ過ギテ半徑 OP ニ垂直ナ直線ヲ引ケバヨイ.

問題

1. 直徑ノ兩端ニ於ケル切線ハ平行デアル.
2. 二ツノ同心圓ニ於テ小圓ニ切スル大圓ノ弦ハ皆相等シイ. (切點ト中心トヲ結ンデ考ヘヨ.)

57. 作圖題 與ヘラレタ圓外ノ一點 P カラ其ノ圓ニ切線ヲ引クコト.



作圖 先ヅ與ヘラレタ圓ノ中心 O ヲ求メ,次ニ PO ノ中點 O′ ヲトリ,之ヲ中心トシ O′P ヲ半徑(即チ OP ヲ

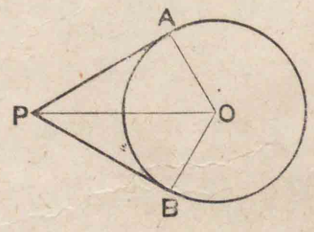
直徑トシテ圓ヲ畫キ之ガ與ヘラレタ圓Oト交ハル點ヲA,Bトスル. 然ルトキハ二ツノ直線PA,PBハ求メル切線デアル.

證明 圓O′ニ於テ∠PAOハ直徑POノ上ニ立ツ圓周角デアルカラ直角デアル. 即チPAハ半徑OAノ端ニ於テ之ニ垂直デアル. 故ニPAハO圓ニ切スル. 同樣ニPBモ亦O圓ニ切スル.

58. 定理 圓外ノ一點カラ其ノ圓ヘ引イタ二ツノ切線ハ相等シイ.

假設 PA,PBヲO圓外ノ一點Pカラ引イタ二ツノ切線トシ,A,Bヲ其ノ切點トスル.

終結 PA=PB



證明 PAハAニ於ケル切線デアルカラOA⊥PA, 同樣ニOB⊥PBデアル.

故ニ△PAO, △PBOハ直角三角形デアル. ソシテOA=OB, 斜邊POハ共通デアル. 依ツテ兩三角形ハ合同デアル. 故ニPA=PBデアル.

問題

1. 圓外ノ一點ト中心トヲ結ブ線分ハ,其ノ點カラ引イタ二切線ノ交角ヲ二等分スル.

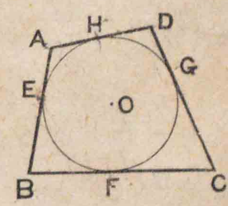
2. 圓外ノ一點ト中心トヲ結ブ直線ハソノ點カラ引イタ二切線ノ切點ヲ結ブ弦ヲ垂直ニ二等分スル.

59. 外切四邊形

一ツノ多角形ノスベテノ邊ガ其ノ内部ニアル同一ノ圓ニ切スルトキ,此ノ多角形ハコノ圓ニ**外切スル**トイヒ,圓ハ多角形ニ**内切スル**トイフ.

定理 圓ニ外切スル四邊形ノ對邊ノ和ハ相等シイ.

設 四邊形ABCDガO圓ニ外切スル.



終結 AB, DCノ和ハAD, BCノ和ニ等シイ.

證明 邊AB, BC, CD, DAガO圓ニ切スル點ヲ夫夫E,F,G,Hトスレバ圓外ノ一點カラ之ニ引イタ切線ハ相等シイカラ, AE=AH, BE=BF

∴ AB=AH+BF

同樣ニ　　　$DC=DH+CF$

$$\therefore\ AB+DC=AD+BC$$

問題

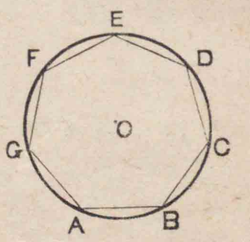
1. 圓ニ外切スル平行四邊形ハ菱形デアル.

正多角形

60. 定理 圓周ヲ若干ニ等分スルトキ其ノ各分點ヲ順次ニ結ベバ正多角形ヲ得ル.

假設 圓周 O ヲ A, B, C, ……G ニ於テ n 等分スル.

終結 ABC……G ハ正多角形デアル.



證明 $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}, \cdots \overset{\frown}{GA}$ ハ皆相等シイカラ, O ヲ中心トシ點 A ガ點 B ニ合スルマデ此ノ圓周ヲ廻轉スレバ, 他ノスベテノ頂點ハ其ノスグ次ギノ頂點ニ重ナル. 從ッテ各邊ハ其ノスグ次ギノ邊ニ重ナル. 故ニ

$$AB=BC=CD=\cdots\cdots=GA$$

且ツ　　$\angle A=\angle B=\angle C=\cdots\cdots=\angle G$

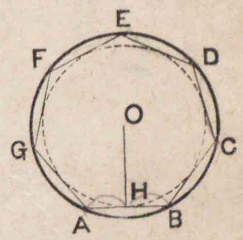
即チ ABC……G ハ等邊ニシテ等角デアル. 故ニ正多角形デアル.

問題

1. 圓ニ内接スル正方形及ビ正八角形ヲ作レ.
2. 圓ニ内接スル正六角形及ビ正三角形ヲ作レ.

61. 正多角形ノ中心

ABC……G ヲ圓 O ニ内接スル正多角形トスレバ, 其ノ邊ハ等弦トナルカラ中心 O カラ之等ニ下シタ垂線ハ總テ相等シイ. 故ニ例ヘバ邊 AB ニ下シタ垂線 OH ヲ半徑トシ, O ヲ中心トシテ圓ヲ畫ケバ, 此ノ圓ハ O カラ各邊ヘ下シタ垂線ノ足ヲ過リ且ツ其ノ點ニ於テ之ニ切スル. 依ッテ此ノ圓ハ正多角形 ABC……G ニ内切スル.



斯樣ニ正多角形ノ外接圓ノ中心ト内切圓ノ中心トハ合スル. 此ノ點ヲ**正多角形ノ中心**トイフ.

62. 定理 正多角形ノ面積ハ其ノ周ト内切圓ノ半徑トノ積ノ半分ニ等シイ.

證明 前節ノ圖ニ於テ內切圓ノ半徑ヲ r トスレバ

$$\triangle OAB = \frac{1}{2}OH.AB = \frac{1}{2}r.AB$$

同樣ニ $\triangle OBC = \frac{1}{2}r.BC$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\triangle OGA = \frac{1}{2}r.GA$

之等ヲ加ヘルト

正多角形 $ABC\cdots\cdots G = \frac{1}{2}r(AB+BC+\cdots\cdots+GA)$

$= \frac{1}{2}$(內切圓ノ半徑)×(正多角形ノ周)

演　　習 3.

(作圖題ハ面積ニ關スルモノヲモ含ム.)

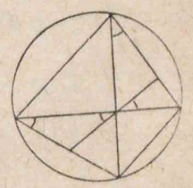
1. 等圓又ハ同圓ニ於テ, $\overset{\frown}{AB}$ ガ $\overset{\frown}{A'B'}$ ノ二倍ニ等シイトキ, 弦 AB ハ弦 A'B' ノ二倍ヨリ小デアル.

2. 二ツノ等弦ガ相交ハルトキ, 其ノ交點デ分タレタ二ツノ部分ハ夫々相等シイ. (中心カラ等弦ニ垂線ヲ下シ, 中心ト交點トヲ結ビ三角形ノ合同定理ヲ應用セヨ.)

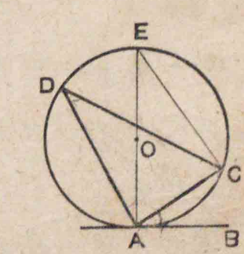
3. 等圓又ハ同圓ニ於テ, 大ナル中心角ニ對スル弦ハ小ナル中心角ニ對スル弦ヨリ大デアル. 逆ニ大弦ノ上ニ立ツ中心角ハ小弦ノ上ニ立ツ中心角ヨリ大デアル.

4. 圓內ニ於テ相交ハル二弦ノナス角ノ一ツハ其ノ角及ビ其ノ對頂角內ニアル二ツノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ノ和ニ等シイ.

