新撰

女子幾何教科書

【全】

理學博士　坂井英太郎編

開成館藏版

文部省檢定濟
大正五年十二月六日 高等女學校數學科用

新撰

女子幾何教科書

［全］

東京帝國大學理科大學教授
理學博士
坂井英太郎
編纂

開成館藏版
東京

緒言

本書ハ高等女學校及之ト同程度ノ女學校ニ於ケル幾何教科書トシテ編纂セルモノニシテ,初學者ヲシテ推理ト實驗トニヨリテ,幾何學ノ大意ニ通曉セシメ,算術,代數,圖畫等ノ諸學科ト相關聯シテ各種ノ應用問題ヲ迅速確實ニ處理スルノ能力ヲ養成セシメンコトヲ期セリ。

本書ハ上記ノ目的ヲ達センガ爲ニ,簡明平易ヲ主トシ,重要ニシテ全然闕クベカラズト認メタル事項ノミヲ擧ゲ,其他若干ハ雜題トシテ別ニ卷末ニ掲ゲ,以テ教授上補足ノ餘地ヲ存セリ

叙述ノ順序等ニ至リテハ必ズシモ形式ノ整備ヲ偏重セズ,全然舊套ヲ脱却シテ,算術其他ノ教科書ト體裁ヲ統一セシメタリ。

大正五年七月　　編者識

目次

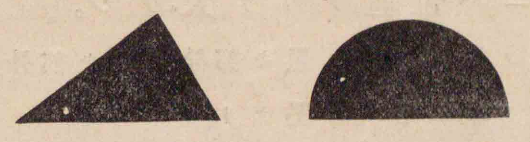
第一篇　平面圖形

第二篇　立體圖形

第一篇　平面圖形

第一章　點,線,面ニ就キテ

1. 線。 白紙ノ一部分ヲ黑ク染ムルトキハ,白キ部分ト黑キ部分トヲ區別スル界アリ.



此界ニハ長サアリテ太サナシ,此場合ニ紙ノ白キ部分ト黑キ部分トノ界ハ線ナリト云フ. 即チ

線ニハ長サアリテ太サナシ。

線ヲ圖ニ表スニハ,便宜上鉛筆等ノ細クシテ且一様ナル太サノ痕迹ヲ用フ.

2. 點。 線ヲ二ツニ切斷スルトキハ,此二ツノ部分ヲ區別スル界アリ,此界ニハ長サナク又太サナシ.

此場合ニ線ノ二ツノ部分ノ界ハ點ナリト云フ.即チ

點ニハ位置アリテ大サナシ。

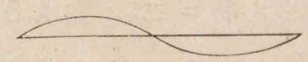
前節ノ圖ニテ,紙ノ黑キ部分ト白キ部分トノ界ノ出會フ隅ハ各一ツノ點ナリ。

一般ニ二ツノ線ノ切リ合フ位置ハ點ニシテ,一ツノ線ノ兩端ハイヅレモ點ナリ。又線ハ點ノ運動ニヨリテ生ズルモノト考フルコトヲ得。

點ヲ圖ニ表スニハ細クシテ且短キ十字形,又ハ小ナル丸星等ヲ用ヒ,之ヲ指名スルニハ一ツノ文字ヲ用フ。

上ノ圖ニテ,十字ノ切リ合フ處,又ハ丸星ノ眞中ハ各一ツノ點ノ位置ニシテ,之ヲ點A,點Bト云フ。

3. 直線。 一條ノ絲ヲ取リ其兩端ヲ緊ト引キ張ルトキハ,絲ハ眞直トナル。



此場合ニ絲ノ形ハ直線ナリト云フ。即チ直線ハ眞直ナル線ニシテ,次ノ性質アリ。

二ツノ點ヲ通過シテ,恒ニ唯一ツノ直線ヲ引クコトヲ得。

二ツノ點ノ間ニ於ケル線ノ中ニテ,直線最モ短シ。

直線ハ限リナク延長スルコトヲ得。

直線ニアラザル線ヲ曲線ト云フ。

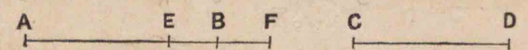
直線ヲ指名スルニハ,其上ニ在ル二ツノ點ヲ表ス文字ヲ用フ。

上ノ圖ニテ,點A,點Bヲ通過スル直線ヲ直線ABト云フ。

直線ヲ引キ又ハ之ヲ延長スルニハ定規ヲ用フ。

4. 線分。 直線ハ限リナク延長シ得ルガ故ニ，以下單ニ直線ト云フトキハ，其長サニ限リナキモノヲ指スコトト定メ，特ニ二ツノ點A,Bノ間ニ於ケル直線ノ部分ヲ指ストキハ，之ヲ**線分AB**ト云ヒ，此線分ノ長サヲ二ツノ點A,Bノ**距離**ト云フ。

二ツノ線分AB,CDヲ比較シ，其大小ヲ定ムルニハ，一ツノ線分例ヘバCDノ一端Cヲ他ノ線分ABノ一

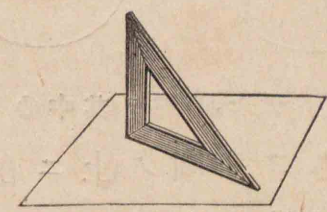


端Aノ上ニ置キ，他ノ端DヲAB又ハ其延長線ノ上ニ在ラシムベシ。此場合ニDガA,Bノ間ニ在ル一ツノ點Eノ上ニ落ツレバ線分ABハ線分CDヨリモ**大ナリ**ト云ヒ，DガBノ上ニ落ツレバABトCDトハ**相等シ**ト云ヒ，DガABノ外ニ在ル一ツノ點Fノ上ニ落ツレバABハCDヨリモ**小ナリ**ト云フ。

又上ノ圖ニテ，線分ABヲ線分AE,EBノ**和**ト云ヒ，AEヲAB,EBノ**差**ト云フ。AE,EBガ相等シキトキハ，ABハAE又ハEBノ二倍ナリト云ヒ，AE又ハEBハABノ二分ノ一又ハ半ナリト云フ。又此場合ニ點Eヲ線分ABノ**中點**ト云フ。

線分ノ大小ヲ比較シ，又ハ其和或ハ差等ヲ作ル場合ニハ，兩脚規ヲ用フ，又物指(モノサシ)ハ一定ノ線分ヲ標準トシ，之ニ比較シテ他ノ線分ノ長サヲ測ルモノナルガ故ニ，之ヲ用ヒテ便ナルコトアリ。

5. 平面。 平カナル板ノ上ニ定規ノ緣ヲ接觸セシムルトキハ，其位置ニ關ラズ，定規ノ緣ト板ノ表面トハ全ク密接シテ少シモ間隙ヲ生ズルコトナシ。

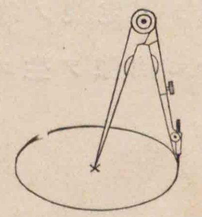


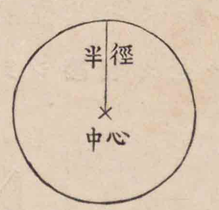
此場合ニ板ノ表面ハ**平面**ナリト云フ。即チ

平面ノ上ニ在ル任意ノ二ツノ點ヲ通過スル直線ハ全ク其表面ノ上ニ在ルモノトス。

平面ニアラザル表面ヲ**曲面**ト云フ。球ノ表面，圓柱ノ表面等ハイヅレモ曲面ナリ。

6. 圓。 兩脚規ノ兩脚ヲ適宜ニ開キ,其一脚ノ尖端ヲ平面ノ上ニ在ル一ツノ點ニ固定シ,他ノ脚ノ尖端ヲ平面ニ觸レシメ,兩脚ノ間ノ開キノ變ラヌ樣ニ之ヲ廻轉セシムルトキハ,此平面ノ上ニ在ル一ツノ點ヨリ始マリ又其點ニ戻ル一ツノ曲線ヲ得。





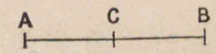
此曲線ヲ**圓**ト云ヒ,定點ヲ其**中心**ト云フ。

圓ノ中心ヨリ圓ノ上ニ在ル總テノ點ニ至ル距離ハ皆相等シ。

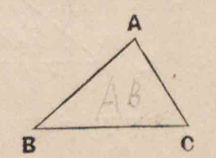
圓ノ中心ヨリ圓ノ上ニ在ル一ツノ點ニ至ル線分ヲ其圓ノ**半徑**ト云フ。一ツノ圓ノ半徑ハ皆相等シ。

問題

1. 一ツノ線分 AB ヲ書キ,折リ返シテ其一端 A ヲ他ノ端 B ニ重ヌルトキハ,折リ目ニ當ル點 C ハ AB ノ中點ナルコトヲ,第四節ニ由リテ示セ。

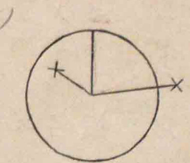


2. 任意ノ三ツノ點 A,B,C ヲ取リテ,三ツノ線分 AB, BC, CA ヲ書キ,其二ツノ和ト他ノ一ツトハイヅレガ大ナルカ,兩脚規ヲ用ヒテ之ヲ試ヨ。



3. 一ツノ點ヲ通過スル二ツノ異ナル直線ハ再ビ他ノ點ニ於テ交ラザルコトヲ,第三節ニ由リテ示セ。

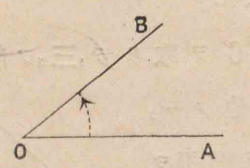
4. 一ツノ圓ノ中心ヨリ其圓內ニ在ル一ツノ點ニ至ル距離ハ半徑ヨリモ小ニシテ,其外ニ在ル一ツノ點ニ至ル距離ハ半徑ヨリモ大ナルコトヲ,兩脚規ヲ用ヒテ示セ。

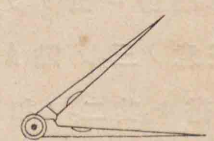


5. 三角定規ノ縁ガ正シク直線ナルカ否カヲ驗ス方法ヲ工夫セヨ。

第二章　角ニ就キテ

7. 角。 同一ノ點ヨリ出ヅル二ツノ直線ハ其點ニ於テ**角ヲ夾ム**又ハ**角ヲ作ル**ト云ヒ,其點ヲ角ノ**頂點**ト云ヒ,二ツノ直線ヲ角ノ**邊**ト云フ。

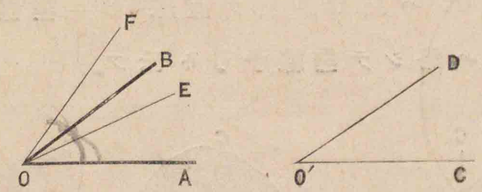




兩脚規ヲ平面ノ上ニ置キ,其一脚ヲ固定シ,他ノ脚ヲ平面ヲ離レヌ樣ニ廻ストキハ,兩脚ノ間ノ開キハ次第ニ增大ス。之ト同樣ニ,角ノ一邊ガ他ノ一邊ノ位置ヨリ發シ,其平面ヲ離レヌ樣ニ頂點ノ周リニ廻轉スト考ヘ,廻轉ノ多少ニ由リテ角ノ大小ヲ定ムルモノトス。從テ角ノ大サハ邊ノ長サニハ關係ナシ。

角ヲ指名スルニハ,其頂點ヲ表ス文字ヲ用ヒ,又ハ其前後ニ兩邊ノ上ノ一ツノ點ヲ表ス文字ヲ加フ。上ノ圖ニテ,二ツノ直線 OA, OB ノ作ル角ヲ角 O 又ハ角 AOB ト云フ。O ハ其頂點, OA, OB ハ其邊ナリ。

8. 角ノ比較。 二ツノ角 AOB, CO'D ヲ比較シテ其大小ヲ定ムルニハ,一ツノ角例ヘバ CO'D ノ頂點 O'

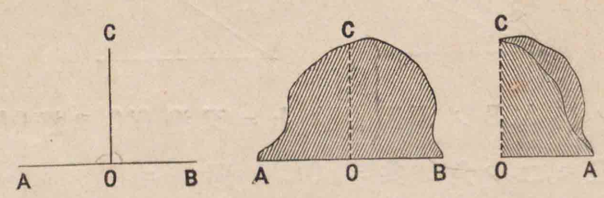


ヲ他ノ角 AOB ノ頂點 O ノ上ニ又邊 O'C ヲ邊 OA ノ上ニ置キ,二ツノ角ヲ共ニ OA ノ同側ニ在ラシムベシ。此場合ニ邊 O'D ガ角 AOB ノ内ニ在ル一ツノ直線 OE ノ上ニ落ツレバ角 AOB ハ角 CO'D ヨリモ**大ナリ**ト云ヒ, O'D ガ OB ノ上ニ落ツレバ AOB ト CO'D トハ**相等シ**ト云ヒ, O'D ガ角 AOB ノ外ニ在ル一ツノ直線 OF ノ上ニ落ツレバ AOB ハ CO'D ヨリモ**小ナリ**ト云フ。

又上ノ圖ニテ,角 AOB ヲ角 AOE 及角 EOB ノ**和**ト云ヒ,角 AOE ヲ角 AOB 及角 EOB ノ**差**ト云フ。

角 AOE, EOB ガ相等シキトキハ,角 AOB ハ角 AOE 又ハ角 EOB ノ二倍ナリト云ヒ,角 AOE 又ハ角 EOB ハ角 AOB ノ二分ノ一又ハ半ナリト云フ。又此場合ニ直線 OE ヲ角 AOB ノ**二等分線**ト云フ。

9. 垂線。 一ッノ直線OCガ他ノ直線ABト點Oニ於テ交リテ作ル二ッノ角AOC,BOCガ相等シキトキハ,直線OCハ點Oニ於テ直線ABニ**垂直ナル直線ナリ**,又ハ略シテ**垂線ナリ**ト云フ。



今點Oニ於テ平面ヲ折リ返シ,OAヲOBニ重ネ次ニ之ヲ開クトキハ,折リ目ナル直線OCハ即チOニ於テABニ垂線ナリ。

一ッノ直線ノ上ニ在ル一ッノ點ヨリ其直線ニ唯一ッノ垂線ヲ引クコトヲ得ルモノトス。

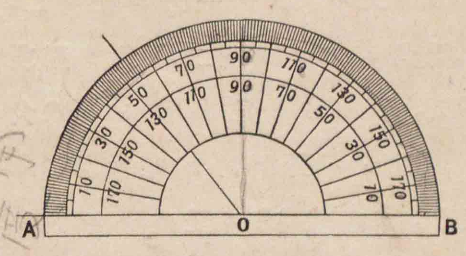
10. 直角。 角ノ一ッノ邊ガ他ノ邊ニ垂直ナルトキハ,其角ヲ**直角**ト云フ。

直角ノ九十分ノ一ニ等シキ角ヲ,角ヲ測ル單位トシテ之ヲ一度ト云ヒ,一度ノ六十分ノ一ヲ一分ト云ヒ,一分ノ六十分ノ一ヲ一秒ト云フ。即チ直

角ハ九十度ニシテ,其十六分ノ一ハ五度三十七分三十秒ナリ。之ヲ各90°及5°37′30″ト記ス。

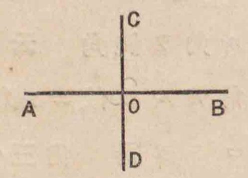
又90°ヨリモ小ナル角ヲ**銳角**ト云ヒ,90°ヨリモ大ニシテ180°ヨリモ小ナル角ヲ**鈍角**ト云フ。

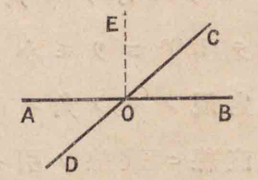
三角定規ノ一ッノ角ハ直角ナルガ故ニ,之ヲ用ヒテ一ッノ直線ニ垂線ヲ引クコトヲ得。尚三角定規ノ他ノ二ッノ角ハ通常30°及60°又ハ二ットモ45°ナリ。



角ヲ測ルニハ分度器ヲ用フ。分度器ハ通常半圓形ニシテ其緣ニ度盛アリ,圓ノ半ニ等シキ部分ヲ百八十ニ等分ス,之ヲ用ヒテ角ヲ測ルニハ其中心Oヲ角ノ頂點ニ重ネ,ABヲ角ノ一邊ニ重ヌベシ。此場合ニ他ノ一邊ノ指示スル度ハ即チ角ノ大サナリ　故ニ此器ヲ用ヒテ,角ノ大小ヲ比較シ,其和又ハ差ヲ作リ,或ハ必要ナル大サノ角ヲ畫クヲ得ルコト,物指ノ線分ニ於ケルト同樣ナリ。

11. 隣角對頂角。 二ッノ直線AB,CDガ點Oニ於テ交ルトキ,此ニ四ッノ角AOC,BOC,AOD,BODアリ。





此中ニテ,AB又ハCDノ一方ニ在ル二ッノ角ヲ隣角ト云ヒ,隣角ニアラザル二ッノ角ヲ對頂角ト云フ.上ノ圖ニテ,角AOCト角BOCトハ隣角ニシテ,角AOCト角BODトハ對頂角ナリ。

今直線OCガ直線ABニ垂直ナルトキハ,第10節ニ由リ,角AOC,角BOCハ共ニ直角ニ等シキガ故ニ,角AOC,角BOCノ和ハ二直角ニ等シ。

又OCガABニ垂直ナラザルトキハ,點Oニ於テABニ垂線OEヲ引ケバ,二ッノ角AOC,BOCノ和ハ三ッノ角AOE,EOC,BOCノ和,即チ二ッノ角AOE,EOBノ和ニ等シ,因テ又二直角ニ等シ。

