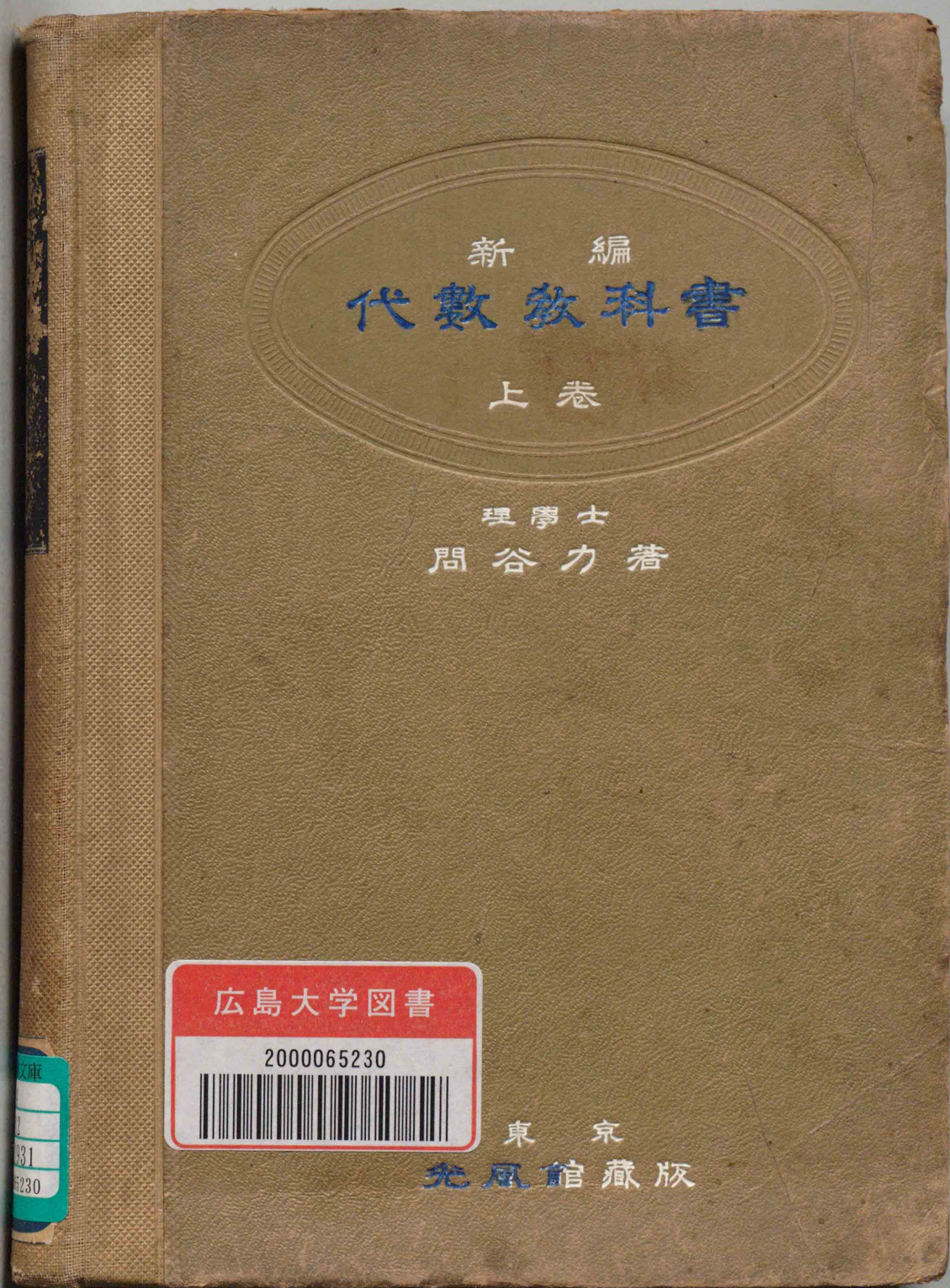
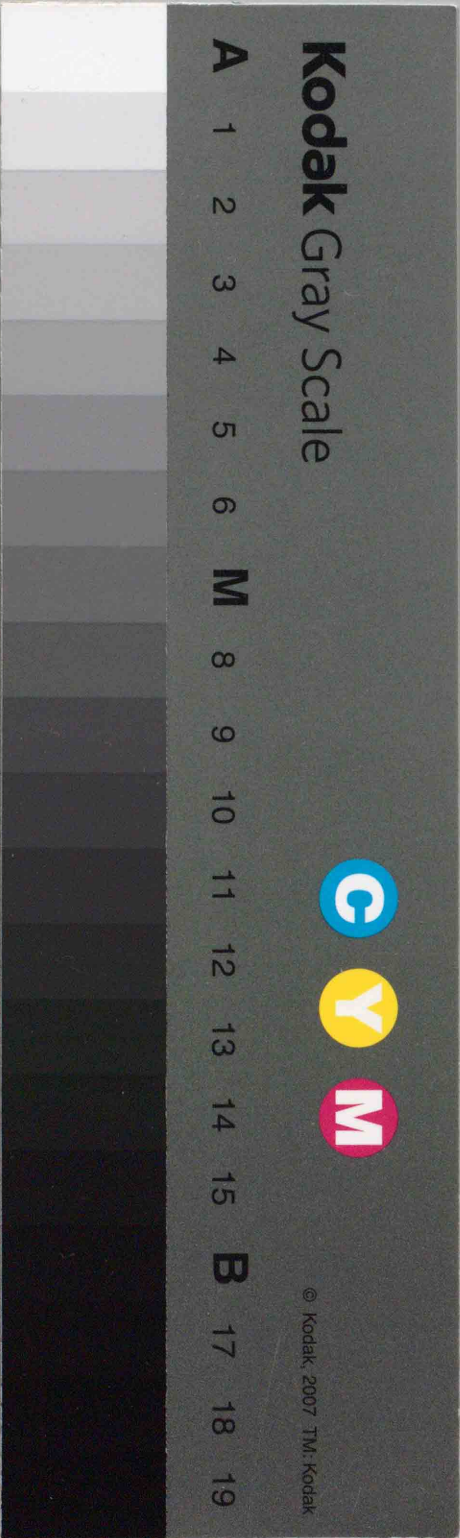
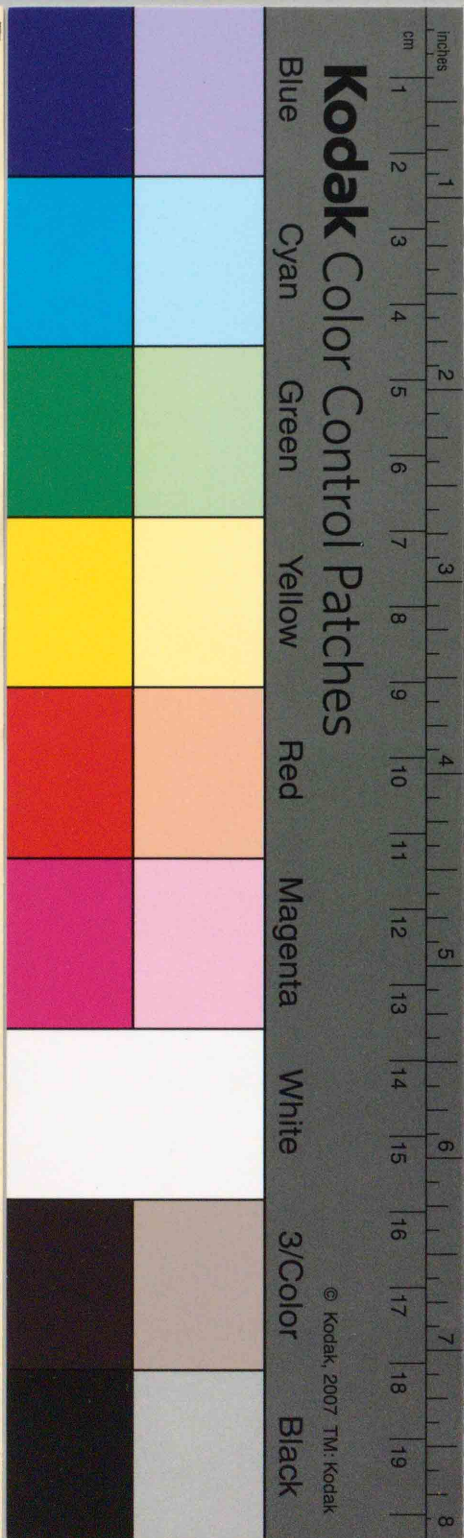


40145

教科書文庫

4
412
41-1931
20000 65230

\$6.
1931



広島大学図書

2000065230

東京
光風館藏版

412
1931
65230



395.9
To 9

教科書文庫
4
412
41-1931
2000065230

資料室

冪, 冪根

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(ab)^m = a^m b^m \quad \sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad \sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$$

$$a^0 = 1 \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

二次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac > 0$ 不等実根
 $b^2 - 4ac = 0$ 等根
 $b^2 - 4ac < 0$ 虚根

= 根 α, β トスレバ
 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

乗法, 因数分解

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

特別ナル數

$$\sqrt{2} = 1.7321 \dots \quad \sqrt{3} = 1.73205 \dots$$

$$\pi = 3.14159265358979323846 \dots$$

$$\frac{4\pi}{3} = 4.1888 \dots \quad \log \pi = 0.4971$$

$$\pi^2 = 9.8969 \dots \quad \frac{1}{\pi} = 0.3183 \dots$$

$$\sqrt{\pi} = 1.7725 \dots \quad \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0.5642 \dots$$

12

文 部 省 檢 定 濟
昭和六年十二月十二日 中學校數學科教科用

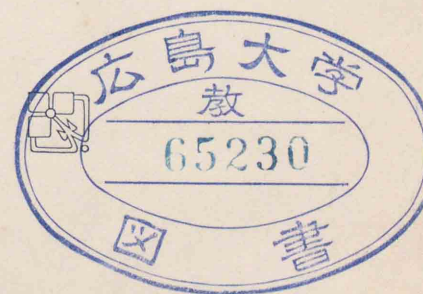
新 編
代 數 教 科 書

上 卷

東京文理科大學助教授
東京高等師範學校教授

問 谷 力 著

見本
中
等
教
科
書
協
會



東 京
光 風 館 藏 版

広島大学図書

2000065230



序 言

1. 中等學校ニ於ケル數學ハヤヤモスルト難解ノ學科デアルトイフ歎聲ヲ聞ク。或ハ數學ヲ能クスルモノハ特殊ノ生徒ニ限ラレタルガ如クニ考ヘラレタ時代モアル。ケレドモ中等學校ニ於ケル數學バ今日普通學科デアツテ誰デモ學ビ得ルモノデナケレバナラナイ。險シイ舊來ノ山路モ開ケバ必ズヤ容易ニ登リ得ラレルモノデアアル。
2. 學ブベキ範圍廣ク理論ノ根柢深イコノ代數學ハ固ヨリ易々タルモノデハナイ。シカシ困難ナルノ故ヲ以テ理論ヲ曖昧ニスルコトハ諸般ノ基礎ヲ造ラウトスル教育ノ趣旨ニ反スル。ノミナラズ理論ノ不明確ソレ自身ガ數學ソノモノヲ難シイモノニスル。平易ニ説イテ理論ノ正確ニ達セシメルコトハ本書ノ理想ノ一ツデアアル。
3. 教材ノ配列ハ新制度ノ要目ニ準據シ理論ノ程度ハ生徒ノ心理的發達ノ程度ニ應ジナケレ

バナラナイ。章ヲ重ネルニ從ツテ生徒ノ年齢ガ長ジテ來ル。例ヘバ無理數ノ習ヒ初メニ完全ナ説明ヲシテモ生徒心意ノ發達ハコレニ適應シナイ。故ニ無理數ノ取扱ガ自由ニナルコトヲ主眼トシ、下卷ノ終リ第十九章デ再ビ正確ナ考ヲ授ケルコトニシタ。又文章ニシテモ後章ニ至ルニ從ツテ數學的ノ嚴格ナイヒ表シ方ヲスルガ初メハ極メテ平易ナ言葉デイヒ表ストイフ方針ヲトツタ。

4. 初メニ一般的法則ヲ示シテソレヲ適用セシメントスルモ、學ブモノノ心ニ於テ滿サンナイモノガアル。初メニ例ヲ示シ理法ノ存スルコトヲ説キ、次イデソレヲ一般的法則ニ達セシメネバナラナイ。一般的法則ヲ學ンダナラバソレヲ適用スルコトニ馴レシメルコトガ必要デアル。本書ハ終始コノ方針ニ基イテ、先ヅ例ヨリ入ツテ一般的理法ニ導キ、ソノ一般的法則ヲ運用セシメルコトニシテアル。

5. 以上ノ趣旨ニヨツテソノ理想ヲ本書内ニ十分取り容レルタメニ種々ノ點ニ新タナ工夫ト

創作トヲ加ヘ得タツモリデアアル。又本書ノ編纂ニ當リ極メテ熱心ナル新進教育家諸賢ノ意見ヲ乞ヒ、ソノ深イ經驗上ノ援助ニヨルコトガ甚大デアアル。爲スベクシテ爲シ得ナイ點ハ版ヲ重ネルニ從ヒ漸次改善スル考デアアル。幸ニシテ數學教育上幾分ナリトモ所期ノ理想ヲ實現スルコトヲ得レバ著者ノ最モ幸トスルトコロデアアル。

昭和六年十月

著 者 識

例 言

1. 本書ハ新制度ニ於ケル中學校ノ代數學教科書トシテ編纂シタモノデアアル。
2. 上卷ハ第三學年マデノ教材ヲ新要目ニヨツテ配當シタ。代數學ノ教材ニ取リ入レル時間數ハ學校ニヨツテ異ルカラ教材ノ内容ハ最モ少ナイ時間數ヲ豫想シソノ時間數デ教授シ得ル程度ニシテオイタ。尙時間ニ餘裕ガアル場合ニハ補充問題ヲ各章ニ配當シテアルカラソレヲ利用サレタイ。
3. 第一篇カラ第五篇マデ各篇ハ中學校ニ於ケル各學年別ヲ目當トシテ教材ヲ配當シタノデアアル。

目 次

第一篇	整式四則・一次方程式	1—143
第一章	文字使用	1
第二章	簡易ナ方程式	14
第三章	正數・負數	35
第四章	整式四則	78
第五章	一次方程式	100
第六章	整式ノ乘法除法	128
第二篇	因數分解・二次方程式	144—205
第七章	因數分解	144
第八章	一元二次方程式	157
第九章	一元二次方程式理論	189
第三篇		206—283
第十章	分數式・分數方程式	206
第十一章	比・比例	243
第十二章	比・比例ノ應用	263

補充問題	289—315
第一章ノ問題	289
第二章ノ問題	291
第三章ノ問題	293
第四章ノ問題	298
第五章ノ問題	300
第六章ノ問題	301
第七章ノ問題	303
第八章ノ問題	304
第九章ノ問題	306
第十章ノ問題	308
第十一章ノ問題	311
第十二章ノ問題	314
答	316

目次終

新編 代數教科書

上卷

第一篇

整式四則 一次方程式

第一章

文字使用

1. 代數學ノ目的

例 1 或數ニ 7 ヲ加ヘソレヲ 3 倍スルト 27 ニナル。或數ハイクラカ。

$$(\Delta + 7) \times 3 = 27$$

3 倍シナイ前ノ數ハ

$$\Delta + 7 = 9$$

7 ヲ加ヘナイ前ノ數ハ

$$\Delta = 2$$

今或數ヲ表スニ x ヲ用ヒルト

$$(x+7) \times 3 = 27$$

$$x+7=9$$

$$x=2$$

【驗】 $(2+7) \times 3 = 9 \times 3 = 27$

算術デハ專ラ數字ヲ用ヒテ計算ニ關スル問題ヲ研究シタノデアアルガ代數學デハ數ヲ代表シタ文字ヲ用ヒル。ソノ文字トシテハ主ニ a, b, c, \dots ... A, B, C, \dots 等ノ羅馬字ヲ用ヒル。

例2 縦ノ長サガ3米横ノ長サガ5米デアアル矩形ノ面積ハ

$$3 \times 5 = 15 \quad (\text{平方米})$$

コノ法則ヲ一般ニ明カニスルタメニ

矩形ノ面積=縦×横

ト書キ表スコトガアル。今

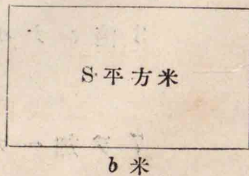
縦ノ長サヲ a 米

横ノ長サヲ b 米

トシ、ソノ面積ヲ S

平方米トスレバ

$$S = a \times b$$



コノ場合ニ用ヒタ文字 a, b ハ如何ナル數デモヨイノデ3, 5等ノ特別ナ數ヲ表シテ居ルノデハナイ。コレニ反シテ例1ニ用ヒタ文字 x ハ豫メ定マツタ或數ヲ表シテ居ル。

代數學デハ數字ノ外ニ文字ヲモ用ヒテ一般ニ通ズル計算ノ理法ヲ明カニスルノガ目的デアル。

1. 文字ハ通常

$a, b, c \dots \dots x, y, z \dots \dots$

$A, B, C \dots \dots X, Y, Z \dots \dots$

等ヲ專ラ用ヒル。

2. 文字ハ任意ノ數ヲ代表スル場合

ト或定マツタ特別ナ數ヲ代表スル場合トアル。

例1 3錢切手 x 枚ノ代價ハ幾錢カラ表ス式ヲ書ケ。又幾圓ナルカラ示セ。

答 $3 \times x$ 錢ヲ表ス式

$0.03 \times x$ 圓ヲ示ス式

例2 x 米ハ幾尺カ。又 y 尺ハ幾米カ。

答 $3.3 \times x$ (尺)

$\frac{10}{33} \times y$ (米)

例題

1. 三角形ノ底邊ヲ a 米高サヲ b 米トシテ三角形ノ面積ヲ表ス式ヲ作レ。
2. a 圓ハ幾錢ナルカヲ示ス式ヲ書ケ。
 a 圓ト50錢ハ幾錢ナルカヲ示セ。
3. x 里ハ幾町ナルカ。
 x 里ト15町ハ幾町ナルカ。
4. y 錢ハ幾圓カ。
 x 間ハ幾町カ。
5. 5,6,7ノヤウニ三ツノ連続シタ整数ガアル。
 1. 最小ノ數ヲ a トシテ他ノ二數ヲ表ス式ヲ書ケ。
 2. 最大ノ數ヲ b トシテ三數ヲ表ス式ヲ書ケ。
 3. 中間ノ數ヲ c トシテ三數ヲ大イサノ順ニ書キナラベヨ。

6. 三ツノ連続シタ奇數ガアル

1. 最小數ヲ a トシテ三數ヲ書キナラベヨ
2. 中間ノ數ヲ b トシテ三數ヲ書キナラベヨ。
3. 最大數ヲ c トシテ三數ヲ書キナラベヨ。
7. 或數ノ2倍ト3倍トヲ加ヘルトソノ數ノ5倍トナルコトヲ文字ヲ用ヒテ式ニ書ケ。
8. 或數ノ7倍ト3倍トノ差ハソノ數ノ4倍ニ等シイコトヲ式デ示セ。
9. 或數ノ $\frac{1}{5}$ 倍ト $\frac{2}{5}$ 倍トノ和ハソノ數ノ $\frac{3}{5}$ 倍トナルコトヲ式デ表セ。
10. 或數ノ $\frac{5}{6}$ ト $\frac{1}{3}$ トノ差ハソノ數ノ幾分ノ幾ツナルカヲ式デ表セ。
11. 次ノ式ノ意味ヲ言葉デイヘ。
 1. $x \times 6 + x \times 4 = x \times 10$
 2. $a \times 2 + b \times 2 = (a + b) \times 2$
 3. $a \div b \times c = a \times \frac{c}{b}$
 4. $x \times \frac{5}{6} - x \times \frac{1}{3} = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \times x$
 5. $x \times a - x \times b = (a - b) \times x$

2. 代數式ノ書キ方

一般ニ數字及ビ數ヲ表シタ文字等ヲ演算ノ記號デ結ビツケタモノヲ代數式トイフ。

代數式ニ用ヒル加減乗除ノ記號 $+$, $-$, \times , \div , 等號 $=$ 及ビ括弧 $()$ $\{ \}$ $[]$ 等ノ用ヒ方ハ今マデ學ンデ來タ通りデアアル。例ヘバ

$(a+b) \times 3$ ハ $a = b$ ヲ寄セタ結果ノ3倍デ、

$(a-b) \div 3$ ハ a カラ b ヲ引イタ數ヲ3デ割ルコトノ意味ヲ表シテキル。

又 $2 \times 2 \times 2$ ハ 2^3

$a \times a \times a \times a$ ハ a^4

ト書イテコレ等ヲ夫々2ノ三乗羈 a ノ四乗羈等トイフ。(算術34頁參照)

但シ乘號 \times ニツイテハ式ヲ簡單ニスルタメ書カナイノガ通例デアアル。例ヘバ

$3 \times a$ $a \times b$ $3 \times a \times b$ $(a+b) \times c$ 等ハ

$3a$ ab $3ab$ $(a+b)c$ ト書ク。

然シ 3×15 ノ場合ニ乘號ヲ省クトキハ 315 トナル故ニ數字ト數字トノ間ノ乘號ハ省略スルコト

ガ出來ナイ。但シ小數點ト混同スルコトノナイ場合ニハ \times ノ代リニ點 (\cdot) ヲ打ツテ $5 \cdot 6 \cdot 7$ ト書クコトモアル。

乘法ハ掛ケ合ハス順序ヲカヘテモ其ノ結果ハ同ジデアアルカラ a ノ三倍即チ $a \times 3$ ヲ $3a$ ト書キ $a \times 5 \times (b+c)$ ヲ $5a(b+c)$ ノヤウニ文字ト數字トノ積ニ於テハ通常數字ヲ先ニ書ク。

除號 \div ヲ用ヒルコトハ稀デ多クハ

$a \div b$ $(a+b) \div c$ $(x-y) \div z$ 等ヲ

$\frac{a}{b}$ $\frac{a+b}{c}$ $\frac{x-y}{z}$ ノヤウニ

分數ノ形デ表ス。

1. 乘號 \times ハ通常書カナイ。
2. 數字ト數字トノ間ノ乘號ヲ省ク場合ニハ \times ノ代リニ (\cdot) ヲ用ヒル。
3. 文字ト數字トノ積ニ於テハ數字ヲ初メニカク。
4. 除號 \div ハ通常分數ノ形ヲ用ヒル。

例題

1. 次ノ諸式ヨリ乗號ヲ省キ數字因數ガアル場合ニハソノ因數ヲ初メニ書キ改メヨ。

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. $5 \times a \times b$ | 2. $a \times 6 \times b$ |
| 3. $2 \times a + b \times c$ | 4. $(a+b) \times (x-y)$ |
| 5. $2 \times (x-y) \times (x+y)$ | 6. $a \times 3 \times (x-y)$ |
| 7. $(a+b) \times 5 \times (x+y)$ | 8. $(a+b) \times \frac{1}{2} \times a$ |

9. $(x+y) \times \frac{a}{5} \times (a-c)$

10. $x \times x \times y \times y \times y \times y \times \frac{1}{3}$

11. $(a \times b + c \times d) \times (x-y) \times 9$

2. 次ノ諸式ヲ乗除號ヲ省イタ式ニ改メヨ。

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $2 \times a \times b \div c$ | 2. $a \times 2 \times b \div (c+d)$ |
| 3. $(a+b) \times 2 \div c$ | 4. $(a+b) \times c \div (x+y)$ |

5. $(a \times x + b \times y) \div 2$

6. $(a \times b - c \times d) \div (x+y)$

7. $(x \times y - z) \div (a \times b + e)$

8. $(x-y \times z) \div \{(a \times b + e \times d) \times 2\}$

9. $(a \times d + c \times e) + 2 \div \{(x-y) \times 7\}$

10. $(a-b)(ef+gh) \times 5 \div \{(a \times x - b \times y) \times 9\}$

3. 次ノ意味ヲ式ニ書ケ。

1. x ト y トノ和ノ 5 倍。

2. x ヨリ y ヲ引イタ差ノ a 倍。

3. a ノ 3 倍ト b ノ 6 倍トノ和。

4. a ノ b 倍ト c ノ 3 倍トノ和。

5. x ノ d 倍カラ y ノ e 倍ヲ引イタ差。

6. a ノ x 倍カラ b ノ y 倍ヲ引イタ差。

7. a ノ 100 倍ト b ノ 10 倍ト c トノ和。

8. x ノ y 倍ニ 3 ヲ掛ケ、ソレニ 5 ヲ加ヘタ數ヲ 3 等分シタ數。

4. 次ノ代數式ノ意味ヲイヘ。

1. $a - (b+c)$ 2. $\frac{ax+by}{2}$

3. $\{x - (ab-c)\} \times 4$ 4. $3(xy - cz)$

5. $(6x-7y)(a+b)$

5. 甲、乙、丙三人ノ有スル金高ヲ夫々 a 圓 b 圓 c 圓トスルトキソノ平均ヲ表ス式ヲカケ。

3. 等式 数値

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} \quad 1$$

$$5a - 2a = 3a \quad 2$$

ノヤウニ二ツノ式ガ相等シイコトヲ示スモノヲ
等式トイヒ等號ノ左側ニアル式ヲ左邊、右側ニア
ル式ヲ右邊トイフ。

(1) ノ等式デ a, b, c ノ値ガ知レナイ時ニハ
 $\frac{b+c}{a}$ ハ之以上簡單ニ書キ改メルコトガ出来ナイ。

(2) ノヤウニ $5a - 2a$ ハ文字ヲ含ンダ式デア
ルガコレヲ $3a$ ニ書キ縮メルコトヲ得ル場合モアル。

式ノ文字ニ特別ナ數字ヲ當テハメルトキハ式
ニ示サレタ演算ヲ實行シテ其ノ式ノ表スベキ數
ヲ定メルコトガ出来ル。

例ヘバ $a=2 \quad b=3 \quad c=5$ トスレバ

$$\frac{b+c}{a} = \frac{3+5}{2} = 4$$

カヤウニ式ノ中ノ文字ニ或數字ヲ代入シテ得
タ數ヲコノ式ノ數値トイフ。

例 題

1. 次ノ等式ノ意味ヲイヘ。

1. $a+b+c=a+(b+c)$

2. $a-b+c=a-(b-c)$

3. $ab=ba$

4. $(ab)c=a(bc)$

5. $3(a+b)=3a+3b$

2. 次ノ式ヲ簡單ニ書キ縮メヨ。

1. $7x+x$

2. $5x+2x$

3. $12x-7x+5x$

4. $(13x+5x-7x) \div 2$

5. $\frac{5}{7}x + \frac{2}{7}x$

6. $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x$

7. $\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}x$

8. $4\left(3x - \frac{x}{12}\right) + \frac{x}{6} - \frac{x}{3}$

9. $10-2x+3x$

10. $9 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x$

3. 底邊 a 米高サ h 米ナル平行四邊形ノ面積ヲ
 S 平方米トスレバ $S=ah$ デアル。

$a=3 \quad h=\frac{1}{2}$ ノトキ S ノ數値如何。

4. 甲乙二數ノ和ヲ3倍シタ數ハ甲乙各ヲ3倍シテ加ヘタ數ニ等シイコトヲ等式デ示セ。

練習問題

1. 一本 x 錢ノ鉛筆6本ノ價ハイクラカ。
2. 一冊 x 錢ノ雜記帳 n 冊ノ價ハイクラカ。
3. 3錢切手 x 枚ト葉書 y 枚トノ代價ハイクラカ。
4. 雜記帳一冊ノ價ハ鉛筆7本ノ價ニ等シイ。
 1. 鉛筆一本ノ價ヲ x 錢トスルト雜記帳一冊ノ價ハイクラカ。
 2. 雜記帳一冊ノ價ヲ y 錢トシテ鉛筆一本ノ價ヲ書キ表セ。
5. 父ノ年齢ハ子供ノ年齢ノ n 倍デアル。
 1. 子供ノ年齢ガ6歳デアル。父ノ年齢ハイクラカ。
 2. 子供ノ年齢ヲ x 歳トスルト父ノ年齢ハ幾歳カ。
6. x 圓ノ買物ヲシテ10圓札ヲ出シ釣錢ヲモラツタ。釣錢ハイクラカ。

7. x 錢ノ買物ヲシテ5圓札ヲ出シ釣錢ヲモラツタ。釣錢ハ幾錢カ。
8. 定價 x 圓ノ品物ヲ2割引デ買ツタ。買價ハイクラカ。
9. 三年前ニ父ノ年齢ハ子供ノ年齢ノ4倍デアツタ。現在子供ノ年齢ヲ x 歳トシテ3年前ノ父ノ年齢ヲ式デ表セ
又現在ノ父ノ年齢ハイクツカ。
10. $x=3$ ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。
 1. $3x^2+5x-8$
 2. $(5x+1)(6x-10)$
 3. $\frac{20}{x^2+2x+1}$
 4. $100x+10x+x$
11. $x=2$ $y=4$, $z=5$ ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。
 1. $100x+10y+z$.
 2. $100z+10y+x$.
12. $326=300+20+6=100 \times 3+10 \times 2+6$
ニナラヒ百ノ位ノ數字ヲ x , 十ノ位ノ數字ヲ y , 一ノ位ノ數字ヲ z トシ三位數ヲ表ス式ヲカケ。

第二章

簡易ナ方程式

4. 方程式

例 135 圓ヲ甲乙二人ニ分ケテ甲ハ乙ノ二倍ニ
スルニハ如何ニ分ケルトヨイカ。

【解】 乙ノ得ル金高ヲ x 圓トスルト甲ノ得ル金
高ハ $2x$ 圓デアアル。 x 圓ト $2x$ 圓ト加ヘテ丁
度 135 圓ニナル。コレヲ等式デアラハスト

$$x+2x=135$$

左邊ヲ簡單ニ書キ縮メルト

$$3x=135$$

兩邊ヲ 3 デ割ルト

$$x=45$$

乙ノ得ル金高ハ 45 圓

甲ノ得ル金高ハ $2x$ 圓 = 90 圓

【驗】 甲乙二人ノ合計ハ 45 圓 + 90 圓 = 135 圓

甲ハ乙ノ 2 倍ナルカ 90 圓 = 45 圓 \times 2

求メントスル數ヲ表シタ文字ヲ未知
數トイヒ、未知數ヲ含ンダ等式ヲ方程
式トイフ。

方程式ヲ解クトハ方程式ヲ變化シ
テ未知數ノ値ヲ求メルコトデ、解イテ
得タ未知數ノ値ヲ方程式ノ根ト云フ。

例題

1. 次ノ方程式ニ於ケル x ノ値ヲ求メヨ (暗算)

1. $x+7=9$

2. $8+x=16$

3. $10=18-x$

4. $x-15=26$

5. $8x=64$

6. $\frac{x}{3}=4$

7. $2x+5=15$

8. $3x+5=23$

2. 次ノ意味ヲ方程式ニ書キ次ニソレヲ解ケ。

1. 或數ニ 12 ヲ加ヘルト 33 トナル。

2. 56 ニ或數ヲ加ヘルト 74 トナル。

3. 或數カラ 8 ヲ引ケバ 17 トナル。

4. 或數ノ 5 倍ト 2 倍トノ和ハ 63 トナル。

5. 或數ノ5倍ト3倍トノ差ハ48デアル。
6. 某數ノ $\frac{1}{3}$ 倍ハ5デアル。
7. 某數ノ $\frac{1}{5}$ 倍ト $\frac{3}{5}$ 倍トノ和ガ20デアル。
8. 某數ノ $\frac{1}{8}$ 倍ト $\frac{3}{5}$ 倍トノ差ハ7トナル。
9. 某數ノ3倍ニ5ヲ加ヘルト38トナル。
10. 某數ノ $\frac{1}{3}$ ニ7ヲ加ヘルト19トナル。

5. 方程式ノ取扱ニ必要ナ原則

1. $x+5=16$ ノ兩邊カラ5ヲ引ケ。
2. $x-15=32$ ノ兩邊ニ15ヲ加ヘヨ。
3. $15-x=7$ ノ兩邊ニ x ヲ加ヘ次ニ兩邊カラ7ヲ引ケ。
4. $7x=63$ ノ兩邊ヲ7デ割レ。
5. $\frac{x}{3}=7$ ノ兩邊ニ3ヲ掛ケヨ。

等式ノ形ヲ變ヘルニハ次ニ掲ゲタ基本ノ性質ヲ用ヒル。

等式ニ於テハ

1. 兩邊ニ同ジ數ヲ加ヘテモ
2. 兩邊カラ同ジ數ヲ引イテモ
3. 兩邊ニ同ジ數ヲ掛ケテモ
4. 兩邊ヲ同ジ數(0ヲ省ク)デ割ツテモ

兩邊ハ依然トシテ相等シイ。

例 題

次ノ方程式ヲ解ケ。(暗算)