5. 圓ニ內接スル四邊形ノ對角線ガ直交スルトキハ, 其ノ交點ヲ過ギ一邊ニ垂直ナ直線ハ之ニ對スル邊ヲ二等分スル. (Brahmegupta ノ定理)



6. 切線(AB)ト其ノ切點(A)ヲ過ギル弦(AC)トノナス角(BAC)ハ其ノ角內ニアル弧(AC)ノ上ニ立ツ圓周角(ADC)ニ等シイ.
(A ヲ過ギル直徑 AE ヲヒキ, ∠BAC=∠AEC デアルコトニ着目セヨ.) (定理)



7. 圓ニ內接スル四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點 P ヲ過ギ △APD ノ外接圓周ニ切スル直線ハ BC

ニ平行デアル．(前問應用)

8. 與ヘラレタ三ツノ線分ニ等シイ三邊ヲ有スル三角形ヲ作レ．

9. 60°, 30°, 45° ノ角ヲ作レ．

10. 直角ヲ三等分セヨ．

11. 與ヘラレタ線分ヲ任意ノ數ニ等分セヨ．

12. 三角形ニ內切スル圓ヲ畫ケ．

13. 三角形ノ一邊ト他ノ二邊ノ延長トニ切スル圓ヲ畫ケ．(此ノ圓ヲ**傍切圓**トイフ．)

14. 定角內ノ定點ヲ過ギテ直線ヲ引キ,其ノ點ガ兩邊ノ間ニ夾マレタ線分ノ中點トナルヤウニセヨ．(定點ヲ過ギ角ノ一邊ニ平行ナ直線ヲ引イテ考ヘヨ．)

15. 與ヘラレタ三角形ト等積デ同ジ底邊ヲ有シ且ツ底角ノ一ツガ與ヘラレタ角ニ等シイ三角形ヲ作レ．

16. 二ツノ與ヘラレタ正方形ノ和ニ等シイ正方形ヲ作レ．

17. 斜邊ヲ共有スル二ツノ直角三角形ハ同一ノ圓ニ內接スル．(定理)

第二章 比 例

線分及ビ面積ノ比例

63. 比.比例

同種類ノ二量 A,B ノ比トハ其ノ大サノ割合ノコトデアッテ之ヲ A:B 又ハ $\frac{A}{B}$ ト書キ表ハシ, A ヲ**前項**, B ヲ**後項**トイフ． A,B ノ大サノ割合ヲ見ルニハ B ヲ單位ニトッテ A ヲ計ルトキ, A ノ測度ガ何程トナルカヲ定メレバヨイ． コノ測度ヲ比 A:B ノ値トイフ．

値ノ相等シイ二ツノ比ハ相等シイトイフ． 例ヘバ A:B, C:D ガ相等シイトキ,之ヲ

$$A:B=C:D$$

デ表ハシ,コノ等式ヲ**比例式**又ハ單ニ**比例**トイフ．

上ノ比例式ニ於テ A,B,C,D ヲソレゾレ比例ノ第一,第二,第三,第四項トイヒ,其ノ中デ第一,第四ノ兩項ヲ外項,第二第三ノ兩項ヲ內項トイフ．

64. 比例式ニ關スル定理

二量 A,B ヲ或單位デ計ッタトキ其ノ測度ヲソレゾレ a,b トスレバ明カニ兩比 A:B, $a:b$ ノ値ハ相等

シイ. 即チ

$$A:B=a:b$$

斯様ニ二量ノ比ハ其ノ測度ノ比ニ等シイカラ代數學ノ知識ヲ應用シテ次ノ事項ヲ容易ニ證明スルコトガ出來ル.

(i) $A:B=C:D$ デアルトキハ

$$A:C=B:D$$ (交迭ノ理) テツ

但シ A, B, C, D ハ同種類ノ量トスル.

(ii) $A:B=C:D$ デアルトキハ

$$A+B:B=C+D:D$$ (合比ノ理)

$$A\sim B:B=C\sim D:D$$ (除比ノ理)

(iii) $A:A'=B:B'=C:C'$ デアルトキハ

$$A+B+C:A'+B'+C'=A:A'$$ (加比ノ理)

茲ニ總テノ量ハ同種類デアルトスル.

(iv) 四ツノ線分 A, B, C, D ニ於テ $A:B=C:D$ デアルトキハ $A.D=B.C$ デアル. 逆ニ $A.D=B.C$ ナラバ $A:B=C:D$ デアル.

證明 A, B, C, D ノ測度ヲ夫々 a, b, c, d トスル

(i) $\dfrac{A}{B}=\dfrac{C}{D}$ デアルトキハ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

$$\therefore\quad ad=bc$$

兩邊ヲ cd デ除シテ

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

$$\therefore\quad \frac{A}{C}=\frac{B}{D}$$

(ii) $\dfrac{A}{B}=\dfrac{C}{D}$ デアルトキハ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

兩邊ニ1ヲ加ヘテ(或ハ1ヲ減ジテ) 1.8 10)180

$$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}.\quad\left(\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}\right)$$

$$\therefore\quad \frac{A+B}{B}=\frac{C+D}{D}.\quad\left(\frac{A-B}{B}=\frac{C-D}{D}\right)$$

(iii) $\dfrac{A}{A'}=\dfrac{B}{B'}=\dfrac{C}{C'}$ デアルトキハ

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$$ (a', b', c' ハ A′, B′, C′ ノ測度)

此ノ値ヲ k ト置ケバ

$$a=a'k,\quad b=b'k,\quad c=c'k$$

邊々相加ヘテ

$$a+b+c=(a'+b'+c')k$$

$$\therefore\quad \frac{a+b+c}{a'+b'+c'}=k\left(=\frac{a}{a'}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{A+B+C}{A'+B'+C'}=\frac{A}{A'}$$

(iv) 上ニ倣ツテ各自之ヲ試ミヨ.

65. 定理 高サノ相等シイ二ツノ三角形ノ面積ノ比ハ其ノ底邊ノ比ニ等シイ.

證明 △ABC, △A'B'C'ニ於テ其ノ高サヲ共ニ h トシ其ノ底邊ヲ夫々 a, a' トスレバ

$$\triangle ABC:\triangle A'B'C'=\frac{1}{2}ah:\frac{1}{2}a'h$$

$$\therefore \quad \triangle ABC:\triangle A'B'C'=a:a'$$

注意 コノ定理ヲ高サノ相等シイ三角形ハ底ニ比例スルトイフコトガアル.

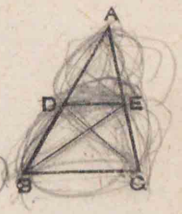
問　題

1. 底ノ相等シイ兩三角形ノ比ハ其ノ高サノ比ニ等シイ. (定理)
2. 等高ノ平行四邊形ノ比ハ其ノ底ノ比ニ等シク, 等底ノ平行四邊形ノ比ハ其ノ高サノ比ニ等シイ. (定理)
3. 二量A, Bニ於テB:AヲA:Bノ**反比**トイフ. 二ツノ三角形ガ等積デアルトキ底邊ノ比ハ高サ

ノ反比ニ等シイ.

66. 定理 三角形ノ一邊ニ平行ナ直線ハ他ノ二邊ヲ相等シイ比ニ分ツ.

假設 △ABCニ於テ一邊BCニ平行ナ直線ガ二邊AB, ACト交ハル點ヲ夫々D, Eトスル.



終結 $\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}$ (AD:DB=AE:EC)

證明 BE, CDヲ結ブ. 然ルトキハ兩三角形ADE, EDBニ於テ,其ノ共通ノ頂點Eカラ下シタ高サガ同一デアルカラ,其ノ面積ノ比ハ底ノ比ニ等シイ.

即チ $$\frac{AD}{DB}=\frac{\triangle ADE}{\triangle EDB}$$

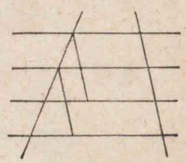
同樣ニ $$\frac{AE}{EC}=\frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}$$

然ルニ $$\triangle EDB=\triangle DEC \qquad (\because \text{同底, 等高})$$

$$\therefore \quad \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

系 1. △ABCニ於テ邊BCニ平行ナ直線ガ他ノ二邊AB, ACニ交ハル點ヲ夫々D, Eトスレバ $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AE}$ デアル. (合比ノ理ヲ應用セヨ.)

系2. 二直線ガ數多ノ平行線ニ交ハルトキ其ノ對應スル部分ノ比ハ皆相等シイ.



問題

1. 梯形ノ二ツノ對角線ハ其ノ交點ニヨツテ相等シイ比ニ分タレル. (交點ヲ過ギテ底邊ニ平行ナ直線ヲ引イテ考ヘヨ.)

67. 定理 三角形ノ二邊ヲ相等シイ比ニ分ツ點ヲ結ブ直線ハ第三邊ニ平行デアル.

特述 前節ノ圖ニ於テ $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ デアルトスレバ, $DE \parallel BC$ デアル.

證明 前節ノ證明ト同樣ニシテ

$$\frac{\triangle ADE}{\triangle EDB}=\frac{AD}{DB},\quad \frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}=\frac{AE}{EC}$$

然ルニ $$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC} \qquad \text{(假設)}$$

$$\therefore \quad \frac{\triangle ADE}{\triangle EDB}=\frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}$$

$$\therefore \quad \triangle EDB=\triangle DEC$$

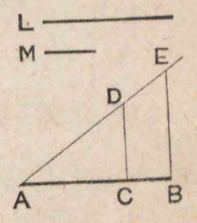
ソシテ此ノ兩三角形ハ底 DE ヲ共有シ且ツ其ノ同

ジ側ニアル. 故ニ $DE \parallel BC$ デアル.

系. 前節ノ圖ニ於テ $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ ナラバ DE ハ AB ニ平行デアル. (除比ノ理ヲ應用セヨ.)

68. 作圖題 與ヘラレタ線分 AB ヲ二線分 L, M ノ比ニ分ケルコト.

作圖 A カラ引イタ任意ノ直線上ニ L ニ等シク AD ヲトリ, $\overrightarrow{AD}$ ノ延長上ニ M ニ等シク DE ヲトル. EB ヲ結ビ D カラ之ニ平行ナ直線ヲ引キ之ガ線分 AB ニ交ハル點ヲ C トスレバ, C ハ求メル分點デアル.