他ノ隣角ニ就キテモ同様ナリ。故ニ

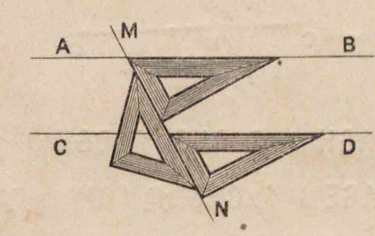
二ッノ隣角ノ和ハ二直角ニ等シ。

次ニ角AOC及角BOCノ和ハ上ノ證明ニ由リテ二直角ニ等シク,角AOD及角AOCノ和モ亦同様ニ二直角ニ等シ。因テ雙方ヨリ共通ナル角AOCヲ除キ去レバ,角BOCハ角AODニ等シ。

他ノ對頂角ニ就キテモ同様ナリ。故ニ

對頂角ハ相等シ。

12. 平行線。 三角定規ノ一邊ヲ直線ABニ接セシメ,他ノ一邊ニハ第二ノ三角定規ヲ接セシメ第二ノ定規ヲ固定シ,第一ノ定規ヲ滑ラシテ,其ABト一致セル邊ニ沿ウテ直線CDヲ引ク。

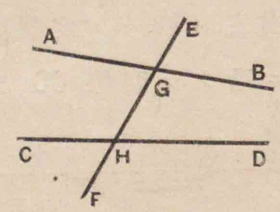


然ルトキハAB,CDハ第二ノ定規ノ縁ナルMNト同一ノ角ヲ作ル.即チABガMNノ位置ヨリABノ位置ニ至ル爲ニ廻轉シタル角ノ大サトCDガMNノ位置ヨリCDノ位置ニ至ル爲ニ廻轉シタル角ノ大サトハ相等シク,AB,CDハ全ク同方向ヲ取ル,從テ

其兩端ヲ何程延長スルモ決シテ相交ルコトナシ。此場合ニAB,CDハ互ニ平行ナリト云フ。

一ッノ直線ノ外ニ在ル一ッノ點ヲ通過シテ其直線ニ唯一ッノ平行線ヲ引クコトヲ得ルモノトス。

13. 錯角,同位角。 一ッノ直線EFガ二ッノ直線AB,CDニ交ルトキ,其交點G,Hニ於テ八ッノ角アリ。

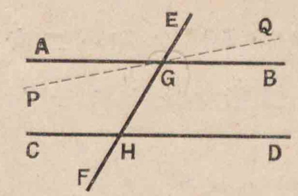


此中ニテ,角AGHト角DHG,角BGHト角CHGヲ錯角ト云ヒ,角AGEト角CHG,角AGHト角CHF,角BGEト角DHG,角BGHト角DHFヲ同位角ト云フ。

一ッノ直線ガ二ッノ直線ト交リテ作ル一雙ノ同位角ガ相等シキトキハ,其二ッノ直線ハ平行ナリ。

角AGHハ對頂角BGEニ等シ,從テ錯角AGH,DHGガ相等シキトキハ,同位角BGE,DHGハ相等シ。故ニ

一ノ直線ガ二ッノ直線ト交リテ作ル一雙ノ錯角ガ相等シキトキハ,其二ッノ直線ハ平行ナリ。

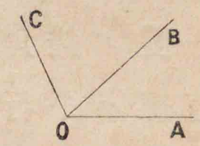


今一ッノ直線EFト二ッノ平行線AB,CDトノ交點ヲG,Hトシ,Gヲ通過シテ直線PQヲ引キ,角PGHヲ角DHGニ等シカラシムルトキハ,上ノ證明ニ由リ,PQ,CDハ平行ナリ。然ルニ點Gヲ通過シテCDニ平行ナル直線ハ唯一ッナルガ故ニ,PQハABニ一致セザルベカラズ。因テ錯角AGH,DHGハ相等シク,從テ同位角BGE,DHGハ相等シ。故ニ

一ノ直線ガ二ッノ平行線ト交リテ作ル錯角ハ相等シク,同位角モ亦相等シ。

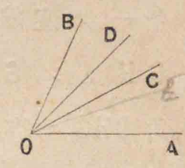
問題

1. 一ツノ點Oヨリ三ツノ直線OA,OB,OCヲ引キ,三ツノ角AOB,BOC,AOCヲ測リテ,角AOB,BOCノ和ハ角AOCニ等シキコトヲ驗セ。



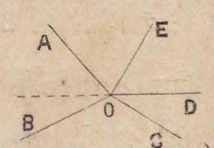
2. 二ツノ角AOB,BOCノ和ハ二直角ニ等シク,角AOBハ角BOCノ二倍ナルトキ,各ノ角ノ大サヲ求メ,且之ヲ畫ケ。

3. 一ツノ角AOBノ二等分線ヲOC,此角ノ内ニ在ル他ノ一ツノ直線ヲODトシ,角AODト角BODトノ差ハ角CODノ二倍ニ等シキコトヲ證明セヨ。

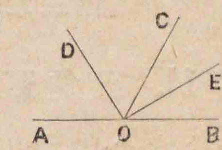


4. 二ツノ直線ガ交リテ作ル角ノ一ツガ直角ナルトキハ,他ノ三ツノ角モ亦直角ナルコトヲ證明セヨ。

5. 一ツノ點Oヨリ出ヅル數多ノ直線OA,OB,OC等ノ各ガ其次ノ直線ト作ル角AOB,BOC等ノ和ハ360°ニ等シキコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。



6. 一ツノ直線OCガ他ノ直線ABト交リテ作ル二ツノ角AOC,BOCノ二等分線OD,OEハ互ニ垂直ナルコトヲ證明セヨ。

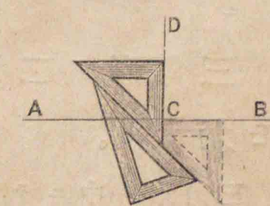


7. 一ツノ直線EFガ二ツノ平行線AB,CDト點G,Hニ於テ交リテ作ル角AGH,CHGノ和ハ180°ニ等シキコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。

8. 一ツノ直線ニ平行ナル直線ハイヅレモ互ニ平行ナルコトヲ證明セヨ。

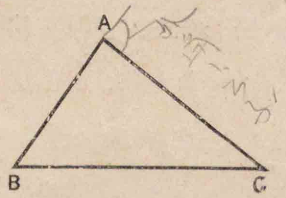
9. 三角定規ノ直角ガ正シキカ否カヲ驗ス方法ヲ工夫セヨ。

10. 三角定規ノ直角ノ一邊ヲ直線ABニ接セシメ,直角ニ對スル他ノ一邊ニハ他ノ定規ヲ接セシメ,第二ノ定規ヲ固定シ,第一ノ定規ヲ滑ラシ,其ABニ接セザル邊ニ沿ウテ直線CDヲ引クトキハ,CDハABニ垂直ナルコトヲ證明セヨ。



第三章　三角形ニ就キテ

14. 三角形。 三ツノ線分ガ平面ノ一部分ヲ圍ムトキハ,此三ツノ線分ハ一ツノ**三角形**ヲ**作ル**ト云フ。



線分 AB, BC, CA ノ作ル三角形ヲ三角形 ABC ト云ヒ, AB, BC, CA ヲ其**邊**ト云ヒ,點 A, B, C ヲ其**頂點**ト云ヒ,角 A, B, C ヲ其**內角**又ハ單ニ**角**ト云フ。

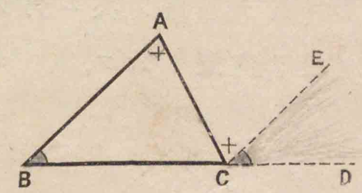
三角形ノ一邊ト他ノ邊ノ延長線トノ夾ム角ヲ其**外角**ト云フ。

二點ノ間ニ於ケル線ノ中ニテ直線最モ短キガ故ニ

三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリモ大ナリ。

三角形ノ中ニテ,二邊ガ相等シキモノヲ**二等邊三角形**ト云ヒ,三邊ガ相等シキモノヲ**等邊三角形**ト云ヒ,一角ガ直角ナルモノヲ**直角三角形**ト云フ。

15. 三角形ノ內角ノ和。 三角形 ABC ノ



邊 BC ノ延長線ヲ CD トシ,頂點 C ヨリ邊 BA ニ平行ニ直線 CE ヲ引クトキハ,第13節ニ由リテ,角 A ハ角 ACE ニ等シク,角 B ハ角 ECD ニ等シ,卽チ角 ACD ハ角 A, 角 B ノ和ニ等シ。然ルニ角 ACB, 角 ACD ノ和ハ第11節ニ由リテ二直角ニ等シ。因テ角 A, 角 B, 角 C ノ和ハ二直角ニ等シ。故ニ

三角形ノ內角ノ和ハ二直角ニ等シ。

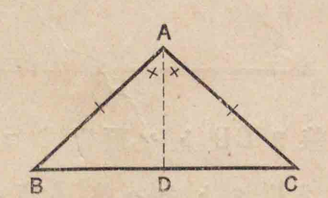
三角形ノ外角ハ之ニ接セザル內角ノ和ニ等シ。

三角形ノ內角ノ和ハ二直角ニ等シキガ故ニ,其一ツノ角ガ直角又ハ鈍角ナルトキハ,他ノ角ハ鋭角ナルコト明ナリ。卽チ

三角形ノ角ノ中ニテ,少クトモ二ツハ鋭角ナリ。

16. 二等邊三角形ノ等邊ト其對角。

二等邊三角形ニ於テ,等邊ノ夾ム角ヲ**頂角**ト云ヒ,頂角ニ對スル邊ヲ**底邊**ト云フ.



三角形ABCニ於テ,二邊AB,ACハ相等シトシ,角Aノ二等分線ト邊BCトノ交點ヲDトシ,ADニ沿ウテ三角形ACDヲ折リ返ストキハ,角CADハ角BADニ等シク,ACハABニ等シキガ故ニ,ACハABニ重ナリ,從テCDハBDニ重ナル,卽チ角Cノ二邊ハ全ク角Bノ二邊ニ重ナル。故ニ

二等邊三角形ノ等邊ニ對スル角ハ相等シ。

此場合ニBDトCDトハ相等シク,又角ADBト角ADCトハ相等シク卽チ直角ナリ。故ニ

二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線ハ底邊ヲ二等分シ且之ニ垂直ナリ。

又三角形ABCニ於テ,AB,ACハ相等シク且AB,BCモ亦相等シキトキハ,角C,角Bハ相等シク且角C,角Aモ亦相等シ。故ニ

等邊三角形ノ角ハ皆相等シ。

定理

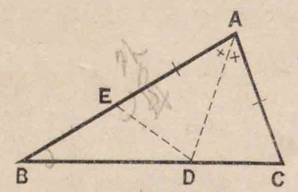
次ニ三角形ABCニ於テ,角B,角Cハ相等シトシ,角Aノ二等分線ヲADトスルトキハ,二ツノ三角形ABD,ACDニ於テ角B,角Cハ相等シク,角BAD,角CADモ亦相等シキガ故ニ,第15節ニ由リテ,角ADB角ADCハ相等シク卽チ直角ナリ。因テADニ沿ウテ折リ返ストキハ,CDハBDニ,ACハABニ重ナル。故ニ

三角形ノ二角ガ相等シキトキハ,之ニ對スル邊モ亦相等シ。

又三角形ABCニ於テ,角B,角Cハ相等シク,且角C,角Aモ亦相等シキトキハ,AC,ABハ相等シク且AB,BCモ亦相等シ。故ニ

三角形ノ三角ガ相等シキトキハ,其三角形ハ等邊三角形ナリ。

17. 三角形ノ邊ト其對角。



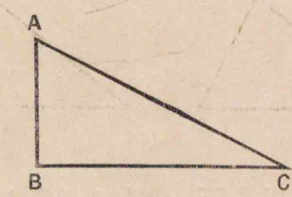
三角形ABCノ邊ABハ邊ACヨリモ大ナリトシ，角Aノ二等分線ヲADトシ，ADニ沿ウテ三角形ACDヲ折リ返ストキハ，點Cハ必ズABノ上ナル一點Eニ落ツ，從テ角Cハ角AEDニ等シ。然ルニ角AEDハ三角形BDEノ外角ナルガ故ニ，角Bヨリモ大ナリ。卽チ角Cハ角Bヨリモ大ナリ。故ニ

三角形ニ於テ大ナル邊ニ對スル角ハ小ナル邊ニ對スル角ヨリモ大ナリ。

又三角形ABCニ於テ，角Cハ角Bヨリモ大ナリトシ，角Aノ二等分線ヲADトスルトキハ，二ツノ三角形BAD, CADニ於テ，角BAD, 角CADハ相等シク，角Bハ角Cヨリモ小ナルガ故ニ，角ADBハ角ADCヨリモ大ナリ。因テADニ沿ウテ折リ返ストキハ，點CハABノ上ナル一點Eニ落ツ。卽チACハABヨリモ小ナリ。故ニ

三角形ニ於テ大ナル角ニ對スル邊ハ小ナル角ニ對スル邊ヨリモ大ナリ。

18. 直角三角形ノ斜邊，垂線。 直角三角形ニ於テ直角ニ對スル邊ヲ斜邊ト云フ。



三角形ABCニ於テ，角Bガ直角ナルトキハ第15節ニ由リ，他ノ角ハ鋭角ナリ，從テ第17節ニ由リ，角Bニ對スル邊ハ他ノ邊ヨリモ大ナリ。故ニ

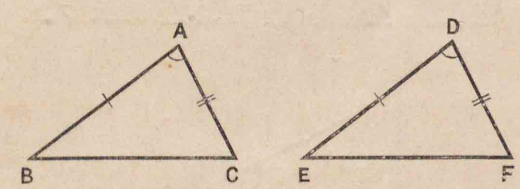
直角三角形ノ斜邊ハ他ノ邊ノイヅレヨリモ大ナリ。

又ABヲ點Aヨリ直線BCニ至ル垂線ACヲ斜線ト考フルトキハ，上ノ證明ニ由リテ，

直線外ノ一點ヨリ其直線ニ至ル線分ノ中ニテ，垂線最モ短シ。

此垂線ノ長サヲ其點ト其直線トノ距離ト云フ。

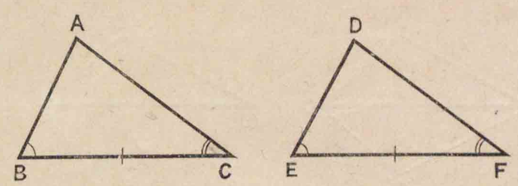
19. 三角形ノ相等（第一ノ場合）。 一ッノ三角形ヲ他ノ三角形ニ重ネ,其各部分ヲシテ全ク相一致セシメ得ルトキハ,此二ッノ三角形ハ相等シト云フ。



二ッノ三角形ABC,DEFニ於テ,ABトDE,ACトDF,角Aト角Dハ各相等シトシ,三角形DEFヲ移シテDEヲABニ重ネ,頂點Fト頂點CトヲABノ同一ノ側ニ置クトキハ,角Aト角Dトハ相等シク,且ACトDFトハ相等シキガ故ニ,DFハ全クACニ重ナル,從テEFハBCニ重ナル。即チ三角形DEFハ全ク三角形ABCニ重ナル。故ニ

一ッノ三角形ノ二邊ト他ノ三角形ノ二邊ト各相等シク,此二邊ノ夾ム角モ亦相等シキトキハ,二ッノ三角形ハ相等シ。

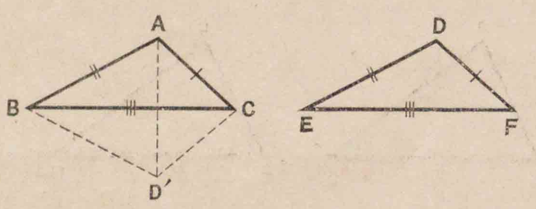
20. 三角形ノ相等（第二ノ場合）。



二ッノ三角形ABC,DEFニ於テ,BCトEF,角Bト角E,角Cト角Fハ各相等シトシ,三角形DEFヲ移シテ,EFヲBCニ重ネ,頂點Dト頂點AトヲBCノ同一ノ側ニ置クトキハ,角Bト角E,角Cト角Fハ各相等シキガ故ニ,EDトBA及FDトCAハ同方向ヲ取ル,從テ頂點Dハ頂點Aニ重ナル。即チ三角形DEFハ全ク三角形ABCニ重ナル。故ニ

一ッノ三角形ノ二角ト他ノ三角形ノ二角ト各相等シク,此二角ニ接スル邊モ亦相等シキトキハ,二ッノ三角形ハ相等シ。

21. 三角形ノ相等(第三ノ場合).