- | | | |
|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1. $3x=15$ | 2. $2x=7$ | 3. $x+8=17$ |
| 4. $x-6=8$ | 5. $x+\frac{1}{3}=5$ | 6. $\frac{x}{5}=4$ |
| 7. $2x=16$ | 8. $16=2x$ | 9. $21=3x$ |
| 10. $x-7=9$ | 11. $x+21=56$ | 12. $34=x+8$ |
| 13. $25-x=12$ | 14. $18-x=5$ | 15. $x+0.2=1$ |
| 16. $x-0.2=3$ | 17. $5-x=0.7$ | 18. $\frac{12}{x}=4$ |
| 19. $\frac{1}{x}=3$ | 20. $\frac{5}{x}=0.2$ | 21. $\frac{2}{3}x=8$ |

6. 方程式ノ解キ方 其一

例 1 $3x-15=72$ ヲ解ケ。

兩邊へ相等シイ數 15ヲ加ヘテモ兩邊ハ相等シイカラ

$$3x=87$$

又兩邊ヲ相等シイ數 3デ割ツテモ等式ハ成立ツ。故ニ

$$x=29$$

求メル數 x ノ値ヲ 29トシテ原ノ方程式ニ代入シテ見ルト

$$\text{左邊} = 3 \times 29 - 15 = 72$$

トナツテ右邊ノ數ト等シクコノ答ハ正シイ。

練習帳ニ書ク様式

【解】 $3x-15=72$

兩邊へ15ヲ加ヘルト

$$3x=87$$

兩邊ヲ3デ割レバ

$$x=29 \quad (\text{答})$$

【驗】 $3x-15=3 \times 29-15=87-15=72$

例 2 $136-7x=73$ ヲ解ケ。

【解】 兩邊ニ $7x$ ヲ加ヘルト

$$136=73+7x$$

兩邊カラ 73ヲ引クト

$$63=7x$$

兩邊ヲ 7デ割ルト

$$9=x \quad (\text{答})$$

【驗】 $136-7x=136-63=73$

未知數ガ一邊ニダケアル方程式ヲ解クニハ $3x=87, 63=7x$ ノヤウナ形ニスルコトガ要點デアル。

$$\left. \begin{array}{l} ax+b=c \\ b+ax=c \\ b=c-ax \end{array} \right\} \dots\dots ax=c-b$$

$$ax-b=c \dots\dots ax=c+b$$

$$\left. \begin{array}{l} c=ax+b \\ c=b+ax \\ c-ax=b \end{array} \right\} \dots\dots c-b=ax$$

$$c-ax=b \dots\dots c+b=ax$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. $2x+6=13$ | 2. $5x+8=27$ |
| 3. $7x+8=29$ | 4. $9x-6=30$ |
| 5. $9+7x=58$ | 6. $14+9x=86$ |
| 7. $15=2x+3$ | 8. $36=5x-9$ |
| 9. $198=23x+7$ | 10. $152=27+5x$ |
| 11. $69=5x-56$ | 12. $278=698-3x$ |
| 13. $236-5x=199$ | 14. $272-8x=96$ |
| 15. $1.23x+6=37.98$ | 16. $34.2-3x=9.72$ |
| 17. $\frac{2}{5}x-9=23$ | 18. $25-\frac{x}{2}=14$ |
| 19. $59=\frac{5}{6}x+23$ | 20. $36=69-\frac{3}{7}x$ |
| 21. $4(3x-27)=36$ | 22. $7(25-8x)=63$ |
| 23. $76=4(5x-6)$ | 24. $279=9(8x-5)$ |

方程式ヲ用ヒテ次ノ問題ヲ解ケ。

25. 或數ニ7ヲ加ヘテソレヲ7倍シタモノハ41ヲ21倍シタモノニ等シイ。或數如何。
26. 大小二數ノ和ハ72デ小ナル數ハ26デアル。大ナル數ヲ求メヨ。

7. 方程式ノ解キ方 其二

例1 $7x+x-3x-5=45$ ヲ解ケ。

【解】 $7x+x-3x-5=45$

左邊ヲ簡單ナ式ニスルト

$$5x-5=45$$

兩邊ニ5加ヘルト

$$5x=50$$

兩邊ヲ5デ割レバ

$$x=10$$

【驗】 $x=10$ ヲ左邊ニ代入スレバ

$$7 \times 10 + 10 - 3 \times 10 - 5 = 45$$

$$= 70 + 10 - 30 - 5 = 45$$

未知數ヲ含ム式ヲ簡單ナ式ニ書キ縮メルニハ次ノ法則ヲ用ヒル。

$$mx + nx = (m+n)x$$

$$mx - nx = (m-n)x$$

$$5x + 2x = (5+2)x \quad 5x - 2x = (5-2)x$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x = \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right)x$$

例 2 $53=2x+3x+18$ ヲ解ケ。

【解】 右邊ヲ簡單ニスルト

$$53=5x+18$$

兩邊カラ 18 ヲ減ズルト

$$35=5x$$

兩邊ヲ 5 デ割ルト

$$7=x$$

【驗】 右邊 $=2 \times 7 + 3 \times 7 + 18$

$$=14+21+18$$

$$=53$$

例 3 $5(3x+4x)=105$ ヲ解ケ。

コノ方程式ノ兩邊ヲ 5 デ割ツテ

$$3x+4x=21 \quad (1)$$

トスレバ例 1 ト同ジ形ニナル。

$$7x=21 \quad (2)$$

$$x=3 \quad (\text{答}) \quad (3)$$

【驗】 各自試ミヨ。

コノ例デ x ガ 3 ナラバ (3) ノ等式ノ兩邊ヲ 7 倍スルト (2) ノ等式トナル。(2) ノ等式ガ成立テバ左邊ヲ分解シテ (1) ノ等式ガ成立スル。從ツテソノ

兩邊ヲ 5 倍スレバ $5(3x+4x)=105$ トナルハズノモノデアル。依ツテ

最後ノ式ヲ原ノ式ニマデ逆ニ變形シ得ルコトガ明カナ場合ニハ理論上驗算ヲ行フ必要ガナクカヤウナ場合ノ驗算ハ計算ニ誤リガナイカドウカラ念ノタメニ行フニスギナイ。

例 題

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|--|---|
| 1. $5x+2x=49$ | 2. $3x+2x=65$ |
| 3. $8x-2x=48$ | 4. $5x-2x=81$ |
| 5. $76=12x+6x+x$ | 6. $7x-3x+5=29$ |
| 7. $100=10x-3x+2$ | 8. $7(8x-3x)=105$ |
| 9. $24(7x+2x-8x)=216$ | 10. $\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x=25$ |
| 11. $\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}x=36$ | 12. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=10$ |
| 13. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x=27$ | 14. $3\left(\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}x\right)=36$ |
| 15. $32=4\left(\frac{5}{7}x-\frac{4}{7}x\right)$ | 16. $5\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}x\right)=100$ |
17. 或數ノ 2 倍ト 3 倍トノ和ガ 35 デアル。或數ハイクラカ。

8. 應用問題

例 250圓ヲ甲乙二人ニ分ケルニ甲ヲ乙ノ2倍ヨリ10圓多クスルニハ如何ニ分ケルトヨイカ。

【解】 乙ノ分ケ前ヲ x 圓トスレバ

甲ノ分ケ前ハ $(2x+10)$ 圓トナル。

兩人ノ分ケ前ヲ合計シタ金高ハ 250 圓デアルガ故ニ

$$2x+10+x=250$$

左邊ヲ簡單ニスルト

$$3x+10=250$$

兩邊カラ10ヲ引クト

$$3x=240$$

兩邊ヲ3デ割ツテ

$$x=80$$

從ツテ $2x+10=170$

甲ノ分ケ前ハ 170 圓

乙ノ分ケ前ハ 80 圓

【驗】 各自試ミヨ。

方程式ヲ應用シテ問題ヲ解クニハ

1. 未知數ヲ適當ニキメル。
2. 問題ノ意味ニ從ツテ方程式ヲ作ル。
3. ソノ方程式ヲ解イテ答ノ數ヲ定メル。
4. ソノ答ガ問題ニ適當シテ居ルカヲシラベル。

等ノ順序ニヨル。

例題

1. 甲乙丙ノ三數ガアル、甲ハ丙ノ3倍、乙ハ丙ノ2倍デ甲乙丙ノ和ハ 252 デアル。丙數ヲ求メヨ。
2. 父ノ年齢ハ子供ノ年齢ノ4倍デ父子ノ年齢ノ差ハ42デアル。父子ノ年齢ハ各イクツデアルカ。
3. 父子ノ年齢合ハセテ51デ父ノ年齢ハ子供ノ

- 年齢ノ4倍ヨリ6多イ。父子各幾歳カ。
4. 或人金12圓ヲモツテ帽子一箇ト帽子一箇ノ2倍半ノ價アル靴一足トヲ買ツタノニナホ1圓50錢殘ツタ。靴ト帽子トノ價ヲ求メヨ。
 5. 隣リアツタニツノ整數ノ和ガ29デアルト各數ハイクラカ。
 6. 毎分甲ハ50間、乙ハ40間ノ速サデアル。兩人同時ニ同處ヲ同方向ニ向ツテ進ムトキハ幾分間ノ後甲ハ乙ノ先方35間トナルカ。
 7. 甲列車ノ速サハ毎時25.5哩乙列車ノ速サハ毎時21哩デ乙ハ甲ノ前方18哩ノ所ニ居ル。甲ガ乙ニ追ヒツクマデノ時間ヲ求メヨ。
 8. 縦ノ長サガ横ノ長サノ2.5倍ナル矩形ノ地面ノ周圍ハ42間アル。縦横各幾間カ。
 9. 或數カラ17ヲ減ジテ32倍スルト100000トナル。或數ヲ求メヨ。
 10. 或數カラ8ヲ引イタ數ヲ36デ割ツタ商ハ25ヨリモ14ダケ小サイ。或數ヲ求メヨ。

9. 方程式ノ解キ方 其三

未知數ガ兩邊ニ含マレテキル方程式

例1 $5x+6=24-x$ ヲ解ケ。

【解】 $5x+6=24-x$

兩邊ニ x ヲ加ヘルト

$$6x+6=24$$

兩邊カラ6ヲ引ケバ

$$6x=18$$

兩邊ヲ6デ割レバ

$$x=3$$

例2 $5x+2x-6=3x+6-2x$

【解】 兩邊ヲ簡單ニスルト

$$7x-6=x+6$$

兩邊カラ x ヲ引ケバ

$$6x-6=6$$

兩邊ニ6ヲ加ヘルト

$$6x=12$$

兩邊ヲ6デ割レバ

$$x=2$$

未知數ガ兩邊ニ含マレテ居ル方程式ヲ解クニハ次ノ順序ニヨル。

1. 兩邊ヲナルベク簡單ナ式ニ直スコト。
2. 等式ノ一方ノ邊ニノミ未知數ガアル様ニ形ヲ變ヘルコト。
3. 次イデ $ax=b$ 又ハ $b=ax$ ノ形ニシテ x ヲ求メル。

例 題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $5x+6=2x+18$
2. $3x+8=32-x$
3. $7x-6=3x+22$
4. $2x+17=8x-13$
5. $12-2x=6x-23$
6. $64-5x=x+10$
7. $2x+5x-6=8x-7x+36$
8. $3x-x-8=55-2x-3x$
9. $10x+7x-9x=90-2x$

10. 或數ノ3倍ト2倍トノ和カラ20ヲ引イタ數ハ250カラ原ノ數ヲ引イタモノニ等シイ。或數ヲ求メヨ。
11. 甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ノ3倍ニ等シク、甲カラ乙ニ23圓ヲ與フルトキハ兩人ノ金高相等シクナルトイフ。甲乙ノ所持金ハ各何程カ。
12. 甲ハ250圓乙ハ130圓ヲ所持シ、甲ハ毎日5圓ヅツ乙ハ毎日2圓ヅツ使フト幾日ノ後ニ兩人ノ所持金ガ等シクナルカ。
13. 20000圓ヲ以テ自動車2臺ヲ買ツテ餘ル金高ト3臺ヲ買ツテ不足スル金高トハ相等シイトイフ。自動車一臺ノ代價ハイクラカ。
14. 栗ヲ子供ニ分ケルニ1人ニツキ8箇ヅツ與ヘルト28箇餘リ10箇ヅツ與ヘルト8箇不足スルトイフ。人數ハ幾人カ。又栗ハ幾箇カ。
15. 或人所有金ノ $\frac{5}{12}$ ヲ費シ、次ニ29圓50錢ヲ費シテ尙餘ツタ金高ハ原ノ金高ノ $\frac{1}{8}$ ヨリ36圓50錢多イ。コノ人ノ初ノ所有金ハイクラカ。

10. 方程式ノ解キ方 其四

未知數ヲ含ム式ノ掛ケ算ヲ要スル場合

例 $9(x+4)=3x \times 2+49$ ヲ解ケ。

二數ノ和 $x+4$ ヲ 9 倍シタモノハ各ヲ 9 倍シタ數ヲ加ヘタモノニ等シイカラ左邊ノ式ハ $9x+36$ トナル。又或數ヲ 3 倍シテソレヲ 2 倍シタ數ハ原數ノ 6 倍トナルカラ右邊ノ式ハ $6x+49$ トナル。サウスルト初メノ方程式ハ

$$9x+36=6x+49$$

トナツテ既ニ學ンダ方程式ニナル。

〔解〕

$$9(x+4)=3x \times 2+49$$

括弧ヲ取り去ツテ簡單ニスレバ

$$9x+36=6x+49$$

兩邊カラ $6x$ ヲ引ケバ

$$3x+36=49$$

兩邊カラ 36 ヲ引ケバ

$$3x=13$$

$$\text{從ツテ } x = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$$

未知數ヲ含ム式ノ掛ケ算ヲ行フニハ次ノ法則ヲ用ヒル。

1. 三數ノ積ハソノ掛ケル順序ヲ交換シテモソノ結果ハ同ジデアル。
2. 二數ノ和ニ或數ヲ掛ケタ積ハソレ等ノ數ニ別々ニコノ數ヲ掛ケタ積ノ和ニ等シイ。
3. 二數ノ差ニ或數ヲ掛ケタ積ハソレ等ノ數ニ別々ニコノ數ヲ掛ケタ積ノ差ニ等シイ。

$$1. \underline{abc=cab=ca=abc}$$

$$2. \underline{m(a+b)=(a+b)m=am+bm}$$

$$3. \underline{m(a-b)=ma-mb}$$

$$\text{例 1 } 2x \times 3 = 3 \times 2x = (2 \times 3)x$$

$$2 \quad 9(x+4) = 9x + 9 \times 4$$

$$3 \quad 9(2x-4) = 9 \times 2x - 9 \times 4$$

カヤウニ答數ヲ計算スルニハ種々ノ法則ヲ用ヒルコトガ必要ニナツテ來ル。

數學上ノ重要ナ法則ヲ等式デ示シタトキソノ等式ヲ公式トイフ。

例題

1. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $7(x-5)=x+7$

2. $2x \times 3 + 5(x+1) = 2x + 32$

3. $5(2x+1) - 4 = 3(x+7)$

4. $6(2x+3) + 5(2x-3) = 7(x+8) - 10$

5. $3(5x+6) + 2(x-8) = 8(x+2) + 2(x-6)$

2. 次ノ式ノ括弧ヲ取り去リ簡單ニセヨ。

1. $8(x+y)+x$

2. $3(p+q)+5p$

3. $6(a+b)-3b$

4. $8(x+y)-5x$

5. $12(3x+6)$

6. $9(2x-7)$

3. 或數ニ7ヲ加ヘテソレヲ3倍シタモノハ原ノ數ノ6倍ニ等シイ。或數ヲ求メヨ。

4. 或數カラ5ヲ引イテ6倍シタ數ハ原ノ數ノ3倍ニ7ヲ加ヘタ數ニ等シイ。或數ハイクラカ。

5. 毛筆ノ價ハ鉛筆ノ價ヨリモ5錢高ク鉛筆3本ト毛筆5本トノ價合ハセテ73錢デアアル。鉛筆ト毛筆ト各一本ノ價ハイクラカ。

練習問題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $x+16=27$

2. $y-50=4$

3. $6=3p-6$

4. $2p+1=6-p$

5. $3x+2x-7=13$

6. $8y-2y-5=13$

7. $5x-2x=8+2x$

8. $12y+3y=21+9y$

9. $5(x+5)+8(x+1)=48$

10. $7(n+7)+5(n-1)=116$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

11. $5ax-2ax$

12. $xy + \frac{1}{5}xy - \frac{2}{5}xy$

13. $15a-8a+3a$

14. $y^2 + \frac{1}{3}y^2 - \frac{2}{3}y^2$

15. $6(x-y)+x$

16. $5(x+y)+2x$

次ノ各等式ノ足ラナイ所ヲ補ヘ

17. $7x+8y=7(\quad + \quad)+y$

18. $5x-6y=5(\quad - \quad)-y$

19. $10x+5y=7x+3(\quad)+2y$

20. 本年父ハ35歳デ子ハ11歳デアアル。今カラ何年ノ後ニ父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ3倍ニナル

カ。

21. 前題ニ於テ父ノ年齢ガ子ノ年齢ノ7倍デアツタノハ今カラ何年前カ。
22. 上下二種ノ茶ガアル。上茶ハ一斤ニツイテ下茶ヨリモ0.5圓高イ。今上茶4斤ト下茶3斤トヲ買ツテ16圓ヲ支拂ツタトイフ。各一斤ノ價ヲ求メヨ。
23. 甲乙二人ノ持ツテキル金ハ合ハセテ28圓デア甲ノ分ハ乙ノ分ノ $1\frac{1}{3}$ 倍デアアル。甲乙各何程ヲ所持シテ居ルカ。
24. 一ツノ籠ニ梨ト林檎トガ入レテアツテソノ總數ノ $\frac{3}{5}$ ハ梨デアアル。ソノ中カラ梨ト林檎トヲ各々6個ヅツ取り出シタラ殘リノ林檎ハ梨ヨリモ7箇少イトイフ。初メ籠ノ中ニアツタ林檎ト梨ハ各々イクラカ。

第三章

正數・負數

II. 正數、負數、及ビ零

現在5圓ヲ有スル或學生ガ雜費トシテ毎日1圓ヅツ入り用デアアルモノトスレバコノ人ノ日口ノ殘高ハ

4圓, 3圓, 2圓, 1圓, 0圓

トナツテ5日ノ後ニハ殘リハナイコトニナル。

更ニ毎日一圓ヅツ費シテ止マナイモノトスレバ毎日ノ負債金高ヲ表スニ

(0-1)圓, (0-2)圓, (0-3)圓, (0-4)圓,

ノヤウニ零カラ引イタ殘高トシテ書キ表スコトガ出來ル。

今コレヲ書キ表スニ零ヲ省イテ

-1圓, -2圓, -3圓, -4圓,

等ト書キ毎日ノ殘高ハ夫々まいなす1圓まいなす2圓まいなす3圓デアアルナドトイフ。

〔問〕 寒暖計ノ温度ガ今 15° デアル。

1. 今ヨリ 5° 又ハ 10° 降ツタ時ノ温度ハ夫々何度カ。
2. 今ヨリ 15° 降ツタ時ノ温度ハ何度カ。
3. 15° 降ツテ更ニ 4° 降ツタトキノ温度ハ何度カ。

又寒暖計ガ 5° 降ルコトヲ -5° 昇ルトイフコトガアル。カヤウニ

代数学デハ新ニ $1, 2, 3, \dots$ 等ト反對ノ性質ヲ持ツテ居ル数 $-1, -2, -3, \dots$ 等ヲ設ケル。

記號 $-$ (まいなす) ヲ数字ノ前ニ附ケテ以前ト反對ノ性質ヲ持ツテキル数トシコレ等ヲ負数又ハ負ノ数トイフ。

負数ト區別スルタメニ算術デ取扱ツタ $1, 2, 3,$ 等ノ数ヲ正数又ハ正ノ数トイヒ、数字ノ前ニ $+$ (ぶらす)ヲ置イテ $+1, +2, +3$ ト書キ負数トノ對照ヲ明カニスル。ケレドモ特ニ必要ノナイトキハ記號 $+$ ヲ省ク。

又負数ヲ學ブ以前デハ $15-15=0$ ノ零ハ唯ダ残りガナイコトヲ示シタ記號ニ過ギナイノデアルガ寒暖計ノ温度ガ 15° ノ時カラ 15° 降ルト 0 度トナリ -15° カラ 15° 昇ルトキモ 0 度トナルヤウニ 0 度モ又一ツノ温度ヲ示スモノデアル。カヤウナ考ヲ一般ニ當テハメテ

代数学デハ零ヲモ一ツノ数トスル。

代数学デイフ数ニハ正数、負数、及ビ零ヲ含ム。

正数ニ於テ $0.2, 0.3, 2\frac{1}{5},$ 等ノ小数分数ガアルト同ジヤウニ負数デモ又負ノ小数分数ガアルコトハ當然デアル。

-3 ニ於ケル $-$ ハ元來 $(0-3)$ ナル引キ算カラ來タモノデアルガ $+3, -3$ トシテ数ノ正負ヲ表スモノトシタ以上ハソノ時ノ $+, -$ ハソノ数ノ性質ヲ表スモノデアルトシコレヲ性質ノ符號又ハ單ニ符號トイフ。

即チ $+, -$ ハ加減ノ記號ト性質ノ符號ト二様ニ用ヒラレル。

12. 絶対値・符號

正数負数ハ正負ヲ示ス性質ノ符號ト、算術上ノ数字トノ二ツノ部分カラ出来テキル。

正数又ハ負数カラソノ符號ヲ取り去ツタモノヲソノ絶対値トイフ。例ヘバ $+5$, -5 ノ絶対値ハ何レモ 5 デアル。

又或数ノ符號ガ $+$ ナラバソレヲ $-$ ニ變ヘーナラバソレヲ $+$ ニスルコトヲソノ数ノ符號ヲ變ヘルトイフ。例ヘバ

-2 ノ符號ヲ變ヘルト $+2$

$+15$ ノ符號ヲ變ヘルト -15 トナル。

$+5$ ト -5 ノヤウナ二数ヲ絶対値ガ等シク符號ガ相反スル二数トイフ。

零ハ正数デモ負数デモナイノデアルカラ從ツテ性質ノ符號ヲ有シナイ。ケレドモ便宜上コレニ符號ヲツケテ $+0$, -0 トシソノ絶対値ハ 0 デアルト見做ス。

〔問〕 次ノ各数ノ絶対値ヲイヘ

$$-26.5, +\frac{3}{5}, -365\frac{5}{6}$$

13. 引キ算ノ結果ヲ負数デ表スコト

〔問〕 寒暖計ノ温度ガ現在 15° デアルトスレバ今カラ x 度降ツタ時ノ温度ハ何度ナルカ。
コノ問題ニ對シテ $(15-x)^\circ$ デアルトスル。

1. $x=10$ ナラバ $(15-x)^\circ=5^\circ$

2. $x=15$ ナラバ $(15-x)^\circ=0^\circ$

3. $x=20$ ナラバ $(15-20)^\circ$ ハ如何。

算術デハ $(15-20)^\circ$ ハ意味ノナイコトニナル。負数ヲ用ヒルトキハ

$$15-20=15-15-5=-5$$

即チ $(15-20)^\circ$ ハ -5° トナツテ正シイコトニナル。カヤウニ引キ算ノ結果ヲ負数デ表スコトキハ x ノ大小ニ拘ラズイツデモ

15° カラ x° 降ルトキノ温度ハ $(15-x)^\circ$ デアル

減数ガ被減数ヨリモ大キイトキニ引キ算ノ結果ヲ負数デ表スコトキハ計算ノ理法ヲ一層廣ク通ズル様ニスルコトガ出来ル。

例題

1. 次ノ計算ヲセヨ。

$$5-5, \quad 5-8, \quad 0-6, \quad 13-15$$

$$14-3+5-16, \quad \frac{1}{2}-\frac{1}{3}, \quad \frac{1}{5}-\frac{1}{4},$$

$$13-3\frac{1}{6}-\left(15-\frac{3}{4}\right)$$

2. 次ノ方程式ノ根ヲ求メヨ。

$$x+5=10 \quad x+5=3$$

$$2x+6=5+x \quad x+7=2x+10$$

3. 次ノ各数ノ絶対値ヲイヘ。

$$-7, 3, -5.5, 2.8, -568$$

4. 次ノ数ノ符號ヲ變ヘヨ。

$$+9, -7, -20.8, 6, +25$$

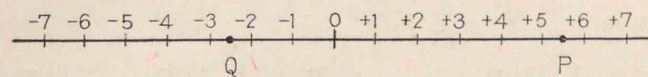
$$-\frac{4}{17}, 5-9, 8-9.5, \frac{1}{5}-\frac{1}{3}$$

5. 次ノ数ト絶対値相等シク符號ノ相反スル数ヲイヘ。

$$+27, -36, 5-12, 7.5-9.5$$

6. 寒暖計ノ温度ガ 5° ヨリ 3° 昇リ次ニ 10° 降ルト
最後ノ示度ハ何度カ。

14. 数ノ大小



上圖ハ一直線上等距離ニ分布シタ點ニ由テ整数全體ヲ零ヲ中心ニシテ正ノ數ハ右側ニ負ノ數ハ左側ニ絶対値ノ大キサノ順ニ配列シタノデア
ル。

ナホコノ直線上ニ一點 P フトリツノ點ガコノ區分シタ目盛ト目盛トノ中間ニアルトモ零點カラノ距離ヲ表ス數ニヨツテ P 點ニ相當スル正又ハ負ノ分數等ガ配列サレテアルモノトスル。

1. ニツノ正ノ數ニ於テ右ニアル數ハ左ニアル數ヨリモ大キイ。
2. ニツノ負數ノ場合デモ右ニアル數ハ左ニアル數ヨリ大キイモノト定メル。
3. 正數ハ零ヨリ大キク負數ハ零ヨリモ小サ
イ。

茲ニ於テ我々ノ今作ツタ圖ハ實ハ數ノ全體ヲ左カラ右ヘ大キサノ順ニ配列シタコトニナル。

シカモソノチガヒハ

二點 P, Q フトルトキ P, Q ニ相當スル二數ノ内右ニアルモノハ左ニアルモノヨリ PQ ノ距離ヲ表ス數ダケ大キイ。從ツテ

1. 正數ハ何レモ零ヨリソノ數ダケ大キイ。
2. 負數ハ何レモ零ヨリソノ絶對値ダケ小サイ。
3. ニツノ正數ノ大小ハ絶對値ノ大小ト同ジデ一方ハ他ノ方ヨリソレ等ノ絶對値ノ差ダケ大キイ。
4. ニツノ負數ノ大小ハソノ絶對値ノ大小ト反對デ一方ハ他ノ方ヨリソノ絶對値ノ差ダケ大キイ。
5. 正數ハ負數ヨリソレ等ノ絶對値ノ和ダケ大キイ。

二數ノ大小ヲ表スニハ

$$4 > 0 \quad 4 \text{ハ} 0 \text{ヨリ大}$$

$$-2 < 0 \quad -2 \text{ハ} 0 \text{ヨリ小}$$

$$5 > 3 \quad 5 \text{ハ} 3 \text{ヨリ大}$$

$$-5 < -3 \quad -5 \text{ハ} -3 \text{ヨリ小}$$

$$5 > -10 \quad 5 \text{ハ} -10 \text{ヨリ大}$$

ノヤウニ不等號 $>$ 又 $<$ ヲ用ヒ不等號ノ開イタ方ニアル數が大キイコトヲ示スモノデアアル。

不等號ヲ用ヒテ數ノ大小ヲ示シタ式ヲ不等式トイフ。

從ツテ今後ハ a ガ正數デアアルコトヲ $a > 0$ ナル式デ、 b ガ負デアアルコトヲ $b < 0$ デ表シテモヨイノデアアル。

〔問〕 次ノ各組ノ間ニ不等號ヲ入レヨ。

$$1. 5, 7 \quad 2. 8, 10 \quad 3. -3, +2$$

$$4. 0, -5 \quad 5. 2, -8 \quad 6. -8, -2$$

$$7. -150, -100 \quad 8. -0.7, -1 \quad 9. -\frac{1}{4}, -\frac{1}{5}$$

$$10. -\frac{3}{5}, -\frac{4}{7} \quad 11. -0.75, -\frac{2}{3} \quad 12. -2.6, -1.8$$

例題

1. 次ノ各数ハ零ヨリ何程大キイカ又ハ小サイカ。

$$+8, -15, -0.008, +10.03$$

2. 次ノ数ヲ大小ノ順ニ列ベヨ。

1. $+5, -5, +2, 0, -1, -8, -1\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, +1\frac{1}{2}, -1, -1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{3}$

3. 次ノ各組ニツイテ何レガ何程大キイカ。

1. $+5, +2$ 2. $0, +3$ 3. $0, -5$

4. $+5, -3$ 5. $-3, -5$ 6. $\frac{1}{3}, -1\frac{1}{2}$

7. $+6, -4.2$ 8. $-8, -2.7$ 9. $-5\frac{1}{2}, +1\frac{1}{3}$

4. 次ノ問ニ答ヘヨ。

1. 3ヨリ4ダケ大キイ数ハ何カ。

2. -3ヨリ4ダケ大キイ数ハ何カ。

3. 6ヨリ3ダケ小サイ数ハ何カ。

4. 6ヨリ7ダケ小サイ数ハ何カ。

5. -6ヨリ7ダケ小サイ数ハ何カ。

15. 負数ノ應用

1. $7-5=2$ ノ2ハ残りヲ表シ

$5-7=-2$ ノ-2ハ2ノ不足ヲ表ス

2. 10圓ノ利益ヲ+10圓トスルト

-10圓ノ利益ハ10圓ノ損失ヲ表ス。

3. 5里ノ前進ヲ+5里デ表スト

-5里ノ前進ハ5里ノ退却ヲ表ス。

4. 現在ヨリ4時間前ヲ+4時間トスルト

-4時間前トハ4時間後ヲ意味スル

ヤウニ

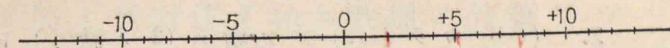
同種類ノ性質相反シタ量ノ大イサハ正数ト負数トデ表スコトガ出來ル。

又10圓ノ利益ニシテモ10圓ノ損失ニシテモ金高ニシテ見ルト双方トモ10圓デアアル。即チ10圓ノ利益金高, 10圓ノ損失金高ノ二通りノ量ヲ考ヘルコトガ出來ル。コレハ相反シタ性質ヲ含メテ考ヘタ量デアアルカラ正負ノ数ヲ用ヒテ表サレル。尙コノ外ニカカル性質ニ關係ノナイ單ニ10圓ナル金高ソノ物ヲ考ヘルトキコレハ正負ニ關係ノナイ絶対値ヲ以テ表サレル。

例題

- 次ノ意味ヲ述ベヨ。
 - +100圓ノ収入ト-100圓ノ収入
 - +100圓ノ損失ト-100圓ノ損失
 - +24時間前ト-24時間前
 - 東方+10軒ト東方-10軒
- 前題1.2.3.4.ノ各數ニツイテソレラノ絶對値ヲイヘ。
- 5時間後ハ何ヲ意味スルカ。
- 3軒ノ前進及ビ-3軒ノ退却トハ何ヲ意味スルカ。
- 寒暖計ガ+5°昇ルコト、-5°昇ルコト及ビ絶對値5°ノ意味ヲ述ベヨ。
- 寒暖計ガ現在4°デアアル。今ヨリ-5°昇リ次ニ-3°降ルト温度ハ幾度ヲ示スカ。
- 或人商業ヲ營ミ初メニ20圓ヲ利シ次ニ-30圓ヲ損シタ。コノ人ノ利益ハ何程カ。
- 或人商業ヲ營ミ初メニ50圓ヲ損シ次ニ-30圓ヲ損シタ。コノ人ノ損失ハイクラカ。又利益ハ何程カ。