證明 $\triangle ABE$ ニ於テ $CD \parallel BE$

$$\therefore \quad AC:CB=AD:DE=L:M$$

故ニ C ハ AB ヲ比 L:M ニ分ケル.

問題

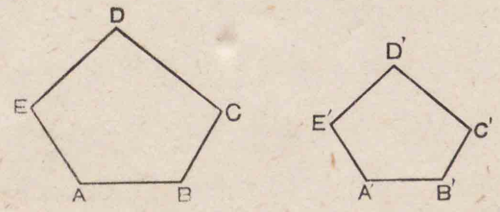
1. 與ヘラレタ線分ヲ三ツノ部分ニ分チ,其ノ長サヲ 2, 3, 5 ノ割合ニセヨ.

相似　對應角が等シイ　対應辺の比が等シイ

相　似　形

69. 相似形

二ツノ多角形 ABCDE, A′B′C′D′E′ ニ於テ



$\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$, $\angle D=\angle D'$, $\angle E=\angle E'$

デアッテ且ツ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'}$$

デアルトキ,兩多角形ハ**相似**デアルトイヒ,之ヲ表ハスニ

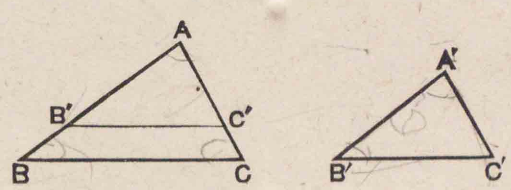
多角形ABCDE ∽ 多角形A′B′C′D′E′

ヲ以テスル. ソシテ$\angle A$ト$\angle A'$, $\angle B$ト$\angle B'$, $\angle C$ト$\angle C'$, $\angle D$ト$\angle D'$, $\angle E$ト$\angle E'$ヲ**對應角**, ABトA′B′, BCトB′C′, CDトC′D′, DEトD′E′, EAトE′A′ヲ**對應邊**トイヒ,其ノ比(即チ上ノ比)ヲ**相似比**トイフ.

例ヘバ二ツノ正方形ハ相似デアル.

注意　二ツノ多角形ガ合同デアルトキ兩形ハ相似デ相似比ハ1デアル.

70. 一ツノ三角形ノ二角ガソレゾレ他ノ三角形ノ二角ニ等シイトキ,兩三角形ハ相似デアル.



假設　△ABC,△A′B′C′ ニ於テ

$\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$

終結　△ABC∽△A′B′C′

證明　$\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$ デアルカラ

$\angle A=\angle A'$

次ニ二邊AB, ACノ上ニ夫々A′B′, A′C′ニ等シクAB″, AC″ヲトリ, B″C″ヲ結ベバ

△AB″C″≡△A′B′C′　　(二邊ト夾角)

∴　$\angle AB''C''=\angle A'B'C'$

∴　$\angle AB''C''=\angle ABC$　　($\because \angle B=\angle B'$)

從ッテ　$BC \parallel B''C''$

$$\therefore \quad \frac{AB}{AB''}=\frac{AC}{AC''}$$

然ルニ　$AB''=A'B',\ AC''=A'C'$

$$\therefore \quad \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$$

同樣ニ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$$

$$\therefore \quad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

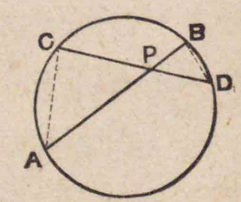
系　$\triangle ABC$ ノ邊 BC ニ平行ナ直線ガ他ノ二邊 AB, AC ニ交ハル點ヲ夫々 D, E トスレバ, $\triangle ADE$, $\triangle ABC$ ハ相似デアツテ $DE:BC=AD:AB$ デアル.

問題

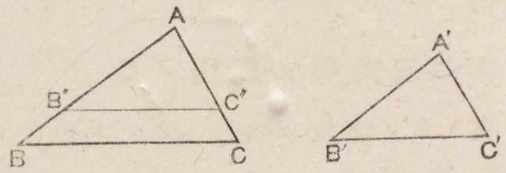
1. 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 C カラ斜邊ニ下シタ垂線ヲ CD トスレバ

$$\triangle ABC \backsim \triangle ACD \backsim \triangle CBD$$

2. 一ツノ圓ニ於テ,二ツノ弦 AB, CD ノ交點ヲ P トスレバ $\triangle APC$, $\triangle DPB$ ハ相似デアル. ソシテ $AP.PB=CP.PD$ デアル.（定理）



71. 定理　一ツノ三角形ノ二邊ガ他ノ三角形ノ二邊ト比例ヲナシ其ノ夾角ガ相等シイトキ,兩三角形ハ相似デアル.



假設　$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ ニ於テ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'},\quad \angle A=\angle A'$$

終結　$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

證明　三角形 ABC ノ二邊 AB, AC ノ上ニ夫々 $A'B'$, $A'C'$ ニ等シク AB'', AC'' ヲトリ, $B''C''$ ヲ結ブトキハ $AB:AB''=AC:AC''$ トナルカラ

$$BC \parallel B''C''$$

故ニ　$\triangle ABC \backsim \triangle AB''C''$

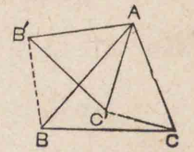
然ルニ　$\triangle A'B'C' \equiv \triangle AB''C''$　（二邊ト夾角）

$$\therefore \quad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

問題

1. 相似三角形 ABC, $AB'C'$ ハ一ツノ頂點 A ヲ共有

シ且ツ對應頂點ガ同ジ向キニ廻ハツテキルモノトスル.



然ルトキハ $\triangle ABB'$, $\triangle ACC'$ ハ相似デアル.

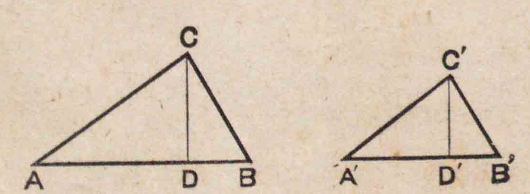
72. 相似三角形ノ面積ノ比

二ツノ量A,Bノ測度ガ夫々a,bデアルトキ,比$a^2:b^2$ヲ比A:Bノ**自乘比**トイヒ,之ヲ$(A:B)^2$, $A^2:B^2$ 又ハ $\frac{A^2}{B^2}$デ表ハス. 即チ

$$A^2:B^2=a^2:b^2$$

特ニA,Bガ線分ノ場合ニハ其ノ自乘比ハ各ノ平方ノ比ニ等シイ.

定理 二ツノ相似三角形ノ比ハ其ノ相似比ノ自乘比ニ相等シイ.



特述 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ トスレバ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{A'B'}^2}$$

證明 對應頂點C, C′カラ對邊ニ下シタ垂線ヲ夫々CD, C′D′トスレバ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\frac{\frac{1}{2}AB.CD}{\frac{1}{2}A'B'.C'D'}=\frac{AB}{A'B'}\cdot\frac{CD}{C'D'} \qquad (1)$$

然ルニ $\triangle ADC \backsim \triangle A'D'C'$ $(\because \angle A=\angle A', \angle D=\angle D')$

$$\therefore \quad \frac{CD}{C'D'}=\frac{AC}{A'C'}$$

$$\therefore \quad \frac{CD}{C'D'}=\frac{AB}{A'B'} \quad \left(\because \frac{AC}{A'C'}=\frac{AB}{A'B'}\right)$$

之ヲ(1)ニ代入シテ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}=\frac{AB}{A'B'}\cdot\frac{AB}{A'B'}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{A'B'}^2}$$

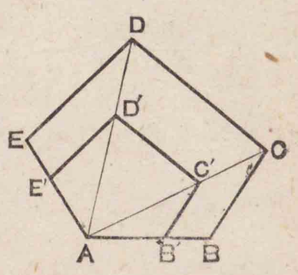
問　題

1. 二ツノ相似三角形ノ對應邊ノ比ガ10:1デアッテ大ナル方ノ面積ガ1平方米デアルトキハ,小ナル方ノ面積如何.

73. 作圖題 與ヘラレタ多角形ABCDEト相似デアッテ其ノ一邊ガ與ヘラレタ長サニ等シイ多角形ヲ作レ.

作圖 多角形ABCDEノ一頂點Aヲ過ル總テノ對

角線 AC, AD ヲ引ク. 次ニ邊 AB 上ニ與ヘラレタ長サニ等シク AB′ ヲトリ, B′ ヲ過ギ邊 BC ニ平行ナ直線ヲヒキ之ガ對角線 AC ト交ハル點ヲ C′ トスル. 以下同様ニシテ圖ノヤウニ C′D′, D′E′ ヲ夫々 CD, DE ニ平行ニ引ケバ,多角形 AB′C′D′E′ ハ求メルモノデアル.



證明 兩多角形 AB′C′D′E′, ABCDE ニ於テ, ∠A ハ共通デアル. ソシテ平行線ノ同位角ガ相等シイコトカラ ∠B′=∠B, ∠C′=∠C, ∠D′=∠D, ∠E′=∠E デアル.

