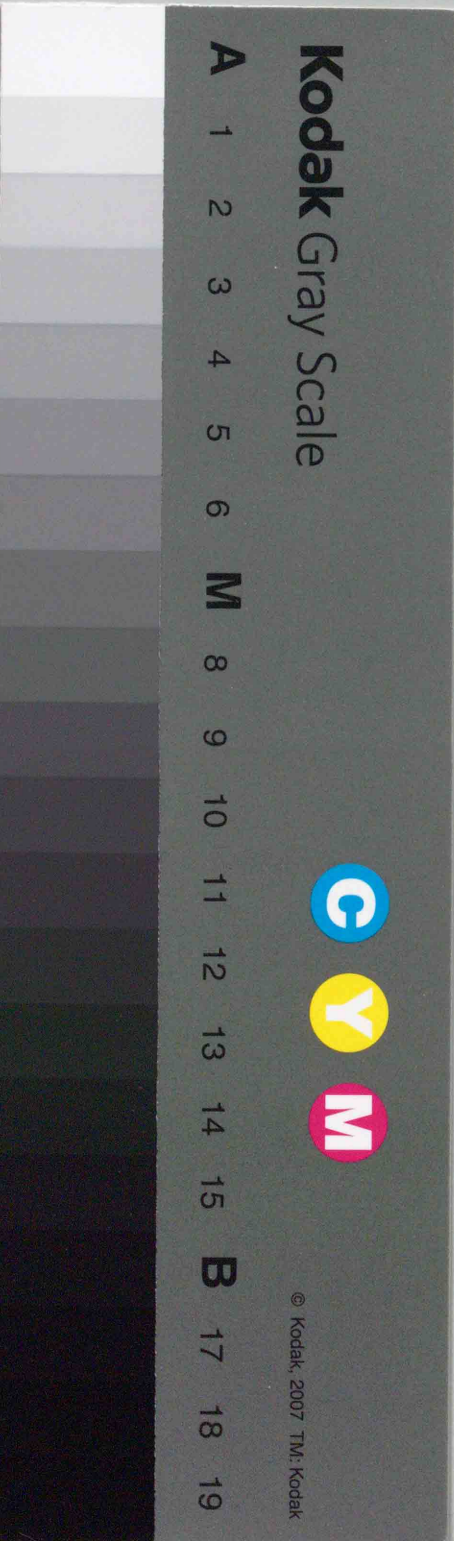
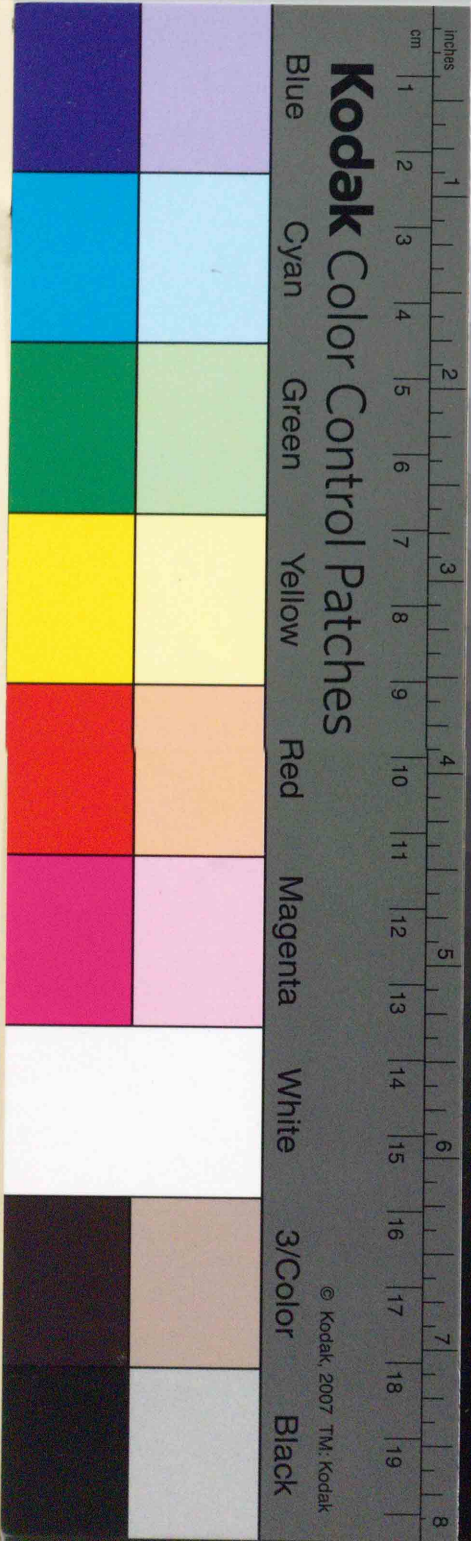


40155

教科書文庫

4
4/2
42-1926
20000 79811

T.15
1926.



教科書文庫
4
412
42-1926
2000079811



女子
代數教科書

理學博士
林 鶴 一
著

東京開成館

広島大学図書
2000079811



46
412
大15

教科書文庫
4
412
42-1926
2000079811

資料室

文部省檢定済
大正十五年十一月十八日 高等女學校數學科用

女子
代數教科書

東北帝國大學教授

理學博士

林 鶴
著

広島大学図書

2000079811



東京開成館

修正三版ノ序

本書ハ再版發行以來年々多數高等女學校ノ愛用ヲ得テ來タガ、ソノ間五箇年時世ノ進運著シキモノアルニ鑒ミ、今回修正ヲ決行シタ。

修正事項ノ重ナモノハ次ノヤウデアル。

1. 舊事項ヲ除キ新シク興味アル實際的教材ヲ増加シタ。
2. ぐらふヲ本文中ニ挿入シタ。
3. 度量衡ノ單位ハ主トシテメートル法ヲ採用シタ。
4. 算術、幾何及ビソノ他ノ諸學科トノ連絡ヲ一層密接ニシタ。
5. 文章ヲ口語體ニ改メ説明ヲ平易ニシタ。

以上

大正十五年九月

著者識

序

本書ハ高等女學校用ノ代數學教科書トシテ、昨大正九年七月改正ノ高等女學校令施行規則ニ準據シテ新ニ編纂シタルモノナリ。

本書編纂ノ趣旨ハ前ニ公ニシタル予ノ「女子幾何教科書」ニ於ケルト異ナルコトナシ。即チ日本中等教育數學會ノ決議ノ精神ニ基ヅキ、之ニ慎重ナル予ノ考慮ヲ加ヘテ、材料ノ取捨按排及ビ説明敘述ノ方法ニ新樣式ヲ試ミ、改正施行規則ノ目的ニ合シ、現在ノ教育ノ實際ニ適セシメンコトヲ期スルモノナリ。

附録ノ圖表ハ適宜隨處ニ課スベク、對數ハ本書修了ノ後、生徒ノ進歩ニヨリテ利用セラレンコトヲ望ム。

大正十年十月

林 鶴 一 識

目 次

第一章 代數的數	[1—15]
1. 代數學	1
2. 正數及 \pm 負數	2
3. 代數的數ノ應用	4
4. 代數的數ノ加法	7
5. 代數的數ノ減法	9
6. 代數的數ノ乘法	12
7. 代數的數ノ除法	14
第二章 整 式	[16—35]
8. 代數式ノ種類	16
9. 同類項	17
10. 代數式ノ加法,減法	18
11. 括弧用法	19
12. 代數式ノ乘法	22
13. 重要ナル乘法公式	24
14. 因數分解	28
15. 代數式ノ除法	31

第三章 一元一次方程式	[36—48]
16. 方程式	36
17. 一元一次方程式ノ解法	37
18. 一元一次方程式應用問題	41
第四章 ぐらふ	[49—56]
19. 定數,變數函數	49
20. 坐標	50
21. 一次ノ代數式ノ値ノぐらふ	51
22. 一元一次方程式ノ圖解	54
第五章 聯立一次方程式	[57—70]
23. 聯立方程式	57
24. 二元聯立一次方程式ノ解法	58
25. 三元聯立一次方程式ノ解法	62
26. 聯立一次方程式應用問題	64
27. 二元聯立一次方程式ノ圖解	68
第六章 分數式及ビ分數方程式	[71—92]
28. 倍數及ビ約數,最大公約數	71
29. 最小公倍數	73

30. 約分,通分	76
31. 分數式ノ加法,減法	79
32. 分數式ノ乘法,除法	81
33. 分數方程式ノ解法	84
34. 分數方程式應用問題	87
第七章 二次方程式	[93—122]
35. 平方根	93
36. 數ノ開平	94
37. 一元二次方程式ノ解法	100
38. 一元二次方程式應用問題	105
39. 二次ノ代數式ノぐらふ	109
40. 一元二次方程式ノ圖解	110
41. 二元二次方程式ノぐらふ	111
42. 二元聯立二次方程式ノ解法	115
43. 二元聯立二次方程式ノ圖解	116
44. 二元聯立二次方程式應用問題	118
第八章 比及ビ比例	[123—139]
45. 比	123
46. 量ノ比	124

47. 比例	125
48. 應用	127
49. 正比例	131
50. 反比例	134
51. 複比例	136
第九章 級數	[140-153]
52. 等差級數... ..	140
53. 等差級數ノ總和... ..	141
54. 等比級數... ..	145
55. 等比級數ノ總和... ..	146
56. 無限等比級數ノ總和... ..	147
57. 應用問題... ..	150
附錄第一 補習問題	[1-24]
附錄第二 對數	[1-14]
問題答	[1-15]
平方根表	
對數表	

第一章 代數的數

1. 代數學。

代數學ハ文字ニ數ヲ代表セシメテ數ニ關スル事柄ヲ考究スルモノデアル。

代數學デハ、數字ノ外ニ、更ニ a, b, c, x, y, z ナドノ文字ヲ用キテ、コレラノ文字ハ如何ナル數ヲモ代表スルコトガ出來ルモノトスル。コノヤウニスルトキハ、算術ニヨルノニ比シテ問題ノ解法ガ容易デアツテ、且得タ結果ハ數ノ大小如何ニ關セズ同種ノモノニ一般ニ通用スル便利ガアル。

例ヘバ算術デ「100ノ半ト80ノ半トノ和ハ、ソノ二數ノ和ノ半ニ等シイ」トイフコトヲ知ツタ。即チ

$$\frac{100}{2} + \frac{80}{2} = \frac{100+80}{2}$$

然ルニコノヤウナ事柄ハ二數ガ100ト80トニ限ラズ、如何ナル整數又ハ分數ニモ一般ニ通用スル事實デアル。故ニ100ノ代リニ甲數、80ノ代リニ乙數ト書ケバ、

$$\frac{\text{甲數}}{2} + \frac{\text{乙數}}{2} = \frac{\text{甲數} + \text{乙數}}{2}$$

ト記スコトガ出來ル。更ニ甲數、乙數ヲ代表スルニソレゾレ a, b ナル文字ヲ用キレバ、次ノヤウニ一層簡明ニコレヲ書キアラハスコトガ出來ル。

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2}$$

コノ式ハ a, b ガ如何ナル數デモ成立スル。即チ「二數ノ各ノ半ノ和ハ、ソノ二數ノ和ノ半ニ等シイ」コトヲアラハス。

コノヤウニ、代數學ハ算術ト異ナリ、廣ク一般的ニ數ノ理論ヲ研究スルモノデアアル。

2. 正數及ビ負數。

算術デハ減數ハ被減數ヨリモ大デアアルコトハ出來ナイ。故ニ「10カラ11ヲ減ゼヨ」トイフ問題ニハ答數ハナク、換言スレバ、コノ問題ハ解クコトガ出來ナイモノデアアル。サテ11ヲ減ズルノハ、マヅ10ヲ減ジ、更ニ1ヲ減ズルノニ異ナラナイカラ、

$$10 - 11 = 10 - 10 - 1 = 0 - 1$$

今 $0 - 1$ ヲ -1 ト記シ、コレヲモーツノ數トシテ取

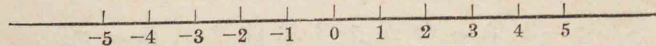
扱フコトトスレバ、コノ場合ニモ減法ヲ行フコトガ出來ル。コノヤウニ代數學デハ

0 カラ 1, 2, 3, ……ヲ減ズレバ、殘リトシテソレゾレ $-1, -2, -3, \dots$ ナル數ヲ得ルトシ、コレヲ負數又ハ負ノ數トイヒ、「マイナス 1」, 「マイナス 2」, 「マイナス 3」, …ト讀ム。

負數ニ對シテ 1, 2, 3, ……ヲ正數又ハ正ノ數トイヒ、 $+1, +2, +3, \dots$ ト記スコトガアル。コノ場合ニハ「プラス 1」, 「プラス 2」, 「プラス 3」, ……ト讀ム。

+ 及 ビ - ハ元來加減ノ運算ヲアラハス符號デアアルケレドモ、又上述ノヤウニ正數及ビ負數ヲアラハスニモ用キラレル。コノ場合ニハコレヲ性質ノ符號トイヒ、+ヲ正號、-ヲ負號トイフ。

正數、負數及ビ零ヲ總稱シテ代數的數或ハ單ニ數トイフ。コレラノ代數的數ヲ大カラ小ノ順ニ右カラ左ニ並ベルトキハ、



デアアル。

正數及ビ負數ノ符號ヲ取り去ツタ數ヲ
ソノ數ノ**絕對値**トイフ。

例ヘバ $+3$ ノ絕對値ハ 3 デ、 -2 ノ絕對値ハ 2
デアアル。又 $+4$ 及ビ -4 ノ絕對値ハ共ニ 4 デア
ル。ソレデ正數デハソノ絕對値ガ大デアアルホド
ソノ數ハ大デアアルケレドモ、負數デハ絕對値ガ大
デアアルホド却ツテソノ數ハ小デアアル。

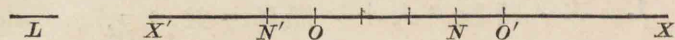
3. 代數的數ノ應用。

性質又ハ方向ノ相反スル量ヲ同時ニアラハス
ニハ、正數及ビ負數ヲ用キテ區別スルコトガ出來
ル。例ヘバ $+1000$ 圓デ財産 1000 圓ヲアラハスト
キハ、 -1000 圓ハ負債 1000 圓ヲアラハスモノト
シ、 $+100$ 圓デ 100 圓ノ利益ヲアラハセバ、 -100 圓
ハ 100 圓ノ損失ヲアラハストスル。

同様ニ $+10$ 秆デ某地カラ東へ 10 秆ノ距離ヲア
ラハストキハ、 -10 秆ハソノ地カラ西へ 10 秆ノ距
離ヲアラハシ、 $+3$ 年ガ今カラ 3 年後ヲアラハス
トキハ、 -3 年ハ今カラ 3 年前ヲアラハス。

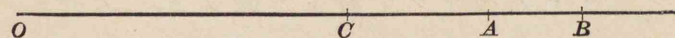
故ニ一直線 XX' 上ニ線分ニヨツテ代數的數ヲ

アラハサウトスルトキハ、ソノ直線ノ一方例ヘバ
 X ノ方向ヲ正ト定メ、一點 O カラ單位ノ長サ L ノ



3 倍ニ等シク ON ヲ O ノ右ニ取レバ、 ON ハ $+3$
ヲアラハシ、コレニ反シテ他ノ一點 O' カラ左方ニ
 L ノ 5 倍ニ等シク $O'N'$ ヲ取レバ、 $O'N'$ ハ -5 ヲア
ラハス。 ON ハ $+3$ ヲアラハスカラ、 NO ハ -3 ヲ
アラハシ、 $O'N'$ ハ -5 ヲアラハスカラ、 $N'O'$ ハ $+5$
ヲアラハス。

又或人 10000 圓ノ財産ヲ有スルトシ、コレヲ OA
デアラハセバ、コノ人が更ニ 2000 圓ヲ利スルトキ



ハ、 A カラ右ニ $+2000$ 圓ヲアラハス線分 AB ヲ加
へ、次ニ 5000 圓ヲ損スルトキハ (-5000 圓ノ利益)、
 B カラ左ニ -5000 圓ヲアラハス線分 BC ヲ加へ
ル。コノヤウニシテコノ人ノ財産總額ハ OC ニ
ヨツテアラハスコトガ出來、即チ 7000 圓デアアル。

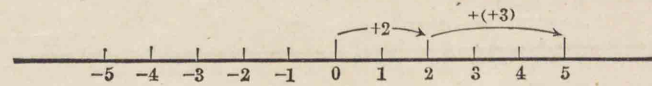
問題 1.

1. 次ノ諸數ヲ大小ノ順序ニ並ベヨ。
5, -2, +3, -1, 0, -7, 2
2. 次ノ諸數ノ絶對値ハ何カ。
3, $-\frac{1}{2}$, -5, $\frac{1}{3}$, +7
3. $-\frac{2}{3}$ ト $-\frac{3}{2}$ トハイヅレガ大デアルカ。
4. -2 ヨリ 3 ダケ大ナル數及ビ 2 ダケ小ナル數ヲ求メヨ。
5. -3 ニ加ヘテ 5 トナルヤウナ數ヲ問フ。
6. 5 ヲ加ヘテ -3 トナルヤウナ數ト, 5 ヲ引イテ -3 トナルヤウナ數トヲ求メヨ。
7. -100 圓ノ負債, -50 圓ノ貸金, -50 圓ノ收入及ビ -10 里ノ退却ハ, 各如何ニ解釋シタラヨイカ。
8. 損失 5 圓ヲ +5 圓デアラハセバ, 利益 5 圓ハ如何ニアラハスカ。又時計ガ 5 分後レテキルコトハ幾分進ンデキルトイヘバヨイカ。
9. 紀元 -500 年トハ如何ナル意味カ。
10. 横ニ引イタ直線上ニ一點 O カラノ距離ガ 5 糎, -2 糎, 1.5 糎, -4.5 糎ナル諸點ヲ記セ。

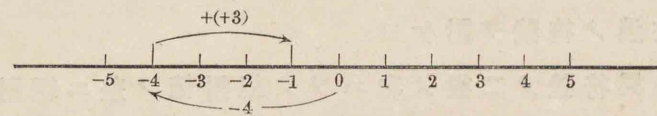
4. 代數的數ノ加法

正數ヲ加ヘルトハソノ絶對値ダケ増スコトデアアル。故ニ

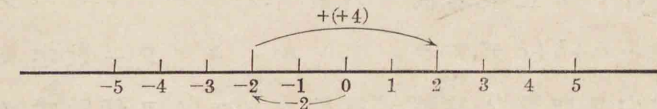
$$(+2) + (+3) = +5$$



$$(-4) + (+3) = -1$$

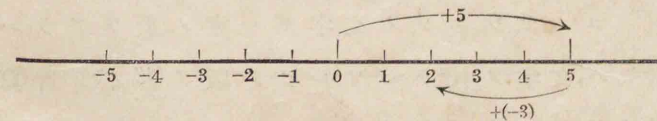


又 $(-2) + (+4) = +2$

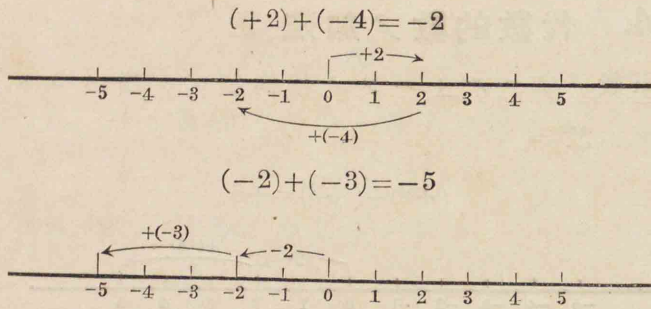


負數ヲ加ヘルトハソノ絶對値ダケ減ズルコトデアアル。故ニ

$$(+5) + (-3) = +2$$



$(-3) + (+5) = +2$
 $(-3) + (+5) = +2$
 $(+1) + (+5) = +6$
 (-2)



故ニ次ノ法則ヲ得ル。

① 同符號ノ二數ノ和ハソノ絶對値ノ和ニソノ共通ノ符號ヲ附ケヨ。

② 異符號ノ二數ノ和ハソノ絶對値ノ差ニ絶對値ノ大ナル數ノ符號ヲ附ケヨ。

a, b, c ガ正數, 零或ハ負數ヲアラハストキハ, ソノ和ハ $a+b+c$ デアラハサレル。カヤウニ數字及ビ文字ヲ運算ノ符號デ連結シタモノヲ代數式又ハ單ニ式トイフ。而シテ a, b, c ハ如何ナル數ヲモアラハスコトガ出來ルカラ, 假ニ $a=-2, b=3, c=-4$ トスルトキハ, $a+b+c=(-2)+3+(-4)=-3$ デアル。コノヤウニソノ文字ガ一定ノ數ヲアラハストキハ, 文字ノ代リニソレヲノ數ヲ書イテ計算シタ結果ヲソノ代數式ノ數値トイフ。

問題 2.

1. 次ノ式ヲ計算セヨ。

$35+(-17), (-72)+(-38), (-69)+128,$

$(-\frac{1}{5})+\frac{3}{10}, 80+(-80), (-5)+2\frac{1}{3},$

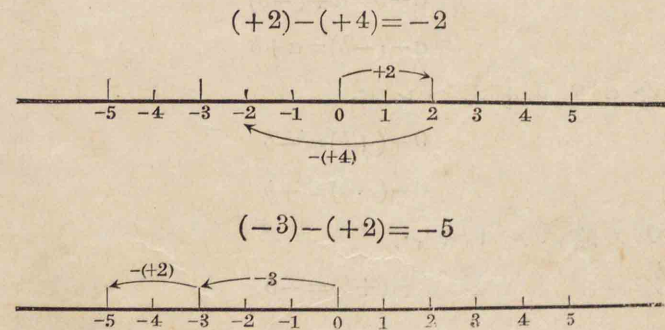
$3+(-6)+(-5), 70+(-115)+45$

2. $-13, +5, -1, 10, -6$ ノ和ヲ求メヨ。

3. $a=-2, b=5, c=-7, d=-2$ トシテ $a+b+c+d$ ノ數値ヲ求メヨ。

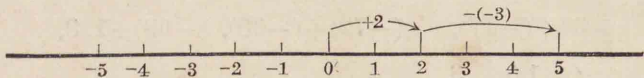
5. 代數的數ノ減法。

正數ヲ減ズルトハソノ絶對値ダケ減ズルコトデアアル。

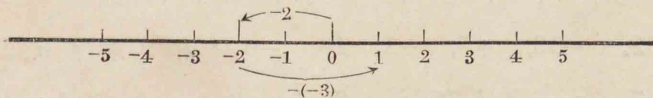


負數ヲ減ズルトハツノ絶對値ダケ加ヘルコト
デアル。

$$(+2) - (-3) = +5$$



$$(-2) - (-3) = +1$$



又 $(-3) - (-2) = -1$

故ニ次ノ法則ヲ得ル。

① 二數ノ差ヲ求メルニハ、減數ノ符號ヲ變ヘテ
コレヲ被減數ニ加ヘヨ。

a, b ガ代數的數ナルトキハ

$$a - b = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + b$$

今 a ヲ 0 ト考ヘレバ、

$$0 - (+b) = -b$$

$$0 - (-b) = +b$$

0 ヲ略スルトキハ、

$$-(+b) = -b$$

$$-(-b) = +b$$

カツマノ中ノスツトメ

$$() + 3 = 11$$

$$5 + () = -2$$

$$0 - () = 15$$

$$(-3) + () = 5$$

$$(-3) + () = -8$$

$$(-) - () = -8$$

[注意] 代數學デハ減法ハ必ズシモ減少ヲ來
サヌ、正數ヲ引ケバ差ハ被減數ヨリモ小デア
ケレドモ、負數ヲ引ケバ却ツテ大トナル。

問題 3.

1. 次ノ各式ヲ計算セヨ。

$$15 - 19, \quad 13 - (-17), \quad (-3) - 16,$$

$$(-8) - (-3), \quad (-2) - (-18), \quad \left(-\frac{1}{5}\right) - \frac{3}{10},$$

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{4}, \quad \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right), \quad (-2) - 3\frac{1}{2},$$

$$(-8) - (-3) + 12, \quad -7.5 - (-3.8) - 5.2 + 2.4,$$

$$- \{ -(-6) \} - (-7), \quad 5 - \{ (-3) - (-9) \} - (-6)$$

2. $a=8, b=-5, c=3$ トシテ次ノ各式ノ數値
ヲ求メヨ。

$$a+b-c, \quad a-b+c, \quad -a+b+c, \quad a-b-c,$$

$$a+(b-c), \quad a-(b-c), \quad -a+(b+c), \quad a-(b+c)$$

3. -37 = 如何ナル數ヲ加ヘレバ 2 トナルカ。
又如何ナル數ヲ減ズレバ -10 トナルカ。

4. 或商人ガ資本金 300 圓ヲ以テ商業ヲ營ミ、
初メ = 150 圓ヲ利シ、次 = 500 圓ヲ損シタトイフ。
現今ノ財産ハ幾ラカ。

5. 温度 -30° ヲリ何度昇ツテ 4° トナルカ。
又何度降ツテ -9° トナルカ。

6. 代數的數ノ乘法。

正ノ整數 = 正ノ整數ヲ乘ズルコトハ、算術デ學
ンダ通りデアル。例ヘバ

$$(+5) \times (+3) = (+5) + (+5) + (+5) = +15 = +(5 \times 3)$$

負ノ整數 = 正ノ整數ヲ乘ズルコトモ同様デア
ル。例ヘバ

$$(-5) \times (+3) = (-5) + (-5) + (-5) = -15 = -(5 \times 3)$$

正ノ整數 = 負ノ整數ヲ乘ズル結果ハ次ノヤウ
ニ考ヘレバヨイ。例ヘバ

$$(+5) \times (-3) = 5 \times (0-3) = 5 \times 0 - 5 \times 3 = 0 - 15 = -15 = -(5 \times 3)$$

即チ、負ノ整數ヲ乘ズルニハ、ソノ絶對値ヲ乘ジテ、
積ノ符號ヲ變ズレバヨイ。隨テ負ノ整數 = 負ノ
整數ヲ乘ズルニモ亦同様ニスル。例ヘバ

$$(-5) \times (-3) = -\{(-5) \times 3\} = -(-15) = +15 = +(5 \times 3)$$

負ノ整數 = 負ノ整數ヲ乘ズルコトハ又次ノヤウ
ニシテモワカル。マツ正ノ整數ヲ乘ズル場合ニ

$$(-5) \times (+3) = -15$$

$$(-5) \times (+2) = -10$$

$$(-5) \times (+1) = -5$$

即チ乘數ガ1ヅツ減ズレバ積ハ5ヅツ加ハルコ

トヲ見ル。隨テコノ考ヲ進メレバ、

$$(-5) \times 0 = 0$$

$$(-5) \times (-1) = +5$$

$$(-5) \times (-2) = +10$$

$$(-5) \times (-3) = +15$$

デアルコトガワカル。

分數ニツイテモ同様デアル。

故ニ一般ノ代數的數ノ乘法ノ法則トシテ次ノ
ヤウニ定メル。

同符號ノ二數ノ積ハソノ絶對値ノ積ニ正號
ヲ附ケ、異符號ノ二數ノ積ハソノ絶對値ノ積ニ
負號ヲ附ケヨ。

a 及ビ b ガ數ヲアラハストキハ a ト b ト 3 ト
ノ連乘積ハ $a \times b \times 3$ デアルケレドモ、代數學デハ常
ニ乘號ヲ省キ、且數字ヲ最初ニ置イテ $3ab$ ト書ク。
又同ジ文字ノ積、例ヘバ aaa ハ a^3 ト書キ、3ヲソノ
指數トイフ。故ニ a ニツト b 三ツト 4 トノ積ハ
 $4a^2b^3$ デアル。而シテ積ノ因數中ニ數字ガアルト
キハ、コノ數字ヲ他ノ文字ノ積ノ係數トイフ。例
ヘバ $4a^2b^3$ デハ 4ハ a^2b^3 ノ係數デアル。

7. 代數的數ノ除法。

除法ハ乘法ノ逆運算デアルカラ、前節ニヨツテ直ニ除法ノ結果ヲ得ル。即チ

$$(+5) \times (+3) = +15 \quad \text{故ニ} \quad (+15) \div (+3) = +5$$

$$(-5) \times (+3) = -15 \quad \text{故ニ} \quad (-15) \div (+3) = -5$$

$$(-5) \times (-3) = +15 \quad \text{故ニ} \quad (+15) \div (-3) = -5$$

$$(+5) \times (-3) = -15 \quad \text{故ニ} \quad (-15) \div (-3) = +5$$

故ニ一般ノ代數的數ノ除法ニ對シテ次ノ法則ヲ得ル。

同符號ノ二數ノ商ハソノ絶對値ノ商ニ正號ヲ附ケ、異符號ノ二數ノ商ハソノ絶對値ノ商ニ負號ヲ附ケヨ。

代數學デハ $a \div b$ ノ代リニ一般ニ $\frac{a}{b}$ ナル分數形ヲ用キルノヲ常トスル。

問題 4.

1. 次ノ積ヲ求メヨ。

$$(+8) \times (+5), \quad (+15) \times (-3), \quad (-42) \times (+7),$$

$$(-36) \times (-15), \quad (+6) \times (-4) \times (-3),$$

$$(-3) \times (-3) \times (-3), \quad (-5) \times (-6) \times (-7) \times (-8)$$

2. 次ノ商ヲ求メヨ。

$$(+90) \div (+9), \quad (+64) \div (-16), \quad (-32) \div (+8),$$

$$(-96) \div (-12), \quad (+8) \div (-15), \quad (-12) \div (+20),$$

$$(-80) \div (-200)$$

3. 次ノ各式ヲ計算セヨ。

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(+\frac{3}{2}\right), \quad \left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right),$$

$$(-24) \times (-1) \div \{(-3) \times (-4)\}$$

$$(+12) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(+5\frac{1}{2}\right) \div (-3) \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{110}{9}$$

$$(-5) \times (+3) - (-3) \times (-2) + (+24) \div (-3)$$

$$④ (-21) \div (+7) - (-2) \times (+3) - (-2)^3$$

④ 4. (-5) ヲ乘ジテ 80 トナル數及ビ $\frac{2}{3}$ デ除シテ -18 トナル數ヲ求メヨ。

5. $a = -3, b = -2, c = -5, d = -4$ トシテ次ノ各式ノ數值ヲ求メヨ。

$$\frac{2ab}{d} - ac + \frac{ad}{b}, \quad abcd - \frac{10ad}{bc} + bd$$

3

Handwritten calculations on the right margin of page 15:

- $90 \div 9 = 10$
- $64 \div (-16) = -4$
- $-32 \div 8 = -4$
- $-96 \div (-12) = 8$
- $8 \div (-15) = -\frac{8}{15}$
- $-12 \div 20 = -\frac{3}{5}$
- $-80 \div (-200) = \frac{2}{5}$
- $(-\frac{2}{3}) \times (\frac{3}{2}) = -1$
- $(-\frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{10}) = 5$
- $(-24) \times (-1) \div \{(-3) \times (-4)\} = 24 \div 12 = 2$
- $(+12) \times (-\frac{2}{3}) \times (5\frac{1}{2}) \div (-3) \times (-\frac{5}{6}) = 110/9$
- $(-5) \times 3 - (-3) \times (-2) + 24 \div (-3) = -15 - 6 - 8 = -29$
- $(-21) \div 7 - (-2) \times 3 - (-2)^3 = -3 + 6 + 8 = 11$
- $(-5) \times x = 80 \Rightarrow x = -16$
- $(-5) \times y = \frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{15}$
- $(-5) \times z = -18 \Rightarrow z = 3.6$
- $\frac{2ab}{d} - ac + \frac{ad}{b} = \frac{2 \times (-3) \times (-2)}{-4} - (-3) \times (-5) + \frac{(-3) \times (-4)}{-2} = -6 - 15 - 6 = -27$
- $abcd - \frac{10ad}{bc} + bd = (-3) \times (-2) \times (-5) \times (-4) - \frac{10 \times (-3) \times (-4)}{(-2) \times (-5)} + (-3) \times (-2) = 120 - 24 + 6 = 102$

第二章 整 式 ③

8. 代數式ノ種類。

分母ニ文字ヲ有スル分數ヲ含マヌ式ヲ整式トイヒ、分母ニ文字ヲ有スル式ヲ分數式トイフ。

例ヘバ $a+3b$, $\frac{2}{3}x-\frac{3}{5}y+2$ ナドハ整式デアリ、
 $\frac{b}{2a}$, $\frac{2y}{x}+\frac{z}{y}$ ハ分數式デアル。

代數式ハコレヲ+或ハ-ヲ前置スル部分ノ和ト見做ストキハ、ソノ各部分ヲソノ項トイフ。例ヘバ $5ab+\frac{c}{d}-3m$ ハ $+5ab$, $+\frac{c}{d}$, 及ビ $-3m$ ナル三項ヲ有スル代數式デアル。

唯一項ヲ有スル式ヲ單項式トイヒ、二ツ以上ノ項ヲ有スル式ヲ多項式トイフ。

例ヘバ $5ax$ ハ單項式, $a+2b$ ハ二項式, ax^2+bx+c ハ三項式デアル。

整單項式デハ文字因數ノ數ヲソノ次數トイヒ、整多項式デハ最高次ノ項ノ次數ヲソノ多項式ノ次數トイフ。

例ヘバ ab , x^2 , $3cd$ ハイヅレモ二次式デ, abc , $2a^2b$, $5xy^2$, x^3 ハイヅレモ三次式デアル。又 $3x^2y-2xy+y^4$ ナル多項式デハ第三項ガ四次デ、最高次デアルカラ、コノ多項式ハ四次式デアル。

9. 同類項。

文字ノ部分ガ同ジデアル諸項ヲ同類項トイフ。

例ヘバ $7x^2$ ト $-3x^2$ トハ同類項デ, $5x$ ト $5x^2$ トハ同類項デハナイ。

多項式ガ若干ノ同類項ヲ有スルトキハ、ソレヲヲ纏メテ一項トスルコトガ出來ル。コレヲ同類項ヲ約スルトイフ。

同類項ヲ約スルニハ、ソレラノ項ノ係數ノミヲ加減シテ、コレニソノ文字ノ部分ヲ附記セヨ

$$\text{【例一】 } 16x-7x=(16-7)x=9x$$

$$\text{【例二】 } 3a+4a-7a=(3+4-7)a=0$$

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } & -5x-6y-3+4x-2y+8 \\ & =(-5+4)x+(-6-2)y+(-3+8) \\ & =-x-8y+5 \end{aligned}$$

問題 5.

次ノ各式ヲ約セヨ。

1. $a+2a$
2. $3a-a+2a$
3. $-5x^2+3x^2-x^2$
4. $\frac{1}{5}x-\frac{1}{6}x$
5. $-8x+2y-3x+8+7y+5x-13y-7$
6. $6x^3-5x^2+3x-8+5x^3-8x+5x^2+8$
7. $\frac{2}{5}x+\frac{3}{10}x-\frac{2}{3}x+x-\frac{7}{15}x$

10. 代數式ノ加法減法。

數多ノ代數式ヲ加ヘルニハ各式ノ諸項ヲソノママ連記シテ、同類項ヲ約セヨ。

【例一】 $a+(-b+c-d)=a-b+c-d$

【例二】 $(x+y)+(x-y)=x+y+x-y=2x$

【例三】 $(3a-5b+2c)+(-2a+3b+c-5d)$
 $=3a-5b+2c-2a+3b+c-5d$
 $=a-2b+3c-5d$

代數式ヲ減ズルニハ減式ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ加ヘヨ。

【例四】 $(a+b)-(-c+d)=a+b+c-d$

【例五】 $(x+y)-(x-y)=x+y-x+y=2y$

【例六】 $(5a-7b-4c-3d)-(-a+3b-5d-e)$
 $=5a-7b-4c-3d+a-3b+5d+e$
 $=6a-10b-4c+2d+e$

問題 6.