16. 加法



直線上ニ0點ヲエラビ右方ニ5種ノ點ハ+5
デ左方ニ4種ノ點ハ-4デ表スモノトスル。

- +5ノ點カラ右方へ3ダケ動クトキハ+8ノ點ニ至ル。ソノ時ノ計算式ハ

$$(+5)+3=+8$$

- +5ノ點カラ左方へ3ダケ動クトキハ+2ノ點ニ至ル。ソノ時ノ計算式ハ

$$(+5)-3=+2$$

今右方へ3ダケ動クコトヲ+3ノ増加トシ左
方へ3ダケ動クコトハ-3ノ増加トスレバ

$$(+5)+(+3)=+8$$

$$(+5)+(-3)=+2$$

コノ意味ヲ一般ニ擴ゲテ

正數ヲ加ヘルトハソノ絶對値ダケ増加スルコト
トテ負數ヲ加ヘルトハソノ絶對値ダケ減少スル
コトデアアル。

1. +3 から 2 だけ増すと

$$(+3) + (+2) = +5$$

2. (-3) から (-2) だけ増すと (2 の減少) と

$$(-3) + (-2) = -5$$

3. (+3) から (-2) だけ増すと

$$(+3) + (-2) = +1$$

4. (-3) から (+2) だけ増すと

$$(-3) + (+2) = -1$$

又零ヲ加ヘルトハ増減ヲ施サナイコトデアル。

故ニ

$$5. (+3) + 0 = +3$$

$$(-5) + 0 = -5$$

【問】 次ノ計算ヲナセ。

$$1. (+15) + (+6) \quad 2. (-15) + (-6)$$

$$3. (+15) + (-6) \quad 4. (-15) + (+6)$$

$$5. (-6) + 0 \quad 6. 0 + (-15)$$

算術デハ正数ダケヲ取扱フ故ニ加ヘルト必ズ増加スル。代数学デハ正数ヲ加ヘルト増加シ負数ヲ加ヘルト反テ減少スル。算術ノ和ト區別スルタメニ特ニ代数和トイフコトガアル。

1. 同符号ノ二数ヲ加ヘルニハソレ等ノ絶対値ノ和ニ共通ノ符号ヲツケヨ。

2. 異符号ノ二数ヲ加ヘルニハソレ等ノ絶対値ノ差ニ絶対値ノ大キイ方ノ符号ヲツケヨ。

3. 異符号デ絶対値相等シイ二数ヲ加ヘルト零ニナル。

4. 或数ト零トノ和ハソノ数自身デアル。

$$(+a) + (+b) = +(a+b)$$

$$(-a) + (-b) = -(a+b)$$

$$(+a) + (-b) = +(a-b)$$

$$(-a) + (+b) = -(a-b)$$

$$(+a) + (-a) = 0$$

$$(+a) + 0 = 0 + (+a) = +a$$

$$(-b) + 0 = 0 + (-b) = -b$$

例題

1. 次ノ計算ヲナセ。

- | | |
|--|---|
| 1. $(-63) + (+6)$ | 2. $(+62) + (-57)$ |
| 3. $(-59) + (+127)$ | 4. $(+62) + (-125)$ |
| 5. $(+25) + (-135)$ | 6. $(-163) + (-57)$ |
| 7. $(-54) + \left(+\frac{1}{5}\right)$ | 8. $(+76) + \left(-\frac{1}{3}\right)$ |
| 9. $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ | 10. $(-42) + \left(-5\frac{7}{6}\right)$ |
| 11. $(-7.5) + (+4.6)$ | 12. $\left(-\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$ |

2. 次ノ等式ノ括弧ノ中ニ適當ナ數ヲ補ヘ。

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. $(+15) + () = 7$ | 2. $(+15) + () = -7$ |
| 3. $(-15) + () = +7$ | 4. $(-15) + () = -7$ |

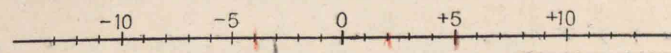
3. 次ノ寄セ算ヲ行ヘ

- | | |
|---|--|
| 1. $\begin{array}{r} +58 \\ -28 \\ \hline \end{array}$ | 2. $\begin{array}{r} +58 \\ -127 \\ \hline \end{array}$ |
| 3. $\begin{array}{r} -49 \\ -158 \\ \hline \end{array}$ | 4. $\begin{array}{r} -46.7 \\ +28.9 \\ \hline \end{array}$ |

4. 次ノ諸式ヲ簡單ニセヨ。

- | | |
|--------------------------|-------------------|
| 1. $(+7) + (-6) + (+19)$ | 2. $5a - 7a$ |
| 3. $a + (+b) + (-b)$ | 4. $2a + 5a - 9a$ |

17. 減法



直線上ニ0點ヲエラビ右方ニ5種ノ點ハ+5
デ左方ニ4種ノ點ハ-4デ表スモノトスル。

1. +5ノ點カラ左方ヘ3ダケ動クトキハ
+2ノ點ニ至ル。ソノ時ノ算術ニ於ケル計算
式ハ

$$(+5) - 3 = +2$$

2. (+5)ノ點カラ右方ヘ3ダケ動クトキハ
+8ノ點ニ至ル。ソノ時ノ算術ニ於ケル計算
式ハ

$$(+5) + 3 = +8$$

今左方ヘ3ダケ動クトコトヲ+3ノ減少トシ
ソノ反對ニ右方ヘ3ダケ動クトコトヲ-3ノ減
少トシテ表ストキハ

$$(+5) - (+3) = +2 \quad (1)$$

$$8 - (+5) = (+3) \quad (2)$$

コノ意味ヲ一般ニ擴ゲテ

正数ヲ引クトハソノ絶対値ダケ小サクスルコト
トデ負数ヲ引クトハソノ絶対値ダケ大キクスル
コトデアル。

從ツテ +3 ノ減少ハ -3 ノ増加ト同ジク -3 ノ
減少ハ +3 ノ増加ト同ジデアル。

或數ヲ引クニハソノ符號ヲ變ヘテ
加ヘルニ同ジク、或數カラ 0 ヲ減ジタ
モノハソノ數自身デアル。

$$a - (+b) = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + (+b)$$

$$a - 0 = a$$

$$(1) \quad (+5) - (+3) = (+5) + (-3) = +2$$

$$(2) \quad (-5) - (+3) = (-5) + (-3) = -8$$

$$(3) \quad (+5) - (-3) = (+5) + (+3) = +8$$

$$(4) \quad (-5) - (-3) = (-5) + (+3) = -2$$

例題

1. 次ノ計算ヲ行ヘ。

$$1. \quad (-8) - (+5)$$

$$2. \quad (-8) - (-5)$$

$$3. \quad (+8) - (+5)$$

$$4. \quad (+8) - (-5)$$

$$5. \quad (-9) - (+12)$$

$$6. \quad (-6) - (-12)$$

$$7. \quad (+53) - \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$8. \quad (-59) - \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$9. \quad \left(-\frac{1}{5}\right) - (-47)$$

$$10. \quad \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right)$$

2. 次ノ等式ノ括弧ノ中ニ適當ナ數ヲ補ヘ。

$$1. \quad (+15) - (\quad) = -7$$

$$2. \quad (+15) - (\quad) = +7$$

3. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$1. \quad x + 16 = 5$$

$$2. \quad x - 7 = 28$$

$$3. \quad x + 8 = -15$$

$$4. \quad x - 7 = -28$$

$$5. \quad x + (-5) = 23$$

$$6. \quad x - (-5) = -7$$

$$7. \quad x + (-8) = -20$$

$$8. \quad x - (-9) = -36$$

4. 次ノ引き算ヲ行ヘ。

$$1. \quad \begin{array}{r} +267 \\ +368 \\ \hline \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{r} +384 \\ -218 \\ \hline \end{array}$$

$$3. \quad \begin{array}{r} -513 \\ +628 \\ \hline \end{array}$$

$$4. \quad \begin{array}{r} -216 \\ -432 \\ \hline \end{array}$$

18. 加減ノ法則

1. 減法ハ加法ノ逆算デアアル。

正数負数ノ如何ニカカハラズ或数 a ヨリ b ダケ減少シテソレヨリ b ダケ増加スレバ原ノ数 a トナルカテ

$$(a-b=c) \text{ ナラバ } a=c+b$$

又反對ニ或数 c ヨリ b ダケ増加シソレヨリ b ダケ減少スルトキハ原ノ数 c トナル故ニ

$$a=c+b \text{ ナラバ } a-b=c$$

2. 正数負数及ビ零ノ如何ニカカハラズ被減數ガ減數ヨリ大キイ時ノ差ハ正数テ被減數ガ減數ヨリ小サイトキノ差ハ負数デアアル。

$$(+5)-(+3)=+2 \quad (+3)-(+5)=-2$$

$$(+5)-0=+5 \quad (-3)-(-2)=-1$$

$$(+5)-(-8)=+13 \quad (-3)-0=-3$$

$$(-5)-(-8)=+3 \quad (-3)-(+5)=-8$$

逆ニ二數ノ差ガ正ナラバ被減數ハ減數ヨリ大キク二數ノ差ガ負ナラバ被減數ハ減數ヨリ小サイコトニナル。從ツテ被減數ト減數トガ等シイトキハソノ差ハ零デアアル。

$$a-b=c \text{ ナラバ } a=c+b \quad a-c=b$$

$$a+b=d \text{ ナラバ } a=d-b \quad b=d-a$$

$$a-b=d \text{ ニ於テ}$$

$$a>b \text{ ナラバ } d>0$$

$$a<b \text{ ナラバ } d<0$$

$$a=b \text{ ナラバ } d=0$$

3. 加減ノ記號デ結ビツケラレタ式ハスベテ代數和ノ形ニ表スコトガ出來ル。

$$7-3+4=7+(-3)+(+4) \quad (1)$$

$$7-(-3)-4=7+(+3)+(-4) \quad (2)$$

(1) ニ於テ $7-3+4$ ハ $7, -3, +4$ ノ和ニ等シク

(2) ニ於テ $-(-3)$ ハ -3 ノ符號ヲ變ヘタ數 $+3$ ヲ意味スルモノトスレバ $7-(-3)-4$ ハ $7, -(-3), -4$ ノ和ト同ジデアアル。

一般ニ a, b, c, d 等ガ正数負数又ハ零ヲ表ス任意ノ數トスルトキハ

$$+a-b+c-d=(+a)+(-b)+(+c)+(-d)$$

デアアル。

例 $8 - (-3) + (-4) - (-6)$

(-3) , (-4) , (-6) 等ノ前ニアル加減ノ記號ヲソノ數ノ符號ト見テ $-(-3)$, $+(-4)$, $-(-6)$ ノ和トシソレ等ヲ $+3$, -4 , $+6$ ニ改メテ書キナラベルト

$$8 + 3 - 4 + 6$$

再ビ加減ノ記號ト考ヘテ計算スレバ13トナル

4. 幾ツカノ數ヲ加減スルトキハソレ等ノ加減スベキ數ノ順序ヲドノヤウニ換ヘテモヨ
イ。

$$a + b = b + a \quad (\text{交換法則})$$

$$a + b + c = a + (b + c) \quad (\text{組合ハセ法則})$$

$$a + b + c + d = a + c + b + d = a + d + c + b$$

例 $(-5) - (-3) + (+7) - 12 + (-6)$

$$= -5 + 3 + 7 - 12 - 6$$

$$= 10 - 23$$

$$= -13$$

例題

1. 次ノ各數ヲ括弧ノナイ數ニ改メヨ。

1. $+(+15)$

2. $+(-15)$

3. $-(+15)$

4. $-(-15)$

5. $+ \{ +(-3) \}$

6. $- \{ +(+3) \}$

7. $+ \{ -(-3) \}$

8. $- \{ +(-3) \}$

9. $- \{ -(+3) \}$

10. $- \{ -(-3) \}$

11. $-[- \{ -(-5) \}]$

12. $-[- \{ +(-5) \}]$

2. 次ノ各式ヲ代數和ノ形ニ改メ次イデ括弧ノナイ式ニ書キ改メヨ。

1. $11 + (-5) - (+8)$

2. $11 - (+5) - (-6)$

3. $(-5) + (-6) - (+7) - (-9)$

4. $a - (+b) - (-c)$

3. 次ノ各式ヲ括弧ノナイ式ニ改メヨ。

1. $6 - (+8) - (-5)$

2. $(-6) + (-5) - (+7) - (-10)$

4. 次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $x + 16 = -5$

2. $x + (-16) = -5$

練習問題

1. 次ノ各式ノ計算ヲ行ヘ。

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $5-14+6$ | 2. $-17+5-16$ |
| 3. $6-12+4-7$ | 4. $-8+13-7+5$ |
| 5. $-9.2-3.8+15$ | 6. $1.2-3.6-1.8$ |

2. 次ノ各々ヲ日常ノ意味デ表セ。

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. -11 圓ノ所持金 | 2. -10 圓ノ負債 |
| 3. -10 圓ノ利益 | 4. -10 圓ノ損失 |
| 5. -5 時間前 | 6. -5 時間後 |
| 7. -7 里ノ前進 | 8. -20 斤東 |
| 9. -30 里ノ北 | 10. -3° ノ昇リ |
| 11. -30° 降ル | 12. -8 米ノ昇リ |
| 13. 東經 -30 度 | 14. 北緯 -35 度 |

3. 温度ガ a 度カラ x 度昇ルト幾度ヲ示スカ。ソ

ノ式ニ次ノ數値ヲ代入シテ計算セヨ。

- | | |
|-----------|--------|
| 1. $a=5$ | $x=7$ |
| 2. $a=5$ | $x=-7$ |
| 3. $a=-5$ | $x=7$ |
| 4. $a=-5$ | $x=-7$ |

4. 一直線上ノ一點カラ東へ a 米進ミ次ニ東へ b 米進ンダトキソノ人ノ位置ハ出發點カラ東方幾米ノ所ニアルカ。又

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1. $a=4, b=9$ | 2. $a=8, b=-9$ |
| 3. $a=-4, b=9$ | 4. $a=-4, b=-9$ |

ノ時ノ數値如何。

5. 一直線上ノ或點カラ東方 a 米行キ次ニ西方へ b 米進ンダ時此ノ人ノ位置ハ出發點カラ東方幾米ノ所ニアルカ。又

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1. $a=4, b=9$ | 2. $a=4, b=-9$ |
| 3. $a=-4, b=9$ | 4. $a=-4, b=-9$ |

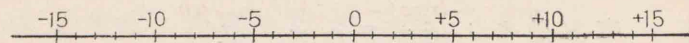
ノ時ノ數値如何。

6. 温度ガ零下 5 度カラ 8 度昇リ 9 度降リ次ニ 6 度昇リ次ニ 4 度降ルトキハ幾度ニナルカ。

7. 次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. $2x-3x+5x$ | 2. $-2x+3x-6x$ |
| 3. $2x+(-3x)+4x$ | 4. $-2x-(-5x)-2x$ |

19. 乗法



正数ヲ掛ケルコトノ意味ハ算術ト同ジデ

$$(+5) \times 3 = (+5) + (+5) + (+5) = 15 \quad (1)$$

$$(-5) \times 3 = (-5) + (-5) + (-5) = -15 \quad (2)$$

上圖ニ於テ零點ノ右側ニアル +15 ハソレト同ジ側ニアル +5 ノ 3 倍デ左側ニアル -15 ハソレト同ジ側ニアル -5 ノ 3 倍デアル。

コノ意味ヲ擴ゲテ

零點ノ同ジ側ニアル二數ノ一ツハ他方ノ正數倍トシ反對側ニアル二數ノ一ツハ他方ノ負數倍デアルコトニスル。 サウスルト

$$+15 \text{ ハ } -5 \text{ ノ } -3 \text{ 倍 } (-5) \times (-3) = +15. \quad (3)$$

$$-15 \text{ ハ } +5 \text{ ノ } -3 \text{ 倍 } (+5) \times (-3) = -15. \quad (4)$$

尙言ヒ換ヘルト

或數ニ負數ヲ掛ケルトハソノ絶對値ヲ掛ケテ被乘數ト反對ノ符號ヲツケルコトデアル。 又 零ト或數トノ積ハ零デアル。

$$(+a)(+b) = (-a)(-b) = +ab$$

$$(+a)(-b) = (-a)(+b) = -ab$$

1. 同符號ノ二數ヲ掛ケルニハソレ等ノ絶對値ノ積ニ正號+ヲ附ケヨ。
2. 異符號ノ二數ヲ掛ケルニハソレ等ノ絶對値ノ積ニ負號-ヲ附ケヨ。
3. 零ト任意數トノ積ハ零トセヨ。

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

例題

次ノ各積ヲ求メヨ。

1. $(+5)(+6)$

2. $(+5)(-6)$

3. $(-5)(+6)$

4. $(-5)(-6)$

5. $(-8)(+5)$

6. $(+12)(-7)$

7. $(-12)(-9)$

8. $5 \times (-12)$

9. $(-12)7$

10. $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(+\frac{1}{5}\right)$

11. $\left(+\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$

12. $\frac{3}{5}\left(-\frac{2}{3}\right)$

20. 多クノ数ノ積・冪

$$(+1)(+2)(+3)(+4)=+24$$

$$(+1)(-2)(+3)(+4)=-24$$

$$(-1)(+2)(-3)(+4)=+24$$

$$(-2)(+2)(-3)(-4)=-24$$

多クノ因数ノ積ニ於テハ正ノ因数ガ現レテモ
符號ノ變化ヲ來スコトナク負ノ因数ガ現レル度
毎ニ前ト反對ノ符號トナル。依ツテ次ノ法則ガ
得ラレル。

1. 正ノ因数バカリノ時ノ積ハ正
2. 負ノ因数ガ偶數箇ナラバソレ等
ノ積ハ正
3. 負ノ因数ガ奇數箇ナラバソレ等
ノ積ハ負
ノ數デアル。但シ因数ノ中ニ零ガ
アルトキハソレ等ノ積ハ零トナル。

何レノ場合ニシテモ積ノ絶對値ハ各因数ノ絶

對値ノ積トナル故算術ノ場合ト同ジク

多クノ因数ノ積ハ因数ノ順序ヲドノヤウニ換
ヘテモ又適當ニ組合セテモソノ結果ハ同ジデアル。

$$(+5)^3=5 \times 5 \times 5=125$$

$$(-5)^2=(-5)(-5)=25$$

$$(-5)^3=(-5)(-5)(-5)=-125$$

aa ハ a^2 ト書キ a ノ二乗冪(或ハ a ノ平方)

aaa ハ a^3 ト書キ a ノ三乗冪(或ハ a ノ立方)

$aaaaa$ ハ a^5 ト書キ a ノ五乗冪

トイフヤウニ

a^n ハ a ノ n 乗冪又ハ a ノ n 乗ト讀ミ n ハ因数ノ
箇數ヲ示スモノ之ヲ冪指數トイフ。

特ニ a^1 即チ a ノ一乗トハ a 自身ノコトデアル。
前ノ法則ニ從フト

負數ノ冪ハ指數ガ偶數ナラバ正指數ガ
奇數ナラバ負ノ數デアル。

【注意】

$$-5^2=-\underline{(5 \times 5)}=+25$$

$$\underline{(-5)^2}=(-5)(-5)=+25$$

例題

次ノ各積ヲ求メヨ。

1. $(-2)(-3)(-4)$ 2. $(-1)(-2)(-3)(-4)$
3. $(-4)(+5)(-1)(+1)(-1)$
4. $\left(-\frac{5}{7}\right)\left(-\frac{1}{6}\right)\left(-\frac{9}{25}\right)$
5. $3.5(-4)(-2)(-0.5)$
6. $7 \times \frac{1}{2} \left(-\frac{5}{6}\right) \times 0 \times \left(-\frac{1}{7}\right)$

次ノ各冪ヲ求メヨ。

7. $(-1)^2, (-1)^3, (-1)^6, (-1)^7$
8. $(-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, (-1)^5$
9. $(-5)^2, (-5)^3, (-5)^4, (-5)^5$

次ノ一組ノ値ヲクラベヨ。

10. $(-1)^4, -1^4$ 11. $(-1)^5, -1^5$
12. $(-2)^3, -2^3$ 13. $(-2)^4, -2^4$
14. $(-a)^5, -a^5$ 15. $(-a)^6, -a^6$

21. 除法

甲数ヲ乙数デ割ルトハ乙数ト掛ケ合セテ甲数ニ等シクナルヤウナ数ヲ定メルコトデアル。

即チ除法ハ乘法ノ逆算デアル。

$$(+5)(+3)=+15 \quad (+15) \div (+5)=+3$$

$$(-5)(+3)=-15 \quad (-15) \div (-5)=+3$$

$$(+5)(-3)=-15 \quad (-15) \div (+5)=-3$$

$$(-5)(-3)=+15 \quad (+15) \div (-5)=-3$$

$$(+a) \div (+b) = (-a) \div (-b) = +(a \div b)$$

$$(+a) \div (-b) = (-a) \div (+b) = -(a \div b)$$

1. 同符號ノ二数ノ商ハ正数デアル。
2. 異符號ノ二数ノ商ハ負数デアル。
3. 商ノ絶対値ト兩数ノ絶対値ノ商トハ相等シイ。

$$\text{次} = (-6) \times x = 0$$

ナル x ヲ定メヨウトスレバ x ハ零デアル。

$$\text{故} = 0 \div (-6) = 0$$

$$\text{又} \quad 0 \times x = +12$$

トナル x ヲ定メヨウトスレバ x ヲ定メルコトハ出来ナイ。

$$\text{故} = 12 \div 0 \quad \text{ハ不可能}$$

$$\text{又} \quad 0 \times x = 0$$

トナル x ヲ定メヨウトスレバ x ハ如何ナル數デモヨイ。從ツテカヤウナ數ハ定マラナイ。

$$\text{故} = 0 \div 0 \quad \text{ハ不定}$$

1. 零ヲ零デナイ數デ割ルト商ハ零デアル。
2. 零デナイ數ヲ零デ割ルコトハ不可能デアル。
3. 零ヲ零デ割ルト商ハ不定デアル。

例題

次ノ各商ヲ求メヨ。

1. $(+18) \div (+6)$
2. $(+18) \div (-6)$
3. $(-18) \div (+6)$
4. $(-18) \div (-6)$
5. $(+5) \div (+10)$
6. $(+5) \div (-10)$
7. $(-5) \div (+10)$
8. $(-5) \div (-10)$
9. $(-12) \div \left(+\frac{1}{3}\right)$
10. $\left(-\frac{1}{6}\right) \div \left(+\frac{3}{4}\right)$
11. $\left(-\frac{5}{6}\right) \div (-10)$
12. $\frac{7}{5} \div \left(-\frac{5}{7}\right)$
13. $\left(-\frac{7}{8}\right) \div \left(\frac{7}{10}\right)$
14. $\left(-\frac{8}{9}\right) \div \left(1\frac{3}{5}\right)$
15. $2.5 \div \left(-\frac{1}{4}\right)$
16. $(-3.3) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

次ノ各方程式ヲ解ケ。

17. $-3x = 6$
18. $-3x = -6$
19. $-x = 9$
20. $-x = -9$
21. $-6y = 21$
22. $-7y = -35$
23. $-2(5x+6) = -18$
24. $-2(5x+6) = 18$
25. $2(5x-6) = -18$
26. $2(5x-6) = +18$

練習問題

1. $a=-2, b=-1, c=3$ トシテ次ノ式ノ数値ヲ求めヨ。

1. $(a-7)(b+5)(c-2)$ 2. $(a+b+c)(a+b-c)$

3. $(b-c)(c-a)(a-b)$ 4. $(a-b+c)(a+b-c)$

5. $\frac{a-b+c}{a+b-c}$ 6. $a^3+b^3+c^3-3abc$

7. $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3-3(a-b)(b-c)(c-a)$

2. 或人東方ニ向ツテ毎時 a 軒宛進ムトキハ x 時間後ニ於ケルコノ人ノ位置ヲ式デ表セ。又次ノ各々ノ場合ニツイテソノ意味ヲ説明セヨ。

1. $a=5, x=3$ 2. $a=5, x=-3$

3. $a=-5, x=3$ 4. $a=-5, x=-3$

3. 次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $(-5)(-2)(+4)(-5)$ 2. $\frac{(-8)(-3)(+1)(-1)}{-4}$

3. $(+125) \div (-5) \times (-4) \div (-3)$

4. $(-154) \div (-11) \times (-2) \div (-3)$

4. $x=-5$ ナルトキ $2x^2+3x-7$ ノ値ハドウカ。

5. 次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $3x^2ay \div xy$ 2. $(5a)(-2a)(+3a)$

3. $(2a)(-3b)(-6ab)$ 4. $(-7a)(-3b)(+4c)$

5. $\left(\frac{a}{2}\right)\left(-\frac{2a}{3}\right)\left(-\frac{3a}{5}\right)$

6. $(-2)^3(-1)^5(-3)^2$

6. 攝氏寒暖計ノ度数 c ヲ華氏寒暖計ノ度数 f ニ換算スル式ハ $f = \frac{9}{5}c + 32$ ナルコトヲ説明セヨ。コレニ依ツテ次ノ攝氏ノ度数ヲ華氏寒暖計ノ度数ニ換算セヨ。

1. $c=35$ 2. $c=40$

3. $c=0$ 4. $c=-15$

5. $c=-40$ 6. $c=100$

7. 華氏寒暖計ノ度数 f ヲ攝氏寒暖計ノ度数ニ換算スル公式ヲ作レ。

$$c = \frac{5}{9}(f - 32)$$

22. 代数式ノ値ノ變化

攝氏寒暖計ノ度数 x フ華氏寒暖計ノ度数ニ換算スルニハ $\frac{9}{5}x+32$ ナル整式ヲ用ヒル。

$x=0$ ナラバ $\frac{9}{5} \times 0 + 32 = 32$

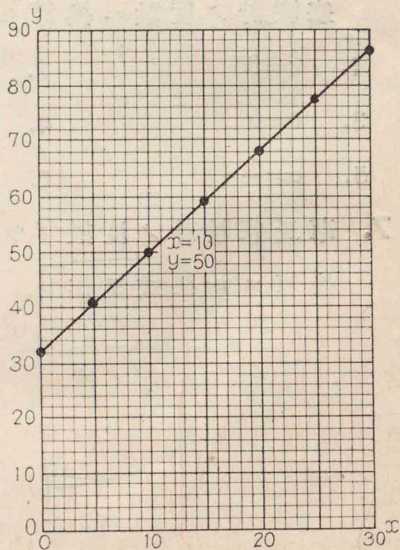
$x=5$ ナラバ $\frac{9}{5} \times 5 + 32 = 41$

$x=10$ ナラバ $\frac{9}{5} \times 10 + 32 = 50$

x ノ値	0	5	10	15	20	25	30
$\frac{9}{5}x+32$ ノ値	32	41	50	59	68	77	86

x ノ値ガ漸次變化スルニ從ツテコノ式ノ値ガ變化スル有様ヲぐらふデ表スト右圖ノヤウニナル。

1. 方眼紙ニ一ツノ横線ト縦線トヲ選ビ之ヲ ox, oy トシ



2. ox 上ニ x ノ値ヲ目盛り

3. 各點ヨリソノ點ノ數値ニ對スル式ノ値ニ等シイ長サダケ縦ニ距ツタ點ヲ記入スル。

カクシテ x ノ値ガ0ヨリ右へ次第ニ連續シテ變化スルトキソレニ對應スル點モ亦連續シテ移動スルモノト考ヘテ一ツノ線ヲ畫クトキ式ノ値ノ變化ハ最モ明瞭ニ表サレル。

【問】コノぐらふヲ用ヒテ次ノ問ニ答ヘヨ。

1. 攝氏ノ $12^\circ, 18^\circ, 26^\circ$ ハ華氏ノ何度カ。
2. 華氏ノ $44^\circ, 62^\circ, 83^\circ$ ハ攝氏ノ何度カ。

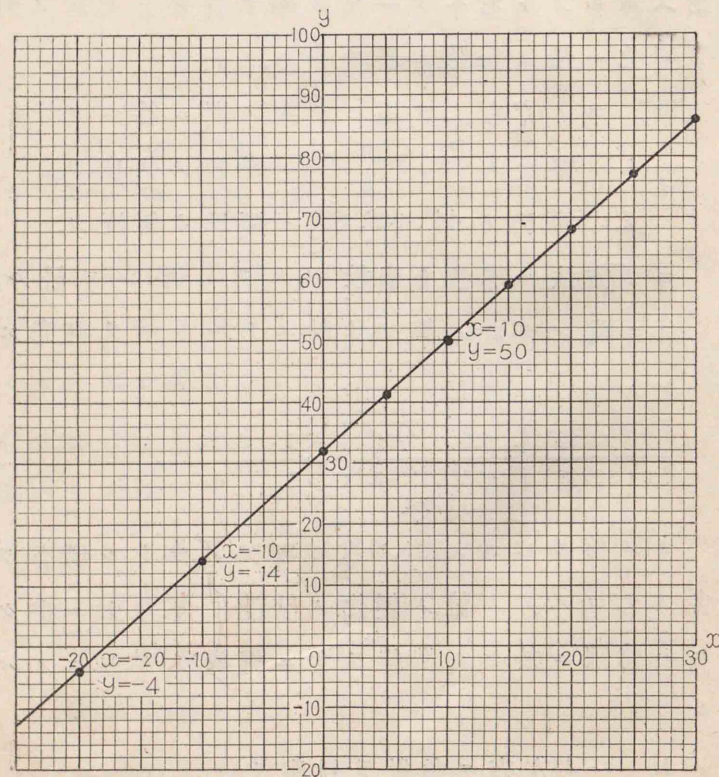
コノ方法ハ尋常小學校デ、ステニ學ンデ居ル。更ニ進ンデ x ノ値ガ負數ニナルトキヲ研究スルト

x ノ値	-25	-20	-15	-10	-5	0
$\frac{9}{5}x+32$ ノ値	-13	-4	5	14	23	32

x ノ値及ビコノ式ノ値ガ正又ハ負ナル場合ヲ含メテコノ式ノ値ノ變化ノ狀況ヲぐらふニ畫クニハ前圖ニ於ケル横線ヲ左ニ縦線ヲ下方ニノバシテ

1. 0ノ左方ニ負數ヲ目盛り

2. 横線上ノ各點ヨリ其ニ對スル式ノ値ガ正
ナラバ上方ニ負ナラバ下方ニソノ絶對値
ノ長サダケ縦ニ距ツタ點ヲ記入シ
コレ等ノ記入シタ諸點ニヨツテ定マル線ヲ畫
ケバ次ノ圖ニナル。



コノぐらふハ $\frac{9}{5}x+32$ ナル式ノ値ノ變化ヲ最
モ完全ニ表シテ居ル。

〔問〕 攝氏ノ -12° , -17° ハ華氏ノ何度カ、又華氏
ノ 7° , -10° ハ攝氏ノ何度カぐらふヲ見テイヘ。

上ノ例ニ於ケル x ノヤウニ種々ノ値ヲ與ヘテ
考ヘル數ヲ變數トイヒ、コノ變數ノ値ニ從ツテ種
種ノ値ガ定マル數例ヘバ $\frac{9}{5}x+32$ ノヤウナモノヲ
變數 x ノ函數トイフ。

又 $y = \frac{9}{5}x + 32$

トオケバ y ハ x ノ函數デアル。

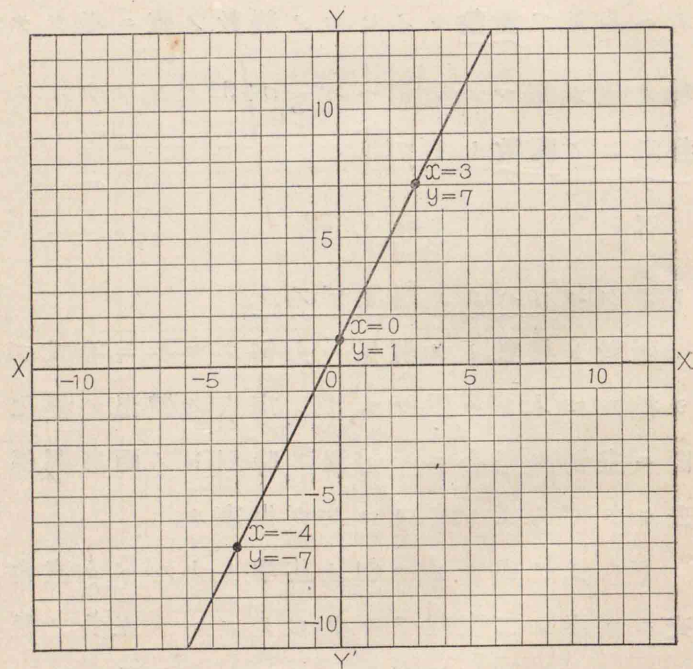
函數ト變數トノ關係ハ上例ノヤウニ等式デ表
シ得ルモノトハ限ラナイ。病人ノ體溫ノ變化ヲ
圖ニ畫イタ場合ニハ體溫ト時刻トノ函數關係ヲ
表シタぐらふトイフコトガ出來ル。

ぐらふヲ畫クニハ初メ基準トナルベキ直角ニ
交ル横縦ノ二直線ヲエラビテコレニ正負ノ目盛
リヲツケルノガ便利デアル。コノ基準トナルベ
キ横線ヲ横軸縦線ヲ縦軸トイヒ兩軸ノ交點ヲ原
點トイフ。

例 1 $y=2x+1$ ナル函数ぐらふヲ畫ケ。

【解】

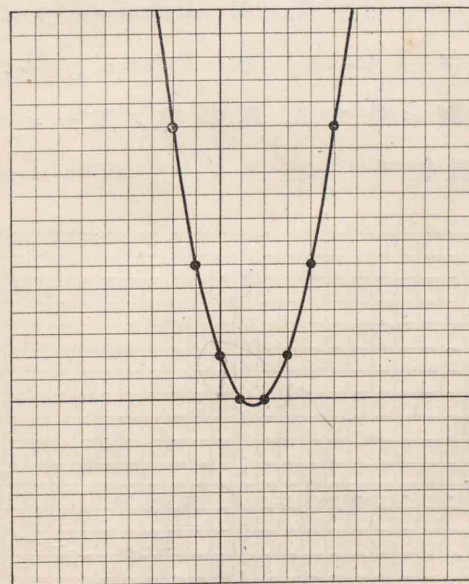
x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
$2x$...	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	...
$y=2x+1$...	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11	13	...