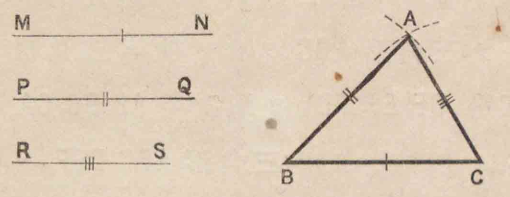


二ッノ三角形 ABC, DEF ニ於テ, AB ト DE, BC ト EF, CA ト FD ハ各相等シトシ,三角形 DEF ヲ移シテ其邊 EF ヲ BC ニ重ネ,頂點 D ヲ頂點 A ト反對ナル側ニ置キ,之ヲ D′ トシ,線分 AD′ ヲ引クトキハ,二ッノ三角形 BAD′, CAD′ ハイヅレモ二等邊ナルガ故ニ,角 BAD′ ト角 BD′A, 角 CAD′ ト角 CD′A ハ各相等シク,從テ角 A ト角 D′ トハ相等シ,即チ角 A ト角 D トハ相等シ。因テ二ッノ三角形 ABC, DEF ニ於テ, AB ト DE, AC ト DF, 角 A ト角 D ハ各相等シキガ故ニ,第19節ニ由リテ,此二ッノ三角形ハ相等シ。故ニ

一ッノ三角形ノ三邊ト他ノ三角形ノ三邊ト各相等シキトキハ,二ッノ三角形ハ相等シ。

22. 應用問題。 此ニ掲グル問題ヲ解クニ當リ,直線ヲ引クニハ定規ヲ用ヒ,圓ヲ書キ又ハ線分ヲ移スニハ兩脚規ヲ用フルモノトス。以下之ニ準ズ。

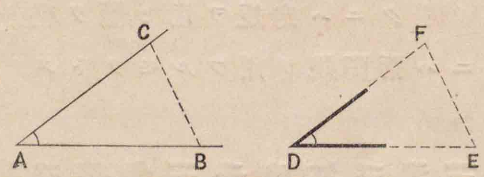
I. 三邊ヲ知リテ三角形ヲ畫クコト。



三ッノ線分 MN, PQ, RS ニ等シキ三邊ヲ有スル三角形ヲ書クニハ,先ヅ線分ノ一ッ例ヘバ MN ニ等シク BC ヲ書キ, B ヲ中心トシテ PQ ニ等シキ半徑ヲ以テ圓ヲ書キ,次ニ C ヲ中心トシテ RS ニ等シキ半徑ヲ以テ圓ヲ書キ,二ッノ圓ノ交點ヲ A トシ, AB, AC ヲ引クベシ。然ルトキハ, BC ハ MN ニ, AB ハ PQ ニ, AC ハ RS ニ等シキガ故ニ, ABC ハ求ムル三角形ナリ。

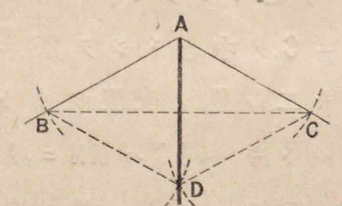
注意. 此問題ニ於テ, MN, PQ, RS ノ中,イヅレノ二ッヲ取ルトモ,其和ハ他ノ一ッヨリモ大ナルヲ要ス,然ラザレバ三角形ハ成リ立タズ。

II. 定角ニ等シキ角ヲ作ルコト。



定角ヲ A トシ,其二邊ノ上ニ適宜ナル二點 B,C ヲ取リテ三角形 ABC ヲ作リ,次ニ三角形 DEF ヲ作リ,其三邊 DE, EF, FD ヲ順次ニ AB, BC, CA ニ等シカラシムルトキハ,二ツノ三角形 ABC, DEF ハ相等シク,従テ角 D ハ角 A ニ等シ。即チ角 D ハ求ムル角ナリ。

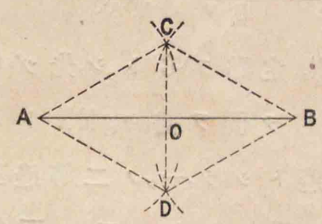
III. 定角ヲ二等分スルコト。



定角ヲ A トシ,其二邊ノ上ニ相等シク AB, AC ヲ取リ, BC ヲ底邊トシテ適宜ナル二等邊三角形 BDC ヲ書キ,直線 AD ヲ引クトキハ,二ツノ三角形 BAD,

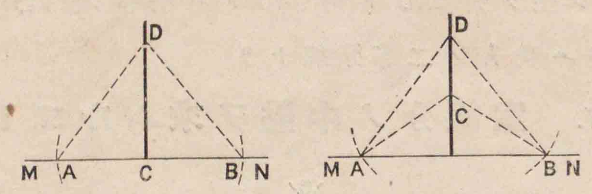
CAD ニ於テ, AB ト AC, BD ト CD ハ各相等シク, AD ハ共通ナルガ故ニ,第21節ニ由リテ,二ツノ三角形ハ相等シ,従テ角 BAD ト角 CAD トハ相等シ。即チ直線 AD ハ角 A ノ二等分線ナリ。

IV. 定線分ノ中點ヲ求ムルコト。



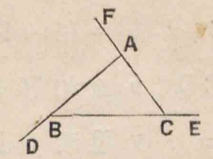
定線分ヲ AB トシ, AB ヲ底邊トシテ適宜ナル二ツノ二等邊三角形 ACB, ADB ヲ書キ,線分 CD ト AB トノ交點ヲ O トスルトキハ,二ツノ三角形 ACD, BCD ニ於テ, AC ト BC, AD ト BD ハ各相等シク, CD ハ共通ナルガ故ニ,二ツノ三角形ハ相等シ,従テ角 ACD ト角 BCD トハ相等シ。即チ CD ハ二等邊三角形 ACB ノ頂角 C ノ二等分線ナルガ故ニ,第16節ニ由リテ,其底邊 AB ヲ二等分ス。因テ點 O ハ即チ線分 AB ノ中點ナリ。

V. 定直線ノ上,又ハ其外ニ在ル定點ヨリ其直線ニ垂線ヲ引クコト。

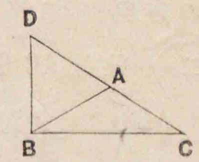


定直線ヲMN,定點ヲCトシ,先ヅCヲ中心トシ適宜ノ半徑ヲ以テ圓ヲ書キ,MNトノ交點ヲA,Bトシ,ABヲ底邊トシテ,一ツノ二等邊三角形ADBヲ書キ,直線CDヲ引クトキハ,二ツノ三角形ACD, BCDニ於テ,ACトBC,ADトBDハ各相等シク,CDハ共通ナルガ故ニ,此二ツノ三角形ハ相等シ。從テ角ADCト角BDCトハ相等シ,卽チDCハ二等邊三角形ADBノ頂角Dノ二等分線ナルガ故ニ,第16節ニ由リテ,底邊ABニ垂直ナリ。因テCDハ卽チ求ムル垂線ナリ。

問題

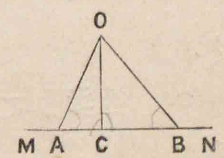


1. 三角形ABCノ三ツノ外角DBC,ECA,FABノ和ハ360°ニ等シキコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。

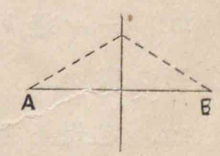


2. 二等邊三角形ABCノ底邊ヲBCトシ,CAヲ延長シテ,CAニ等シクADヲ取リ,直線BDヲ引クトキハ,BDハBCニ垂直ナルコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。

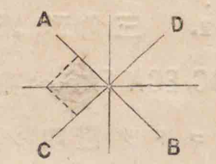
3. 直線MNノ外ニ在ル一點OヨリMNニ至ル垂線ヲOC,他ノ二ツノ線分ヲOA,OBトシ,角AOCガ角BOCヨリモ小ナルトキハ,OAハOBヨリモ小ナルコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。



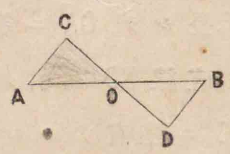
4. 線分ABノ中點ニ於テ之ニ垂直ナル直線ノ上ニ在ル點ハイヅレモA,Bヨリ相等シキ距離ニ在ルコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。



5. 二ツノ相交ル直線AB,CDノ夾ム角ノ二等分線ノ上ニ在ル點ハイヅレモAB,CDヨリ相等シキ距離ニ在ルコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。



6. 線分ABノ兩端ヨリ反對ノ方向ニ相等シク且平行ナル二ツノ線分AC,BDヲ引キ,直線CDトABトノ交點ヲOトスルトキハ,OハABノ中點ナルコトヲ證明シ,且之ヲ驗セ。



7. 直角ヲ三等分セヨ。

8. 底邊ト頂角トヲ知リテ,二等邊三角形ヲ書ケ。

9. 斜邊ト一ツノ鋭角トヲ知リテ直角三角形ヲ書ケ。

10. 二ツノ邊ト其夾ム角トヲ知リテ三角形ヲ書ケ。

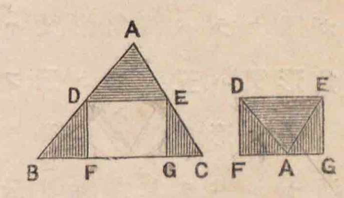
11. 一ツノ邊ト之ニ接スル二ツノ角トヲ知リテ三角形ヲ書ケ。

12. 定規ト兩脚規トヲ用ヒテ,定直線ノ外ニ在ル定點ヲ通過シ其直線ニ平行線ヲ引ク法ヲ示セ。

13. 任意ノ三角形ヲ書キ,其各頂點ヨリ相對スル邊ニ垂線ヲ引ケ。

14. 任意ノ三角形ヲ書キ,其各邊ノ中點ニ於テ之ニ垂線ヲ引ケ。

15. 任意ノ三角形ABCノ邊AB,ACノ各中點D,Eヲ求メ,D,Eヨリ邊BCニ各垂線DF,EGヲ引キ,DE,DF,EGニ沿ウテ三角形ヲ折リ返シテ,三ツノ角A,B,Cノ頂點ヲ一點ニ集メ,三角形ノ三ツノ角ノ和ハ二直角ニ等シキコトヲ驗セ。

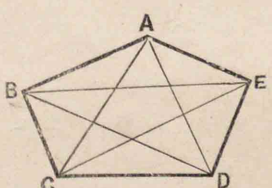


第四章 多角形及其面積ニ就キテ

23. 多角形。 數多ノ線分ガ順次ニ相接續シテ平面ノ一部分ヲ圍ムトキハ,此等ノ線分ハ一ツノ**多角形**又ハ**多邊形**ヲ作ルト云フ。

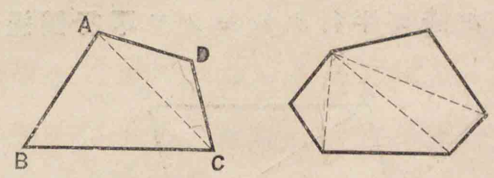
三角形ハ最モ簡單ナル多角形ニシテ,線分ノ數ガ四ナラバ四角形又ハ四邊形ト云ヒ,五ナラバ五角形又ハ五邊形ト云フ,其他之ニ準ズ。

多角形ヲ作ル線分ヲ其**邊**ト云ヒ,相隣ル邊ニ共通ナル點ヲ其**頂點**ト云ヒ,相隣ル邊ノ夾ム角ニシテ多角形ノ內ニ在ルモノヲ其**角**ト云ヒ,相隣ラザル頂點ヲ兩端トスル線分ヲ其**對角線**ト云フ。



上ノ圖ニテ, ABCDE ハ一ツノ五邊形ニシテ, AB, BC, CD, DE, EA ハ其邊, A, B, C, D, E ハ其頂點,角 A, B, C, D, E ハ其角, AC, BD, CE, DA, EB ハ其對角線ナリ。

24. 多角形ノ角ノ和。



四邊形 ABCD ニ於テ,對角線 AC ヲ引クトキハ,此ニ二ツノ三角形 ABC, ACD ヲ得,此二ツノ三角形ノ總テノ角ノ和ハ卽チ四邊形ノ角ノ和ニ等シ。然ルニ三角形ノ角ノ和ハ二直角ニ等シ。故ニ

四邊形ノ角ノ和ハ四直角ニ等シ。

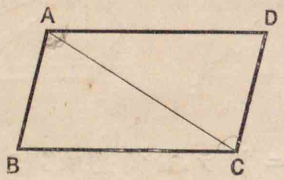
同樣ニ,多角形ノ邊數ガ n ナルトキ,其一ツノ頂點ヨリ他ノ頂點ニ對角線ヲ引ケバ,此ニ $n-2$ 個ノ三角形ヲ得。故ニ (2n−4)

多角形ノ邊數ガ n ナルトキハ,其角ノ和ハ直角ノ $2n-4$ 倍ニ等シ。

注意. 三角形ニアラザル多角形ノ角ニハ二直角ヨリモ大ナルモノト小ナルモノトアルコトヲ得,單ニ多角形ト云フハ其角ガイヅレモ二直角ヨリモ小ナルモノヲ指スモノトス。

25. 平行四邊形。

四邊形ノ中ニテ,二雙ノ相隣ラザル邊ガ平行ナルモノヲ**平行四邊形**ト云フ。



平行四邊形ABCDニ於テ,對角線ACヲ引クトキハ,AB,CD及AD,BCハ平行ナルガ故ニ,錯角BAC,DCAハ相等シク,錯角BCA,DACモ亦相等シ。因テ二ッノ三角形ABC,CDAニ於テ,邊ACハ共通ニシテ,之ニ接スル二角ガ各相等シキガ故ニ,第**20**節ニ由リテ二ッノ三角形ハ相等シ。故ニ

平行四邊形ノ對角線ハ其四邊形ヲ二ッノ相等シキ部分ニ分ツ。

又二ッノ三角形ガ相等シキ故ニ,ABトCD及BCトADハ相等シク,又角Bト角D,角Aト角Cモ亦相等シ。故ニ

平行四邊形ノ相對スル邊及相對スル角ハ各相等シ。

26. 矩形,菱形,正方形。

平行四邊形ノ四ッノ角ノ和ハ四直角ニ等シク又其相對スル角ハ相等シキガ故ニ,其一ッノ角ガ直角ナルトキハ,他ノ三ッノ角ハ皆直角ナリ。此場合ニ之ヲ**矩形**ト云フ。

平行四邊形ノ相對スル邊ハ相等シキガ故ニ,其二ッノ相隣レル邊ガ相等シキトキハ,四ッノ邊ハ皆相等シ。此場合ニ之ヲ**菱形**ト云フ。

平行四邊形ノ二ッノ相隣レル邊ガ相等シク且一ッノ角ガ直角ナルトキハ,四ッノ邊ハ皆相等シク且四ッノ角ハ皆直角ナリ。此場合ニ之ヲ**正方形**ト云フ。

直線上ノ二ッノ點ヨリ之ニ平行ナル直線ニ垂線ヲ引クトキハ,此垂線ハ一ッノ矩形ノ相對スル邊ナリ,故ニ

二ッノ平行線ニ垂直ナル直線ノ其平行線ノ間ニ在ル部分ノ長サハ一定ナリ。

此垂線ノ長サヲ二ッノ平行線ノ**距離**ト云フ。

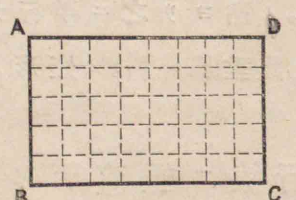
27. 面積。 平面上ニ在ル點又ハ線ノ集合ヲ**平面圖形**ト云フ,多角形,圓等ハイヅレモ平面圖形ナリ。線ニテ圍ミタル平面圖形ノ内ニ在ル平面ノ部分ノ廣サヲ其圖形ノ**面積**ト云フ。

重ネ合スルコトヲ得ル圖形ノ面積ハ相等シ。

一般ニ二ツノ圖形ノ面積ヲ比較シ,其大小ヲ定ムルニハ,一定ノ面積ヲ面積ノ單位トシ,二ツノ圖形ガ含ム面積ノ單位ノ數ヲ計算シ,其數相等シキトキハ**面積相等シ**ト云ヒ,相等シカラザルトキハ,多キ方ヲ面積**大ナリ**ト云ヒ,少キ方ヲ**小ナリ**ト云フ。

面積ノ單位トシテハ通例單位ノ長サニ等シキ一邊ヲ有スル正方形ノ面積ヲ用フ,例ヘバ長サノ單位トシテ尺ヲ取ルトキハ,面積ノ單位ハ平方尺ナリ。

28. 矩形ノ面積。



單位ノ長サニ等シキ線分ヲαトシ,矩形ABCDノ二邊AB, BCガ各其整數倍ナル場合,例ヘバABハ

αノ5倍ニシテ, BCハ其8倍ナルトキ, ABヲ5等分シ, BCヲ8等分シテ,其等分點ヲ通過シ兩邊ニ平行線ヲ引クトキハ,此ニ40個ノ相等シキ小正方形ヲ得。卽チ面積ヲ表ス數ハ40ナリ。故ニ

矩形ノ面積ヲ表ス數ハ二ツノ隣邊ノ長サヲ表ス數ノ積ニ等シ。

AB, BCガαノ整數倍ナラザル場合,例ヘバABハαノ3.2倍ニ等シク, BCハαノ2.4倍ニ等シキトキニハ,二ツノ隣邊ガ各αノ32倍及24倍ニ等シキ矩形ヲ考フベシ。此矩形ノ面積ヲ表ス數ハ32×24ニシテ,其邊ハ前ノ矩形ノ十倍ナルガ故ニ,其面積ハ前ノ矩形ノ百倍ナリ。因テ上ニ言ヘル矩形ノ面積ハ

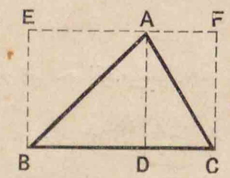
$$\frac{32\times24}{100}=\frac{32}{10}\times\frac{24}{10}=3.2\times2.4,$$

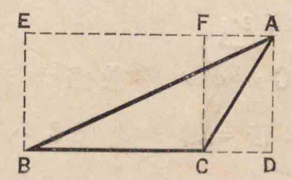
卽チ此場合ニモ亦面積ヲ表ス數ハ二ツノ隣邊ノ長サヲ表ス數ノ積ニ等シ。故ニ一般ニ

矩形ノ面積ヲ表ス數ハ二ツノ隣邊ノ長サヲ表ス數ノ積ニ等シ。

29. 三角形ノ面積。 多角形ノ任意ノ一邊ハ之ヲ**底邊**ト稱スルコトヲ得。三角形ノ底邊ト之ニ對スル頂點トノ距離ヲ三角形ノ**高サ**ト云フ。

平行四邊形ノ底邊ト之ニ對スル邊トノ距離ヲ平行四邊形ノ**高サ**ト云フ





三角形ABCノ頂點Aヲ通過スル直線ニ,他ノ頂點B,CヨリBE,CFヲ引キ,又AヨリBCニ垂線ADヲ引クトキハ, ADBE, ADCFハイヅレモ矩形ニシテ, AB.ACハ其對角線ナルガ故ニ,第25節ニ由リテAB,ACハ各矩形ヲ二ツノ相等シキ部分ニ分ツ。