次ノ各式ヲ加ヘヨ。(1-4)

1. $a+b-c, b+c-a, c+a-b$
2. $-6x^2-8y^2+3z^2, 5x^2+5y^2-10z^2, x^2+3y^2+7z^2$
3. $a+2b+3c, 2a-b-2c, b-a-c, c-a-b$
4. $-x^3-4x^2+5x-3, 2x^3-7x^2-14x-5,$
 $-x^3+9x^2+x+8$

次ノ第一式カラ第二式ヲ引ケ。(5-7)

5. $6a-2b-c, 2a-2b-3c$
6. $a^2+2ab+b^2, -a^2-2ab+b^2$
7. $4x^4-3x^3-2x^2-7x+9, x^4-2x^3-2x^2+7x-9$

11. 括弧用法。

加法ノ法則及ビ減法ノ法則カラ一般ニ次ノ法則ヲ得ル。

加號ヲ前置シタ括弧ヲ取り去ルニハ、括弧内ノ各項ヲ符號ヲソノママ連記シ減號ヲ前置シタ括弧ヲ取り去ルニハ、括弧内ノ各項ヲ符號ヲ變ヘテ連記セヨ。

【例一】 $a+(+b-c)=a+b-c$

【例二】 $a-(+b-c)=a-b+c$

【例三】 $(a+b)+(3b+5c)-(a+6c)$
 $=a+b+3b+5c-a-6c$
 $=4b-c$

時トシテハ式中ニ一ツノ括弧ガ他ノ括弧ノ中ニアルコトガアル。コノヤウナ場合ニハ、上ノ方法ニヨツテ中ノ括弧カラ順次ニ取り去レバヨイ。

【例四】 $a-\{b-(c-d)\}=a-\{b-c+d\}$
 $=a-b+c-d$

【例五】 $a-\{2b-(3c+2b)-a\}$
 $=a-\{2b-3c-2b-a\}$
 $=a-2b+3c+2b+a$
 $=2a+3c$

上ノ方法ヲ轉倒シテ、多項式ノ一部分ヲ括弧デ括ルコトガ出來ル。即チ加號ヲ前置スル括弧デ

括ルトキハ、ソノ中ニ入ル諸項ノ符號ヲソノママトシ、減號ヲ前置スル括弧デ括ルトキハ、ソノ中ニ入ル諸項ノ符號ヲ變ヘレバヨイ。

【例六】 $a-b+c-d=a-b+(c-d)$
 $=a-(b-c+d)$
 $=a+(-b+c-d)$

問題 7.

次ノ各式ノ括弧ヲ取り去ツテコレヲ簡單ニセヨ。(1-3)

1. $(a+2b)-(b+5c)-(a-3c)$

2. $4x-3y-2z-(-7x+5y-3z)-(x-y)$

3. $a+\{3b-(2a-b+2c)+a\}$

次ノ各式ノ第二項以下ヲ、減號ヲ前置スル括弧内ニ入レヨ。又コレヲ加號ヲ前置スル括弧内ニ入レヨ。(4-5)

4. $2a-3b-4c+d$

5. $3a^4+2a^3-4a^2+a-1$

マイナスのつこうのやつ場 = 中がかわる

12. 代數式ノ乘法。

同ジ數ヲ幾ツカ掛ケ合ハセテ得タ積ヲソノ數ノ乘冪又ハ冪トイフ。

同一ノ數ノ乘冪ノ積ハ、ソノ指數ノ和ヲ指數トシタソノ數ノ乘冪デアアル。

例ヘバ

$$a^3 \times a^2 = aaa \times aa = a^5 = a^{3+2}$$

一般ニ m, n ガ正ノ整數デアアルトキハ明ニ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

デアアル。

【例一】 $5a \times 3bc = 5 \times 3 \times abc = 15abc$

【例二】 $-5a^2b^3 \times 3ab^2c = (-5) \times 3 \times a^{2+1}b^{3+2}c$
 $= -15a^3b^5c$

【例三】 $-\frac{2}{3}x^2y^3 \times \frac{3}{4}x^2yz^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} \times x^{2+2}y^{3+1}z^3$
 $= -\frac{1}{2}x^4y^4z^3$

故ニ

單項式ニ單項式ヲ乘ズルニハ係數ノ積ニ文字因數ノ積ヲ附記セヨ。

次ニ一般ノ代數式ノ乘法ヲ述ベル。

【例四】 $(x^2 - xy + yz) \times 2x = x^2 \times 2x - xy \times 2x + yz \times 2x$
 $= 2x^3 - 2x^2y + 2xyz$

【例五】 $(x^2 - 2xy - y^2)(2x - y)$
 $= (x^2 - 2xy - y^2) \times 2x + (x^2 - 2xy - y^2) \times (-y)$
 $= 2x^3 - 4x^2y - 2xy^2 - x^2y + 2xy^2 + y^3$
 $= 2x^3 - 5x^2y + y^3$

故ニ次ノ法則ヲ得ル。

二ツノ代數式ノ積ヲ求メルニハ、第一式ノ各項ニ第二式ノ各項ヲ乘ジソノ積ノ和ヲ求メヨ。

コノ計算ハ又次ノヤウニスレバ便利デアアル。

即チ乘式、被乘式ノ各項ヲ或文字ニツイテ冪指數ノ順序ニ排列シタ後、次ノヤウニ乘法ヲ行フ。

例ヘバ例五ノ積ヲ求メルニハ、

$$\begin{array}{r} x^2 - 2xy - y^2 \\ 2x - y \\ \hline 2x^3 - 4x^2y - 2xy^2 \\ - x^2y + 2xy^2 + y^3 \\ \hline 2x^3 - 5x^2y \qquad + y^3 \end{array}$$

【例六】 $x-a$ ト $x+a$ トノ積ハ

$$\begin{array}{r} x-a \\ x+a \\ \hline x^2 - ax \\ + ax - a^2 \\ \hline x^2 - a^2 \end{array}$$

【例七】 $x^2 - xy + y^2$ と $x + y$ とノ積ハ

$$\frac{x^2 - xy + y^2}{x + y} = \frac{x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3}{x^3 + y^3}$$

問題 8.

次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $(a+b)(c+d), (a-b)(c-d), (a-b)^2$
2. $(12x-3y)(5x-11y), (x^2+x+1)(x-1)$
3. $(x^3-x^2+x-1)(x+1)$
4. $(-4x^2+6x-5)(-x^2-7x+1)$
5. $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
6. $(a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5)(a-b)$
7. $(1+2x^2+3x+4x^3)(x^2-x-5)$

13. 重要ナル乘法公式。

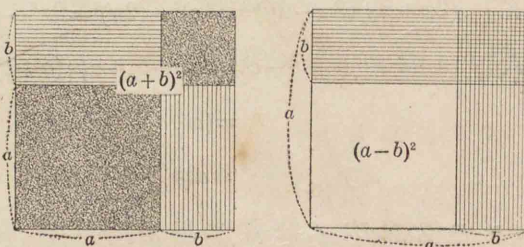
乘法ヲ實行スルトキハ、次ノ公式ノ成立スルコ

トガワカル。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

即チ二數ノ和ノ平方ハ各數ノ平方ノ和ニ二數ノ積ノ二倍ヲ加ヘタモノニ等シク、二數ノ差ノ平方ハ各數ノ平方ノ和カラ二數ノ積ノ二倍ヲ引イタモノニ等シイ。



【例一】 $(3x+2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$
 $= 9x^2 + 12x + 4$

【例二】 $(4x-3)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2$
 $= 16x^2 - 24x + 9$

【例三】 $(-a-b)^2 = (-a)^2 - 2(-a)b + b^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2$

或ハ $(-a-b)^2 = \{-(a+b)\}^2 = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

【例四】 $(x+y+z)^2$ ヲ求メル。

解。 $x+y=a, z=b$ ト考ヘ、公式(1)ニヨツテ

$$\{(x+y)+z\}^2 = (x+y)^2 + 2(x+y)z + z^2$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$$

a-d
a-b
a+b
a-b

乗法ニヨリ又次ノ公式ヲ得ル。

$$\textcircled{1} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (3)$$

即チ二數ノ和ト差トノ積ハ各數ノ平方ノ差ニ等シイ。

$$\text{【例五】} (3x+2y)(3x-2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$$

$$\begin{aligned} \text{【例六】} (a+b+c)(a+b-c) &= \{(a+b)+c\} \{(a+b)-c\} \\ &= (a+b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - c^2 \end{aligned}$$

乗法ニヨリ又次ノ公式ヲ得ル。

$$\textcircled{2} (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (4)$$

即チ $(x+a)(x+b)$ ノ積ニ於ケル x ノ係數ハ、 a ト b トノ和デ、 x ヲ含マヌ項ハ a ト b トノ積デアル。

$$\begin{aligned} \text{【例七】} (x+3)(x+5) &= x^2 + (3+5)x + 3 \times 5 \\ &= x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例八】} (x+3)(x-2) &= (x+3)\{x+(-2)\} \\ &= x^2 + \{3+(-2)\}x + 3 \times (-2) \\ &= x^2 + x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例九】} (x-2a)(x-5a) &= \{x+(-2a)\} \{x+(-5a)\} \\ &= x^2 + (-2a-5a)x + (-2a)(-5a) \\ &= x^2 - 7ax + 10a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2ab+3c)(2ab-3c) \\ 4a^2b^2 - 9c^2 \end{aligned}$$

以上四ツノ公式ノ外ニ次ノモノモ亦用キラレ

ル。

$$\textcircled{3} (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (5)$$

$$\textcircled{4} (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (6)$$

$$\textcircled{5} (a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3 \quad (7)$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3 \quad (8)$$

問 題 9.

公式ニヨツテ次ノ積ヲ求メヨ。

$$1. (x+2)^2, \left(\frac{x}{5} + \frac{y}{7}\right)^2, 102^2, 75^2$$

$$2. (2x-y)^2, \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^2, 96^2, 88^2$$

$$3. \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}y\right), 103 \times 97, 59 \times 41$$

$$4. (x+3)(x+8), (x-3)(x-8)$$

$$5. (x+3)(x-8), (x-3)(x+8)$$

$$6. (x+4)(x+6), (x-4)(x-6)$$

$$7. (x-4)(x+6), (x+4)(x-6)$$

$$8. (x+y+z)(x-y-z), (x^2+x-1)(x^2-x-1)$$

$$9. (a-b)(a+b)(a^2+b^2)$$

$$10. (2x-y)^3$$

$$(x+y-z)^2$$

14. 因数分解.

一ツノ整式ガ若干ノ整式ノ積ニ等シイトキハ、ソノ各式ヲ前ノ整式ノ因数トイヒ、或式ヲソノ因数ノ積ニ書キ改メルコトヲ因数ニ分解スルトイフ。

例ヘバ $9x^2 - 4y^2$ ヲ $(3x+2y)(3x-2y)$ ニ改メルコトハ $9x^2 - 4y^2$ ノ因数分解デアル。(第13節[例五])

又 $9x^2 + 12x + 4$ ヲ $(3x+2)^2$ ニ直スコトハ $9x^2 + 12x + 4$ ノ因数分解デアル。(第13節[例一])

次ニ整式ヲ因数ニ分解スル種種ノ方法ヲ述べル。

多項式ノ各項ニ共通ノ因数ガアルトキハ、コレヲ括弧ノ外ニ出スコトガ出來ル。

【例一】 $ax + bx + cx = (a+b+c)x$

【例二】 $18a^3b + 27a^2b^2 - 45ab^3 = 9ab(2a^2 + 3ab - 5b^2)$

コレヲハ多項式ト單項式トノ乘法カラ明デアル。

前節ノ公式ハスベテ因数分解ニ利用スルコトガ出來ル。例ヘバ公式(4)カラ

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

デアルコトガワカル。故ニ

$x^2 + px + q$ ナル形ノ二次三項式テ

$$p = a+b, \quad q = ab$$

ナル a, b ヲ見出ストキハ、

$$x^2 + px + q = (x+a)(x+b)$$

【例三】 $x^2 + 12x + 35$ ヲ因数ニ分解セヨ。

解。 $5 \times 7 = 35, \quad 5 + 7 = 12$

故ニ $x^2 + 12x + 35 = (x+5)(x+7)$

【例四】 $x^2 + 2x - 35$ ヲ因数ニ分解セヨ。

解。 $(-5) \times 7 = -35, \quad -5 + 7 = 2$

故ニ $x^2 + 2x - 35 = (x-5)(x+7)$

同様ニシテ次ノ式ヲ因数ニ分解スレバ、

【例五】 $x^2 - 12x + 35 = (x-5)(x-7)$

【例六】 $x^2 - 2x - 35 = (x+5)(x-7)$

次ニ前節ノ公式(1), (2), (3) 即チ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

ナドヲ用キテ因数ニ分解スル例ヲ示ス。

$$\begin{aligned} \text{【例七】 } 9a^2 + 12ab + 4b^2 &= (3a)^2 + 2(3a)(2b) + (2b)^2 \\ &= (3a + 2b)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例八】 } -x^2 - y^2 + 2xy &= -(x^2 + 2xy + y^2) \\ &= -(x + y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例九】 } 25x^2 - 16y^2 &= (5x)^2 - (4y)^2 \\ &= (5x + 4y)(5x - 4y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例十】 } a^4 - b^4 &= (a^2)^2 - (b^2)^2 \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b)(a - b) \end{aligned}$$

問題 10.

次ノ諸式ヲ因數ニ分解セヨ。

1. $x^2 - xy,$ $21x^3 - 14x^2 + 7x,$
 $4x^2y - 20x^2y^2 + 12xy^3, (a+b)x + (a+b)y - (a+b)$
2. $x^2 + 9x + 20,$ $x^2 - 14x + 40,$
 $x^2 - x - 6,$ $x^2 + x - 6$
3. $x^2 + 6x + 9,$ $x^2 - 12x + 36,$
 $4x^2 - 4xy + y^2,$ $81a^4 + 36a^2b + 4b^2$
4. $x^2 - 16,$ $x^4 - 1,$
 $81x^4 - 16y^4,$ $(a+b)^2 - c^2$

$$5. (a^2 - 2ab + b^2) - c^2$$

$$6. 7x^3 - 14x^2 + 7x$$

$$7. 3x^5 - 3xy^4$$

$$8. 2x^3 - 6x^2y + 4xy^2$$

15. 代數式ノ除法.

$$a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$$

デアルカラ,

$$a^5 \div a^2 = a^3 = a^{5-2}$$

一般ニ m 及ビ n ガ正ノ整數デ且 m ガ n ヨリ大デアルトキハ,

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

故ニ

或數ノ乘冪ヲ同ジ數ノコレヨリ低イ乘冪デ除シタ商ハ指數ノ差ヲ指數トシタソノ數ノ乘冪デアル。

サテ

$$4a^2bx \times 3ab = 12a^3b^2x$$

デアルカラ,

$$\frac{12a^3b^2x}{3ab} = 4a^2bx$$

故ニ次ノ法則ヲ得ル。

單項式ヲ單項式デ除スルニハ、係數ノ商ニ文字因數ノ商ヲ附記セヨ。

コノヤウニシテ除數中ノ文字因數ガ悉クナクナルトキハ、被除數ハ除數デ割り切レル或ハ整除スルコトガ出來ルトイフ。モシ割り切レヌ場合ハ商ヲ分數デアラハス。

又

$$x(a+b+c) = ax+bx+cx$$

デアルカラ、

$$\frac{ax+bx+cx}{x} = \frac{ax}{x} + \frac{bx}{x} + \frac{cx}{x}$$

$$= a+b+c$$

故ニ

多項式ヲ單項式デ除スルニハ、被除數ノ各項ヲ除數デ除シ、ソノ商ノ和ヲ求メヨ。

【例一】 $(15x^4 - 3x^3 + 6x^2) \div 3x^2$

$$= \frac{15x^4}{3x^2} - \frac{3x^3}{3x^2} + \frac{6x^2}{3x^2}$$

$$= 5x^2 - x + 2$$

次ニ多項式ヲ多項式デ除スル例ヲ示ス。

【例二】 $(6x^2+11x+3) \div (1+3x)$

$$\begin{array}{r} 2x+3 \text{ (商)} \\ 3x+1 \overline{) 6x^2+11x+3} \text{ (被除數)} \\ \underline{6x^2+2x} \text{ (除數)} \dots (3x+1) \times 2x \\ 9x+3 \\ \underline{9x+3} \dots (3x+1) \times 3 \\ 0 \end{array}$$

多項式ヲ多項式デ除スルニハ、

- (一) 被除數、除數ヲ共ニ或文字ノ冪指數ノ順序ニ排列シ、
- (二) (被除數ノ第一項) ÷ (除數ノ第一項) ヲ商ノ第一項トシ、
- (三) (被除數) - (被除數) × (商ノ初項) ヲ第一剩餘トスル。
- (四) 次ニ第一剩餘ヲ被除數トシテ同様ノ方法ヲ繰返シ、商ノ第二項以下ヲ求メル。

【例三】 $(a^3-27b^3) \div (a-3b)$

$$\begin{array}{r} a^2+3ab+9b^2 \text{ (商)} \\ a-3b \overline{) a^3} \\ \underline{a^3-3a^2b} \\ +3a^2b \\ \underline{+3a^2b-9ab^2} \\ +9ab^2-27b^3 \\ \underline{+9ab^2-27b^3} \\ 0 \end{array}$$

【例四】 $(2x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 1) \div (x^2 - x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 + 3x + 5 \text{ (整商)} \\
 x^2 - x + 1 \overline{) 2x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 1} \\
 \underline{2x^4 + 2x^3 + 2x^2} \\
 3x^3 + 2x^2 + x \\
 \underline{3x^3 - 3x^2 + 3x} \\
 5x^2 - 2x + 1 \\
 \underline{5x^2 - 5x + 5} \\
 3x - 4 \text{ (剰餘)}
 \end{array}$$

例四 = 於テハ第三剰除トシテ除數ノ次數ヨリモ小ナル $3x-4$ ヲ得ルカラ、コノ上計算ヲ續ケレバ、商ノコレカラ後ノ項ハ分數式トナリ且際限ガナイ。

コノヤウナ場合ニハ、 $2x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 1$ ヲ $x^2 - x + 1$ デ除スレバ割リ切レズ、整商 $2x^2 + 3x + 5$ 、剰餘 $3x - 4$ ヲ得ルトイフ。

問 題 11.

次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $18x^4 \div (-3x^2)$, $8a^2b^3x \div 2ab^2x$,
 $(-abx^3) \div 2ax$, $(-15ab^2x^3y^4) \div (-3ax^2y^2)$
2. $\frac{15x^2y^3 \times (-2yz^2)}{10xyz}$, $\frac{3a^3bc^2 \times 6ab^2c^3}{-9a^2b^3c}$
3. $\{(a^2 + 5a) \div a$, $\{(x^3 - 6x^2 + x) \div (-x)$

- yamamura*
yamamura
4. $(10ax + 5bx - 25cx) \div (-5x)$
 5. $(4x^4 + 8x^3 - 2x^2 + 6x) \div 2x$
 6. $(a^2bc + ab^2c + abc^2) \div abc$
 7. $(-2a^7x^3 - 4a^5x^5 + 6a^3x^7 + 8ax^9) \div 2ax^3$
 8. $\{x(a+b) + y(a+b) + z(a+b)\} \div (a+b)$
 9. $\{15(x+y)^3(x-y)^2 - 10(x+y)^2(x-y)^3\} \div 5(x+y)^2(x-y)^2$
 10. $\{(x^2 - 1) + (x^2 - 2x + 1)\} \div (x - 1)$
 11. $(3x^2 + 16x - 35) \div (x + 7)$
 12. $(a^2 - ax - 6x^2) \div (a - 3x)$
 13. $(x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 6x^2 + x + 3) \div (x^2 - 3x + 2)$

$$\begin{array}{r}
 15x^2y^3 \times (-2yz^2) = -30x^2y^4z^2 \\
 \hline
 10xyz = 10xyz
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5a^3 \\
 \hline
 a
 \end{array}$$

第三章 一元一次方程式

16. 方程式。

等號ヲ用キテ二ツノ代數式ノ相等シイコトヲ書キアラハシタモノヲ**等式**トイフ。

等號ノ左右兩側ノ式ヲソレゾレ等式ノ**左邊**及**右邊**トイフ。

例へバ

$$(x+2)(x-7)=x^2-5x-14 \quad (1)$$

$$x-1=9 \quad (2)$$

ハ皆等式デアアル。而シテ(1)デハ x ニ如何ナル數値ヲ與ヘテモ等式ハ常ニ成立スル。コレニ反シテ(2)ハ $x=10$ ナルトキノミニ成立スル。ヨツテ等式ヲ二種ニ分チ、

式中ノ文字ニ如何ナル數値ヲ代入シテモ常ニ成立スル等式ヲ**恆等式**トイヒ、式中ノ文字ニ或特別ナ數値ヲ代入スルトキノ限ツテ成立スル等式ヲ**方程式**トイフ。

方程式デハ、ソノ或文字ノアラハス數ヲ方程式

ノ未知數トイヒ、ソノ值ヲ方程式ノ根トイフ。方程式ノ根ヲ求メルコトヲ**方程式ヲ解ク**トイフ。方程式ノ未知數ニ根ヲ代入スレバ、方程式ハ勿論成立スル。コレヲソノ值ハ**方程式ヲ満足サセル**トイフ。

未知數ヲアラハス文字ヲ**元**トイフ。故ニ唯一種ノ未知數ヲ有スル方程式ヲ**一元方程式**トイフ。

17. 一元一次方程式ノ解法。

【例一】 $3x-8=x-2$ ヲ解ケ。

解。等式ノ兩邊ニ同一ノ數ヲ加減シテモ等式ハ成立ツカラ兩邊ニ8ヲ加ヘ、即チ左邊ノ-8ヲ符號ヲ變ヘテ右邊ニ移シテ、

$$3x=x-2+8$$

次ニコノ等式ノ兩邊カラ x ヲ減ジ、即チ右邊ノ x ノ符號ヲ變ヘテ左邊ニ移シテ、

$$3x-x=-2+8$$

コノヤウニ未知數ヲ含ム項ノミヲ左邊ニ集メ、コレカラ

$$2x=6$$

又等式ノ兩邊ニ同一ノ數ヲ乗除シテモ等式
ハ成立ツカラ兩邊ヲ2デ除シテ

$$x=3$$

故ニコノ方程式ノ根ハ3デアル。

驗算。左邊; $3x-8=3 \times 3-8=1$

$$\text{右邊; } x-2=3-2=1$$

故ニ3ハコノ方程式ノ根デアルコトヲ知ル。

[注意] 方程式ヲ解クトキハ驗算ヲシテ得タ
根ヲソノ方程式ニ入レ、果シテソノ方程式ヲ滿
足サセルカ否カラ確メル必要ガアル。

【例二】 $8(x-1)+17(x-3)=4(4x-9)+4$ ヲ解ケ。

解。マツ括弧ヲ去レバ、

$$8x-8+17x-51=16x-36+4$$

未知數ヲ含ム項ノミヲ左邊ニ集メレバ、

$$8x+17x-16x=-36+4+8+51$$

$$\text{即チ } 9x=27$$

$$\text{故ニ } x=3$$

驗算。左邊; $8(3-1)+17(3-3)=8 \times 2=16$

$$\text{右邊; } 4(4 \times 3-9)+4=4 \times 3+4=16$$

即チ3ハ求メル根デアル。

移項ノ法則

一般ニ方程式、一辺ニアル項ハ符號ヲ變ヘテコレヲ
他邊ニ移ス可ト得。

【例三】 $2x-\frac{x}{3}-\frac{1}{5}(2x-15)=41$ ヲ解ケ。

解。括弧ヲ去リ、未知數ヲ含ム項ノミヲ左邊ニ
集メ、

$$\left(2-\frac{1}{3}-\frac{2}{5}\right)x=41-3$$

$$\text{故ニ } x=30$$

○別解。マツ式中ノ分數ノ分母ノ最小公倍數15

ヲ各項ニ乘ズレバ、

$$2x \times 15 - \frac{15}{3}x - \frac{15}{5}(2x-15) = 41 \times 15$$

$$\text{即チ } 30x - 5x - 3(2x-15) = 615$$

$$25x - 6x + 45 = 615$$

$$19x = 570$$

$$\text{故ニ } x=30$$

驗算。生徒自ラコレヲセヨ。

【例四】 $2.4x-0.218=8x-0.05$ ヲ解ケ。

解。未知數ヲ含ム項ノミヲ左邊ニ集メ

$$(2.4-8)x = -0.05+0.218$$

$$-5.6x = 0.168$$

$$\text{故ニ } x = -0.03$$

驗算。生徒自ラセヨ。

問題 12.

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $11x=8x+6$

2. $2x-3=3x-7$

3. $3x+12=2x+42$

4. $5x+1=8x-17$

5. $3(x-1)-4(x-2)=2(3-x)$

6. $5(x+2)=3(x+3)+5(2x-3)$

7. $4x-[3+\{x-(3-x)\}]=6$

8. $2x-[5x-3\{3x-(x+1)\}]-3=0$

9. $(x-8)(x+12)=(x+1)(x-6)$

10. $2(x-1)(x-4)=x^2+(x-2)^2-2$

11. $\frac{1}{2}(3x-4)+\frac{1}{3}(4x-3)=x-6$

12. $(x-1)=\frac{1}{2}(x-2)+\frac{1}{3}(x-3)$

13. $\frac{3}{5}(2x-7)-\frac{2}{3}(x-8)=\frac{1}{15}(4x+1)+4$

14. $0.5x-2=0.25x+2x-1$

15. $3+\frac{x}{0.5}=7-\frac{x}{0.2}$

$$\frac{3}{2}x - 2 - \frac{4}{3}x + 10 = x - 6$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{4}{3}x - x = -2 - 1 - 6$$

$$(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} - 1)x = -9$$

$$(\frac{9}{6} - \frac{8}{6} - \frac{6}{6})x = -9$$

$$-\frac{5}{6}x = -9$$

18. 一元一次方程式應用問題.

或條件ニ適合スル數ヲ求メル問題ニ於テ、ソノ數ヲ未知數トシ、題意ヲ方程式デ書キアラハスコトガ出來ルトキハ、コレヲ解イテソノ數即チ問題ノ答數ヲ求メルコトガ出來ル。

故ニ應用問題ヲ解クニハ次ノ順序ニ從フ。

I. 求メル數ヲ x デアラハスコト。

II. 題意ニヨツテ方程式ヲ作ルコト。

III. 方程式ヲ解クコト。

IV. 方程式ノ根ガ答數デアルコトガ出來ルカ否カラ考究スルコト。

【例一】* 或數ノ四分ノ一ハソノ數ノ五分ノ一ヨリ 27 ダケ多イトイフ。ソノ數ヲ求メヨ。

解。 求メル數ヲ x デアラハセバ、ソノ四分ノ一ハ $\frac{x}{4}$ デ、ソノ五分ノ一ヨリ 27 ダケ多イトハ $\frac{x}{5} + 27$ デアラハサレル。故ニ

$$\frac{x}{4} = \frac{x}{5} + 27$$

ハ題意ヲ書キアラハシタ方程式デアル。

コレヲ解イテ $x=540$

*以下五例ハ別ニ生徒自ラ算術ニヨツテ解イテ見ヨ。

故ニ求メル數ハ 540 デアル。 答 540

驗算。今コレヲ驗スノニ、540ノ四分ノ一モ、540ノ五分ノ一ヨリ 27 ダケ多イ數モ、共ニ 135 デアル。故ニ 540 ハ題意ニ適スル。

【例二】 或學校ノ在學生 413 人ノ内、ソノ縣ノ人ハ他府縣人ノ四倍ヨリ 8 人多イトイフ。ソノ縣ノ人ノ數及ビ他府縣人ハ各幾人デアルカ。

解。コノ問題ニハ求メル數ガ二ツアル。今他府縣人ノ數ヲ x トスレバ、ソノ縣ノ人ノ數ハ $4x+8$ デアル。而シテ總數ハ 413 人デアル。故ニ次ノ方程式ヲ得ル。

$$x+4x+8=413$$

コレヲ解イテ $x=81$

隨テ $4x+8=332$

答 ソノ縣ノ人 332 人、他府縣人 81 人。

驗算。コレヲ問題ニ驗スノニ、332 人ト 81 人トノ和ハ 413 人デ、332 人ハ明ニ 81 人ノ四倍ヨリ 8 人多イ。故ニコノ答ハ正シイ。

【例三】 金 10 圓ヲ甲乙 2 人ニ分ケルノニ甲ノ分前ノ三分ノ一ト乙ノ分前ノ二分ノ一トノ和ヲ

3.8 圓ニナルヤウニスルニハ、二人ノ分前ハ各幾ラニナルカ。

解。コノ問題ニモ求メル數ガ二ツアル。今甲ノ分前ヲ x 圓トスレバ、乙ノ分前ハ $(10-x)$ 圓デアル。ヨツテ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\frac{x}{3} + \frac{10-x}{2} = 3.8$$

コレヲ解イテ $x=7.2$

隨テ $10-x=2.8$

答 甲 7.2 圓、乙 2.8 圓。

驗算。甲ノ分前ノ三分ノ一即チ 2.4 圓ト乙ノ分前ノ二分ノ一即チ 1.4 圓トノ和ハ 3.8 圓デアル。故ニコノ答ハ正確デアル。

【例四】 毎時 10 哩ヲ走ル普通列車ガ出發シテ後 8 時間ヲ經テ、毎時 18 哩ヲ走ル急行列車ガ同所ヲ發シ、同ジ線路ヲ走ツテコレヲ追ツタトスレバ幾時間ノ後追ヒツクカ。

解。急行列車ガ x 時間走ツテ普通列車ニ追ヒツクトセバ、コノ時マデニ普通列車ハ $(x+8)$ 時間走ツテキルカラソノ行程ハ $10(x+8)$ 哩デア
ル。又急行列車ノ走ツタ行程ハ明ニ $18x$ 哩

デ、コノ兩行程ハ相等シクナケネバナラス。

故ニ

$$10(x+8)=18x$$

コレヲ解イテ $x=10$

答 急行列車發車後10時間。

驗算。普通列車ノコノ時マデノ行程ハ 10×18
即チ180哩デ、急行列車ノ行程モ亦明ニ180哩
デアアル。故ニコノ答ハ正確デアアル。

【例五】 甲乙二種ノ合金ガアツテ、共ニ銅ト亞鉛トカラ成リ、ソノ割合ハ甲デハ5:4、乙デハ8:7デアアル。今兩種ヲ混ジテ銅14庇、亞鉛12庇ヲ含ム合金ヲ作ルニハ各幾庇ヅツ取レバヨイカ。

解。作ラウトスル合金ノ重量ハ $14+12=26$ 庇デアアルカラ、今甲カラ x 庇ヲ取ルトキハ乙カラ $(26-x)$ 庇ヲ取ルコトニナリ、而シテ甲 x 庇中ニハ銅 $\frac{5}{9}x$ 庇ヲ含ミ、乙 $(26-x)$ 庇中ニハ銅 $\frac{8}{15}(26-x)$ 庇ヲ含ム。而シテ銅ノ總重量ハ14庇デアアルカラ、

$$\frac{5}{9}x + \frac{8}{15}(26-x) = 14$$

コレヲ解イテ $x=6$

隨テ $26-x=20$

答 甲6庇、乙20庇。

驗算。生徒自ラセヨ。

[注意] 若シコノ問題デ銅14庇、亞鉛12庇トアルノヲ銅13庇、亞鉛13庇トスレバ、方程式ハ

$$\frac{5}{9}x + \frac{8}{15}(26-x) = 13$$

トナリ、コレヲ解イテ $x=-39$ ヲ得ル。然ルニ求メル答數ハ正數デナケネバナラス、隨テコノ問題カラ適當ナ答數ヲ求メルコトハ出來ヌコトニナル。コノヤウナ問題ヲ不能ノ問題トイフ。

蓋シ方程式ノ根ハ不名數デ、單ニソノ方程式ヲ満足サセレバヨイガ、應用問題ノ要求スル答數ハ名數デアアルコトガ多ク、隨テソノ方程式ヲ満足サセルコトハ勿論、方程式ニ含ムコトノ出來ヌ實際上ノ條件ヲモ満足サセネバナラス。

前例デハ -39 ハ方程式

$$\frac{5}{9}x + \frac{8}{15}(26-x) = 13$$

ヲ満足サセルガ、 -39 庇ハ全ク無意味デアアル。

即チ方程式ヲバ満足サセルケレドモ、實際上ノ

條件ヲバ満足サセヌカラ、コレヲコノ問題ノ答數トシテ採用スルコトガ出來ヌノデアアル。

コノヤウナ例ハ唯根ガ負數トシテ得ラレタ場合ニ限ラヌ。例ヘバ器物ノヤウニ分割シテハナラヌモノガ箇數トシテ根ニ分數ヲ得タ場合、又ハ總數ガ幾ツト與ヘラレタ^ルニ、根ニ得タソノ一部分ノ數ガ總數ヨリモ大ナル數トナツタ場合ノヤウナノハ、皆不能ノ問題デアアル。

應用問題ヲ解クトキニハ、以上ノヤウナ注意ヲセネバナラヌ。

問題 13.

1. 甲ハ50圓ヲ有シ、乙ハ30圓ヲ有シテキタガ、乙カラ甲ニ若干圓ヲ贈ツタノデ甲ノ所持金ガ乙ノ所持金ノ3倍トナツタ。乙ガ甲ニ贈ツタ金高ヲ求メヨ。

2. 反物一反ヲ用キテ姉妹二人ノ著物ヲ裁ツ^キニ、姉ノ方ハ妹ノ方ニ比シテ9尺長イ布ヲ要スル。二人ノ著物ハ各幾尺ヅツヲ要スルカ。但シ一反ハ28尺トスル。

3. 或職工ノ一日ノ賃金ガ1圓デアアルガ、夜業ヲスル日ハ更ニ50錢ヲ受ケル約束デ、30日間働キ、賃金37圓50錢ヲ得タ。夜業ヲシタ日數ヲ求メヨ。

4. 甲乙二人ガ同額ノ金ヲ所持シテキタガ、甲ハ42圓ヲ費シ、乙ハ140圓ヲ費シタノデ甲ノ殘金ハ乙ノ殘金ノ2倍トナツタ。兩人最初ノ所持シテキタ金ハ各幾ラカ。

5. 或正方形ノ地所ノ縦ヲ3米長クシ、横ヲ2米短クシテモ、面積ハ變ラヌ。コノ地所ノ一邊ノ長サヲ求メヨ。

6. ニツノ連續シタ偶數ガアル。ソノ和ガ86デアアル。コノ二數ハ各幾ラカ。又ソノ和ガ84ナラバドウカ。

7. 或人ガ子供若干人ニ桃ヲ與ヘルノニ、各5箇ヅツトスレバ10箇不足シ、各4箇ヅツトレバ10箇餘ル。子供ノ數ヲ求メヨ。

8. 姉ハ今年16歳、弟ハ13歳デアアル。今カラ幾年前ニ姉ノ年ガ弟ノ年ノ二倍デアツタカ。

9. 木綿若干種ノ中、ソノ七分ノ五ヨリ38種長ク切ツタケレドモ、始ノ長サノ四分ノ一餘ツタ。

モトノ木綿ノ長サハ幾種デアツタカ。

10. 男工10人ト女工15人トノ日給ガ合ハセテ38圓デ、男工一人ノ日給ハ女工二人分ノ日給ヨリモ40錢安イ。各一人ノ日給ハ幾ラカ。

11. 静水デハ毎時48斤ヲ漕グ水夫ガ今或河若干斤ヲ漕ギ上ルニ7時間ヲ要シ、漕ギ下ルニ5時間ヲ要スルトキハ、コノ河ノ流ノ速サハ幾ラカ。

12. 或人ガ或距離ヲ往復シタノニ、往路ハ人力車デ毎時8斤ヲ行キ、歸路ニハ毎時6斤ヲ歩ミ、往復7時間ヲ費シタトイフ。ソノ距離ヲ求メヨ。

13. 火薬若干斤ヲ製スルノニ、硝石ハ全重量ノ半分ヨリ6斤多ク硫黄ハ $\frac{1}{3}$ ヨリ5斤少ク、木炭ハ $\frac{1}{4}$ ヨリ3斤少クシヨウトスル。各成分ノ重量ヲ求メヨ。

14. 30000圓ヲ三子ニ分與シタノニ、長子ノ所得ハ次子ノ所得ノ二倍ヨリ4000圓少ク、次子ノ所得ハ末子ノ所得ノ二倍ヨリ5000圓少イ。三人ノ所得ハ各幾ラカ。

15. 一時ノ後、時計ノ兩針ガ始メテ相重ルノハ何時何分デアルカ。

第四章 ぐらふ

19. 定數、變數、函數。

水1立ノ重サナドノヤウニ、常ニ一定ノ値ヲ有スル數ヲ定數トイヒ、物ノ價ナドノヤウニ時時變化シテ種種ノ値ヲ取ル數ヲ變數トイフ。

變數ヲアラハスニ x, y, z ナドノ文字ヲ用キル。

二ツノ相關聯スル變數 x, y ガアツテ、 x ガ變化スレバコレニ伴ツテ y モ變化スルトキハ、 y ヲ x ノ函數トイフ。

例ヘバ米1升ノ價ガ40錢デアルトキ、米 x 升ノ價ヲ y 錢デアラハセバ、 $y=40x$ ノ關係ガアル。今 $x=1, 2, 3, \dots$ ナド種種ノ値ヲ與ヘルトキハ y ノ値ハソレニ伴ツテ變化スルコトハ次ノヤウデアル。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	...
y	40	80	120	160	200	240	280	320	...