例 2 $y=x^2-3x+2$ ノぐらふヲ畫ケ。

【解】

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
x^2	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	...
$-3x$	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15	-18	...
y	20	12	6	2	0	0	2	6	12	20	...

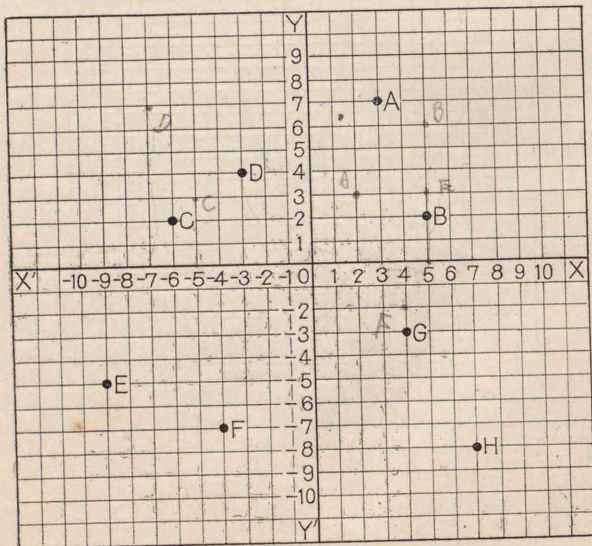


例題

1. 方眼紙上ニ直角ニ交ルニツノ軸ヲ定メテ次ノ諸點ヲ示セ。

1. A ($x=2, y=3$) 2. B ($x=5, y=6$)
 3. C ($x=-5, y=2$) 4. D ($x=-7, y=8$)
 5. E ($x=5, y=3$) 6. F ($x=4, y=-2$)

2. 下ノ圖ニ於テ A, B, C 等ノ點ガモツ x 及ビ y ノ數値ヲイヘ。



任意ノ點ガモツ x 及ビ y ノ數値ヲツノ點ノ座標トイフ。例ヘバ C 點ノ座標ハ $\begin{pmatrix} x=-6 \\ y=2 \end{pmatrix}$ デアルトイヒ又單ニ C 點ノ座標ハ $(-6, +2)$ デアルトモトフ。

3. 變數 x ノ値ガ -5 カラ $+5$ マデ變化スルトキ次ノ各函數變化ノ狀態ヲぐらふニ畫ケ。

- | | |
|-------------------|----------------------|
| 1. $y=2x$. | 2. $y=2x-3$. |
| 3. $y=2x+3$. | 4. $y=-3x+1$. |
| 5. $y=-3x-2$. | 6. $2x+y=6$. |
| 7. $y=x^2-7$. | 8. $y=x^2-2x-8$. |
| 9. $-2x^2+5x+7$. | 10. $y-x^2-3x-1=0$. |

整式四則

23. 同類項

代數式

$$3x+2y-2x+5y+2$$

ハ $3x, +2y, -2x, +5y, +2$ ヲ加へ合スコトノ代數和ト見做ストキ,ソレ等ノ數 $3x, +2y, -2x, +5y, +2$ ヲ代數式ノ項トイヒ項ガ幾ツアルカニヨツテ一項式,二項式,三項式等ト呼ブ。

二項式以上ヲ總稱シテ多項式トイヒ,一項式ヲ特ニ單項式ト呼ブコトガアル。

$3x$ ト $-2x, +2y$ ト $+5y$ ノヤウニ文字因數ガ同ジデアル項ヲ同類項トイフ。同類項ハ

$$5x-3x=(5-3)x=2x$$

$$3x-5x=(3-5)x=-2x$$

ノヤウニ加へ合セテ一項トスルコトガ出來ル。

カヤウニスルコトヲ同類項ヲ約スルトイフ。

亦 $+5, -3$ ナドノヤウニ數字ダケデ表サレタ項モ同類項デアアル。

$+3x, -5x$ 等ニ於テソノ數字因數 $+3, -5$ 等ヲソレ等ノ項ノ係數ト云フ。

同類項ヲ約スルニハ係數ノ代數和ニソノ文字因數ヲ添ヘヨ。

$$ax-bx+cx=(a-b+c)x$$

例 1 $3x^2+2x-5x+6$ ノ同類項ヲ約セ。

$+2x$ ト $-5x$ トハ同類項デアアルカラ

$$3x^2+2x-5x+6=3x^2+(2-5)x+6$$

$$=3x^2-3x+6$$

問 1. 次ノ各式ノ中カラ同類項ヲ見出セ。

1. $3x^2+2x-3y+5x$

2. $3x^2+y-5x^2+6x$

3. $2x^2-2xy+6xy-5$

4. $3a^2b+5a-6a^2b-86$

問 2. 次ノ各多項式ノ係數ヲイヘ。

1. $2x^2+5x-5y$

2. $2pq-6p^2-5q$

3. $-3pq^2+6tp+8pq-6$

4. $3ax-5by+6cz+7$

5. $3a^2b+2ab^2-b^3$

例題

次ノ各多項式ノ同類項ヲ約セ。

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. $6x-8x+2x$ | 2. $5y-8y+2y$ |
| 3. $-2a+5a$ | 4. $2xy+3xy$ |
| 5. $2xy-5xy$ | 6. $-2xy+8xy$ |
| 7. $2x^2+3x^2+2x-3x$ | 8. x^2+x-3x^2+5x |
| 9. $4y-y-5y+6y$ | 10. $x^2+3xy-4xy+y^2$ |
| 11. $a^2+2ab-2a^2+b^2$ | 12. $p^2+2p-3p^2-3p$ |
| 13. $am+2am-5am$ | 14. $bn-3bn+5p$ |
| 15. $x^2+\frac{x^2}{3}-\frac{x^2}{2}$ | 16. $xy-\frac{xy}{2}+3xy$ |
| 17. $3l^2+2lm-5l^2$ | 18. $4s^2-\frac{1}{5}st+\frac{1}{3}st$ |

次ノ括弧ノ中ニ適當ナ式ヲ入レヨ。

19. $9x-12x=x(\quad)$
 20. $ax-ay=a(\quad)$
 21. $amx-anx=x(\quad)$

次ノ代數式ノ和ヲ作リソレヲ簡單ニセヨ。

22. $7x, 5x, -6x$ 25. $2a, -8a, +9a$
 23. $-4x^2, +8x^2, +8y^2, -6y^2$
 24. $7ax, -6ax, +2a^2x, +6$

24. 多項式ノ加法

例1 $3x+2$ ト $5x+4$ トノ和ヲ求メヨ。

多項式ヲ加ヘルノハソノ各項ヲ別々ニ加ヘル
 ノト同ジデアル。

$$\begin{aligned}(3x+2)+(5x+4) &= 3x+2+5x+4 \\ &= 8x+6\end{aligned}$$

例2 $6x^2-7xy+8y^2$ ト $-2x^2+10xy-12y^2$ トノ和ヲ求
 メヨ。

$$\begin{aligned}(6x^2-7xy+8y^2)+(-2x^2+10xy-12y^2) \\ &= 6x^2-7xy+8y^2-2x^2+10xy-12y^2 \\ &= 4x^2+3xy-4y^2.\end{aligned}$$

$$\frac{6x^2-7xy+8y^2}{-2x^2+10xy-12y^2}$$

$$4x^2+3xy-4y^2$$

或式ニ多項式ヲ加ヘルニハソノ多
 項式ノ各項ヲ初メノ式ニ加ヘヨ。

$$A+(a-b+c)=A+a-b+c$$

例題

次ノ多項式ノ和ヲ求メヨ。(文字ニ簡單ナ數ヲ
アテハメテ答ヲ驗セヨ)

1. $5x+3, 2x-6$ 2. $5a+3b, 2a-10b$

3. $-3x+5y-7, 4x-7y+10$

4. $7a+3b-6c, -5a-3b+7c$

5. $2x+4y+7z, x-6y+9z$

6. $7m-2n+3p, -5m+4n-7p$

7. $6a+7b-8c+6d, -10a+2b-6c+7d$

8. $8x^3-2x^2+6x, -4x^2-3x+8, 5x^2+12x$

9. $x^2+2xy+y^2, x^2-2xy+y^2, x^2-4xy, 4xy-y^2$

10. $5(x+y)+7(a+b), 7(x+y)-5(a+b)$

11. $2(a+b)-8(a^2+b^2), 9(a+b)+3(a^2+b^2)$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

12. $(8x+6y-5z)+(-9x-5y+2z)$

13. $\left(a+\frac{b}{3}-\frac{c}{2}\right)+\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)$

14. $(8x^2-5x)+(3x-6)+(5-8x+2x^2)$

25. 減法

多項式ヲ引クニハツノ各項ヲ別々ニ引ケバヨ
イノデアアル。從ツテ各項ノ符號ヲ變ヘテ加ヘレ
バヨイ。

單項式又ハ多項式ヲ引クニハツノ
各項ノ符號ヲ變ヘテ加ヘヨ。

$$A-(a-b+c)=A-a+b-c$$

例 1 $(a+b)$ カラ $2b-c$ ヲ引ケ。

$$a+b-(2b-c)=a+b-2b+c=a-b+c$$

例 2 $2x+5y$ カラ $3x-2y$ ヲ引ケ。

$$2x+5y-(3x-2y)$$

$$=2x+5y-3x+2y$$

$$=-x+7y$$

$$\begin{array}{r} 2x+5y \\ -3x+2y \\ \hline -x+7y \end{array}$$

例題

次ノ各引キ算ヲ行ヘ。

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1. $\frac{16x}{-7x}$ | 2. $\frac{-4a}{+5a}$ |
| 3. $\frac{-15x^2}{-13x^2}$ | 4. $\frac{+15mx}{-7mx}$ |
| 5. $\frac{-7ab}{+5ab}$ | 6. $\frac{-8a^2bx}{-5a^2bx}$ |
| 7. $8x^2 - (-2x^2)$ | 8. $-18ax - (6ax)$ |
| 9. $-27xy - (+36xy)$ | 10. $-8(p+q) - 5(p+q)$ |

次ノ第一式ヨリ第二式ヲ引ケ。

11. $5a^2 + 3ab + b^2, 7a^2 - 4ab - 6b^2$
 12. $6y^2 + 5x^2 - xy, 4y^2 - 8x^2 - 8xy$
 13. $9p + 3q - 6r, 13p - 8q + 2r$
 14. $-25m^2 + 4mn - 14n^2, 21m^2 - 5mn + 6n^2$
 15. $7x^3 - 8x^2 + 4x - 7, -8x^3 + 2x^2 - 5x + 10$
 16. $p^3 + 2p - 5p + 6, -9p^3 - 6p^2 + 4p - 8$
 17. $-19a^2b^2 + 2a^4 - 8a^3b, 7a^2b^2 - 4a^4 + 6a^3b$
 18. $\frac{3}{2}(a+b)^2 - \frac{1}{2}(a+b) + 6, -\frac{1}{2}(a+b)^2 + 3(a+b) - 7$
 19. $2(x+y)^2 - 7(x+y) + 1, -7(x+y)^2 + 8(x+y) - 9$

26. 括弧ノ用ヒ方

加減ノ公式

$$A + (a - b + c) = A + a - b + c$$

$$A - (a - b + c) = A - a + b - c$$

ニ於テ括弧内ノ第一項ニ符號ノナイノハ正號＋ガ省カレテキルモノト考ヘルト次ノ法則ガ成リタツ。

括弧ヲ取り去ルニハ、

括弧ノ前ニ＋號ヲ有スルトキハソノ内ノ各項ヲ其ノママ書キ列ベ括弧ノ前ニ－ヲ有スルトキハソノ内ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ書キ列ベヨ。

例 1 $5x + (2x - 7y) - (9x - 8y)$ ヲ簡單ニセヨ。

〔解〕 $5x + (2x - 7y) - (9x - 8y)$
 $= 5x + 2x - 7y - 9x + 8y$
 $= -2x + y.$

例 2 $4a - \{-3a - (7a + 5b) + 6b\}$

$$= 4a - \{-3a - 7a - 5b + 6b\}$$

$$= 4a - \{-10a + b\}$$

$$= 4a + 10a - b$$

$$= 14a - b.$$

又加減ノ公式ヲ右邊カラ左邊ヲ見ルト括弧ノ
ナイ式ニ括弧ヲ用ヒル法則ヲ考ヘルコトガ出來
ル。即チ

幾ツカノ項ヲ括弧デ括ルニハ、

1. 括弧ノ前ニ+號ヲ附ケルナラバ
括弧内ニ各項ヲソノママ書キ列ベ
ヨ。

$$A + a - b + c = A + (a - b + c)$$

2. 括弧ノ前ニ-號ヲ附ケルナラバ
括弧内ニ各項ノ符號ヲ變ヘテ書キ
列ベヨ。

$$A - a + b - c = A - (a - b + c)$$

例題

次ノ各式ノ括弧ヲ外シテ簡單ニセヨ。

1. $x + 2y - (3y - 5z)$
2. $5a - (2a + 7b + 8) - 7$
3. $5y + 7 - (8 - 6y)$
4. $2a^2 - 5ab - \{4a^2 - (-2a^2 - 4ab)\}$
5. $2x + 3 - (5x - 6) + (7 - 4x)$
6. $-6x - 7 - (-6x + 12) - (9x - 8)$
7. $(4p - 7q) - \{(2p - 7q) - (-3p + 8q)\}$
8. $(12lm - 7mn) - \{-(5lm + 7mn)\}$
9. $(9a^2 - 6a + 7) - (-4a^2 + 6a - 9)$
10. $\{6x^2 - (5xy - y^2)\} - \{5x^2 - (7xy + 10y^2)\}$
11. $\{2xy - (6yz - 9zx)\} - \{5xy - (9yz + 6zx)\}$
12. $-\{ -[-(5pq - 7p^2)] \} - \{ -[10 - (5p^2 - 6pq)] \}$

次ノ各式ノ第二項以下ヲ括弧デ括リ括弧ノ前
ニ-ヲ置ケ。

13. $x^2 + y^2 - 2 - 2xy$
14. $a - 2b + c - 3d$
15. $l^2 - m^2 + 2mn - n^3$
16. $p - 2q + 2r - 4s$
17. $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$
18. $5xy - 6xz - (4x^2 - 6yz)$

27. 整式

或文字ニツイテノ割リ算ヲ含マナイ代數式ヲ
ソノ文字ニツイテノ整式トイフ。

$$\frac{2}{3}x^2 - 5x + 6 \quad 1.$$

$$x^2 + \frac{x}{p} - \frac{1}{q} \quad 2.$$

ハ何レモ x ニツイテノ整式デアアル。(2)ハ x ニツ
イテハ整式デアアルガ x, p, q ノ式ト見ルト整式デ
ハナイ。

單項式ノ文字因數ノ數ヲソノ次數トイフ。例
ヘバ

$$2xy, \quad -5x^2 \quad \text{二次式}$$

$$x^3, \quad 2x^2y, \quad 3ax^2 \quad \text{三次式}$$

又 $3ax^2$ ハ三次式デアアルガ x ニツイテハ二次式
デアルトイフコトガアル。 x ニツイテ二次式ト
ハ x ノミヲ文字ト見做シ他ヲ數字ト同様ニ考ヘ
タイヒ表シ方デアアル。

次數ノ大小ニハ高イ低イトイフ言葉ヲ用ヒ三
次式ハ二次式ヨリ一次ダケ高イトイフ。

多項式デハ其ノ各項ノ内最高ノ次數ヲ以テソ
ノ式ノ次數トスル。例ヘバ

$$5x^2 - 6x + 4 \quad \text{二次三項式}$$

$$x^3 - \frac{1}{4}x + 6 \quad \text{三次三項式}$$

$$ax^3 + b \quad x \text{ニツイテ三次式}$$

多項式ヲ整頓スルニハ次數ノ順序ニヨルノガ
普通デアアル。例ヘバ

$$2a^2b^2 + 6ab + a^3 - 4a - 2b - 5$$

$$= 2a^3 + a^3 + 6ab - 4a - 2b - 5$$

唯一箇ノ文字ヲ含ム多項式ヲ整頓スルニハ通
常二ツノ方法ヲ用ヒル。例ヘバ

$$x - 3x^2 + 6x^3 - 7 \quad \text{ヲ整頓スルニハ}$$

$$1. \quad 6x^3 - 3x^2 + x - 7$$

$$2. \quad -7 + x - 3x^2 + 6x^3$$

(1)ノヤウニ次數ガ次第ニ減ジテ行ク場合ヲ
降冪ノ順ニ整頓サレタトイヒ(2)ノヤウニ次數ガ
次第ニ増ス場合ニハ昇冪ノ順ニ整頓サレタトイ
フ。

〔問〕次ノ式ヲ整頓シテ何次式カヲイヘ。

$$1. \quad 5x - 3 + 4x^3 \quad 2. \quad -7x - 6x^5 - (2x - 5x^2)$$

例 題

- 次ノ式ヲ簡單ニシテ整頓セヨ。
 - $2x+3-5x^2-(2x-6-7x^2)$
 - $(2p+6pq-7p^2)-(-6p-5pq-9p^2)$
 - $7x^3-(3x^2y-2x^3)-(5x^2y-7x^3)$
 - $y^5-7y+5y^3-7+(9+y^2-y^3)$
- 順次 $1, -2, +5, -6$ ノ係數トスル x ノ三次四項式ヲ書ケ。
- $x=10$ トスレバ $2768=2x^3+7x^2+6x+8$ ナルコトヲ説明セヨ。又 $8x^3+6x^2+7x+2$ ハ如何ナル數ヲ表スカ。
- 百ノ位ノ數字ヲ a , 十ノ位ノ數字ヲ b , 一ノ位ノ數字ヲ c , $x=10$ トシテ三桁ノ整數ヲ表ス整式ヲ x ノ降冪順ニ書ケ。
- $x=10$ トスレバ $ax^2+bx+c-(a+b+c)$ ハ 3 及ビ 9 ノ倍數デアルコトヲ示セ。
又 $ax^2+bx+c-(cx^2+bx+a)$ ハ 11 デ割リキレルコトヲ示セ。

28. 單項式ト單項式トノ積

例 1 $2a^3 \times a^2 = 2aaa \times aa = 2a^5$

$$(a^3)^2 = a^3 \times a^3 = a^6$$

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a^6$$

$$(ab)^3 = ab \times ab \times ab = a^3b^3$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

例 2 $3ab^2 \times (-2a^2b) = 3 \times a \times b^2 \times (-2) \times a^2 \times b$

$$= 3 \times (-2) \times a^3 b^3 = -6a^3 b^3$$

單項式ト單項式トノ積ヲ作ルニハ

- 係數ノ正負ニヨツテ積ノ係數ガ正ナルカ負ナルカヲ定メ
- 次ニ係數ノ絶對値ノ積ヲ定メ
- 文字因數ノ積ヲ定メヨ。

例題

次ノ各積ヲ求メヨ。

1. $3a^5 \times 4a$
2. $3ab \times 2a^2b$
3. $-a^2 \times (-6a^4)$
4. $-\frac{1}{2}ab \times \frac{1}{2}ab^2$
5. $3xy \times 2$
6. $5xy^2 \times (-4x^2y)$
7. $a^2b \times 5abc$
8. $2xy(-2xy)$
9. $(-2xy)^2$
10. $(-2xy)^3$
11. $(-7abc) \times 2a^2b \times (-3ac^2)$
12. $-6ax(-a^2) \times \frac{2}{3}x^2$
13. $(-\frac{1}{2}yz)(\frac{2}{3}zx)(-\frac{3}{4}xy)$
14. $(2a^2bc)(-3ab^2c)(-5abc^2)$
15. $(2.5mn)(2m^2)(-6mn^2)$
16. $(\frac{3}{5}a^2x)(-10ab^2y)(-2ay)$
17. $(-a)^2(-a^2)(-a^3)$
18. $(-a^2)(+a^4)(-a^3)$
19. $(3p^2)(-p^3)(-5p^4)$
20. $(a+b)^3(a+b)^2$

29. 單項式ト多項式トノ積

ニツ以上ノ數ノ代數和ニ或數ヲ掛ケタ積ハソレ等ノ各數ニコノ乘數ヲ掛ケタ積ノ代數和ニ等シイ。

(分配ノ法則)

$$(a-b+c)x = ax - bx + cx$$

多項式ニ單項式ヲ掛ケルニハ多項式ノ各項ニ單項式ヲ乘ジタ積ノ代數和ヲ作レ。

例題

次ノ計算ヲ行ヘ。

1. $7x(x+y)$
2. $(-2x)(x-2y)$
3. $-5a(a-b+c)$
4. $(5x^2-2x+1)2x$
5. $x^2y(x+y-z)$
6. $a^3(a+b+cz)$
7. $-4x(-x^2+3x-6)$
8. $-7(1-2y+y^2)$
9. $2(3a-2b)-5(a+3b)+2(3a-b)$
10. $\frac{1}{3}ab(3a^2-6ab+12b^2)$

30. 多項式ト多項式トノ積

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) \\ = ac + ad + bc + bd.$$

二ツノ多項式ノ積ヲ求メルニハ第一式ノ各項ト第二式ノ各項トノ積ノ代數和ヲ作レ。

例 $(x+3)(x+2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6.$
 $(x-y)(x+2y) = x^2 + 2xy - xy - 2y^2 = x^2 + xy - 2y^2$

例題

次ノ各積ヲ計算セヨ。

- | | |
|------------------|--------------------|
| 1. $(a+b)(a-b)$ | 2. $(a-b)(c+d)$ |
| 3. $(x+5)(x+2)$ | 4. $(x-5)(x+2)$ |
| 5. $(x+5)(x-2)$ | 6. $(x-5)(x-2)$ |
| 7. $(x+y)(x+4y)$ | 8. $(x-4y)(x-9y)$ |
| 9. $(x+y)(x-4y)$ | 10. $(x-4y)(x+5y)$ |

31. 單項式ヲ單項式デ割ルコト

例 1 $a^5 \div a^3 = (a \times a \times a \times a \times a) \div (a \times a \times a) = a^2$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad \text{但シ } m > n$$

例 2 $9a^2b \div 3a = 3ab$

單項式ヲ單項式デ割ルニハ係數ノ商ト被除數ノ文字因數ノ中カラ除數ノ文字因數ヲ省イタモノヲ書キ列ベヨ。

例題

次ノ各商ヲ求メヨ。

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| 1. $a^7 \div a^5$ | 2. $x^{10} \div x^7$ |
| 3. $m^3 \div m^2$ | 4. $20ab^2 \div ab$ |
| 5. $-14a^3 \div 2a$ | 6. $(-2)^6 \div (-2)^3$ |
| 7. $5x^2y \div xy$ | 8. $x^4y^2 \div x^2y^2$ |
| 9. $-35a^3b^2c^2 \div 7a^2bc$ | 10. $7a^4b^2c^3 \div (-ab^2c^3)$ |

32. 多項式ヲ單項式デ割ルコト

$$(a-b+c)x = ax - bx + cx$$

ナル故ニ

$$(ax - bx + cx) \div x = a - b + c$$

多項式ヲ單項式デ割ルニハ多項式ノ各項ヲ單項式デ割ツタ商ノ代數和ヲ作レ。

例 $(9am + 12bm - 21cm) \div 3m$
 $= 3a + 4b - 7c$

例題

次ノ割リ算ヲ行ヘ。

- $(x^2 - xy) \div x$
- $(a^3b - a^4b^2) \div a^2$
- $(ax^3 + bx^2) \div x^2$
- $(a^2b + a^2b^2 + a^2b^4) \div a^2b$
- $(m^5 - am^3) \div m^2$
- $(6x^4 + 21x^3 - 9x^2) \div 3x^2$
- $(20a^4b - 10a^3b^2 + 15a^2b^4) \div (-5a^2b)$
- $(27a^2x^2 - 18ax^3 - 12x^4) \div 3x^2$
- $\{12(a+b)^4 - 8(a+b)^3 + 6(a+b)^2\} \div 2(a+b)^2$

33. 分數係數ヲ含ム整式

例 $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)x = \frac{1}{2}x$

$$\frac{1}{2}x - 7 - x + 4 = \left(\frac{1}{2} - 1\right)x - 7 + 4 = -\frac{1}{2}x - 3$$

又 $\frac{2x}{3}$ ハ $2 \times x \div 3 = 2 \div 3 \times x$ ナル故 $\frac{2}{3}x$ トシテ次

ノヤウニ計算スルコトガ出來ル。

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{5} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right)x = \frac{13}{15}x$$

例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

- $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}x$
- $\frac{1}{5}x - \frac{1}{3} + \frac{x}{3} + 2$
- $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} + 6$
- $x - 6 + \frac{x}{5} + \frac{2}{7}$
- $\frac{2a}{3} + \frac{a}{5} + 6$
- $\frac{a}{8} - \frac{b}{5} + \frac{a}{4}$
- $\frac{2a}{9} - \frac{2b}{3} - \frac{a}{3} + b$
- $\frac{p}{7} + \frac{p}{6} - \frac{q}{4} + \frac{q}{3}$
- $\frac{6xy}{5} \times \frac{10x^2y}{4} \times \frac{8yz^2}{4}$
- $\left(\frac{2a^2b}{3} + \frac{7ab^2}{6} - \frac{5b^3}{9}\right) \times \frac{3}{7}abc$

練習問題

- $5x^2$ と $(5x)^2$ との意義ヲ説明セヨ。又 x が 2 及 $\pi - 2$ ナルトキノ數値如何。
- $(a+b)^2$ と a^2+b^2 との意義ヲ説明セヨ。
又 $a=5, b=-3$ ナルトキノ各數値ヲ比較セヨ。
次ノ各式ノ括弧ヲ去ツテ整頓セヨ。(3-7)
- $4x-8y-\{5x-(x+3y)-6y\}$
- $5x^2-7x-\{9x^2-(2x^2+4x-7)\}$
- $7a-[5a-\{7a-(4a-7)\}]$
- $15a-[7a-b-\{5a+6b-(7c+5a)\}]$
- $3a-[a+2b-\{7a-(9b-6c+3a)\}]-10a$
次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。(8-13)
- $(x+2)(x+3)-(x-5)(x+4)$
- $5(x-4)(x-8)-(x+6)(x-4)$
- $(x^2+2x-\frac{1}{3})(x-1)$
- $(\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b)(\frac{3}{7}a+\frac{1}{5}b)$
- $(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y)(\frac{4}{5}x-\frac{6}{7}y) \times (\frac{1}{4}x-\frac{3}{8}y)$

- $(\frac{1}{3}p-q)(\frac{3}{5}p-\frac{1}{4}q)-(\frac{9}{8}p-\frac{2}{7}q)(\frac{p}{27}-\frac{14q}{15})$.
- $5x^3-6x^2+7x-8$ = 如何ナル式ヲ加ヘルト $6x^3+14x^2-6x-5$ = ナルカ。
次ノ等式ニ於ケル x ノ値如何。(15-18)
- $\frac{x}{a-b}=a+b$.
- $\frac{x}{a^2-ab+b^2}=a+b$.
- $15p^3-7p^2=p^2x$.
- $\frac{x}{a^2+ab+b^2}=a-b$.
- $a=y+2z-3x, b=z+2x-3y, c=x+2y-3z$ ナルトキ $a+b+c=0$ ナルコトヲ示セ。
- $x=b-c, y=c-a, z=a-b$ ナルトキ $x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx=0$ ナルコトヲ示セ。
- $xy=5$ ナルトキ $(x+2y)(2x+y)-2(x^2+y^2)+15$ ノ値ヲ求メヨ。
- 矩形ノ周圍ノ長サガ 24 米デアル。縦横ノ長サヲ各 5 米ヅツ延ストキ面積ハ何程マスカ。
- x = 就テハ 2 次 y = 就テハ 3 次 z = 就テハ 1 次ナル單項式ガアル。 $x=1, y=1, z=-2$ ナルトキコノ單項式ノ値ガ 10 トナル。コノ式ハ如何ナル式カ。

第五章
一次方程式

34. 方程式・恒等式

乗法ニヨツテ次ノ等式ガ成リ立ツ

$$(x+3)(x+2) = x^2 + 5x + 6 \quad (1)$$

コノ等式ノ兩邊ハ x = 如何ナル數值ヲ與ヘテモ恒ニ相等シクコレニ反シテ

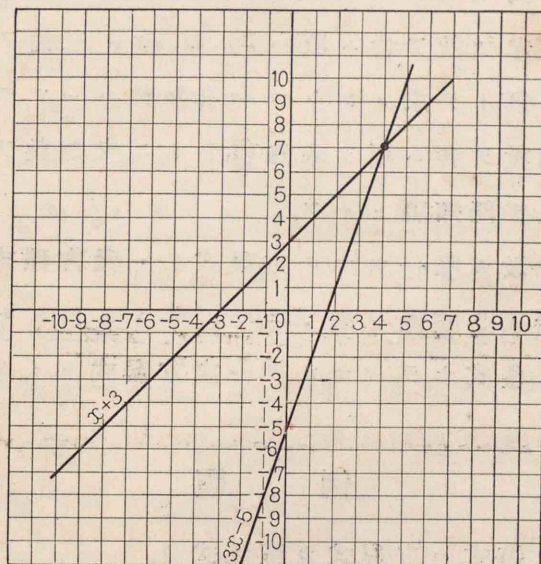
$$3x - 5 = x + 3 \quad (2)$$

ノ等式ヲ見ルニ $x=4$ トスレバ兩邊共ニ 7 トナツテ相等シキモ $x=1$ トスレバ左邊ハ -2 トナリ右邊ハ 4 トナツテ兩邊ハ相等シクナイ。即チ x ノ値ニヨツテ兩邊ガ等シクナルトキト然ラザルトキトアル。

今 x ノ値ガ變化スルトキ(2)ノ兩邊ヲ離シテ各 x ノ函數ト見テ變化ノ狀況ヲぐらふデ示スト次ノヤウニナル。

コノぐらふニヨレバ上ノ等式ハ $x=4$ ナル特別ノ値ヲトルトキニ限ツテ兩邊ハ相等シク從ツテ其他ノ値ニ對シテハ上ノ等式ハ成立シナイ事ガ明デアル。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$3x-5$	-17	-14	-11	-8	-5	-2	1	4	7	10	13
$x+3$	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9



(1)ノヤウニソノ中ニアル文字ガ如何ナル値ヲトルトモ兩邊ガ恒ニ等シイコトヲ示ス等式ヲ恒等式トイヒ(2)ノヤウニソノ中ニアル文字ガ或特別ノ値ヲトルトキニ限リ成立スルコトヲ表シタ等式ガ方程式デアル。

未知数トハ方程式ノ兩邊ヲ相等シクスルタメニ特別ナ値ヲトルト考ヘタ文字ヲ云ヒ、未知数ト區別シテ既ニ定マレル數ヲ既知數トイフ。

$$\text{方程式} \quad 5-3x+2x=5x-7$$

ニ於テ未知数ヲ含ム項ハ $3x, 2x, 5x$ ノ三箇アルガコレヲ解イテ求メントスル未知数ハ一ツデアル。

未知数ヲ含ム項ヲ未知項トイヒ未知数ヲ含まナイ項ヲ既知項トイフ。

未知数ガ唯一ツナル方程式ヲ一元方程式トイヒ、方程式ヲ整理シテ $A=0$ ノ形ニシタトキ A ガ一次ノ整式ナラバコレヲ一次方程式トイフ。

例題

次ノ等式ハ方程式カ恒等式カ。

$$1. \quad 2x+5=x-6$$

$$2. \quad 3x(x+y)=3x^2+3xy$$

$$3. \quad \frac{4}{5}x = \frac{4x}{5}$$

$$4. \quad (x-3)(x+2)=x^2-x-6$$

$$5. \quad 2x-6=14$$

$$6. \quad \frac{1}{5}x-6=7$$

35. 一元一次方程式ノ解キ方

移項スルコト

例 1 $3x-5=2x+4$ ヲ解ケ。

$$\text{〔解〕} \quad 3x-5=2x+4 \quad (1)$$

兩邊ニ 5 ヲ加ヘル

$$3x=2x+4+5 \quad (2)$$

兩邊カラ $2x$ ヲ引ケバ

$$3x-2x=4+5 \quad (3)$$

$$x=9 \quad \text{答}$$

(1)ノ左邊ニアル -5 ハ (2)ノ右邊デ $+5$ トナリ
(2)ノ右邊ニアル $+2x$ ハ (3)ノ右邊デ $-2x$ トナル
ヤウニ等式ノ一邊ニアル項ハ符號ヲ變ヘテ他ノ邊ニ移スコトガ出來ル。カクスルコトヲ移項スルトイフ。