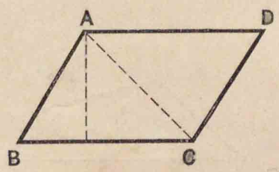
因テ

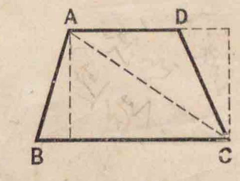
三角形ABCノ面積ハ之ト相等シキ高サ及相等シキ底邊ヲ有スル矩形EBCFノ半ニ等シ。

從テ

三角形ノ面積ヲ表ス數ハ其高サ及底邊ノ長サヲ表ス數ノ積ノ半ニ等シ。

30. 平行四邊形及梯形ノ面積。 四邊形ノ中ニテ,一雙ノ相隣ラザル邊ガ平行ナルモノヲ**梯形**ト云ヒ,其二ツノ平行ナル邊ノ距離ヲ梯形ノ**高サ**ト云フ





四邊形ABCDニ於テ,對角線ACヲ引クトキハ,其面積ハ二ツノ三角形ABC,ACDノ面積ノ和ニ等シ。

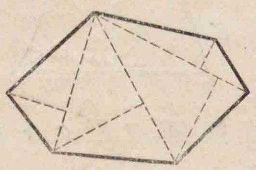
ABCDガ平行四邊形ナルトキハ,二ツノ三角形ハ相等シ,從テABCDノ面積ハ之ト相等シキ高サ及底邊ヲ有スル三角形ABCノ面積ノ二倍ニ等シ。故ニ

平行四邊形ノ面積ヲ表ス數ハ其高サ及底邊ノ長サヲ表ス數ノ積ニ等シ。

又ABCDガ梯形ナルトキハ,其面積ハ之ト相等シキ高サヲ有スル二ツノ三角形ABC,ACDノ面積ノ和ニ等シ。故ニ

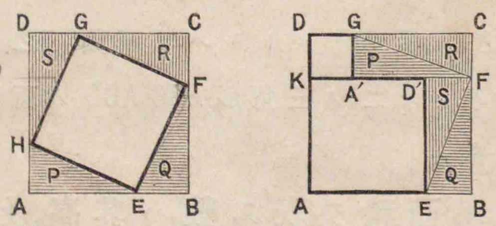
梯形ノ面積ヲ表ス數ハ其高サ及平行邊ノ長サノ和ヲ表ス數ノ積ノ半ニ等シ。

31. 一般多角形ノ面積。 多角形ノ一ツノ頂點ヨリ他ノ各頂點ニ對角線ヲ引クトキハ,其面積ハ若干ノ三角形ノ面積ノ和ニ等シ。故ニ此等各三角形ノ面積ヲ計算シテ其和ヲ作ルトキハ,多角形ノ面積ヲ得。



或ハ各頂點ヨリ一ツノ對角線ニ垂線ヲ引キテ,得タル若干ノ梯形ト三角形トノ面積ヲ求メ,其和ヲ作リテ,多角形ノ面積ヲ知ルコトヲ得。

32. 直角三角形ノ各邊ヲ底邊トスル正方形ノ面積ノ關係。 正方形ABCDノ四邊ノ



上ニ順次ニ相等シクAE, BF, CG, DHヲ取リ, EF, FG,

GH, HEヲ引クトキハ,此ニ四ツノ相等シキ直角三角形P, Q, R, Sヲ得。従テ四邊形EFGHニ於テ,四邊ハ相等シク,其角ハイヅレモ直角ナルガ故ニ, EFGHハ正方形ナリ。

今P, Sヲ各其位置ニ平行ニ動カシテ,右圖ノ如クEHヲFGニ, GHヲFEニ重ヌルトキハ,二ツノ四邊形AED′K及DKA′Gハイヅレモ正方形ナリ。

因テ正方形EFGHノ面積ハ明カニ二ツノ正方形AED′K, DKA′Gノ面積ノ和ニ等シ。

然ルニ正方形EFGHノ一邊ハ直角三角形Pノ斜邊ニ等シク,他ノ二ツノ正方形ノ一邊ハ各此三角形ノ他ノ二邊ニ等シ。故ニ

直角三角形ノ斜邊ヲ底邊トスル正方形ノ面積ハ,他ノ二邊ノ各ヲ底邊トスル正方形ノ面積ノ和ニ等シ。

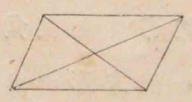
因テ直角三角形ノ斜邊ノ長サヲ表ス數ヲcトシ,他ノ二邊ノ長サヲ表ス數ヲa, bトスルトキハ,次ノ關係ヲ得。

$$a^2+b^2=c^2.$$

5×5＋4×4＝25

問　題

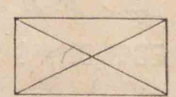
1.　平行四邊形ノ對角線ハ互ニ二等分スルコトヲ證明セヨ。



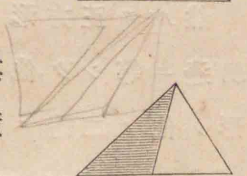
四ツ直線ニ依ッテ平面ノ一部ヲ圍ミタル形

2.　四邊形ニ於テ,二雙ノ相對スル角又ハ二雙ノ相對スル邊ガ相等シキトキ,又ハ一雙ノ相對スル邊ガ相等シク且平行ナルトキ,其四邊形ハ平行四邊形ナルコトヲ證明セヨ。

3.　矩形ノ對角線ハ相等シキコトヲ證明セヨ。

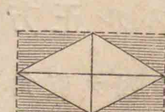


4.　三角形ノ一ッノ頂點ヨリ其對邊ノ中點ニ至ル線分ハ其面積ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。



5.　平行四邊形ノ二ッノ對角線ハ其面積ヲ四ッノ相等シキ部分ニ分ツコトヲ證明セヨ。

6.　菱形ノ面積ハ二ッノ對角線ヲ兩隣邊トスル矩形ノ面積ノ半ニ等シキコトヲ證明セヨ。



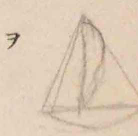
7.　二ッノ相隣レル邊ト其夾ム角トヲ知リテ平行四邊形ヲ書ケ。

8.　四ッノ邊ト一ッノ對角線トヲ知リテ四邊形ヲ書ケ。

9.　定多角形ニ等シキ多角形ヲ定規及兩脚規ノミヲ用ヒテ書ケ。

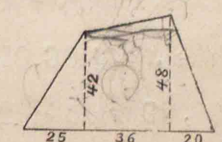
10.　定正方形ノ面積ノ二倍ニ等シキ面積ヲ有スル正方形ノ一邊ヲ求メヨ。

11.　等邊三角形ノ一邊ノ長サヲ知リテ其面積ヲ求メヨ。

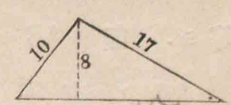


12.　三邊ノ長サガ各 3 寸, 4 寸, 5 寸ナル三角形ヲ書キ,分度器ヲ用ヒテ其最大邊ニ對スル角ヲ測レ。

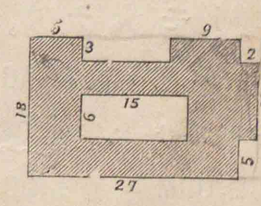
13.　右ノ四邊形ノ各邊ノ長サ,各對角線ノ長サ,及面積ヲ求メヨ。但シ長サノ單位ハ尺トス。



14.　右ノ三角形ノ面積ヲ求メヨ。但シ長サノ單位ハめーとるトス。

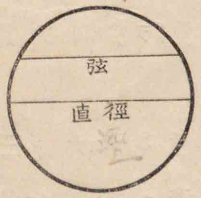


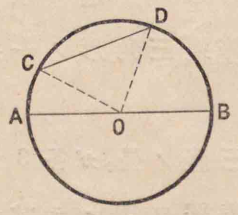
15.　右ノ圖形ニテ影ヲ附ケタル部分ノ坪數ヲ求メヨ。但シ長サノ單位ハ間トス。



第五章 圓ニ就キテ

34. 弦及直徑。 圓ノ上ニ在ル二ツノ點ヲ兩端トスル線分ヲ**弦**ト云ヒ,中心ヲ通過スル弦ヲ**直徑**ト云フ. 直徑ハ半徑ノ二倍ナルガ故ニ皆相等シ。



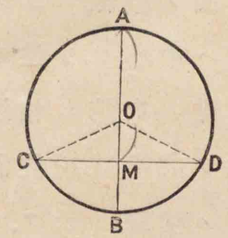


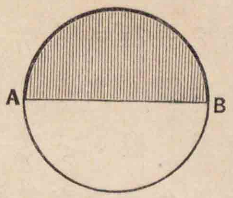
圓ノ中心ヲO,一ツノ直徑ヲAB,任意ノ弦ヲCDトシ,半徑OC,ODヲ引クトキハ,三角形OCDノ二邊OC,ODノ和ハ他ノ一邊CDヨリモ大ナリ。然ルニOC,ODハイヅレモ半徑ナルガ故ニ,其和ハABニ等シ. 卽チABハCDヨリモ大ナリ。故ニ

圓ノ直徑ハ其圓ノ他ノイヅレノ弦ヨリモ大ナリ。

次ニ圓ノ直徑ABト之ニ垂直ナル弦CDトノ交點ヲMトシ,半徑OC,ODヲ引クトキハ,二ツノ三角形OCM,ODMニ於テ,OC,ODハ相等シク,OMハ共通ニシ

テ,角OMC,角OMDハ各直角,又角OCM,角ODMハ相等





シク,從テ角COM,角DOMハ相等シ。因テ二ツノ三角形ハ相等シク,從テCM,DMハ相等シ。故ニ

直徑ハ之ニ垂直ナル弦ヲ二等分ス。

直徑ABニ沿ウテ圓ヲ折リ返ストキハ,之ニ垂直ナル弦ノ兩端ニ在ル點ハ各相重ナル。從テABノ一方ニ在ル圓ノ部分ハ全ク他方ニ在ル部分ニ重ナル。故ニ

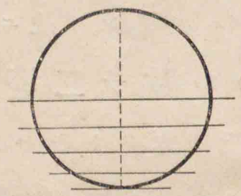
直徑ハ圓ヲ二等分ス。

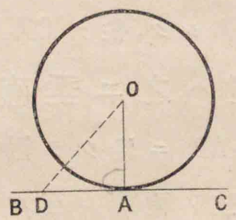
弦CDニ垂直ナル直徑ABハ弦ノ中點Mヲ通過シ,且Mニ於テCDニ垂直ナル直線ハ唯一ツナルガ故ニ此直線ハ必ズABニ重ナル。故ニ

弦ノ中點ニ於テ之ニ垂直ナル直線ハ其圓ノ中心ヲ通過ス。

35. 割線及切線。 直線ト圓トガ二ツノ點ヲ共有スルトキハ,此直線ヲ其圓ノ**割線**ト云フ。

割線ヲ平行ニ動カストキハ,中心ヨリ遠ザカルニ從テ,其圓ト共通ナル二ツノ點ハ次第ニ相近ヅキ,終ニ直線ト圓トハ唯一ツノ點ヲ共有スル位置ヲ取ル。此場合ニ此直線ヲ其圓ノ**切線**ト云フ。即チ切線トハ圓ト唯一ツノ點ヲ共有スル直線ナリ。

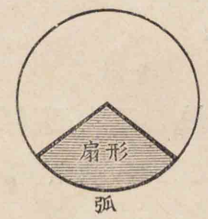


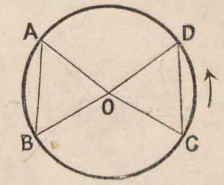


圓ノ上ニ在ル點Aヲ通過シ,半徑OAニ垂直ナル直線ヲBCトシ,中心Oヨリ其上ニ在ル任意ノ點Dニ至ル線分ODヲ引クトキハ,OAハ垂線ニシテODハ斜線ナルガ故ニ,第18節ニ由リODハOAヨリモ大ナリ,從テ點Dハ圓ノ外ニ在リ,即チBCハAノ外ニハ圓ト共通點ヲ有セズ。故ニ

圓ノ半徑ノ端ヲ通過シ,之ニ垂直ナル直線ハ其圓ノ切線ナリ。

36. 弧及圓心角。 圓ノ一部分ヲ**弧**ト云ヒ,二ツノ半徑ト其間ニ在ル弧トヨリ成ル圖形ヲ**扇形**ト云ヒ,圓ノ中心ヲ頂點トシ,二ツノ半徑ヲ邊トスル角ヲ**圓心角**ト云フ。

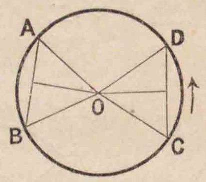




一ツノ圓ノ相等シキ圓心角ヲAOB,CODトシ,半徑OC,ODニ沿ウテ扇形CODヲ切リ離シ,中心ノ周ニ廻轉シテ半徑OCヲ半徑OAニ重ナラシムルトキハ,角CODハ角AOBニ等シキガ故ニ,半徑ODハ半徑OBニ重ナル。然ルニ弧ABノ上ニ在ル點及弧CDノ上ニ在ル點ハイヅレモ中心ヨリ相等シキ距離ニ在ルガ故ニ,弧CDハ全ク弧ABニ重ナル。從テ弦CDモ亦弦ABニ重ナル。故ニ

相等シキ圓心角ニ對スル弧及弦ハ各相等シ。

次ニ弧ABト弧CDトハ相等シトシ,扇形CODヲ中心ノ周ニ廻轉シテ點Cヲ點Aニ重ナラシムル



トキハ,點Dハ點Bニ重ナル,從テ三角形OCDハ三角形OABニ重ナル。因テ角CODハ角AOBニ等シク,弦CDハ弦ABニ等シ。故ニ

相等シキ弧ニ對スル圓心角及弦ハ各相等シ。

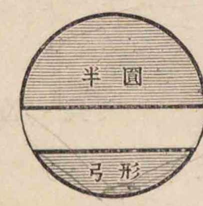
又弦ABト弦CDトハ相等シトシ,三角形CODヲ三角形AOBニ重ナラシムルトキハ,角CODハ角AOBニ等シク,從テ弧CDハ弧ABニ等シ,又OヨリAB及CDニ至ル垂線ハ相等シ。故ニ

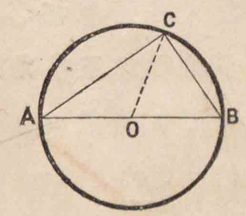
相等シキ弦ニ對スル圓心角及弧ハ各相等シ。

相等シキ弦ハ中心ヨリ相等シキ距離ニ在リ。

37. 弓形ニ於ケル角。 弦及之ニ對スル弧ヨリ成ル圖形ヲ**弓形**ト云ヒ,直徑及之ニ對スル弧ヨリ成ル圖形ヲ**半圓**ト云フ。

弓形ノ弧ノ上ニ頂點ヲ有シ,二邊ガ其弦ノ兩端ヲ通過スル角ヲ**弓形ニ於ケル角**ト云フ。





圓ノ中心ヲO,一ツノ直徑ヲAB,半圓ニ於ケル角ヲACBトシ,半徑OCヲ引クトキハ,OA,OB,OCハ相等シキガ故ニ,二ツノ三角形AOC,BOCハイヅレモ二等邊三角形ナリ,從テ角OAC,角OCAハ相等シク,角OBC,角OCBモ亦相等シ。因テ角OAC,角OBCノ和ハ角OCA,角OCBノ和卽チ角ACBニ等シ。然ルニ三角形ABCノ三ツノ角ノ和ハ二直角ニ等シ。故ニ角ACBハ直角ナリ。卽チ

半圓ニ於ケル角ハ直角ナリ。

38. 内接多角形及外切多角形。 多角形ノ各頂點ガ同一ノ圓ノ上ニ在ルトキハ,其多角形ヲ**内接多角形**ト云ヒ,其圓ヲ**外接圓**ト云フ。

多角形ノ各邊ガ同一ノ圓ニ切スルトキハ,其多角形ヲ**外切多角形**ト云ヒ,其圓ヲ**内切圓**ト云フ。

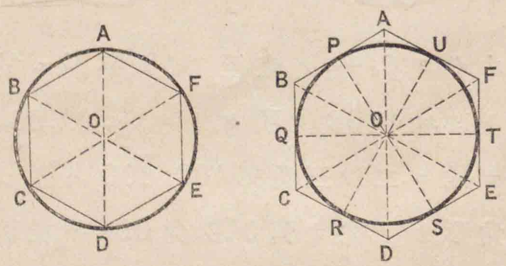
多角形ノ各邊ガ相等シク,各角モ亦相等シキトキハ,其多角形ヲ**正多角形**ト云フ。

正多角形ノ邊數ガ n ナルトキ,其角ハ直角ノ $\frac{2n-4}{n}$ 倍ニ等シ。

12-4

$\frac{12-4}{6}$

$\frac{2\times6-4}{n}$



一ツノ正多角形ヲ ABCDEF トシ,角 A 及角 B ノ二等分線ノ交點ヲ O トシ,線分 OC, OD, OE, OF ヲ引クトキハ,二ツノ三角形 OAB OBC ニ於テ, OB ハ共通ニシテ, AB ト BC, 角 OBA ト角 OBC ハ各相等シ,故ニ二ツノ三角形ハ相等シ,又 OAB ハ二等邊三角形ナリ。從テ OA, OB, OC ハ相等シ。

同様ニ OC, OD, OE, OF ハ皆相等シ。

從テ點 O ヲ中心トシ, OA ヲ半徑トスル圓ハ正多角形 ABCDEF ノ各頂點ヲ通過ス。故ニ

正多角形ニハ恒ニ一ツノ外接圓ヲ畫クコトヲ得。

次ニ點 O ヨリ邊 AB, BC, CD, DE, EF, FA ニ各垂線 OP, OQ, OR, OS, OT, OU ヲ引クトキハ,二ツノ三角形 OAP, OBQ ニ於テ OA ト OB, AP ト BQ, 角 OAP ト角 OBQ ハ各相等シキガ故ニ,二ツノ三角形ハ相等シ,從テ OP, OQ ハ相等シ。

同様ニ OQ, OR, OS, OT, OU ハ皆相等シ。

從テ點 O ヲ中心トシ, OP ヲ半徑トスル圓ハ正多角形 ABCDEF ノ各邊ニ切ス。故ニ

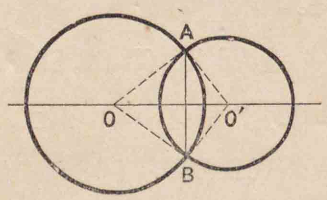
正多角形ニハ恒ニ一ツノ内切圓ヲ畫クコトヲ得。

又角 AOB, 角 BOC 等ハ皆相等シキガ故ニ,

正多角形ノ邊數ガ n ナルトキ,其外接圓ノ中心ニ於テ一邊ニ對スル角ハ直角ノ $\frac{4}{n}$ 倍ニ等シ。

39. 二ッノ圓ノ關係。 二ッノ圓ガ二ッノ點ヲ共有スルトキハ,二ッノ圓ハ**相交ル**ト云ヒ,唯一ッノ點ヲ共有スルトキハ**相切ス**ト云フ。

二ッノ圓ノ中心ヲ通過スル直線ヲ**中心線**ト云フ.