即チ米ノ價ハソノ升數ノ函數デアル。

[注意] 前ノ例ニ於ケル

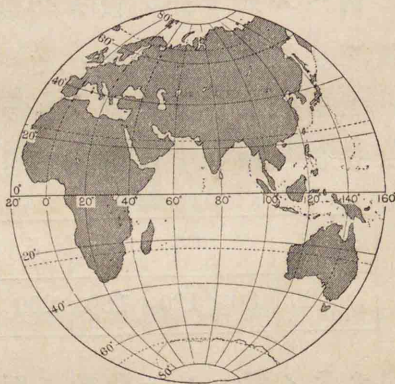
$$y=40x$$

ノヤウナ x, y ナル二ツノ未知數ヲ含ム方程式ヲ二元方程式トイフ。又二元方程式ノ中デ未知數ガ唯一乗ノ項ノミヲ含ム式ヲ二元一次方程式トイフ。

又代數式 $x+3$ ノ x ノ値ガ變化スレバ、コレニ伴ツテコノ代數式 $x+3$ ノ値モ變化スル。コノ代數式ノ値ヲ y トスレバ、 y ハ x ノ函數デアアル。

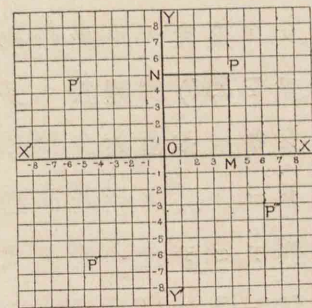
20. 坐標。

地球上ノ或場處ノ位置ヲ定メルニハ英國ノぐりにち天文臺ヲ通ル經線ト赤道トヲ基ニシテ東經幾度、北緯幾度ナドト稱スル。コレト同ジヤウニ、方眼紙上ノ一點 P ノ位置ヲ定メルニハ次ノ圖ノヤウニソノ上ニ直



角ニ交ル二直線 XX', YY' ヲ引キ、コレヲ基ニスルノデアアル。コノ直線 XX' ヲ横軸 (X 軸) トイヒ、直線 YY' ヲ縦軸 (Y 軸) トイヒ、ソノ交點 O ヲ原點トイフ。

ソシテ地球上ノ場合ニ東經、西經、北緯、南緯ナドノ語ヲ用キルヤウニ、ココデハ、 XX' マタハコレニ平行



ナ直線ノ長サヲ、 YY' ヲ基トシテ右方ニ測ツタモノヲ正トシ、左方ニ測ツタモノヲ負トスル。マタ YY' マタハコレニ平行ナ直線ノ長サヲ、 XX' ヲ基トシテ上方ニ測ツタモノヲ正トシ、下方ニ測ツタモノヲ負トスル。上ノ圖デ P ノ位置ヲアラハスニハ $P(4, 5)$ ト記ス。一般ニ $OM=a, ON=b$ デアルトキ、 P ノ位置ヲ $P(a, b)$ デアラハス。 a ヲ P ノ横坐標 (x 坐標) トイヒ、 b ヲ P ノ縦坐標 (y 坐標) トイヒ、 a, b ヲ總稱シテ P ノ坐標トイフ。上ノ圖デ P', P'', P''' ノ坐標ハソレゾレ $P'(-5, 4), P''(-4, -6), P'''(6, -3)$ デアラハサレル。

21. 一次ノ代數式ノ値ノぐらふ

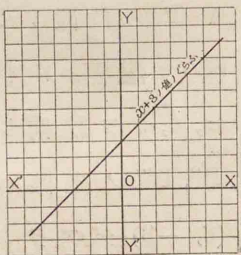
今 x ヲ含ム代數式ヲ y デアラハシ, $x=a$ ノトキ, ソノ函數ナル代數式ノ値ヲ b 即チ $y=b$ トスレバ, 點 $P(a, b)$ デ變數 x, y ノ相對應スル一組ノ値ヲ示スコトガ出來ル。 x, y ガ相伴ツテ變動スルニ隨テコノ點ノ位置ガ動イテ一ツノ線ヲ描ク。 コノ線ヲ x ヲ含ム代數式 y ノ値ノぐらふトイフ。

【例一】 $x+3$ ノ値ノぐらふヲ描ケ。

解。 $y=x+3$ ト置キ, x ヲ變數, y ヲソノ函數ト考ヘルトキハ, x ニ種種ノ値ヲ與ヘ, コレニ對應スル y ノ値ヲ表ニ示セバ, 次ノヤウデアアル。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	0	1	2	3	4	5	6	...

コノ x ノ値ヲ横軸上ニ取り, ソレニ對應スル y ノ値ヲ縦軸上ニ取ツテ, $(-3, 0), (-2, 1), (3, 6)$ ナドヲ坐標トスルトキハ, 右ノ圖ノヤウニ, $x+3$ ノ値ノぐらふヲ得ル。

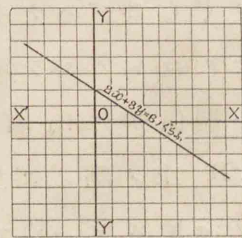


[注意] 一元一次ノ代數式ノ値ハスベテ直線デアラハサレル。故ニ x ノ任意ノ二ツノ値ニ對應スルソノ代數式ノ値ヲ見出ストキハ, 直ニソノぐらふヲ描クコトガ出來ル。例ヘバ前例デハ, $x=-3$ 及ビ $x=1$ ニ對應スル y ノ値 0 及ビ 4 ヲ知り, $(-3, 0), (1, 4)$ ナル點ヲ記シテ, コノ二點ヲ通ル直線ヲ引ケバ $x+3$ ノ値ノぐらふヲ得ル。今 $x+3$ ノ値ノぐらふ上ノドノ點ノ坐標ヲ調べテ見テモ皆 $y=x+3$ ナル方程式ヲ満足スル。又コノ方程式ヲ満足スル坐標ヲ有スル點ハ皆明ニソノぐらふ上ニアル。故ニ代數式 $x+3$ ノ値ノぐらふヲ方程式 $y=x+3$ ノぐらふトモイフ。

【例二】 $2x+3y=6$ ノぐらふヲ作レ。

解。 $x=0$ トスレバ
 $3y=6$ 故ニ $y=2$
 又 $y=0$ トスレバ
 $x=3$

ヨツテ $(0, 2)$ ト $(3, 0)$ トヲ通ル直線ガ求メルぐらふデアアル。

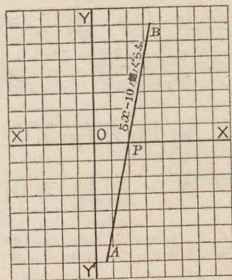


22. 一元一次方程式ノ圖解

【例】 $5x-10=0$ ヲぐらふヲ用キテ解ケ。

解。 マヅ右ノ圖ノヤウニ

$5x-10$ ノ値ノぐらふ AB ヲ描キ、コノぐらふノ X 軸ト交ル點 P ノ x 坐標 2 ハ丁度 $5x-10$ ヲ 0 ニナラシメル。 即チ 2 ハ與ヘテ $5x-10=0$ ノ方程式ノ根デアル。



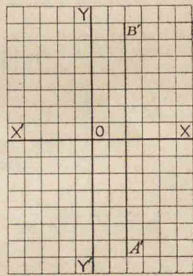
[注意] 上ノぐらふ AB ハ

$$y=5x-10 \quad (1)$$

ノぐらふデ

$$5x-10=0 \quad (2)$$

ノぐらふデハナイ。 (2) ハ $x=2$ ナルコトノミヲ示シ、 y ノ値ニハ關係ガナイ。 即チ右ノ圖ノ $A'B'$ 上ノ點ノ x 坐標ハ皆 (2) ヲ満足スル。 隨テ (2) ノぐらふハ $A'B'$ デアルコトガワカル。

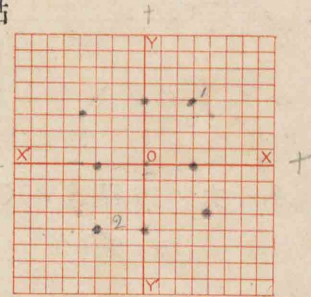


問題 (14.)

1. 次ノ坐標ヲ有スル點

ヲ右ノ方眼紙ノ上ニ記セ。

- (3, 4) (-3, -4)
- (-4, 3) (4, -3)
- (0, 4) (0, -4)
- (3, 0) (-3, 0)

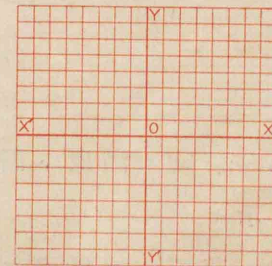
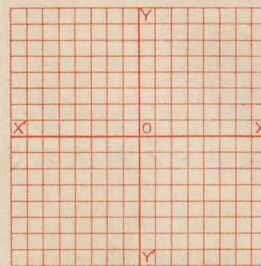


2. 次ノ代數式ノ値ノぐらふヲ描ケ。

$$2-5x$$

$$3x+5$$

(下ノ方眼紙ヲ用キヨ)

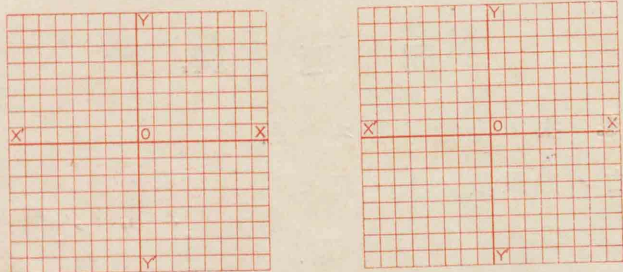


3. 次ノ方程式ヲぐらふヲ描イテ解ケ。

$$3x-6=0$$

$$2x+3=6$$

(次ノ方眼紙ヲ用キヨ)

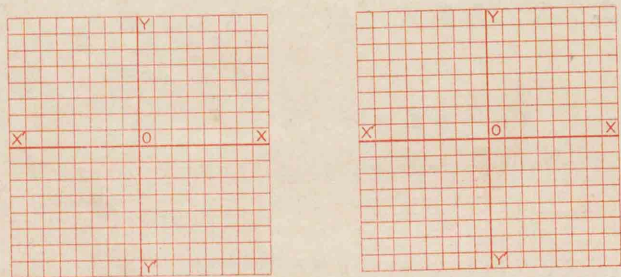


4. 次ノ方程式ノぐらふヲ描ケ。

$$x+2y=3$$

$$x=5+3y$$

(下ノ方眼紙ヲ用キヨ)



5. 華氏ノ溫度ト攝氏ノ溫度トノ關係ヲぐらふデ示セ。

但シ華氏ノ度數ヲ x トシ、攝氏ノ度數ヲ y トスレバ、次ノ關係式ガアル。

$$y = \frac{5}{9}(x-32)$$

第五章 聯立一次方程式

23. 聯立方程式。

二ツノ未知數ヲ有スル唯一ツノ方程式、例ヘバ

$$x+y=5 \quad (1)$$

ヲ満足サセル x 及ビ y ノ値ヲ考ヘルニ、コノ方程式ハ

$$y=5-x$$

ニ異ナラナイカラ、 x ノ値ヲ次第ニ

$$x=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, \dots, \dots \text{トスレバ、ソレゾレ}$$

$$y=5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, \dots, \dots, \dots \text{トナル。}$$

同様ニ他ノ方程式例ヘバ

$$x-y=1 \quad (2)$$

ヲ満足サセル x 及ビ y ノ値ハ、ソレゾレ

$$x=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, \dots, \dots$$

$$y=-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, \dots, \dots$$

故ニ二ツノ未知數ヲ含ム唯一ツノ方程式ヲ満足サセル x 及ビ y ノ値ハ無數ノ組ガアツテ、ソノ方程式ハ單ニ x ト y トノ關係ヲ定メルニ止リ、 x 及ビ y ノ値ヲ決定スルモノデハナイ。

サレド(1)及ビ(2)ノ方程式ガ組合ツテ一組ノ方程式トナツタトキ、 x 及ビ y ノ同ジ組デコレヲ共ニ満足スル値ヲ取ルニ、ソノ値ハ前ノ表ニ見ルヤウニ、 $x=3$ 、 $y=2$ ノ一組ガアルノミデアル。

若干ノ未知數ヲ有スル若干ノ方程式ガ皆未知數ノ値ノ同ジ組デ満足セラレルトキハ、ソノ一組ノ方程式ヲ聯立方程式トイフ。

例へバ $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ ハ聯立方程式デ、 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ ハソノ根デアル。

[注意] 聯立方程式デハ方程式ノ數ハ未知數ノ數ト同一デナケネバナラス。

24. 二元聯立一次方程式ノ解法。

二元聯立一次方程式ヲ解クニハ、マツ兩方程式カラ一元一次方程式ヲ誘出セナケネバナラス。コノ手續ヲ兩方程式カラ未知數ノ一ツヲ消去スルトイフ。ソノ方法ニ三種アル。次ニ例ニヨツテコレヲ説明スル。

(第一) 加減法。(消去法)

【例一】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x+3y=22 & (1) \\ 5x-7y=-3 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=22 & (1) \\ 5x-7y=-3 & (2) \end{cases}$$

解。マツ y ヲ消去スルタメニ、兩方程式ノ y ノ係數ノ絶對値ヲ等シクスル目的デ、(1)ノ兩邊ニ 7 ヲ、(2)ノ兩邊ニ 3 ヲ乘ズル。即チ

$$14x+21y=154 \quad (3)$$

$$15x-21y=-9 \quad (4)$$

(3)ト(4)トヲ邊邊相加ヘレバ、 y ハ消去セラレ

$$29x=145$$

$$\text{故ニ} \quad x=5$$

ヨツテ(1)ノ x ノ代リニ 5 ヲ置ケバ、

$$10+3y=22$$

$$\text{コレカラ} \quad y=4$$

故ニ $x=5$ 、 $y=4$ ハ求メル根デアル。

驗算。 $2x+3y=2 \times 5+3 \times 4=22$

$$5x-7y=5 \times 5-7 \times 4=-3$$

故ニコノ答數ハ正確デアル。

(今後驗算ハ生徒自ラセヨ)。

【例二】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x+5y=5 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+7y=6 & (2) \end{cases}$$

解。 x ヲ消去スルタメニ(1)ノ兩邊ニ3ヲ乘ジ

又(2)ノ兩邊ニ2ヲ乘ズレバ、

$$6x+15y=15 \quad (3)$$

$$6x+14y=12 \quad (4)$$

(3)ト(4)トヲ邊邊相減ズレバ、

$$y=3$$

ヨツテ(1)カラ $x=-5$

故ニ $x=-5, y=3$ ハ求メル根デアル。

[注意] 上ノ二例デハ一ツノ未知數ヲ消去スルタメニ邊邊相加へ或ハ相減ジタ。サレバコノ方法ヲ加減法トイフ。

(第二) 代入法。

【例三】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x+3y=8 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+7y=7 & (2) \end{cases}$$

解。 (1)ノ $2x$ ヲ移項シテ $3y=8-2x$

3デ兩邊ヲ除シ $y=\frac{1}{3}(8-2x)$

ヲ得ル。コノ値ヲ(2)ノ y ノ代リニ入レレバ、
 y ハ消去サレテ、 x ノミヲ含ム方程式トナル。

$$\text{即チ} \quad 3x+\frac{7}{3}(8-2x)=7$$

$$\text{コレヲ解イテ} \quad x=7$$

コレヲ(2)ニ代入シテ $y=-2$ ヲ得ル。

故ニ求メル根ハ $x=7, y=-2$ デアル。

(第三) 等置法(比較法)。

【例四】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 8x+3y=24 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=6 & (2) \end{cases}$$

解。 (1)カラ $3y=24-8x$

$$\text{故ニ} \quad y=\frac{1}{3}(24-8x) \quad (3)$$

$$(2)カラ \quad y=6-2x \quad (4)$$

故ニ(3)ト(4)トカラ、コノ二ツノ y ノ値ヲ等シ
イト置イテ、

$$\frac{1}{3}(24-8x)=6-2x$$

$$\text{コレヲ解イテ} \quad x=3$$

$$\text{随テ(4)カラ} \quad y=0$$

故ニ求メル根ハ $x=3, y=0$ デアル。

25. 三元聯立一次方程式ノ解法。

三元聯立方程式ヲ解クニハ、ソレラノ三方程式カラ未知數ノ一ツヲ消去シテ、マヅ二元聯立方程式ヲ誘出スレバヨイ。次ニソノ例ヲ示ス。

【例】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x-3y+4z=4 & (1) \\ 3x+5y-7z=12 & (2) \\ 5x-y-8z=5 & (3) \end{cases}$$

解。三方程式カラ z ヲ消去スルタメニ、マヅ加減法ニヨツテ(1)ニ2ヲ乗ジタモノニ(3)ヲ加へ、

$$9x-7y=13 \quad (4)$$

又(1)ニ7ヲ乗ジ(2)ニ4ヲ乗ジテ邊邊相加へ、

$$26x-y=76 \quad (5)$$

カヤウニシテ得タ(4)ト(5)トノ二元聯立方程式ヲ解イテ、

$$x=3, y=2$$

隨テ(1)カラ $z=1$

即チ $x=3, y=2, z=1$ ハ求メル根デアル。

驗算。生徒自ラセヨ。

問題 15.

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ(但シ加減法ニヨレ)。

(1—6)

$$1. \begin{cases} 4x-7y=6 \\ 3x+2y=19 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x+4y=58 \\ 3x+7y=67 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 5x-2y=4 \\ 3x-4y+6=0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x-4y-17=0 \\ 4x-5y-22=0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x+7y=41 \\ 3x+8y=39 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3y-5x=3 \\ 9x-4y=3 \end{cases}$$

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ但シ代入法又ハ等置法ニヨレ。(7—8)

$$7. \begin{cases} 2y-x=6 \\ 3x+5y=37 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 8x+3y=24 \\ 2x-y=6 \end{cases}$$

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。(9—13)

$$9. 4x-6y-3=7x+2y-4=3y-2x+24$$

$$10. \begin{cases} 5(x+2y)-(3x+11y)=0 \\ 7x-9y-3(x+4y)=10 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} (x+1)(y+2)-(x+2)(y+1)+1=0 \\ 3(x+3)-4(y+4)+8=0 \end{cases}$$

4x-6y-3=7x+2y-4=3y-2x+24
4915
47
67
19
67223
3

$$\textcircled{12.} \begin{cases} y+z=9 \\ z+x=5 \\ x+y=4 \end{cases} \quad \times \textcircled{13.} \begin{cases} x+2y+z=16 \\ 2x+y-z=5 \\ x-2y+5=0 \end{cases}$$

26. 聯立一次方程式應用問題。

聯立一次方程式ヲ應用スル問題ヲ解クニハ、マ
ヅ x, y, z ナドデ各未知數ヲアラハシ、題意ニヨツ
テ未知數間ノ關係ヲ考へ、未知數ノ數ト同數ノ方
程式ヲ作ル。コノ一組ノ方程式ヲ解イテ根ヲ求
メ、コレヲ考究シテソノ問題ニ適スルコトヲ知ツ
タトキハ、答トスル。 (第18節參照)

【例一】 甲乙ノ二人ガアツテ、甲ノ貯金高ノ五
倍ハ乙ノ貯金高ノ七倍ヨリ10圓少ク、又甲ノ貯金
高ノ三倍ハ乙ノ貯金高ノ四倍ヨリ5圓多イトイ
フ。二人ノ貯金高ハ各幾ラカ。

解。 甲ノ貯金高ヲ x 圓、乙ノ貯金高ヲ y 圓デア
ラハストキハ、題意ニヨツテ次ノ一組ノ方程
式ヲ得ル。

$$\begin{cases} 7y-5x=10 \\ 3x-4y=5 \end{cases}$$

コレヲ解イテ $x=75, y=55$ ヲ得ル。

答* 甲75圓、乙55圓。

驗算ハスベテ生徒自ラセヨ。

【例二】 矩形ノ宅地ガ二个所アツテ、甲ハ乙ヨ
リ間口2間長ク、奥行ハ3間短ク、面積ハ56坪狭イ。
若シ甲ガ乙ヨリ間口2間長ク、奥行3間長ケレバ
面積ハ136坪廣クナルトイフ。兩地ノ間口及ビ
奥行ハ各幾ラカ。

解。 乙ノ間口及ビ奥行ヲソレゾレ x 間及ビ y
間トスレバ、甲ノ間口及ビ奥行ハソレゾレ
 $(x+2)$ 間及ビ $(y-3)$ 間デアル。故ニ題意ニヨ
ツテ次ノ一組ノ方程式ヲ得ル。

$$\begin{cases} (x+2)(y-3)=xy-56 \\ (x+2)(y+3)=xy+136 \end{cases}$$

コレヲ解イテ $x=30, y=20$ ヲ得ル。

隨テ $30+2=32, 20-3=17$

答* 甲間口32間、奥行17間、

乙間口30間、奥行20間。

*生徒ハ別ニコノ問題ヲ算術ニヨツテ解イテ見ヨ。

問題 16.

- 1. 大小二數ガアツテ、大ノ2倍ト小ノ3倍トノ和ハ60デ、大ノ5倍カラ小ノ2倍ヲ減ジタ差ハ55デアル。コノ兩數ヲ求メヨ。
- 2. 金若干圓ヲ子女若干人デ分ケルノニ、各人1圓20錢ヅツ取レバ40錢餘リ、1圓40錢ヅツ取レバ20錢不足スル。金高及ビ子女ノ數ヲ求メヨ。
- 3. 上下二冊カラ成ル教科書一部ノ價ハ2圓45錢デ、上3冊ト下2冊トノ價ハ6圓5錢デアル。上下各一冊ノ價ヲ求メヨ。
- 4. 書籍ヲ買フノニソノ價1圓50錢ト郵送料8錢トヲ五錢及ビ參錢ノ郵便切手合ハセテ38枚ヲ送ツタトイフ。コノ兩種ノ切手ハ各幾枚デアツタカ。
- 5. 甲品ヲソノ時價ヨリ2割高ク賣リ、乙品ヲソノ時價ヨリ5圓安ク賣ルトキハ、合計金86圓ヲ得ル、又甲品ヲソノ時價ヨリモ2圓50錢安ク、乙品ヲソノ時價ヨリモ1割2分高ク賣ルトキハ、合計89圓10錢ヲ得ル。甲乙兩品ノ時價ハ各幾ラカ。

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 32 \\ \hline 320 \\ 128 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ \times 20 \\ \hline 2800 \\ 1400 \\ \hline 2800 \end{array}$$

- 6. 二人ノ旅行者ガアツテ108 軒ヲ隔ツタ兩地カラ同時ニ出發シテ同方向ニ行クトキハ18時間デ追ヒツキ、相向ツテ行クトキハ6時間デ相會スル。兩人ノ速サハ毎時幾ラカ。
- 7. 容量4200立ノ水槽ニ水ヲ注入スル甲乙二管ガアリ、甲ヲ4時間、乙ヲ5時間開クトキハ、水1800立ヲ注入シ得ベク、又甲ヲ7時間、乙ヲ3.5時間開クトキハ、水2520立ヲ注入シ得ル。甲乙兩管ヲ同時ニ開クトキハ、幾時間デ滿水スルカ。
- 8. 醬油ヲ入レタ甲乙二樽ガアリ、初メ甲樽カラソノ全量ノ三分ノ一ヨリモ2立少ク汲ミ出シテコレヲ乙樽ニ入レ、次ニ乙樽カラソノ全量ノ六分ノ一ヨリモ1立多ク汲ミ出シテコレヲ甲樽ニ入レタノニ、兩樽ノ醬油ノ量各84立トナツタ。初メ兩樽ニアツタ醬油ノ量ハ各幾ラカ。
- 9. 二桁ノ數ガアツテ、ソノ數字ノ和ガ13デ、ソノ數字ヲ置キカヘテ作ツタ數カラコノ數ヲ引イタ殘リハ27デアル。コノ數ヲ求メヨ。
- 10. 鶴龜若干頭キテ、ソノ頭數ハ合ハセテ100、足數ハ合ハセテ310デアル。各幾頭キルカ。

$$\begin{array}{r} 4200 \\ \times 2.5 \\ \hline 10500 \\ 8400 \\ \hline 10500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2520 \\ \times 7 \\ \hline 17640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 320 \\ \times 175 \\ \hline 22400 \\ 6400 \\ 3200 \\ \hline 56000 \end{array}$$

11. 或人ガ合計 5500 圓ヲ甲乙丙三人ニソレゾレ年利率 0.1, 0.15 及ビ 0.05 デ貸付ケタノニ, 一年末ノ利息ガ各相等シカッタ。各幾圓ツツ貸シタカ。

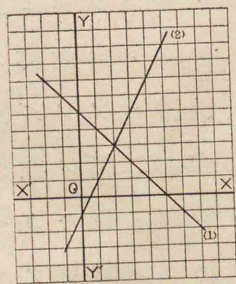
12. 一定ノ速サデ若干距離ヲ航海スル汽船ガアル。今ソノ速サヲ一時間 2 湮ツツ増セバ 4 時間早ク, 2 湮ツツ減セバ 6 時間遅ク到着スルトイフ。ソノ航路及ビ速サヲ求メヨ。

27. 二元聯立一次方程式ノ圖解。

【例】 次ノ聯立方程式ヲぐらふヲ用キテ解ケ。

$$\begin{cases} x+y=5 & (1) \\ 2x-y=1 & (2) \end{cases}$$

解。 與ヘラレタ兩方程式ノぐらふヲ描クトキハ, 圖ノ(1)及ビ(2)トナル。故ニコノ兩直線ノ交點ノ坐標ヲコノぐらふ上ニ搜ストキハ, $x=2, y=3$ ヲ得ル。而



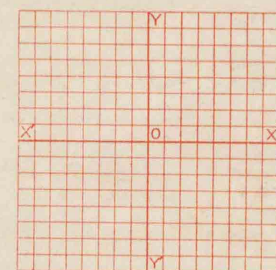
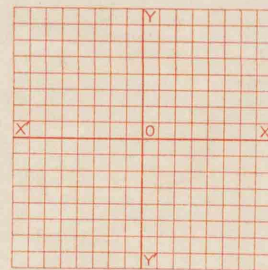
シテ交點ノ坐標ハ明ニ兩方程式ヲ満足スルカラコノ値ハ求メル根デアル。

問題 17.

1. 次ノ方程式ヲぐらふヲ描イテ解ケ。

$$\begin{cases} x-y=0 & (1) \\ 3x-2y=6 & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=3 & (3) \\ 2x+3y=7 & (4) \end{cases}$$

(下ノ方眼紙ヲ用キヨ)



2. 甲ガ徒歩デ或地ヲ出發シタ後 4 時間ヲ經テ, 乙ハ自轉車ニ乗ツテコレヲ追ツテ行ツタ。甲ハ毎時 6 軒, 乙ハ 14 軒ヲ行クモノトシ, 進行ノ距離ヲ時間ノ函數ト考ヘテ, 乙ガ甲ニ追ヒツクニ要スル時間ヲ求メヨ。ぐらふヲ描イテ解ケ。

3. 甲ガ自轉車デ出發シテカラ 2.5 時間ノ後, 乙ハ甲ノ忘レ物ヲ見出シ, 之ヲ携ヘテ自轉車デ追ツテ行ツタノニ甲ハ 28 軒ヲ行ツタトキ氣ヅイテ引返シタ。兩人ハ何處デ何時出合フカ。ぐらふヲ

描イテ解ケ。但シ甲ハ毎時8軒,乙ハ毎時16軒ヲ行クモノトスル。

4. 華氏デモ攝氏デモ同ジ度数デアラハサレル温度ヲ求メヨ。ぐらふヲ描イテ解ケ。

第六章 分數式及ビ分數方程式

28. 倍數及ビ約數。最大公約數。

一ツノ整式ガ他ノ整式ヲ整除スルコトガ出來ルトキハ,前式ヲ後式ノ約數トイヒ,後式ヲ前式ノ倍數トイフ。

若干ノ整式ヲ悉ク整除スルコトガ出來ル整式ヲソレラノ式ノ公約數トイヒ,公約數ノ中デ次數ノ最大ナルモノヲ最大公約數トイフ。

【例一】 $2a^4b^2c$, $3a^3b^2d$, $5a^5b^2$ ノ最大公約數ヲ求メヨ。

解。與ヘラレタ三式ノ公約數ハ三式ニ共通ナ因數 a 及ビ b 以外ノ因數ヲ含ムコトハナイ。而シテコノ各因數ノ次數ハ, a ハ三次以下, b ハ二次以下デナケネバナラヌコトハ明デア。故ニ a^3b^2 ハ求メル最大公約數デア。ル。

ヨツテ單項式ノ最大公約數ヲ求メル次ノ法則ヲ得ル。

與ヘラレタ各式ニ共通ナ文字因數ノ積ヲ作り、其ノ各因數ニ與ヘラレタ式中ニ於ケルソノ因數ノ最小指數ヲ附セ。

[注意] 數係數ハソノ式ノ次數ヲ増減シナイカラ代數式ノ最大公約數ハ與ヘラレタ各式ノ數係數ニ關係シナイ。ケレドモ通例ソレラノ數係數ノ絶對値ノ最大公約數ヲ求メ、コレヲ求メル最大公約數ノ數係數トスル。

【例二】 $3a^2b(a+b)^2, 2a(a-b)^2(a+b)^3$ ノ最大公約數ヲ求メヨ。

解。 $(a+b), (a-b)$ ヲ單項式ノヤウニ取扱ツテ、
 $a(a+b)^2$ ヲ求メル最大公約數トスル。

因數ニ分解スルコトノ出來ル多項式ノ最大公約數ハ、同様ニシテ求メルコトガ出來ル。

【例三】 次ノ各式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

$$ax^2 + 2a^2x + a^3, \quad 2ax^2 - 4a^2x - 6a^3, \quad 3a^2x^2 + 6a^3x + 3a^4$$

解。 第一式 $= a(x^2 + 2ax + a^2) = a(x+a)^2$

$$\text{第二式} = 2a(x^2 - 2ax - 3a^2) = 2a(x+a)(x-3a)$$

$$\text{第三式} = 3a^2(x^2 + 2ax + a^2) = 3a^2(x+a)^2$$

故ニ求メル最大公約數ハ $a(x+a)$ デアル。

最大公約數
最小公約數

問題 18.

1. 次ノ各組ノ最大公約數ヲ求メヨ。

(a) $2a^3, 3a^4, a^6$

(b) $5x^2y, 10xy^2z, 15x^2yz^2$

(c) $35a^2x^2, -49a^3xy, 21a^4x^2z$

2. 次ノ各組ノ最大公約數ヲ求メヨ。

(a) $4ab^2(a+b)^2, 6a^2b(a+b)(a-b)$

(b) $x^2y(x-a)(x-b)^3, xyz(x-a)^2(x-b)^2$

(c) $6(x-a)(x+b)^3, -9(x-a)^2(x+b)^4,$
 $(x-a)^3(x+b)^2$

3. 次ノ各組ノ式ヲ因數ニ分解シテ最大公約數ヲ求メヨ。

(a) $x^2+x, x^2-1, 3x^2+6x+3$

(b) $x^2+5x+6, x^2-x-6, x^2+x-2$

(c) $x^3+3a^2b+2ab^2, a^4+4a^3b+3a^2b^2$

(d) $3x^3+6x^2y+3xy^2, -2x^3+8x^2y+10xy^2$

29. 最小公倍數

一ツノ整式ガ二ツ以上ノ整式ノ倍數デ

アルトキハ、ソノ整式ヲソレラノ整式ノ公倍數トイヒ、公倍數ノ中デ次數ノ最小ナルモノヲ最小公倍數トイフ。

【例一】 ab^2cx^4 , $a^4bc^2x^3$, a^3bcx^2 ノ最小公倍數ヲ求メヨ。

解。 求メル式ハ與ヘラレタ各式デ整除セラレネバナラヌカラ、 a , b , c , x ナル因數ヲ悉ク含マネバナラヌ。而シテソノ各因數ノ指數ハソレゾレソノ各式ニ於ケル最高次ノモノデナケネバナラヌコトモ明デアル。

故ニ $a^4b^2c^2x^4$ ヲ求メル最小公倍數トスル。

ヨツテ單項式ノ最小公倍數ヲ求メル次ノ法則ヲ得ル。

與ヘラレタ各式ニ含マレルスベテノ文字因數ノ積ヲ作り、ソノ各因數ニソレゾレソノ與ヘラレタ式中ニ於ケル最大指數ヲ附セ。

[注意] 與ヘラレタ式ガ數係數ヲ有スルトキハ、ソノ絶對値ノ最小公倍數ヲ前置スルヲ通例トスル。

與ヘラレタ多項式ガ容易ニ因數ニ分解スルコトガ出來ルトキハ、コレラノ式ノ最小公倍數ハ亦上ト同様ニシテ求メルコトガ出來ル。

【例二】 $6x^3(a-x)$, $4ax(x^2-a^2)^2$, $5(x-a)^3$ ノ最小公倍數ヲ求メヨ。

解。 $6x^3(a-x) = -6x^3(x-a)$
 $4ax(x^2-a^2)^2 = 4ax(x-a)^2(x+a)^2$
 $5(x-a)^3$

故ニ求メル最小公倍數ハ

$$60ax^3(x-a)^3(x+a)^2$$

デアル。

問題 19.

1. 次ノ各組ノ式ノ最小公倍數ヲ求メヨ。

(a) x^3y , xy^2z , xyz^2

(b) $3a^3b^2c$, $-2a^2bd$, $6bc^2$

2. 次ノ各組ノ式ノ最小公倍數ヲ求メヨ。

(a) $(a-b)(b-c)$, $(b-c)(c-a)$, $(c-a)(a-b)$

(b) $2a^2(a+b)^2$, $3ab(a+b)(a-b)$, $b^2(a-b)^2$

(c) $7(x+y)^2(x-y)$, $3(x+y)(y-x)^2$, $6x^3(x-y)$

14
 28
 76
 38

3. 次ノ各組ノ式ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

(a) $4(x^3 - x^2y), 12(xy^2 + y^3), 8(x^3 + x^2y)$

(b) $x^2 - 3x + 2, x^2 - 5x + 6, x^2 - 4x + 3$

(c) $x^2 - 5x + 6, x^2 - 4, x^2 - x - 6$

30. 約分。通分。

分數式ノ分母子ニ公約數ガナイトキハ、
コノ分數式ヲ既約分數トイヒ、分數式ヲ既
約分數ニ直スコトヲ分數ヲ約分スル或ハ
單ニ約スルトイフ。

分數式ノ分母子ニ同數又ハ同式ヲ乘ズルモ、
或ハコレヲ同數、同式デ除スルモ、ソノ値ハ變ラ
ナイ。故ニ分數式ヲ既約分數ニ直スニハ分母
子ヲソノ最大公約數デ除スレバヨイ。

【例一】 $\frac{6a^2bc^3}{9abc^4}$ ヲ約分セヨ。

解。分母子ノ最大公約數ハ $3abc^3$ デアルカラ、コ
レデ分母子ヲ除スルトキハ $\frac{2a}{3c}$ トナル。コ
レガ即チ與ヘラレタ分數式ヲ約分シタ結果
デアル。

【例二】 $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}$ ヲ約分セヨ。

解。 $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)^2} = \frac{(x-2)}{(x-3)}$

故ニ分數式ヲ約分スルニハ、分母ト分子トヲ共
ニ因數ニ分解シ、双方ニアル同ジ因數ヲ消シ去ル
ノガ便利デアル。

數多ノ分數式ノ値ヲ變ゼズニコレヲソ
ソレゾレ同分母ヲ有スル分數式ニ直スコ
トヲ、ソノ諸分數式ヲ通分スルトイフ。

例ヘバ $\frac{c}{ab^2}, \frac{d}{a^2b}$ ヲ通分スルトキハ

$$\frac{ac}{a^2b^2}, \frac{bd}{a^2b^2} \text{ トナル。}$$

與ヘラレタ諸分數式ヲ通分スルニハ、ソノ諸
分母ノ最小公倍数ヲ求メ、コレヲ各分母デ除シ
テ、ソノ商ヲ各自ノ分母子ニ乘ズレバヨイ。

【例三】 $\frac{a}{x+a}, \frac{x}{a-x}, \frac{a^2}{x^2-a^2}$ ヲ通分セヨ。

解。 $x+a, a-x, x^2-a^2$ ノ最小公倍数ハ x^2-a^2 デ
アルカラ、コレヲ各分母デ除シ、ソノ商ヲソレ
ゾレ各分數ノ分母子ニ乘ズレバヨイ。即チ

$$\frac{a}{x+a} = \frac{a \times (x-a)}{(x+a)(x-a)} = \frac{a(x-a)}{x^2-a^2}$$

$$\frac{x}{a-x} = \frac{x \times \{-(x+a)\}}{(a-x)\{-(x+a)\}} = \frac{-x(x+a)}{x^2-a^2}$$

$$\frac{a^2}{x^2-a^2} = \frac{a^2}{x^2-a^2}$$

答 $\frac{a(x-a)}{x^2-a^2}, \frac{-x(x+a)}{x^2-a^2}, \frac{a^2}{x^2-a^2}$

問題 20.