例 2 $2(x-3)+5=4x-7$

括弧ヲイテ整理スレバ

$$2x-6+5=4x-7$$

$$2x-1=4x-7$$

未知項ヲ左邊ニ既知項ヲ右邊ニ移項スレバ

$$2x - 4x = -7 + 1$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

分母ヲ拂フコト

例 1 $2x - \frac{2}{5}x + 6 = \frac{1}{3}x + 1$ ヲ解ケ。

【解】 $2x - \frac{2}{5}x + 6 = \frac{1}{3}x + 1$

未知項ヲ左邊ニ既知項ヲ右邊ニ移項スル。

$$2x - \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x = 1 - 6$$

兩邊ヲ整理スレバ

$$\left(2 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)x = -5$$

$$\frac{19}{15}x = -5$$

$$x = -5 \times \frac{15}{19} = -\frac{75}{19} \quad \text{答}$$

【別解】 係數ノ分母 5 ト 3 ノ最小公倍數 15 ヲ

兩邊ニ掛ケルト

$$30x - 6x + 90 = 5x + 15$$

移項スレバ

$$30x - 6x - 5x = 15 - 90$$

$$19x = -75$$

$$x = -\frac{75}{19}$$

等式ノ兩邊ニ分母ノ最小公倍數ヲ掛ケテ分數ヲ含マナイ等式ニ改メルコトヲ分母ヲ拂フトイフ。

例 2 $\frac{1}{2}(x-5) - \frac{x+2}{5} = x-12$ ヲ解ケ。

【解】 兩邊ニ 10 ヲ掛ケテ分母ヲ拂ヘバ

$$5(x-5) - 2(x+2) = 10(x-12)$$

$$5x - 25 - 2x - 4 = 10x - 120$$

$$5x - 2x - 10x = -120 + 25 + 4$$

$$-7x = -91$$

$$x = 13. \quad \text{答}$$

1. 必要ニ應ジテ分母ヲ拂ヒ,
2. 括弧ヲ外シ,
3. 未知項ヲ一邊ニ既知項ヲ他邊ニ集メテ簡約シ,
4. 未知數ノ係數デ兩邊ヲ割レ。

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $8x-11=5x-3$
2. $2x+6=21x+8$
3. $5x+\frac{x}{2}=\frac{x}{3}-15$
4. $\frac{2x}{3}-\frac{1}{5}=\frac{1}{2}x$
5. $9x-23=14+6x-8$
6. $3(x-2)-5x=8x-17$
7. $2(5x-7)-6(2x+5)=2-5x$
8. $8(2x-15)-3(x-9)=0$
9. $x(x-6)+5x-6=x^2-2(x+1)-8$
10. $(x-5)(x+7)=(x+2)(x-8)$
11. $5y-6+2y=3y-19$
12. $6(y-1)-4(2y-5)=3(y-2)+5(y-3)$
13. $\frac{1}{2}(x-6)=\frac{1}{3}(4-7x)$
14. $\frac{x-2}{3}-\frac{3-2x}{4}=3x-8$
15. $\frac{x-2}{3}-\frac{x-8}{2}=\frac{x-7}{2}-\frac{5-x}{3}$
16. $7(3s-4)-2(5s-8)=3(2s-8)-5(8-7s)$
17. $\frac{m-8}{3}-\frac{m+2}{6}=\frac{m-5}{2}$
18. $2(1.6x-3)+4.7=2x+28.6$

36. 應用問題

例1 父ノ年齢ハ35歳デ子ノ年齢ハ7歳デア
父ノ年齢2倍ガ子ノ年齢ノ5倍ヨリ2ダケ多
カッタノハ今カラ幾年前カ。

【解】 求メル年ヲ今カラ x 年前トスレバ其ノ時
ニ父ハ $(35-x)$ 歳デ子ハ $(7-x)$ 歳デア。依テ

$$2(35-x)=5(7-x)+2$$

コレヲ解ケバ

$$70-2x=35-5x+2$$

$$5x-2x=35+2-70$$

$$3x=-33$$

$$x=-11$$

-11年前ヲ11年後ト解スレバソノ時父ハ46
歳デ子ハ18歳トナリ 46×2 ハ 18×5 ヨリ2ダ
ケ多クナル。

答 11年後 (或ハ-11年前)

カヤウニ負根ニ適當ナ意味ヲツケテ問題解法
ノ範圍ヲ一層擴メルコトガ出來ル。

例2 現在兄ハ11歳デ弟ハ8歳デア。

1. 兄ノ年齢ノ2倍ガ弟ノ年齢ノ5倍ヨリ
4ダケ多クッタノハ今カラ幾年前カ。
2. 兄ノ年齢ノ2倍ガ弟ノ年齢ノ5倍ヨリ
9ダケ多クナルノハ今カラ幾年後カ。

【解】 1. 求メル答ヲ x 年前トスレバ

$$2(11-x) = 5(8-x) + 4$$

コレヲ解ケバ

$$x = 7\frac{1}{3}$$

2. 求メル答ヲ x 年後トスルト

$$2(11+x) = 5(8+x) + 9$$

コレヲ解ケバ

$$x = -9.$$

(1)ノ根ハ正デアルガ整数デナイカラ問題ニ適應シナイ。

(2)ノ場合ハ負根ニ意味ヲツケテ9年前トスルモソノ時兄ハ2歳デ弟ハ生レナイ前デアルカラ問題ニ適シナイ。依ツテ

(1), (2)ノ何レノ場合モ答ハナイ。一般ニ方程式ノ根ガ正シクトモ問題ノ意味ニ適シナ

イ場合ガアル。問題ノ答ヲ決定スルニハタテタ方程式ニツイテノ驗シデハ不十分デ必ズ與ヘラレタ實際問題ニ照シテ吟味セネバナラナイ。若シ方程式ノ根ガ問題ニ適シナイトキハソノ問題ハ不能デアルトイフ。

例題

1. 59ヲ二ツノ部分ニ分ケテ一方ノ $\frac{1}{5}$ ト他方ノ $\frac{1}{6}$ トノ和ヲ11ニナルヤウニセヨ。 (59-x)
2. 現在父ノ年ハ子供ノ年ノ2倍デアルガ21年前ニハ5倍デアツタトイフ。父子現在ノ年ハ各々幾歳カ。
3. 毎時10哩ノ速サヲ有スルもーたーぼーとガアル。河ノ流ニ從ツテ走り下ル時ノ速サハ同ジ流ヲ上ルトキノ速サノ2倍デアル。水流ノ速サ如何。
4. 甲乙二ツノ桶ニ等量ノ水ヲ入レテアル。甲桶カラ4斗6升乙桶カラ1斗5升ヲ汲ミ去ルト甲桶ノ残りハ乙桶ノ残りノ $\frac{2}{3}$ 倍トナル

トイフ。各桶ニ何程ノ水量ガ容レテアルカ。

5. 金 1100 圓ヲ甲乙丙三人ニ分配シテ甲ハ丙ノ 2 倍ニ等シク、乙ハ丙ヨリ 100 圓多クスルニハ如何ニ分配シタラヨイカ。
6. 或人收入ノ $\frac{1}{3}$ ヲ食費ニ $\frac{1}{5}$ ヲ衣住費ニ $\frac{1}{8}$ ヲ交際費ツノ他ニ費シテ尙 41 圓残ツタ。コノ人收入金額ハ何程カ。
7. 或金高ヲ甲乙丙三人ニ分ケテ甲ハ全額ノ $\frac{1}{3}$ ヲヨリ 10 圓多ク、乙ハ全額ノ $\frac{1}{4}$ ヲヨリ 20 圓少ク、丙ハ全額ノ $\frac{1}{3}$ ヲヨリ 31 圓多クナルヤウニシタ。初メノ金高及ビ各自ノ所得ハ何程カ。
8. 歴史ト地理トノ二種ノ書籍ガアツテソノ定價ノ合計ハ 2 圓 60 錢デアアル。歴史ハ定價ノ 2 割引、地理書ハ定價ノ 2 割 5 分引ヨリ 8 錢高ク買ツタタメ二書ノ買價合計 2 圓 10 錢ヲ費シタトイフ。各々ノ定價ヲ求メヨ。
9. 5, 7, 9 ノヤウニ連続シタ三ツノ整数ガアル。
 1. ソノ和ガ 45 デアルトスレバ各數如何。
 2. ソノ和ガ 24 デアル場合ノ各數如何。

練習問題

次ノ各方程式ヲ解ケ。(1-10)

1. $5(2-13x)=31-110x$
2. $3x-4(x+5)=6x-15$
3. $\frac{1}{4}(5n+4)+\frac{1}{3}(7n-1)=10n+6$
4. $\frac{x}{4}+2x-6=8x-7$
5. $(3m-2)(5m+8)=15m(m-6)$
6. $x(x-5)-x(x+6)=5(x-7)$
7. $(y-13)(y-1)=(y-6)(y-5)$
8. $\frac{x-3}{15}+\frac{x+2}{4}=9$
9. $\frac{8s+5}{11}-\frac{s+5}{3}=0$
10. $-\frac{s-3}{3}-\frac{s-5}{4}=4$ 三時短 $(\frac{1}{10} \times 3)$
短 = 分長 $(1 + \frac{1}{12})$ $(\frac{1}{12} \times 3) + (1 + \frac{1}{12})$
11. 三時ト四時トノ間デ時計ノ長針ト短針トガ重リ合フ時刻ヲ求メヨ。
12. 荷車ガアル。前輪ノ周囲ハ 2.5 米デ後輪ノ周囲ハ 3.2 米デアアル。然ラバ幾軒進ム間ニ前輪ハ後輪ヨリモ 175 回多ク回轉スルコトニナルカ。

37. 二元一次方程式

二つの未知数 x, y を含む唯一つの方程式

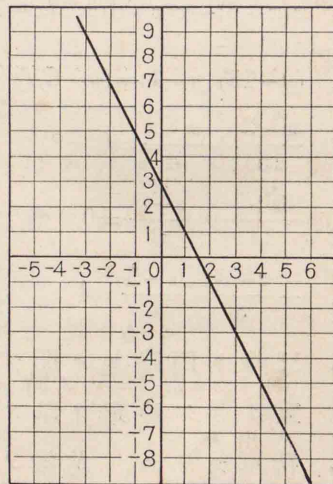
$$2x + y = 3 \quad (1)$$

がアルトキ x を種々の値 x とし、 y の値を計算スルト。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	9	7	5	3	1	-1	-3	-5	-7

即ち y は x の函数である。

又反対に y の値を任意に定メルトキハソレニ應ジタ x の値を計算スルコトが出来る。即ち x は y の函数デ右圖ノグラフハコノ場合ノ函数關係ヲモ表シテ居ル。



(1) の方程式ノ形ヲ變ヘテ

$$y = 3 - 2x \quad (2)$$

トスレバ x が 1 増スゴトニ y は常ニ 2 ダケ減ジソノ割合ガイツモ同ジデアアルコトガワカル。從ツテコノグラフハ一ツノ直線デアアル。

一般ニ二元一次方程式ノグラフハ一ツノ直線デアアル。

此ノ法則ニヨツテ $2x + y = 3$ ノグラフヲ畫クニハ $(x=0, y=3)$ $(x=4, y=-5)$ 等ノ任意二點ヲエラビソレヲ結ビツケレバヨイ。

コノグラフハ $2x + y = 3$ ヲ満足スル x, y ノ値ヲ座標ニモツ點ノ動キデアアルカラコノグラフ上ノ點ノ座標ハ $2x + y = 3$ ヲ満足シソノ他ニハコノ方程式ヲ満足スル點ハナイ。

【問】 同ジ座標軸ヲ用ヒテ次ノ二元一次方程式ノグラフヲ畫キ (1) (2) (3) ノ問ニ答ヘヨ。

$$x - y = 3. \quad x + y = 5.$$

- (1) $x=2, x=5$ ノ時ニ於ケル y ノ値ノ差ヲ見出セ。
- (2) 直線ノ交點ノ座標ヲ見出セ。
- (3) 交點ノ座標ヲ兩方程式ノ左邊ニ夫々代入シテ見ヨ。

38. 聯立二元一次方程式

唯一ツノ二元一次方程式

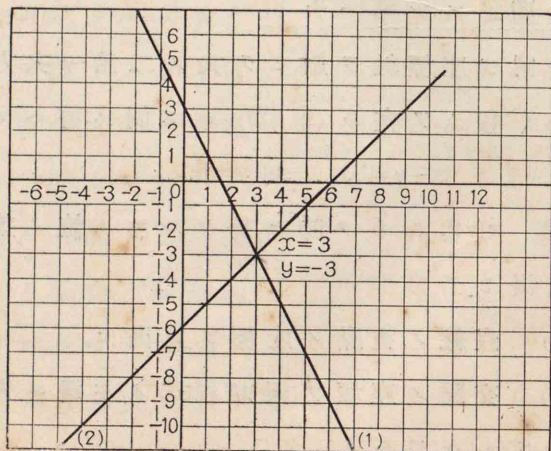
$$2x+y=3$$

デハ x ト y トノ中何レカ一方ヲ任意ニ定メル
トソレニ應ジテ他方ノ値ガ定マルベキ性質デア
ツテコレヲ満足スル x, y ノ双方ノ値ヲ同時ニ定
メルコトハ出来ナイ。

二ツノ二元一次方程式

$$\begin{cases} 2x+y=3 & (1) \\ x-y=6 & (2) \end{cases}$$

ノぐらふヲ畫クト次ノ圖ニナル



(1)ノ直線上ノ總テノ點ノ座標ハ $2x+y=3$ ヲ恒ニ満足シ(2)ノ直線上ノ總テノ點ノ座標ハ $x-y=6$ ヲ恒ニ満足スル。而シテコノ交點ノ座標 $x=3, y=-3$ ハ兩方程式ヲ同時ニ満足シソノ他ニコノ兩方程式ヲ満足スル點ハナイ。

即チ(1), (2)ノ兩方程式ヲ同時ニ満足スル値ヲ求メヨトノ問題ナラバ x, y ノ一組ノ値ヲ定メルコトガ出来ル。一般ニ

二ツノ方程式ニヨツテ二ツノ未知數ガ定メラレル場合ニコノ一組ノ方程式ヲ聯立二元方程式トイフ。

〔問〕次ノ問題ニヨツテ聯立方程式ヲ作リソノぐらふヲ畫イテ聯立方程式ヲ解ケ。

1. 甲ト乙トノ和ハ72デ甲ノ3倍ハ乙ノ2倍ヨリモ34小サイ 甲乙二數ヲ求メヨ。
2. 鶴龜合セテ25頭,ソノ足數ノ和ハ76デア。各幾頭カ。
3. 甲乙二人ノ所有金合計 260圓デ甲ノ所有金ノ3倍ト乙ノ所有金ノ2倍トノ和ハ660圓デア。各ノ所有金如何。

39. 聯立二元一次方程式ノ解キ方

等置法

例 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x+y=3 & (1) \\ x-y=6 & (2) \end{cases}$$

(1)ノ方程式ノ $2x$ ヲ移項スルト

$$y=3-2x \quad (3)$$

(2)ノ方程式ヲ變形スレバ

$$y=x-6 \quad (4)$$

(3)ノ右邊ト(4)ノ右邊ト等シイトオケバ

$$3-2x=x-6 \quad (5)$$

コレヲ解ケバ $x=3$ コノ x ノ値ヲ(3)又ハ(4)ニ代入シテ $y=-3$

x, y ヲ含ム一組ノ等式カラ(5)ノヤウニ文字 x ダケヲ含ム等式ヲ導キ出スコトヲ y ヲ消去スル又ハ y ヲ逐ヒ出ストイフ。

等置法トハ兩方程式カラ同ジ未知數ヲ表ス式ヲ作りソレヲ等シイト置イテ未知數ヲ消去スル方法デアル。

例 題

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{array}{ll} 1. \begin{cases} 2x-y=5 \\ x+y=7. \end{cases} & 2. \begin{cases} 10x+2y=62 \\ x-y=-1 \end{cases} \\ 3. \begin{cases} x+3y=-17 \\ y=2x-15. \end{cases} & 4. \begin{cases} 3x+2y=-17 \\ 5x-y=-50. \end{cases} \\ 5. \begin{cases} 8x-12y=0 \\ 11x-8y=33. \end{cases} & 6. \begin{cases} 17x+30y=45 \\ 8x+11y=36. \end{cases} \end{array}$$

加 減 法

例 1 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} 2x+5y=45 & (1) \\ 3x-4y=-13 & (2) \end{cases}$$

(1)ノ兩邊ニ4ヲ掛ケルト $8x+20y=180$ (2)ノ兩邊ニ5ヲ掛ケルト $15x-20y=-65$

トナリ y ノ係數ノ絶對値ヲ等シクスルコトガ出來ル。コノ兩方程式ノ左邊ハ左邊同志右邊ハ右邊同志ヲ加ヘルト

$$23x=115$$

トナリ y ヲ消去スルコトガ出來ル。

$$\begin{cases} \text{【解】} & \begin{cases} 2x+5y=45 & (1) \\ 3x-4y=-13 & (2) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} (1) \times 4 \quad 8x+20y=180 \\ (2) \times 5 \quad -15x-20y=-65 \\ \hline 23x \quad \quad =115 \end{array}$$

$$x=5$$

この値ヲ (1) ニ代入スレバ

$$2 \times 5 + 5y = 45$$

$$5y = 35 \quad \text{答} \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}$$

$$\text{【驗】 (1) 左邊} = 2 \times 5 + 5 \times 7 = 45$$

$$(2) \text{ 左邊} = 3 \times 5 - 4 \times 7 = -13$$

例 2 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x+3y=19 & (1) \\ x-5y=-21 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y=19 & (1) \\ x-5y=-21 & (2) \end{cases}$$

$$\text{【解】 (1)-(2) } \quad 8y=40$$

$$y=5$$

この値ヲ (1) ニ代入スレバ

$$x+15=19$$

$$x=4$$

$$\text{答} \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$$

二ツノ方程式ニ於ケル同ジ未知數ノ係數ノ絶對値ガ等シクナル様ニシテ邊々相加ヘルカ又ハ相減ズレバ一ツノ未知數ヲ消去スルコトガ出來ル。この方法ヲ加減法トイフ。

例題

加減法ニヨツテ次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} 3x+y=17 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x+y=22 \\ 2x+y=13 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 6x+2y=40 \\ x-3y=16 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x+2y=31 \\ x+3y=50 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x-3y+34=0 \\ 3x+2y-1=0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 6x+8y=17 \\ 5x+7y=25 \end{cases}$$

代入法

例 1 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} x-2y=1 & (1) \\ 2x+3y=23 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=1 & (1) \\ 2x+3y=23 & (2) \end{cases}$$

(1) ノ方程式ヲ變形シテ

$$x=1+2y \quad (3)$$

この右邊ノ式ヲ (2) ノ x ニ代入スレバ

$$2(1+2y)+3y=23$$

コレヲ解イテ $y=3$

この値ヲ (3) へ代入シテ

$$x=1+2 \times 3=7$$

$$\text{答} \begin{cases} x=7 \\ y=3. \end{cases}$$

一ツノ方程式カラ未知數ヲ表ス式ヲ作りコレヲ他ノ方程式ニ代入シテ未知數ヲ消去スルコトガ出來ル。この方法ヲ代入法トイフ。

例題

代入法ヲ用ヒテ次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} 2x+y=1 \\ 5x-2y=-25. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x+5y=41 \\ x=15-3y. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x-4y=28 \\ 5x+8y=0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 5x+2y=56 \\ 4x-2y=-2. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x-3y=23 \\ y=x-2. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x+7y=62 \\ x=2y-1. \end{cases}$$

雜例

例 1 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{7y-1}{6} = -6 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.5x+0.5y-11=0 & (2) \end{cases}$$

(1) ノ分母ヲ拂ヘバ

$$3(3x-1)-2(7y-1)=-72$$

括弧ヲ外シテ整理スレバ

$$9x-14y=-71 \quad (3)$$

(2) ノ兩邊ヲ 2 倍シテ移項スレバ

$$5x+y=22 \quad (4)$$

(3), (4) ノ一組ヲ解イテ

$$x=3 \quad y=7$$

$$\text{答} \begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$$

一般ニ二元一次方程式ハ必要アラバ分母ヲ拂ヒ括弧ヲ解キ適當ニ整理スルトキハ

$$\frac{ax+by}{c}=d$$

ノ形ニ改メルコトガ出來ル。コレヲ二元一次方程式ノ標準ノ形トイフ。

二元一次方程式ヲ解クニハ兩方程式ヲ整理シテコレヲ標準ノ形ニ改メ而ル後等置法、加減法又ハ代入法ノ何レカヲ用ヒル。

例題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{7y}{2} = 16 \\ \frac{3x}{4} - \frac{2y}{3} = 1\frac{1}{12} \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{11}{3} \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{2} = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 15 = \frac{2-3x}{3} - \frac{5y-8}{2} \\ 8 = \frac{2x-y}{4} + \frac{25+y}{2} \end{cases} \quad 4. \begin{cases} \frac{2}{3}(x+1) = \frac{1}{5}(y-1) \\ \frac{1}{4}(2x-y) = \frac{1}{5}(x+7) \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{x-2}{3} + \frac{x+y}{4} = 5 \\ \frac{x+5}{2} - \frac{x-2y}{4} = 7 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 0.2x - \frac{y+1}{3} = 4 \\ 3.1x + \frac{y-5}{4} = 8 \end{cases}$$

40. 應用問題

例1 二種ノ茶ガアル。上茶5斤ト下茶3斤トヲ混合スレバ一斤1圓56錢ノ茶トナリ、上茶7斤ト下茶5斤トヲ混合スレバ一斤1圓62錢ノ茶トナル。上下各一斤ノ値ヲ求メヨ。

〔解〕 上茶一斤ノ價ヲ x 錢下茶一斤ノ價ヲ y 錢トスルト

$$\begin{cases} 5x+3y=165 \times 8 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x+5y=162 \times 12 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \times 5 \quad 25x+15y=6600$$

$$(2) \times 3 \quad 21x+15y=5832$$

$$4x = 768$$

$$x=192$$

コノ値ヲ(1)ニ代入スレバ

$$960+3y=1320$$

$$3y=360$$

$$y=120$$

答 $\begin{cases} \text{上} & 1\text{圓}92\text{錢} \\ \text{下} & 1\text{圓}20\text{錢} \end{cases}$

〔驗〕 各自試ミヨ。

例2 二桁ノ正ノ整數ガアル。ソノ數字ノ位置ヲ交換シタ數ノ2倍ハ原ノ數ニ1ヲ加ヘタ數

ニ等シク十ノ位ノ數字ハ一ノ位ノ數字ヨリ4
ダケ大デアルトイフ。コノ數ヲ求メヨ。

【解】 十ノ位ノ數字ヲ x , 一ノ位ノ數字ヲ y トス
ルトコノ整數ハ $10x+y$ デ數字ノ位置ヲ交換
タ數ハ $10y+x$ デ表サレル。依テ題意ニ從ヒ

$$\begin{cases} 2(10y+x)=10x+y+1 & (1) \\ x=y+4 & (2) \end{cases}$$

コノ一組ノ聯立方程式ヲ解ケバ

$$x=7, \quad y=3$$

答 73.

例題

1. 甲乙二數ガアル。甲ノ2倍ハ乙ノ3倍ヨリ
2ダケ大キク甲ノ3倍ト乙ノ5倍トノ和ハ
98デアアル。甲乙二數ヲ求メヨ。
2. 二桁ノ正ノ整數ガアル。ソノ數トソノ數字
ノ順序ヲ交換シタ數トノ和ハ88デソノ數字
ノ差ハ4デアアル。ソノ整數ヲ求メヨ。
3. 甲ガ2.5秒間ニ走ル距離ハ乙ノ3秒間ニ走
ル距離ト等シク、甲乙二人ガ10秒間ノ競走ヲ

シテ甲ハ10米勝ツタ 甲乙各ノ速サハ每秒
何程ナルカ。

4. 矩形ノ地面ガアル、縦ヲ3間増シ横ヲ5間短
クスルト面積ハ30坪減ジ、若シ縦ヲ4間増シ
横ヲ2間短クスルト面積ハ28坪増ストイフ。
縦及ビ横ノ長サヲ求メヨ。
5. 甲ノ貯金カラ47圓ヲ引キ出ストキハ乙ノ貯
金高ノ半額ニ等シク、乙ノ貯金カラ14圓ヲ引
キ出ストキハ甲ノ貯金高ノ半額ニ等シクナ
ルトイフ。甲乙兩人ノ貯金高ヲ求メヨ。
6. 三桁ノ整數ガアル中央ノ數字ハ8デ兩端ノ
數字ノ和モ8デアアル。又左端ノ數字ヲ右端
ニ移シタ數ハ原ノ數ノ2倍ヨリ83ダケ大デ
アル。原ノ數ヲ求メヨ。
7. 甲乙二人ガ120籽離レタ東西兩地カラ相向
ツテ同時ニ出發スルト $1\frac{11}{19}$ 時間デ出會ヒ、又
同ジ方向ニ甲ガ乙ヲ追フトキハ5時間デ兩
人ノ距離ハ100籽トナル。甲乙ノ速サハ毎
時何程ナルカ。

練習問題

次ノ方程式ヲ解ケ。(1-13)

1. $21-18x=35-6x$ 2. $4y+5-y=5y-7$
3. $3m+8+6m-10=17-8m-6$
4. $3(x-7)-6(x-8)=12$
5. $6(y-1)-9(y+6)=-93$
6. $8y-9(25-3y)=6(y+7)-4(y+12)+12$
7. $(7-x)(9-x)=(10-x)(5-x)$
8. $(x-5)(x-8)=(x-2)(x-10)+11$
9. $\frac{1}{3}\left[x-\frac{1}{2}\left\{x-\frac{1}{3}\left(x-\frac{x}{5}\right)\right\}\right]=\frac{19}{6}$
10. $\frac{1}{2}(x-2)-\frac{1}{3}(x-6)-\frac{1}{4}(x+4)+\frac{7}{2}=0$
11. 次ノ三方程式ヲ同時ニ満足スル x, y ノ値ガアルトイフ。 a ノ値ヲ求メヨ。
 $8x+7y=37, 2x+5y=19, 8x-2y=a+1$
12. 次ノ聯立方程式デ $a=2, b=3$ ナルトキ x, y ノ値如何。
 $x+ay+a^2=0 \quad x+by+b^2=0$
13. 父ハ 53 歳母ハ 47 歳デ、三子ノ年齢ハ夫々 21,

18, 15 デアル。父母ノ年ノ和ガ三子ノ年ノ和ノ 2 倍ニ等シクナルノハ幾年後カ。

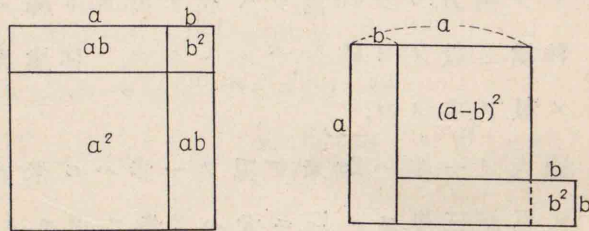
14. 六桁ノ正ノ整數ガアル、左端ノ數字ハ 1 デコレヲ右端ニ移スト原ノ數ノ三倍トナル。コノ數ヲ求メヨ。
15. 一ツノ籠ノ中ニ林檎ト柿トガ若干箇ヅ、入レテアル。林檎ノ數ノ $\frac{1}{3}$ ハ柿ノ數ノ $\frac{1}{4}$ ニ等シク兩方カラ 10 箇ヅ、取り出スト柿ノ數ハ林檎ノ數ノ 2 倍トナルトイフ。林檎及ビ柿ノ數ヲ求メヨ。
16. 獵犬ノ一步ハ $2a$ 米デ兎ノ一步ハ a 米デアル。又兎ガ三步スル間ニ犬ハ 2 步スルモノトス。今前方 $50a$ 米ニアル兎ヲ犬ガ追フトキ兎ヲ捕ヘルマデニ兎ハ幾步スルカ。
17. 甲商人ハ白米若干石ヲ一升 40 錢ノ割デ買ヒ入レ、之ヲ 5 分ノ利ヲ得テ乙ニ賣リ乙ハ之ヲ買價ノ 4 分ノ利ヲ得テ丙ニ賣ツタ。コノ時甲ノ利益ハ乙ノ利益ヨリ 1 圓 12 錢多カッタイトフ。甲ノ得タ利益及ビ買ヒ入レタ石數ヲ求メヨ。

整式ノ乗法除法

41. 和ノ平方・差ノ平方

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

コレハ一般ニ二數ノ和又ハ差ノ自乗ヲ求メル
公式トシテ用ヒラレル。又コノ二ツノ公式ヲ表
スニ次ノヤウナ式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ デ示スコト
ガアル。

二數ノ和ノ平方ハコレ等ノ數ノ平
方ノ和ニ二數ノ積ノ二倍ヲ加ヘタモ
ノニ等シク

二數ノ差ノ平方ハ此等ノ數ノ平方
ノ和カラ二數ノ積ノ二倍ヲ減ジタモ
ノニ等シイ。

例 1 $13^2 = 10^2 + 2 \times 3 \times 10 + 3^2 = 169$

例 2 $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 + 1$
 $= 10000 - 200 + 1 = 9801.$

例 3 $(2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2.$

例題

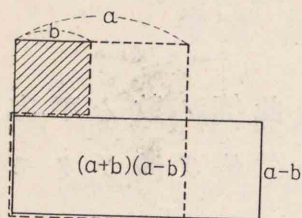
公式ヲ用ヒテ次ノ積ヲ書ケ。

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| 1. $(x+a)^2$ | 2. $(y-b)^2$ |
| 3. $(x-5)^2$ | 4. $(x+p)^2$ |
| 5. $(m+7)^2$ | 6. $(x-y)^2$ |
| 7. $(5a+3b)^2$ | 8. $(4x-3y)^2$ |
| 9. $\{(a+b)+3\}^2$ | 10. $\left(3x+\frac{1}{3}\right)^2$ |

42. 和ト差トノ積

面積

乗法



$$\begin{aligned} & (a+b)(a-b) \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2. \end{aligned}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

二數ノ和ト差トノ積ハコレ等ノ數ノ平方ノ差ニ等シイ。

例 1 $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$

例 2 $(2x+3y)(2x-3y) = 4x^2 - 9y^2$

例 3 $(1-a)(1+a)(1+a^2) = (1-a^2)(1+a^2) = 1-a^4$

例題

公式ニ依テ次ノ積ヲ求メヨ。

1. $(x-a)(x+a)$

2. $(x+5)(x-5)$

3. $(r+5)(r-5)$

4. $(t+q)(t-q)$

5. $(y+a)(y-a)$

6. $(3a+2b)(3a-2b)$

7. $(3x-2z)(3x+2z)$

8. $(5p+3s)(5p-3s)$

9. $(2a+5b)(2a-5b)$

10. $(xy+3)(xy-3)$

11. $(3bc-4)(3bc+4)$

12. $(1-5mn)(1+5mn)$

13. $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)$

43. 二項式ノ積 其一

$$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab$$

$$= x^2 + (a+b)x + ab.$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

コノ公式ニヨツテ $(x+a)(x+b)$ ハ $x^2 + px + q$ ノ形ニ改メルコトガ出來ル。

例 1 $(x+3)(x+5) = x^2 + 8x + 15$

$$(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15$$

$$(x+3)(x-5) = x^2 - 2x - 15$$

$$(x-3)(x-5) = x^2 - 8x + 15$$

例 2 $(x-6y)(x+9y) = x^2 + 3xy - 54y^2$

例題

公式ヲ用ヒテ次ノ積ヲ求メヨ。

- 1. $(x+3)(x+2)$
- 2. $(x-7)(x+1)$
- 3. $(x-5)(x+3)$
- 4. $(x-8)(x-6)$
- 5. $(x+2)(x+6)$
- 6. $(x-6)(x+2)$
- 7. $(x-6)(x-2)$
- 8. $(x+6)(x-2)$
- 9. $(x-2y)(x-5y)$
- 10. $(h-2k)(h+7k)$

44. 一般多項式ノ乗法

稍複雑ナ多項式ノ積ハ次ノヤウニ演算ヲ行ッテ求メルコトガ出來ル。

例 1 $(x^3-2x+1)(3x^2-x+2)$ ヲ計算セヨ。

$$\begin{array}{r}
 x^3 \quad -2x+1 \dots\dots\dots A \\
 3x^2-x+2 \\
 \hline
 3x^5 \quad -6x^3+3x^2 \dots\dots\dots A \times 3x^2 \\
 \quad -x^4 \quad +2x^2-x \dots\dots\dots A \times (-x) \\
 \quad \quad 2x^3 \quad -4x+2 \dots\dots\dots A \times 2 \\
 \hline
 3x^5-x^4-4x^3+5x^2-5x+2 \\
 A \times 3x^2 + A \times (-x) + A \times 2 \\
 = A(3x^2-x+2) = (x^3-2x+1)(3x^2-x+2)
 \end{array}$$

乗法ノ演算ヲ行フニハ

- 1. 整頓シテ各項ヲソノ次數ノ順ニ排列シ
- 2. 被乗數ノ或次數ノ項ガ缺ケテ居ル場合ニハ

其ノ位置ヲ空ケテ書ク

ト同類項ガ縦ニソロフヤウニシソレ等ヲ加ヘテ積ヲ求メルノニ容易デアル。

モシ文字ガ二ツ以上アルトキハアル特別ナ文字ニ着目シテ整頓スレバヨイ。

例題

- 1. $(a^2+2a+1)(a-5)$
- 2. $(2x^2-5xy+6y^2)(2x^2+2y^2)$
- 3. $(ax+by-cz)(ax+by+cz)$
- 4. $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
- 5. $(x-1)(x-2)(x+5)$
- 6. $(4x^2+2xy+y^2)(2x+y)(2x-y)$
- 7. $(a+b)^3$
- 8. $(a+b-c)^2$
- 9. $(2a+3b)^2-(a-2b)^2$
- 10. $(9k^2-6kh+4h^2)(9k^2+6kh+4h^2)$