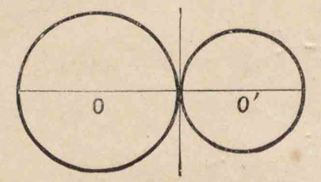


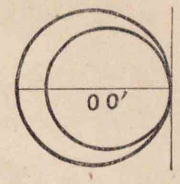
二ッノ相交ル圓ノ中心ヲ O, O' トシ,二ッノ圓ノ交點ヲ A, B トシ,直線 OO' ニ沿ウテ折リ返ストキハ,第34節ニ由リ二ッノ圓共ニ OO' ノ一方ニ在ル部分ハ全ク他方ニ在ル部分ニ重ナル,從テ點 A ト點 B トハ相重ナル。因テ二ッノ三角形 OAO', OBO' ハ相等シク,從テ OO' ハ二等邊三角形 OAB ノ頂角 AOB ヲ二等分ス。故ニ

二ッノ相交ル圓ノ中心線ハ,共通ナル弦ニ垂直ニシテ且之ヲ二等分ス。

今左ノ圓ヲ固定シ,右ノ圓ノ中心ヲ OO' ニ沿ウテ右方ニ動カストキハ,A, B ハ次第ニ相近ヅキ,終

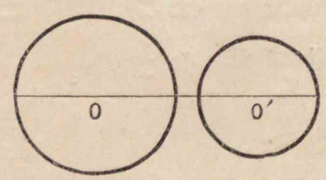
ニ二ッノ圓ハ中心線上ニ於テ唯一ッノ點ヲ共有スル位置ヲ取ル,此場合ニ二ッノ圓ハ互ニ**外切ス**ト云フ。

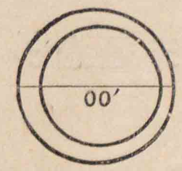




又右ノ圓ヲ同樣ニ左方ニ動カストキモ,二ッノ圓ハ終ニ中心線上ニ於テ唯一ッノ點ヲ共有スル位置ヲ取ル,此場合ニ二ッノ圓ハ互ニ**内切ス**ト云フ。

二ッノ相切スル圓ハ相切スル點ニ於テ共通ナル切線ヲ有ス。

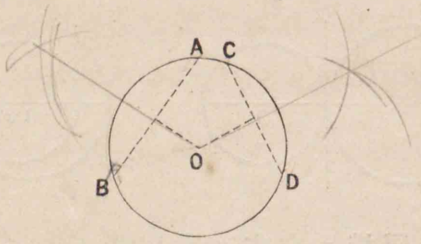




尙外切ノ場合ニ,二ッノ中心ヲ益遠ザクルトキハ終ニ一ッノ圓ハ全ク他ノ圓ノ外ニ在リ,内切ノ場合ニ二ッノ中心ヲ益近ヅクルトキハ,一ッノ圓ハ全ク他ノ圓ノ内ニ在リ。

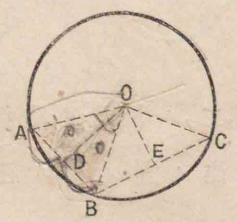
40. 應用問題。

I. 定圓ノ中心ヲ求ムルコト。



定圓ニ於テ,二ツノ互ニ平行セザル弦AB,CDヲ書キ,其各中點ニ於テ垂線ヲ引クトキハ,第**34**節ニ由リ此二ツノ垂線ハイヅレモ定圓ノ中心ヲ通過セザルベカラズ,故ニ其交點Oハ即チ求ムル中心ナリ。

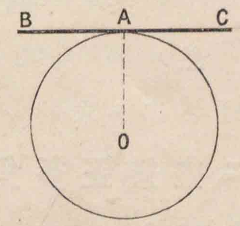
II. 同一直線ノ上ニ在ラザル三ツノ定點ヲ通過シテ圓ヲ書クコト。



三ツノ定點ヲA,B,CトシJ,線分AB,BCノ各中點D,Eニ於テ垂線ヲ引キ,其交點ヲOトシ,OA,OB,OCヲ作

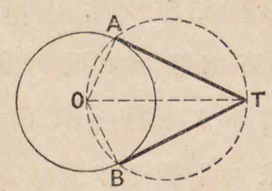
ルトキハ,二ツノ三角形AOD,BODニ於テ,ADトBD,角ADOト角BDOハ各相等シク,ODハ共通ナルガ故ニ,二ツノ三角形ハ相等シ,從テOA,OBハ相等シ。同様ニOB,OCモ亦相等シ。因テOヲ中心トシ,OAヲ半徑トシテ書キタル圓ハA,B,Cヲ通過ス。故ニ此圓ハ即チ求ムル圓ナリ。

III. 定圓ノ上ニ在ル定點ニ於テ切線ヲ引クコト。



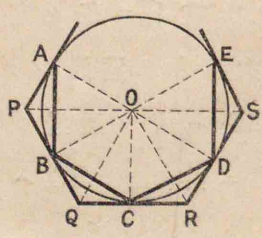
定圓ノ中心ヲO,其上ニ在ル定點ヲAトシ,先ヅ半徑OAヲ引キ,次ニAヲ通過シテOAニ垂直ニBCヲ引クトキハ,BCハAヲ通過シ且半徑ニ垂直ナルガ故ニ,第**35**節ニ由リテ,BCハ即チ求ムル切線ナリ。

IV. 定圓ノ外ニ在ル定點ヨリ其圓ニ切線ヲ引クコト。



定圓ノ中心ヲO,定點ヲTトシ,線分OTヲ直徑トシテ圓ヲ書キ,此圓ト定圓トノ交點ヲA,Bトスルトキハ,角OAT,OBTハ共ニ半圓ニ於ケル角ナルガ故ニ直角ナリ。然ルニOA,OBハイヅレモ半徑ナルガ故ニ,AT,BTハ卽チ求ムル切線ナリ。

V. 定圓ニ內接正多角形及外切正多角形ヲ畫クコト。



定圓ニ內接シテ邊數ガnナル正多角形ヲ書クニハ,分度器ヲ用ヒテ中心Oニ於テ360°ノn分ノ

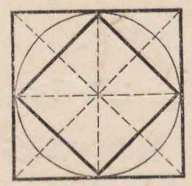
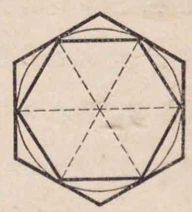
一ニ等シキ角AOB,BOC,COD等ヲ作リ,弦AB,BC,CD等ヲ引クトキハ,相等シキ圓心角ニ對スル弦ハ相等シキガ故ニ,AB,BC,CD等ハ皆相等シ。因テ二等邊三角形OAB,OBC,OCD等ハ其三邊ガ各相等シキガ故ニ皆相等シク,角OAB,OBA,OBC,OCB等ハ皆相等シ。從テ角A,B,C等ハ皆相等シ。

故ニABCD等ハ求ムル內接正多角形ナリ。

又定圓ニ外切シテ邊數ガnナル正多角形ヲ畫クニハ,分度器ヲ用ヒテ中心Oニ於テ360°ノn分ノ一ニ等シキ角AOB,BOC,COD等ヲ作リ,點A,B,C等ニ於テ各切線ヲ引キ,其交點ヲP,Q,R,S等トスルトキハ,角OAP,OBP,OBQ,OCQ等ハ皆直角ニシテ,角OAB,OBA,OBC,OCB等ハ皆相等シキガ故ニ,角PAB,PBA,QBC,QCB等モ亦皆相等シ。因テ二等邊三角形PAB,QBC,RCD等ハ其一邊ト之ニ接スル二角トガ各相等シキガ故ニ皆相等シ。從テ角P,Q,R,S等ハ皆相等シク,PQ,QR,RS等モ亦皆相等シ。

故ニPQRS等ハ求ムル外切正多角形ナリ。

此特別ナル場合トシテ，n ガ 4 ナルトキハ角 AOB ハ 90° ニ等シ。故ニ二ツノ互ニ垂直ナル直徑ヲ引キ，其端ノ間ニ弦ヲ作レバ，內接正四角形ヲ得，其頂點ニ於テ切線ヲ引ケバ外切正四角形ヲ得。

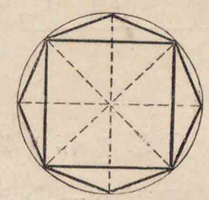
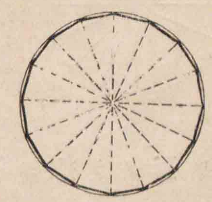



更ニ角 AOB ヲ二等分スルコトニヨリテ內接及外切正八角形ヲ得ベク，四等分スルコトニヨリテ內接及外切正十六角形ヲ得ベシ，其他之ニ準ズ。

n ガ 6 ナルトキハ角 AOB ハ 60° ニ等シク，角 ABC ハ 120° ニ等シ，卽チ OAB ハ等邊三角形ナリ。故ニ半徑ニ等シキ弦ヲ六回續ケテ置ケバ內接正六角形ヲ得，其頂點ニ於テ切線ヲ引ケバ外切正六角形ヲ得。

此場合ニモ角 AOB ヲ二等分，四等分スルコトニヨリテ內接及外切正十二角形，內接及外切正廿四角形ヲ得ベシ，其他之ニ準ズ。

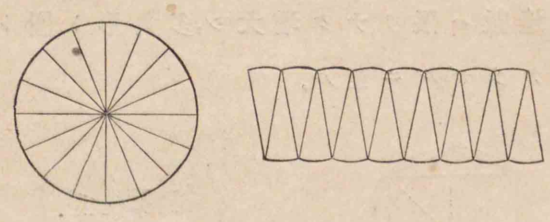
41. 圓ノ周及面積。 定圓ニ一ツノ內接正多角形，例ヘバ內接正四角形ヲ書キ，次ニ其各邊ニ對スル圓心角ヲ二等分シテ內接正八角形ヲ書キ，順次同樣ニ多角形ノ邊數ヲ二倍スルトキハ，終ニ多角形ノ邊數ハ限リナク增大シ，多角形ト圓トハ區別スベカラザルニ至ル。

然ルニ內接正多角形ノ邊ノ和ハ其邊數ノ增大スルニ從ヒ，次第ニ直徑ノ約 3.14159 倍ニ近ヅクコトヲ證スルヲ得。此長サヲ圓ノ長サトシ，之ヲ**圓周**ト云フ，又此ニ擧ゲタル約 3.14159 又ハ約 $\frac{355}{113}$ ニ等シキ數ヲ**圓周率**ト云ヒ，π ナル記號ヲ以テ之ヲ表ス。故ニ

圓周ヲ表ス數ハ半徑ノ長サヲ表ス數ト π ノ二倍トノ積ニ等シ。

次ニ定圓ノ内接正多角形ノ面積ハ,其邊數ノ増大スルニ從ヒ,次第ニ圓ノ面積ニ近ヅキ,終ニ邊數ガ限リナク増大スルトキハ,多角形ノ面積ト圓ノ面積トハ區別スベカラザルニ至ル。



今圓ヲ極メテ細ク等分シテ扇形ヲ作リ,之ヲ圖ノ如ク排列スルトキハ,得タル圖形ハ一ツノ平行四邊形ト考フルコトヲ得ベク,其底邊ノ長サハ即チ圓周ノ半ニ等シク,其高サハ半徑ノ長サニ等シ。故ニ圓ノ面積ヲ表ス數ハ半徑ノ長サヲ表ス數ト圓周ノ半ヲ表ス數トノ積ニ等シ。

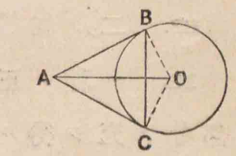
然ルニ圓周ノ半ヲ表ス數ハ上ニ擧ゲタルガ如ク,半徑ノ長サヲ表ス數トπトノ積ニ等シキガ故ニ,

圓ノ面積ヲ表ス數ハ半徑ノ長サヲ表ス數ノ平方トπトノ積ニ等シ。

問題

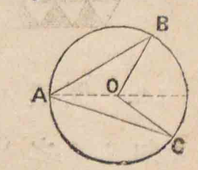
1. 弦ノ中點ニ於テ之ニ垂直ナル直線ハ此弦ニ對スル弧ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。

2. 圓ノ中心ヲO,圓ノ外ニ在ル點Aヨリ引ケル切線ヲAB,ACトシ,AB,ACハ相等シク,OAハ弦BC及角BACヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。



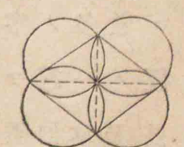
3. 二ツノ定點ヲ通過スル圓ノ中心ハイヅレモ同一ノ直線上ニ在ルコトヲ證明セヨ。

4. 圓ノ中心ヲO,任意ノ二ツノ弦ヲAB,ACトシ,角BACハ角BOCノ半ニ等シキコトヲ證明セヨ。



5. 二ツノ相交ル圓ノ中心ノ距離ハ半徑ノ和ヨリモ小ナルコトヲ證明セヨ。

6. 菱形ノ各邊ヲ直徑トスル圓ハ一點ニ於テ相交ルコトヲ證明セヨ。



7. 一定ノ半徑ヲ有シ且二ツノ定點ヲ通過スル圓ヲ畫ケ。

8. 定直線又ハ定圓ノ外ニ在ル定點ヲ中心トシ,其直線又ハ其圓ニ切スル圓ヲ書ケ。

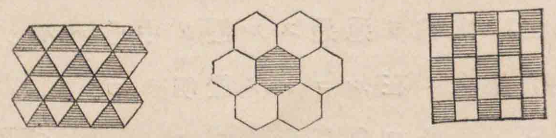
9. 定三角形ニ內切スル圓ヲ書ケ。

10. 內接正三角形及外切正三角形ヲ書ケ。

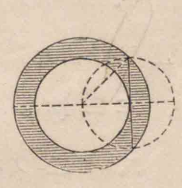
11. 定線分ヲ一邊トシテ正六角形ヲ書ケ。

12. 二ツノ相等シキ圓ニ共通ナル切線ヲ引ケ。

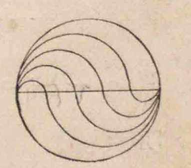
13 一種ノ正多角形ヲ組ミ合ハセテ平面ノ一部分ヲ充シ得ル場合ヲ吟味セヨ。



14. 圓環ノ內半徑ト外半徑トヲ知リテ,之ト相等シキ面積ヲ有スル圓ノ半徑ヲ求メヨ。



15. 圓ノ直徑ヲ若干ニ等分シ,圖ノ如ク,其兩側ニ數多ノ半圓弧ヲ書クトキハ,直徑ノ一端ヨリ他端ニ至ル曲線ノ長サ及其相隣レル曲線ノ間ニ在ル面積ハ各相等シキコトヲ示セ。

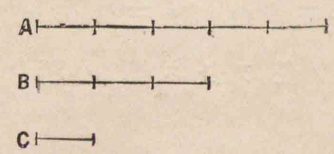


第六章 相似形ニ就キテ

42. 二ツノ量ノ比。 線分,角,面積ノ如ク一定ノ單位ヲ用ヒテ測リ得ベキモノヲ量ト云フ。

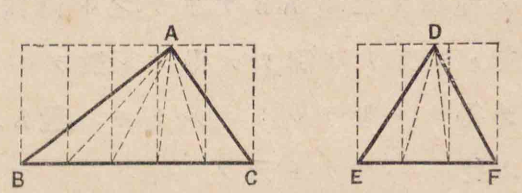
同一ノ種類ノ二量A,Bアリテ,之ト同種ナル量Cヲ單位トシテ,Aヲ測リテ得タル數ヲaトシ,Bヲ測リテ得タル數ヲbトスルトキハ,**量Aノ量Bニ對スル比**ハ$\frac{a}{b}$ナリト云フ。