次ニ △AB′C′∽△ABC, △AC′D′∽△ACD, △AD′E′∽△ADE ナルコトカラ

$$\frac{AB'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}\left(=\frac{AC'}{AC}\right)=\frac{C'D'}{CD}\left(=\frac{AD'}{AD}\right)=\frac{D'E'}{DE}=\frac{E'A}{EA}$$

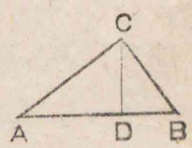
故ニ多角形 AB′C′D′E′ ハ ABCDE ニ相似デアル. ソシテ一邊 AB′ ハ與ヘラレタ長サニ等シイ. 故ニ多角形 AB′C′D′E′ ハ所要ノモノデアル.

注意 上ノ作圖ニ於テ相似比 $\frac{AB'}{AB}$ ガ例ヘバ $\frac{1}{10}$ ナラバ, AB′C′D′E′ ハ ABCDE ヲ十分ノ一ニ縮小シタモノ

デアルトイフ. ソシテ十分ノ一ノ縮小圖ニ於テハ相似三角形ノ場合ト同樣ニ其ノ面積ハ原形ノ $\left(\frac{1}{10}\right)^2=\frac{1}{100}$ デアル.

74. 比例中項

直角三角形 ABC ニ於テ,直角ノ頂點 C カラ斜邊 AB ニ下シタ垂線ヲ CD トスレバ △ACD ト △CBD トガ相似デアルコトカラ



AD : CD=CD : DB

デアル. 斯樣ニ三量 L, X, M ニ於テ比例式

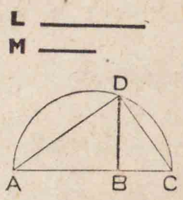
L : X=X : M

ガ成立ツトキ,此ノ三量ハ比例ヲナストイヒ, X ヲ L ト M トノ**比例中項**トイフ.

此ノ場合ニ於テ L, X, M ガ線分デアルトキハ $X^2=L.M$ デアル. 即チ X ノ上ノ正方形ハ L ト M トノ包ム矩形ニ等シイ. 例ヘバ上ノ直角三角形ニ於テ $\overline{CD}^2=AD.DB$ デアル.

作圖題 與ヘラレタ二線分ノ比例中項ヲ求メルコト.

作圖 與ヘラレタ二線分ヲ L, M トスル. 先ヅ L



ニ等シクABヲトリ,其ノ延長上ニMニ等シクBCヲトル. 次ニACヲ直徑トシテ半圓ヲ畫キ,Bヲ過ギACニ垂線ヲ引ク. 此ノ垂線ト半圓周トノ交點ヲDトスレバ,線分BDハ求メルモノデアル.

證明 DA, DCヲ結ベバ△ADCニ於テ∠ADCハ直角デアッテDBハ斜邊ACニ垂直デアルカラ

$$\overline{DB}^2 = AB.BC = L.M$$

故ニDBハL, Mノ比例中項デアル.

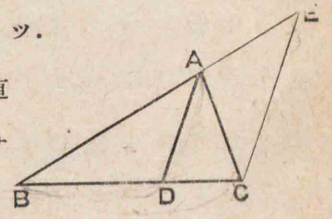
注意 線分L, Mノ長サヲl, mトスレバ,幾何學ニ於テL, Mノ比例中項Xヲ作ルコトハ,代數學ニ於テ方程式$x^2=lm$ノ正根$\sqrt{lm}$ヲ求メルコトニ當ル.

問題

1. 與ヘラレタ矩形ト等積ナ正方形ヲ作レ.
2. 3平方糎ノ面積ヲ有スル正方形ヲ作レ.
(二隣邊ガ1糎,3糎デアル矩形ヲ作リ前問ヲ應用セヨ.)

演習 4.

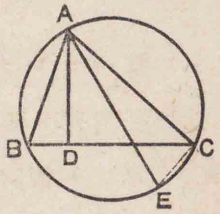
1. 與ヘラレタ三ツノ線分ノ第四比例項ヲ求メヨ.
2. 三角形(ABC)ニ於テ,一角(A)ノ二等分線(AD)ハ對邊(BC)ヲ他ノ二邊ノ比ニ分ツ.
(定理) (CカラADニ平行ナ直線CEヲ引ケバAE=ACトナルコトニ留意セヨ.)



3. △ABCニ於テ邊BCノ中點ヲDトシ,角ADB, ADCノ二等分線ガ邊AB, ACニ交ハル點ヲ夫々E, FトスレバEF//BCデアル. (前問應用)
4. △ABCノ邊BC, CA, ABノ中點ヲ夫々D, E, Fトスレバ△DEFハ△ABCニ相似デアル.
5. △ABCノ二中線BD, CEノ交點ヲOトシ, △ODE △OBCノ比ヲ求メヨ.
6. 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ其ノ三角形ヲドンナ比ニ分ツカ.
7. △ABCノ頂點B, Cカラ對邊AC, ABニ下シタ垂線ノ足ヲ夫々D, Eトスレバ,三角形ADEハ三角形ABCニ相似デアル. 從ッテ AE.AB=AD.AC

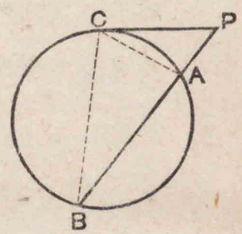
デアル.

8. 三角形ノ二邊ノ積ハ,其ノ二邊ノ會スル頂點カラ對邊ヘ下シタ垂線ト外接圓ノ直徑トノ積ニ等シイ. (定理)



(△ABD∽△AEC ヲ利用セヨ.)

9. 圓外ノ一點Pカラ弦ABヲ引ケバ, PA, PBノ積ハ其ノ點カラ引イタ切線PCノ平方ニ等シイ. (定理) (AC, BCヲ結ビ △PAC∽△PCB ヲ利用セヨ.)



10. 相交ハル二圓ノ共通弦ノ延長上ノ一點カラ各圓ヘ引イタ切線ハ相等シイ. (前問ヲ應用セヨ.)

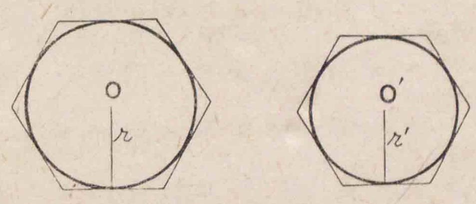
11. 二ツノ相似多角形ノ周ノ比ハ其ノ相似比ニ等シイ. (定理) (加比ノ理ヲ應用セヨ.)

12. 邊數ノ相等シイ二ツノ正多角形ノ内切圓ノ半徑ノ比ハ邊ノ比ニ等シイ,從ツテ周ノ比ニ等シイ. (定理)

第三章 圓周ノ長サ及ビ圓ノ面積

75. 圓周ノ長サ

圓ニ外切スル正多角形ノ周ハ其ノ邊數ヲ二倍,四倍,八倍……ト倍加スルニ從ツテ,其ノ長サハ漸次減少シテ次第ニ圓周ニ近付ク. 故ニ圓周ハ之ニ外切スル正多角形ノ邊數ヲ限リナク増加シタトキノ正多角形ノ周デアルト見做シテヨイ.



今半徑ガr, r'デアル二ツノ圓O, O'ニ同邊數ノ正多角形ヲ外切サセルト,其ノ周ノ比ハ邊數ノ如何ニ關ラズ常ニ内切圓ノ半徑r, r'ノ比ニ等シイ. 故ニ其ノ邊數ヲ限リナク増加シタトキノ正多角形ノ周即チ圓周c, c'ノ比モ亦r, r'ノ比ニ等シイ. 即チ

$$\frac{c}{c'}=\frac{r}{r'}$$

此ノ比例式ヲ書キ換ヘルト

$$\frac{c}{2r}=\frac{c'}{2r'}$$

故ニ圓周ト直徑トノ比ハ半徑ノ大小如何ニカカハラズ常ニ一定デアル. 此ノ一定ノ値ヲ**圓周率**トイヒ,之ヲπデ表ハス. 即チ

$$\frac{c}{2r}=\pi$$

從ッテ　　　$c=2\pi r$

依ッテ半徑ガrデアル圓ノ周ハ $2\pi r$ ニ等シイ.

76. πノ値

上ノ公式カラ直徑ガ1デアル圓周ノ長サハπニ等シイ. 然ルニ圓周ノ長サハ內接正多角形ノ周ヨリ大デアッテ外切正多角形ノ周ヨリ小デアル. 今直徑ガ1デアル圓ニ內接及ビ外切スル正六邊形カラ始メテ邊數ヲ漸次倍加シタ正多角形ノ周ヲ計算スレバ下表ノ如キ結果ヲ得ル.

之ニヨッテ見ルニπノ値ハ

3.14159………

デアル. ソシテ其ノ近似値トシテ通常 3.1416, 又ハ $\frac{22}{7}$ ヲ用フル.

邊數	內接正多角形ノ周		外切正多角形ノ周
6	3.	$<\pi<$	3.464102
12	3.105828	$<\pi<$	3.215391
24	3.132628	$<\pi<$	3.159660
48	3.139350	$<\pi<$	3.146087
96	3.141031	$<\pi<$	3.142715
192	3.141452	$<\pi<$	3.141874
384	3.141557	$<\pi<<$	3.141663
768	3.141583	$<\pi<$	3.141611
1536	3.141590	$<\pi<$	3.141598

問　題

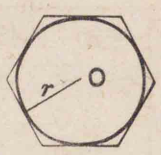
1. 與ヘラレタ二圓ノ周ノ和或ハ差ヲ周トスル圓ヲ作レ.