45. 二項式ノ積 其二

例 $(3x+5)(2x+3)$ ヲ計算セヨ。

$$\begin{array}{r} 3x+5 \\ 2x+3 \\ \hline 6x^2+10x \\ + 9x+15 \\ \hline 6x^2+19x+15 \end{array}$$

演算ノ途中ヲ省略シテ積ヲ求メルニハ

$$\begin{array}{r} 3x \quad +5 \\ 2x \quad +3 \\ \hline 6x^2 + (10+9)x + 15 \end{array} \quad \begin{array}{c} 9 \\ \hline (3x+5)(2x+3) \\ \hline 10 \end{array}$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

例 1 $(5x+2)(3x+4) = 15x^2 + (20+6)x + 8$

$$= 15x^2 + 26x + 8$$

$$(5x-2)(3x+4) = 15x^2 + (20-6)x - 8$$

$$= 15x^2 + 14x - 8$$

$$(5x+2)(3x-4) = 15x^2 + (-20+6)x - 8$$

$$= 15x^2 - 14x - 8$$

$$(5x-2)(3x-4) = 15x^2 + (-20-6)x + 8$$

$$= 15x^2 - 26x + 8$$

$$\begin{aligned} \text{例 2 } (3x+7y)(2x-5y) &= 6x^2 + (14-15)xy - 35y^2 \\ &= 6x^2 - xy - 35y^2 \end{aligned}$$

例 題

次ノ各積ヲ計算セヨ。

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. $(2x+3)(3x+2)$ | 2. $(2x-7)(5x+1)$ |
| 3. $(3x-5)(x+4)$ | 4. $(2x-6)(3x+7)$ |
| 5. $(5x-2)(4x+6)$ | 6. $(4x-5)(2x-7)$ |
| 7. $(2x-3y)(4x-5y)$ | 8. $(3x-5y)(2x-y)$ |
| 9. $(8h-4k)(5h-7k)$ | 10. $(2a+6b)(8a-3b)$ |

46. 乗法公式

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$$

$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3-1$$

一般ニ

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

今マデニ學ンダ公式ヲ舉ゲテ見ルト

乗法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (3)$$

$$(ax+b)(cx+d) \\ = acx^2 + (ad+bc)x + bd \quad (4)$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3 \quad (5)$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3 \quad (6)$$

コレ等ノ公式ヲ乗法公式トイヒコレヲ用ヒテ種々ノ計算ヲ迅速ニ求メルコトガ出来ル。

例 1 $(2x-3)(3x+5) - (x+6)^2$
 $= 6x^2 + (10-9)x - 15 - (x^2 + 12x + 36)$
 $= 5x^2 - 11x - 51.$

例 2 $(2a-3b+c)(2a+3b+c)$
 $= (2a+c)^2 - (3b)^2$
 $= 4a^2 + 4ac + c^2 - 9b^2.$

例 3 $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2) = x^3 + 8y^3$

例題

乗法公式ヲ用ヒテ次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $(x+3)(x+5) + (x+7)(x-7)$
2. $(x-4)(x+6) - (x-8)(x+8)$
3. $(x-5)(x-2) - (x-3)^2$
4. $(x-6)^2 - (x-8)^2$
5. $(2x+1)(3x-4) - (2x-6)^2$
6. $(5x+7)^2 - (3x+4)(3x-4)$
7. $(2x+6y)^2 + (3x-y)^2 - (4x+5y)^2$
8. $(2x+5)(x-3) + (x+4)(x-8) - (x-7)^2$
9. $(x-y)(x^2+xy+y^2) + (x+y)(x^3-xy+y^3)$
10. $(a+b)^2 + (a-b)^2$
11. $(x+y)^2 - (x-y)^2$
12. $\frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{2}(b-c)^2 + \frac{1}{2}(c-a)^2$
13. $(x-2y)(x^2+4xy+4y^2) - (x+2y)(x^2-4xy+4y^2)$
14. $\{(2a-3b)+5\} \{(2a-3b)-3\}$
15. $\{(4x-y)+2z\} \{(4x-y)-2z\}$

47. 多項式ノ除法

例 1 $2a^3 - 5a^2b - ab^2 + b^3$ ヲ $2a + b$ デ割レ。

[演算]

[乘法トノ比較]

$$\begin{array}{r}
 a^2 - 3ab + b^2 \\
 2a + b \overline{) 2a^3 - 5a^2b - ab^2 + b^3} \\
 \underline{2a^3 + a^2b} \\
 -6a^2b - ab^2 \\
 \underline{-6a^2b - 3ab^2} \\
 2ab^2 + b^3 \\
 \underline{2ab^2 + b^3} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2a + b \\
 a^2 - 3ab + b^2 \\
 \dots\dots\dots 2a^3 + a^2b \\
 \dots\dots\dots -6a^2b - 3ab^2 \\
 \dots\dots\dots 2ab^2 + b^3 \\
 \dots\dots\dots 2a^3 - 5a^2b - ab^2 + b^3
 \end{array}$$

コノ割リ算デ毎回引キ算ヲ行ツタ減數ノ總和ハ $2a + b$ ト $a^2 - 3ab + b^2$ トノ積ニ等シイ即チ

$$2a^3 - 5a^2b - ab^2 + b^3 = (2a + b)(a^2 - 3ab + b^2)$$

故ニ $\frac{2a^3 - 5a^2b - ab^2 + b^3}{2a + b} = a^2 - 3ab + b^2$

例 2

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 2x + 5 \\
 x^2 + x - 3 \overline{) 2x^4 - 3x^3 + 11x^2 - 15} \\
 \underline{2x^4 + 2x^3 - 6x^2} \\
 -2x^3 + 3x^2 + 11x \\
 \underline{-2x^3 - 2x^2 + 6x} \\
 5x^2 + 5x - 15 \\
 \underline{5x^2 + 5x - 15} \\
 0
 \end{array}$$

答 $2x^2 - 2x + 5$

除法ノ演算ヲ行フニハ

1. 整頓シテ各項ヲソノ次數ノ順ニ排列シ
2. 被除數ノ或次數ノ項ガ缺ケテ居ル場合ニハソノ位置ヲ空ケテ書ク

ト計算ニ都合ガヨイ。

例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $(x^2 + 7x + 6) \div (x + 1)$
2. $(x^2 + 3x - 10) \div (x - 2)$
3. $(x^2 + 2x - 63) \div (x + 9)$
4. $(x^3 - x^2 - 4x + 4) \div (x^2 - 3x + 2)$
5. $(x^3 + 3x^2b + 3ab^2 + b^3) \div (a + b)$
6. $(2x^3 - 5x^2 + x + 2) \div (x^2 - 3x + 2)$
7. $(y^3 - 5y^2 + 10y - 12) \div (y - 3)$
8. $(6x^3 - 10x^2y - 21xy^2 + 4y^3) \div (3x + 4y)$
9. $(2a^3 - 17a^2b + 5ab^2 + 24b^3) \div (2a - 3b)$
10. $(6x^4 - 19x^3 + 21x^2 + 8x - 30) \div (3x - 5)$
11. $(x^4 - y^4) \div (x - y)$
12. $(x^5 + y^5) \div (x + y)$
13. $(x^5 - y^5) \div (x - y)$
14. $(x^5 - y^5) \div (x - y)$
15. $(a^4 + a^2b^2 + b^4) \div (a^2 + ab + b^2)$

48. 剰 餘

例 1 x^3+2x^2-5x+6 ヲ x^2-1 デ割ルコト

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x^2-1 \overline{) x^3+2x^2-5x+6} \\ \underline{x^3 -x} \\ 2x^2-4x+6 \\ \underline{2x^2 -2} \\ -4x+8 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{整商 } x+2 \\ \text{剰餘 } -4x+8 \end{array}$$

法ヨリ次數ノ低イ殘ガ出タ場合ニハ割リキレナイ又ハ整除サレナイトイフ。ソノ場合殘ヲ剰餘トイヒ剰餘ガ出ルマデニ得タ整式ヲ整商トイフ。

上ノ演算デ毎回引キ算ヲ行ツタ減數ノ總和ハ $(x^2-1)(x+2)$ ニ等シイカラ

$$x^3+2x^2-5x=(x^2-1)(x+2)+(-4x+8)$$

$$\frac{x^3+2x^2-5x}{x^2-1}=x+2+\frac{-4x+8}{x^2-1}$$

整式 A ヲ他ノ整式 B デ割ツタ時ノ整商ヲ Q, 剰餘ヲ R トスルト

$$A=BQ+R \quad \frac{A}{B}=Q+\frac{R}{B}$$

例 2 $2x^3+x^2y-xy^2+y^3$ ヲ $x-y$ デ割レ。

$$\begin{array}{r} 2x^2+3xy+2y^2 \\ x-y \overline{) 2x^3+x^2y-xy^2+y^3} \\ \underline{2x^3-2x^2y} \\ 3x^2y-xy^2 \\ \underline{3x^2y-3xy^2} \\ 2xy^2+y^3 \\ \underline{2xy^2-2y^3} \\ 3y^3 \end{array}$$

整商 $2x^2+3xy+2y^2$

剰餘 $3y^3$

$$\begin{array}{r} -y^2 \\ -y+x \overline{) y^3-xy^2+x^2y+2x^3} \\ \underline{y^3-xy^2} \\ x^2y+2x^3 \\ \underline{x^2y-x^3} \\ 3x^3 \end{array}$$

コノ例ノヤウニ降冪順ニ整頓スルトキソノ着目スル文字ニヨツテ割リ算ノ結果ハ一般ニ同一デハナイ。但シ割リキレル場合ニハ何レノ方法ニヨルモ結果ハ同一デアル。

例 題

次ノ第一式ヲ第二式デ割レ。

1. $2x^2-5x+3, x-3$

2. $x^2+3x+5, x-7$
3. $3x^3-7x^2+5x+7, 3x+8$
4. $2x^4+8x^3-6x^2-7x+12, x^2+8x-5$
5. $7x^4-11x^3y-6x^2y^2+4xy^3+y^4, x^2-2xy+2y^2$

練習問題

次ノ各計算ヲ行へ。[1—9]

1. $(x-5)(x-2)+(x-6)(x-8)-2(x-7)(x+11)$
2. $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)$
3. $(x-a)(x+a)-(x-a)^2$
4. $(a+b)^2(a-b)^2$
5. $(a+b)^3-(a-b)^3$
6. $(x^2-ax+a^2)(x^2+ax+a^2)(x^4-a^2x^2+a^4)$
7. $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab)+3abc$
8. $(a^2-2ab+4b^2)(a^2+2ab+4b^2)(a^4-4a^2b^2+16b^4)$
9. $(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(b+c-a)$
10. $b^2=ac$ ナラバ $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+b^2+c^2$ ナル
コトヲ證明セヨ。
11. $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)+(b-c)(c-a)(a-b)=0$
ナルコトヲ計算セヨ。

12. $a=-(b+c)$ ナラバ $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ ナルコト
ヲ證明セヨ。
13. 計算ニヨツテ
 $(x+y)(x+z)-x^2=(y+z)(y+x)-y^2=(z+x)(z+y)-z^2$
ナルコトヲ示セ。
14. $(b+c)(c+a)(a+b)+abc=(a+b+c)(bc+ca+ab)$ ナ
ルコトヲ證明セヨ。
15. $(y+z)^2+(z+x)^2+(x+y)^2-(x^2+y^2+z^2)=(x+y+z)^2$ ナ
ルコトヲ計算デ示セ。
16. x^2+8x+a ヲ $x+5$ デ割リキレルトキ a ノ値ヲ
求メヨ。
17. $6x^2-cx+9$ ガ $2x-3$ デ割リキレルトキ c ノ
値ヲ求メヨ。
18. x^2+x-5 デ割ツテ整商ガ x^2-2x+1 デ剰餘ガ 8
トナル整式ヲ求メヨ。
19. $x^4-2x^3-6x^2+cx+m$ ガ x^2-4x+3 デ割リキレル
ヤウニ c, m ノ値ヲ定メヨ。
20. 次ノ等式ノ正シイコトヲ示セ。
 $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
(公式)

第二篇

因數分解

二次方程式

第七章

因數分解

49. 因數

$$m(a+b+c) = ma + mb + mc$$

$$(x+3)(x+5) = x^2 + 8x + 15$$

ナル故

$ma + mb + mc$ ハ m ト $a+b+c$ トノ積デ

$x^2 + 8x + 15$ ハ $x+3$ ト $x+5$ トノ積

デアル。一般ニ

一ツノ整式 P ガ幾ツカノ整式 A, B, C 等ノ積ニ等シトキハソレ等ノ掛ケ合セタ各式 A, B, C 等ヲ原式 P ノ因數又ハ約數トイフ。

$x+3$ ト $x+5$ トカラ積 $x^2 + 8x + 15$ ヲ求メルノハ乘法デ積 $x^2 + 8x + 15$ ト一ツノ因數 $x+3$ トヲ知ツテ

他ノ因數 $x+5$ ヲ求メルコトハ除法デアル。

$x^2 + 8x + 15$ ダケヲ知ツテソノ各因數 $x+3, x+5$ ヲ決定シ積 $(x+3)(x+5)$ ニ書キ直スコトヲ因數ニ分解スルトイフ。

單項式例ヘバ x^2y ハ x, x, y ノ三箇ノ因數ノ積デアルコトヲ表シテキルカラ單項式ノ因數ハ容易ニ認メルコトガ出來ル。コレニ反シテ多項式ヲ因數ニ分解シテソノ積ノ形ニ改メルコトハ一般ニ容易デアルトハイヘナイ。

$$ma + mb + mc = m(a+b+c)$$

デアルカラ

$$2x^2y - 3xy^2 = xy(2x) - xy(3y)$$

$$= xy(2x - 3y)$$

カヤウニスルコトヲ共通因數ヲ括り出ストイフ。

多項式ヲ因數ニ分解スルニハ共通因數アラバ先ツコレヲ括り出セ。

$$ma + mb + mc = m(a+b+c)$$

例 1 $x(a+b) + y(a+b) = (a+b)(x+y)$

$$\begin{aligned} \text{例 2 } ab+cd+ad+bc &= a(b+d)+c(b+d) \\ &= (b+d)(a+c) \end{aligned}$$

例題

次ノ各整式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| 1. $ax+bx-cx$ | 2. $ax-ay+az$ |
| 3. $2x^2-3x^2y+5x^2z^2$ | 4. $a^2x+a^2y-a^2z$ |
| 5. x^3+2x^2y | 6. $x^2y+2x^2y^2$ |
| 7. $ax-a^2x+ax^2$ | 8. $a^2b-ab^2+ab^3$ |
| 9. $m^2n^2p-m^2n^2q+m^2n^2r$ | 10. $3xy-5x^2y^2+7xy^3$ |
| 11. $10x^4y^2+5x^2y^3-5x^2y^2$ | 12. $a(x-y)+b(x-y)$ |
| 13. $m(m+n)+n(m+n)$ | 14. $ab-cd-ad+bc$ |
| 15. $ab-cd+ad-bc$ | 16. $xy+xz+zy+z^2$ |
| 17. $a(x-y)+b(x-y)-c(x-y)$ | |

50. 二次三項式 x^2+px+q ノ形

$$\begin{aligned} \text{例 } x^2+8x+15 &= x^2+3x+5x+15 \\ &= x(x+3)+5(x+3) \\ &= (x+3)(x+5) \end{aligned}$$

$$x^2+(a+b)x+ab = x^2+ax+bx+ab$$

$$=x(x+a)+b(x+a)$$

$$=(x+a)(x+b)$$

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

$$\text{例 1 } x^2+9x+14=(x+2)(x+7)$$

積ガ14トナル整數ヲ見ルト

$$\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 14 & -14 \end{array} \begin{array}{cc} 2 & -2 \\ 7 & -7 \end{array}$$

コノ中カラ寄セテ9トナルモノヲエラフ。

$$\text{例 2 } x^2-9x+14=(x-2)(x-7)$$

$$\text{例 3 } x^2+5x-14=(x-2)(x+7)$$

$$\text{例 4 } x^2-5x-14=(x+2)(x-7)$$

$$\text{例 5 } x^2+2xy-15y^2=(x-3y)(x+5y)$$

例題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. $x^2+10x+21$ | 2. $x^2-10x+21$ |
| 3. $x^2+4x-21$ | 4. $x^2-4x-21$ |
| 5. x^2+5x+6 | 6. x^2-5x+6 |
| 7. x^2+x-6 | 8. x^2-x-6 |

- 9. x^2+7x+6
- 10. x^2-7x+6
- 11. x^2+5x-6
- 12. x^2-5x-6
- 13. y^2+8y+7
- 14. y^2-6y-7
- 15. $z^2+3z-18$
- 16. $p^2+7p+12$
- 17. p^2-p-12
- 18. $q^2+12q+27$
- 19. $24+10x+x^2$
- 20. $-30-a+a^2$
- 21. $x^2+12xy+32y^2$
- 22. $x^2-13xy+42y^2$
- 23. $z^2+30zy+125y^2$
- 24. $p^2-9pq-70q^2$

51. 二次三項式 ax^2+bx+c の形

例 1 $3x^2+17x+10=3\left(x^2+\frac{17}{3}x+\frac{10}{3}\right)$
 $=3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x+5)$
 $=3(x+2)(x+5)$

又
$$\begin{array}{r} 3x \times +10 \\ x \times +1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x \times +1 \\ x \times +10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x \times +5 \\ x \times +2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x \times +2 \\ x \times +5 \end{array}$$

ノ四ツノ積ニ於テ x^2 ノ項ハ何レモ $3x^2$ トナリ x ノ含マナイ項ハ 10 トナル。ソレ等ノ中デ x ノ一次ノ項ガ $17x$ トナルヲモトレバ

$$3x^2+17x+10=(3x+2)(x+5)$$

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

例 2 $2x^2+5x-12$ ノ因数ニ分解セヨ。

$$2x^2+5x-12=(x+4)(2x-3)$$

$$\begin{array}{r} 1 \times +4 \\ 2 \times -3 \\ -3+8=5 \end{array}$$

例題

- 1. $3x^2+11x+6$
- 2. $6a^2-a-35$
- 3. $8y^2+46y-12$
- 4. $6p^2-p-77$
- 5. $3x^2-11x+10$
- 6. $11a^2-23ab+2b^2$
- 7. $12x^2+31xy-15y^2$
- 8. $5y^2-49y+36$
- 9. $10r^2-23r-5$
- 10. $5x^2y^2-6xy+1$

52. 平方式ニナル三項式

乘法公式 (1) (2) ノ逆ニ用ヒルト

$$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$$

$$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$$

例 1 $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

例 2 $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + 3y)^2$

例 3 $4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$$

例 4 $(x + y)^2 - 4(x + y) + 4 = (x + y - 2)^2$

例 題

次ノ各式ヲ因数ニ分解セヨ。

- | | |
|--|--|
| 1. $x^2 + 6x + 9$ | 2. $x^2 - 8x + 16$ |
| 3. $(3x)^2 + 6x + 1$ | 4. $x^2 - 16xy + 64y^2$ |
| 5. $49x^2 + 28x + 4$ | 6. $a^2b^2 + 10ab + 25$ |
| 7. $lx^2 + 18lx + 81l$ | 8. $(a - b)^2 - 22(a - b) + 121$ |
| 9. $\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 6\frac{b}{a} + 9$ | 10. $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$ |
| 11. $(l + m)^2 + 6(l + m)(a + b) + 9(a + b)^2$ | |

次ノ各式ガ平方式ニナルヤウニ適當ナ項ヲ補へ。(12—17)

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| 12. $x^2 + 6x + ()$ | 13. $x^2 + () + 9$ |
| 14. $4a^2 + 4a + ()$ | 15. $9l^2 + ()lm + 4m^2$ |
| 16. $() + 6p(x + y) + 9p^2$ | |

17. $(l - m)^2 + 8(l - m)() + 16(p + q)^2$

53. ニツノ平方ノ差

乗法公式ニ由テ

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

即チ二數ノ平方ノ差ハツレ等ノ和ト差トノ積ニ分解スルコトガ出來ル。

例 1 $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

$$4x^2 - 9y^2 = (2x + 3y)(2x - 3y)$$

例 2 $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

$$= (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

例 3 $x^4 + x^2y^2 + y^4 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2$

$$= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2$$

$$= (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

例 題

次ノ各式ヲ因数ニ分解セヨ。

- | | |
|----------------|-------------------|
| 1. $x^2 - 49$ | 2. $4x^2 - 36$ |
| 3. $9a^2 - 25$ | 4. $9a^2 - 16b^2$ |

5. $16x^2 - y^2$ 6. $9x^2 - \frac{1}{49}y^2$
 7. $(x-y)^2 - 4$ 8. $(x+y)^2 - (x-y)^2$
 9. $(x+6)^2 - (x^2+x+1)^2$ 10. $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$
 11. $x^2 - y^2 + 2yz - z^2$ 12. $l^2 - 9l^2m^2$
 13. $x^4y^2 - x^2y^4$ 14. $a^4 + 3a^2b^2 + 4b^4$
 15. $x=10$ トスレハ x^2-1 ハ 9 及 ビ 11 ノ倍數ナル
 コトヲ示セ。

54. 立方ノ和及差

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

- 例 1 $x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$
 $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1. $x^3 - 27$ 2. $x^3 + 1$
 3. $y^3 - x^3$ 4. $a^3 + 64b^3$
 5. $x^3 + (y+z)^3$ 6. $(a+b)^3 - (a-b)^3$

7. $a^6 - b^6$ 8. $8x^3 + 27y^3$

55. 因數分解ノ公式

1. $ma + mb - mc = m(a + b - c)$
 2. $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
 3. $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$
 4. $x^2 \pm 2ax + a^2 = (x \pm a)^2$
 5. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
 6. $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

例 1 $x^2 - 2x - xy + 2y$ ヲ因數ニ分解セヨ。

$$\begin{aligned} \text{〔解 i〕} \quad x^2 - 2x - xy + 2y &= x(x-2) - y(x-2) \\ &= (x-2)(x-y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{〔解 ii〕} \quad x^2 - 2x - xy + 2y &= x(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x-2) \end{aligned}$$

〔解 iii〕 x ノ降冪順ニ整頓シテ $x^2 - (2+y)x + 2y$ ノ

形トシ公式 2 ヲ適用スレバ

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - xy + 2y &= x^2 - (2+y)x + 2y \\ &= (x-2)(x-y) \end{aligned}$$

例 2 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$ ヲ因數ニ分解セヨ。

【解 i】 順序ヲカヘテ $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ トスレバ初メノ三項ハ $(a-b)^2$ トナルカラ公式 5 ヲ適用スルコトガ出來ル。

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - c^2 - 2ab &= a^2 - 2ab + b^2 - c^2 \\ &= (a-b)^2 - c^2 \\ &= (a-b+c)(a-b-c) \end{aligned}$$

【解 ii】 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab = a^2 - 2ab + (b^2 - c^2)$

$$\begin{aligned} &= a^2 - 2ab + (b+c)(b-c) \\ &= \{a-(b+c)\} \{a-(b-c)\} \\ &= (a-b-c)(a-b+c) \end{aligned}$$

例 3 $(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x - 6) + 9$

$$\begin{aligned} &= (x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x - 6) + 9 \\ &= (x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 24 + 9 \\ &= (x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 \\ &= (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x + 3) \\ &= (x-5)(x+1)(x-3)(x-1) \end{aligned}$$

【法意】 $x^2 - 4x$ ノヤウニ式ノ上ニアル横線ハ括弧ノ代用トシテ $(x^2 - 4x)$ ト同ジ意味ニ用ヒラレル。

例題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。

- $x^2y + 9xy + 20y$
- $x^8 + x^4y^4 + y^8$
- $a^2 - 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$
- $ax^2 - by^2 - ay^2 + bx^2$
- $x^2 - x(y+1) + 2(y-1)$
- $x^4 + 4y^4$
- $(x^2 - 2x)^2 - 4(x^2 - 2x) - 12$

練習問題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。

- $x^2y^2 - xy + 30$
- $x^3 - 2x^2 + 1$
- $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$
- $(2x^2 - y^2)^2 - (x^2 - 2y^2)^2$
- $16a^4 - 81a^4b^4$
- $4x^2 - (2z - y)^2$
- $4x^2y^2 - (x^2 + y^2 - z^2)^2$
- $(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2 - 4(ab + cd)^2$
- $x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 - b^2)^2$
- $(x+y)^4 - 5(x+y)^2 + 4$
- $x^2 - 2xz - (y-3z)(y-z)$

12. $x^2 - 2ax - b^2 + 2ab$
13. $a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2 + c^4$
14. $x^3 + ax^2 - x - a$
15. $(x^2 + x - 4)(x^2 + x - 10) - 16$
16. 1. $14x^2 + 11x - 15$
 2. $14x^2 - 29xy - 15y^2$
 3. $12x^2 - 43ax + 35a^2$
 4. $10p^2 + pq - 24q^2$
17. 因数分解ニヨツテ次ノ各ノ値ヲ求メヨ
 1. $275^2 - 175^2$ 2. $1001^2 - 1$
18. $x^3 + 3x^2 + 2x$ ハ x ガ 整數 ナラバ 3 ノ 倍數 ナルコトヲ 證明 セヨ。
19. 二位以上ノ或整數カラソノ各桁ノ數字ノ和ヲ引イタ數ハ 9 ノ 倍數 ナルコトヲ 證明 セヨ。

一元二次方程式

56. 根ガニツアルコト

例 二數ノ和ガ15デソノ積ガ54トナル二數ヲ求メヨ。

二數ノ中ノ一方ヲ x トスレバ他ノ方ハ $15 - x$ デ表サレル。從テ次ノ方程式ヲ得ル。

$$x(15 - x) = 54$$

括弧ヲ外シテ整頓スルト

$$x^2 - 15x + 54 = 0$$

因數ニ分解スレバ

$$(x - 6)(x - 9) = 0$$

左邊ニ $x = 6$ ヲ代入スレバ $0 \times (-3) = 0$

$$x = 9 \text{ ヲ代入スレバ } 3 \times 0 = 0$$

即チ $x = 6$ デモ $x = 9$ デモ上ノ方程式ヲ満足スル。

$$x = 6 \text{ トスレバ 他ノ數ハ } 15 - x = 9$$

$$x = 9 \text{ トスレバ 他ノ數ハ } 15 - x = 6$$

何レニシテモ求メル二數ハ6ト9デアル。

答 6ト9

$$x^2 - 15x + 54 = 0$$

ノヤウニ方程式ノ各項ヲ一邊ニ集メテ整頓シテ $A=0$ ノ形ニシタトキ A ガ未知數ニ關スル二次ノ整式ナラバコレヲ二次方程式トイフ。

一般ニ A ガ未知數ニ關シテ n 次ノ整式ナラバコレヲ n 次方程式トイフ。上ノ方程式ハ一元二次方程式デアル。

一元二次方程式ニハ二ツノ根ガアル。

例題

次ノ各方程式ノ根ヲイヘ。

1. $(x-2)(x-5)=0$
2. $(x+3)(x-7)=0$
3. $(x+8)(x+11)=0$
4. $(x-1)(x-2)(x-3)=0$
5. $x(x-4)=0$
6. $(x+\frac{1}{3})(2x-5)=0$

7. 次ノ各組ノ數ヲ二根トスル一元方程式ヲ作レ。

1. 2, 5
2. 3, -7
3. -6, -7
4. -3, $\frac{5}{2}$
5. 2, 3, 6

57. 因數分解ニヨル解法

例 1 $x^2 - 4x - 12 = 0$ ヲ解ケ。

〔解〕 $x^2 - 4x - 12 = 0$

$$(x+2)(x-6) = 0$$

$$\text{故ニ } x+2=0 \text{ 或ハ } x-6=0$$

$$\text{故ニ } x=-2 \text{ 或ハ } x=6$$

$$\text{答 } x=-2 \text{ 或ハ } 6$$

例 2 $x^2 - 10x + 25 = 0$ ヲ解ケ。

〔解〕 $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$(x-5)^2 = 0$$

$$x-5=0$$

$$x=5$$

コノ場合 $(x-5)^2$ ハ $(x-5)(x-5)$ ナル故ニ例

$$(x-5)(x-5)=0$$

$$x-5=0 \text{ 或ハ } x-5=0$$

$$x=5 \text{ 或ハ } x=5$$

トナルベキデ即チ二次方程式ノ二根ガ等シイト見做スコトガ出来ル。カヤウナ意味デ原方程式ノ二根ハ等根又ハ二重根デアルトイフ。

例 題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $x^2-5x+6=0$

2. $x^2-4x+3=0$

3. $x^2=3x+10$

4. $y^2+5y=6$

5. $a^2+7a+6=0$

6. $p^2+p=56$

7. $r^2+51=20r$

8. $\frac{x^2}{15} = \frac{x}{5} + \frac{2}{3}$

9. $\frac{x^2}{10} - 3 = \frac{13x}{10}$

10. $\frac{x^2}{21} - \frac{4x}{7} = \frac{4}{3}$

11. $\frac{4x}{5} = \frac{x^2}{15} + \frac{7}{3}$

12. $\frac{5y-1}{9} + \frac{3y-1}{5} = \frac{10y}{9} - \frac{4}{9y}$

13. 矩形ノ周圍ハ 60 糎デ面積ハ 200 平方糎アルトスレバ矩形ノ各邊ノ長サ如何。

58. $x^2=a$ ノ形

例 1 $x^2=9$ ヲ解ケ

【解】 左邊ニ移項スルト

$$x^2-9=0$$

$$(x+3)(x-3)=0$$

$$x=-3 \text{ 或ハ } 3$$

【驗】 $(-3)^2=9$ $(+3)^2=9$

或數ヲ二乗シテ 9 トナルヤウナ數 (-3) 及ビ $(+3)$ ヲ 9 ノ平方根トイフ。一般ニ

正數ノ平方根ハ二ツアツテ兩者ハ絶對値相等シク符號ハ反對デアル。

正ノ平方根ヲ表スニ $\sqrt{\quad}$, 負ノ平方根ヲ表スニ $-\sqrt{\quad}$ ヲ用ヒテ次ノヤウニカク。

$$\sqrt{9}=3 \quad -\sqrt{9}=-3$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5} \quad -\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$$

a ヲ正ノ數トスルト $x^2=a$ ヲ解クニハ

$$x=+\sqrt{a} \text{ 或ハ } x=-\sqrt{a}$$

トスレバヨイ。通常コレヲ一ツニ纏メテ

$$x = \pm \sqrt{a}$$

ト書き表ス。

例 1 $x^2 = 144$ ヲ解ケ

$$144 = 3^2 \times 4^2$$

$$x = \pm \sqrt{144} = \pm \sqrt{3^2 \times 4^2}$$

$$= \pm 3 \times 4 = \pm 12$$

答 ± 12

例 2 $x^2 = \frac{25}{121}$ ヲ解ケ

$$x = \pm \sqrt{\frac{25}{121}} = \pm \sqrt{\left(\frac{5}{11}\right)^2} = \pm \frac{5}{11}$$

答 $\pm \frac{5}{11}$

例 3 a, b ハ正ナルモノトシテ $\sqrt{16a^2b^6}$ ヲ計算セヨ。

$$\sqrt{16a^2b^6} = \sqrt{4^2 a^2 (b^3)^2} = 4ab^3$$

$$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = ab$$

$$\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a}{b}$$

例題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $x^2 = 36$

2. $x^2 = 49$

3. $x^2 = 64$

4. $x^2 = 100$

5. $x^2 = 225$

6. $x^2 = 196$

7. $25x^2 = 4$

8. $9x^2 = 64$

次ノ式ヲ計算セヨ。(文字ハ正數ヲ表ス)

9. $\sqrt{\frac{9}{25}}$

10. $\pm \sqrt{\frac{25}{100}}$

11. $-\sqrt{100y^2}$

12. $\sqrt{25 \times 4 \times 9}$

13. $-\sqrt{8 \times 6 \times 27}$

14. $\sqrt{144}$

59. 數ノ平方根

[I] 素因數ニ分解スルコト

例 $\sqrt{11025}$ ヲ求メヨ。

$$11025 = 5^2 \times 3^2 \times 7^2$$

$$\sqrt{11025} = 5 \times 3 \times 7$$

$$= 105$$

[II] 開平運算

5	11025
5	2205
3	441
3	147
7	49
	7

素因数ニ分解スルコトガ容易デナイ場合ニハ
次ノヤウナ方法ニヨル。

例 1 $\sqrt{1156}$ ヲ求メヨ。

(i) 最高位ヲ定メルニハ

$$\sqrt{900}=30 \quad \sqrt{1600}=40$$

$$30 < \sqrt{1156} < 40$$

ナル故 11|56 ノヤウニ一ノ位カラ左ニ二
桁宛區切ツテ左端ノ區切り 11 ヲ見テ 11 以
下ノ平方數ノ最大ナモノ即チ 9 ノ平方根
ヲ 3 トシ右端カラ二ツ目ノ區切りデア
ラ十ノ位ノ 3 トスル。