量Aノ量Bニ對スル比ヲ表スニハ,A:B又ハ$\frac{A}{B}$ナル記號ヲ用フ。



上ノ圖ニ於テ,線分Aハ線分Cノ五倍ニシテ,線分Bハ其三倍ナルガ故ニ,A:Bハ$\frac{5}{3}$ナリ。

43. 比例。 四ッノ量 A,B,C,D アリテ A ノ B ニ對スル比ガ C ノ D ニ對スル比ニ等シキトキハ,四ッノ量 A,B,C,D ハ**比例ヲナス**ト云ヒ,之ヲ表スニハ $A:B=C:D$ 又ハ $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ ナル記號ヲ用フ。



例ヘバ二ッノ三角形 ABC,DEF ノ高サハ相等シク,其底邊 BC,EF ノ比ガ $m:n$ ナルトキ,其面積ヲ各 s,s' トスレバ,第29節ニ由リテ,三角形ノ面積ヲ表ス數ハ其高サ及底邊ノ長サヲ表ス數ノ積ノ半ニ等シキガ故ニ,

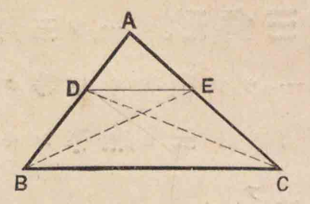
$$s:s'=m:n,$$

然ルニ $\quad BC:EF=m:n,$

因テ $\quad s:s'=BC:EF.$

故ニ

二ッノ三角形ノ高サガ相等シキトキハ,其面積ハ底邊ニ比例ヲナス。



次ニ三角形 ABC ノ一邊 BC ニ平行ナル直線ト他ノ二邊 AB,AC トノ交點ヲ各 D,E トシ,三角形 ADE,BDE,CDE ノ面積ヲ各 s,s',s'' トスルトキハ,

$$s:s'=AD:DB,$$

$$s:s''=AE:EC.$$

然ルニ三角形 BDE,CDE ハ同一ノ底邊 DE ヲ有シ,且 DE ハ BC ニ平行ナルガ故ニ,第29節ニ由リテ其高サモ亦相等シ,從テ二ッノ面積 s',s'' ハ相等シ。因テ

$$AD:DB=AE:EC.$$

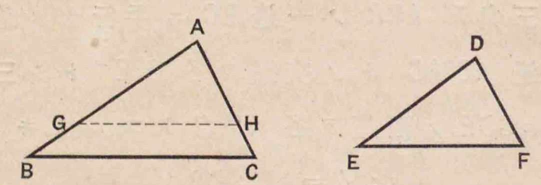
故ニ

三角形ノ一邊ニ平行ナル直線ハ他ノ二邊ヲ同一ノ比ニ分ツ。

同様ニシテ,次ノ證明ヲナスコトヲ得.

$$AD:AB=AE:AC.$$

44. 等角三角形。 一ッノ三角形ノ角ガ他ノ三角形ノ角ニ一ッヅツ順次ニ相等シキトキハ,二ッノ三角形ハ**等角**ナリト云ヒ,相等シキ角ノ間ニ在ル邊ヲ**對應邊**ト云フ。



二ッノ三角形 ABC, DEF ニ於テ,角 A ト角 D, 角 B ト角 E, 角 C ト角 F ハ相等シトシ,三角形 DEF ヲ移シテ DE ヲ AB ニ重ネ,角 D ヲ角 A ニ重ヌルトキハ,三角形 DEF ハ三角形 AGH ノ位置ヲ取ル。 從テ角 AGH ト角 ABC トハ相等シ,因テ GH ハ BC ニ平行ナリ。 故ニ第43節ニ由リ,

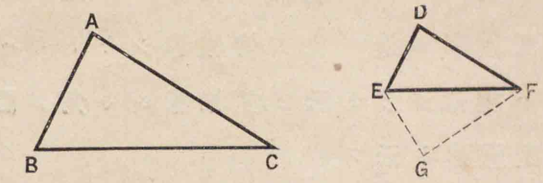
$$\frac{AG}{AB}=\frac{AH}{AC},$$

卽チ
$$\frac{DE}{AB}=\frac{DF}{AC}.$$

同樣ニ
$$\frac{EF}{BC}=\frac{DF}{AC}.$$

卽チ
$$\frac{DE}{AB}=\frac{EF}{BC}=\frac{DF}{AC}.$$
故ニ

等角三角形ノ對應邊ハ比例ヲナス。



次ニ二ッノ三角形 ABC, DEF ニ於テ,

$$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$$

ナリトシ,角 B ニ等シク角 FEG ヲ作リ又角 C ニ等シク角 EFG ヲ作ルトキハ,二ッノ三角形 ABC, GEF ハ等角ナルガ故ニ,其對應邊ハ比例ヲナス。

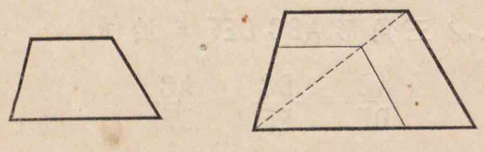
卽チ
$$\frac{AB}{GE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{GF}.$$

因テ DE ト GE, DF ト GF ハ相等シク,從テ二ッノ三角形 DEF, GEF ハ相等シ。

然ルニ二ッノ三角形 ABC, GEF ハ等角ナルガ故ニ,二ッノ三角形 ABC, DEF モ亦等角ナリ。 故ニ

一ッノ三角形ノ三邊ガ他ノ三角形ノ三邊ニ順次ニ比例ヲナストキハ,其三角形ハ等角ナリ。

45. 相似多角形。 一ッノ多角形ノ角ガ他ノ多角形ノ角ニ一ッヅツ順次ニ相等シク,且其相等シキ角ノ間ニ在ル邊ノ比ガ皆相等シキトキハ,二ッノ多角形ハ**相似ナリ**ト云ヒ,其相等シキ角ノ間ニ在ル邊ヲ**對應邊**ト云フ。

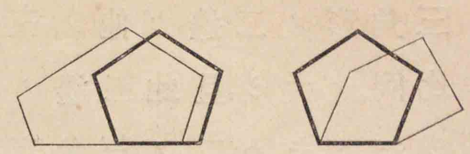


一ッノ多角形ノ各邊ヲ同一ノ比ニ増大又ハ縮小シテ得タル多角形ハ元ノ多角形ニ相似ナリ。

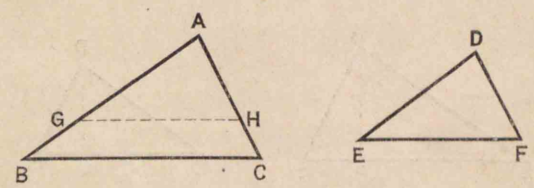
三角形ニ於テハ,等角ナルトキハ其對應邊ハ比例ヲナシ,又三邊ガ順次ニ比例ヲナストキハ等角ナルガ故ニ,

二ッノ三角形ガ等角ナルトキ,又ハ其三邊ガ順次ニ比例ヲナストキハ,二ッノ三角形ハ相似ナリ。

三角形ニアラザル多角形ニ於テハ,等角ニシテ其各邊ガ順次ニ比例ヲナサザルモノアリ,又其各邊ガ比例ヲナシテ等角ナラザルモノアリ。故ニ



二ッノ多角形ガ等角ナルトキ,又ハ其各邊ガ順次ニ比例ヲナストキ,二ッノ多角形ハ必ズシモ相似ナラズ。



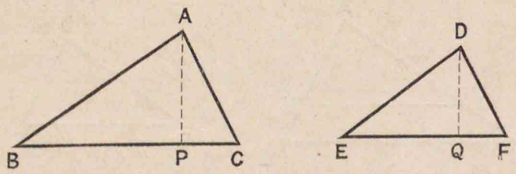
二ッノ三角形 ABC, DEF ニ於テ,角 A ト角 D トハ相等シク, $AB:DE = AC:DF$ ナリトシ, DE ニ等シク AG ヲ取リ, G ヨリ BC ニ平行ニ GH ヲ引クトキハ,二ッノ三角形 ABC, AGH ハ等角ナルガ故ニ,

$$AB : AG = AC : AH.$$

然ルニ AG ハ DE ニ等シ。因テ AH ハ DF ニ等シク,従テ二ッノ三角形 AGH, DEF ハ相等シ。然ルニ二ッノ三角形 ABC, AGH ハ等角ナルガ故ニ,二ッノ三角形 ABC, DEF モ亦等角ナリ。故ニ

一ッノ三角形ノ二邊ガ他ノ三角形ノ二邊ニ比例ヲナシ,且此二邊ノ夾ム角ガ相等シキトキハ,二ッノ三角形ハ相似ナリ。

46. 相似多角形ノ面積ノ比。



二ッノ相似三角形ABC, DEFノ面積ヲs, s'トシ,頂點A, Dヨリ各其對邊ニ垂線AP, DQヲ引クトキハ,第29節ニ由リテ,

$$\frac{s}{s'}=\frac{AP\times BC}{DQ\times EF}.$$

然ルニ二ッノ三角形ハ相似ナルガ故ニ,

$$\frac{BC}{EF}=\frac{AB}{DE},$$

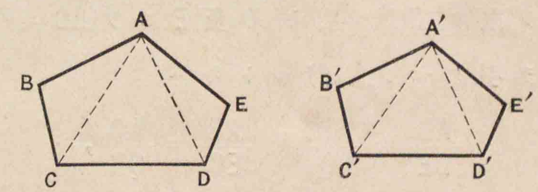
又角Bト角E,角APBト角DQEハ相等シク,從テ二ッノ三角形ABP, DEQハ相似ナルガ故ニ,

$$\frac{AP}{DQ}=\frac{AB}{DE},$$

因テ $\quad \frac{s}{s'}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{DE}^2},\quad$ 即チ

二ッノ相似三角形ノ面積ノ比ハ其對應邊ヲ底邊トスル二ッノ正方形ノ面積ノ比ニ等シ。

尚一般ニ,二ッノ相似多角形ノ對應スル頂點ヨリ他ノ頂點ニ至ル對角線ヲ引クトキハ,同數ノ相似三角形ヲ得。

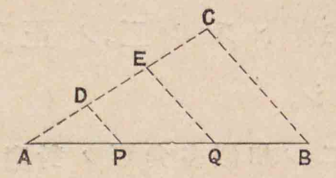


上ノ證明ニ由リ,此對應スル二ッノ三角形ノ面積ノ比ハ其對應邊ヲ底邊トスル二ッノ正方形ノ面積ノ比ニ等シ。從テ

二ッノ相似多角形ノ面積ノ比ハ其對應邊ヲ底邊トスル二ッノ正方形ノ面積ノ比ニ等シ。

47. 應用問題。

I. 定線分ヲ若干ニ等分スルコト。



線分 AB ヲ三等分スルニハ,其一端例ヘバ A ヨリ適宜ナル直線ヲ引キ,其上ニ相等シキ線分 AD, DE, EC ヲ取リ, BC ヲ引キ, D 及 E ヨリ BC ニ平行ニ DP, EQ ヲ引クベシ。然ルトキハ

$$\frac{AD}{DE}=\frac{AP}{PQ},\quad \frac{AE}{EC}=\frac{AQ}{QB},$$

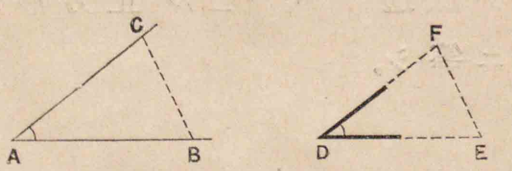
然ルニ　$AD=DE,\quad AE=2EC,$

故ニ　$AP=PQ=QB.$

即チ P,Q ハ AB ヲ三等分ス。

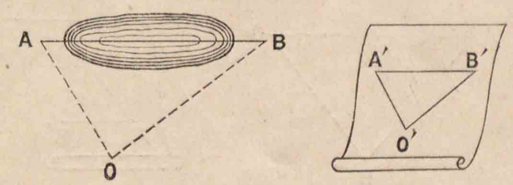
四等分,五等分等ノ場合ニ就キテモ同樣ナリ。

II. 定角ニ等シキ角ヲ作ルコト。



角 A ニ等シキ角ヲ作ルニハ,角 A ノ二邊ノ上ニ適宜ナル二點 B,C ヲ取リテ三角形 ABC ヲ作リ,次ニ各邊ガ其各邊ト比例ヲナス三角形 DEF ヲ作ルトキハ,二ツノ三角形ハ相似ナリ,從テ角 D ハ角 A ニ等シ。即チ角 D ハ求ムル角ナリ。

III. 二ツノ定點ノ距離ヲ間接ニ求ムルコト。



先ヅ二點 A, B 共ニ達シ得ベキ場合ニ其距離ヲ間接ニ測ルニハ, A, B ノ何レヲモ望見シ得ベキ點 O ヲ取リテ, OA, OB ノ長サヲ測リ,紙上ニ角 AOB ニ等シク角 O′ ヲ作リ,其邊 O′A′, O′B′ ヲシテ OA, OB ト比例ヲナサシムベシ。然ルトキハ二ツノ三角形 AOB, A′O′B′ ハ相似ナルガ故ニ,

$$\frac{OA}{O'A'}=\frac{AB}{A'B'},$$

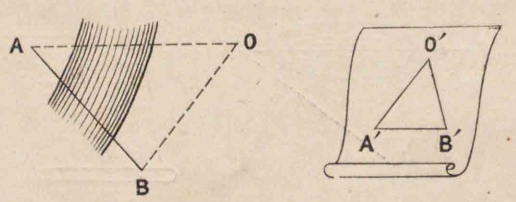
即チ　$AB=\frac{OA}{O'A'}\times A'B'.$

故ニ三角形 AOB ト三角形 A′O′B′ トノ對應邊ノ比ヲ例ヘバ 100:1 トスルトキハ,

$$AB = A'B' \times 100.$$

因テ精密ニ作圖ヲナシ,A′B′ ノ長サヲ測リテ,之ヲ百倍スルトキハ AB ノ長サヲ得。

次ニ二點ノ中ニテ B ニハ達シ得ベケレドモ, A ニハ達シ得ベカラザル場合ニハ,次ノ如クスベシ。

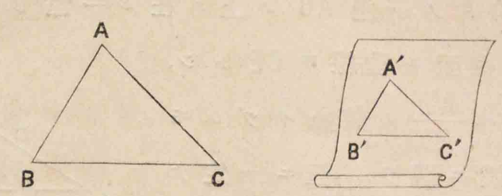


A 及 B ヲ共ニ望見シ得ル點 O ヲ取リテ OB ノ長サヲ測リ,次ニ紙上ニ適宜ノ長サ O′B′ ヲ引キ,角 B ニ等シク角 B′ ヲ作リ,又角 O ニ等シク角 O′ ヲ作ルトキハ,二ツノ三角形 AOB, A′O′B′ ハ相似ナリ。

故ニ
$$AB = \frac{OB}{O'B'} \times A'B'.$$

因テ A′B′ 及 O′B′ ノ長サヲ測リテ, AB ノ長サヲ知ルコトヲ得。

IV. 定三角形ノ三邊ヲ測リテ其面積ヲ求ムルコト。



定三角形 ABC ノ三邊 AB, BC, CA ノ長サヲ知リテ,三邊ガ之ト比例ヲナス適宜ノ三角形 A′B′C′ ヲ書クトキハ

$$\frac{\text{三角形 ABC ノ面積}}{\text{三角形 A}'\text{B}'\text{C}'\text{ ノ面積}} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{A'B'}^2}.$$

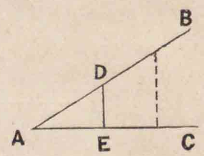
然ルニ三角形 A′B′C′ ノ面積ハ其一邊ノ長サ及之ニ對スル頂點ヨリ引ケル垂線ノ長サヲ測リテ之ヲ求ルコトヲ得。故ニ例ヘバ AB ノ A′B′ ニ對スル比ヲ 100:1 トスルトキハ,

$$\overline{AB}^2 = \overline{A'B'}^2 \times 10000$$

因テ精密ナル作圖ヲナシテ,三角形 A′B′C′ ノ面積ヲ求メ,之ヲ一萬倍スルトキハ求ムル三角形ノ面積ヲ得。

問　題

1. 角Aノ一邊ABノ上ニ在ル一點Dヨリ他ノ邊ACニ至ル垂線ヲDEトシ, $\frac{DE}{AE}$, $\frac{DE}{AD}$, $\frac{AE}{AD}$ノ値ハイヅレモDノ位置ニ關ラズ,恆ニ一定ナルコトヲ證明セヨ。

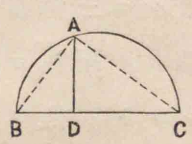


2. 三角形ABCノ二邊AB,ACノ各中點ヲD,EトシA,線分DEハ底邊BCニ平行ニシテ且其半ニ等シキコトヲ證明セヨ。

3. 圓ノ上ニ在ル一點Aヨリ一ツノ直徑BCニ至ル垂線ヲADトシ,

$$BD:AD=AD:CD$$

ナルコトヲ證明セヨ。



4. 二ツノ平行四邊形ニ於テ,其面積ノ比ハ其高サ及底邊ノ長サヲ表ス數ノ積ノ比ニ等シキコトヲ證明セヨ。

5. 同一ノ圓又ハ相等シキ圓ニ於テ,扇形ノ面積ハ其圓心角ニ比例スルコトヲ證明セヨ。

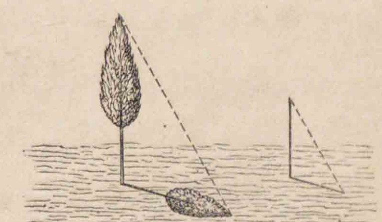
6. 點Aヨリ二點B,Cニ至ル距離ガ各315尺,260尺ニシテ,角BACガ39°ナルトキ,作圖ニヨリテ,BCノ距離ヲ求メヨ。