77. 圓ノ面積

圓ノ面積ハ之ニ外切スル正多角形ノ邊數ヲ限リナク增加シタトキノ正多角形ノ面積デアルト考ヘテヨイ.

然ルニ半徑ガrデアル圓ニ外切スル正多角形ノ面積ハ邊數ノ如何ニ關ラズ常ニ其ノ周ニ$\frac{r}{2}$ヲ乘ジ

タモノニ等シイ．故ニ其ノ邊數ヲ限リナク增加シタトキノ正多角形ノ面積即チ圓ノ面積Sハ圓周ニ$\frac{r}{2}$ヲ乘ジタモノニ等シイ。即チ

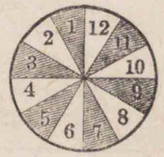


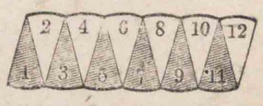
$$S=(2\pi r)\times\frac{r}{2}$$

$$\therefore\quad S=\pi r^2$$

依ツテ半徑ガrデアル圓ノ面積ハπr^2ニ等シイ．

注意　右ノ上圖ノヤウニ圓ヲ若干ニ等分シ,之ヲ下圖ノヤウニ排ベルト平行四邊形ノヤウナモノガ出來ル．ソシテ等分數ヲ增スト其ノ形ガ益々平行四邊形ニ近付キ,遂ニ底ガ圓周ノ半分デ高サガ半徑ニ等シイ平行四邊形トナルモノト考ヘルコトガ出來ル．從ツテ





圓ノ面積＝底×高サ＝$\frac{2\pi r}{2}\times r=\pi r^2$

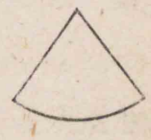
問題

1. 與ヘラレタ二圓ノ面積ノ和ヲ面積トスル圓ヲ作レ．(ぴたごらすノ定理ヲ應用セヨ.)

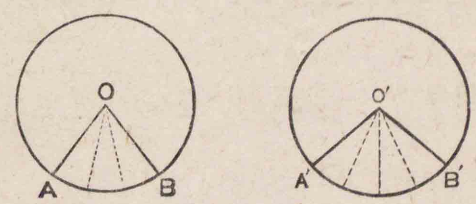
2. 二ツノ同心圓周ノ間ニ夾マレタ部分ノ面積ハ小圓ニ切スル大圓ノ弦ヲ直徑トスル圓ノ面積ニ等シイ．(切點ガ弦ノ中點トナルコトニ留意セヨ.)

78. 扇形

圓ノ弧ト其ノ兩端ニ引イタ二ツノ半徑トニヨツテ圍マレタ圓ノ一部分ヲ扇形トイフ．



定理　半徑ノ相等シイ二ツノ扇形ノ面積ノ比ハ其ノ弧ノ比ニ等シイ．



特述　OAB, O'A'B' ヲ半徑ノ相等シイ二ツノ扇形トスレバ

$$\frac{\text{扇形}OAB}{\text{扇形}O'A'B'}=\frac{\text{弧}AB}{\text{弧}A'B'}$$

證明　$\frac{\text{弧}AB}{\text{弧}A'B'}=\frac{m}{n}$　(m, n ハ共ニ整數)

トスル．弧ABヲm等分シ,弧A'B'ヲn等分スレバ其ノ部分ハ皆相等シイ．從ツテ之等ヲ弧トスル扇形

ハスベテ合同デアル. 故ニ

$$\frac{扇形OAB}{扇形O'A'B'}=\frac{m}{n}$$

$$\therefore\quad \frac{扇形OAB}{扇形O'A'B'}=\frac{弧AB}{弧A'B'}$$

系 扇形ノ面積$=\frac{1}{2}$(弧×半徑)

何ントナレバ圓ハ一ツノ扇形ト考ヘラレルカラ, 上圖ニ於テ

$$\frac{扇形OAB}{圓O}=\frac{弧AB}{圓Oノ周}$$

$$\therefore\quad \frac{扇形OAB}{\pi r^2}=\frac{弧AB}{2\pi r}\qquad (rハO圓ノ半徑)$$

$$\therefore\quad 扇形OAB=\frac{1}{2}(弧AB\times r)$$

附録

立體及ビ其ノ體積

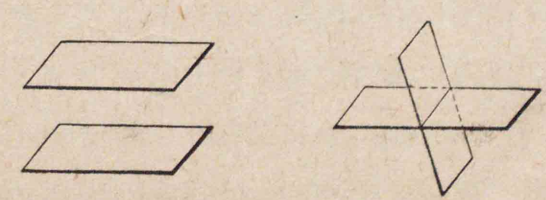
直線及ビ平面

1. 二平面ノ關係

物體ノ限界ヲナシテキルモノヲ面トイフ. 面ノ中デ平ラナ面,即チ其ノ上ニアル任意ノ二點ヲ過ル直線ガ全ク其ノ上ニ含マレルモノヲ平面トイフ. 空間ニ於ケル二ツノ平面ノ關係ヲ見ルニ次ノ二ツノ場合ガアル.

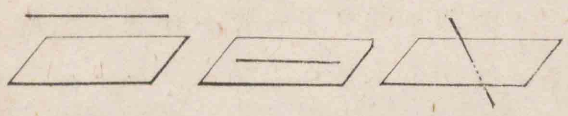
(i) 兩者ヲ何レノ方ヘ如何程延長シテモ兩者ガ相會シナイトキ. 此ノ場合ニハ兩平面ハ互ニ**平行**デアルトイフ.

(ii) 兩者ガ相會スルトキ. 此ノ場合ニハ兩平面ハ**相交ハル**トイヒ,其ノ交ハリハ必ズ直線デアル.



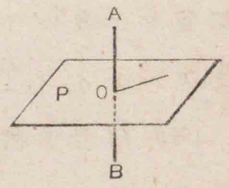
2. 直線ト平面ノ關係

直線ト平面ノ關係ニツイテモ前ト同樣ニ二ツノ場合ガアル. 兩者ヲ何レノ方ヘ如何程延長シテモ兩者ガ共有點ヲ有シナイトキ,直線ハ平面ニ**平行**デアルトイヒ,之ニ反シテ兩者ガ共有點ヲ有スルトキ,直線ハ全ク平面ノ上ニ横タハルカ或ハ唯一點ニ於テ出會フ.後ノ場合ニハ直線ハ平面ニ**交ハル**トイフ.



3. 垂線

一ツノ直線 AB ガ平面 P ト O ニ於テ相交ハリ, O ヲ過ギ P 上ニ引イタスベテノ直線ニ垂直デアルトキ, AB ハ平面 P ニ**垂直**デアルトイフ. 此ノ場合ニ於テ AO ヲ A カラ平面 P ニ下シタ**垂線**トイヒ, O ヲ其ノ**足**トイフ.



4. 二直線ノ關係

空間ニ於ケル二直線ニツイテモ亦相交ハルトキト然ラザルトキトアル. 相交ハルトキハ兩線ハ同

一ノ平面上ニアル. 之ニ反シテ相交ハラナイトキハ更ニ二ツノ場合ガアル.

(i) 同一平面上ニアルトキ. 兩線ハ互ニ平行デアル.

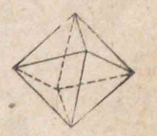
(ii) 同一平面上ニナイトキ. 兩線ハ交ハラナイケレドモ平行デハナイ.

例ヘバ教室ニ於テ,天井ト床トヲ平行ナ平面ト考ヘ,天井ニハ南北ニ,床ニハ東西ニ直線ヲ引クト,兩線ハ交ハラナイケレドモ平行デハナイ.

角壔,角錐

5. 角壔

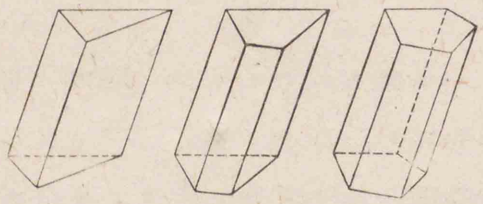
若干ノ多角形ニヨツテ圍マレタ空間ノ一部分ヲ**多面體**トイフ. ソシテ其ノ多角形ヲ多面體ノ面トイヒ,多角形ノ邊ヲ**稜**トイフ.



多面體ノ中デ次ノ圖ニ示スヤウニ,二面ガ互ニ平行デ他ノ面ガ皆平行四邊形デアルトキ之ヲ**角壔**トイフ. ソシテ此ノ平行ナ二面ヲ**底面**,他ノ平行四邊形カラナル面ヲ**側面**トイヒ,側面ト側面トヲ界シテ

キル稜ヲ**側稜**トイフ.

角壔ハ底面ガ三角形,四角形,五角形等デアルニ從ツテ之ヲ三角壔,四角壔,五角壔等ニ區別スル.



注意 1. 角壔ノ兩底面ハ合同ナ多角形デアル.

注意 2. 三,四,五角壔ハ夫々 5, 6, 7 個ノ面カラナル. 一般ニ n 角壔ノ面ノ數ハ $n+2$ デアル.