(ii) 一ノ位ノ數字ヲ x トスルト

$$1156 = (30+x)^2$$

$$\sqrt{1156} = 30+x$$

$$\begin{array}{r} 256 = (30+x)^2 - 30^2 = 2 \times 30x + x^2 \\ (60+4) \times 4 \quad 256 = (2 \times 30+x)x \\ \hline 0 \end{array}$$

求メル一ノ位ノ數ハ $256 \div 60$ ヨリ小サイコ
トガ明カデア。先ツ $x=4$ トシテ $(60+x)x$
ニ代入シテ見ルト丁度 256 トナルカラ所

要ノ平方根ハ 34 デアル。

(iii) 零ヲ省イテ運算スルト次ノヤウニナル。

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ 3 \quad | \quad 11 \quad 56 \\ \hline 64 \quad | \quad 2 \quad 56 \\ 4 \quad | \quad 2 \quad 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

答 34

平方根ヲ求メルコトヲ平方ニ開ク又ハ開平ス
ルトイヒ其ノ算法ヲ開平法トイフ。

例 2 119716 ヲ平方ニ開ケ

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 6 \\ 3 \quad | \quad 11 \quad 97 \quad 16 \\ \hline 64 \quad | \quad 2 \quad 97 \\ 4 \quad | \quad 2 \quad 56 \\ \hline 686 \quad | \quad 41 \quad 16 \\ 6 \quad | \quad 41 \quad 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots(340+x)^2 - 340^2 \\ = (2 \times 340 + x)x \end{array}$$

答 ± 346

(i) 最高位ノ定メ方ハ

$$\sqrt{90000}=300 \quad \sqrt{160000}=400$$

$$300 < \sqrt{119716} < 400$$

ナル故最高位ハ百ノ位デソノ數字ハ 3 デ
アル。ソレヲ定メル方法ハ一ノ位カラ左

ノ方へ二桁ヅツ區切ツテ前ト同ジヤウニシテ求メルコトガ出來ル。

(ii) 十ノ位ノ數字ヲ定メテ引クマデハ 1197トシテ考ヘルト 34^2 フ引イタコトニナルカラ第三段目ノ殘リ 4116ハ 340^2 フ引イタ殘リデアアル。

(iii) ソコデーノ位ノ數ヲ x トスルト

$$4116 = (340 + x)^2 - 340^2 = 2 \times 340x + x^2$$
$$= (2 \times 340 + x)x$$

トナル故 4116 ノ右端ノ 6 フ省イタ 411 フ 34 ノ 2 倍 68 デ割ツテ第三ノ數字 6 フ定メ 68ニ 6 フ書キ添ヘテ 686 トシソレニ 6 フ掛ケテ引ケバヨイ。

實際ノ演算デハ 34×2 即チ 68 フ書クニハ第二段デ用ヒタ 64ニ 4 フ加ヘレバヨイ。

上位ノ數字カラ次位ノ數字ヲ定メルニハ原數カラ既ニ得タ數ノ平方ヲ引イタ殘リヲ既ニ得タ數ノ 2 倍デ割ツタ數ヲ當テハメ若シ大キ過ギルナラバソレヨリ順次 1 ヅツ小サイ數ヲ試ミレバヨイ。

例題

次ノ各數ノ平方根ヲ求メヨ。

- 1. 529 2. 729 3. 1296
- 4. 5184 5. 4225 6. 2401
- 7. 55696 8. 186624 9. 94249

[III] 一般定位法

$1^2 = 1$

$\sqrt{1} = 1$

$10^2 = 100$

$\sqrt{100} = 10$

$100^2 = 10000$

$\sqrt{10000} = 100$

由テ整數部ヲ有スル數トソノ平方根トノ桁數ヲ比較スルト次ノヤウニナル。

原數ノ整數部	1, 2	3, 4	5, 6	7, 8	9, 10
根ノ整數部	1	2	3	4	5

例ヘバ 6756897 ハ一ノ位カラ左方へ二桁ヅツ區切ツテ 6|75|68|97 トシソノ平方根ノ最高位ハ千ノ位デソノ數字ハ 2 デアル。

次ニ整數部ヲ有シナイ數トソノ平方根トノ桁數ヲ研究スレバ

$$\begin{array}{ll}
 1^2 = 1 & \sqrt{1} = 1 \\
 0.1^2 = 0.01 & \sqrt{0.01} = 0.1 \\
 0.01^2 = 0.0001 & \sqrt{0.0001} = 0.01 \\
 0.001^2 = 0.000001 & \sqrt{0.000001} = 0.001 \\
 \dots\dots\dots & \dots\dots\dots
 \end{array}$$

ナル故小數ノ初メテノ有效數字トソノ平方根ノ初メノ有效數字トノ桁トヲ比較スルト次ノヤウニナル。

原數ノ首位	第1,2位	第3,4位	第5,6位	第7,8位	第9,10位
根ノ首位	第1位	第2位	第3位	第4位	第5位

例へバ 0.0005896 ヲ小數第一位カラ右方へ區切ツテ 0.00|05|89|6 トシ平方根ノ首位ハ小數第二位ノ2デアル。

例1 0.0529 及ビ 0.000529 ヲ平方ニ開ケ。

$$\begin{array}{r|l}
 & 0.23 \\
 2 & 0.05\ 29 \\
 \hline
 2 & 4 \\
 43 & 1\ 29 \\
 3 & 1\ 29 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 & 0.023 \\
 2 & 0.00\ 05\ 29 \\
 \hline
 2 & 4 \\
 43 & 1\ 29 \\
 3 & 1\ 29 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

答 ±0.23, ±0.023

例2 5.9049 ヲ平方ニ開ケ。

$$\begin{array}{r|l}
 & 2.43 \\
 2 & 5.90\ 49 \\
 \hline
 2 & 4 \\
 44 & 1\ 90 \\
 4 & 1\ 76 \\
 \hline
 483 & 14\ 49 \\
 3 & 14\ 49 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

答 ±2.43

例題

次ノ各數ヲ平方ニ開ケ。

1. 5.4756
2. 0.002304
3. 0.00134689
4. 0.0000190096
5. 2937.64

60. 平方ヲ完成シテ解クコト

例1 $x^2 - 10x + 21 = 0$ ヲ解ケ

x ノ含マナイ項ヲ右邊ニ移項シテ

$$x^2 - 10x = -21$$

兩邊ニ25ヲ加ヘルト

$$x^2 - 10x + 25 = -21 + 25$$

$$(x-5)^2 = 4$$

$$\therefore x-5=\pm 2$$

$$\therefore x=5\pm 2$$

$$x=7 \text{ 或 } 3$$

x^2-10x に適當ナ數ヲ加ヘテ完全平方式ニスル
ニハ x ノ項ノ係數ノ二分ノ一ヲ二乗シタ數ヲ加
ヘレバヨイ。

例 2 $4x^2-12x+5=0$ ヲ解ケ。

兩邊ヲ 4 デ割ルト

$$x^2-3x+\frac{5}{4}=0$$

$$x^2-3x=-\frac{5}{4}$$

兩邊 $= \left(\frac{3}{2}\right)^2$ ヲ加ヘルト

$$x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}-\frac{5}{4}$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=1$$

$$x-\frac{3}{2}=\pm 1$$

$$x=\frac{5}{2} \text{ 或 } \frac{1}{2} \quad \text{答}$$

例 3 $6x^2+7x-20=0$ ヲ解ケ。

$$x^2+\frac{7}{6}x=\frac{20}{6}$$

$$x^2+\frac{7}{6}x+\left(\frac{7}{12}\right)^2=\frac{20}{6}+\frac{7^2}{12^2}$$

$$\left(x+\frac{7}{12}\right)^2=\frac{529}{12^2}$$

$$x+\frac{7}{12}=\pm\frac{23}{12}$$

$$x=\frac{-7\pm 23}{12}$$

$$x=\frac{4}{3} \text{ 或 } -\frac{5}{2} \quad \text{答}$$

2	3
2	5 29
43	1 29
3	1 29
	0

例 題

平方ヲ完成シテ次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $x^2+2x-3=0$

2. $x^2+4x-5=0$

3. $x^2-8x+12=0$

4. $y^2+8y-20=0$

5. $x^2-14x+45=0$

6. $y^2+14y-51=0$

7. $z^2=10z+24$

8. $a^2-91=6a$

9. $r^2-3r+2=0$

10. $6y^2-17y-14=0$

11. $9x^2+30x-24=0$

12. $x^2+6x+5=0$

13. $\frac{y^2}{24}-\frac{y}{3}=-\frac{1}{2}$

14. $\frac{m^2}{12}+\frac{1}{2}=-\frac{5}{12}m$

15. $4x^2+45x-36=0$

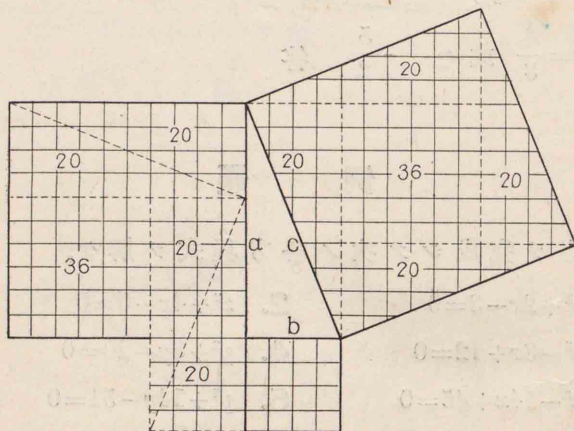
16. $x^2-85=12x$

17. $10y^2-21y-10=0$

18. $h^2+h=42$

61. **ピタゴラスノ定理**

“直角三角形ノ斜邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シイ”



$$c^2 = a^2 + b^2$$

例 1 矩形ノ周圍ガ 56 糶デ對角線ガ 20 糶アル。コノ矩形ノ二邊ノ長サヲ求メヨ。

【解】 周圍ガ 56 糶アルカラ二邊ノ和ハ 28 糶デア
ル。一邊ノ長サヲ x 糶トスルト他ノ邊ノ
(28-x) 糶デア
ル。

$$x^2 + (28-x)^2 = 20^2$$

$$2x^2 - 56x + 28^2 = 20^2$$

$$x^2 - 28x + 192 = 0$$

$$(x-12)(x-16) = 0$$

$$x = 12 \text{ 或ハ } 16$$

$$x = 12 \text{ トスルト他ノ邊ハ } 28 - 12 = 16$$

$$x = 16 \text{ トスルト他ノ邊ハ } 28 - 16 = 12$$

答 12 糶, 16 糶.

例 2 矩形ノ二邊ノ長サヲ夫々 1 米トスレバソノ對角線ノ長サ如何。小數第五位マデ求メヨ。

【解】 對角線ノ長サ

ヲ x 米トスルト

$$x^2 = 1^2 + 1^2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} = 1.41421\dots$$

答 1.41421 米

	1	2.	1	4	2	1
	1	1				
	24	4	1	00		
	281	1	4	96		
	2824	4	281	400		
	28282	2	11900	11296		
	282841	1	28282	60400		
	282841	1	282841	56564		
	282841	1	282841	383600		
	282841	1	282841	282841		
	282841	1	282841	100759		

コレハ開キキレナイ場合デアル。

2ノヤウニ或數ノ完全ナ平方數デナイトキコレニ開平法ヲ用ヒルト如何程デモ平方根ニ近イ數ヲ求メルコトハ出來ルガソノ平方根ニ當ル整數又ハ分數ヲ求メルコトハ出來ナイ。

カヤウニ整數デモ分數デモナク小數ヲ用ヒルト如何程デモソレニ近イ値ヲ求メルコトノ出來ル數ヲ無理數トイフ。

$$\sqrt{2} = 1.414213.....$$

ニ於テ或桁マデ取ツテ以下切リステタ數

$$1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, 1.41421,.....$$

等ヲ不足ナ近似値トイヒ

或桁カラ以下ヲ切り上ゲタ數

$$1.5, 1.42, 1.415, 1.4143, 1.41422,.....$$

等ヲ過剰ナ近似値トイフ。

無理數ノ中デ $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$ ノヤウニ開法ノ結果カラ來ルモノトサウデナイ圓周率3.1415926.....ノヤウナ無理數トアル。開法カラ得タ無理數ヲ不盡根數トイフ。

無理數ト區別シテ整數,分數,小數,及ビ零ヲ總稱

シテ有理數トイフ。

例 題

次ノ各數ヲ小數第三位マデ求メヨ。

1. $\sqrt{3}$ 2. $\sqrt{5}$ 3. $\sqrt{7}$

4. $\sqrt{13}$ 5. $\sqrt{19}$ 6. $\sqrt{0.33}$

7. $\sqrt{5}$ 8. $\sqrt{\frac{17}{3}}$ 9. $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{2}$

10. 直角三角形ノ直角ヲハサム二邊ノ長サガ11
 糎及ビ13糎ナルトキ斜邊ノ長サヲ計算セヨ。
11. 直角三角形ノ斜邊ガ80尺デ他ノ一邊ガ18尺
 ナルトキ殘ノ一邊ノ長サヲ求メヨ。
12. 直角三角形ノ直角ヲハサム二邊ノ長サノ比
 ガ3:4デ斜邊ガ35米デアルトスレバ各邊ノ
 長サヲ求メヨ。(直角ヲハサム二邊ノ長サヲ
 夫々3x米, 4x米トセヨ)
13. 長サ20尺ノ梯子ガ地面カラ16尺ノ高サニア
 ル屋根ニ丁度トドイテ居ルトスレバ梯子ノ
 足モトカラ此ノ家ノ壁マデハ幾尺アルカ。
 但シ地面ハ水平デアルモノトセヨ。

62. 不盡根數ノ變形

例 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ ト $\sqrt{10}$ トノ近似値ヲ比較セヨ。

$$\sqrt{2} = 1.414 \dots \quad \sqrt{5} = 2.236 \dots$$

兩方トモ小數第三位マデトツテ掛ケルト

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = 1.414 \times 2.236 = 3.161704 \quad (1)$$

$$\text{又 } \sqrt{10} = 3.1622 \dots \quad (2)$$

(1)ノ結果ト(2)ノ結果トハ小數第二位マデ同ジデアル。而ルニ

$$\begin{aligned} \sqrt{10} &= \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{5})^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{2} \times \sqrt{5})^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} \end{aligned}$$

双方ノ近似値ヲトツテ掛ケ算ヲ行フトソレダケ該差ガ出來ル。從ツテ $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ ヲ計算スルニハ $\sqrt{10}$ ノ形ニ變ヘテカラ計算スル方ガ得策デアル。

カヤウニ不盡根數ヲ計算スルニハ形ヲ變ヘルト都合ノヨイ場合ガアル。

$\sqrt{2}$ トハ二乗シテ2トナルベキ數デアルカラ

$$\sqrt{4} = (\pm\sqrt{2})^2 = 2$$

一般ニ a, b ヲ正ノ數トスルト

$$\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{(\sqrt{a})^2 (\sqrt{b})^2} = \sqrt{(\sqrt{a} \sqrt{b})^2}$$

$$= \sqrt{a} \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

a, b ヲ正數トシテ

$$\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a \quad (1)$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (3)$$

$$\text{例 1 } \sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 18} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{2} \times \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$$

$\sqrt{18}$ ヲ變形シテ $3\sqrt{2}$ トスルコトヲ平方因數ヲ根號外ニ出ストイフ。

$$\text{例 2 } \sqrt{3} \sqrt{15} = \sqrt{3} \sqrt{3} \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{15} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{例 3 } \sqrt{12} + \sqrt{3} - 2\sqrt{27} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 6\sqrt{3}$$

$$= -3\sqrt{3}$$

例 4 $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-5) = (\sqrt{3})^2 - 3\sqrt{3} - 10$

$$= 3 - 3\sqrt{3} - 10$$

$$= -7 - 3\sqrt{3}$$

例 5 $\sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

例 題

1. 次ノ各式ノ根號内ニ平方因數アラバツレテ
根號外ニ出シテ後簡單ニセヨ。

1. $\sqrt{8}\sqrt{6}\sqrt{3}$ 2. $\sqrt{18} \times \sqrt{10} \times \sqrt{5}$

3. $\sqrt{14}\sqrt{21}\sqrt{18}$ 4. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$

2. 次ノ各式ノ積ハ先ヅ一ツノ根號内ニ入レテ
後簡單ニセヨ。

1. $\sqrt{3}\sqrt{12}$ 2. $\sqrt{5}\sqrt{20}$

3. $\sqrt{2}\sqrt{14}\sqrt{21}$ 4. $\sqrt{5}\sqrt{\frac{3}{2}}$

3. 各式ヲ適當ニ變形セヨ。

1. $\sqrt{12} - \sqrt{3}$ 2. $\sqrt{20} - 2\sqrt{5} + 45$

3. $\sqrt{7}(2\sqrt{7} + 8\sqrt{14})$

4. $(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})$

5. $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

6. $(\sqrt{5} + 4)(\sqrt{5} + 8)$

63. 分母ヲ有理化スルコト

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{0.333...} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

或數ヲ直接ニ不盡根數デ割ルコトハ困難デア
ルカラ(1)ノヤウニ小數ニ直スカ又ハ(2)ノヤウニ
分母ガ有理數ニナルヤウニ變化シテ後計算スル
ト都合ガヨイ。カヤウニスルコトヲ分母ヲ有理化
スルトイフ。

a, b, c ヲ正ノ數トスレバ

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{bc^2}{ac^2}} = \frac{\sqrt{bc^2}}{\sqrt{ac^2}} = \frac{c\sqrt{b}}{c\sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{c\sqrt{b}}{c\sqrt{a}}$$

$$\text{例 1} \quad \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{例 2} \quad \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{6}{3^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{例 3} \quad \sqrt{\frac{5}{18}} = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

$$\text{例 4} \quad \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} \\ = 2+\sqrt{3}$$

例題

次ノ各式ノ分母ヲ有理化セヨ。

$$1. \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$2. \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$3. \frac{3}{\sqrt{28}}$$

$$4. \frac{3}{5\sqrt{3}}$$

$$5. \frac{1}{3-\sqrt{3}}$$

$$6. \frac{1}{3+\sqrt{3}}$$

$$7. \frac{\sqrt{8+\sqrt{3}}}{\sqrt{8-\sqrt{3}}}$$

$$8. \frac{3}{\sqrt{5-\sqrt{4}}}$$

$$9. \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

$$10. \frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

練習問題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$1. x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$2. 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$3. 2x^2 - 3x = 0$$

$$4. x^2 = -4x + 21$$

$$5. 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$6. (x-1)(x-2) + (x-2)(x-3) = 3(x-2)$$

$$7. (x-2)(x-3) + (x-3)(x-4) = (x-4)(x-5)$$

$$8. \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) + \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)$$

9. 20ヲ二ツノ部分ニ分ケテソノ積ガ91ニナル
ヤウニセヨ。

10. 二位ノ整數ガアル。ソノ數ハソノ數字ノ積
ノ2倍ニ等シク、十ノ位ノ數字ハ一ノ位ノ數

字ヨリ3ダケ小デアルトイフ。コノ數如何。

11. 二位ノ整數ガアル。ソノ數字ノ和ハ10デ、コノ數ト數字ノ位置ヲ交換シタ數トノ積ハ2701デアルトイフ。コノ數ヲ求メヨ。
12. 197圓ヲ甲乙丙三人ニ分チソノ金高ハ甲ハ乙ノ所得ヨリ7圓多ク、丙ノ所得ノ圓數ハ甲ト乙ノ得タ金高ノ圓數ヲ掛ケタモノニ等シイトイフ。各人ノ所得如何。
13. 或計算デ或數ヲ二乗スルノヲ誤ツテ二倍シタタメニ35少クナツタ。ソノ正シイ答ヲ求メヨ。
14. 父子ノ年齢ノ和ハ100デ、父子ノ年齢ノ積ノ $\frac{1}{10}$ ハ父ノ年齢ヨリモ180多イ。父子各々ノ年齢ヲ求メヨ。
15. $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$ ヲ小數第二位マデ計算セヨ。

64. 根ノ公式

一元二次方程式ハ凡テノ項ヲ左邊ニ移項スレバ恒ニ

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

ナル形ニスルコトガ出來ル。コレヲ一元二次方程式ノ一般形トイフ。コノ一般ノ形ニツイテ解キ方ヲ研究シテ見ヨウ。

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{或ハ} \quad \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

コレハ a, b, c ガ如何ナル數デモ以上ノ手順ヲ行ヘバ最後ノ根ヲ得ルコトニナル。毎回コノ手順ヲ繰返ス手數ヲ省イテ a, b, c ノ數値ヲ最後ノ

式ニ代入シテモ結果ハ同一デアアル。

根ノ公式

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例 1 $2x^2+5x-3=0$ ヲ解ケ。

〔解〕 $a=2, b=5, c=-3$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 或ハ } -3$$

例 2 $x^2 = \frac{2(b+c)x - bc}{4}$

$$4x^2 - 2(b+c)x + bc = 0$$

$$x = \frac{2(b+c) \pm \sqrt{4(b+c)^2 - 16bc}}{8}$$

$$= \frac{2(b+c) \pm \sqrt{4(b-c)^2}}{8}$$

$$= \frac{2(b+c) \pm 2(b-c)}{8}$$

$$= \frac{b+c \pm (b-c)}{4}$$

$$= \frac{b}{2} \text{ 或ハ } \frac{c}{2}$$

二次方程式

$$ax^2+2bx+c=0$$

ノ根ハ前ノ公式ノ b ノ代リニ $2b$ トオケバ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

トナル。 x ノ係數ガ偶數ノ場合ニハコノ公式ヲヨル方ガ便利デアアル。

特ニ x ノ係數ガ 1 ナル場合ニハ

$$x^2+px+q=0$$

$$x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$x^2+2px+q=0$$

$$x = -p \pm \sqrt{p^2 - 4q}$$

例題

公式ヲ用ヒテ次ノ各方程式ヲ解ケ。(1-9)

1. $2x^2+7x+5=0$

2. $2x^2-7x-15=0$

3. $x^2+7x+8=0$

4. $3x^2+6x-5=0$

5. $9x(x-2)=27$

6. $x^2+9x=8+2x$

7. $2x+17=21+5x-x^2$

8. $x^2=\frac{11x-5}{6}$

9. $x=\frac{x^2-72}{6}$

10. $14y^2+2y-5=28y-10y^2$

適當ナ方法ニヨツテ次ノ各方程式ヲ解ケ。(11-14)

11. $0.6x^2-1.4x-32=0$

12. $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$

13. $\frac{4}{15}x(x+1)-\frac{1}{5}(2x^2+x-1)=\frac{3}{20}(x+1)$

14. $\left(\frac{3x+4}{5}\right)^2-\frac{12}{5}x=8\frac{1}{5}$

15. 長方形ノ地面ガアル。ソノ面積ハ5段5畝
6步デ縦横ノ和ハ82間デアルトイフ。縦横
ノ長サ各如何。

16. 直角三角形ノ斜邊ハ17種デ他ノ二邊ノ差ハ
7種デアアル。各邊ノ長サヲ求メヨ。

練習問題

1. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $x^2-9x+16=0$

2. $3x^2+4x-5=0$

3. $x^2=\frac{10x-5}{3}$

4. $12=x^2-4x$

5. $\left(\frac{3x+4}{3}\right)^2-4x=8\frac{1}{5}$

2. $3x^2-7x+3=0$ ヲ解イテ根ノ小數第二位マデ
計算セヨ。

3. $(\sqrt{5}-2)x^2-2x+4=0$ ヲ解イテ得タ根ノ分母
ヲ有理化セヨ。

4. $(7-4\sqrt{3})x^2+(2-\sqrt{3})x-2=0$ ヲ解イテ得タ根
ノ分母ヲ有理化セヨ。

次ノ各文字方程式ヲ()内ノ文字ヲ未知數
トシテ解ケ。(5-7)

5. $m-x^2=(1-m)x$ (x)

6. $28b^2=-17by+3y^2$ (y)

7. $12m^2-16am=3a^2$ (m)

8. 或人ソノ收入金ノ $\frac{1}{3}$ ヲ飲食費ニ, $\frac{1}{8}$ ヲ衣住費ニ, $\frac{1}{10}$ ヲ交際費ニ費シテ尙 318 圓ヲ残シタトイフ。コノ人ノ收入金額ヲ求メヨ。
9. 二位ノ整數ガアル。數字ノ和ハ 10 デコノ數ト數字ノ位置ヲ交換シテ得ル數トノ積ハ 2296 トナル。コノ數如何。
10. 六位ノ整數ガアル。ソノ左端ノ數字ハ 2 デコレヲ右端ニ移ストキハ原ノ數ノ三倍ニ等シクナルトイフ。原數ヲ求メヨ。
11. 矩形ノ地面ガアル。ソノ周ハ 32 米アツテ横ヲソノ $\frac{1}{5}$ 減ジ、縦ヲ 1 米短クスレバ面積ハモトノ $\frac{2}{3}$ トナルトイフ。縦横各何程カ。
12. 甲ハ a 歳乙ハ b 歳デアルトスレバ今カラ幾年後ニ甲ノ歳ガ乙ノ歳ノ c 倍ニナルカ。又 $c=1$ ノ場合ヲ吟味セヨ。

第九章

一元二次方程式理論

65. 根ノ吟味 虚數

1. $x^2 - 6x + 7 = 0$

$$x = 3 \pm \sqrt{9-7} = 3 \pm \sqrt{2}$$

2. $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$x = 3 \pm \sqrt{9-9} = 3 \quad (\text{等根})$$

3. $x^2 - 6x + 11 = 0$

$$x = 3 \pm \sqrt{9-11} = 3 \pm \sqrt{-2}$$

ノ様ニ公式ニ當テハメルト一元二次方程式ノ根ハ恒ニ求メ得ラレルヤウニ見エル。シカルニ例 3ニ於ケル $\sqrt{-2}$ トイフ數ハ今マデニ考ヘタコトガナイ。ヨツテコレヲ解法ノ根本ニ廻ツテ見レバ

$$x^2 - 6x = -11$$

$$x^2 - 6x + 9 = 9 - 11$$

$$(x-3)^2 = -2$$

シカルニ如何ナル數デモソレヲ二乗スレバ負數ニハナリ得ナイ。從テ $(x-3)^2$ ガ負數 -2 ニ等シクハナリ得ナイ。

カヤウニ一元二次方程式ニハ今マデ學ンダ範圍デハ根ナシトイフ場合ガアル。シカシナガラ前ニ減法ガイツモ出來ルタメニ負數ヲ數ノ中ニ入レテ來タ様ニココデモ $\sqrt{-2}$ ノ様ナ負數ノ平方根モ亦一ツノ數ト認メルナラバ一元二次方程式ハ恒ニ二ツノ根ヲ有シソレハ前ノ公式デ與ヘラレルコトニナル。

ココニ新ニ認メタ數ヲ**虚數**トイヒコレニ對シテ從來ノ有理數、無理數ヲ**實數**トイフ。ナホコノ實數ト虚數ト組合セルト

$$3+4\sqrt{-2}$$

ノヤウナ數ガ出來ル。コレモ實數デナイカラ擴張シタ意味ニ於テ虚數トイフ。

方程式ノ根ガ實數ナルトキハコレヲ**實根**トイヒ虚數ナルトキハコレヲ**虚根**トイフ。

上ノ例デ (1), (2) ノ根ハ實根デ (3) ノ根ハ虚根デアアル。

一元二次方程式ノ根ガ實根カ又ハ虚根カノ區別ハ公式ノ根號内ノ値ガ正數ナルカ負數ナルカニヨツテ定マル。即チ

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

$$(1) \quad b^2-4ac > 0 \quad \text{相異ル實根}$$

$$(2) \quad b^2-4ac = 0 \quad \text{相等シキ實根(等根)}$$

$$(3) \quad b^2-4ac < 0 \quad \text{相異ル虚根(虚根)}$$

b^2-4ac ヲ方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ**判別式**トイフ。

【注意】本書ノ中ニアル文字ハ斷リガナケレバスベテ實數ヲ表スモノトスル。

例 1 次ノ各方程式ノ根ノ性質ヲ判別セヨ。

$$1. \quad 2x^2-3x-5=0$$

$$2. \quad 9x^2+24x+16=0$$

$$3. \quad 5x^2-4x+3=0$$

【解】 1. 判別式 $=(-3)^2+4 \times 2 \times 5 > 0$

不等實根ヲ有スル。

$$2. \quad \text{判別式} = 12^2-9 \times 16 = 0$$

等根ヲ有スル。

3. 判別式 $=2^2-15<0$

虚根ヲ有スル。

例2 $2x^2+(m+2)x+m=0$ ガ等根ヲ有スルヤウニ m ノ値ヲ定メヨ。

【解】 判別式ガ零ナラバ等根ヲ有スルカラ

$$(m+2)^2-8m=0$$

$$m^2-4m+4=0$$

$$(m-2)^2=0$$

$$m=2 \quad \text{答}$$

例題

次ノ各方程式ノ根ノ性質ヲ判別セヨ。(1—4)

1. $x^2-7x+5=0$
2. $x^2+x+1=0$
3. $x^2-10x+25=0$
4. $3x^2-7x+8=0$
5. $x^2-2x+m+3=0$ ガ等根ヲ有スルヤウニ m ノ値ヲ定メヨ。
6. $x^2-2x+1+l(x^2+3x+5)=0$ ガ等根ヲ有スルトキ l ノ値如何。
7. $4x^2+2(m+1)x+m=0$ ノ根ノ性質ヲ判別セヨ。

虚数ノ計算

虚数ノ計算ニハマヅ二乗シテ -1 ニナルト考ヘタ數ヲ新タニ設ケテコレヲ i デ表シ

$$i^2=-1, \quad \sqrt{-1}=i$$

トスル。シカルトキ

$$\sqrt{-3}=\sqrt{3 \times (-1)}=\sqrt{3i^2}=i\sqrt{3}$$

$$\sqrt{-a}=\sqrt{a \times (-1)}=\sqrt{ai^2}=i\sqrt{a} \quad (a>0)$$

ノヤウニ虚数ハ實數ト i トノ組合セタ數ヲ表スコトガ出來ル。

例1 $\sqrt{-2} \times \sqrt{-18} = i\sqrt{2} \times i\sqrt{18}$

[正] $= i^2 \sqrt{36} = -6$

$$\sqrt{-2} \times \sqrt{-18} = \sqrt{(-2) \times (-18)}$$

[誤] $= \sqrt{36} = 6$

虚数ノ計算ハ i ト實數トノ式ニ直シテカラ今マデノ演算法則ニ從ツテ行フモノト定メル。

例2 $\sqrt{-9} + \sqrt{-16} = 3i + 4i = 7i$

$$\sqrt{-9} - \sqrt{-16} = 3i - 4i = -i$$

$$(3+2i)^2 = 9 + 12i + 4i^2$$

$$= 9 + 12i - 4$$

$$= 5 + 12i$$

例3 $x^2 - 3x + 7 = 0$ を解いてその根を驗せよ。

$$\text{〔解〕 } x = \frac{3 \pm \sqrt{9-28}}{2} = \frac{3 \pm i\sqrt{19}}{2}$$

これを方程式の左邊に代入すれば

$$\left(\frac{3 \pm i\sqrt{19}}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3 \pm i\sqrt{19}}{2} + 7$$

$$= \frac{9 \pm 6\sqrt{19}i - 19}{4} - \frac{9 \pm 3\sqrt{19}i}{2} + 7$$

$$= \frac{-5 \pm 3\sqrt{19}i}{2} - \frac{9 \pm 3\sqrt{19}i}{2} + 7$$

$$= \frac{-14}{2} + 7$$

$$= 0$$

例題

1. 次の各数に i を含んだ式を書き表せ。

$$\sqrt{-4}, \sqrt{-5}, \sqrt{-9}, \sqrt{-\frac{1}{4}}, \sqrt{-\frac{5}{2}}$$

2. 次の各式を計算せよ。

1. $2i + 5i - 6i$

2. $(3i - 2i)^2 \times 4i$

3. $18i \div 3i$

4. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-2}$

5. $\sqrt{-2} \times \sqrt{-6} \times \sqrt{-3}$

6. $(3-4i)(3+4i)$

7. $(3+2i)^2 - 6(3+2i) + 13$

3. 次の各方程式を解いて得た根を驗せよ。

1. $x^2 - 2x + 3 = 0$

2. $2x^2 - 3x + 3 = 0$

66. 根と係数の関係

例1 2, 3 を二根とする方程式を作れ。

$$\text{〔解〕 } (x-2)(x-3) = 0 \quad (1)$$

$$\text{即ち } x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (2)$$

(2) の方程式の x の係数に二根の和の符號を變へたモノで常數項に二根の積を等しい。

例2 $ax^2 + bx + c = 0$ の二根の和及び差を求めよ。

〔解〕 二根を α, β とし $b^2 - 4ac = D$ とおけば

$$\alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{b^2 - D}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