7. 三角形ABCノ邊BCノ長サハ75尺,角ABCハ47°,角ACBハ68°ナルトキ,作圖ニヨリテ,AB,ACノ長サヲ求メヨ。

8. 三角形ABCノ三邊ノ長サガ各30尺,28尺,26尺ナルトキ,作圖ニヨリテ,其面積ヲ求メヨ。

9. 四邊形ABCDノ角Aハ直角ニシテ,四邊AB,BC,CD,DAノ長サガ各95尺,58尺,107尺,90尺ナルトキ作圖ニヨリテ,其面積ヲ求メヨ。

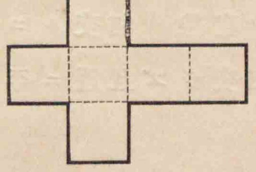
10. 地上ニ直立セル桿ノ長サ,地上ニ於ケル其影ノ長サ,及地上ニ直立セル樹木ノ地上ニ於ケル影ノ長サヲ測リテ,其樹木ノ高サヲ知リ得ルコトヲ示セ。

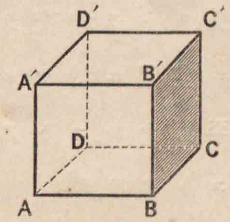


第二篇　立體圖形

第一章　多面體ニ就キテ

1. 多面體。 紙上ニ圖ノ如ク六ッノ相等シキ正方形ヲ書キ,點線ニ沿ウテ之ヲ折リ返ストキハ,此ニ六ッノ平面ニテ圍ミタル空間ノ一部分ヲ得。



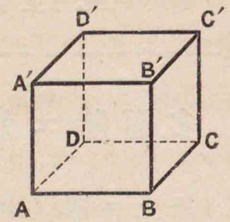


此場合ニ六ッノ正方形ヲナセル平面ノ部分ハ一ッノ立方體ヲ作ルト云フ。

一般ニ數多ノ平面ガ空間ノ一部分ヲ圍ムトキ,此等ノ平面ハ一ッノ**多面體**ヲ作ルト云ヒ,其平面ノ部分ヲ多面體ノ**面**ト云ヒ,面ト面トノ交線ヲ其**稜**ト云ヒ,稜ト稜トノ交點ヲ其**頂點**ト云フ。

圖ニ於テ,ABCD, ABB′A′ 等ハ立方體 ABCD–A′B′C′D′ ノ面,AB, AA′ 等ハ其稜,A, A′等ハ其頂點ナリ。

2. 空間ニ於ケル直線及平面ノ關係。



I. 立方體 ABCD-A'B'C'D' ニ於テ,稜 AB, AA' ハ點 A ニ於テ相交リ, AB, CD ハ互ニ平行ニシテ, AB, CC' ハ何程延長ストモ相交ラズ又互ニ平行ナラズ。

一般ニ空間ニ於ケル二ツノ直線ハ相交ルコトアリ,互ニ平行ナルコトアリ,相交ラズ且互ニ平行ナラザルコトアリ。

II. 立方體 ABCD-A'B'C'D' ニ於テ,稜 AB ハ面 ABCD ノ上ニ在リ, AA' ハ點 A ニ於テ之ニ交リ, A'B' ハ何程延長ストモ之ニ交ラズ。

一般ニ空間ニ於ケル直線ト平面トニ就テハ,直線ガ全ク平面ノ上ニ在ルコトアリ,一點ニ於テ之ニ交ルコトアリ,全ク相交ラザルコトアリ。

直線ト平面トガ一點ヲモ共有セザルトキハ,直線ト平面トハ互ニ**平行ナリ**ト云フ。

III. 立方體 ABCD-A'B'C'D' ニ於テ,面 ABCD, ABB'A' ハ稜 AB ニ於テ相交リ, ABCD, A'B'C'D' ハ何程延長ストモ全ク相交ラズ。

一般ニ二ツノ平面ハ一ツノ直線ニ於テ相交ルコトアリ,全ク相交ラザルコトアリ。

二ツノ平面ガ一點ヲモ共有セザルトキハ,二ツノ平面ハ互ニ**平行ナリ**ト云フ。

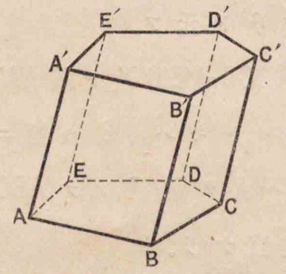
IV. 立方體 ABCD-A'B'C'D' ノ稜 AA' ヲ軸トシテ面 ABB'A' ヲ廻轉スルトキハ, AB ハ恒ニ面 ABCD ノ上ニ在リ,從テ AA' ハ A ヲ通過シテ ABCD ノ上ニ在ル總テノ直線ニ垂直ナリ。

一般ニ一ツノ直線ガ其直線ト一ツノ平面トノ交點ヲ通過シテ其平面上ニ在ル總テノ直線ニ垂直ナルトキハ,其直線ト平面トハ互ニ**垂直ナリ**ト云フ。

V. 立方體 ABCD-A'B'C'D' ニ於テ,稜 BB', BC ハ何レモ面 ABCD, ABB'A' ノ交線 AB ニ垂直ニシテ且互ニ垂直ナリ。

一般ニ二ツノ平面ノ交線上ノ一點ヨリ其直線ニ垂直ニ且其各平面上ニ引ケル直線ガ互ニ垂直ナルトキハ,二ツノ平面ハ互ニ**垂直ナリ**ト云フ。

3. 角壔。多面體ノ中ニテ,其二ツノ面ハ互ニ平行ニシテ且相等シキ多角形ヲナシ,他ノ面ハ平行四邊形ヲナスモノヲ**角壔**ト云ヒ,二ツノ平行ナル面ヲ其**底面**ト云ヒ,他ノ面ヲ其**側面**ト云ヒ,側面ノ交線ヲ其**側稜**ト云ヒ,一ツノ底面上ノ一點ヨリ他ノ底面ニ至ル垂線ノ長サヲ其**高サ**ト云フ。



圖ニ於テ ABCDE-A'B'C'D'E' ハ一ツノ角壔ニシテ, ABCDE, A'B'C'D'E' ハ其底面, ABB'A', AA' ハ各其側面及側稜ナリ。

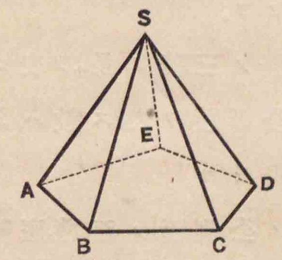
角壔ハ其底面ガ三角形四角形等ヲナスニ從ヒ,之ヲ各**三角壔**,**四角壔**等ト云フ。

角壔ノ中ニテ,側稜ガ底面ニ垂直ナルモノヲ**直角壔**ト云フ,直角壔ノ高サハ其側稜ノ長サニ等シ。

角壔ノ中ニテ,其底面ガ平行四邊形ヲナスモノヲ**平行六面體**ト云ヒ,其各面ガ矩形ヲナスモノヲ

直六面體ト云フ;其各面ガ正方形ヲナスモノハ即チ**立方體**ナリ。

4. 角錐。多面體ノ中ニテ,其一ツノ面ハ多角形ヲナシ,他ノ面ハ其各邊ヲ底邊トシ,共通ノ頂點ヲ有スル三角形ヲナスモノヲ**角錐**ト云ヒ,共通ノ點ヲ角錐ノ**頂點**ト云ヒ,之ニ對スル面ヲ其**底面**ト云ヒ,他ノ面ヲ其**斜面**ト云ヒ,斜面ノ交線ヲ其**斜稜**ト云ヒ,頂點ヨリ底面ニ至ル垂線ノ長サヲ其**高サ**ト云フ。



圖ニ於テ, S-ABCDE ハ一ツノ角錐ニシテ, S ハ其頂點, ABCDE ハ其底面, SAB, SA ハ各其斜面及斜稜ナリ。

角錐ハ其底面ガ三角形,四角形等ヲナスニ從ヒ,之ヲ各**三角錐**,**四角錐**等ト云フ.

角錐ノ中ニテ,其底面ガ正多角形ヲナシ,其斜面ガ相等シキ二等邊三角形ヲナスモノヲ**直角錐**ト云ヒ,其三角形ノ高サヲ直角錐ノ**斜高**ト云フ

問題

1. 二ッノ平面ガ二ッノ點ヲ共有スルトキハ,其平面ハ其二ッノ點ヲ通過スル直線ヲ共有スルコトヲ平面ノ定義ニヨリ證明セヨ。

2. 直角壔ノ側面ハ何レモ矩形ヲナスコトヲ證明セヨ。

3. 角壔ノ側稜又ハ直角錐ノ斜稜ハ各相等シキコトヲ證明セヨ。

4. 直六面體ノ三稜ノ長サヲ表ス數ヲ各a, b, cトシ,其表面ノ全面積ヲ表ス數ハ$2(ab+bc+ca)$ニ等シキコトヲ證明セヨ。

5. 直角壔ノ全側面ノ面積,底面ノ周,及高サヲ表ス數ヲ各s, p, hトシ,直角錐ノ全斜面ノ面積,底面ノ周,及斜高ヲ表ス數ヲ各s', p', lトスルトキ,

$$s = ph, \quad s' = \frac{1}{2}p'l$$

ナルコトヲ證明セヨ。

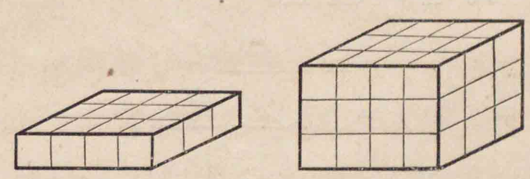
第二章 角壔,角錐ノ體積ニ就キテ

5. 體積。 點,線,又ハ面ノ集合ヲ**圖形**ト云フ,多面體ハ即チ一ッノ圖形ナリ。圖形ガ空間ノ一部分ヲ圍ムトキ,其部分ノ廣サヲ其圖形ノ**體積**ト云フ.

重ネ合スルコトヲ得ル圖形ノ體積ハ相等シ。

體積ノ單位トシテハ通例單位ノ長サニ等シキ稜ヲ有スル立方體ノ體積ヲ用フ,例ヘバ長サノ單位トシテ尺ヲ取ルトキハ,體積ノ單位ハ立方尺ナリ.

6. 直六面體ノ體積。



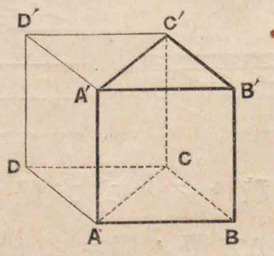
單位ノ長サヲ稜トスル立方體a個ヲ横ニ一列ニ置キ,次ニ各立方體ノ側ニ之ト相等シキ立方體$b-1$個ヲ縱ニ一列ニ置キ,最後ニ各立方體ノ上ニ$c-1$個ノ立方體ヲ積ムトキハ,此ニ一ッノ直六面體ヲ得,此直六面體ハ單位ノ長サヲ稜トスル立方體abc

個ヲ含ム,卽チ其體積ハ立方體ノ體積ノ abc 倍ナリ。因テ其體積ヲ表ス數ハ abc ニ等シ。然ルニ此直六面體ノ稜ノ長サヲ表ス數ハ各 a, b, c ニ等シ。故ニ

直六面體ノ體積ヲ表ス數ハ三ツノ稜ノ長サヲ表ス數ノ積ニ等シ,或ハ

直六面體ノ體積ヲ表ス數ハ其高サヲ表ス數ト其底面ノ面積ヲ表ス數トノ積ニ等シ。

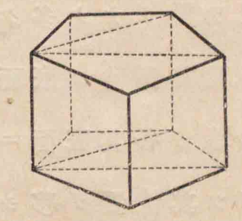
7. 角壔ノ體積。



先ヅ直六面體 ABCD-A′B′C′D′ ノ相對スル稜 AA′, CC′ ヲ通過スル平面ヲ作ルトキハ,此ニ全ク重ネ合スルコトヲ得ベキ二ツノ直三角壔 ABC-A′B′C′ 及

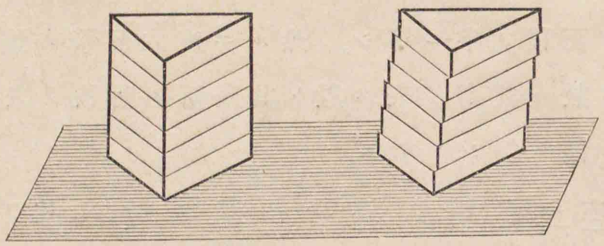
ACD-A′C′D′ ヲ得,從テ直三角壔 ABC-A′B′C′ ノ體積ハ直六面體 ABCD-A′B′C′D′ ノ體積ノ半ニ等シク,直三角壔ノ高サ及底面ノ面積ハ各直六面體ノ高サ及底面ノ面積ノ半ニ等シ。然ルニ直六面體ノ體積ヲ表ス數ハ其高サヲ表ス數ト其底面ノ面積ヲ表ス數トノ積ニ等シ。故ニ

直三角壔ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。



次ニ一般ノ直角壔ニ於テ,其一ツノ側稜ト他ノ側稜トヲ通過スル平面ヲ作ルトキハ,此ニ若干ノ直三角壔ヲ得,其體積ノ和ハ直角壔ノ體積ニ等シク,各三角壔ノ高サハ直角壔ノ高サニ等シク,其底面ノ面積ノ和ハ直角壔ノ底面ノ面積ニ等シ。然ルニ直三角壔ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。故ニ

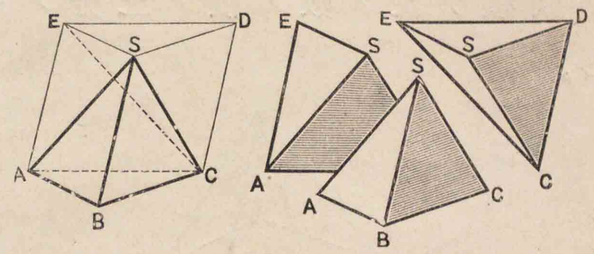
直角壔ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。



直角壔ハ相等シキ底面ト限リナク小ナル高サトヲ有スル直角壔ヲ限リナク多ク重ネタルモノト考フルコトヲ得,又其側稜ガ底面ニ垂直ナラザル角壔ハ此小直角壔ガ各其底面ニ沿ウテ上圖ノ如ク順次ニ少シヅツ其位置ヲ移シタルモノト考フルコトヲ得,從テ其體積ハ之ト相等シキ高サ及底面ヲ有スル直角壔ノ體積ニ等シ。然ルニ直角壔ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。故ニ

一般角壔ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。

8. 角錐ノ體積。

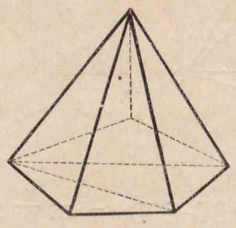


一ツノ三角壔 ABC-ESD ヲ平面 SAC, SCE ニテ截ルトキハ,此ニ三ツノ三角錐 S-ABC, S-ACE, S-CDE ヲ得。

二ツノ三角錐 S-ACE, S-CDE ニ於テ,其底面 ACE, CDE ハ相等シク,其高サモ亦相等シ,然ルニ角壔ト同樣ニ一ツノ角錐ハ限リナク多クノ小角壔ヲ重ネタルモノト考ヘ,他ノ角錐ハ此小角壔ガ各其底面ニ沿ウテ順次ニ少シヅツ其位置ヲ移シタルモノト考フルコトヲ得,因テ其體積相等シ。

同樣ニ二ツノ三角錐 S-ABC, S-CDE ノ體積ハ相等シ。故ニ三角錐 S-ABC ノ體積ハ之ト相等シキ高サ及底面ヲ有スル三角壔 ABC-ESD ノ體積ノ三分ノ一ニ等シ。然ルニ三角壔ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。故ニ

三角錐ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ノ三分ノ一ニ等シ。



次ニ一般ノ角錐ニ於テ,其一ツノ斜稜ト他ノ斜稜トヲ通過スル平面ヲ作ルトキハ此ニ若干ノ三角錐ヲ得,其體積ノ和ハ角錐ノ體積ニ等シク,各三角錐ノ高サハ角錐ノ高サニ等シク;其底面ノ面積ノ和ハ角錐ノ底面ノ面積ニ等シ。然ルニ三角錐ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ノ三分ノ一ニ等シ。故ニ

一般角錐ノ體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ノ三分ノ一ニ等シ。

問題

1. 立方體ノ稜ノ長サヲ知リテ,此立方體ニ等シキ八個ノ立方體ノ面積ノ和及體積ノ和ト,此八個ノ立方體ヲ集メテ作リタル一ツノ立方體ノ面積及體積トヲ比較セヨ。

2. 直六面體 ABCD–A′B′C′D′ ノ稜ノ長サヲ知リテ,三角錐 A′–ABD ノ體積ヲ求メヨ

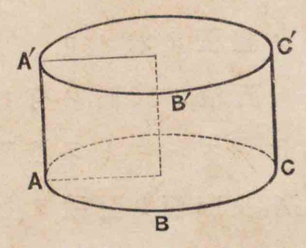
3. 相等シキ面積ノ底面ヲ有スル二ノ角壔ノ體積ハ其高サニ比例スルコトヲ證明セヨ.