1. 次ノ各式ヲ約分セヨ。

(a) $\frac{12a^4b^2x}{18a^2b^3y}$ (b) $\frac{8a^3bcx^2y^5}{12ab^2ca^3y^3z}$

(c) $\frac{7a^2 \times (-3xy) \times y^3z}{21a^2b \times x^2y^4z}$ (d) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

(e) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-6x+8}$ (f) $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-12}$

2. 次ノ諸分數式ヲ通分セヨ。

(a) $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{x}{y}$

(b) $\frac{x}{x+1}, \frac{1}{x-1}, \frac{2x}{x^2-1}$

(c) $\frac{1}{x^2-3x+2}, \frac{1}{x^2+x-6}, \frac{1}{x^2+2x-3}$

31. 分數式ノ加法減法

$$\left(\frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m}\right) \times m = \frac{a}{m} \times m + \frac{b}{m} \times m - \frac{c}{m} \times m$$

$$= a + b - c$$

デアルカラ,

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m} = \frac{a+b-c}{m}$$

故ニ

同分母ノ分數式ヲ加減スルニハ、分子ノミヲ加減シ、コレニ共通ノ分母ヲ附セヨ。分母ノ異ナル場合ニハ、マツコレヲ通分シテ、然ル後上ノ方法ヲ適用セヨ。

【例一】 $m - \frac{x}{y} = \frac{my}{y} - \frac{x}{y} = \frac{my-x}{y}$

【例二】 $\frac{c}{a-b} + \frac{d}{b-a} = \frac{c}{a-b} + \frac{-d}{a-b} = \frac{c-d}{a-b}$

【例三】 $\frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{a-b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

$$= \frac{2a(a-b)}{a^2-b^2} + \frac{2b(a+b)}{a^2-b^2} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{2a^2-2ab+2ab+2b^2-a^2-b^2}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

【例四】 $\frac{x^2+xy+y^2}{x+y} + \frac{x^2-xy+y^2}{x-y}$
 $= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x-y)} + \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)}$
 $= \frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} + \frac{x^3+y^3}{x^2-y^2} = \frac{x^3-y^3+x^3+y^3}{x^2-y^2}$
 $= \frac{2x^3}{x^2-y^2}$

問題 21.

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{8}{3x} + \frac{2}{5x} - \frac{3}{x}$

2. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

3. $a + \frac{c}{b}$

4. $1 + \frac{2c}{3b}$

5. $1 + \frac{a-x}{a+x}$

6. $1 - \frac{x+3}{x+5}$

7. $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}$

8. $\frac{a}{2a-2b} + \frac{b}{2b-2a}$

9. $2 - \frac{x^2-11x+18}{x^2-6x+8}$

10. $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

11. $\frac{2}{x} - \frac{3}{2x-1} - \frac{2x-3}{4x^2-1}$

12. $\frac{1}{1-x} + \frac{3}{1+x} - \frac{2x}{1-x^2}$

13. $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x}$

14. $\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{(a+b)^2} - \frac{1}{(a-b)^2}$

15. $\frac{1}{(x-a)(x-b)} + \frac{1}{(b-x)(c-x)} - \frac{1}{(x-a)(c-x)}$

32. 分數式ノ乘法除法。

ニツノ分數 $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ヲソレゾレ p, q トスレバ

$$a=bp, \quad c=dq$$

故ニ $ac=bp \times dq=bd \times pq$

隨テ $\frac{ac}{bd}=pq=\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

即チ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

同様ニシテ、一般ニ

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \times \dots = \frac{ace\dots}{bdf\dots}$$

デアルコトガワカル。

數多ノ分數式ノ積ヲ作ルニハ、ソレラノ分數式ノ分子ノ積ヲ分子トシ、分母ノ積ヲ分母トスル分數式ヲ作り、コレヲ約分セヨ。

【例一】 $\frac{2a^2}{3bc} \times \frac{5b^2c^3}{8a^3x} = \frac{10a^2b^2c^3}{24a^3bcx} = \frac{5bc^2}{12ax}$

【例二】 $\frac{4(x+y)^2}{xy^2(x-y)^3} \times \frac{x^2y(x-y)^2}{12(x+y)}$
 $= \frac{4x^2y(x+y)^2(x-y)^2}{12xy^2(x+y)(x-y)^3} = \frac{x(x+y)}{3y(x-y)}$

$$\begin{aligned} \text{【例三】} \quad & \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6} \times \frac{x^2-7x+12}{x^2-5x+4} \\ & = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x-3)} \times \frac{(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-4)} = 1 \end{aligned}$$

除法ハ乘法ノ逆算デ、

$$\frac{ad}{bc} \times \frac{c}{d} = \frac{adc}{bcd} = \frac{a}{b}$$

デアルカラ、

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

故ニ

一ツノ分數式ヲ他ノ分數式デ除スルニハ除式ノ分子子ヲ轉倒シテコレヲ被除式ニ乗ゼヨ。

$$\text{【例四】} \quad 1 \div \frac{a}{b} = 1 \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

【注意一】 或式デ1ヲ除シタ商ヲ原式ノ逆數トイフ。

$$\begin{aligned} \text{【例五】} \quad & \frac{(x+y)^2}{(a+b)^3} \div \frac{ax(x+y)}{(a+b)^2(a-b)} \\ & = \frac{(x+y)^2(a+b)^2(a-b)}{(a+b)^3ax(x+y)} = \frac{(a-b)(x+y)}{ax(a+b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例六】} \quad & \frac{a-b}{a+b} \div \left(1 - \frac{a-3b}{a+b}\right) \\ & = \frac{a-b}{a+b} \div \frac{4b}{a+b} = \frac{a-b}{4b} \end{aligned}$$

【注意二】 例四、例五、例六ニ於ケル與ヘラレタ式ヲソレゾレ次ノヤウニ記スコトガアル。

$$\frac{1}{\frac{a}{b}}, \quad \frac{\frac{(x+y)^2}{(a+b)^3}}{\frac{ax(x+y)}{(a+b)^2(a+b)}}, \quad \frac{\frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a-3b}{a+b}}$$

コノヤウニ分母子ノ一方若シクハ双方ガ分數式デアルトキハ、コレヲ繁分數式トイフ。

問題 22.

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{(x-y)^2}{x+y} \times \frac{y}{x(x-y)}$
2. $\frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \times \frac{x^2+y^2}{xy(x+y)}$
3. $\left(y - \frac{3}{5}y\right) \times \left(2x - \frac{1}{5}x\right)$
4. $\frac{x^2+2x}{x^2-9} \times \frac{x^2-3x}{x^2-4}$
5. $\frac{3bx}{4ay} \times \frac{b^2-x^2}{c^2-x^2} \times \frac{ac+ax}{b^2+bx} \times \frac{c-x}{b-x}$
6. $\frac{1-x^2}{1+a} \times \frac{1-a^2}{x+x^2} \times \left(1 + \frac{x}{1-x}\right)$
7. $(-1) \div \left(-\frac{3b}{5x}\right)$
8. $\frac{x-x^2}{(1+x)^2} \div \frac{x^2}{1-x^2}$
9. $\frac{3(x^2-xy)}{y(x+y)^2} \div \frac{6xy}{x^2-y^2}$
10. $1 \div \left(1 - \frac{x-y}{x+y}\right)$
11. $\left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$

$$12. \frac{x^2-4x+3}{x^2-5x+4} \div \frac{x^2-10x+21}{x^2-9x+20} \times \frac{x^2-7x}{x^2-5x}$$

33. 分數方程式ノ解法。

未知數ヲ含ム式ヲ分母トスル分數式ヲ有スル方程式ヲ分數方程式トイフ。

例ヘバ $\frac{6}{x+1}=2$, $\frac{x}{x-1}-1=\frac{3}{x^2-1}$ ノヤウデアアル。

分數方程式ニ對シテ、兩邊ノ整式ナルモノ或ハ分母ニ未知數ヲ含マナイモノヲ整方程式トイフ。

分數方程式ヲ解クニハ、分母ノ最小公倍數ヲソノ兩邊ニ乘ジテ得タ整方程式ヲ解ケ。而シテソノ根ノ中、與ヘラレタ式ノ分母ヲ零トスルモノハコレヲ採用シナイ。*

【例一】 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\frac{5}{x} = \frac{2}{x-3}$$

解。分母ノ最小公倍數ハ $x(x-3)$ デアル。コレ

ヲ兩邊ニ乘ズルトキハ、

$$\frac{5x(x-3)}{x} = \frac{2x(x-3)}{x-3}$$

即チ $5(x-3)=2x$

* コノ理論ハココニハ省略スル。

コレヲ解ケバ、

$$x=5$$

而シテ $x=5$ ハ與ヘラレタ分數式ノ分母 x 及ビ $x-3$ ヲ零トシナイ。故ニ 5 ハ求メル根デアアル。

驗算ハ生徒自ラセヨ。

【例二】 $\frac{x-2}{4x-5} = \frac{x-3}{4x-10}$ ヲ解ケ。

解。分母ノ最小公倍數 $(4x-5)(4x-10)$ ヲ兩邊ニ乘ズレバ、分母ハ拂ハレテ、

$$4x^2-10x-8x+20=4x^2-12x-5x+15$$

$$\text{故ニ} \quad -x=-5$$

$$\text{故ニ} \quad x=5$$

而シテ $x=5$ ハ與ヘラレタ方程式ノ分母 $4x-5$ 及ビ $4x-10$ ヲ零トシナイ。故ニ 5 ハ求メル根デアアル。

【例三】 $\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-1)(x-3)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

ヲ解ケ。

解。分母ノ最小公倍數 $(x-1)(x-2)(x-3)$ ヲ兩邊ニ乘ジ、分母ヲ拂フトキハ、

$$x-3+2(x-2)=x-1$$

コレヲ解イテ $x=3$

而シテ $x=3$ ハ與ヘラレタ方程式ノ分母ノ二ツヲ0トスル。故ニコレハ求メル根デハナイ。サレバコノ方程式ニハ根ハナイ。

【例四】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x+y = \frac{15}{8} & (1) \\ y-x = \frac{15}{8} & (1) \end{cases}$$

$$9x - \frac{3y+44}{7} = 100 \quad (2)$$

解。(1)カラ分母ヲ拂ツテ

$$8(x+y) = 15(y-x)$$

$$\text{即チ} \quad 23x - 7y = 0 \quad (3)$$

$$\text{又(2)カラ} \quad 21x - y = 248 \quad (4)$$

(3)ト(4)トヲ組合ハセテ $x=14, y=46$ ヲ得ル。

而シテコノ値ハ與ヘラレタ分數式ノ分母ヲ零トシナイカラ、求メル根デアル。

問題 23.

次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$1. \quad x - \frac{x^2+3}{x+2} = 1$$

$$2. \quad \frac{3x+1}{x-2} = \frac{3x-6}{x-1}$$

$$3. \quad \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{3}{x+5}$$

$$4. \quad \frac{6x+7}{9x+6} = \frac{5x-5}{12x+8} + \frac{1}{12}$$

$$5. \quad \frac{6x+13}{15} - \frac{3x+5}{5x-25} = \frac{2x}{5}$$

$$6. \quad \frac{x+3}{3x+2} = \frac{4x-1}{4x+1} - \frac{2x-1}{2+3x}$$

$$7. \quad \frac{x^2-x+1}{x-1} + \frac{x^2+x+1}{x+1} = 2x$$

$$8. \quad \frac{2x+1.5}{2x-1.125} = \frac{3x+1.25}{3x-2.25}$$

$$9. \quad \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-9}$$

$$10. \quad \frac{x-4}{y+4} = \frac{x-3}{y+7}, \quad \frac{x+2}{y-2} = \frac{x+5}{y-1}$$

$$11. \quad \begin{cases} \frac{13}{x+2y+3} + \frac{3}{4x-5y+6} = 0 \\ \frac{3}{6x-5y+4} = \frac{19}{3x+2y+1} \end{cases}$$

34. 分數方程式應用問題。

【例一】 甲乙二人ガ或仕事ヲ成スニ、乙ガマツ著手シ、3時間ノ後、甲ガコレニ加ツテ最初カラ6時間デ成シ了ヘタ。乙ノミデハ12時間デ成シ了

ヘルトスレバ,甲ノミデハ幾時間ヲ要スルカ。

解。 甲ノミデコノ仕事ヲ成ストキ, x 時間ヲ要スルトスレバ, 甲ハ一時間ニコノ仕事ノ $\frac{1}{x}$ ヲ成スコトニナル。 而シテ乙ハ一時間ニコノ仕事ノ $\frac{1}{12}$ ヲ成スカラ, 題意ニヨツテ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\frac{3}{12} + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{12}\right) = 1$$

即チ $\frac{3}{x} = \frac{1}{2}$

コレヲ解イテ $x=6$ 答 6時間。

【例二】 道程 120 哩ヲ急行列車ト通常列車トガ走ルニ要スル時間ノ比ハ 9 ト 14 デアル。 而シテ通常列車ノ停車時間ハ同ジ列車ガ 20 哩ヲ走ル時間ニ等シク, 又急行列車ノ停車時間ハソノ半ニ當ル。 又急行列車ノ速サハ通常列車ノ速サヨリ毎時 15 哩早イ。 コノ兩列車ノ速サ毎時各幾哩カ。

解。 急行列車ノ速サヲ毎時 x 哩, 通常列車ノ速サヲ毎時 y 哩トスレバ,

$$x - y = 15 \quad (1)$$

而シテ 120 哩ヲ走ルニ要スル時間ハ, 停車時

例 / $\frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{x} = 1$
 $\frac{1}{12} + \frac{3}{x} = 1$
 $12 + 3x = 12x$
 $3x = 12$
 $x = 4$

間ヲ合ハセテ, 通常列車ハ $\left(\frac{120}{y} + \frac{20}{y}\right)$ 時間即チ $\frac{140}{y}$ 時間デ, 急行列車ハ $\left(\frac{120}{x} + \frac{10}{y}\right)$ 時間デアルカラ,

$$\left(\frac{120}{x} + \frac{10}{y}\right) : \frac{140}{y} = 9 : 14 \quad (2)$$

コノ (2) ヲ簡單ニスレバ,

$$3y = 2x \quad (3)$$

故ニ (1) ト (3) トノ聯立方程式ヲ解イテ,

$$x = 45, \quad y = 30$$

答 急行列車 45 哩, 通常列車 30 哩。

問題 24.

- ① 1. 分母ト分子トノ差ガ 48 デアル或分數ヲ約分スレバ $\frac{2}{5}$ トナル。 コノ分數ヲ求メヨ。
- ② 2. 或分數ノ分子ニ 1 ヲ増シ, 分母カラ 1 ヲ減ズルトキハ, ソノ分數ノ値ハ $\frac{2}{3}$ トナリ, 又分母分子ノ差ヲ分子トシ, 分母分子ノ和ヲ分母トスルトキハ, ソノ値ハ $\frac{2}{5}$ トナル。 コノ分數ヲ求メヨ。
- ③ 3. 端艇デ水流ニ沿ウテ 1500 米ノ間ヲ上下スルニ 18 分カカツタ。 今 400 米漕ギ上ル時間ト 500

米漕ギ下ル時間トガ相等シイトスレバ、水流ノ速サハ幾ラカ。

- ④ 4. 或水夫ガ毎時2糶ヲ流レル河ヲ漕グノニ、1糶ヲ上ル時間ハ1糶ヲ下ル時間ノ5倍ヲ要スル。コノ水夫ハ靜水デハ毎時幾糶ヲ漕グカ。
- ⑤ 5. 或仕事ヲ三人デスレバ20時間ヲ要シ、コノ三人ガ仕事ヲスル速サノ割合ハ4:2:1デアル。コノ仕事ヲ各一人デスルニ要スル時間ヲ問フ。
6. 甲乙兩人協力シテ或時間デ完成スル事業ガアル。ソノ半分ヲ甲一人デスレバコノ時間ヨリ1時間早く仕上ゲ、乙一人デスレバソノ半分ヲ2時間後レテ仕上ゲル。兩人協力シテコノ事業ヲ完成スルニ要スル時間ヲ問フ。
7. 或距離ヲ行クノニ、ソノ行程ヲ毎時1糶ツツ増セバ現ニ費シタ時間ノ $\frac{4}{5}$ デ到着シ、若シ又行程ヲ毎時1糶ツツ減ズレバ現ニ費シタ時間ヨリ2.5時間多ク要スルトイフ。ソノ距離ヲ求メヨ。
- ⑥ 8. 靜水デ毎時2糶ヲ漕グ人ガ或河ヲ上下スルニ、6糶ヲ上ルニ要スル時間ハ10糶ヲ下ル時間ニ等シカッタトイフ。水流ノ速サハ毎時幾ラカ。

9. 或人砂糖若干斤ヲ6圓30錢デ買ツタガ、ソノ價1割下落スルトキハ同ジ金高デ尙2斤多ク買ヒ得ルトイフ。コノ砂糖1斤ノ價ヲ求メヨ。
- ⑦ 10. 或峠ノ東麓カラ頂上マデノ距離ハ西麓カラ頂上マデノ距離ニ比シテ6糶遠イ。而シテコノ峠ヲ東麓カラ越セバ6.5時間、西麓カラ越セバ6時間ヲ要スルトイフ。進行ノ速サヲ下リハ上リノ一倍半トシテ、東西兩地ノ距離ヲ計算セヨ。
- ⑧ 11. 甲乙二人デ或仕事ヲシタノニ10日ヲ要シタ。甲ノ仕事ノ速サヲ乙ノ1.5倍トスレバ乙一人デハコノ仕事ヲ幾日デ成シ遂ゲルコトガ出來ルカ。
12. 水桶ニ水ヲ充タサウトシテ甲乙二管ヲ開イタノニ、18分ノ後乙管ガ塞ガツタノデ、38分デ充タシタ。甲管ニヨル速サハ乙管ニ比シテ1.5倍デアルトスレバ、各一管ヲ用キテ桶ヲ充タスニハ幾分ヲ要スルカ。
13. 甲乙二人周圍500米ノ競走場ヲ廻ルニ、甲ガ11回廻ル間ニ乙ハ10回廻ルトイフ。甲一分間ノ速サヲ乙一分間ノ速サヨリ15米大デアルトシ

テ、兩人ノ速サヲ計算セヨ。

14. 甲乙二人 1080 米ノ往復競走ヲシタノニ、甲ハ復ニ 90 米ヲ走ツテ乙ニ出遇ヒ、結局乙ヨリモ 3 分早ク出發點ニ著イタ。兩人ノ速サハ各幾ラカ。

15. 甲乙二人ガ 500 米競走ヲシタノニ、乙ハ甲ヨリ 60 米先カラ走り出シタケレドモ、甲ハ乙ヨリ毎分 20 米速ク走ツタノデ、乙ニ勝ツコト 40 米デアツタトイフ。甲ト乙トノ速サヲ求メヨ。

第七章 二次方程式

35. 平方根。

或數ノ平方ガ a ニ等シイトキハ、ソノ數ヲ a ノ平方根トイヒ、 a ヲ知ツテソノ數ヲ求メルコトヲ平方ニ開クトイヒ、ソノ計算法ヲ開平法イトフ。

例ヘバ $7^2=49$ 及ビ $(-7)^2=49$ デアルカラ、7 及ビ -7 ハ共ニ 49 ノ平方根デアル。

コノヤウニ或正數 a ノ平方根ハ常ニ正負ニツアツテ、ソノ絶對値ハ相等シイ。而シテソノ正ナルモノヲアラハスニ \sqrt{a} ヲ用キル。例ヘバ 5 ノ平方根ノ中、正ナルモノハ $\sqrt{5}$ デ、負ナルモノハ $-\sqrt{5}$ デアル。同ジヤウニ

$$\sqrt{49}=7, \quad -\sqrt{49}=-7$$

$\sqrt{\quad}$ ヲ根號トイフ。

數ノ平方根ハソノ數ヲ因數ニ分解シテ容易ニ求メルコトガ出來ル。

【例】 144 ノ平方根ヲ求メヨ。

解。 $\sqrt{144} = \sqrt{3^2 \times 2^4} = 3 \times 2^2 = 12$

故ニ 144 ノ平方根ハ 12 ト -12 トデアアル。

コレヲ略シテ ± 12 トモ書ク。

36. 數ノ開平。

或數ノ平方根ヲ求メルニハ、マヅソノ最高位ヲ定メルコトヲ要スル。或數ノ最高位トソノ平方根ノ最高位トヲ比較スレバ次ノヤウデアアル。

原數ノ最高位	千百萬萬	十萬	千百	十一	十分分	千一分	十百萬分	千一萬億分
平方根ノ最高位	千	百	十	一	十分	百分	千分	一萬分

【例一】 1849 ノ平方ニ開ケ。

解。 マヅ求メル平方根ノ最高位ヲ定メルタメニ、18|49 ト一ノ位カラ左ヘ二桁毎ニ區切り、平方根ハ二位ノ數デ、ソノ最高位即チ十ノ位ノ數字ハ 4 デアルコトハ明デアアル。今一ノ位ノ數字ヲ x トスレバ、

$$1849 = (40 + x)^2 = 40^2 + 2 \times 40x + x^2$$

$$1849 - 40^2 = 80x + x^2$$

$$\text{故ニ} \quad 249 = 80x + x^2 \quad (1)$$

$$\text{或ハ} \quad \frac{249}{80} = x + \frac{x^2}{80}$$

コノ式ノ左邊ノ商ノ整數部ハ 3 デアル。故ニ x ハ 3 ヨリ大デアアルコトハ出來ヌ。故ニ x ヲ 3 ト推定シテ (1) ノ右邊ヲ計算スレバ、丁度 249 トナル。

故ニ求メル平方根ハ 43 デアルコトヲ知ル。コレヲ計算スルニ次ノヤウナ運算ヲ用キル。

$$\begin{array}{r} 43 \\ \underline{1849} \\ 16 \\ 249 \\ 249 \\ 0 \end{array}$$

上ノ運算ノ順序ヲ纏メレバ次ノ通りデアアル。

- (1) 1849 カラ 40 ノ平方ヲ引キ 249 ヲ得ル。
- (2) 249 ヲ 40×2 デ除シテ平方根ノ一ノ位ノ數ガ 3 デアルコトヲ推定スル。
- (3) $40 \times 2 + 3$ 即チ 83 ト 3 トノ積ヲ 249 カラ引クト餘ガナイ。

【例二】 390625 ヲ平方ニ開ケ。

解。 求メル平方根ハ三位ノ數デ、ソノ百ノ位ノ數ハ 6 デアル。故ニ 390625 ノ平方根ガ 600 ト x トノ和デアルトスレバ、 x ハ二桁ノ數デアアル。 x ノ十ノ位ノ數ヲ求メルニハ例一ノ一ノ位ノ數ヲ求メルヤウニスル。即チ

- (1) 390625 カラ 600^2 ヲ引キ 30625 ヲ得ル。
- (2) 30625 ヲ 600×2 デ除シ平方根ノ十ノ位ノ數ガ 2 デアルコトヲ推定スル。
- (3) $600 \times 2 + 20$ ト 20 トノ積ヲ 30625 カラ引ケバ 6225 トナル。

コノ 6225 ハ 390625 カラ 620^2 ヲ引イタ餘デアアル。 運算ハ次ノヤウニスル。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{和} \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 6 \end{array} \right\} \text{積} \rightarrow \\
 \downarrow \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 6 \end{array} \right\} \text{積} \rightarrow \\
 \hline
 122 \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right\} \text{積} \rightarrow \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 62 \\
 \hline
 390625 \\
 36 \\
 \hline
 306 \\
 244 \\
 \hline
 6225
 \end{array}
 \end{array}$$

次ニ平方根ノ一ノ位ノ數ヲ y トスレバ、390625 ノ平方根ハ 620 ト y トノ和デアアルカラ前ノ通りニシテ y ヲ求メルコトガ出來ル。

- (1) 前ノ運算デ 390625 カラ 620^2 ヲ引イタ餘ハ 6225 デアルコトヲ知ル。
- (2) 6225 ヲ 620×2 デ除シ平方根ノ一ノ位ノ數ガ 5 デアルコトヲ推定スル。
- (3) $620 \times 2 + 5$ ト 5 トノ積ヲ 6225 カラ引ケバ餘ガナイ。

故ニ求メル平方根ハ 625 デアルコトヲ知ル。 運算ハ次ノヤウニスル。 コノ運算ノ中デ 122 ニ 2 ヲ加ヘタルモノノ 10 倍ガ丁度 620×2 ニナルコトニ注意セヨ。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 6 \\
 6 \\
 \hline
 \text{和} \left\{ \begin{array}{l} 122 \\ 2 \end{array} \right\} \\
 \downarrow \left\{ \begin{array}{l} 122 \\ 2 \end{array} \right\} \\
 \hline
 620 \times 2 + 5 \dots\dots\dots 1245 \left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right\} \text{積} \rightarrow \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 625 \\
 \hline
 390625 \\
 36 \\
 \hline
 306 \\
 244 \\
 \hline
 6225 \\
 6225 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

【例三】 0.2809 ヲ平方ニ開ケ。

解。 0.2809 ト小數第一位カラ右ヘ二桁毎ニ區切り、平方根ハ小數第一位カラ始ルコトガワカル。

運算ハ前ト同様ニシテ次ノヤウニスル。

$$\begin{array}{r} 0.53 \\ 5 \overline{)0.2809} \\ \underline{5} \\ 103 \\ \underline{3} \\ 309 \\ \underline{309} \\ 0 \end{array}$$

答 0.53

【注意一】開キ切レヌ數ニ對シテハ、上ノ方法ヲ繰リ返シテ小數幾位マデデモ求メ得ルコトガ出來ル。

【注意二】開キ切レヌ平方根(例へバ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ノヤウナ數)ヲ無理數トイフ。コレラハ整數デナク、又分數デモナイ。

$$\sqrt{2} = 1.414\dots, \quad \sqrt{3} = 1.732\dots$$

無理數ニ對シテ、整數、分數(小數ヲ含ム)ヲ有理數トイフ。

【例四】 $\frac{729}{1225}$ ヲ平方ニ開ケ。

解。 $\sqrt{\frac{729}{1225}} = \frac{\sqrt{729}}{\sqrt{1225}} = \frac{27}{35}$ 答 $\frac{27}{35}$

【例五】 $\frac{2}{7}$ ヲ平方ニ開ケ。(平方根ノ小數第四位未滿四捨五入)

解。 $\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{2 \times 7}{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{14}}{7} = \frac{3.74165\dots}{7} = 0.53452\dots$

答 0.5345強

直角三角形ノ斜邊長サノ平方ハ直角邊ノ平方ノ和ニ等シ

問題 25.

1. 次ノ各數ノ平方根ヲ求メヨ。開キ切レヌモノハ平方根ノ小數第三位未滿ヲ四捨五入セヨ。

- (1) 289 (2) 11664 (3) 313600
 (4) 64915249 (5) 0.64 (6) 0.00654481
 (7) 1053 (8) $\frac{121}{196}$ (9) $\frac{7}{12}$

2. 大小二數ガアル、小ハ大ノ $\frac{2}{3}$ デ、兩數ノ積ハ4374デアアル。兩數ハ各幾ラカ。

3. 縦ト横トノ比ガ3:2デ、面積ガ109350平方糎デアアル矩形ノ地所ガアル。ソノ縦横ハ各幾ラカ。

4. 面積16020.5平方米ノ三角形ノ地所ガアリ、ソノ底邊ト高サトガ相等シイ。底邊ハ幾ラカ。

5. 每邊1尺ノ正方形ノ對角線ノ長サヲ1尺ト假定シテ目盛シタ尺ガアル。コノ尺デ測ルトキハ鯨尺1尺ハ幾尺カ。(厘位未滿切捨)

6. 地球ノ半徑ヲ r トスレバ、ソノ表面積ヲアラハス式ハ $4\pi r^2$ デ、 $\pi=3.1416$ デアアル。地球ノ表面積ヲ50865萬平方糎トシテソノ直徑ヲ算出セヨ。(100糎未滿四捨五入)

斜邊長サ $\sqrt{13}m$
 高サ $5m$
 底邊 $\sqrt{12}m$
 $5^2 + 12^2 = 13^2$
 $1 - \pi \times 25 = 199 = 169$

37. 一元二次方程式ノ解法。

【例一】 $4x^2=25$ ヲ解ケ。

解。 兩邊ヲ4デ除スレバ、

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

x ノ代リニ $+\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2}$ ヲ入レレバ、 $+\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2}$

ハ共ニコノ方程式ヲ満足スル。

故ニ $x = \pm \frac{5}{2}$

驗算ハスベテ生徒自ラセヨ。

【例二】 $\frac{x^2-24}{5} + \frac{x^2-37}{4} = 8$ ヲ解ケ。

解。 分母ヲ拂ツテ整頓スレバ、

$$9x^2 = 441$$

故ニ $x^2 = 49$

故ニ $x = \pm 7$

【例三】 $x^2-6x-7=0$ ヲ解ケ。

解。 -7 ヲ右邊ニ移シ、

$$x^2-6x=7$$

x ノ係數ノ半分(即チ3)ノ平方ヲ兩邊ニ加ヘ

$$x^2-6x+3^2=7+9$$

左邊ヲ平方ノ形ニスレバ、

$$(x-3)^2=16$$

故ニ $x-3 = \pm 4$

故ニ $x = 3 \pm 4$

即チ $x = 7$ 或ハ $x = -1$

例三ノ解法ハ二次方程式ノ一般的解法デアアル。

コノ解法ヲ一元二次方程式ノ一般ナル形

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a, b, c \text{ ハ任意ノ數ヲアラハシ、且 } a \text{ ハ } 0 \text{ ニ等シクナイトスル})$$

ニツイテ述ベルニ、

$$ax^2+bx = -c$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

即チ二根ハ $\frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $\frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ デアル。

コレガ一元二次方程式ノ根ノ公式デアアル。

一元二次方程式ハ又因數分解ニヨツテ簡單ニ解クコトガ出來ル場合ガアル。今上ノ例三ニツ

イテコレヲ示ス。

$$ax^2+bx+c=0 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x^2-6x-7=0 \quad x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36-4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=-7 \end{cases}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36+28}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{6 \pm 8}{2}$$

$$x = \frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7 \quad x = \frac{6-8}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

別解。視察ニヨツテ左邊ヲ因數ニ分解シ、

$$(x-7)(x+1)=0$$

二數ノ積ガ0デアルカラ、ソノイツレカ一ツノ因數ガ0デナケネバナラス。

$$\text{故ニ } x-7=0 \text{ 或ハ } x+1=0$$

$$\text{故ニ } x=7 \text{ 或ハ } x=-1$$

【例四】 $\frac{5}{x-1} = \frac{x+1}{4}$ ヲ解ケ。

解。分母ヲ拂ヘバ、

$$20 = x^2 - 1$$

$$\text{故ニ } x^2 = 21$$

$$x = \pm\sqrt{21}$$

而シテ x ノコノ二ツノ値ハイヅレモ與ヘラレタ方程式ノ分母ヲ0トシナイ。故ニコノ二ツノ値ハ共ニ求メル根デアル

【例五】 $\frac{x^2-3x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} + 2 = 0$ ヲ解ケ。

解。兩邊ニ x^2-1 ヲ乘ジ分母ヲ拂ヘバ、

$$x^2 - 3x + x + 1 + 2x^2 - 2 = 0$$

$$\text{即チ } 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$a=3, b=-2, c=-1$ トシテ公式ニ代入シテ

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6}$$

$$\text{故ニ } x=1 \text{ 或ハ } -\frac{1}{3}$$

而シテ $x=1$ ハ與ヘラレタ方程式ニ含マレル分數式ノ分母ヲ0トスルカラ、コノ方程式ノ根トシテ採用スルコトハ出来ナイ。

$$\text{故ニ求メル根ハ } -\frac{1}{3} \text{ ダケデアル。}$$

$$\text{【注意一】 } 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

ノ左邊ヲ因數ニ分解スレバ、

$$(3x+1)(x-1)=0$$

$$\text{故ニ } 3x+1=0 \text{ 或ハ } x-1=0$$

$$\text{隨テ } x = -\frac{1}{3} \text{ 或ハ } x=1$$

【例六】 $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ ヲ解ケ。

解。 $x^2 = y$ トスレバ、與ヘラレタ方程式ハ

$$y^2 - 10y + 9 = 0$$

$$\text{故ニ } y = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$\text{故ニ } y=9 \text{ 或ハ } y=1$$

$$\text{隨テ } x = \pm 3 \text{ 或ハ } x = \pm 1$$

$$\text{【注意二】 } y^2 - 10y + 9 = 0$$

ノ左邊ヲ因數ニ分解スレバ、

$$(y-9)(y-1)=0$$

$$\text{故ニ } y=9 \text{ 或ハ } y=1$$

[注意三] 例六ノヤウニ x ノ二次ト四次トノ項ノミヲ含ム方程式ヲ重二次方程式トイフ。

問題 26.

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $64x^2 - 25 = 0$
2. $2(x^2 - 7) + 3(x^2 - 11) = 33$
3. $(x - 15)(x + 15) = 400$
4. $\frac{3(x^2 - 11)}{5} - \frac{2(x^2 - 60)}{7} = 36$
5. $x^2 - 3x - 10 = 0$
6. $(x - 1)(x - 2) = 20$
7. $2x^2 + 5x - 18 = 0$
8. $3x^2 - 4x = 55$
9. $(2x + 1)(x + 2) = 3x^2 - 4$
10. $(3x - 5)(2x - 5) = (x + 3)(x - 1)$
11. $(x - 1)(x - 2) + (x - 2)(x - 4) = 2x - 5$
12. $\frac{1}{2(x - 1)} + \frac{3}{x^2 - 1} = \frac{1}{4}$
13. $\frac{x}{x - 1} = \frac{3}{2} + \frac{x - 1}{x}$
14. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
15. $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$

38. 一元二次方程式應用問題.

【例一】 或矩形ノ地所ノ縦ハ横ヨリ10米長ク、面積ハ1131平方米デアル。縦横各幾米デアルカ。

解。縦ヲ x 米トスレバ、横ハ $x - 10$ 米デ、ソノ面積ハ $x(x - 10)$ 平方米デアル。故ニ次ノ方程式ヲ得ル。

$$x(x - 10) = 1131$$

コレヲ解イテ $x = 39$ 或ハ $x = -29$

而シテ矩形ノ邊ノ長サヲアラハス數ハ正數デナケネバナラヌカラ、

$$x = 39 \quad \text{隨テ} \quad x - 10 = 29$$

答 縦39米, 横29米。

驗算ハスベテ生徒自ラセヨ。

【例二】 或仕事ヲスルノニ、甲乙兩人共同スレバ4時間デ仕上ゲ、甲一人デハ乙一人デスルヨリモ6時間早ク仕上ゲル。甲乙ガ別別ニコノ仕事ヲスレバ、各幾時間デ仕上ゲルカ。

解。乙ハコノ仕事ヲ仕上ゲルニ x 時間ヲ要スルトスレバ、甲ハ $x - 6$ 時間デ仕上ゲル。故ニ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4}$$

コレヲ解ケバ $x=12$ 又ハ $x=2$

而シテコノ二根ハイヅレモ方程式ヲ満足サ
セルケレドモ、 $x=2$ ハ問題ニ適セス。

故ニ乙ハ12時間、随テ甲ハ6時間デコノ仕事
ヲ仕上ゲル。

問題 27.