6. 角壔ノ體積

角壔ニ於テ一ツノ底面上ノ點カラ他ノ底面ニ下シタ垂線ノ長サヲ角壔ノ**高サ**トイフ.

角壔ノ體積ハ底面ト高サトノ積ニ等シイ. 即チ

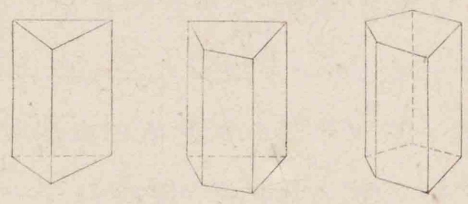
角壔ノ體積＝底面×高

7. 直角壔

角壔ノ中デ側稜ガ底面ニ垂直,從ツテスベテノ側面ガ矩形デアルモノヲ特ニ**直角壔**トイフ. 直角壔ニ於テハ側稜ガ高サニ等シイカラ其ノ體積ハ次ノ

ヤウニナル.

直角壔ノ體積＝底面×側稜



問題

1. 正三角壔(底面ガ正多角形デアル直角壔ヲ正角壔トイフ)ガアル. 底面ハ一邊ガ 2 糎デアル正三角形デ側稜ノ長サハ 8 糎デアルトイフ. 其ノ體積如何.

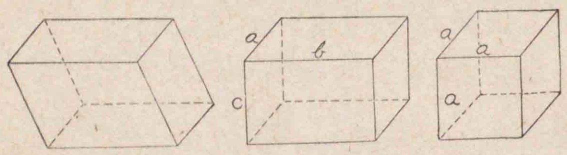
2. 前題ニ於テ其ノ表面積如何.

8. 平行六面體

四角壔ニ於テ底面ガ平行四邊形デアルトキ,其ノ六ツノ面ハ總テ平行四邊形トナル. 此ヲ**平行六面體**トイフ.

平行六面體ノ中デ總テノ面ガ矩形デアルモノ,即チ底面ガ矩形デアル直四角壔ヲ**直六面體**トイヒ其ノ特別ノ場合トシテ總テノ面ガ正方形デアルモノ

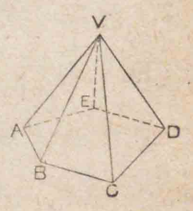
ヲ**立方體**トイフ.



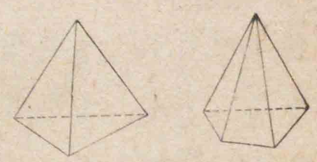
直六面體ハ底ガ矩形デアル直四角壔デアルカラ一點ニ會スル三稜ノ長サヲ a, b, c トスレバ其ノ體積ハ abc デアル. 從ツテ一稜ガ a デアル立方體ノ體積ハ a^3 デアル.

9. 角錐

ABCDE ヲ多角形トシ, V ヲ其ノ平面外ノ一點トスル. V ト多角形ノ各頂點トヲ結ンデ出來ル三角形 VAB, VBC, ……VEA ト多角形 ABCDE トニヨツテ圍マレタ多面體ヲ**角錐**トイフ. ソシテ V ヲ**頂點**, ABCDE ヲ**底面**トイヒ, 頂點カラ底面ヘ下シタ垂線ヲ**高サ**トイフ.



角錐ハ底面ガ三角形,四角形五角形等デアルニ從ツテ之ヲ三角錐,四角錐,五角錐等ニ區別スル.



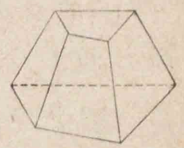
角錐ノ體積ハ底面ト高サトノ積ノ三分ノ一ニ等シイ. 即チ

$$\text{角錐ノ體積}=\frac{1}{3}(\text{底面}\times\text{高})$$

注意 三,四,五角錐ハ夫々 4, 5, 6 個ノ面カラナル. 一般ニ n 角錐ノ面ノ數ハ $n+1$ デアル. ソシテ四ツノ面カラナル多面體ハ三角錐ノ外ニ存在シナイ. 從ツテ四面體トイヘバ三角錐ノコトデアル.

10. 截頭角錐

角錐ヲ底面ニ平行ナ平面デ截ルト,其ノ截リ口ハ底面ニ相似ナ多角形トナル. 此ノ截リ口ノ面ト底面トノ間ニアル角錐ノ部分ヲ**截頭角錐**又ハ**角錐臺**トイフ. ソシテ截リ口ノ面上ノ一點カラ底面ヘ下シタ垂線ノ長サヲ其ノ**高サ**トイフ.



底面積ヲ B, 截リ口ノ面積ヲ B′, 高サヲ h トスレバ其ノ體積ハ次ノヤウニナル.

$$\text{截頭角錐ノ體積}=\frac{h}{3}(B+B'+\sqrt{B.B'})$$

問題

1. 截頭角錐ガアル. 底面及ビ截リ口ノ面積ガ夫

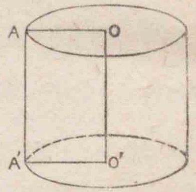
々12平方糎,3平方糎デ高サ10糎デアルトイフ. 其ノ體積如何.

2. 高サガhデアル截頭角錐ニ於テ底面及ビ截リ口ガ正方形デ其ノ一邊ノ長サガ夫々a, bデアルトキ,其ノ體積如何.

直圓壔 直圓錐

1. 直圓壔

矩形OO'A'Aノ一邊OO'ヲ軸トシ,之ヲ廻轉スルトキ, OA, O'A'ノ畫ク二ツノ圓トAA'ノ畫ク面トニヨツテ圍マレタ空間ノ一部分ヲ直圓壔トイフ. ソシテAA'ノ畫ク面ヲ側面トイヒ, OA, O'A'ノ畫ク二ツノ圓ヲ底面トイフ. (底面ハ等圓デアル.)



底面ノ中心ヲ結ブ線分OO'ヲ軸トイヒ,其ノ長サヲ高サトイフ. (OO'ハ兩底面ニ垂直デアル.)

直圓壔ノ體積ハ角壔ト同樣ニ底面ニ高サヲ乘ジタモノニ等シイ. 故ニ底面ノ半徑ヲr,高サヲhトスレバ其ノ體積ハ次ノヤウニナル.

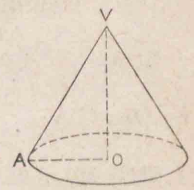
直圓壔ノ體積$=\pi r^2 h$

又側面ヲ直線AA'ニ沿フテ截リ之ヲ平面上ニ展開スレバ底ノ圓周ヲ一邊トシ,高サヲ隣邊トスル矩形トナルカラ其ノ側面積ハ次ノヤウニナル.

直圓壔ノ側面積$=2\pi rh$

12. 直圓錐

VOAヲ∠Oガ直角デアル直角三角形トスル. 今VOヲ軸トシテ之ヲ廻轉スルトキOAノ畫ク圓トVAノ畫ク面トニヨツテ圍マレタ空間ノ一部分ヲ直圓錐トイヒ, Vヲ其ノ頂點トイフ. ソシテVAノ畫ク面ヲ側面トイヒ, OAノ畫ク圓ヲ底面トイフ.



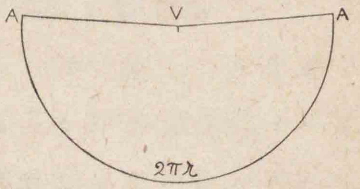
底面ノ中心ト頂點トヲ結ブ線分VOヲ軸トイヒ,其ノ長サヲ高サトイフ. (VOハ底面ニ垂直デアル.)

直圓錐ノ體積ハ角錐ト同樣ニ底面ト高サトノ積ノ三分ノ一ニ等シイ. 故ニ底面ノ半徑ヲr,高サヲhトスレバ其ノ體積ハ次ノヤウニナル.

直圓錐ノ體積$=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

又側面ヲ直線VAニ沿フテ截リ之ヲ平面上ニ展

開スルト,半徑ガ VA デ弧ノ長サガ底面ノ周ニ等シイ扇形トナル.　故ニ其ノ面積ハ



$$\frac{1}{2}(2\pi r\times \mathrm{VA})=\pi r\times \mathrm{VA}\qquad\text{（第78節系）}$$

然ルニ VA ハ直角三角形 VOA ノ斜邊デアルカラ $\mathrm{VA}=\sqrt{h^2+r^2}$ デアル.　故ニ

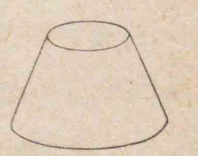
$$\textbf{直圓錐ノ側面積}=\pi r\sqrt{h^2+r^2}$$

問　題

1. 底面ノ半徑ガ5糎,高サガ16糎デアル直圓壔ノ體積及ビ表面積ヲ求メヨ.
2. 底面ノ半徑ガ3糎,高サガ4糎デアル直圓錐ガアル.　其ノ體積,側面積及ビ表面積ヲ求メヨ.

13　截頭圓錐

圓錐ヲ底面ニ平行ナ平面デ截ルト其ノ截リ口ハ又圓デアル.　此ノ截リ口ノ面ト底面トノ間ニアル圓錐ノ部分ヲ**截頭圓錐**又ハ**圓錐臺**トイフ.　ソシテ截リ口ノ面上ノ一點カラ底面ヘ下シタ垂線ノ長サヲ其ノ高



サトイフ.