4. 角錐ノ高サ及底面ノ面積ヲ知リテ,之ト相等シキ高サ及體積ヲ有スル角壔ノ底面ノ面積ヲ求メヨ。

5. 直三角壔ノ底面ノ面積ヲ表ス數ヲSトシ,一ツノ底面ト任意ノ截面トノ間ニ在ル側稜ノ長サヲ表ス數ヲ各 a, b, c トスルトキハ,其間ニ在ル體積ヲ表ス數ハ $\frac{1}{3}(a+b+c)S$ ニ等シキコトヲ證明セヨ。

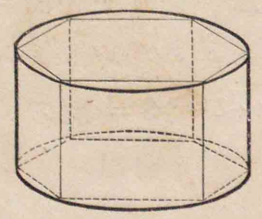
第三章　直圓壔,直圓錐,球ニ就キテ

9. 直圓壔。 矩形ガ其一邊ヲ軸トシテ一廻轉スルトキ,此邊ニ對スル邊ガ作ル曲面及他ノ二邊ガ作ル二ッノ平面ヨリ成ル圖形ヲ**直圓壔**ト云ヒ,軸ニ垂直ナル二ッノ面ヲ其底面ト云ヒ,軸ノ長サヲ其高サト云フ。



圖ニ於テ,ABC-A′B′C′ ハ直圓壔ニシテ,ABC, A′B′C′ ハ其底面ナリ。

直圓壔ノ底面ハ相等シキ圓形ヲナス。

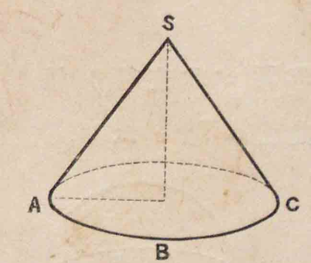


直圓壔ハ底面ガ正多角形ヲナセル直角壔ニ於

テ其多角形ノ邊數ガ限リナク增大シタルモノト考フルコトヲ得。故ニ

直圓壔ノ曲面ノ面積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ周ヲ表ス數ノ積ニ等シク,其體積ヲ表ス數ハ其高サ及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ニ等シ。

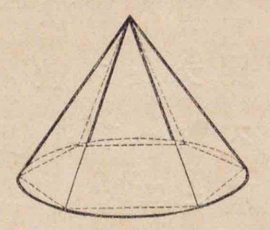
10. 直圓錐。 直角三角形ガ其直角ノ一邊ヲ軸トシテ一廻轉スルトキ,斜邊ガ作ル曲面及他ノ一邊ガ作ル平面ヨリ成ル圖形ヲ**直圓錐**ト云ヒ,軸ニ垂直ナル面ヲ其**底面**ト云ヒ,軸ノ長サヲ其**高サ**ト云ヒ,斜邊ノ長サヲ其**斜高**ト云フ。



圖ニ於テ,S-ABC ハ直圓錐ニシテ,ABC ハ其底面ナリ。

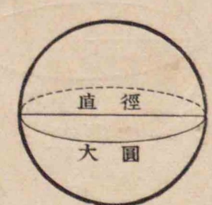
直圓錐ノ底面ハ圓形ヲナス。

直圓錐ハ直角錐ニ於テ其底面ノ多角形ノ邊數ガ限リナク增大シタルモノト考フルコトヲ得。故ニ



直圓錐ノ曲面ノ面積ヲ表ス數ハ其斜高及底面ノ周ヲ表ス數ノ積ノ二分ノ一ニ等シク,其體積ヲ表ス數ハ其高ト及底面ノ面積ヲ表ス數ノ積ノ三分ノ一ニ等シ。

11. 球。 半圓ガ其直徑ヲ軸トシテ一廻轉スルトキ生ズル曲面ヲ**球**ト云フ。

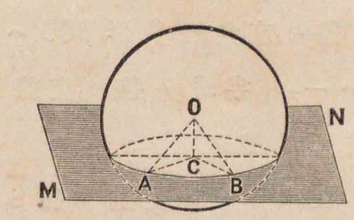


廻轉スル圓ノ中心ヲ球ノ**中心**ト云ヒ,中心ヨリ

球ノ上ニ在ル點ニ至ル線分ヲ其**半徑**ト云フ。一ツノ球ノ半徑ハ皆相等シ.

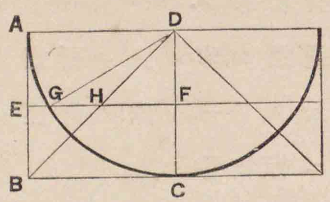
球ノ中心ヲ通過シ,球ノ上ニ兩端ヲ有スル線分ヲ球ノ**直徑**ト云フ。一ツノ球ノ直徑ハ半徑ノ二倍ニ等シキガ故ニ皆相等シ。

球ノ中心ヲ通過スル平面ト球トノ交線上ノ點ハ何レモ中心ヨリ相等シキ距離ニ在リ,故ニ其交線ハ圓ナリ,之ヲ**大圓**ト云フ。一ツノ球ノ大圓ハ皆相等シ。



又球ノ中心Oヲ通過セザル平面MNニOヨリ垂線OCヲ引キ,球ト平面トノ交線上ニ任意ノ二點A, Bヲ取リ,OA, OB, CA. CBヲ作ルトキハ,二ツノ三角形OAC, OBCハ相等シク,從テAC, BCハ相等シ。故ニ交線上ノ點ハ何レモCヨリ相等シキ距離ニ在リ,即チ交線ハCヲ中心トスル圓ナリ,之ヲ**小圓**ト云フ。

12. 球ノ體積及面積。



正方形ABCDニ於テ,對角線BD, Dヲ中心トスル圓AC,及BCニ平行ナル直線EFヲ引キ,CDヲ軸トシテ全圖形ヲ一廻轉スルトキハ,正方形ABCDハ一ッノ直圓壔ヲ書キ,直角三角形BCDハ一ッノ直圓錐ヲ書キ,弧ACハ一ッノ半球ヲ書キ,直線EFハ軸ニ垂直ナル一ッノ截面ヲ書ク。

今此平面トAC, BDトノ交點ヲ各G, Hトスルトキハ

$$\overline{GF}^2=\overline{GD}^2-\overline{DF}^2,$$

即チ

$$\overline{GF}^2=\overline{EF}^2-\overline{HF}^2,$$

從テ

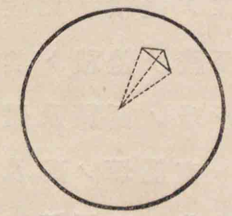
$$\pi\overline{GF}^2=\pi\overline{EF}^2-\pi\overline{HF}^2.$$

故ニ球ノ截面ノ面積ハ直圓壔ノ截面ノ面積ト直圓錐ノ截面ノ面積トノ差ニ等シ。

因テ限リナク多クノ平行ナル平面ニテ截ルト考フルトキハ,其相隣レル二ッノ平面ノ間ニ在ル球ノ

部分ノ體積ハ直圓壔ノ部分ノ體積ト直圓錐ノ部分ノ體積トノ差ニ等シ,從テ半球ノ體積ハ,直圓壔ノ體積ト直圓錐ノ體積トノ差ニ等シ。

故ニ球ノ半徑ヲ表ス數ヲrトスルトキハ,其體積ヲ表ス數ハ$2\pi r^3-\frac{2}{3}\pi r^3$即チ$\frac{4}{3}\pi r^3$ニ等シ。



又球ノ體積ハ球ノ中心ヲ頂點トシ,球ノ上ニ底面ノ頂點ヲ有スル限リナク多クノ角錐ノ體積ノ和ト考フルコトヲ得,從テ球ノ面積ヲ表ス數ヲAトスルトキハ,其體積ヲ表ス數ハ第8節ニ由リ$\frac{1}{3}Ar$ニ等シ。因テ$\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{3}Ar$, 即チ $A=4\pi r^2$。

故ニ

球ノ面積ヲ表ス數ハ其半徑ノ長サ及大圓ノ周ヲ表ス數ノ積ノ二倍ニ等シク,其體積ヲ表ス數ハ其半徑ノ長サ及面積ヲ表ス數ノ積ノ三分ノ一ニ等シ。

問　題

1. 直圓壔又ハ直圓錐ノ高サ及底面ノ半徑ヲ表ス數ヲ各 h, r トシテ,其全面積ヲ表ス數ヲ求メヨ。

2. 相等シキ高サ及相等シキ面積ノ底面ヲ有スル直圓壔及直圓錐ノ體積ヲ比較セヨ。

3. 立方體ノ面積及體積ト其稜ノ長サニ等シキ長サノ直徑ヲ有スル球ノ面積及體積トヲ比較セヨ。

4. 球ノ直徑ト直圓壔ノ高サ及底面ノ直徑ガ相等シキトキ,球ノ體積ハ直圓壔ノ體積ノ三分ノ二ニ等シキコトヲ證明セヨ。

5. 直角三角形ノ直角ニ接スル二邊ノ長サヲ表ス數ヲ各 a, b トシ,此三角形ガ斜邊ヲ軸トシテ一廻轉シテ作ル圖形ノ面積及體積ヲ表ス數ハ各 $\frac{\pi(a+b)ab}{\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{\pi a^2b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}}$ ニ等シキコトヲ證明セヨ。

附　録

補修雜題

1. 一ツノ角ノ二等分線ハ其對頂角ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ。

2. 同一ノ直線ニ垂直ナル二ツノ直線ハ互ニ平行ナルコトヲ證明セヨ。

3. 二ツノ角ノ邊ガイヅレモ互ニ平行ナルトキハ,此二ツノ角ハ相等シキカ又ハ合シテ二直角ニ等シキコトヲ證明セヨ。

4. 二等邊三角形ノ底邊ノ兩端ヨリ相對スル邊ニ至ル垂線ハ相等シキコトヲ證明セヨ。

5. 二等邊三角形ノ頂點ヨリ底邊ノ中點ニ至ル線分ハ頂角ヲ二等分シ且底邊ニ垂直ナルコトヲ證明セヨ。

6. 二ツノ直角三角形ニ於テ,斜邊ト一ツノ鋭角トガ相等シキトキ,二ツノ三角形ハ相等シキコトヲ證明セヨ。

7. 二ツノ直角三角形ニ於テ,斜邊ト他ノ一邊トガ相等シキトキ,二ツノ三角形ハ相等シキコトヲ證明セヨ。

8. 三角形ノ各角ノ二等分線ハ一點ニ於テ交ルコトヲ證明セヨ。

9. 三角形ノ內ニ在ル一點ヨリ底邊ノ兩端ニ至ル線分ノ和ハ,他ノ二邊ノ和ヨリモ小ニシテ,此二ツノ線分ノ夾ム角ハ他ノ二邊ノ夾ム角ヨリモ大ナルコトヲ證明セヨ。

10. 三角形ノ各邊ノ中點ヲ通過スル三ツノ直線ハ其面積ヲ四等分スルコトヲ證明セヨ。

11. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ハ此點ヲ通過シテ對邊ノ間ニ在ル任意ノ線分ノ中點ナルコトヲ證明セヨ。

12. 四邊形ノ對邊ノ中點ヲ兩端トスル二ツノ線分ハ互ニ二等分スルコトヲ證明セヨ。

13. 平行四邊形ノ內ニ在ル一點ヲ頂點トシ,一雙ノ對邊ノ各ヲ底邊トスル二ツノ三角形ノ面積ノ和ハ全面積ノ半ニ等シキコトヲ證明セヨ。

14. 梯形ノ面積ハ其平行セザル邊ノ一ツヲ底邊トシ,其對邊ノ中點ヲ頂點トスル三角形ノ面積ノ二倍ニ等シキコトヲ證明セヨ。

15. 同一ノ圓ニ於テ,中心ヨリ一ツノ弦ニ至ル距離ガ他ノ弦ニ至ル距離ヨリモ大ナルトキハ,第一ノ弦ハ第二ノ弦ヨリモ小ナルコトヲ證明セヨ。

16. 同一ノ圓ニ於テ,一ツノ弧ガ他ノ弧ノ二倍ナルトキハ,第一ノ弧ニ對スル弦ハ第二ノ弧ニ對スル弦ノ二倍ヨリモ小ナルコトヲ證明セヨ。

17. 二ツノ平行線ガ同一ノ圓ニ交ルトキ,其間ニ在ル弧ハ相等シキコトヲ證明セヨ。

18. 內接四邊形ノ對角ノ和ハ二直角ニ等シキコトヲ證明セヨ。

19. 外切正方形ノ面積ハ同一ノ圓ノ內接正方形ノ面積ノ二倍ナルコトヲ證明セヨ。

20. 同一ノ圓ノ內接四邊形ノ中ニテ,正方形ガ最大ナル面積ヲ有スルコトヲ證明セヨ。

21. 正八角形ト正方形トヲ組合セ又ハ正十二角形ト正三角形トヲ組合セテ,平面ノ一部分ヲ充シ得ルコトヲ示セ。

22. 圓ノ中心ヲ O, 一ツノ直徑ヲ AB トシ, AO 及 BO ヲ直徑トスル二ツノ小圓ノ面積ノ和ハ大圓ノ面積ノ半ニ等シキコトヲ示セ。

23. 直角三角形 ABC ノ直角ノ頂點 A ヨリ底邊 BC ニ至ル垂線ヲ AD トシ, $BC:AB=AB:BD$ ナルコトヲ證明セヨ。

24. 三角形 ABC ノ角 A ノ二等分線ト邊 BC トノ交點ヲ D トシ, $BD:CD=AB:AC$ ナルコトヲ證明セヨ。

25. 互ニ平行セル二ツノ直線ガ一ツノ定點ヲ通過スル三ツノ直線ヲ截ル點ヲ各 A, B, C 及 A', B', C' トシ, $AB:A'B'=BC:B'C'$ ナルコトヲ證明セヨ。

26. 邊數ガ相等シキ正多角形ハイヅレモ相似ナルコトヲ證明セヨ。

27. 相似三角形ノ高サノ比ハ底邊ノ比ニ等シキコトヲ證明セヨ。

28. 二ツノ三角形ニ於テ,一ツノ角ガ相等シキトキ,其面積ノ比ハ此角ヲ夾ム二邊ヲ高サ及底邊トスル二ツノ矩形ノ面積ノ比ニ等シキコトヲ證明セヨ。

29. 二ツノ圓ノ圓周ノ比ハ其直徑ノ比ニ等シキコトヲ示セ。

30. 二ツノ圓ノ面積ノ比ハ其直徑ヲ一邊トスル正方形ノ面積ノ比ニ等シキコトヲ示セ。

31. 二ツノ定點ヨリ相等シキ距離ニ在ル點ヲ定直線ノ上ニ求メヨ。

32. 定點ヲ通過シ,他ノ二ツノ定點ヨリ相等シキ距離ニ在ル直線ヲ引ケ。

33. 斜邊ト他ノ一邊トヲ知リテ直角三角形ヲ書ケ。

34. 一邊ト一對角線トヲ知リテ菱形ヲ書ケ。

35. 對角線ヲ知リテ正方形ヲ書ケ。

36. 三角形ノ一ツノ頂點ヨリ二ツノ直線ヲ引キテ其面積ヲ三等分セヨ。

37. 二ツノ定正方形ノ面積ノ和ニ等シキ面積ヲ有スル正方形ノ一邊ヲ求メヨ。

38. 定直線ニ平行ニシテ且之ヨリ一定ノ距離ニ在ル直線ヲ引ケ。

39. 定點ニ於テ定直線ニ切シ且其直線ノ外ニ在ル定點ヲ通過スル圓ヲ書ケ。

40. 定角ノ二邊ニ切シ且定半徑ヲ有スル圓ヲ書ケ。

41. 圓ノ內又ハ外ニ在ル定點ヲ通過シ,且一定ノ長サヲ有スル弦ヲ引ケ。

42. 定線分ヲ延長セズシテ,其端ニ於テ垂線ヲ引ク方法ヲ工夫セヨ。

43. 二ツノ相似三角形ノ面積ノ比ガ $m:n$ ナルトキ,其對應邊ノ比ヲ求メヨ。

44. 二ツノ正多角形ノ邊數ガ相等シクシテ其邊ノ比ガ 1:2 ナルトキ,其面積ノ比ヲ求メヨ。

45. 定三角形ノ一邊ニ平行ナル直線ヲ引キ,其面積ヲ二等分セヨ。

46. 直六角壔ノ高サ及底面ノ一邊ヲ知リテ,其體積ヲ求メヨ。

47. 直圓壔ノ高サ及曲面ノ面積ヲ知リテ,其體積ヲ求メヨ。

48. 正三角形ノ邊ノ長サヲ知リテ,此三角形ガ一邊ヲ軸トシテ廻轉シテ生ズル圖形ノ面積及體積ヲ求メヨ。

49. 矩形ノ二邊ノ長サヲ知リテ,此矩形ガ邊ノ各ヲ軸トシテ廻轉シテ生ズル圖形ノ面積及體積ヲ求メ,相比較セヨ。

50. 球ノ直徑ト直圓錐ノ高サ及底面ノ直徑ガ相等シキトキ,直圓錐ノ體積ハ球ノ體積ノ二分ノ一ニ等シキコトヲ證明セヨ。

新撰女子幾何教科書
定價金參拾五錢

大正六年度臨時
定價金參拾七錢

大正五年九月十四日印刷
大正五年九月十八日發行
大正五年十一月十五日訂正再版印刷
大正五年十一月十八日訂正再版發行

著作者 坂井英太郎

發行者 東京市小石川區小日向水道町七十三番地 西野虎吉

印刷者 東京市京橋區築地三丁目十一番地 野村宗十郎

發行所 東京市小石川區小日向水道町七十三番地 開成館
【振替貯金口座】東京第五參貳貳番

東部販賣所 東京市日本橋區數寄屋町九番地 林平次郎

西部販賣所 大阪市東區心齋橋通北久寶寺町角 三木佐助

(株式會社東京築地活版製造所印刷)

林長子