1. 或二數ノ和ハ63デ、ソノ積ハ972デア
ル。コノ二數ヲ求メヨ。
2. 或二ツノ正ノ分數ノ和ハ $\frac{5}{6}$ デソノ差ハソ
ノ積ニ等シイ。コノ二ツノ分數ヲ求メヨ。
3. 或數トソノ逆數トノ和ハ $\frac{13}{6}$ デア
ル。コノ數ヲ求メヨ。
4. 或立方體ノ縦、横、高サヲ各3
種ツツ増ストキハ、ソノ體積ハ元ノ體積ヨリモ4167立方
寸ダケ増ス。元ノ立方體ノ高サヲ求メヨ。
5. 或正方形ノ二ツノ地所ノ一
邊ノ差ガ2間デア
ル。コノ兩地所ニ共ニ方1尺ノ石ヲ敷ク
トキハ、敷石合計2120枚ヲ要スル。コノ兩地所ノ一

邊ノ長サハ各幾ラカ。

6. 姉妹二人デ冬物一通リノ仕立ヲシタ
ノニ、姉ガ中途デ5日間休ンダノデ、15日
カカッタ。而シテ姉妹各一人デスレバ、
姉ハ妹ヨリ10日速ク出來ルトイフ。妹
一人デスレバ幾日ヲ要スルカ。

7. 或學校ノ生徒ノ一組ガ上流20
軒ノ地方ニ遠足ヲシ、往ニハ堤ニ沿
ウテ歩ミ、目的ノ地ニ達シテ2.5
時間遊ンダ後、復ニハ河舟ニ乗ツテ
歸ツタノデ、出發カラ歸リ著クマ
デニ9.5時間ヲ費シタトイフ。河
舟ノ速サヲ徒歩ノ速サニ比シテ毎
時6軒早イトスレバ、河舟ノ速サハ
幾ラカ。

8. 酒840立ヲ入レタ桶カラ若干
量ヲ汲ミ出シテコレヲ水デ補ヒ、更
ニ又前ト同量ダケ汲ミ出シテ水デ
補ツタノニ、桶ニアルハ僅ニ6割
4分ノ酒ヲ含ムモノトナツタ。毎
次汲ミ出シタ量ヲ求メヨ。

9. 144圓ヲ若干人ニ等分スルニ、
人數ヲ今ヨリ4人増セバ一人ノ所
得ハ3圓ヲ減ズルトイフ。人數ヲ
問フ。

10. 或水桶ニ水ヲ滿タスニ、甲管
ヲ用キレバ乙

管ヲ用キルヨリモ2時間早ク滿タシ、又兩管ヲ同時ニ併セ用キルトキハ2時55分デ滿タス。兩管ヲ別別ニ用キルトキハ各幾時間デ滿タスカ。

11. 甲乙兩艦同時ニ同港ヲ發シテ、900海里ヲ隔ツタ某港ニ航シタノニ、甲ハ乙ヨリ10時間前ニ到著シタ。但シ甲ノ速サハ乙ノヨリ毎時1海里速イ。コノ兩艦ノ速サハ各幾ラカ。

12. 或人36秆ノ道ヲ行クニ、12秆ヲ行ツタ後、速サヲ毎時4秆増セバ豫定ノ時間ヨリ1時間早ク達スルトイフ。豫定ノ時間ヲ求メヨ。

13. 或人宅地若干平方米ヲ毎月30圓ノ借地料デ借入レ、ソノ中200平方米ダゲヲ自ラ使用シ、残りヲ毎月一平方米ニツキ2錢ノ利ヲ得テ他ニ又貸シタ。ソレデ全部ノ借地料ヲ拂ツテモ毎月10圓ヲ餘ストイフ。借入レタ宅地ノ廣サハ幾ラカ。

14. 或人8300圓デ株券若干枚ヲ買ヒ、ソノ後相場ガ一株ニツキ8.3圓ダケ上ツタトキ、10株ダケ殘シテ、ソノ餘ヲ賣ツテ8217圓ヲ得タ。買入レタ株數ヲ問フ。

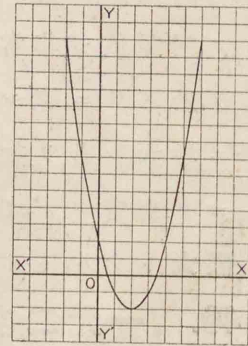
39. 二次ノ代數式ノぐらふ。

【例一】 x^2-4x+2 ノぐらふヲ描ケ。

解。 $y=x^2-4x+2$ ト置キ、 x ニ種種ノ値ヲ與ヘ、コレニ對應スル y ノ値ヲ求メルトキハ、

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	14	7	2	-1	-2	-1	2	7	14

デアルカラ、 x 及ビ y ノ相對應スル値ヲ坐標トスル點ヲ記シ、コレヲ連結スルトキハ右ノ圖ノヤウナぐらふヲ得ル。



[注意一] 右ノ圖ノヤウナ曲線ヲ拋物線トイフ。

【例二】 $\frac{20}{x}$ ノぐらふヲ描ケ。

解。 $y=\frac{20}{x}$ ト置キ、 x ニ種種ノ値ヲ與ヘ、コレニ對應スル y ノ値ヲ求メルトキハ

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-4	-5	$-\frac{20}{3}$	-10	-20		20	10	$\frac{20}{3}$	5	4

デアルカラ、次ノヤウナぐらふヲ得ル。

[注意二] 右ノ圖ノヤウ
ナ曲線ヲ双曲線トイフ。

[注意三] 例二ニ述ベタ
ヤウニ $\frac{20}{x}$ ノ分母 x ガ變數
デソノ絶對値ガ次第ニ減

小スルトキハ、コノ分數ノ
絶對値ハ次第ニ増大シ、 x

(コノぐらふハ一覽ヲ2トシタ
モノデアル)

リ、殆ド0ニ等シクナレバ分數ノ對絶對値ハ非常
ニ増大シ計リ知ルヲ得ナイ大ナル數トナル。

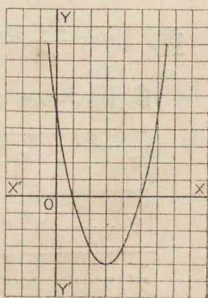
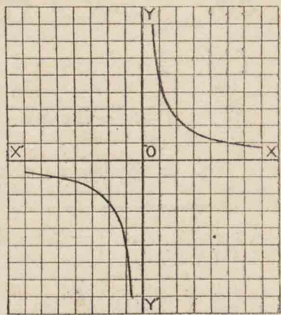
コノ事實ヲ $x=0$ ナラシメレバ $\frac{20}{x}$ ノ絶對値ハ無
限大トナルトイヒ、 ∞ ヲ無限大ノ符號ニ用キル。

40. 一元二次方程式ノ圖解。

【例】 次ノ方程式ヲぐらふヲ描イテ解ケ。

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

解。 $x^2 - 6x + 5$ ノ値ノぐらふハ
圖ノヤウデアル。 故ニ與ヘ
ラレタ方程式ノ根ハ、コノぐ
らふトX軸トノ交點即チ1
及ビ5デアルコトガワカル。



41. 二元二次方程式ノぐらふ。

【例一】 $x^2 + y^2 = 25$ ノぐらふヲ描ケ。

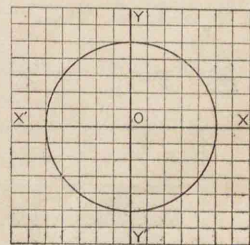
解。 與ヘラレタ方程式カラ

$$y = \pm\sqrt{25 - x^2}$$

ヲ得ル。 x ニ相連續スル種種ノ値ヲ與ヘレバ、
コレニ伴ツテ y ノ値ハ決定セラレル。 即チ

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	0	± 3	± 4	± 4.6	± 4.9	± 5	± 4.9	± 4.6	± 4	± 3	0

即チ x ノ一ツノ値ニ對シ
 y ノ二ツノ値ガ對應スル。
故ニ與ヘラレタ方程式ノ
ぐらふハ右ノヤウデアル。



[注意一] $x = -5$ ヨリ小ナ

ルカ又ハ5ヨリ大ナル値ヲ與ヘルトキハ $25 - x^2$
ガ負數ニナルカラソノ平方根ハナイ。

[注意二] 上ノ圖ハ原點ヲ中心トスル圓周
デアル。 一般ニ二次ノ項ガ單ニ $x^2 + y^2$ ノミヨリ
成ル方程式ノぐらふハ圓周デアル。

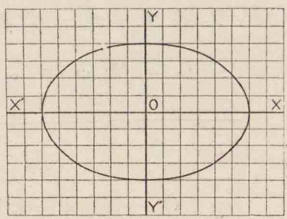
【例二】 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ノぐらふヲ描ケ。

解. $y = \pm \sqrt{4 - \frac{4}{9}x^2}$ カラ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0	± 1.5	± 1.8	± 2	± 1.8	± 1.5	0

故ニコノ方程式ノぐら
ふハ右ノヤウデア
ル。

[注意三] コノ曲線ハ一
ツノ楕圓デア
ル。



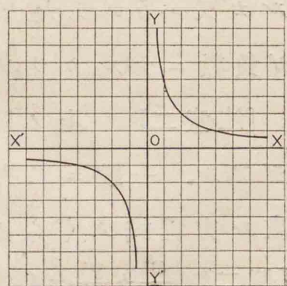
【例三】 $xy=4$ ノぐらふヲ
描ケ。

(コノぐらふハ二部ヲ1トシタ
モノデア
ル)

解. $y = \frac{4}{x}$ カラ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	$\pm \infty$	4	2	$\frac{4}{3}$	1	...

故ニコノ方程式ノぐ
らふハ右ノ圖ノヤウ
デア
ル。(双曲線)

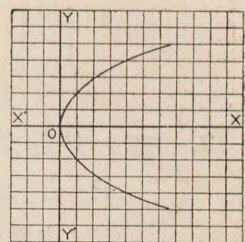


【例四】 $y^2=4x$ ノぐらふ
ヲ描ケ。

解. $y = \pm 2\sqrt{x}$ カラ

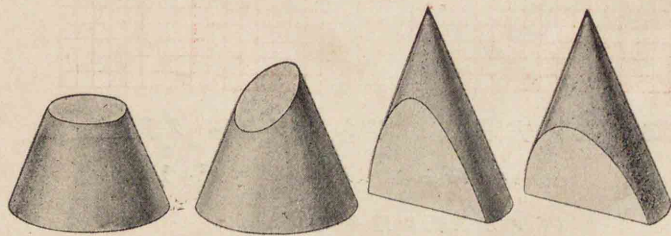
x	0	1	2	3	4	5	6	...
y	0	± 2	± 2.8	± 3.5	± 4	± 4.5	± 4.9	...

故ニコノ方程式ノぐら
ふハ右ノ圖ノヤウデア
ル。(拋物線)



x, y = 關スル二次方程式
ノアラハス曲線ハ以上四種

(圓,楕圓,双曲線,拋物線)ニ限リ,コレヲ二次曲線又ハ
圓錐曲線トイフ。圓錐ヲ平面デ切ツタトキノ切
リ口ノ周ハコレラノ曲線ノイヅレカデア
ル。

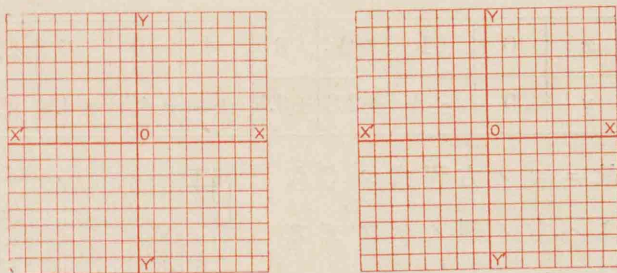


問題 28.

1. 次ノ方程式ノぐらふヲ描ケ。

$$y = x^2 - 3x + 2 \qquad y = x + \frac{1}{x}$$

(次ノ方眼紙ヲ用キヨ)

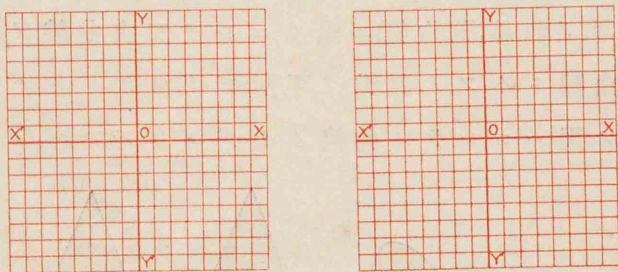


2. 次ノ方程式ノぐらふヲ描ケ。

$$x^2 + y^2 = 49$$

$$xy = 10$$

(下ノ方眼紙ヲ用キヨ)

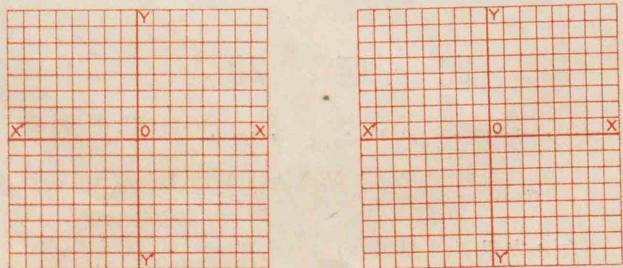


3. 次ノ方程式ヲぐらふヲ描イテ解ケ。

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - 1 = x + 1$$

(下ノ方眼紙ヲ用キヨ)



42. 二元聯立二次方程式ノ解法。

【例一】
$$\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ x^2 + 3xy - y^2 - 3y = 4 & (2) \end{cases}$$

ヲ解ケ。

解. (1) カラ
$$y = 2x - 1 \quad (3)$$

ヲ得ル。コレヲ(2)ニ代入スレバ

$$x^2 + 3x(2x - 1) - (2x - 1)^2 - 3(2x - 1) = 4$$

括弧ヲ解イテ、コレヲ簡約スレバ

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

コレヲ解イテ $x = 2$ 或ハ $x = -\frac{1}{3}$ ヲ得ル。

ヨツテ $x = 2$ トスレバ、(3)カラ $y = 3$

及ビ $x = -\frac{1}{3}$ トスレバ、 $y = -\frac{5}{3}$

故ニ求メル根ハ $x = 2, y = 3$ 及ビ $x = -\frac{1}{3},$

$y = -\frac{5}{3}$ ノ二組デアル。

【例二】
$$\begin{cases} 3xy - x - y + 3 = 0 & (1) \\ xy - 5x - 5y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

ヲ解ケ。

解. 二次ノ項ヲ消去シテ一次方程式ヲ作ルタ

メニ、(2)ニ3ヲ乗ジテ(1)カラ減ズレバ

$$14x+14y=0$$

即チ $x+y=0$ (3)

(3)ト(1)トヲ組合ハセテ例一ノヤウニシテ解クトキハ次ノ二組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$$

43. 二元聯立二次方程式ノ圖解。

【例一】次ノ聯立方程式ヲぐらふヲ描イテ解ケ。

$$\begin{cases} x^2+y^2=25 & (1) \\ 3x=4y & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=25 & (1) \\ 3x=4y & (2) \end{cases}$$

解。與ヘラレタ兩方程式ノぐらふヲ描ケバ、(1)

ハ原点ヲ中心トスル一

ツノ圓周デ、(2)ハ原点ヲ

過ギル一ツノ直線デア

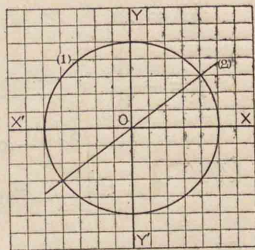
ル。而シテコノ圓周ト

直線トノ交點ノ坐標ハ

コノ兩方程式ヲ満足ス

ルカラ、求メル根ハコノ交點ノ坐標デアル。

而シテコノ交點ハ(4, 3)及ビ(-4, -3)ノ二點



デアルカラ、求メル根ハ次ノヤウデアル。

$$\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases}$$

【例二】次ノ聯立方程式ヲぐらふヲ描イテ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 5 & (1) \\ xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 5 & (1) \\ xy = 12 & (2) \end{cases}$$

解。與ヘラレタ兩方程式ノぐらふヲ描ケバ、(1)

ハ頁111例二ト同様ニシ

テ縦ニ長イ橢圓ヲ得ル。

又(2)ハ頁112例三ノヤウ

ナ雙曲線ヲ得ル。而シ

テコノ橢圓ト雙曲線ト

ノ交點ノ坐標ハ與ヘラ

レタ兩方程式ヲ満足ス

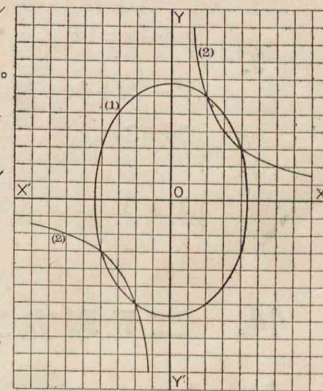
ルカラ、求メル根ハコノ

交點ノ坐標デアル。而シテコノ交點ハ(4, 3),

(2, 6), (-2, -6) 及ビ (-4, -3) ノ四點デアル

カラ、求メル根ハ次ノヤウデアル。

$$\begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-2 \\ y=-6 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases}$$



問題 29.

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

又 1, 2 ヲぐらふヲ描イテ解イテ見ヨ。

$$1. \begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x+2y=7 \\ 2x^2-y^2=14 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x-y=1 \\ x^2-xy+y^2=21 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x+4y=14 \\ y^2-2y+4x=11 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} xy+2=9y \\ xy+2=x \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x=3y \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ \frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}=\frac{7}{12} \end{cases}$$

44. 二元聯立二次方程式應用問題.

【例一】 或二數ノ平方ノ差ハ12デ、ソノ差ハソノ和ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シイ。二數ハ各ドウカ。

解. 二ツノ數ヲソレゾレ x 及ビ y トスレバ次ノ一組ノ方程式ヲ得ル。

$$x^2-y^2=12 \quad (1)$$

$$x-y=\frac{1}{3}(x+y) \quad (2)$$

(2) ヲ整頓スレバ

$$2x-4y=0$$

或ハ $x-2y=0 \quad (3)$

(1) ト (3) トヲ組合ハセテ解クトキハ、次ノ二組ノ根ヲ得ル。

$$\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$$

答 4 ト 2 或ハ -4 ト -2

【例二】 或矩形ノ各邊ヲイヅレモ1米ヅツ増セバ、面積48平方米トナリ、1米ヅツ減ズレバ24平方米トナル。二邊ノ長サハ各幾ラカ。

解. 二邊ノ長サヲ x 米及ビ y 米トスレバ、次ノ一組ノ方程式ヲ得ル。

$$(x+1)(y+1)=48$$

$$(x-1)(y-1)=24$$

括弧ヲ解ケバ

$$xy+(x+y)=47 \quad (1)$$

$$xy-(x+y)=23 \quad (2)$$

xy 及ビ $(x+y)$ ヲ未知數ト考ヘテコノ聯立方程式ヲ解ケバ、

$$x+y=12, \quad xy=35$$

故ニコノ聯立方程式ヲ解イテ,

$$\begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases} \quad \text{及ビ} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=5 \end{cases}$$

ヲ得ル。而シテイヅレノ組合ハセヲ取ツテモ,結果ハ同ジデアル。 答 5米, 7米。

[注意] (1), (2)ノ聯立方程式ハ第42節例二ノヤウニシテ解クコトガ出來ルノハ勿論デアル。

問題 30.

1. 或二數ノ積ハ12デ,ソノ和ハソノ差ノ二倍ニ等シイ。二數ハ各幾ラカ。
2. 甲乙二箇ノ正方形ガアリ,ソノ周ハ甲ハ乙ヨリ12米長ク,甲ノ面積ノ3倍ハ乙ノ面積ノ5倍ヨリ67平方米大デアル。各邊ノ長サヲ求メヨ。
3. 或矩形ノ地所ノ縦ヲ2米縮メ,横ヲ4米延シテモ,ソノ面積ハ變ラヌ。又縦横各4米ヅツ縮メルトキハ,ソノ面積ハ原ノ面積ノ $\frac{1}{3}$ トナル。コノ地所ノ縦横ハ各幾米カ。
4. 長椅子若干脚ヲ備ヘタ奏樂室ニ800人ノ

聽衆ヲ收容シヨウトスルノニ,同様ノ長椅子20脚ヲ増セバ,一脚ニ著席スル人數ハ豫定ヨリモ2人ヲ減ズルトイフ。豫メ備ヘツケタ椅子ノ數及ビ一脚ニ著席スル豫定人員ヲ問フ。

5. 柿165箇ヲ子供若干人ニ等分スルノニ,人數ヲ一人減ズレバ,一人ニ一箇ヅツ多ク與ヘテモ尙5箇餘ルトイフ。子供ノ數ヲ求メヨ。

6. 毎日職工12人ヅツ使役スレバ6日間ニ成ル工事ガアル。或人職工若干人ヲ雇ツテコノ仕事ヲ成就セシメタノニ,毎日ノ工賃支拂額20圓ニ當リ,職工ハ每人賃金22.5圓ヲ得タ。コノ人ノ使役シタ職工ノ數ト一人一日ノ賃金トヲ求メヨ。

7. 面積ノ相等シイ矩形ト正方形トガアリ,ソノ正方形ノ一邊ハ矩形ノ長邊ヨリ6糎短ク,矩形ノ短邊ヲ1糎増シ,長邊ヲ2糎減ジテモ,面積ハ變ラヌ。矩形ノ二邊ノ長サハ各幾ラカ。

8. 1000圓ヲ甲乙二口ニ分チ,甲ニハ乙ヨリ1分ダケ高イ利率デ貸シ,甲カラハ28圓,乙カラハ36圓ノ利息ヲ得タ。甲乙各口ノ金高及ビ利率ヲ求メヨ。

9. 直角三角形ノ直角ノ二邊ヲ a, b トシ、斜邊ヲ c トスレバ $c^2 = a^2 + b^2$ ナル關係ガアル (幾何學びたごらすノ定理)。今斜邊ノ長サガ 5 米デ、他ノ二邊ノ和ガ 7 米デアルトキハ、コノ三角形ノ面積ハ幾ラカ。

10. 床ノ面積 48 平方米ナル一室ノ一方ノ壁ノ面積ハ 24 平方米デ、コレニ隣ル壁ノ面積ハ 32 平方米デアアル。コノ室ノ幅、長サ及ビ高サハ各幾ラカ。

ココヲ二年解

第八章 比及ビ比例

45. 比。

a ノ b ニ對スル比トイフノハ a ハ b ノ幾倍デアアルカ又ハ a ハ b ノ幾分ノ幾ツデアアルカトイフ關係デアアル。

コノ關係ハ a ヲ b デ除シタ商ニヨツテ定ル。コノ商ヲ a ノ b ニ對スル比ノ値或ハ單ニ略シテ比トイフ。

a ノ b ニ對スル比ヲ $\frac{a}{b}$ 又ハ $a:b$ ト記シ、 a ヲ比ノ前項、 b ヲ後項トイフ。

或比トソノ兩項ヲ交換シテ出來タ比トヲ互ニ反比又ハ逆比デアアルトイフ。例ヘバ $b:a$ ハ $a:b$ ノ反比デアアル。($b:a$ ニ對シ $a:b$ ヲ a ノ b ニ對スル正比トイフコトガアル)。

數多ノ比ノ前項ノ積ヲ前項トシ、後項ノ積ヲ後項トシタ比ヲ、ソレヲノ比ノ複比トイフ。例ヘバ $abc: def$ ハ $a:d, b:e, c:f$ ナル三ツノ比ノ複比デアアル。

相等シイ二ツノ比ノ複比ヲソノ比ノ二乗比トイヒ、相等シイ三ツノ比ノ複比ヲソノ比ノ三乗比トイフ。故ニ $a^2:b^2$ ハ $a:b$ ノ二乗比デ、 $a^3:b^3$ ハ $a:b$ ノ三乗比デアル。

比ノ兩項ニ同一ノ數ヲ乗ジテモ或ハ同一ノ數ヲ除シテモ、ソノ比ノ値ハ變ラヌ。隨テソノ比モ變ラヌ。即チ

$$a:b=ma:mb=\frac{1}{m}a:\frac{1}{m}b$$

46. 量ノ比。

或量 A ガソレト同種ノ量 B ノ n 倍デアルトキハ n ヲ B ヲ單位トシタトキノ A ノ數値トイフ。即チ A:B ノ値ガ B ヲ單位トシタトキノ A ノ數値デアル。

二ツノ量ノ比ハ同ジ單位ニ對スルソノ二ツノ量ノ數値ノ比ニ等シイ。

證明。二ツノ量 A, B ヲ同ジ單位 U デ測ツテ得タ數値ヲソレゾレ a, b トスレバ、

$$A=aU, \quad B=bU$$

$$\text{故ニ} \quad U=\frac{1}{b}B$$

$$\text{故ニ} \quad A=\frac{a}{b}B$$

$$\text{隨テ} \quad \frac{A}{B}=\frac{a}{b}$$

コノ定理ニヨツテ、數ノ比ニ關スル諸定理ハ、量ノ意義ニ牴觸シナイ限リ量ノ比ニ適用スルコトガ出來ル。

47. 比例

a ノ b ニ對スル比ガ c ノ d ニ對スル比ニ等シイトキハコレヲ四ツノ數ハ比例ヲナストイフ。

a, b, c, d ガ比例ヲナストキハ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{又ハ} \quad a:b=c:d$$

ト記シ、コノヤウナ式ヲ比例式トイヒ、 a ト d トヲソノ外項、 b ト c トヲソノ内項トイフ。

a, b, c ガ比例ヲナストキハ

$$a:b=b:c$$

ナルコトデ、コノ場合ニ a, b, c ガ連比例ヲナストモイヒ、 b ヲ a, c ノ比例中項トイフ。

a, b, c, d が比例ヲナストキハ、

$$ad = bc$$

何トナレバ a, b, c, d が比例ヲナストキハ、

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

コノ兩邊 $= bd$ ヲ乘ズレバ、

$$ad = bc$$

a, b, c, d が比例ヲナストキハ、

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad \text{及} \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

何トナレバ a, b, c, d が比例ヲナストキハ、

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

兩邊 $= 1$ ヲ加へ或ハ減ズレバ、

$$\frac{a}{b} \pm 1 = \frac{c}{d} \pm 1$$

即チ $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ 又ハ $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

隨テコノ得タ兩式ヲ邊邊相除スレバ、

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots\dots\dots$ ナルトキハ、コノ各ノ

比ハ $\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$ ニ等シイ。(加比ノ理)

何トナレバ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots\dots\dots = k$ トスレバ、

$$a = bk, \quad c = dk, \quad e = fk, \quad \dots\dots, \quad \dots\dots$$

故ニ $a+c+e+\dots\dots = (b+d+f+\dots\dots)k$

隨テ $k = \frac{a+c+e+\dots\dots}{b+d+f+\dots\dots}$

即チ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots\dots = \frac{a+c+e+\dots\dots}{b+d+f+\dots\dots}$

48. 應用。

【例一】 $8+x:3+x=2:1$ カラ x ヲ求メヨ。

解。 $8+x:3+x=2:1$

内項ノ積ト外項ノ積トヲ等シイト置キ、

$$8+x=2(3+x)$$

コレヲ解ケバ

$$x=2 \quad \text{答 } \underline{2}$$

【例二】 二ツノ數ノ比ガ $5:3$ ナルトキ、ソノ和ト差トノ比ヲ求メヨ。

解。 二ツノ數ヲ x 及ビ y トスルトキハ、

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$$

故ニ $\frac{x+y}{x-y} = \frac{5+3}{5-3} = \frac{4}{1}$ 答 $\underline{4:1}$

【例三】* 60ヲ4ト5ト6トノ比ニ分テ。

解。求メル三ツノ數ヲ x, y, z トスレバ、

$$x+y+z=60 \quad (1)$$

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \quad (2)$$

デアル。而シテ(2)カラ

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{4+5+6}$$

$$\text{故} = \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{60}{15} = 4$$

$$\text{故} = x=16, y=20, z=24 \quad \text{答} \quad \underline{16, 20, 24}$$

【例四】* 1封^{四入}57錢ノ菓子ト1封36錢ノ菓子ト
ヲ各若干封賣ツタノニ、ソノ價ハ平均1封48錢ニ
當ル。兩種ノ菓子ノ量ノ比ヲ求メヨ。

解。57錢ノ菓子 x 封ト36錢ノ菓子 y 封トヲ賣
ツタトスレバ、ソノ價ハ合ハセテ $(57x+36y)$ 錢
デ、コレハ $48(x+y)$ 錢ニ等シイカラ

$$57x+36y=48(x+y)$$

$$\text{即チ} \quad 9x=12y$$

$$\text{故} = \frac{x}{y} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad \text{答} \quad \underline{4:3}$$

*生徒ハ例三、例四ヲ算術ニヨツテ解イテミヨ。

問題 31.

1. 次ノ式カラ x ト y トノ比ヲ求メヨ。

$$(a) \quad 7(5x-y)=5(2x+3y)$$

$$(b) \quad \frac{6x-y}{4x-y} = \frac{y+x}{y-x}$$

2. $a:b=b:c$ ナルトキ、次ノ式ヲ證セヨ。

$$a+b:b+c=a:b$$

3. $a:b=c:d$ ナルトキ次ノ式ヲ證セヨ。

$$5a+2b:b=5c+2d:d$$

4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ナルトキハ、コノ各ノ比ハ

$$\frac{2a-3c+5e}{2b-3d+5f} = \text{等シイコトヲ證セヨ。}$$

5. 9, 12, 21, 33 ナル四ツノ數ガアル。各數カ
ラ如何ナル同一ノ數ヲ減ズレバ、残りノ四數ハ比
例ヲナスカ。

6. 或二數ノ和ト差トノ比ガ7:3ナルトキハ、
コノ二ツノ數ノ比ハドウカ。

7. 長サ280 糎アル紐ヲ二ツニ切ツテ、ソノ長
イ方ガ短イ方ニ對スル比ヲ3:1ニ等シクシヨウ
トスル。二ツノ部分ノ長サハ各幾ラトナルカ。

8. 一家ノ諸費用ノ支出割合ヲ定メテ食費ヲ5,住宅費,衣服費,貯金ヲ各2,諸雜費ヲ3トシタ。

コノ割合デ一个月ノ收入150圓ニツイテ各費目ノ豫算ヲ立テルトキハ,各幾ラトナルカ。但シ割當高ハ10錢未滿ヲ切り捨テ,コレニヨツテ生ジタ餘ハ貯金ニ加ヘ入レルモノトスル。

9. 甲ハ1500圓ヲ4月間,乙ハ4000圓ヲ2月間,丙ハ3000圓ヲ3月間,出資シテ商業ヲ營ミ,利益289圓11錢ヲ得タ。コレヲ出資ノ金額ト期間トニ應ジテ分配スレバ,各幾ラヲ得ルカ。

10. 二十二金ノ金塊ト十六金ノ金塊トヲ熔シ合ハセテ十八金ノ金塊36瓦ヲ得ヨウトスルニハ各幾瓦ヅツ用キレバヨイカ。

11. 水1,酒精9ノ比ニ混合シタ液ニ水4立ヲ加ヘルトキハ,水1,酒精6ノ比トナルトイフ。初メノ水及ビ酒精ノ量ヲ問フ。

12. 或人自轉車ニ乘リ,毎時12秆ヲ行キ,若干時間ノ後,毎時8秆ノ速サノ人力車ニ乗ツテ78秆ノ距離ヲ8時間ニ到着シタ。人力車ニ乗ツタ道程ヲ問フ。

13. 目方デ2%ノ鹽分ヲ含ム海水カラ水ヲ幾ラ蒸發サセレバ,目方デ18%ノ鹽分ヲ含ムモノトナルカ。

49. 正比例。

二ツノ量A, Bガ相關聯シテ變動シ,ソノ數値a, bガ常ニ

$$\frac{a}{b} = k \quad \text{即チ} \quad a = bk \quad \left(\begin{array}{l} k \text{ハ或} \\ \text{一定數} \end{array} \right)$$

ナル關係ヲ保ツトキハ, AトBトハ互ニ比例スル或ハ正比例スルトイフ。

例ヘバ一時間20哩ノ速サデ走ル汽車ノ走ツタ哩數トソノ時間數トノ間ニハ,次ノ關係ガアル。

哩數	20	40	60	80	100	120	140
時間數	1	2	3	4	5	6	7

$$\text{即チ} \quad \frac{20}{1} = \frac{40}{2} = \frac{60}{3} = \frac{80}{4} = \frac{100}{5} = \frac{120}{6} = \frac{140}{7} = \dots\dots$$

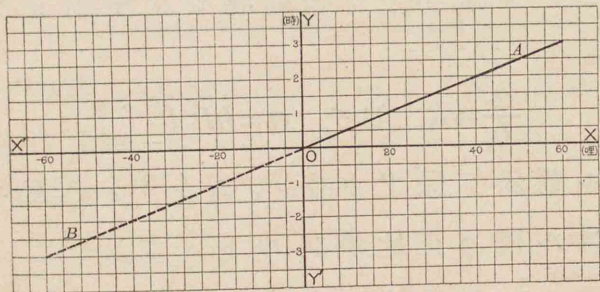
此ノ値20ヲkトスレバ哩數aト時間數bトハ常ニ

$$\frac{a}{b} = k \quad \text{即チ} \quad a = bk$$

ナル關係ヲ保ツテ變動スル。コノヤウニ同ジ速

サデ走ル汽車ノ走ツタ哩數トソノ時間數トハ比例スル。

サテ $a=bk$ ハ a, b ヲ變數トシ k ヲ定數トスル方程式デアル。コレヲぐらふニ描ケバ原點ヲ通ル直線ニナル。但シココニ示スぐらふ AB ハ



$a=bk$ ノぐらふデアアルガ、題意ニヨレバ a, b ハ正デナケネバナラヌカラ、實線ノ部分ダケガ問題ニ適スルモノデアル。點線ノ部分ハ a, b ガ共ニ負ナル場合即チ汽車ガ原點ト考ヘル場處ニ來ルマデノ經過ノ有様ヲ示スモノデアル。

又同ジ値段ノ品物ノ量トソノ價格、一定ノ日給デ雇ハレタ人夫ノ賃金トソノ働イタ日數ナドハ、イヅレモ比例スルニツノ量デアル。

【例一】 一晝夜ニ4分進ム時計ガアル。9時間

ニハ幾分進ムカ。

解。時間ノ經過ト時計ノ進ミトハ比例スルカ

ラ、今 x 時間ニ y 分進ムトスレバ、

$$x=ky$$

然ルニ $x=24$ ナルトキ $y=4$ デアルカラ、

$$24=4k \quad \text{即チ} \quad k=6$$

故ニ $x=9$ トスレバ、

$$9=6y \quad \text{即チ} \quad y=1.5 \quad \text{答} \quad \underline{1.5 \text{分。}}$$

又ニツノ量 A, B ガ相關聯シテ變動シ、ソノ數値 a, b ガ常ニ $a=kb^2$ 又ハ $a=kb^3$ (k ハ或一定數) ナル關係ヲ保ツトキハ、 A ハ B ノ平方又ハ立方ニ比例スルトイフ。例ヘバ正方形ノ面積ハソノ一邊ノ平方ニ比例シ、立方體ノ體積ハソノ一邊ノ立方ニ比例スルヤウナモノデアル。

【例二】 落下スル物體ガ落下シタ經路ノ長サハ落下ノ時間ノ平方ニ比例スル。コレニヨレバ、2秒間ニ19.6米ヲ落下シタ物體ハ6秒間ニ幾米ヲ落下スルカ。又122.5米ヲ落下スルニハ幾秒ヲ要スルカ。

解。落下スル物體ノ經路ノ長サヲ l 米、落下ス

ル時間ヲ t 秒トスレバ

$$l = kt^2$$

而シテ $t=2$ ナルトキハ, $l=19.6$ デアルカラ,

$$19.6 = k \times 2^2$$

故ニ $k=4.9$

ヨツテ $t=6$ トスレバ

$$l = 4.9 \times 6^2 = 176.4$$

デ、又 $l=122.5$ トスレバ

$$122.5 = 4.9t^2$$

故ニ $t=5$

答 176.4 米, 5 秒。

50. 反比例。

二ツノ量 A, B ガ相関聯シテ變動シ、ソノ
數値 a, b ガ常ニ

$$ab = k \quad \text{即チ} \quad a = \frac{k}{b} \quad \left(\begin{array}{l} k \text{ ハ或} \\ \text{一定數} \end{array} \right)$$

ナル關係ヲ保ツトキハ、 A ト B トハ互ニ反
比例スル或ハ逆比例スルトイフ。

例ヘバ定ツタ距離ヲ走ル汽車ノ速サトソノ要

スル時間、或ハ一定ノ仕事ヲ成就サセルタメニ要
スル人夫ノ數トソノ働クベキ時日ナドハ、イヅレ
モ反比例スル二ツノ量デアアル。

【例】 一日一人平均 1 立宛トシテ若干人ヲ 36
日間養フコトノ出來ル米ガアル。一日一人平均
0.9 立宛トスレバ、コノ米デ同ジ人數ヲ幾日間養フ
コトガ出來ルカ。

解。米ノ總高ト人數トガ定ルトキハ、一人一日
ニ食スル量トコレヲ食ヒ盡クス日數トハ反
比例スル。今一人一日 x 立宛トシテコノ米
デコノ人數ヲ y 日間養フコトガ出來ルトス
レバ、

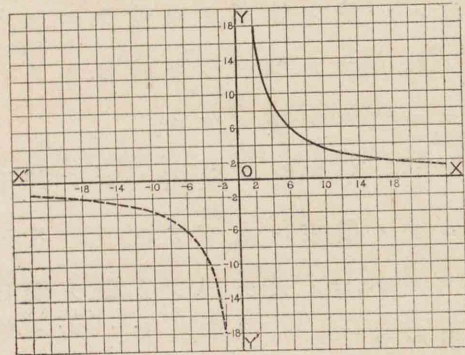
$$xy = k$$

ヨツテ $x=1, y=36$ トシテ $k=36$ ヲ得ル。

故ニ $x=0.9$ トシテ

$$0.9y = 36, \quad y = 40 \quad \text{答} \quad \underline{40 \text{ 日。}}$$

$xy=k$ ナル式ノぐらふハ双曲線(頁 112 例三參照)
デアアルガ、上ノ例デハ題意ニヨリ x, y ハ双方共正
ニ限ルカラ、次ノぐらふノ中實線ノ部分ダケガ題
意ヲアラハシタぐらふデアアル。



51. 複比例。

二ツノ量 A, B ニ關聯シテ變動スル量 C ガアル。 C ノ變動ハ B ガ一定デ A ノミガ變ズルトキハ A ニ比例シ, 又 A ガ一定デ B ノミガ變ズルトキハ B ニ比例スル場合ニ, A, B, C ノ數值ヲソレゾレ a, b, c トスレバ, c ハ積 ab ニ比例シテ變動スル*。

コノヤウナ場合ニ C ハ A, B ニ複比例スルトイフ。

同ジ速サデ走ル汽車ノ走ツタ路程ハソノ速サ

* コノ證明ハ省略スル。

及ビ時間數ニ複比例シ, 矩形ノ面積ハソノ横ト縦トニ複比例スル。

【例】 直圓臺ノ體積ハソノ高サト底面ノ半徑ノ平方トニ複比例スル。今半徑7 糎, 高サ15 糎ナル圓臺ノ體積ヲ2310 立方糎デアルトスレバ, 半徑3 糎, 高サ14 糎ナル直圓臺ノ體積ハ幾ラカ。

解。 半徑ヲ r , 高サヲ h , 體積ヲ V トスレバ,

$$V = kr^2h$$

而シテ $r=7$, $h=15$ ナルトキ, $V=2310$ デアルカラ, $k = \frac{22}{7}$ デアル。

故ニ $r=3$, $h=14$ ナル直圓臺ノ體積ハ

$$V = \frac{22}{7} \times 3^2 \times 14 = 396$$

答 396 立方糎。

問題 32.