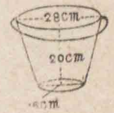
截頭圓錐ニ於テ底面ノ半徑ヲ r,截リ口ノ半徑ヲ r',高サヲ h トスレバ其ノ體積ハ次ノヤウニナル.

$$\textbf{截頭圓錐ノ體積}=\frac{1}{3}\pi h(r^2+r'^2+rr')$$

此ノ公式ハ截頭角錐ノ公式ニ於テ B, B' ノ代リニ夫々 πr^2, $\pi r'^2$ ヲ置キ換ヘテ得ラレルモノデアル.

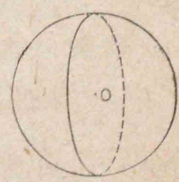
問　題

1. 口徑28糎,底ノ直徑16糎,深サ20糎ノばけつノ容積ハ幾立デアルカ.



球

14.　球



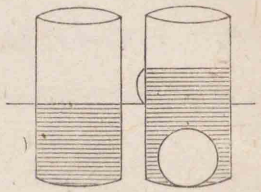
半圓ヲ其ノ直徑ヲ軸トシテ廻轉スルトキ,其ノ半圓周ノ畫ク曲面ニヨツテ圍マレタ立體ヲ**球**トイヒ,其ノ半圓ノ中心ヲ球ノ**中心**,其ノ半圓周ノ畫ク曲面ヲ**球面**,其ノ半圓ノ半徑及ビ直徑ヲ球ノ**半徑**及ビ**直徑**トイフ.

球ノ半徑ヲ r トスレバ其ノ體積及ビ球面積ハ次ノヤウニナル.

球ノ體積 $=\frac{4}{3}\pi r^3$　　球ノ表面積 $=4\pi r^2$

問　　題

1. 水ヲ容レタ半徑ガ4糎デアル圓壔ガアル,之ニ半徑3糎ノ鐵球ヲ全ク沈メルト水面ハ何程上昇スルカ.



2. 球ノ表面積ハ底面ノ直徑及ビ高サガ共ニ球ノ直徑ニ等シイ直圓壔ノ側面積ニ等シイ.

正多面體

15. 合同ナ正多角形デ圍マレ且ツ其ノ各頂點ニハ同數ノ多角形ガ出會ツテヰルモノヲ**正多面體**トイフ. ソシテ正多面體ハ次ノ五種類シカナイ.

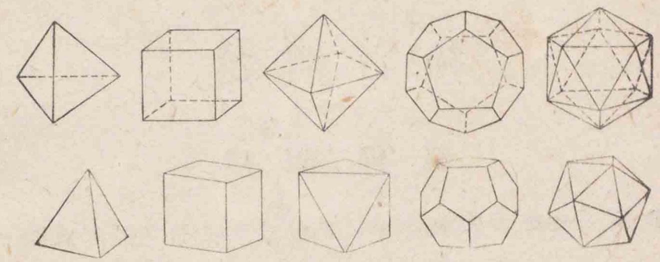
(i) 正四面體.　　正三角形カラナル.

(ii) 正六面體(立方體).　　正方形カラナル.

(iii) 正八面體.　　正三角形カラナル.

(iv) 正十二面體.　　正五角形カラナル.

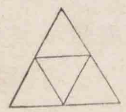
(v) 正二十面體.　　正三角形カラナル.



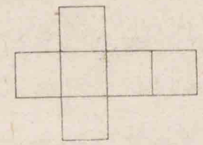
之等ノ面ヲ平面上ニ展開スレバ次ノヤウニナル.

各自之ヲ紙片ニ截リトツテ正多面體ヲ作製セヨ.

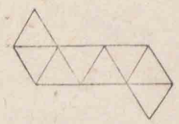
正四面體



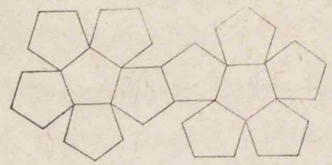
正六面體



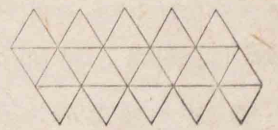
正八面體



正十二面體



正二十面體



問　　題

1. 稜ノ長サガ a 糎デアル正四面體,正六面體,正八面體,正二十面體ノ表面積如何.

補習問題

直線，面積

1. 線分ノ兩端カラ等距離ニアル二ツノ點ヲ結ブ直線ハ其ノ線分ヲ垂直ニ二等分スル.

2. 平行線ノ各ニ垂直ナ二直線ハ互ニ平行デアル.

3. 一直線ガ平行線ニ交ハツテナス一双ノ錯角ノ二等分線ハ互ニ平行デアル.

4. 頂角ノ相等シイ二ツノ二等邊三角形ノ底角ハスベテ相等シイ.

5. O ヲ $\triangle ABC$ 内ノ任意ノ點トスレバ

$$\angle BOC = \angle BAC + \angle ABO + \angle ACO$$

從ツテ　$\angle BOC > \angle BAC$

6. 平行四邊形ノ一双ノ對邊ノ中點ヲ結ブ直線ハ他ノ邊ニ平行デアル.

7. 梯形ニ於テ一ツノ底ノ兩端ニ於ケル角(一双ノ底角)ガ相等シイトキ其ノ兩脚ハ相等シイ.

注意　一双ノ底角ノ相等シイ梯形ヲ**等脚梯形**トイフ.

8. 等脚梯形ノ兩對角線ハ相等シイ.

9. 線分ノ兩端カラ之ニ相交ハル直線ヘ下シタ垂線ノ差ハ其ノ線分ノ中點カラ之ニ下シタ垂線ノ二倍ニ等シイ.

10. 平行四邊形ノ一双ノ對角頂カラ本形ヲ截ラナイ一直線

ヘ下シタ垂線ノ和ハ,他ノ二頂點カラ之ニ下シタ垂線ノ和ニ等シイ.

11. $\triangle ABC$ 内ノ任意ノ點ヲ O トスレバ

$$AB + AC > OB + OC$$

12. $\triangle ABC$ ニ於テ $AB > AC$ デアルトキ,頂點 A カラ對邊ヘ下シタ垂線ヲ AD トスレバ $\angle BAD$ ハ $\angle CAD$ ヨリ大デアル.

13. $\triangle ABC$ ニ於テ $AB > AC$, $\angle A = 60^\circ$ デアルトキハ $AB > BC > AC$ デアル.

14. $\triangle ABC$ ノ内心 O ヲ過リ BC ニ平行ナ直線ガ AB, AC ト出會フ點ヲ夫々 D, E トスレバ

$$DE = BD + CE$$

15. $\triangle ABC$ ニ於テ $\angle A$ ノ二等分線ガ BC ト交ハル點ヲ D トスレバ $AB > BD$, $AC > CD$ デアル.

16. 平行四邊形ノ對角線ガ不等デアルトキハ,大ナル對角線ニ對スル角ハ鈍角デアル.

17. 三角形ノ一頂點カラ對邊ヘ引イタ中線ハ他ノ二邊ノ和ノ半ヨリ小デアル. (中線ヲ延長シ之ニ等シクトリ其ノ端ト他ノ一頂點トヲ結ンデ考ヘヨ.)

18. $\triangle ABC$ ニ於テ A カラ引イタ中線ガ $\angle A$ ヲ二等分スルトキハ, AB ハ AC ニ等シイ. (同　上)

19. $\triangle ABC$ ニ於テ中線 BD ノ中點 E ト A トヲ結ブ直線ガ BC ト交ハル點ヲ F トスレバ CF ハ BF ノ二倍ニ等シイ. (D ヲ過ギ AF ニ平行ナ直線ヲ引イテ考ヘヨ.)

20. 底邊ヲ共有シ其ノ反對ノ側ニアツテ等積デアル二ツノ三角形ノ頂點ヲ結ブ線分ハ底ニヨツテ二等分セラレル.

21. 梯形ノ面積ハ一ツノ脚ノ中點ヲ頂點トシ他ノ脚ヲ底トスル三角形ノ面積ノ二倍ニ等シイ.

22. △ABC ニ於テ周ノ半分ヲ s, 面積ヲ S, 内切圓ノ半徑ヲ r トスレバ $S=rs$ デアル.

23. P ヲ平行四邊形 ABCD 内ノ一點トスレバ

$$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$$

(P カラ AB ニ平行線ヲ引イテ考ヘヨ.)

24. △ABC ニ於テ D ヲ BC ノ中點トシ, P ヲ邊 BC 上ノ任意ノ點トスル. D ヲ過ギ AP ニ平行ナ直線ヲ引イテ之ガ邊 AB 又ハ邊 AC ト交ル點ヲ Q トスレバ, PQ ハ △ABC ノ面積ヲ二等分スル. (AD ヲ結ンデ考ヘヨ.)

注意 本題ニヨツテ, △ABC ノ周上ノ與ヘラレタ點 P ヲ過ギ直線ヲヒイテ其ノ面積ヲ二等分スルコトガ出來ル.

25. 四邊形ノ面積ハ其ノ各頂點ヲ過ギ對角線ニ平行ナ四ツノ直線ノ作ル平行四邊形ノ半分ニ等シイ.