1. 12 人デ15 日間ニ或仕事ノ $\frac{1}{2}$ ヲシタ。 残りノ仕事ヲ10 日間ニ完了サセルニハ尙幾人ノ人夫ヲ増セバヨイカ。

2. 600 圓ヲ6 个月間借リタ報酬トシテ400 圓ヲ同ジ利率デ幾月間貸セバヨイカ。

3. 間口32米,奥行14米ナル矩形ノ宅地ノ賣價ハ11200圓デアアル。コノ割合デ間口54米,奥行70米ノ宅地ヲ賣ルトキハ,賣價ハ何程カ。

4. 直圓錐ノ體積ハソノ高サト底面ノ半徑ノ平方トニ複比例スル。今半徑7糎,高サ15糎ナル直圓錐ノ體積ヲ770立方糎デアルトスレバ,半徑3糎デ體積132立方糎ナル直圓錐ノ高サハ幾糎カ。

5. 球ノ體積ハソノ半徑ノ立方ニ比例スル。今半徑1米ナル球ノ體積ガ4.188立方米デアルトキハ,半徑3米ナル球ノ體積ハ幾立方米カ。

6. 一頁15行,一行32字詰ニ書イタ原稿3頁ヲ寫スニ45分間ヲ要スルトスレバ,コノ割合デ一頁12行,一行25字詰ノ原稿16頁ヲ寫スニハ幾時間ヲ要スルカ。

7. 一時間ニ自轉車ハ12糎,自動車ハ32糎ヲ行クトシテ,自動車ガ或距離ヲ行クニ2.5時間ヲ費スナラバ,自轉車ガソノ $\frac{3}{4}$ ノ距離ヲ行クニ幾時間ヲ費スカ。

8. 或人單衣9枚ヲ縫フ時間ニ綿入4枚ヲ作ル。コノ人ガ毎日10時間宛4日間働イテ,單衣5枚

ヲ縫フナラバ,毎日8時間宛働イテ9日間ニ綿入幾枚ヲ作ルコトガ出來ルカ。

9. 長サ240米,幅3米,深サ1.5米ノ溝ヲ掘ルニ,毎日8時間ヅツ人夫9人ヲ使役シテ5日ヲ費シタ。コノ割合デ長サ630米,幅4米,深サ1米ノ溝ヲ掘ルニ,人夫14人ヲ使役シ,6日間ニ成就サセヨウトスレバ,毎日幾時間ヅツ働カセネバナラスカ。

10. 海岸カラ海洋ヲ望見スルコトノ出來ル距離ハ海面上ニ於ケル眼ノ高サノ平方根ニ比例スル。今眼ノ高サガ2米ナルトキ,望見スルコトノ出來ル距離ヲ6糎デアルトスレバ眼ノ高サ72米ナル山上カラハ幾糎ノ距離マデ望ムコトガ出來ルカ。

第九章 級 數

52. 等差級數。

並列シタ一群ノ數ガアリ,コノ各數ガソノ前ニアル數ニ或一定ノ數ヲ加ヘタモノニ等シイトキハ,コレラノ諸數ヲ等差級數トヒ,ソノ加ヘタ一定ノ數ヲ公差トイフ。

各數ヲ級數ノ項トイヒ,最初ノ項ヲ初項,最後ノ項ヲ末項トイフ。

例ヘバ 1, 3, 5, 7, …… , 99ハ初項ガ 1, 公差ガ 2, 末項ガ 99ナル等差級數デアアル。

等差級數ノ諸項ハ,公差ガ正數ナラバ次第ニ増大シ,公差ガ負數ナラバ次第ニ減小スル。

【例一】 初項 5, 公差 3ナル等差級數ハ

$$5, 8, 11, 14, 17, \dots, \dots, \dots$$

【例二】 初項 5, 公差 -3ナル等差級數ハ

$$5, 2, -1, -4, -7, \dots, \dots$$

初項 a , 公差 d ナル等差級數ノ諸項ハ

$$a, a+d, a+2d, \dots, \dots$$

デ,第 n 番目ノ項ハ

$$a+(n-1)d$$

デアアル。コノ式ニ於テ n ヲ 1, 2, 3, …… トスレバ,第一項,第二項,第三項ナド,スベテノ項ヲ得ルカラ,コレヲ等差級數ノ一般項トイフ。項數ガ n ナルトキハ,コノ項ハ末項デアアル。

ヨツテ末項ヲ l デアラハセバ,

$$l=a+(n-1)d \quad (1)$$

【例三】 初項 5, 公差 3ナル等差級數ノ第十項ヲ求メヨ。

解。 (1)ニヨリ

$$l=5+(10-1)\times 3=32$$

【例四】 10, 6, 2, -2, …… ナル等差級數ノ第二十項ヲ求メヨ。

解。 $a=10, d=6-10=-4, n=20$ デアアルカラ,(1)

ニヨリ

$$l=10+(20-1)\times (-4)=-66$$

53. 等差級數ノ總和。

初項 a , 公差 d ナル等差級數 n 項ノ總和ヲ S ト

スレバ,

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-d) + l$$

又コノ項ノ順序ヲ逆ニ記ストキハ,

$$S = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + (a+d) + a$$

コノ二式ヲ邊邊相加ヘルトキハ,

$$\begin{aligned} 2S &= (a+l) + (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l) + (a+l) \\ &= n(a+l) \end{aligned}$$

$$\text{故ニ} \quad S = \frac{1}{2} n(a+l) \quad (2)$$

又 l ノ代リニ (1) カラ得タ $a+(n-1)d$ ヲ用キルトキハ,

$$S = \frac{1}{2} n \{ 2a + (n-1)d \} \quad (3)$$

【例一】 7, 12, 17, …, ……ナル級數 10 項ノ和ヲ求メヨ。

解。 $a=7, d=5, n=10$ デアルカラ, (3) ニヨリ

$$S = \frac{10}{2} (14 + 9 \times 5) = 5 \times 59 = 295$$

[注意] 公式 (1), (2) 及ビ (3) ハ a, d, n, l 及ビ S ノ五ツノ數ノ内, 四ツヲ連結シタモノデアルカラ, ソノ内任意ノ三ツノ數ノ値ヲ知ルトキハ, 残りノ二ツハ決定セラレル。

【例二】 24, 21, 18, …, …ノ幾項ノ和ガ 105 トナルカ。

解。 $a=24, d=-3, S=105$ デアルカラ, (3) ニヨリ

$$\frac{n}{2} \{ 48 + (n-1)(-3) \} = 105$$

コレヲ簡約スレバ, $n^2 - 17n + 70 = 0$

コレヲ解イテ $n=7$ 或ハ $n=10$

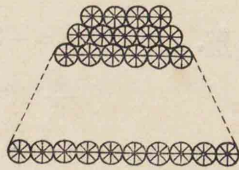
即チ求メル項數ハ 7 或ハ 10 デアル。

問題 33.

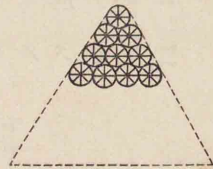
1. 初項 3, 公差 2 ナル等差級數ノ第十項ヲ求メヨ。又公差ガ -2 ナラバドウカ。
2. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \dots$ ノ第二十項ヲ求メヨ。
3. 第六項 20, 第九項 29 ナル等差級數ノ公差ヲ計算セヨ。又ソノ初項ハドウカ。
4. 初項ガ 3 デ第十三項ガ 55 デアル等差級數ノ 10 項ノ和ヲ求メヨ。次ノ等差級數ノ和ヲ求メヨ。(5-7)
5. $2 + 3.75 + 5.5 + \dots$ 第十二項マデ。
6. $1 + 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3} + \dots$ 第十八項マデ。
7. $1 + 2 + 3 + \dots + n$

8. 111 と 311 との間ニアル偶數ノ和ヲ求メヨ。

9. 圖ノヤウニ梯形ニ積
ンダ俵ガアル。最上列ニ4
俵、最下列ニ10俵アルトキハ、
コノ俵數ハ何程アルカ。



10. 米俵55俵ヲ圖ノヤウ
ニ正三角形ニ積ミアゲヨウ
トスル。最下列ヲ幾俵トス
レバヨイカ。



11. 70本ノ^{クヒ}杵ヲ3米置キニ竝ベヨウトスルニ、
コレヲ一本ヅツ運ブトキハ、運ビ終ルマデニ何程
ノ道ヲ歩ムコトニナルカ。但シスベテノ杵ハ第
一ノ杵カラ2米手前ニアルトスル。

12. 滿25歳ノ時、某會社ニ保險金1000圓ノ保險
契約ヲシタ人、毎年保險料トシテ21.64圓ヲ支拂フ
約束デアルケレドモ、第四年目カラ後ハ、保險料ノ
利息トシテ年年ソノ3分、6分、9分、12分、...、...ニ
當ル金額ヲ會社カラ受ケルカラ、ソノ保險料ハ次
第ニ減小シ、後ニハ保險料ヲ支拂フコトナク、單ニ
配當ノミヲ受ケルヤウニナル。コノ人ガ滿50歳、

滿60歳、滿70歳、滿80歳マデニ實際ニ支拂フ保險料
總額ハ、各如何程トナルカ。

54. 等比級數.

竝列シタ一群ノ數ガアリ、コノ各數ガソ
ノ前ニアル數ニ或一定ノ數ヲ乘ジタモノ
ニ等シイトキハ、コレラノ數ヲ等比級數ト
イヒ、ソノ乘ジタ一定ノ數ヲ公比トイフ。

例ヘバ8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ハ8ヲ初項トシ、 $\frac{1}{2}$ ヲ公比
トシ、 $\frac{1}{4}$ ヲ末項トスル等比級數デアル。

等比級數ノ各項ノ絶對值ハ、公比ノ絶對值ガ1
ヨリ大ナルトキハ次第ニ増大シ、1ヨリ小トナル
キハ次第ニ減小スル。

初項ヲ a 、公比ヲ r トスレバ、等比級數ノ諸項ハ

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots \dots$$

故ニ第 n 項ハ ar^{n-1} デアル。コレヲ等比級數
ノ一般項トイフ。ヨツテ項數ガ n ナルトキノ末
項ヲ l トスレバ

$$l = ar^{n-1} \quad (4)$$

【例】 初項5, 公比3ナル等比級數ノ第七項ヲ求メヨ。

解。 (4) = ヨリ

$$l = 5 \times 3^{7-1} = 5 \times 729 = 3645$$

55. 等比級數ノ總和。

初項 a , 公比 r ナル等比級數ノ n 項ノ總和ヲ S デアラハストキハ,

$$S = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

$$\text{故ニ } Sr = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

邊邊相減ズレバ

$$(1-r)S = a - ar^n$$

$$\text{故ニ } S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad (5)$$

$$\text{或ハ } S = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \quad (6)^*$$

【例一】 $1+4+16+\dots$ ナル等比級數ノ第五項マデノ和ヲ求メヨ。

解。 $a=1, r=4, n=5$ デアルカラ, (6) = ヨリ

$$S = \frac{(4^5-1)}{4-1} = \frac{1023}{3} = 341$$

* r ノ絶對値ガ1ヨリ小ナルトキハ(5)ヲ用キ, r ノ絶對値ガ1ヨリ大ナルトキニハ(6)ヲ用キルノガ便利デアル。

【例二】 $9+3+1+\dots$ ノ6項ノ和ヲ求メヨ。

解。 $a=9, r=\frac{1}{3}, n=6$ デアルカラ, (5) = ヨリ

$$S = \frac{9 \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^6 \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{364}{\frac{2}{3}} = 13 \frac{13}{27}$$

56. 無限等比級數ノ總和。

等比級數ノ總和ヲ求メル公式(5)カラ,

$$S = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

今公比 r ノ絶對値ガ1ヨリ小デ項數ガ限リナク多イモノトスレバ, 上ノ式ニ於テ, n ガ増大スルニ隨テ r^n ノ絶對値ハ次第ニ減小シ, n ガ無限ニ増大スルトキハ, 甚ダシク0ニ近迫スル。隨テ S ノ値ハ甚ダシク $\frac{a}{1-r}$ ニ近迫シ, ソノ差ヲ如何程デモ小ナラシメルコトガ出來ル。コノ事實ヲ次ノヤウニ記ス。

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad (7)$$

又コノ事實ヲ r ノ絶對値ガ1ヨリ小ナルトキハ無限等比級數ノ總和 $a+ar+ar^2+\dots$ ノ極限ハ,
 $\frac{a}{1-r}$ デアルトイフ。

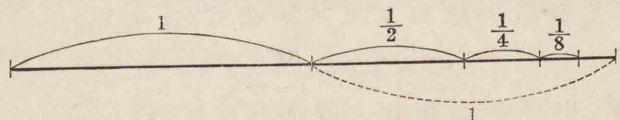
【例一】 無限等比級數

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

ノ總和ヲ求メヨ。

解。 初項 1, 公比 $\frac{1}{2}$ デアルカラ, (7) = ヨリ

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$



【例二】 循環小數 $0.\dot{4}5$ ヲ分數ニ直セ。

解。 循環小數 $0.454545\dots$ ハ無限等比級數

$$\frac{45}{100} + \frac{45}{(100)^2} + \frac{45}{(100)^3} + \dots$$

ノ總和ニ等シイ。

ヨツテ $a = \frac{45}{100}$, $r = \frac{1}{100}$ トシテ, (7) = ヨリ

$$S_{\infty} = \frac{45}{100} \div \left(1 - \frac{1}{100}\right) = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

$$\text{即チ } 0.\dot{4}5 = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

[注意] コノ例ニヨツテ循環小數及ビ混循環小數ヲ分數ニ改メル法則ヲ述ベヨ。

問題 34.

次ノ等比級數ノ和ヲ求メヨ。(1—5)

1. $1+2+4+\dots$ 第十項マデ。

2. $1-2+4-\dots$ 第十項マデ。

3. $9-3+1-\dots$ 第七項マデ。

4. $4+2+1+\dots$ 無限マデ。

5. $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\dots$ 無限マデ。

6. $0.\dot{7}2\dot{9}$ ヲ分數ニ改メヨ。

7. $0.\dot{9}$ ヲ分數ニ改メヨ。

8. $0.5\dot{3}\dot{6}$ ヲ分數ニ改メヨ。

9. 第三項ガ 32 デ 第五項ガ 512 デアル等比級數ヲ求メヨ。

10. 或無限等比級數ノ第二項ハ 2 デ, ソノ總和ハ 8 デアル。コノ級數ヲ求メヨ。

11. $6, a, b$ ガ等差級數ヲナシ, $a, b, 1$ ガ等比級數ヲナストキ, a, b ノ値ヲ求メヨ。

12. 或市ノ人口ハ 4 年間ニ 10000 カラ 14641 ニ増加シタ。毎年ノ平均増加率ヲ問フ。

57. 應用問題。

【例一】 元金ヲ P , 期間數ヲ n , ソノ一期間 (通例一年又ハ半年) ノ利率ヲ r トシ, 複利デ生ズル元利合計ヲ求メヨ。

解。第一期ノ元金ハ P
 第一期末ノ元利合計即チ第二期ノ元金ハ $P(1+r)$
 第二期末ノ元利合計即チ第三期ノ元金ハ $P(1+r)^2$
 第三期末ノ元利合計即チ第四期ノ元金ハ $P(1+r)^3$
 次第ニカヤウニシテ第 n 期末ノ元利合計ハ $P(1+r)^n$
 コノ第 n 期末ノ元利合計ヲ S デアラハセバ

$$S = P(1+r)^n \quad (8)$$

コレガ複利法ノ基礎公式デアル。

公式(8)ヲ變形スレバ, n 期後ニ S ヲ得ンニハ現在幾ラノ元金ヲ要スルカガワカル。即チ

$$P = \frac{S}{(1+r)^n} \quad (9)$$

コノ P ヲ利率 r デ今カラ n 期後ニ於ケル元利合計 S ノ現價トイフ。

【例二】 年利率 r デ毎年ノ始ニ金 a 圓ヲ貯金スルトキハ, n 年ノ終ニ元利合計幾ラニナルカ。

解。第 n 年末ニハ, 第一年ニ預ケタ a 圓ハ $a(1+r)^n$ 圓トナリ, 第二年ニ預ケタ a 圓ハ $a(1+r)^{n-1}$ 圓トナリ, カヤウニシテ最後即チ第 n 年ニ預ケタ a 圓ハ $a(1+r)$ 圓トナル。

故ニ求メル元利合計ヲ S 圓トスレバ,

$$S = a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^n$$

$$\text{故ニ} \quad S = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r} \quad (10)$$

コノヤウナ預金ヲ年賦積立金トイフ。

【例三】 金 P 圓ヲ年利率 r ノ複利デ借入レ, ソレカラ滿一今年目毎ニ同額ノ金 a 圓ヲ支出シテ第 n 回ニ至ツテ, コノ負債ノ元利全部ヲ償還シヨウトスル。 a ヲ求メヨ。

解。第一回ニ支出シタ a 圓ハ第 n 回ノ支拂期即チ今カラ n 年後ニハ $a(1+r)^{n-1}$ 圓トナリ, 第二回ノ a 圓ハ同期日ニハ $a(1+r)^{n-2}$ 圓トナリ, 以下コレニ準ズル。又借入レタ金 P 圓ハ同期日ニハ元利合計 $P(1+r)^n$ 圓トナル。而シテコノ元利合計ハ n 回ニ支出シタ a 圓及ビソノ利息デ全部償還セラレルノデアルカラ,

$$a+a(1+r)+a(1+r)^2+\dots+a(1+r)^{n-1}=P(1+r)^n$$

$$\text{即チ } \frac{a\{(1+r)^n-1\}}{r}=P(1+r)^n$$

$$\text{故ニ } a=\frac{Pr(1+r)^n}{(1+r)^n-1} \quad (11)$$

コノヤウナ償還法ヲ年賦償還トイフ。

【例四】 年金 a 圓ガ今カラ1个年後カラ n 年間
續クトキ、年利率ヲ r トシテ、ソノ現價ヲ求メヨ。

解。 第一回ノ年金 a 圓ノ現價ハ $\frac{a}{1+r}$ 圓

第二回ノ年金 a 圓ノ現價ハ $\frac{a}{(1+r)^2}$ 圓

デ、以下コレニ準ズル。 故ニ求メル現價ヲ P
圓トスレバ

$$P=\frac{a}{1+r}+\frac{a}{(1+r)^2}+\frac{a}{(1+r)^3}+\dots+\frac{a}{(1+r)^n}$$

$$\text{故ニ } P=\frac{a}{r}\left\{1-\frac{1}{(1+r)^n}\right\} \quad (12)$$

又年金ガ永久ニ引キ續クモノデアルトキハ、
 $(1+r)^n$ ハ限ナク大トナルカラ、

$$P=\frac{a}{r} \quad (13)$$

問題 35.

1. 年利率 5 分ノ複利デ元金 500 圓ヲ 8 个年
貸ストキハ、元利合計ハ何程トナルカ。

2. 年利率 5 分ノ複利デ 7 年後ノ元利合計 5000
圓ヲ生ズル元金(現價)ヲ求メヨ。

3. 年利率ヲ 5 分トシ、毎年ノ初ニ金 100 圓宛貯
金スルトキハ、5 个年ノ終ニハ元利合計ハ何程ニ
ナルカ。

4. 金 5000 圓ヲ借入レ、滿 1 个年据エ置イタ後、
毎年等額ノ金ヲ拂ツテ、5 个年賦デ償却シヨウト
スル。年賦金額ヲ計算セヨ。但シ利率ハ年 6 分
ノ複利トスル。

5. 年利率 6 分、金額 1500 圓ノ永續年金ノ現價
ヲ求メヨ。

附録第一

補習問題

1. 次ノ數ヲ大サノ順ニ並ベヨ。
 $0, -2, -\frac{1}{3}, 3, \frac{1}{5}$
2. $-\frac{7}{3}$ ト $-\frac{1}{2}$ トノ間ニアル負ノ整數ヲ悉ク記セ。
3. 次ノ式ヲ計算セヨ。
 (i) $5-(6-8)$ (ii) $3-(2-7)+(-3-4)$
 (iii) $5-(-2-3)-(-4-5)$ (iv) $4-\{5-(-3+9)\}$
 (v) $(-8)\times(-9)\div(-12)$ (vi) $28\div(-7)\times(3-3)$
4. 次ノ數ヲ用キテ $3x-2y-5z$ ノ數值ヲ計算セヨ。
 (i) $x=1, y=2, z=3$ (ii) $x=-2, y=-3, z=-5$
 (iii) $x=\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{4}, z=-\frac{1}{5}$
 (iv) $x=0, y=2.5, z=-7$
5. n ガ $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ナルトキ, $(-1)^n$ ノ值ヲ求メヨ。
6. $\frac{3(a-1)}{1-4a}$ = 於テ, a ノ順次ニソノ絶對值ガ 2 ヲ超エナイ正及ビ負ノ整數及ビ 0 トシテ, ソノ值ヲ計算セヨ。
7. $x=-3, y=1, z=-2$ ナルトキ, 次ノ式ノ值ヲ求メヨ。
 (i) $x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$
 (ii) $(x-y)(y-z)+(z-x)(x-y)+(y-z)(z-x)$
 (iii) $x^3+y^3+z^3-3(x-y)(y-z)(z-x)$

8. 或位置カラ東方へ a 米前進シ、次ニ b 米退却シ、最後ニ c 米前進スルトキハ、現在ノ位置ハドウカ。

又次ノ數ニツイテ計算シ、ソノ結果ヲ適當ニ解釋セヨ。

- (i) $a=10, \quad b=-20, \quad c=15$
 (ii) $a=-20, \quad b=15, \quad c=-5$
 (iii) $a=18, \quad b=-5, \quad c=-10$
 (iv) $a=-12, \quad b=-7, \quad c=8$

9. 今カラ a 年前ニ n 歳ナラバ、今カラ b 年後ニハ幾歳デアルカ。次ノ數ニツイテ一問題ヲ説明シ、結果ヲ解釋セヨ。

- (i) $a=5, \quad b=10, \quad n=17$
 (ii) $a=3, \quad b=-2, \quad n=12$
 (iii) $a=-5, \quad b=8, \quad n=9$
 (iv) $a=-8, \quad b=-10, \quad n=20$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。[10-20]

10. $4x^2+3x+2+3x^2-4x-3-2x^2-x-5$
 11. $3x-2y-2x+3y-2x+y$
 12. $4a-3-(3a-x)+(2a-x)$
 13. $-(x+y+z)+(x-y+z)+(x+y-z)$
 14. $-(a+2b-c)+(-a+b+2c)-(2a-b+c)$
 15. $-[2x+\{3x-(4x+2y-4y)+2x\}+3x]$
 16. $4a-[-3a-\{-4a-(-2a-3n+1)-10a\}]$

17. $3x-[-2x+\{-4x-(x-2)-x\}-1]-1$
 18. $9x-[-8x-\{7x+(6x+1)-5x\}-4x]-1$
 19. $a^3-[2a^2+\{3a^2-3a-(a^3+a^2-1)\}-(a^3+6a^2+1)]$
 20. $[x-(y-z)]+[y-(z-x)]+[z-(x-y)]$

次ノ各式ノ和ヲ求メヨ。[21-25]

21. $2x^3-5x^2y+4xy^2+y^3, \quad 2x^3+3x^2y-xy^2-2y^3,$
 $x^3+3x^2y-3xy^2+y^3$
 22. $a^2-ax+x^2, \quad 2a^2+3ax-2x^2, \quad -3a^2-2ax+x^2$
 23. $a-5b, \quad 3a+2b, \quad -4a-b, \quad 2a+3b$
 24. $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}y^2, \quad \frac{3}{4}x^2-\frac{5}{6}y^2, \quad \frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}y^2$
 25. $3\frac{1}{2}x^3-6x^2-4\frac{1}{3}x+3, \quad \frac{1}{4}x^3+2x^2+\frac{2}{3}x+5,$
 $-\frac{3}{4}x^3+3x^2-\frac{1}{3}x+2$

次ノ積ヲ求メヨ。[26-30]

26. $(a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab)\times(a+b+c)$
 27. $(4x^2+2xy+y^2)\times(2x-y)$
 28. $(x^2-xy+y^2+x+y+1)\times(x+y-1)$
 29. $(x^3-2x^2+3x-4)\times(4x^3+3x^2+2x+1)$
 30. $(x^4+2x^3+x^2-4x-11)\times(x^2-2x+3)$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。[31-33]

31. $x^2(a-b)-x(b+c-cx)-x\{x(a-b+c)-(b+c)\}$

32. $(a+b+c)^2 - a(b+c-a) - b(c+a-b) - c(a+b-c)$
 33. $(x+y)^3 + (x-y)^3 + 3(x-y)^2(x+y) + 3(x+y)^2(x-y)$

次ノ式ノ成立スルコトヲ示セ。[34-35]

34. $(x+a)^4 = x^4 + 4ax^3 + 6a^2x^2 + 4a^3x + a^4$
 35. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1 = (x^2+3x+1)^2$

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。[36-45]

36. $a^4 - 16b^4$
 37. $4y^2 - (2z-x)^2$
 38. $(3a^2 - b^2)^2 - (a^2 - 3b^2)^2$
 39. $(5x^2 + 2x - 3)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2$
 40. $(b+c)^2 - 6a(b+c) + 5a^2$
 41. $x^4 - 29x^2 + 100$
 42. $x^4 - 8x^2y^2z^2 + 16y^4z$
 43. $x^4y^2 - 10x^2y^4 + 9y^6$
 44. $4(ab+cd)^2 - (a^2+b^2-c^2-d^2)^2$
 45. $4(xy-ab)^2 - (x^2+y^2-a^2-b^2)^2$

次ノ各題ニ於テ第一式ヲ第二式ヲ除セヨ。[46-50]

46. $x^2+x-6, x-2$
 47. $x^2+2x-35, x+7$
 48. $a^2+7ab+12b^2, a+4b$
 49. $x^2-5xy+6y^2, x-3y$
 50. $(x-2y)^2-x^2+4y^2, x-2y$

次ノ方程式ヲ解ケ。[51-72]

51. $97-5(x+20)=111-8(x+3)$
 52. $5x-6(x-5)=2(x+5)+5(x-4)$
 53. $7x+8=\frac{4x}{5}+39$
 54. $\frac{x}{4}+\frac{x-5}{3}=10$
 55. $\frac{1}{10}(x-5)+\frac{1}{5}(x+5)=5$
 56. $\frac{x-8}{7}+\frac{x-3}{3}+\frac{5}{21}=0$
 57. $1+\frac{x}{2}-\frac{2x}{3}=\frac{3x}{4}-4\frac{1}{2}$
 58. $\frac{x}{4}+3=\frac{1}{2}\left(4-\frac{x}{3}\right)+\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\left(11-\frac{x}{2}\right)$
 59. $\frac{x-3}{4}-\frac{2x-5}{6}=\frac{41}{60}+\frac{3x-8}{5}-\frac{5x+6}{15}$
 60. $\frac{3x^2-2x-8}{5}=\frac{(7x-2)(3x-6)}{35}$

61.
$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2 \\ \frac{x}{4}-\frac{2y}{3}=6 \end{cases}$$

62.
$$\begin{cases} 2x-\frac{1}{5}(y-3)=4 \\ 3y+\frac{1}{3}(x-2)=9 \end{cases}$$

63.
$$\begin{cases} 2(2x+3y+18)=3(2x-3y-6)+61 \\ 4x-3y=4(6y-2x) \end{cases}$$

$x-3+\frac{2x+5}{3}=5$
 $3x-9+2x+5=15$
 $5x-4=15$
 $5x=19$
 $x=\frac{19}{5}$

$\frac{2}{50} = \frac{664}{2000}$
 $\frac{2}{50} = \frac{200}{5000}$

$$64. \begin{cases} (x-1)(y+2) = (x-3)(y-1) + 8 \\ \frac{2x-1}{5} - \frac{3(y-2)}{4} = 1 \end{cases}$$

$$65. \begin{cases} \frac{x-2}{5} - \frac{10-x}{3} = \frac{y-10}{4} \\ \frac{2y+4}{3} - \frac{2x+y}{8} = \frac{x+13}{4} \end{cases}$$

$$66. \begin{cases} 4x - \frac{1}{3}(y-3) = 5x-3 \\ 2y + \frac{1}{3}(2x-5) = \frac{1}{6}(21y+37) \end{cases}$$

$$67. \begin{cases} 7x + \frac{3}{y} = 18 \\ 2x - \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

$$68. \begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{4}{y} = 48 \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 38 \end{cases}$$

$$69. \begin{cases} 2x-3y-z=1 \\ 3x+2y-2z=13 \\ 5x-4y-2z=11 \end{cases}$$

$$70. \begin{cases} 2x-3y=3 \\ 3y-4z=7 \\ 4z-5x=2 \end{cases}$$

$$71. \frac{2x-y}{3} = \frac{3y+2z}{4} = \frac{x-y-z}{5} = 4$$

$$72. \begin{cases} \frac{x+2y}{7} = \frac{5x+6z}{9} = \frac{3y+4z}{8} \\ x+y-z=126 \end{cases}$$

73. 今年兄ハ25歳デ妹ハ19歳デアレバ、妹ノ年齢ガ兄ノ年齢ノ $\frac{4}{5}$ ニ等シクナルノハ、今カラ幾年ノ後ナルカ。

74. 甲ハ18圓、乙ハ24圓ヲ有シテキタノニ、毎日甲ハ50錢、乙ハ80錢ヅツ消費シタタメニ、兩人ノ所有高ガ相等シクナツタ。ソノ間ノ日數ハドウカ。

75. 東倉ニハ400俵、西倉ニハ240俵ノ米ガアル。今コノ兩倉カラ同ジ俵數ノ米ヲ出シ、ソノ殘額ヲ東倉ハ西倉ノ5倍ニシヨウトスル。兩倉カラ幾俵ヅツ出シタラヨイカ。

76. 初メ甲ノ所有金ハ乙ノ所有金ノ $\frac{2}{3}$ デアツタノニ、ソノ後甲ハ100圓、乙ハ200圓ヲ得タノデ甲ノ所有金ハ乙ノ所有金ノ $\frac{3}{5}$ トナツタ。初メ兩人ハ各幾圓ヲ所有シテキタカ。

77. 或書物ヲ讀ムニ、毎日40頁ヅツトスレバ、豫定ノ日數デハ150頁餘リ、毎日50頁ヅツトスレバ、僅ニ20頁餘ル。豫定ノ日數ハ幾ラカ。

78. 42升入ノ米若干俵ヲ4斗入ノ俵ニ入レ換ヘルトキハ、俵數一ツ増シ、外ニ端米1斗ヲ得ル。元ノ俵數ヲ求めヨ。

79. 甲地ヲ發シテ、乙地ニ至ルニ、一時間ニ3軒ヅツ行クトキハ、豫定ノ時刻ヨリモ3時間遅ク著キ、1時間ニ4軒ヅツ行クトキハ豫定ノ時刻ヨリモ2時間早ク著ク。豫定ノ時間ヲ求メヨ。

80. 甲乙二ツノ水桶ガアツテ、甲ノ中ニハ水74斗、乙ノ中ニハ水22斗ガアル。今甲カラ乙ヘ一時間毎ニ35升ノ水ガ流レ込ム装置ヲナセバ、幾時間ノ後、乙ノ中ノ水ガ甲ノ中ノ水ノ2倍トナルカ。

81. 金1000圓ヲ三子ニ分ケルノニ、次子ニハ末子ヨリモ100圓多ク、長子ニハ次子ノ2倍ヨリモ100圓少ク與ヘタ。三子ノ所得ハ各幾ラデアルカ。

82. 華氏デモ攝氏デモ同ジ度数デアラハサレル温度ヲ求メヨ。

83. 或人ノ年齢ハ今カラ6年後ニハ今カラ6年前ノ年齢ノ2倍トナル。現在ノ年齢ヲ問フ。

84. 或避暑客ノ甲地ニ4週間滞在スル費用ハ、乙地ニ3週間滞在スル費用ヨリ17.5圓少イ。一日ノ滞在費ノ差ヲ2.5圓トスレバ、兩地ニ於ケル一日ノ滞在費ハ各幾ラカ。

85. 7.5軒ノ峠ヲ越スノニ2時間ヲ要シタ。毎時上リハ3軒、下リハ4軒ヲ行クモノトスレバ、コノ峠ノ上リハ幾軒アルカ。

86. 金若干圓ヲ甲乙丙三人ニ分ツニ、甲ハソノ $\frac{3}{8}$ ヲ、乙ハソノ残りノ $\frac{7}{15}$ ヲ、丙ハソノ残額ヲ取ツタ。甲乙ノ所得ヲ合ハセテ800圓トスレバ、三人ノ所得ハ各幾ラカ。

87. 林檎ト梨ト各5箇ノ價ガ合ハセテ80錢デ林檎1箇ノ價ハ梨1箇ノ價ヨリ4錢高イ。各1箇ノ價ハ幾ラカ。

88. 甲列車ハ長サ23米、乙列車ハ21米アル。コノ兩列車ガ相向ツテ進ムトキハ、相會シテカラ2秒デ相離レ、甲ガ乙ヲ追フトキハ8秒デ追ヒ越ス。各列車ノ速サヲ問フ。

89. 二人ノ水夫ガ或島ノ周圍ヲ廻ルニ、同時ニ同處カラ同方向ニ廻ルトキハ10時間ヲ經テ再ビ相會シ、又反對ノ方向ニ廻ルトキハ5時間デ相會スル。二人ノ速サノ差ヲ毎時8軒トスレバ、兩人ノ速サハ毎時幾ラカ。

90. 或河ヲ上下スル水夫ガ、毎時上リハ5軒、下リハ11軒ヲ行ク。コノ水夫ノ靜水ニ於ケル漕力及ビ水流ノ速サハ各毎時幾ラカ。

91. 五十錢銀貨及ビ五圓金貨合ハセテ92箇デ100圓ヲ支拂ツタ。各貨幣ノ數ヲ求メヨ。

92. 或音樂會ノ入場料總額ハ533.8圓デ、コレニ對スル入場券總數755枚デアル。入場券一枚ニツキ特別1圓、普通60錢デアルトキハ、兩種ノ入場券各幾枚デアルカ。

93. 新聞紙ニ廣告スルニ、五號活字デ22字詰、20行ノ場

處ニ350字ヲ載セヨウトスル。コノ中二號活字ヲ幾字用キルコトガ出來ルカ。但シ二號活字ノ大サハ五號活字ノ4倍ニ相當スル。

94. 籠ノ中ニ林檎ト柿トガアリ、ソノ數林檎ハ柿ノ2倍デアアル。今同時ニ柿ヲ3箇宛、林檎ヲ4箇宛若干回取り出シタノニ、柿ハ全ク盡キテ林檎ノミ16箇殘ツタ。籠ノ中ニアツタ果物ノ總數ヲ求メヨ。

95. 葡萄酒ト麥酒ト各若干罎アツテ、ソノ數麥酒ハ葡萄酒ノ3倍デアアル。コレヲ若干人ニ分ケルニ、一人毎ニ麥酒5罎ト葡萄酒2罎トヲ與ヘレバ、麥酒ハ5罎餘リ、葡萄酒ハ10罎不足スル。兩種ノ罎數及ビ人數ハ各幾ラカ。

96. 甲ハ東市カラ、乙ハ西市カラ、相向ツテ出發シ、7時間ノ後、中央カラ14軒東方デ相會シ、コノ後3時間デ、兩人ノ距離ガ60軒トナツタ。兩人ノ速サ及ビ兩市ノ距離ヲ問フ。

97. 或二數ノ和ヲ2デ割レバ、商24ヲ得ル、又差ヲ3倍スレバ36ヲ得ル。コノ二數ヲ求メヨ。

98. 甲乙丙ノ三數ガアリ、甲ト乙ノ $\frac{2}{3}$ トノ和ハ29、乙ノ $\frac{1}{3}$ ト丙ノ $\frac{2}{3}$ トノ和ハ15デ、丙ノ $\frac{4}{3}$ ト甲ノ $\frac{1}{3}$ トノ和ハ乙ニ等シイ。コノ三數ヲ求メヨ。

99. モト甲會社ノ株式10株ト乙會社ノ株式25株トノ市價ハ合ハセテ2710圓デアツタガ、ソノ後一株ニツキ、甲

25圓下落シ、乙ハ1.2圓騰貴シタノデ、今ハ甲15株ト乙20株トノ市價ハ合ハセテ2739圓トナツタ。現今ノ市價ハ各幾ラカ。

100. 重量15.1瓦ノ寶石入十八金ノ指環ヲ水中デ量ルト、13.39瓦アル。コノ指環ノ金及ビ寶石ノ重量ヲ求メヨ。但シ十八金ノ比重ハ17.25デ、寶石ノ比重ハ2.3トスル。

101. 或人若干金ヲ甲乙丙三人ニ與ヘタノニ、甲ノ所得ニ乙丙ノ所得ノ和ノ2倍ヲ加ヘレバ80圓トナリ、乙ノ分ニ甲丙ノ分ノ和ノ3倍ヲ加ヘレバ105圓トナリ、丙ノ分ニ甲乙ノ分ノ和ノ4倍ヲ合スレバ120圓トナル。三人ニ與ヘタ金額ハ合ハセテ幾ラカ。

102. 今年二子ノ年齢ノ和ハ33デ、今カラ6年ノ後ニハソノ和ハ父ノ年齢ニ等シクナル。而シテ二子ノ年齢ノ差ハ3歳デアルトイフ。三人ノ現在ノ年齢ハ各幾ラカ。

103. 或三桁ノ數ノ數字ノ和ハ15デ、百ノ位ノ數字ハ一ノ位ノ數字ノ2倍デアアル。而シテコノ數カラ396ヲ減ズレバ數字ガ逆ノ順序ニナル。コノ數ヲ求メヨ。

104. 28軒ノ道ヲ行クニ、徒歩ナラバ人力車デ行クヨリ5時間多ク費シ、又徒歩デ6軒行ク間ニ人力車デハ14軒行クトイフ。徒歩及ビ人力車ノ速サハ各毎時幾ラカ。

105. 或水槽ニ水ヲ充タスノニ、甲乙二管ヲ用キレバ $1\frac{5}{7}$ 時間、乙丙二管ヲ用キレバ $2\frac{2}{9}$ 時間、丙甲二管ヲ用キレバ $1\frac{7}{8}$ 時間カカル。今各一管ノミヲ用キテ満水センメルニハ、三管ハ各幾時間ヲ要スルカ。

106. 甲10日間ト乙12日間ト協力シテ成就センメルコトガ出来ル仕事ガアル。然ルニ兩人協力シテ8日間働イタ後、乙ハ仕事ヲ止メタタメ甲一人デ残業ヲ7日間ニ成就センメタ。初メカラ甲一人デ従事スレバ、幾日間デ成就センメルコトガ出来ルカ。

107 若干人が集ツテ祝宴ヲ開クノニ、人員ヲ10人増シ、一人前ノ費用ヲ50錢ヅツ高クセバ、定額ヨリ95圓ヲ増シ、又人員ヲ15人減ジ、一人前ノ費用ヲ150錢ヅツ高クセバ、定額ヨリ22.5圓減ズル。人数及ビ一人前ノ費用ヲ問フ。

108. 金ト銀トノ合金ガ二種アリ、ソノ第一種ハ金銀ノ比5:4デ、第二種ハ8:7デアル。コノ二種ヲ混和シテ金14瓦ト銀12瓦トカラ成ル合金ヲ作ラウトスルニハ、各幾ラヲ要スルカ。

109. 或二輪車ガ2軒ヲ行クノニ、前輪ハ後輪ヨリ64回多ク廻轉シ、20軒ヲ行クトキハ兩輪合ハセテ7040回廻轉スル。各輪ノ周圍ハ幾米カ。

110. 甲乙丙ノ三人ガ同處ヲ出立シテ同方向ニ行キ

乙ハ甲ヨリ2時間後レテ出立シタ。今丙ガ乙ト同時ニ甲ニ追ヒツクニハ、乙ヨリ幾時間後ニ出立シタラヨイカ。但シ速サ、甲ハ毎時8軒、乙ハ毎時10軒、丙ハ毎時12軒デアルトスル。

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。 [111-120]

$$111. \frac{(p+q)(q^2-p^2)(p^4-q^4)}{(p-q)^2(q^2+p^2)(p+q)^3}$$

$$112. \frac{a^2-(b+c+d)^2}{(a-b)^2-(c+d)^2}$$

$$113. \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

$$114. \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{3}{x^2+4x-5} + \frac{4}{x^2+2x-15} + \frac{2}{3-x}$$

$$115. \frac{x-1}{x-2} + \frac{x-2}{x-3} + \frac{x-3}{x-4} - 3$$

$$116. \frac{1}{(x-y)(x-z)} + \frac{1}{(y-z)(y-x)} + \frac{1}{(z-x)(z-y)}$$

$$117. \frac{x}{(x-y)(x-z)} + \frac{y}{(y-z)(y-x)} + \frac{z}{(z-x)(z-y)}$$

$$118. \frac{y+z-x}{(x-y)(x-z)} + \frac{z+x-y}{(y-z)(y-x)} + \frac{x+y-z}{(z-x)(z-y)}$$

$$119. \left(1 + \frac{12}{x+1} - \frac{4}{x+3}\right) \times \left(1 + \frac{4}{x+5} - \frac{12}{x+7}\right)$$

$$120. \left(\frac{x+2a}{a-2x} - \frac{a+2x}{x-2a}\right) \times \left(\frac{3}{2a-x} - \frac{1}{a-x}\right)$$

次ノ方程式ヲ解ケ。 [121-130]

$$121. \frac{6x+7}{15} - \frac{2x-2}{7x-6} = \frac{2x+1}{5}$$

$$122. \frac{6x+1}{15} - \frac{2x-4}{7x-16} = \frac{2x-1}{5}$$

$$123. \frac{4}{x+2} + \frac{7}{x+3} = \frac{37}{x^2+5x+6}$$

$$124. \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{3}{x^2-4x+3} = \frac{3}{x^2-5x+4}$$

$$125. \frac{2}{2x-5} + \frac{1}{x-3} = \frac{6}{3x-1}$$

$$126. \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-8}$$

$$127. \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-5}{x-6} - \frac{x-6}{x-7}$$

$$128. \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-y} = 5, \quad \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-y} = 1$$

$$129. \frac{3}{x+y} = \frac{2}{x-y}, \quad \frac{3x-10}{y+8} = \frac{5}{9}$$

$$130. \frac{x-y+1}{x-y-1} = 2, \quad \frac{x+y+1}{x+y-1} = \frac{5}{4}$$

131. 金20圓デ牛肉ヲ買フノニ、現在ノ價ヨリ2割安ケレバ4疋多ク買フコトガ出來ル。現在ノ1疋ノ價ハ幾ラカ。

132. 甲乙共ニ働ケバ20日デ完成スルコトガ出來ル仕事ガアル。今兩人協同シテコノ仕事ニ著手シ、8日間働イタ後、乙ハ病氣ニカカツテ休ミ、ソノ残りヲ甲ノミデ36日間ニ完成シタトイフ。初メカラ甲乙各一人デナセ

バ幾日宛デ仕上ゲルコトガ出來ルカ。

133. 甲乙丙三人ノ工夫ガアリ、甲ガ3日間ニナス仕事ヲ乙ハ4日間ニナシ、乙ガ5日間ニナス仕事ヲ丙ハ7日間ニナストイフ。三人協力シテ6日ニナス仕事ヲ各一人デナセバ、幾日ヲ要スルカ。

134. 或水夫ガ、長サ48軒ノ河ヲ廻ルニ12時間ヲ費シタガ、下ルトキハ流ノ速サガ $\frac{1}{3}$ 減ジタタメ $4\frac{1}{2}$ 時間ヲ要シタ。初メノ流ノ速サハ幾ラカ。

135. 或仕事ヲナスニ、甲一人ナラバ乙丙二人共ニ働クトキノ2倍ノ時間ヲ要シ、乙一人ナラバ甲丙二人共ニ働クトキノ5倍ノ時間ヲ要スル。各一人デコノ仕事ヲナスニ要スル時間ノ割合ヲ定メヨ。

136. 甲乙兩列車ガ180軒隔ツタ東西兩方カラ同時ニ相向ツテ發車シ、中央カラ10軒西デ出會ツタ後、甲ハ乙ガ東市ニ著イタノヨリ30分早ク西市ニ著イタ。兩列車ノ速サハ各幾ラカ。

137. 四輪車ヲ挽イテ36米ノ道ヲ行クニ、前輪ノ回轉ハ後輪ノ回轉ヨリ6轉多イ。前輪ガソノ周ノ $\frac{1}{4}$ ヲ増シ、後輪ガソノ周ノ $\frac{1}{5}$ ヲ増セバ、同ジ道ヲ挽クニ、前輪ハ後輪ヨリ4轉多ク廻轉スル。各輪周ノ長サヲ求メヨ。

138. 水夫ガ或川ノ上流ノ甲港カラ下流ノ乙港ニ至ル40軒ノ間ヲ往復スルノニ、10時間ヲ要スル。而シテ下リ

12 斤ヲ行ク間ニ上リ 8 斤ヲ行クトイフ。コノ水夫ガ甲乙兩港間ヲ下ルニ要スル時間及ビ流ノ速ヲ計算セヨ。

139. 甲乙二人連ノ客ガ合ハセテ 350 斤ノ手荷物ヲ携ヘテ或鐵道ノ汽車ニ乗ルニ、コレヲ一人分ノ手荷物トスルトキハ、無賃限度ヲ超過シタ重量ニ對シテ 1 圓 55 錢ノ運賃ヲ支拂ハナケネバナラヌケレドモ二人分トスルトキハ、超過重量ニ對シテ甲ハ 75 錢、乙ハ 60 錢ノ運賃ヲ支拂ヘバ足ルトイフ。一人分ノ無賃限度ノ重量ハ幾斤カ。

140. 或汽車ガ一時間ヲ走ツタ後事故ノタメ 24 分間停車シ、ソノ後ハ前ノ速サノ $\frac{6}{5}$ デ進行シ、定時ヨリ 15 分後レテ目的地ニ達シタ。若シ前ヨリ 10 斤進ンデ同事故ガ起ツテ停車シタナラバ、更ニ 2 分後レテ到着シタトイフ。原ノ速サ竝ニ距離ハ各幾ラカ。

次ノ方程式ヲ解ケ。[141--160]

$$141. \frac{x}{4} + \frac{4}{x} = \frac{x}{9} + \frac{9}{x}$$

$$142. x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$$

$$143. x = \frac{x^2-3}{x+1} + \frac{14x-9}{8x-3}$$

$$144. \frac{3x-2}{2x-5} - \frac{2x-5}{3x-2} = \frac{8}{3}$$

$$145. \frac{3x+7}{x-3} = 2x-7 + \frac{2(1-x^2)}{3-x}$$

$$146. x+1 + \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \frac{x^2}{x+1}$$

$$147. \frac{2x}{2x+3} - \frac{1}{x+2} = \frac{x}{(x+2)(2x+3)}$$

$$148. \frac{1}{3(x-2)} + \frac{5}{4-x^2} + \frac{7x}{72(2+x)} = 0$$

$$149. \frac{2x-1}{x+1} + \frac{3x-1}{x+2} = 4 + \frac{x-7}{x-1}$$

$$150. \frac{1}{x-7} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+7} = 0$$

$$151. 7x^2+4y^2=148, \quad x^2-3y^2+11=0$$

$$152. x+y=10, \quad xy=24$$

$$153. x+y=4, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

$$154. x+y=7, \quad 2x^2+y^2=34$$

$$155. x-y+12=0, \quad x^2+y^2-74=0$$

$$156. x - \frac{x-y}{2} = 4, \quad y - \frac{x+3y}{x+2} = 1$$

$$157. x^2+y^2=52, \quad xy=24$$

$$158. \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-1} = 2, \quad x+y=2$$

$$159. x + \frac{2}{y} = \frac{5}{2}, \quad y + \frac{3}{x} = 4$$

$$160. x+y=63, \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{41}{20}$$

161. 長サ 108 米、幅 72 米アル矩形ノ公園ノ周ニ幅ノ一樣ナル通路ガアル。ソノ面積ガ 1504 平方米デアルトキハ、ソノ幅ハ幾ラカ。

162. 長サ1米ノ絲ヲ二部ニ分チ、ソノ一部ヲ一邊トシテ正方形ノ面積ヲ殘部ト全線トヲ二邊トシテ矩形ノ面積ニ等シカラシメヨウトスル。各部分ノ長サヲ計算セヨ。

163. 毎秒 v 米ノ速サデ一物體ヲ直上ニ抛ゲ上ゲルトキ、 t 秒後ニソノ物體ノアル處ト抛ゲ上ゲタ點トノ間ノ米ノ數 s ヲアラハス公式ハ $s=vt-4.9t^2$ デアル。今毎秒50米ノ速サデ物體ヲ抛ゲ上ゲルトキハ、幾秒デ30米ノ高サトナルカ。

164. 幅9糎、長サ14糎ノ印刷用紙ノ周邊ニ一様ナ幅ノ黒枠ヲ附シテソノ面積ヲ全紙面ノ $\frac{1}{5}$ ニシヨウトスル。枠ノ幅ヲ幾ラニスレバヨイカ。但シ一耗未滿ハ四捨五入セヨ。

165. 1280 斤ヲ隔タル兩市カラ甲乙兩人相向ツテ同時ニ出發シ、甲ハ乙ヨリ毎日32斤ツツ多ク行ツタノニ、乙ガ一日ニ歩ム斤數ノ $\frac{1}{8}$ ニ等シイ日數ヲ經テ兩人ガ相會シタ。コノ地點ヲ求メヨ。

166. 金2000圓ヲ一ケ年一期ノ複利デ貸シ、一ケ年ノ後45圓ヲ受取り、更ニ一ケ年ヲ經テ元利合計2252.25圓ヲ得タ。年利率ハ幾ラカ。

167. 甲乙二人ノ工夫共ニ働クトキハ20日デ成就スル仕事ヲ、甲一人デ引受ケルトキハ、乙一人デ引受ケルヨ

リモ9日早ク成就スルトイフ。各一人ガコノ仕事ヲ成就スルニ要スル日數ヲ求メヨ。

168. 或仕事ヲナスニ、甲乙二人デハ甲一人デスルヨリハ12日早ク、乙一人デスルヨリハ27日早ク成就スルトイフ。二人デハ幾日デ成就スルカ。

169. 蜜柑若干箇ヲ1.2圓デ買ツタノニ、ソノ中10箇ハ腐敗シタノデ殘リヲ1箇6厘ノ利ヲ得テ賣リ、原價ヲ得タ。初メニ買ツタ蜜柑ノ數ヲ求メヨ。

170. 60圓デ葡萄酒ヲ買ツタガ、若シ一罎ニツキ20錢宛安カツタナラバ、10罎多ク買ヒ得タトイフ。一罎ノ價及ビソノ罎數ヲ求メヨ。

171. 甲乙二人ガ池ヲ一周スルニ、同時ニ同一地點カラ反對ノ方向ニ出發シ、甲ハ3時間デ一周シ、乙ハ途中甲ニ出會ツテカラ4時間デ出發點ニ歸著シタトイフ。乙ガコノ池ヲ一周スルニ要スル時間ヲ求メヨ。

172. 靜水デハ一時間16斤ノ割合デ行ク端艇ガ、48斤ノ流ヲ上下スルノニ8時間ヲ要シタトイフ。水流ノ速サハ毎時幾斤デアルカ。

173. 水夫ガ或川ヲ16斤ダケ上下スルニ1時30分ヲ費ス。コノ人ガ一時間ニ靜水ヲ漕グ距離ハソノ川ガ一時間ニ流レル距離ノ2倍ヨリモ8斤多イトスレバ、水夫ノ漕カト川ノ速サトハ各毎時幾ラカ。

174. 金 3000 圓ヲ甲乙二口ニ分チ、相異ナル利率デ貸シタノニ、雙方カラ同額ノ利息ヲ得タ。若シ甲ヲ乙ノ利率デ貸セバ利息 98 圓ヲ得、乙ヲ甲ノ利率デ貸セバ利息 128 圓ヲ得ルトイフ。各利率ヲ問フ。

175. 某地ノ溫度ノ x 倍ハ攝氏 80 度デアアル。コノ溫度ガ 4 度高イトキハ、ソノ $(x-1)$ 倍ガ 80 度デアアルトイフ。コノ地ノ溫度ハ幾ラカ。

176. 三船ガ或航路ヲ航行スルニ、ソノ速サ、第一船ハ第二船ヨリ毎時 $\frac{1}{2}$ 海里速ク、第二船ハ第三船ヨリ毎時 $\frac{3}{4}$ 海里速イ。而シテソノ航行時間ハ第一船ハ第二船ヨリ 1 時 30 分早ク、第二船ハ第三船ヨリ 2 時 30 分早イトイフ。航路ノ長サヲ求メヨ。

177. 甲乙二人ガ東西兩市カラ同時ニ相向ツテ出發シ、毎日一定ノ速サデ同ジ道ヲ行ツタノニ、甲ハ乙ヨリ 84 軒多ク歩ンデ、兩人途中デ出會ツタ。ソノ後甲ハ 4 日ヲ經テ西市ニ達シ、乙ハ 9 日ヲ經テ東市ニ達シタトイフ。東西兩市ノ距離ヲ求メヨ。

178. 甲乙二人ノ職工ヲ相異ナル日給デ使役シタノニ、甲ハ皆勤シタノデ 48 圓ヲ拂ヒ、乙ハ 5 日間缺勤シタノデ 27 圓ヲ拂ツタ。若シ乙ハ皆勤シ、甲ハ 15 日間缺勤シタトセバ、乙ハ甲ヨリ 24 圓多ク得ルトイフ。總日數及ビ甲乙ノ各ノ日給ヲ求メヨ。

179. 酒ト水トノ混合液ガ 180 立アリ、コレニ酒 180 立ヲ加ヘタトキノ酒ト水トノ割合ハ、コレニ水 180 立ヲ加ヘタトキノ酒ト水トノ割合ノ 9 倍トナツタ。コノ混合液中ニアル酒ト水トノ割合ヲ求メヨ。

180. 半徑 5 糎ノ圓ニ面積 48 平方糎ノ矩形ヲ内接セシメヨウトスル。矩形ノ各邊ノ長サヲ求メヨ。

181. 或二ツノ列車ガ 720 軒ヲ行クニ要スル時間ノ差ハ 5 時間ニシテ、雙方トモ速サヲ 1 時間ニ 12 軒増ストキハコノ差ハ 3 時間トナル。各列車ノ速サヲ求メヨ。

182. 面積 300 坪ノ地所ノ間口ヲ 4 間延シ、奥行ヲ 3 尺縮メタノデ、面積 48 坪ヲ増シタ。コノ地所ノ間口及ビ奥行ハ幾間デアツタカ。

183. 面積 4800 平方米ノ矩形ノ庭園ノ四方ニ幅 2 米ノ道路ヲ繞ラストキハ、ソノ面積 576 平方米デアルトイフ。庭園ノ横縦ハ各幾米カ。

184. 白砂糖 7 斤ノ價ハ赤砂糖 7 斤ノ價ヨリ 35 錢高ク、コノ兩種ヲ 420 錢ヅツ買フトキハ、白砂糖ハ赤砂糖ヨリ 2 斤少イトイフ。赤砂糖 7 斤ノ代價ハ幾ラカ。

185. 甲ハ 8 ヶ月間、乙ハ 6 ヶ月間、資本金合ハセテ 2000 圓ヲ出シテ、或事業ヲ營ミ、利益分配ニ當ツテ、甲ハ資本ヲ合ハセテ 1008 圓、乙ハ同ジク 1199 圓ヲ取ツタ。兩人ノ出資額ハ各幾ラカ。

186. 或女學校ノ生徒總數ハ627人デ、四年、三年、二年、一年ノ生徒數ノ比ハ12:14:15:16デア。各年級ノ生徒數ヲ求メヨ。

187. 甲ハ資本金3400圓ヲ6ヶ月間、乙ハ4600圓ヲ4ヶ月間、丙ハ5000圓ヲ5ヶ月間出シテ、共同シテ或事業ヲ營ミ、利益金1914圓ヲ得タ。出資期間ト金額トニ應ジテコレヲ配當スルトキハ、三人ノ所得ハ各幾ラカ。

188. 371圓ヲ三子ニ分ケルニ、ソノ分配ノ割合長子ト末子トハ4:3、次子ト末子トハ6:5デア。三人ノ所得ハ各幾ラカ。

189. 甲乙丙三人共同シテ土地ヲ買ヒ、代金33867圓ヲ支拂ツタ。ソノ支拂高、甲乙ノ和ト甲丙ノ和ト乙丙ノ和トノ比ハ $\frac{1}{2}:\frac{3}{5}:\frac{7}{10}$ ナルトキハ、三人ノ支拂高ハ各幾ラカ。

190. 純金42瓦ニ二十一金56瓦ト銅若干トヲ混熔シテ十八金ヲ作ラウトスル。銅幾瓦ヲ混ズレバヨイカ。

191. 1箇3錢ト2箇5錢トノ二種ノ蜜柑取り交ゼ100箇ヲ270錢デ買ツタ。コノ二種ノ蜜柑ノ數ノ比ヲ求メヨ。

192. 資本金40000圓ヲ甲乙二部ニ分チ、甲デ雜貨店、乙デ呉服店ヲ開イタノニ、雜貨店デハ2割5分ヲ損シ、呉服店デハ2割ヲ益シ、差引全資本金ニ對シテ6分5厘ノ利

益ヲ得タ。兩店ノ各資本金ヲ計算セヨ。

193. 酒ト水トノ混合液ヲ容レタ甲乙二樽ガアリ、酒ト水トノ割合、甲ハ4:1、乙ハ7:1デア。今コノ二樽カラ各若干立ヲ汲ミ出シ、更ニ5:1ナル混合液54立ヲ作ラウトスル。甲乙二樽カラ汲ミ出ス量ハ各幾ラカ。

194. 24人ノ職人ガ或仕事ニ著手シ、毎日9時間ツツ働キ、25日ニ成就スル豫定デアツタノニ、10日ノ後、4人ノ職人ガ休業シタ。残りノ職人ガ毎日10時間ツツ働イテ残りノ仕事ヲナストキハ、幾日幾時間デ成就スルカ。

195. 互ニ嚙ミ合ツテ廻轉スル大小二箇ノ齒車ガアリ、ソノ齒數、大ナルモノハ32、小ナルモノハ24デア。大ナル齒車ガ20分間ニ60廻轉スルトキハ、小ナル齒車ハ30分間ニ幾廻轉スルカ。

196. 長サ500米ニツキ0.44瓦ノ生絲ガアル。コノ生絲一斤ノ價ヲ12圓トスレバ、長サ3000尺ノ價ハ幾錢ニ當ルカ。

197. 一臺デ一時間ニ布5.85米ヲ織ルコトノ出來ル織機23臺アル。今最初ノ一臺ハ午前九時ニ運轉ヲ始メ、他ノ織機ハソレヨリ5分ヅツ後レテ順次ニ運轉ヲ始メルトスレバ、午後一時マデニ織り出スコトノ出來ル布ノ總高幾ラカ。

198. 甲乙二人ノ旅人ガアリ、甲ハ第一日ニハ40軒ヲ

歩ミ、ソノ翌日カラハ毎日ノ行程ヲ4秆ヅツ遞次減ジタ。
乙ハ甲ニ1日後レテ同處ヲ出發シ、第一日ニハ37秆ヲ歩
ミ、ソノ翌日カラハ毎日ノ行程ヲ2秆ヅツ遞次ニ増シテ、
同ジ道ヲ進ンダ。幾日ノ後、乙ハ甲ニ追ヒツクカ。

199. 或護謨球ヲ6米ノ高サカラ床上ニ落シタノニ、
2米躍リ上ル。コノ球ガ靜止スルマデニ幾米ノ上下運
動ヲナスカ。但シ躍リ上ル高サハ落下ノ高サニ比例ス
ル。

200. 正方形ノ四邊ノ中點ヲ順次ニ結ンデ正方形ヲ
作り、又ソノ正方形ノ四邊ノ中點ヲ順次ニ結ンデ正方形
ヲ作り、コノヤウニシテ無數ノ正方形ヲ作ルトキハ、コレ
ラノ正方形ノ面積ノ總和ハ幾ラカ。

附録第二

對數

1. 指數ノ擴張。

指數ハソノ本來ノ意義カライヘバ勿論正ノ整數デナ
ケレバナラスガ、今指數ガ零、負數又ハ分數ナル羈ヲ設ケ、
ソノ意義ヲ定メヨウ。

指數 m, n ガ正ノ整數ナルトキハ、

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (1)$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (2)$$

デアル。

今(1)ガ $m=n$ ノトキニモ成立スルトスレバ、

$$a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$$

$$\text{故ニ} \quad a^0 = 1$$

ト定メル。即チ如何ナル數ノ零乗モ1トスル。

更ニ(1)ガ $m=0$ ナルトキニモ成立スルトスレバ、

$$a^0 \div a^n = a^{0-n} = a^{-n}$$

$$\text{故ニ} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

ト定メル。即チ或數ノ $-n$ 乗ハソノ數ノ n 乗ノ逆數デ
アルトスル。

例ヘバ 5^{-2} ハ

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0.04$$

即チ 0.04 ヲアラハスモノトスル。

次ニ (2) ガ m ガ分數例ヘバ $\frac{m}{n}$ デアルトキニモ成立スルトスレバ、

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n = a^{\frac{m}{n} \times n} = a^m$$

$$\text{故ニ} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

ト定メル。

例ヘバ $8^{\frac{2}{3}}$ ハ

$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$$

即チ 4 ヲアラハスモノトスル。

2. 對數。

$$10^2 = 100$$

デアル。コノ場合、指數 2 ヲ 100 ノ常用對數トイフ。又

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

デアルカラ、指數 -1 ヲ 0.1 ノ常用對數トイフ (以下常用對數ヲ略シテ單ニ對數トイフ)

故ニ 或數ノ對數トハソノ數ニ等シイ 10 ノ冪ノ指數デアル。

x ガ a ノ對數デアアルコトヲアラハスニハ、

$$x = \log a$$

ト書ク。隨テ $\log 100 = 2$, $\log 0.1 = -1$ デアル。

a ヲ對數 x ノ眞數トイフ。故ニ 100 ハ對數 2 ノ眞數デ、0.1 ハ對數 -1 ノ眞數デアアル。

[注意] スベテ正ノ數ノ對數ハ唯一ツアル、負ノ數ニハ對數ハナイ。又大ナル數ノ對數ハ小ナル數ノ對數ヨリ大デアアル。

3. 對數ノ定理。

$$10^1 = 10 \text{ デアルカラ, } \log 10 = 1 \text{ デアル。}$$

即チ 10 ノ對數ハ 1 デアル。

$$\text{又 } 10^0 = 1 \text{ デアルカラ, } \log 1 = 0 \text{ デアル。}$$

即チ 1 ノ對數ハ 0 デアル。

對數ニハ次ノ重要ナ性質ガアル。

(i) 積ノ對數ハソノ因數ノ對數ノ和ニ等シイ。

證明。 $x = \log a$, $y = \log b$ トスレバ、

$$a = 10^x, \quad b = 10^y$$

$$\text{故ニ} \quad ab = 10^x 10^y = 10^{x+y}$$

$$\text{故ニ} \quad \log(ab) = x + y = \log a + \log b$$

$$\text{同様ニ} \quad \log(abc) = \log a + \log b + \log c$$

(ii) 商ノ對數ハ被除數ノ對數カラ除數ノ對數ヲ減ジ
タ差ニ等シイ。

證明。 $x = \log a, y = \log b$ トスレバ,

$$a = 10^x, b = 10^y$$

$$\text{故} = \frac{a}{b} = \frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}$$

$$\text{故} = \log \frac{a}{b} = x - y = \log a - \log b$$

$$\text{即チ} \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

(iii) 或數ノ冪ノ對數ハソノ數ノ對數ニ指數ヲ乘ジタ
積ニ等シイ。

證明。 $x = \log a$ トスレバ, $a = 10^x$

$$\text{隨テ} \quad a^n = 10^{nx} \quad \text{即チ} \quad \log a^n = nx$$

$$\text{故} = \log a^n = n \log a$$

(iv) 或數ノ冪根ノ對數ハソノ數ノ對數ヲ根指數デ除
シタ商ニ等シイ。

證明。 $x = \log a$ トスレバ, $a = 10^x$

$$\text{隨テ} \quad \sqrt[n]{a} = 10^{\frac{x}{n}} \quad \text{即チ} \quad \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}x$$

$$\text{故} = \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$$

(v) 或數ノ對數ト、ソノ數ト唯小數點ノ位置ダケヲ異
ニスル他ノ數ノ對數トノ差ハ整數デアル。

證明。 一ツノ數ヲ a トスレバ, コレト小數點ノ位置ノ
ミヲ異ニスル數ハ $a \times 10^n$ デアル。但シ n ハ正又ハ
負ノ整數デアルトスル。

$$\text{故} = \log(a \times 10^n) = \log a + \log 10^n$$

$$\text{而シテ} \quad \log 10^n = n \log 10 = n$$

$$\text{故} = \log(a \times 10^n) = \log a + n$$

サレバ或數ノ對數ヲ知ルトキハ, コノ定理ニヨツテソ
ノ數ト唯小數點ノ位置ノミヲ異ニスル他ノ數ノ對數ヲ
知ルコトガ出來ル。

例ヘバ $\log 2 = 0.3010$ デアルコトヲ知ルトキハ,

$$\log 20 = \log(2 \times 10) = \log 2 + \log 10 = 0.3010 + 1 = 1.3010$$

$$\log 200 = \log(2 \times 10^2) = \log 2 + \log 10^2 = 0.3010 + 2 = 2.3010$$

又

$$\log 0.2 = \log(2 \times 10^{-1}) = \log 2 + \log 10^{-1} = 0.3010 - 1$$

$$\log 0.02 = \log(2 \times 10^{-2}) = \log 2 + \log 10^{-2} = 0.3010 - 2$$

コレヲソレゾレ

$$\log 0.2 = \bar{1}.3010,$$

$$\log 0.02 = \bar{2}.3010$$

ト記シ、イヅレモソノ小數部分ヲ常ニ正數ナラシメルノ
デアル。

4. 對數ノ指標及ビ假數。

10, 100, 1000 或ハ 0.1, 0.01 ナドノヤウニ 10 ノ冪ノ對數ハ正又ハ負ノ整數デアアルガ、ソノ他ノ數ノ對數ハ無限ニ續ク小數デアアル。サレバソノ小數若干位マデヲ知ツテ實用ニ供スル。例ヘバ $\log 2 = 0.3010$ トスル。而シテ前節ニ述ベタヤウニ

$$\log 20 = 1.3010, \quad \log 200 = 2.3010,$$

$$\log 0.2 = \bar{1}.3010, \quad \log 0.02 = \bar{2}.3010$$

デ、一般ニ對數ハスベテ正又ハ負ノ整數部ト正ノ小數部トカラ成ルモノデアアル。コノ整數部ヲ對數ノ指標トイヒ、小數部ヲソノ假數トイフ。

今例ヘバ $\log 356.7$ ニツイテ考ヘルニ、

$$100 < 356.7 < 1000$$

デアアルカラ、コレラノ數ノ對數ニ對シテモ

$$2 < \log 356.7 < 3$$

ナル關係ガ成立スル。即チ $\log 356.7$ ハ 2 ト或小數トノ和ニ等シクナクテハナラス。故ニソノ指標ハ 2 デアル。

同様ニ $\log 0.065$ ニツイテ考ヘレバ、

$$0.01 < 0.065 < 0.1$$

即チ $10^{-2} < 0.065 < 10^{-1}$

隨テ $-2 < \log 0.065 < -1$

故ニ $\log 0.035$ ハ -2 ト或小數トノ和ニ等シクナクテハナラス。隨テソノ指標ハ -2 デアル。

一般ニ次ノ法則ガアル。

1 ヨリ大ナル數ノ對數ノ指標ハソノ數ノ整數部分ノ桁數カラ 1 ヲ減ジタモノデアアル。

1 ヨリ小ナル數ノ對數ノ指標ハ負數デ、ソノ絶對値ハ小數點ト初メノ有效數字トノ間ニアル零ノ數ニ 1 ヲ加ヘタモノデアアル。

例ヘバ 205, 3.14, 0.026, 0.653 ノ指標ハソレゾレ 2, 0, $\bar{2}$ 及ビ $\bar{1}$ デアル。

隨テ或數ノ對數ノ指標ガ n デアルトキハ、ソノ數ノ整數部ハ $(n+1)$ 桁デ、指標ガ $-n$ デアルトキハ、小數點ト初メノ有效數字トノ間ニ $(n-1)$ 箇ノ 0 ヲ有スル小數デアアル。

故ニ 2.3010, 1.4771, 0.0899 ヲ對數トスル數ノ整數部ハ、ソレゾレ 3 桁, 2 桁, 1 桁ノ數デ、 $\bar{2}.3010$ ヲ對數トスル數ハ小數第二位カラ始ル小數デアアル。

5. 對數及ビ眞數ノ求メ方。

連續シタ整數ノ對數ヲ列記シク表ヲ對數表トイフ。

對數表ニハ假數ダケヲ記シ、指標ヲ記シテナイ。コレハ指標ハ前節ニ述ベタ法則ニヨツテ直ニ求メルコトガ出

來ルカラデアル。又假數ノ左端ニアル小數點モ省略シテアル。(本書ノ卷末ニ對數表ガアル)

【例一】 $\log 36.7$ ヲ求メヨ。

解。指標ハ1デ、367ノ假數ハ對數表カラ5647デアアルコトヲ知ル。

故ニ $\log 36.7 = 1.5647$

【例二】 $\log x = 2.4928$ カラ x ヲ求メヨ。

解。指標ハ2デアアルカラ、 x ハ小數第二位カラ始ル小數デアアルコトヲ知ル。對數表ヲ見テ、假數4928ニ對スル眞數311ヲ得ル。

故ニ $x = 0.0311$

【例三】 $\log 234.6$ ヲ求メヨ。

解。對數表ニ $\log 234.6$ ガナイトキハ、マヅコレヲ挾ム二數ノ對數ヲ求メル。

$\log 234 = 2.3692$

$\log 235 = 2.3711$

コノ二數ノ對數ノ差ハ0.0019デアアル(コレヲ表差トイフ)。而シテコノ二數ハ甚ダ接近シテキルカラ、ソノ間デハ二數トソノ對數トハ正比例スルト考ヘテ差支ナイ。故ニ次ノ比例式ヲ得ル。

$1:0.6 = 0.0019:x$

コレカラ $x = 0.0011$

ヲ得ル。コレヲ $\log 234 =$ 加ヘ、

$\log 234.6 = 2.3703$

通常 x ハ比例ニヨラズ、對數表中ニ比例部分ト記シタ數カラ求メテ、コレヲ用キル。故ニコノ計算ヲ通常次ノヤウニ記スル。

$\log 234.6$	
234.	2.3692 (對數表カラ)
6.11 (同比例部分カラ)
$\log 234.6$	$= 2.3703$

【例四】 $\log x = 2.3450$ カラ x ヲ求メヨ。

解。指標ハ2デアアルカラ、ソノ整數部ハ三桁デアアル。

今假數3450ヲ挾ム二數ヲ表中ニ求メレバ、

$\log 221 = 2.3444$

$\log 222 = 2.3464$

故ニ表差ハ0.0020デアアル。而シテ

$\log x - \log 221 = 0.0006$

故ニ比例 $0.0020:0.0006 = 1:d$ カラ

$d = 0.3$

故ニコレヲ221ニ加ヘ、

$x = 221.3$

ココニ比例デ求メタ d モ亦表中ニ比例部分ト記シ

タ數カラ求メルコトガ出來ル。故ニ一般ニ次ノヤウニ計算スル。

$$\begin{array}{r} \log x = 2.3450 \\ \underline{2.3444 \quad \dots \quad 221.} \quad (\text{對數表カラ}) \\ 6 \quad \dots \quad 0.3 \quad (\text{同比例部分カラ}) \\ \hline x = 221.3 \end{array}$$