圓

26. 一點カラ圓周ヘ引イタ線分ノ中, 之ガ中心ヲ過ルモノハ最大デ, 其ノ延長ガ中心ヲ過ルモノハ最小デアル.

27. 圓ノ弦ニ垂直デアル直徑ハ弦ニヨツテ分タレタ二ツノ弧ノ各ヲ二等分スル. (弦ノ兩端ト中心トヲ結ンデ考ヘヨ.)

注意 一ツノ圓周ガ二點デ分タレテ生ズル二ツノ弧ハ互ニ共軛デアルトイヒ, 其ノ大ナルモノヲ優弧, 小ナルモノヲ劣弧トイフ.

28. 等圓又ハ同圓ニ於テ等弦ノ劣弧ハ相等シイ. (定理)

29. 一ツノ弧ノ上ニ立ツ任意ノ圓周角ノ二等分線ハ其ノ弧ノ中點ヲ過ル.

30. 二ツノ等圓ノ中心ヲ結ブ線分ニ平行ナ直線, 又ハ其ノ線分ノ中點ヲ過ル直線ガ兩圓ニヨツテ截リ取ラレル弦ハ相等シイ. (兩圓ノ中心カラ直線ヘ垂線ヲ下セ.)

31. △ABC ノ垂心ヲ H トシ, AH ノ延長ガ外接圓周ト交ハル點ヲ K トスレバ BC ハ HK ノ垂直ニ二等分スル. (BH, BK ヲ結ンデ三角形ノ合同定理ヲ應用セヨ.)

32. △ABC ノ外心ヲ O トシ, A カラ對邊ヘ下シタ垂線ヲ AD トスレバ ∠BAO=∠CAD デアル. (AO ヲ外接圓周ト交ハル迄延長シテ考ヘヨ.)

33. △ABC ノ三頂點 A, B, C カラ對邊ヘ引イタ垂線ノ足ヲ夫々 D, E, F トスレバ, △DEF ノ邊ハ原形ノ邊ト等角ヲナス. (垂心ヲ O トスレバ四邊形 BDOF, CDOE ハ圓ニ内接スルコトニ留意セヨ.)

34. 圓ノ二切線ヲ其ノ切點ヲ結ブ直線デ截ルトキ生ズル同傍内角ハ相等シイ.

35. 弧ノ中點ニ於ケル切線ハ其ノ弦ニ平行デアル.

36. 圓 O ノ平行ナ二切線ガ他ノ一切線ト A, B デ交ハルトキ

ハ ∠AOB=R∠ デアル.

37. △ABC ノ内切圓ガ邊 AB ニ切スル點ヲ D トスレバ, AD ハ其ノ三角形ノ周ノ半分カラ BC ヲ減ジタモノニ等シイ.

38. △ABC ノ ∠A 内ニアル傍切圓ガ邊 AB ノ延長ニ切スル點ヲ D トスレバ, AD ハ其ノ三角形ノ周ノ半分ニ等シイ.

39. 直角三角形ニ内切スル圓ノ直徑ハ直角ヲ夾ム二邊ノ和カラ斜邊ヲ引イタモノニ等シイ.

40. 直角三角形 ABC ノ直角ノ一邊 AC ヲ直徑トスル圓ガ斜邊 AB ト交ハル點ヲ D トスレバ, D ニ於ケル切線ハ他ノ邊 BC ヲ二等分スル. (CD ヲ結ンデ考ヘヨ.)

41. 直線外ノ一點ヲ過リ且ツ其ノ直線上ノ與ヘラレタ點ニ於テ之ニ切スル圓ヲ畫ケ.

42. 斜邊ト他ノ一邊トヲ與ヘテ直角三角形ヲ作レ. (斜邊ヲ直徑トスル半圓ヲ畫イテ考ヘヨ.)

43. 三邊ノ中點ノ位置ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ.

44. 二邊及ビ第三邊ヘノ中線ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ. (中線ヲ等シク延長シ其ノ端ト他ノ一頂點トヲ結ンデ考ヘヨ.)

45. 半徑ガ r デアル圓ニ内接スル正三角形ノ一邊ノ長サ如何. (一頂點ヲ過ル直徑ノ他ノ端ト他ノ一頂點トヲ結ブ線分ハ半徑ニ等シイコトニ留意セヨ.)

比例,圓ノ面積

46. $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ デアルトキハ $\frac{A-C}{B-D}=\frac{A}{B}$ デアルコトヲ證明セヨ. 但シ A, B, C, D ハ同種類ノ量デアツテ A ハ C ヨリ大ナリトスル.

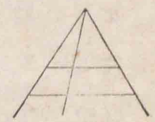
47. △ABC ノ邊 BC ノ上ニ一點 D ヲトリ,直線 AD ノ上ニ一點 O ヲトレバ

$$\triangle AOB:\triangle AOC=BD:DC$$ (前問應用)

48. 二線分ノ和ト比トヲ與ヘテ其ノ二線分ヲ求メヨ.

49. 相似三角形ノ相對應スル高サノ比ハ相似比ニ等シイ.

50. 一點カラ射出シタ三直線ガアル. 平行ナ二直線ガ此ノ三直線ニヨツテ截リトラレタ二ツノ部分ノ比ハ相等シイ.



51. △ABC ノ邊 AB 上ノ一點 P カラ BC ニ平行ニ引イタ直線ガ邊 AC ニ交ハル點ヲ Q トシ, Q カラ AB ニ平行ニ引イタ直線ガ邊 BC ニ交ハル點ヲ R トスル. R カラ AC ニ平行ニ引イタ直線ガ P ヲ過レバ P ハ AB ノ中點デアル.

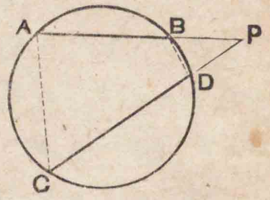
52. △ABC ノ二邊 AB, AC ノ上ニ夫々點 D, E ヲトリ, AD, AE ヲ夫々 AB, AC ノ三分ノ一ニ等シクスルトキハ, BE, CD ハ互ニ 1:3 ノ比ニ分タレル. (DE//BC デアルコトカラ相似三角形ノ定理ヲ應用セヨ.)

53. 相交ハル二圓ガアル,其ノ交點ノ一ツヲ過ギテ一直線ヲ引キ,各圓ガ夫々ソレヨリ截取ル弦ノ比ガ 2:3 ニナルヤウニセヨ.

54. 圓外ノ一點Pカラニツノ割線PBA, PDCヲ引ケバ

$$PA.PB = PC.PD$$

デアル.（定理）



55. $\triangle ABC$ノ頂角Aノ二等分線ヲ引イテ邊BC及ビ外接圓ノ周ト交ハル點ヲ夫々D, EトスレバAB.AC＝AD.AEデアル.（BEヲ結ンデ相似三角形ノ定理ヲ應用セヨ.）

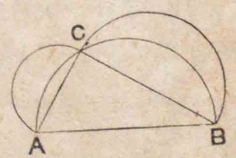
56. 二等邊三角形ABCノ頂點Aカラ引イタ直線ガ邊BC及ビ外接圓ノ周ト交ハル點ヲ夫々D, Eトスレバ, $\triangle ABD \backsim \triangle AEB$デアル. 從ツテ$AD.AE = \overline{AB}^2$デアル.

57. 13糎ノ線分ヲニツニ分チ其ノ部分ノ包ム矩形ノ面積ガ36平方糎トナルヤウニセヨ.

58. 一ツノ圓ヲ其ノ半徑ノ半分ニ等シイ半徑ヲ有スル同心圓デニツノ部分ニ分ツトキ,其ノ兩部分ノ比如何.

59. 直角三角形ノ邊ヲ直徑トシテ畫イタ三ツノ半圓ノ中,斜邊ノ上ノモノハ他ノニツノ和ニ等シイ.

60. $\angle C$ヲ直角トスル直角三角形ABCノ各邊ノ上ニ圖ノヤウニ半圓ヲ作ツテ出來ルニツノ新月形ノ面積ノ和ハ三角形ノ面積ニ等シイ.



—— 終 ——

昭和八年九月七日印刷
昭和八年九月十一日發行
昭和八年十月九日訂正再版印刷
昭和八年十月十三日訂正再版發行

新制
女子幾何

定價 金五拾六錢

作者所有

著者　園正造

東京市牛込區拂方町二十七番地
發行者　佐藤正叟

東京市京橋區銀座西二丁目三番地
印刷者　高橋郁

發行所
東京市牛込區拂方町二十七番地
至文堂
振替東京二九五〇七番　電話牛込(34)｛四四五五番／四四五六番｝

三協印刷株式會社印刷

$\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

$12 \times \frac{x}{6} = 1$

$\frac{360}{60} = 6°$

$60° - 6° = 54°$

$60° \times \frac{1}{12} = \quad \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

$12 \times 6 = 1$

$60° - 6°55' \quad \frac{360}{6.6} = 6°$

終 CD ＜ AB

OA ＝ OB

又 O'C ＝ O'D

OA ＝ OB ＝ O'C ＝ O'D

（二等辺三角形）

二等辺三角形ニ於イテ頂角ガ大ナレバ

底辺即ち第三辺ハ大デアル

∠AOB ＞ ∠CO'D

CD ＜ AB