6. 對數計算。

【例一】 半徑 29.5 種ナル圓ノ周ノ長サハ $2 \times 3.14 \times 29.5$ 種デアル。コレヲ計算セヨ。

解、 $x = 2 \times 3.14 \times 29.5$

ト置キ、兩邊ノ對數ヲトレバ、

$$\begin{aligned} \log x &= \log 2 + \log 3.14 + \log 29.5 \\ &= 0.3010 + 0.4969 + 1.4698 \\ &= 2.2677 \end{aligned}$$

故ニコレカラ x ヲ求メルトキハ、

$$x = 185.2$$

コノ計算ハ次ノヤウニスル。

$$\begin{array}{r} \log 2 = 0.3010 \\ \log 3.14 = 0.4969 \\ \log 29.5 = 1.4698 \\ \hline \log x = 2.2677 \\ \underline{2.2672 \quad \dots \quad 185.} \\ 5 \quad \dots \quad 0.2 \\ \hline x = 185.2 \end{array}$$

【例二】 年利率5分ノ複利デ預金スレバ幾年後ニ元利合計ハ元金ノ2倍トナルカ。

解。元金ヲ P 圓トシ、所要ノ年限ヲ x 年トスレバ、ソノ時ノ元利合計ハ $P(1+0.05)^x$ 圓デアルカラ、次ノ方程式ヲ得ル。

$$2P = P(1+0.05)^x \quad \text{即チ} \quad 2 = 1.05^x$$

故ニ兩邊ノ對數ヲトレバ

$$\log 2 = x \log 1.05$$

$$\begin{aligned} \text{故ニ} \quad x &= \frac{\log 2}{\log 1.05} = \frac{0.3010}{0.0212} \quad (\text{對數表カラ}) \\ &= \frac{3010}{212} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故ニ} \quad \log x &= \log 3010 - \log 212 \\ &= 3.4786 - 2.3263 = 1.1523 \end{aligned}$$

故ニコレカラ x ヲ求メレバ、

$$x = 14.2$$

即チ 14.2 年後デアル。

【例三】 金 10000 圓ヲ年6分ノ複利デ借入レ、ソノ一ケ年後カラ一年目毎ニ等額ノ金ヲ拂ヒ、十二ケ年賦ヲ以テ償却シヨウトスル。年賦金額ハ幾ラカ。

解。年賦償還ノ公式ニ

$$P = 10000, \quad r = 0.06, \quad n = 12$$

ト置ケバ、

$$a = \frac{10000 \times 1.06^{12}}{1.06^{12} - 1}$$

トナルカラ、右邊ヲ計算スレバ年賦金額ガ得ラレル。
而シテコレヲ對數ニヨツテ計算シヨウトスルニハ
先ヅ $1.06^{12} - 1$ ヲ求メネバナラス。

然ルニ $x = 1.06^{12}$ ト置ケバ

$$\log x = 12 \log 1.06 = 12 \times 0.0253 = 0.3036$$

故ニ $x = 1.06^{12} = 2.012$

故ニ $1.06^{12} - 1 = 1.012$

ヨツテ $a = \frac{10000 \times 0.06 \times 1.06^{12}}{1.012}$

故ニ $\log a = \log 10000 + \log 0.06 + 12 \log 1.06 - \log 1.012$

$$= 4 + 2.7782 + 0.3036 - 0.0052$$

$$= 3.0766$$

コレカラ a ヲ求メレバ

$$a = 1193$$

即チ年賦金額1193圓デアアル。

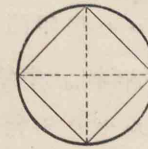
【例四】 切り口ガ周リ27.5糎ノ圓デアアル丸太カラ幾糎
角ノ柱ヲ切り取ルコトガ出來ルカ。

解。圓周率ヲ3.14トスレバコノ切り口ノ圓ノ半径ハ

$$27.5 \div (2 \times 3.14)$$

デアアル。隨テ正方形ノ一
邊ノ長サハ

$$l = \sqrt{\left(\frac{27.5}{2 \times 3.14}\right)^2 \times 2}$$



$$\begin{aligned} \text{故ニ } \log l &= \frac{1}{2} \{2(\log 27.5 - \log 2 - \log 3.14) + \log 2\} \\ &= \log 27.5 - \log 2 - \log 3.14 + \frac{1}{2} \log 2 \\ &= 1.4393 - 0.3010 - 0.4969 + 0.1505 \\ &= 0.7919 \end{aligned}$$

コレカラ l ヲ求メレバ、 $l = 6.193$

即チ約6.2糎角ノ柱ヲ得ル。

問題

(1) 次ノ諸數ノ對數ヲ求メヨ。

$$279, \quad 3.26, \quad 0.0058, \quad 4329, \quad 0.02438, \quad 36590$$

(2) 次ノ對數ノ眞數ヲ求メヨ。

$$2.1303, \quad 0.5172, \quad \bar{1}.7135, \\ \bar{2}.6834, \quad 1.2693, \quad 3.5240$$

(3) 次ノ式ヲ對數ニヨツテ計算セヨ。

$$250 \times (1 + 0.03)^{100}, \quad \frac{31.1 \times 0.52 \times 7.26}{0.72 \times 214 \times 0.021}, \quad \sqrt[3]{\frac{23}{7256}}$$

(4) 年利率5分ノ複利デ800圓ヲ貸シ、元利合計1200圓ヲ得ルニハ、幾年間貸セバヨイカ。

(5) 年利6分、半年毎ノ複利デ、7年ノ後元利合計ガ5000圓ニナルヤウナ元金ヲ求メヨ。

(6) 年利率ヲ0.048トシ、毎年ノ初メニ100圓ヅツ貯金スレバ20年ノ終ニ元利合計ガ幾ラトナルカ。

(7) 毎年末金100圓ヅツ積ムトキハ、幾年ノ後元利合計ガ1000圓トナルカ。但シ年利率ヲ0.042トスル。

(8) 一ケ年後カラ一ケ年毎ニ100圓ヅツ10ケ年ノ年賦デ償還シ得ル元金ガアル。年7分ノ複利トスレバ、コノ元金ハ幾ラカ。

(9) 三角形ノ三邊ヲ a, b, c デアラハストキハ、ソノ面積ハ次ノ式ニヨツテアラハサレル。

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

但シ $2s=a+b+c$ デアル (コノ公式ヲヘロンノ公式トイフ)。今 $a=76.7$ 纏, $b=59.2$ 纏, $c=93.5$ 纏 ナルトキハ、ソノ三角形ノ面積ハ幾ラカ。

(10) 圓周率ヲ3.14トシテ體積1立方米ノ球ノ半徑ヲ求メヨ。

問 題 答

問 題 1. (頁 6)

4. 1, -4 5. 8 6. -8, 2

問 題 2. (頁 9)

1. 18, -110, 59, $\frac{1}{10}$, 0, $-2\frac{2}{3}$, -8, 0

2. -5 3. -6

問 題 3. (頁 11)

1. -4, +30, -19, -5, +16, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{5}{12}$, $+\frac{5}{6}$
 $-5\frac{1}{2}$, +7, -6.5, +1, +5

2. 0, +16, -10, +10, 0, +16, -10, +10

3. +39, -27 4. 負債50圓

問 題 4. (頁 14, 15)

1. +40, -45, -294, +540, +72, -27, +1680

2. +10, -4, -4, +8, $-\frac{8}{15}$, $-\frac{3}{5}$, $+\frac{2}{5}$

3. -1, +5, +2, $-12\frac{2}{9}$, -29, +11

4. -16, -12

5. -24, +116

問 題 5. (頁 18)

1. $3a$ 2. $4a$ 3. $-3x^2$ 4. $\frac{1}{30}x$
 5. $-6x-4y+1$ 6. $11x^3-5x$ 7. $\frac{17}{30}x$

問 題 6. (頁 19)

1. $a+b+c$ 2. 0
 3. $a+b+c$ 4. $-2x^2-8x$
 5. $4a+2c$ 6. $2a^2+4ab$
 7. $3x^4-x^3-14x+18$

問 題 7. (頁 21)

1. $b-2c$ 2. $10x-7y+z$
 3. $4b-2c$
 4. $2a-(3b+4c-d), 2a+(-3b-4c+d)$
 5. $3a^4-(-2a^3+4a^2-a+1), 3a^4+(2a^3-4a^2+a-1)$

問 題 8. (頁 24)

1. $ac+ad+bc+bd, ac-ad-bc+bd, a^2-2ab+b^2$
 2. $60x^2-147xy+33y^2, x^3-1$
 3. x^4-1 4. $4x^4+22x^3-41x^2+41x-5$
 5. $a^4+a^2b^2+b^4$ 6. a^6-b^6
 7. $4x^5-2x^4-19x^3-12x^2-16x-5$

問 題 9. (頁 27)

1. $x^2+4x+4, \frac{x^2}{25}+\frac{2xy}{35}+\frac{y^2}{49}, 10404, 5625$
 2. $4x^2-4xy+y^2, \frac{x^2}{4}-\frac{xy}{3}+\frac{y^2}{9}, 9216, 7744$
 3. $\frac{9}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2, 9991, 2419$
 4. $x^2+11x+24, x^2-11x+24$
 5. $x^2-5x-24, x^2+5x-24$
 6. $x^2+10x+24, x^2-10x+24$
 7. $x^2+2x-24, x^2-2x-24$
 8. $x^2-y^2-2yz-z^2, x^4-3x^2+1$
 9. a^4-b^4 10. $8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$

問 題 10. (頁 30, 31)

1. $x(x-y), 7x(3x^2-2x+1), 4xy(x^2-5xy+3y^2),$
 $(a+b)(x+y-1)$
 2. $(x+4)(x+5), (x-4)(x-10), (x+2)(x-3),$
 $(x-2)(x+3)$
 3. $(x+3)^2, (x-6)^2, (2x-y)^2, (9a^2+2b)^2$
 4. $(x+4)(x-4), (x^2+1)(x+1)(x-1),$
 $(9x^2+4y^2)(3x+2y)(3x-2y), (a+b+c)(a+b-c)$
 5. $(a-b+c)(a-b-c)$ 6. $7x(x-1)^2$
 7. $3x(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$ 8. $2x(x-y)(x-2y)$

問 題 11. (頁 34, 35)

1. $-6x^2, 4ab, -\frac{1}{2}bx^2, 5b^2xy^2$
2. $-3xy^2z, 2a^2c^4$ 3. $a+5, -x^2+6x-1$
4. $-2a-b+5c$ 5. $2x^3+4x^2-x+3$
6. $a+b+c$ 7. $-a^6-2a^4x^2+3a^2x^4+4x^6$
8. $x+y+z$ 9. $x+5y$
10. $2x$ 11. $3x-5$
12. $2x+a$ 13. 整商 x^3-2x^2+x+1 剩餘 $2x+1$

問 題 12. (頁 40)

1. 2 2. 4 3. 30 4. 6
5. 1 6. 2 7. 3 8. 2
9. 10 10. 1 11. 6 12. -6
13. 11 14. $-\frac{4}{7}$ 15. $\frac{4}{7}$

問 題 13. (頁 46, 47, 48)

1. 10 圓 2. 18.5 尺, 9.5 尺 3. 15 日
4. 238 圓 5. 6 米
6. 42, 44, 不能 7. 20 人
8. 10 年前 9. 1064 種
10. 2 圓, 1.2 圓 11. 8 籽
12. 24 籽 13. 18 疋, 3 疋, 3 疋

14. 14000 圓, 9000 圓, 7000 圓

15. 一時五分二十七秒 $\frac{3}{11}$

問 題 15. (頁 63, 64)

1. 5, 2 2. 6, 7
3. 2, 3 4. 3, -2
5. 5, 3 6. 3, 6
7. 4, 5 8. 3, 0
9. 3, -1 10. $\frac{5}{19}, \frac{10}{19}$ $x=1, y=2$
11. -3, -2 12. 0, 4, 5
13. 3, 4, 5

問 題 16. (頁 66, 67, 68)

1. 15, 10 2. 4 圓, 3 人
3. 115 錢, 130 錢 4. 22 枚, 16 枚
5. 30 圓, 55 圓 6. 12 籽, 6 籽
7. 10 時間 8. 96 立, 72 立
9. 58 10. 45 羽, 55 頭
11. 1500 圓, 1000 圓, 3000 圓
12. 240 湮, 10 湮

問 題 18. (頁 73)

1. $a^3, 5xy, 7a^2x$

2. $2ab(a+b)$, $xy(x-a)(x-b)^2$, $(x-a)(x+b)^2$
 3. $x+1$, $x+2$, $a(a+b)$, $x(x+y)$

問 題 19. (頁 75, 76)

1. $x^3y^2z^2$, $6a^3b^2c^2d$
 2. $(a-b)(b-c)(c-a)$, $6a^2b^2(a+b)^2(a-b)^2$,
 $42x^3(x+y)^2(x-y)^2$
 3. $24x^2y^2(x+y)(x-y)$, $(x-1)(x-2)(x-3)$,
 $(x-2)(x+2)(x-3)$

問 題 20. (頁 78)

1. (a) $\frac{2a^2x}{3by}$ (b) $\frac{2a^2y^2}{3bxz}$ (c) $-\frac{1}{bx}$
 (d) $\frac{x+2}{x-2}$ (e) $\frac{x-1}{x-2}$ (f) $\frac{x-2}{x-4}$
 2. (a) $\frac{ady}{bdy}$, $\frac{bcy}{bdy}$, $\frac{bdx}{bdy}$
 (b) $\frac{x(x-1)}{x^2-1}$, $\frac{x+1}{x^2-1}$, $\frac{2x}{x^2-1}$
 (c) $\frac{x+3}{(x-1)(x-2)(x+3)}$, $\frac{x-1}{(x-1)(x-2)(x+3)}$,
 $\frac{x-2}{(x-1)(x-2)(x+3)}$

問 題 21. (頁 80, 81)

1. $\frac{1}{15x}$ 2. $\frac{a+b}{ab}$ 3. $\frac{ab+c}{b}$ 4. $\frac{3b+2c}{3b}$
 5. $\frac{2a}{a+x}$ 6. $\frac{2}{x+5}$ 7. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ 8. $\frac{1}{2}$

9. $\frac{x+1}{x-4}$ 10. $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$ 11. $\frac{-2}{x(4x^2-1)}$
 12. $\frac{4}{1+x}$ 13. $\frac{yz+zx+xy-x^2-y^2-z^2}{(y-z)(z-x)(x-y)}$
 14. $\frac{a^2-b^2-4ab}{(a+b)^2(a-b)^2}$ 15. $\frac{3x-a-b-c}{(x-a)(x-b)(x-c)}$

問 題 22. (頁 83, 84)

1. $\frac{y(x-y)}{x(x+y)}$ 2. $\frac{1}{y}$ 3. $\frac{18}{25}xy$
 4. $\frac{x^2}{(x-2)(x+3)}$ 5. $\frac{3x}{4y}$ 6. $\frac{1-a}{x}$
 7. $\frac{5x}{3b}$ 8. $\frac{(1-x)^2}{x(1+x)}$ 9. $\frac{(x-y)^2}{2y^2(x+y)}$
 10. $\frac{x+y}{2y}$ 11. 1 12. 1

問 題 23. (頁 86, 87)

1. 5 2. $\frac{13}{10}$ 3. -1
 4. $-\frac{41}{6}$ 5. 20 6. 不能
 7. 0 8. 2.25 9. 5
 10. 7, 5 11. 7, 8

問 題 24. (頁 89, 90, 91, 92)

1. $\frac{32}{80}$ 2. $\frac{3}{7}$ 3. 18.75 米
 4. 3 籽 5. 35 時, 70 時, 140 時
 6. 4 時間 7. 30 籽 8. 0.5 籽

9. 35錢 10. 30 籽 11. 25 日
 12. 50分, 75分 13. 165米, 150米
 14. $130\frac{10}{11}$ 米, $110\frac{10}{13}$ 米 15. 100米, 80米

問 題 25. (頁 99)

1. (1) 17 (2) 108 (3) 560 (4) 8057
 (5) 0.8 (6) 0.0809 (7) 32.450 弱 (8) $\frac{11}{14}$
 (9) 0.764 弱
 2. 81, 54 3. 405 籽, 270 籽
 4. 179 米 5. 8.83 寸
 6. 12700 籽 强

問 題 26. (頁 104)

1. $\pm\frac{5}{8}$ 2. ± 4 3. ± 25
 4. ± 9 5. -2, 5 6. -3, 6
 7. 2, $-\frac{9}{2}$ 8. 5, $-\frac{11}{3}$ 9. 6, -1
 10. $\frac{7}{5}$, 4 11. 3, $\frac{5}{2}$ 12. 5, -3
 13. 2, $\frac{1}{3}$ 14. ± 1 , ± 2 15. 1, ± 2 , -3

問 題 27. (頁 106, 107, 108)

1. 27, 36 2. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 3. $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$
 4. 20 糶 5. 26 尺, 38 尺 6. 30 日
 7. 10 籽 8. 168 立 9. 12 人

10. 5時, 7時 11. 10 海里, 9 海里
 12. 4.5 時 13. 1000 平方米 14. 100 株

問 題 29. (頁 118)

1. 2, 3; 3, 2 2. 3, 2; -5, 6
 3. 3, 5; 5, 3 4. 5, 4; -4, -5
 5. 2, 3; -46, 15 6. $6, \frac{2}{3}$; $3, \frac{1}{3}$
 7. $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{3}$ 8. 3, 2; 2, 3

問 題 30. (頁 120, 121, 122)

1. 6, 2; -6, -2 2. 7 米, 4 米; 8 米, 5 米
 3. 12 米, 8 米 4. 80 脚, 10 人
 5. 11 人 6. 2.5 圓, 8 人
 7. 18 糶, 8 糶 8. 400 圓, 7 分; 600 圓, 6 分
 9. 6 平方米 10. 6 米, 8 米, 4 米

問 題 31. (頁 129, 130, 131)

1. $\frac{22}{25}$, $\frac{2}{5}$ 5. 5 6. 5:2 7. 210 糶, 70 糶
 8. 53.5 圓, 21.4 圓, 21.4 圓, 21.6 圓, 32.1 圓
 9. 75.42 圓, 100.56 圓, 113.13 圓 10. 12 瓦, 24 瓦
 11. 8 立, 72 立 12. 36 籽 13. $\frac{8}{9}$

問 題 32. (頁 137, 138, 139)

1. 6 人 2. 9 月間

3. 94500 圓 4. 14 糶
5. 113.076 立方米 6. 2.5 時間
7. 5 時間 8. 4 枚
9. 10 時間 10. 36 籽

問 題 33. (頁 143, 144)

1. 21, -15 2. $6\frac{2}{3}$ 3. 3, 5
4. 225 5. 139.5 6. 273
7. $\frac{1}{2}n(n+1)$ 8. 21100 9. 49 俵
10. 10 俵 11. 14770 米
12. 376.76 圓弱, 414.63 圓弱 387.58 圓弱,
295.61 圓弱

問 題 34. (頁 149)

1. 1023 2. -341 3. $\frac{547}{81}$ 4. 8
5. $\frac{3}{2}$ 6. $\frac{27}{37}$ 7. 1 8. $\frac{59}{110}$
9. 2, ± 8 , 32, ± 128 , 512 10. 4, 2, 1,
11. 4, 2; $\frac{9}{4}$, $-\frac{3}{2}$ 12. 1 割

問 題 35. (頁 153)

1. 738.73 圓弱 2. 3553.41 圓弱
3. 580.19 圓弱 4. 1186.99 圓弱 5. 25000 圓

附 錄 第 一 補 習 問 題

1. 3, $\frac{1}{5}$, 0, $-\frac{1}{3}$, -2
2. -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3
3. 7, 1, 19, 5, -6, 0
4. -16, 25, $2\frac{1}{2}$, 30
5. -1, +1, -1, +1, -1, +1
6. $a=2$, 1, 0, -1, -2
與式 = $-\frac{3}{7}$, 0, -3, $-\frac{6}{5}$, -1
7. 16, -13, 2
8. 東方 $a-b+c$ 米, 45 米東, 40 米西, 13 米東, 3 米東
9. $n+a+b$ 歲, 32 歲, 13 歲, 12 歲, 2 歲
10. $5x^2-2x-6$ 11. $-x+2y$ 12. $3a-3$
13. $x-y-z$ 14. $-4a+2c$ 15. $-6x-2y$
16. $-2a-1$ 17. $11x-2$ 18. $29x$
19. $3a^3+2a^2+3a$ 20. $x+y+z$ 21. $5x^3+x^2y$
22. 0 23. $2a-b$ 24. $\frac{3}{2}x^2-\frac{7}{6}y^3$
25. $3x^3-x^2-4x+10$ 26. $a^3+b^3+c^3-3abc$
27. $8x^3-y^3$ 28. $x^3+y^3+3xy-1$
29. $4x^6-5x^5+8x^4-10x^3-8x^2-5x-4$
30. $x^6+10x-33$ 31. 0
32. $2a^2+2b^2+2c^2$ 33. $8x^3$
36. $(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$ 37. $(2y-2z+x)(2y+2z-x)$
38. $8(a+b)(a-b)(a^2+b^2)$ 39. $24x(x+1)^2(x-1)$

40. $(b+c-a)(b+c-5a)$ 41. $(x+5)(x-5)(x+2)(x-2)$
 42. $(x+2yz)^2(x-2yz)^2$
 43. $y^2(x+y)(x-y)(x+3y)(x-3y)$
 44. $(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)(-a+b+c+d)$
 45. $(x+y+a+b)(x+y-a-b)(x-y+a-b)(-x+y+a-b)$
 46. $x+3$ 47. $x-5$ 48. $a+3b$ 49. $x-2y$
 50. $-4y$ 51. 30 52. 5 53. 5
 54. 20 55. 15 56. 4 57. 6
 58. 6 59. 4 60. 2 61. 8, -6
 62. 2, 3 63. $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$ 64. 3, 2 65. 7, 10
 66. 5, -3 67. $\frac{27}{13}, \frac{13}{15}$ 68. $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ 69. 5, 2, 3
 70. $-4, -\frac{11}{3}, -\frac{9}{2}$ 71. 17, 22, -25
 72. 51, 76, 1 73. 5年後
 74. 20日後 75. 200俵 76. 200圓, 300圓
 77. 13日 78. 25俵 79. 17時間
 80. 12時間 81. 500圓, 300圓, 200圓
 82. 零下40度 83. 18歲 84. 5圓, 7.5圓
 85. 1.5籽 86. 450圓, 350圓, 400圓
 87. 10錢, 6錢 88. 13.75米, 8.25米
 89. 4籽, 12籽 90. 8籽, 3籽 91. 12枚, 80枚
 92. 202枚, 553枚 93. 30字 94. 72
 95. 60蠟, 180蠟, 35人 96. 8籽, 12籽, 140籽
 97. 30, 18 98. 15, 21, 12
 99. 81圓, 76.2圓 100. 12.885瓦, 2.215瓦

101. 45圓 102. 39歲, 18歲, 15歲
 103. 834 104. $3\frac{1}{5}$ 籽, $7\frac{7}{15}$ 籽
 105. 3時, 4時, 5時 106. 25日
 107. 60人, 6圓 108. 6瓦, 20瓦
 109. $5\frac{5}{24}$ 米, $6\frac{1}{4}$ 米 110. 1時20分
 111. -1 112. $\frac{a+b+c+d}{a-b+c+d}$
 113. $\frac{8x^4}{1-x^8}$ 114. $-\frac{2(x+1)}{(x-3)(x+5)}$
 115. $\frac{3x^2-18x+26}{(x-2)(x-3)(x-4)}$ 116. 0 117. 0
 118. 0 119. 1 120. $\frac{5(x+a)}{(x-2a)^2}$
 121. 3 122. -2 123. 1
 124. 根ナン 125. $\frac{79}{29}$ 126. 5
 127. $\frac{9}{2}$ 128. $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ 129. 5, 1
 130. 6, 3 131. 1圓25錢 132. 60日, 30日
 133. $13\frac{5}{7}$ 日, $18\frac{2}{7}$ 日, $25\frac{3}{5}$ 日 134. 4籽
 135. 3:6:2 136. 90籽, 72籽 137. 1.2米, 1.5米
 138. 4時, $1\frac{2}{3}$ 籽 139. 40斤 140. 50籽, 95籽
 141. ± 6 142. $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$ 143. $0, \frac{8}{3}$
 144. $1, \frac{13}{3}$ 145. 1 146. 1
 147. 1 148. $6, -\frac{52}{7}$ 149. $5, -\frac{5}{4}$
 150. $0, \pm 5$ 151. 4, 3; 4, -3; -4, 3; -4, -3
 152. 4, 6; 6, 4 153. 2, 2
 154. 3, 4; $\frac{5}{3}, \frac{16}{3}$ 155. -5, 7; -7, 5

156. 2, 6; 5, 3 157. 4, 6; 6, 4; -4, -6; -6, -4
 158. 0, 2 159. $\frac{5}{4}, \frac{8}{5}; \frac{3}{2}, 2$
 160. 35, 28; 28, 35 161. 4米
 162. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 米, $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 米 163. 9.56秒強, 0.64秒強
 164. 6耗弱 165. 乙ノ出發市カラ512籽
 166. 0.0725 167. 36日, 45日
 168. 18日 169. 50箇
 170. 1.2圓, 50蠟 171. 6時間
 172. 8籽 173. 24籽, 8籽
 174. 8分, 7分 175. 16度
 176. 450海里 177. 420籽
 178. 20日, 2.4圓, 1.8圓 179. 各90立
 180. 8糶, 6糶 181. 36籽, 48籽
 182. 20間, 15間 183. 60米, 80米
 184. 35錢, 30錢 185. 900圓, 1100圓
 186. 132人, 154人, 165人, 176人
 187. 612圓, 552圓, 750圓 188. 140圓, 126圓, 105圓
 189. 7526圓, 11289圓, 15052圓
 190. $23\frac{1}{3}$ 瓦 191. 2:3
 192. 12000圓, 28000圓 193. 30立, 24立
 194. 16日2時間 195. 120回
 196. 1錢6厘 197. 414.86米
 198. 5日 199. 12米
 200. 元ノ正方形ノ2倍

附錄第二 對數問題

1. 2.4456, 0.5132, 3.7634, 3.6364, 2.3870, 4.5634
 2. 135, 3.29, 0.517, 0.04824, 18.59, 3342
 3. 07.1, 36.29, 0.1469
 4. 8.3年強 5. 3305圓 6. 3405圓
 7. 8.2年強 8. 703圓 9. 2265平方糶
 10. 62糶

平方根表

數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根	數	平方根
1	1.000	51	7.141	101	10.050	151	12.288	201	14.177
2	1.414	52	7.211	102	10.100	152	12.329	202	14.213
3	1.732	53	7.280	103	10.149	153	12.369	203	14.248
4	2.000	54	7.348	104	10.198	154	12.410	204	14.283
5	2.236	55	7.416	105	10.247	155	12.450	205	14.318
6	2.449	56	7.483	106	10.296	156	12.490	206	14.353
7	2.645	57	7.549	107	10.344	157	12.530	207	14.387
8	2.828	58	7.615	108	10.392	158	12.570	208	14.422
9	3.000	59	7.681	109	10.440	159	12.610	209	14.457
10	3.162	60	7.745	110	10.488	160	12.649	210	14.491
11	3.316	61	7.810	111	10.536	161	12.689	211	14.526
12	3.464	62	7.874	112	10.583	162	12.728	212	14.560
13	3.605	63	7.937	113	10.630	163	12.767	213	14.595
14	3.741	64	8.000	114	10.677	164	12.806	214	14.629
15	3.872	65	8.062	115	10.724	165	12.845	215	14.663
16	4.000	66	8.124	116	10.770	166	12.884	216	14.697
17	4.123	67	8.185	117	10.817	167	12.923	217	14.731
18	4.242	68	8.246	118	10.863	168	12.961	218	14.765
19	4.358	69	8.306	119	10.909	169	13.000	219	14.799
20	4.472	70	8.366	120	10.954	170	13.038	220	14.832
21	4.582	71	8.426	121	11.000	171	13.077	221	14.866
22	4.690	72	8.485	122	11.045	172	13.115	222	14.900
23	4.795	73	8.544	123	11.091	173	13.153	223	14.933
24	4.898	74	8.602	124	11.136	174	13.191	224	14.967
25	5.000	75	8.660	125	11.180	175	13.229	225	15.000
26	5.099	76	8.717	126	11.225	176	13.266	226	15.033
27	5.196	77	8.774	127	11.269	177	13.304	227	15.067
28	5.291	78	8.831	128	11.314	178	13.342	228	15.100
29	5.385	79	8.888	129	11.358	179	13.379	229	15.133
30	5.477	80	8.944	130	11.402	180	13.416	230	15.166
31	5.567	81	9.000	131	11.446	181	13.454	231	15.199
32	5.656	82	9.055	132	11.489	182	13.491	232	15.232
33	5.744	83	9.110	133	11.533	183	13.528	233	15.264
34	5.830	84	9.165	134	11.576	184	13.565	234	15.297
35	5.916	85	9.219	135	11.619	185	13.601	235	15.330
36	6.000	86	9.273	136	11.662	186	13.638	236	15.362
37	6.082	87	9.327	137	11.705	187	13.675	237	15.395
38	6.164	88	9.380	138	11.747	188	13.711	238	15.427
39	6.244	89	9.433	139	11.790	189	13.748	239	15.460
40	6.324	90	9.486	140	11.832	190	13.784	240	15.492
41	6.403	91	9.539	141	11.874	191	13.820	241	15.524
42	6.480	92	9.591	142	11.916	192	13.856	242	15.556
43	6.557	93	9.643	143	11.958	193	13.892	243	15.588
44	6.633	94	9.695	144	12.000	194	13.928	244	15.620
45	6.708	95	9.746	145	12.042	195	13.964	245	15.652
46	6.782	96	9.797	146	12.083	196	14.000	246	15.684
47	6.855	97	9.848	147	12.124	197	14.036	247	15.716
48	6.928	98	9.899	148	12.166	198	14.071	248	15.748
49	7.000	99	9.949	149	12.207	199	14.107	249	15.780
50	7.071	100	10.000	150	12.247	200	14.142	250	15.811

對 數 表

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	0000	0043	0086	0123	0170	0212	0253	0294	0334	0374		
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755		
12	0792	0823	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106		
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430		
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732		
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014		
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279		
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529		
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765		
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989		
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201		
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404		
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598		
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784		
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962		
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133		
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298		
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456		
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609		
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757		
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900		
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038		
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172		
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302		
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428		
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551		
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670		
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786		
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899		
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010		
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117		
43. 42. 41. 39. 38. 37. 36. 35. 34. 33. 32. 31. 29. 28.												
比 例 部 分	1	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3
	2	9	8	8	8	8	7	7	7	6	6	6
	3	13	13	12	12	11	11	11	10	10	9	9
	4	17	17	16	16	15	15	14	14	13	13	12
	5	22	21	21	20	19	19	18	18	17	16	15
	6	26	25	25	23	23	22	22	21	20	19	17
	7	30	29	29	27	27	26	25	24	23	22	20
	8	34	34	33	31	30	29	28	27	26	25	23
	9	39	38	37	35	34	33	32	31	30	29	28

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117		
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222		
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325		
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425		
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522		
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618		
46	6623	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712		
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803		
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893		
49	6902	6911	6920	6929	6937	6946	6955	6964	6972	6981		
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067		
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152		
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235		
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316		
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396		
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474		
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551		
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627		
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701		
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774		
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846		
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917		
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987		
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055		
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122		
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189		
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254		
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319		
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382		
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445		
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506		
27. 26. 25. 24. 23. 22. 21. 19. 18. 17. 16. 15. 14. 13. 12.												
比 例 部 分	1	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	1
	2	5	5	5	5	4	4	4	4	3	3	3
	3	8	8	8	7	7	7	6	6	5	5	4
	4	11	10	10	10	9	9	8	8	7	7	6
	5	14	13	13	12	12	11	11	10	9	9	8
	6	16	16	15	14	14	13	13	11	11	10	9
	7	19	18	18	17	16	15	15	13	13	12	11
	8	22	21	20	19	18	17	17	15	14	13	12
	9	24	23	23	22	21	20	19	17	16	15	14

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
100	00000	00043	00087	00130	00173	00217	00260	00303	00346	00389
101	00432	00475	00518	00561	00604	00647	00689	00732	00775	00817
102	00860	00903	00945	00988	01030	01072	01115	01157	01199	01242
103	01284	01326	01368	01410	01452	01494	01536	01578	01620	01662
104	01703	01745	01787	01828	01870	01912	01953	01995	02036	02078
105	02119	02160	02202	02243	02284	02325	02366			

問	答	問	答	問	答	問	答	問	答
1001	1001	1002	1002	1003	1003	1004	1004	1005	1005
1006	1006	1007	1007	1008	1008	1009	1009	1010	1010
1011	1011	1012	1012	1013	1013	1014	1014	1015	1015
1016	1016	1017	1017	1018	1018	1019	1019	1020	1020
1021	1021	1022	1022	1023	1023	1024	1024	1025	1025
1026	1026	1027	1027	1028	1028	1029	1029	1030	1030
1031	1031	1032	1032	1033	1033	1034	1034	1035	1035
1036	1036	1037	1037	1038	1038	1039	1039	1040	1040
1041	1041	1042	1042	1043	1043	1044	1044	1045	1045
1046	1046	1047	1047	1048	1048	1049	1049	1050	1050
1051	1051	1052	1052	1053	1053	1054	1054	1055	1055
1056	1056	1057	1057	1058	1058	1059	1059	1060	1060
1061	1061	1062	1062	1063	1063	1064	1064	1065	1065
1066	1066	1067	1067	1068	1068	1069	1069	1070	1070
1071	1071	1072	1072	1073	1073	1074	1074	1075	1075
1076	1076	1077	1077	1078	1078	1079	1079	1080	1080
1081	1081	1082	1082	1083	1083	1084	1084	1085	1085
1086	1086	1087	1087	1088	1088	1089	1089	1090	1090
1091	1091	1092	1092	1093	1093	1094	1094	1095	1095
1096	1096	1097	1097	1098	1098	1099	1099	1100	1100
1101	1101	1102	1102	1103	1103	1104	1104	1105	1105
1106	1106	1107	1107	1108	1108	1109	1109	1110	1110
1111	1111	1112	1112	1113	1113	1114	1114	1115	1115
1116	1116	1117	1117	1118	1118	1119	1119	1120	1120
1121	1121	1122	1122	1123	1123	1124	1124	1125	1125
1126	1126	1127	1127	1128	1128	1129	1129	1130	1130
1131	1131	1132	1132	1133	1133	1134	1134	1135	1135
1136	1136	1137	1137	1138	1138	1139	1139	1140	1140
1141	1141	1142	1142	1143	1143	1144	1144	1145	1145
1146	1146	1147	1147	1148	1148	1149	1149	1150	1150
1151	1151	1152	1152	1153	1153	1154	1154	1155	1155
1156	1156	1157	1157	1158	1158	1159	1159	1160	1160
1161	1161	1162	1162	1163	1163	1164	1164	1165	1165
1166	1166	1167	1167	1168	1168	1169	1169	1170	1170
1171	1171	1172	1172	1173	1173	1174	1174	1175	1175
1176	1176	1177	1177	1178	1178	1179	1179	1180	1180
1181	1181	1182	1182	1183	1183	1184	1184	1185	1185
1186	1186	1187	1187	1188	1188	1189	1189	1190	1190
1191	1191	1192	1192	1193	1193	1194	1194	1195	1195
1196	1196	1197	1197	1198	1198	1199	1199	1200	1200

女子代數教科書

定價金六拾六錢

昭和五年度臨時定價 金壹圓八錢



著作権法
第三十二條ノ一
練習用ノタメニ著作
シタル問題ノ解答書
ヲ發行スルモノハ偽
作者ト看做ス

大正十年十一月二日印刷 大正十年十一月五日發行
大正十年十二月十二日訂正再版發行 大正十五年九月十三日修正三版發行
大正十五年十月十六日訂正四版印刷
大正十五年十月十九日訂正四版發行

著者 林 鶴 一

東京市小石川區小日向水道町八十四番地

發行兼印刷者 株式會社 東京開成館

代表者 松本繁吉

東京市小石川區小日向水道町八十四番地

發行所 株式會社 東京開成館

【振替貯金口座】東京五三二二番

東京市日本橋區吳服橋二丁目五番地

販賣所 林 平 次 郎

大阪市東區北久寶寺町心齋橋筋角

販賣所 三 木 佐 助

東京牛込株式會社秀英舎印刷

サ
ヤ
ス
エ
ヨ
リ

頤島女子商業學校
第一學年日記

谷千三子