$ax^2 - bx + c = 0$ の二根 α, β とスレバ

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

例 3 $2x^2 + 3x - 5 = 0$ の二根ヲ α, β トスルトキ

$\alpha^2 + \beta^2, \alpha^3 + \beta^3$ ノ値ヲ求メヨ。

【解】 $\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -\frac{5}{2}$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{5}{2}$$

$$= \frac{9}{4} + 5 = \frac{29}{4}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$$

$$= (\alpha + \beta) \{(\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta\}$$

$$= -\frac{3}{2} \left(\frac{9}{4} + \frac{15}{2}\right)$$

$$= -\frac{117}{8}$$

例 4 和ガ $\frac{5}{2}$ 積ガ -6 ニナル二數ヲ求メヨ。

【解】 二數ヲ α, β トスレバ

$$\alpha + \beta = \frac{5}{2}, \alpha\beta = -6$$

故ニ二數ハ明カニ次ノ方程式ノ根ナル

$$x^2 - \frac{5}{2}x - 6 = 0$$

コレヲ解イテ

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 或 } 4 \quad \text{答} \quad -\frac{3}{2}, 4$$

例題

1. 次ノ各數ヲ二根トスル方程式ヲ作レ。

1. 3, 4

2. -2, 5

3. $-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$

4. $-\frac{2}{5}, -\frac{3}{2}$

5. $\sqrt{3}, -\sqrt{4}$

6. $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$

2. 次ノ各方程式ノ二根ノ和ト積トヲ求メヨ。

1. $x^2 + 4x + 3 = 0$

2. $3x^2 - 5x + 1 = 0$

3. $4x^2 - 7x - 8 = 0$

4. $x^2 - (m+1)x + 5m = 0$

3. $x^2 - 5x + 6 = 0$ ノ二根ヲ α, β トスルトキ次ノ

各式ノ値ヲ求メヨ。

- | | |
|--|---|
| 1. $\alpha^2 + \beta^2$ | 2. $\alpha^3 + \beta^3$ |
| 3. $\alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2$ | 4. $\alpha^2 - 3\alpha\beta + \beta^2$ |
| 5. $\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta}$ | 6. $\frac{2\alpha + \beta}{\alpha} + \frac{\alpha + 2\beta}{\beta}$ |

4. $ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根ヲ α, β トスルトキ次ノ各式ヲ a, b, c ノ式ヲ表セ。

- | | |
|--------------------------|---|
| 1. $(\alpha+1)(\beta+1)$ | 2. $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ |
|--------------------------|---|

5. 甲乙二人ガ $ax^2 + bx + c = 0$ ナル形ノ方程式ヲ解クニ甲ハ c ヲ見誤ツタタメ $-2, -8$ ナル二根ヲ得乙ハ b ヲ見誤ツタタメ $1, 9$ ナル二根ヲ得タ。

1. 甲ノ見誤ツタ方程式如何。
2. 乙ノ見誤ツタ方程式如何。
3. 正シイ方程式及ビソノ根ヲ求メヨ。

67. 二次三項式ノ因數分解

二次三項式 $ax^2 + bx + c$ ノ因數分解ガ困難ナ場合ニハ方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根 α, β ヲ求メテ $a(x-\alpha)(x-\beta)$ トスレバヨイ。如何トナレバ

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{故} = ax^2 + bx + c &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \\ &= a\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\} \\ &= a(x - \alpha)(x - \beta) \end{aligned}$$

- 例 1 $x^2 - 7x + 5$ ヲ因數ニ分解セヨ。

〔解〕 $x^2 - 7x + 5 = 0$ ヲトケバ

$$\alpha = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}, \quad \beta = \frac{7 - \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{故} = x^2 - 7x + 5 = \left(x - \frac{7 + \sqrt{29}}{2}\right)\left(x - \frac{7 - \sqrt{29}}{2}\right)$$

例題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。 [1-6]

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. $x^2 - 7x + 12$ | 2. $x^2 - 7x - 18$ |
| 3. $3x^2 - 5x + 2$ | 4. $7x^2 + 5x - 2$ |
| 5. $5x^2 + 7x - 6$ | 6. $3x^2 - 6x - 7$ |

公式ヲ用ヒテ次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。

7. $ax^2 - (a^2 + 1)x + a$
8. $15x^2 + 14nx - 8n^2$
9. $x^2 - x(y+1) + (2y-2)$

68. 二次三項式ノ値ノ變化

二次三項式

$$ax^2+bx+c$$

ハ x ノ値ガ種々ニ變化スルニ從ツテコノ式ノ値モ亦種々ノ値ヲトル。方程式 $ax^2+bx+c=0$ ヲ解クコトハ x ノ如何ナル値ニ對シテ上ノ二次三項式ノ値ガ零ニナルカヲ求メルコトデアル。

便宜上二次三項式ノ値ヲ y デ表シ

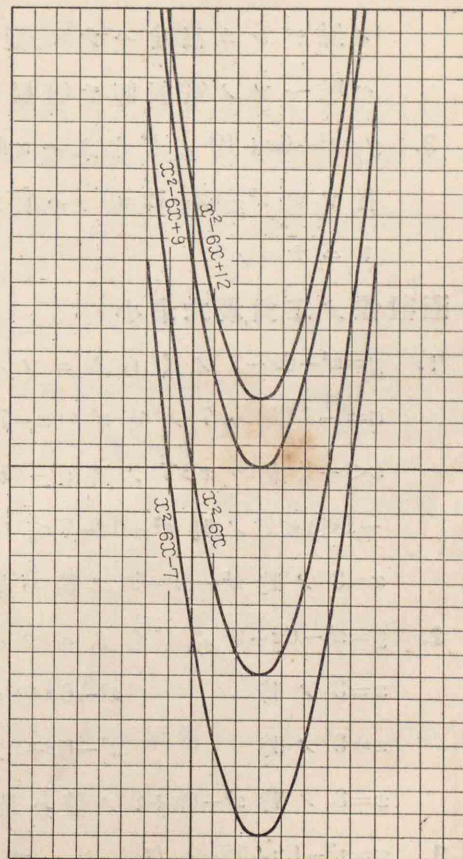
1. $y=x^2-6x-7$
2. $y=x^2-6x+9$
3. $y=x^2-6x+12$

ナル三ツノ函數ノ値ノ變化ヲ研究シテ見ルト次ノヤウニナル。

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
x^2	...	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64	...
$-6x$...	12	6	0	-6	-12	-18	-24	-30	-36	-42	-48	...
$y=x^2-6x-7$...	9	0	-7	-12	-15	-16	-15	-12	-7	0	9	...
$y=x^2-6x+9$...	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	...
$y=x^2-6x+12$...	28	19	12	7	4	3	4	7	12	19	28	...

同ジ座標軸

ニ對シ同ジ目盛ヲ用ヒテぐらふヲ畫クトキハ (1) (2) (3) ノぐらふハ何レモ $y=x^2-6x$ ノぐらふヲソノママ上下ニ移動シタモノデアル。又 y ノ値ヲ零ナラシメル x ノ値ハソレ等ノぐらふガ x 軸ト交ル點ノ横座標デアル。



1. $y=x^2-6x-7$ ノぐらふハ x 軸ト原點カラ -1 及ビ 7 ノ點デ交ルカラ $x^2-6x-7=0$ ハ相異ナル二ツノ不等實根ヲ有スル。

2. $y=x^2-6x+9$ のぐらふハ x 軸ト 原點カラ 3
ノ點テシカ 出會ハナイ。從ツテ $x^2-6x+9=0$
ハ 唯一ツノ 實根即チ 等根ヲ 有スル。
3. $y=x^2-6x+12$ ノぐらふハ x 軸ト 出會ハナイ。
從ツテ $x^2-6x+12=0$ ハ 實根ヲ 有シナイコ
トニナル。

函數値ノ正負最大最小

1. $y=x^2-6x-7$ ノぐらふニツイテ
 $x=-1$ 或ハ 7 ノ時 $x^2-6x-7=0$
 $x<-1$ 或ハ $x>7$ ノ時 $x^2-6x-7>0$
 $-1<x<7$ ノ時 $x^2-6x-7<0$
 $x=3$ ノ時 x^2-6x-7 ノ値ハ 最小
2. $y=x^2-6x+9$ ノぐらふニツイテ
 $x=3$ ノ時 $x^2-6x+9=0$
 $x\neq 3$ ノ時 $x^2-6x+9>0$
 $x=3$ ノ時 x^2-6x+9 ノ値ハ 最小
3. $y=x^2-6x+12$ ノぐらふニツイテ
 x ノ値ニカカハラズ $x^2-6x+12>0$
 $x=3$ ノトキ $x^2-6x+12$
ノ値ハ 最小

例題

1. 次ノ二ツノ 函數ノぐらふヲ 畫イテ x ガ如何
ナル 値ノ時ニ 最大又ハ 最小ノ 値ヲトルカヲ
見ヨ。又ソノ時ノ 最大値又ハ 最小値如何。

1. $y=2x^2-8x+5$

2. $y=-2x^2+8x-5$

又 x^2 ノ係數ガ 正ナルトキト 負ナルトキトぐ
らふノ向キガドウ違フカ。

2. ぐらふヲ 畫イテ 次ノ各方程式ノ 根ノ性質ヲ
判別セヨ。

1. $x^2+4x-5=0$ 2. $x^2+4x+4=0$

3. $x^2+4x+5=0$

3. ぐらふヲ 畫イテ x ガ如何ナル 値ノトキ 次ノ
不等式ガ 成立ツカヲ 見ヨ。

1. $x^2+4x-5<0$

2. $x^2+4x-5>0$

3. $x^2-4x-12<0$

4. $x^2-4x-12>0$

練習問題

1. 次ノ各方程式ノ根ノ性質ヲ判別セヨ。

1. $3x^2+6x+7=0$ 2. $8x^2+5x=0$

3. $7x^2+6=0$ 4. $\frac{x^2-x}{7}=\frac{3}{8}$

2. m ガ如何ナル値ヲ有スルトキ

$$x^2-2(3m+1)x+7(3+2m)=0$$

ハ等根ヲ有スルカ。

3. $(x-l)(x-m)=k$ ハ $k>0$ ナルトキ常ニ相異ナル
實根ヲ有スルコトヲ證明セヨ。

4. $(l^2+m^2)x^2-2(lp+mq)x+p^2+q^2=0$ ガ實根ヲ有ス
ルタメニハ等根ナルコトヲ要スルコトヲ説
明セヨ。

5. $2x^2+5x+3=0$ ノ二根ヲ α, β トスルトキ

$$(2\alpha^2-\beta+2)(2\beta^2-\alpha+2)$$

ノ値如何。

6. 方程式 $5x^2-(3a+4)x=a+3$ ノ一根ガ 3 デアル
トイフ。他ノ根ヲ求メヨ。

7. 方程式 $ax^2+2x=3b$ ノ一根ガ 3 デ且ツ a, b
ノ和ガ 16 ナルヤウニ a, b ノ値ヲ定メヨ。

8. $x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ α, β トスレバ p, q ヲ二
根トスル方程式ハ

$$x^2+(\alpha+\beta-\alpha\beta)x-\alpha\beta(\alpha+\beta)=0$$

ナルコトヲ證明セヨ。

9. $100x^2+60x+m=0$ ノ一根ガ他ノ根ノ二倍ナル
ヤウニ m ノ値ヲ定メヨ。

10. $x^2+(4p-2)x+3p^2+5=0$ ノ一根ガ他ノ根ノ二倍
ナルヤウニ p ノ値ヲ定メヨ。

11. $x^2-(p+1)x+6=0$ ノ二根ガ連続スル正ノ整数
ナルヤウニ p ノ値ヲ定メヨ。

12. α, β ヲ $ax^2+bx+c=0$ ノ二根トスルトキ $\frac{1}{\alpha+2\beta}$,
 $\frac{1}{\beta+2\alpha}$ ヲ二根トスル方程式ヲ作レ。

第三篇

分數方程式 比及比例

第十章

分數式・分數方程式

69. 分數・分數式

或數 A ヲ他ノ數 B デ割ツタ商ヲ $\frac{A}{B}$ ト書ク。

$$2 \div 3 = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$(2a+b) \div (a+b) = \frac{2a+b}{a+b} \quad (2)$$

算術デ用ヒル分數 $\frac{A}{B}$ ハ A, B ガ正ノ整數ニ限
ラレテキルガ代數學デハ A, B ハ如何ナル數又
ハ式デモヨイモノトスル。但シ分母ハ零デナイ
モノトノ定メデアル。

分數ノ分母ト分子トガ整式デア
ルトキコレヲ分數式トイフ。但シ

1. 分母ニハ必ズ文字ヲ含ミ
2. 分母ハ零デナイモノト定メル。

分母ヲ有理化スルトキ既ニ學ンダヤウニ

$$\frac{Am}{Bm} = \frac{A}{B}$$

尙 A, B ガ如何ナル數又ハ式デモ恒ニコノ等
式ガ成立ツコトヲ明カニスルト次ノヤウニナル。

$$\frac{Am}{Bm} = p \quad \text{トオケバ} \quad Am = p(Bm) = (pB)m$$

兩邊ヲ同一ノ數デ割レバ $A = pB$

$$\therefore \frac{A}{B} = p \quad \therefore \frac{Am}{Bm} = \frac{A}{B}$$

分數式ノ分母子ヲ同一ノ數又ハ式
デ割ツテモ又ハ同一ノ數ヲ掛ケテモ
ソノ値ハ變ラナイ。

$$\frac{Am}{Bm} = \frac{A}{B}$$

分母子が共通因數ヲ有スルトキソノ因數デ割
ツテ共通因數ヲ取り去ルコトヲ約分スルトイヒ
共通因數ガナイトキハソレヲ既約分數トイフ。

例 1 $\frac{-3x^2yz^3}{xy^2z} = -\frac{3xz^3}{y}$

例 2 $\frac{x^2-5x-14}{x^2-3x-10}$ ヲ約分セヨ。

$$\begin{aligned} \frac{x^2-5x-14}{x^2-3x-10} &= \frac{(x-7)(x+2)}{(x+2)(x-5)} \\ &= \frac{x-7}{x-5} \end{aligned}$$

例 3 $\frac{(x^2-1)(x+2)}{(x-1)(x^2+4x+3)}$ ヲ既約分數ニ直セ。

$$\begin{aligned} \frac{(x^2-1)(x+2)}{(x-1)(x^2+4x+3)} &= \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x+3)} \\ &= \frac{x+2}{x+3} \end{aligned}$$

例 題

次ノ分數ヲ約分セヨ。

1. $\frac{3a^2b}{9ab}$

2. $\frac{2x^3y^2}{3x^2y}$

3. $\frac{6x^3y^3}{9x^5y}$

4. $\frac{5(a+b)}{15(a+b)^2}$

5. $\frac{12(x+y)^3}{9(x+y)^2}$

6. $\frac{p(p-q)^3}{p^3(p-q)^2}$

7. $\frac{ax+bx}{(a+b)^2}$

8. $\frac{a^2-ay}{a^2-y^2}$

9. $\frac{(x+1)^2(x^2-1)}{(x-1)^2(x+1)}$

10. $\frac{(a+b)^2-c^2}{a^2-(b+c)^2}$

11. $\frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$

12. $\frac{x^5-y^5}{(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}$

70. 公約數・最大公約數

幾ツカノ整式 A, B, C 等ガ共通因數 D ヲ有ス
ルトキ D ヲ A, B, C 等ノ公約數トイヒ公約數ノ
中デ次數ノ最モ高イモノヲ最大公約數 (G. C. M.)
トイフ。

例 1 $6a^2b^3, -4a^5b^2c$ ノ最大公約數ヲ求メヨ。

$$\begin{array}{l} 2a^2 \left[\begin{array}{l} 6a^2b^3, -4a^5b^2c \\ 3b^3, -2a^3b^2c \\ 3b, -2a^3c \end{array} \right] \quad \text{G. C. M.} = 2a^2b^2 \end{array}$$

數字因數ダケガ異ル約數ハ皆同ジモノト見做
シ上例ノ答ハ a^2b^2 デモ $2a^2b^2$ デモ又 $-2a^2b^2$ デモヨイ。
係數ガスベテ整數デアル場合ニハ係數ノ絶對値

ノ最大公約數ヲ添ヘテ書クノガ普通デアル。

單項式ノ最大公約數ヲ求メルニハ、各式ニ共通ノ文字ヲ列ベテ書キ、ソノ各々ニコレ等ノ式ノ中ニアル各文字ノ最小ナ指數ヲ附ケヨ。

多項式ノ場合ニハソレ等ノ式ヲ因數ニ分解シテ各因數ヲ一ツノ文字ノヤウニ考ヘテ前ト同ジヤウニセヨ。

例 2 $a^2x^2y^5z, abx^2y^4z, b^2x^2y^3z^2$ ノ最大公約數ヲ求メヨ。

共通ナ文字 x, y, z

最小指數 $2, 3, 1$

G. C. M. = x^2y^3z

例 3 x^2-4, x^2+x-6, x^2-4x+4 ノ最大公約數ヲ求メヨ。

$$x^2-4=(x-2)(x+2)$$

$$x^2+x-6=(x-2)(x+3)$$

$$x^2-4x+4=(x-2)^2 \quad \text{G. C. M.} = x-2$$

例 題

次ノ各式ノ最大公約數ヲ求メヨ。(1—12)

1. xy^2, x^2y 2. $5a^3b^4, -10a^5b^3$

3. $-8a^3bcx^2, 12a^2b^2cx$

4. $x^2y^2z^5, x^4y^6z^3, x^3y^4z^6$

5. $x^2(x-1), x(x-1)^2$

6. $x(x+1), (x+1)(x+2)$

7. $(a+2)^2, (a+2)(a+3)$

8. $(a+b)(a-b)^2, (a+b)^2(a-b)$

9. $(x+a)^2(x-a)^3, (x+a)(x-a)^5$

10. $a^2(a+3)(a-2)^3, a^3(a-2)^3(a-5)$

11. $6(x-2y)^2, 9(x-2y)(x+2y)^2$

12. $x^2-25, x^2-2x-35$

次ノ各分數式ヲ約分セヨ。(13—16)

13. $\frac{x^4-a^4}{x^3-a^3}$

14. $\frac{x^2-xy+y^2}{x^4+x^2y^2+y^4}$

15. $\frac{x^2-3xy-10y^2}{x^2+5xy+6y^2}$

16. $\frac{px^2-9pxy+14py^2}{px^2+2pxy-8py^2}$

17. 次ノ二ツノ方程式ノ共通ノ根ヲ求メヨ。

$$x^2+3x-18=0, \quad x^2-7x+12=0$$

71. 公倍数・最小公倍数

整式 M が幾ツカノ整式 A, B, C 等ノ各々デ割リキレルトキハ M ヲ A, B, C 等ノ公倍数ト云ヒ公倍数ノ中デ次數ノ最モ低イモノヲ最小公倍数 (L. C. M.) トイフ。

例 1 $6x^2yz, 4xy^3z^2c$ ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

兩式ニ含マレテ居ル凡テノ文字

$$x, y, z, c$$

ヲトリ兩式ニアル各文字ノ最大指數ヲツケテ一列ニ書キナラベ

$$x^2y^3z^2c$$

トスレバ

$$\frac{x^2y^3z^2c}{6x^2yz} = \frac{y^2zc}{6}$$

$$\frac{x^2y^3z^2c}{4xy^3z^2c} = \frac{x}{4}$$

ノヤウニ何レモ分母ニ文字ヲ含マナイ式トナツテ割リキレル。而シテコレヨリ次數ヲ低クスルト割リキレナイ。故ニ

$$\text{L. C. M.} = x^2y^3z^2c$$

係數ガスベテ整數デアル場合ニハ通常係數ノ絶對値ノ最小公倍数ヲ添ヘテ

$$\text{L. C. M.} = 12x^2y^3z^2c$$

トスル。

例 2 $a^2bc, 2ab^2c, 5abc^2$ ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

$$\text{L. C. M.} = 10a^2b^2c^2$$

單項式ノ最小公倍数ヲ求メルニハ各式ノ中ニアル文字ヲ悉ク列記シ、ソノ各々ニコレ等ノ式中ニアル各文字ノ最大指數ヲ附ケヨ。

多項式ノ場合ニハソレ等ノ式ヲ出來得ル限リノ因數ニ分解シ、各因數ヲ一ツノ文字ノヤウニ考ヘテ前ト同ジヤウニセヨ。

例 3 x^2-x-2 ト x^2+x-6 ノ最大公約數及ビ最小公倍数ヲ求メヨ。

$$x^2-x-2 = (x+1)(x-2)$$

$$x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$$

$$G. C. M = x - 2$$

$$L. C. M = (x+1)(x-2)(x+3)$$

例題

次ノ各式ノ最大公約數及ビ最小公倍數ヲ求メ
ヨ。

1. $2ab^2c, 4abc^2, 6a^3b^3c$
2. xy^3, xyz, xyz^5
3. $a^2b^3c^5, a^6bc^3, abc^7$
4. $x(x+1)^2, (x+1)^2y, (x+1)y^2$
5. $(a-2)^2, (a-2)(a+3), (a+3)^2$
6. $5(a-b)(b-c), 4(b-c)(c-a), 2(c-a)(a-b)(b-c)$
7. $x^2-1, x^2-4x+3, x^2+3x-4$
8. $x^3-4x+4, x^2-7x+12, (x-2)^3$
9. $a^2+2ab+b^2, a^2-b^2, a^2-2ab+b^2$
10. $a^2-ab+b^2, a^2+ab+b^2, a^4+a^2b^2+b^4$
11. $a^2+ab+b^2, a^4+a^2b^2+b^4, a^6-b^6$
12. $x^2-y^2, x^3-y^3, x^3+y^3$

72. 加法・減法

$$\text{例 1} \quad \frac{b}{a} + \frac{c}{a} - \frac{d}{a} = \frac{b+c-d}{a}$$

同分母ノ分數式ヲ加減スルニハ分子ヲ加減シタ結果ヲ分子トシ、ソノ共通ノ分母ヲ分母トスル分數式ヲ作レ。

$$\begin{aligned} \text{例 2} \quad \frac{1}{x-a} - \frac{2a}{x^2-a^2} &= \frac{1}{x-a} - \frac{2a}{(x-a)(x+a)} \\ &= \frac{x+a}{(x-a)(x+a)} - \frac{2a}{(x-a)(x+a)} \\ &= \frac{x-a}{(x-a)(x+a)} \\ &= \frac{1}{x+a} \end{aligned}$$

分母ガ同ジデナイ幾ツカノ分數式ハソレ等ノ公倍數ヲ共通ノ分母トスル分數式ニ直スコトガ出來ル。カヤウニスルコトヲコレ等ノ分數式ヲ通分スルトイヒ共通ノ分母ヲ公分母トイフ。

公分母ニハソレ等ノ分母ノ最小公倍数ヲトレバ最モ簡單デアル、

異分母ノ分數式ヲ加減スルニハ、先ヅ通分シテ後ニ計算ヲ行へ。

結果ハナルベク既約分數ニ直セ。

例 3 $x, \frac{z}{xy}, \frac{y}{x^2z}$ ヲ通分セヨ。

$$x = \frac{x}{1} = \frac{x \times x^2yz}{1 \times x^2yz} = \frac{x^3yz}{x^2yz}$$

$$\frac{z}{xy} = \frac{z \times xz}{xy \times xz} = \frac{xz^2}{x^2yz}$$

$$\frac{y}{x^2z} = \frac{y \times y}{x^2z \times y} = \frac{y^2}{x^2yz}$$

分母ノ最小公倍数 x^2yz ヲ定メコレガ公分母ニナルヤウニ通分スルニハソレヲ各分母デ割ツタ商ヲ各分數ノ分母子ニ掛ケレバヨイ。

例 4 $\frac{1}{x+a}, \frac{1}{x-a}, \frac{2x}{a^2-x^2}$ ヲ通分セヨ。

$$a^2-x^2 = -(x^2-a^2) = -(x+a)(x-a)$$

ナル故 $(x+a)(x-a)$ ヲ最小公分母ニトル

$$\frac{1}{x+a} = \frac{x-a}{(x+a)(x-a)}$$

$$\frac{1}{x-a} = \frac{x+a}{(x+a)(x-a)}$$

$$\frac{2x}{a^2-x^2} = \frac{-2x}{(x+a)(x-a)}$$

例 5 $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} - \frac{2}{zx} = \frac{z}{xyz} + \frac{x}{xyz} - \frac{2y}{xyz}$
 $= \frac{z+x-2y}{xyz}$

例 6 $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6}$
 $= \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$
 $= \frac{x+3+x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$
 $= \frac{2(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$
 $= \frac{2}{(x+1)(x+3)}$

例 題

次ノ各式ヲ通分セヨ。(1-8)

1. $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}$

2. $\frac{y}{bc}, \frac{x}{ab}, \frac{z}{a^2b}$

3. $\frac{1}{x^2-3x+2}, \frac{1}{x^2-5x+6}$

4. $\frac{x}{x^2-4}, \frac{1}{x^2-x-6}$

5. $\frac{1}{x^2+8x+15}, \frac{1}{x^2-9}$

6. $\frac{x}{x^3-a^3}, \frac{2a}{x^2+ax+a^2}$

7. $\frac{x}{x^2-5x+6}, \frac{x-1}{x^2-7x+12}$

8. $\frac{1}{(a-b)(b-c)}, \frac{1}{(b-c)(c-a)}, \frac{1}{(c-a)(a-b)}$

次ノ各式ヲ計算セヨ。(9-21)

9. $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$

10. $\frac{x}{x-a} - \frac{a}{x+a}$

11. $\frac{1}{xy^2} - \frac{1}{x^2y}$

12. $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + 1$

13. $4 + \frac{x}{x+a}$

14. $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

15. $\frac{2}{x+2} - \frac{3}{x-3}$

16. $\frac{x}{x-2} - \frac{3x}{x+3}$

17. $\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

18. $\frac{a}{x+y} + \frac{a}{x-y}$

19. $\frac{2}{a^2-ab} + \frac{3}{b^2-ab}$

20. $\frac{2}{x^2-5x+1} + \frac{1}{x^2+2x+3}$

21. $\frac{1}{a-b} - \frac{b}{a^2-b^2} + \frac{a}{a^2+b^2}$

73. 乗法・除法

$$\frac{A}{B}=p, \quad \frac{D}{C}=q \quad \text{トオケバ}$$

$$A=pB, \quad D=qC$$

$$\therefore AD=(pB)(qC)=pq(BC)$$

$$\frac{AD}{BC}=pq=\frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

$$\frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

分數式ノ積ヲ求メルニハソレ等ノ
分子ノ積ヲ分子トシ分母ノ積ヲ分母
トスル分數式ヲ作ツテソレヲ既約分
數ニ直セ。

次ニ

$$\left(\frac{A}{B} \times \frac{D}{C}\right) \times \frac{C}{D} = \frac{ADC}{BCD} = \frac{A}{B}$$

$$\therefore \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A}{B} \div \frac{C}{D}$$

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

$\frac{C}{D}$ ト $\frac{D}{C}$ ノヤウニ掛ケテ 1 ニナル二數アル
トキ一方ヲ他方ノ逆數トイフ。從ツテ或數ヲ割
ルニハソノ逆數ヲ掛ケルトヨイ。

分數式ヲ割ルニハソノ逆數ヲ掛ケ
ソノ結果ヲ既約分數ニ直セ。

$$\text{例 1} \quad \frac{2c^2}{3a^2b} \times \frac{7ab^3}{4c^3} = \frac{2 \times 7 \times a \times b^3 \times c^2}{3 \times 4 \times a^2 \times b \times c^3} = \frac{7b^2}{6ac}$$

$$\text{例 2} \quad \frac{(x+2)(x+3)}{(x-2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x-4)}{(x+3)(x+2)} = \frac{x-4}{x-1}$$

$$\text{例 3} \quad \frac{72x^2}{35p^2} \div \frac{18xy}{14ap} = \frac{72x^2}{35p^2} \times \frac{14ap}{18xy} = \frac{8ax}{5py}$$

$$\text{例 4} \quad \frac{a^3-1}{a^2-5a+6} \times \frac{a^3+1}{a^2+4a-5} \div \frac{a^4+a^2+1}{a^2+3a-10}$$

$$= \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a-2)(a-3)} \times \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{(a-1)(a+5)}$$

$$\times \frac{(a-2)(a+5)}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$= \frac{a+1}{a-3}$$

例題

次ノ各式ヲ計算セヨ。

1. $\frac{3ab}{2xy} \times \frac{4xyz}{9bc}$

2. $xy \div \frac{xy}{z^2}$

3. $\frac{5ab}{4xy} \times \frac{8bc}{7yz} \times \frac{zx}{abc}$

4. $\frac{16a^3b^4}{9x^5y^3} \div \frac{a^3b}{27x^2y^4}$

5. $\frac{2a^2x}{5by} \times \frac{b^2y^2}{ax^2} \times \frac{10b}{4a}$

6. $18x^2y^2z^4 \div \frac{15x^3yz^2}{27ab}$

7. $\frac{a+b}{a-b} \times \frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}$

8. $\frac{(a-1)^2}{a+1} \div \frac{a^2-1}{a}$

9. $\frac{36x}{7x+7y} \times \frac{x+y}{3} \times \frac{y}{x^2}$

10. $\frac{x^2-y^2}{4mn} \div \frac{x+y}{2n}$

11. $\frac{a^3-b^3}{a+b} \times \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+ab+b^2}$

12. $\frac{x+4}{x-4} \div \frac{x^2+16}{x^2-16}$

13. $\frac{x^2-2x+8}{x^2-5x+6} \times \frac{x^2-7x+10}{x^2-2x-8}$

$$14. \frac{x^2-4y^2}{a^2-b^2} \div \frac{x+2y}{(a+b)^2}$$

$$15. \frac{a^4-b^4}{a^2-b^2} \times \frac{a+b}{(a-b)^2} \times \frac{a-b}{a^2-ab-2b^2}$$

$$16. \frac{x^2+3x-10}{x^2-12x+32} \div \frac{x^2-25}{x^2-13x+40}$$

$$17. \frac{b^2-c^2+2ca-a^2}{b^2-c^2-2ab+a^2} \times \frac{c^2-2ca+a^2-b^2}{c^2-2ab-a^2-b^2}$$

$$18. \frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \div \frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x+1} \times \frac{x^2+3x-4}{2x^2-3x-2}$$

$$19. \frac{x^4-16}{x^4+4x^2+16} \times \frac{x^3-8}{x^2-4} \div \frac{(x-2)^2(x+2)}{x^2-2x+4}$$

74. 繁分數式

分數ノ分母分子ノ一方若シクハ双方ガ分數式デアルトキハコレヲ繁分數式トイフ。

$$\text{例 1 } \frac{\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$\text{分子} = \frac{(a+b)+(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2a}{(a-b)(a+b)}$$

$$\text{分母} = \frac{(a+b)-(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2b}{(a-b)(a+b)}$$

$$\text{原式} = \frac{2a}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{2b} = \frac{a}{b}$$

$$\text{例 2 } \frac{x-4-\frac{10}{x-1}}{x-7+\frac{5}{x-1}} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$\begin{aligned} \frac{x-4-\frac{10}{x-1}}{x-7+\frac{5}{x-1}} &= \frac{(x-4)(x-1)-10}{(x-7)(x-1)+5} \\ &= \frac{x^2-5x-6}{x^2-8x+12} \\ &= \frac{(x+1)(x-6)}{x-1} \times \frac{x-1}{(x-2)(x-6)} \\ &= \frac{x+1}{x-2} \end{aligned}$$

【別解】 與式ノ分母分子ニ $x-1$ ヲ掛ケテ計算スレバ、

$$\begin{aligned} \frac{x-4-\frac{10}{x-1}}{x-7+\frac{5}{x-1}} &= \frac{(x-4)(x-1)-10}{(x-7)(x-1)+5} = \frac{x^2-5x-6}{x^2-8x+12} \\ &= \frac{(x+1)(x-6)}{(x-2)(x-6)} = \frac{x+1}{x-2} \end{aligned}$$

例題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

$$1. \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$$

$$2. \frac{1 + \frac{2x}{x-1}}{1 - \frac{3x}{x-1}}$$

$$3. \frac{x-2 - \frac{1}{x-2}}{x-2 - \frac{4}{x-2}} \times \frac{x-4 - \frac{4}{x-4}}{x-4 - \frac{1}{x-4}}$$

$$4. \frac{x+2 - \frac{1}{x+2}}{x+2 - \frac{4}{x+2}} \times \frac{x+4 - \frac{4}{x+4}}{x+4 - \frac{1}{x+4}}$$

$$5. 1 - \frac{a}{a+b - \frac{b^2}{b-a}}$$

$$6. \frac{(a-b)^2 - \left(\frac{a^2+b^2}{a+b}\right)^2}{b-a + \frac{a^2}{a+b}}$$

$$7. \frac{x + \frac{1}{y}}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} - \frac{\frac{1}{yz}}{xy + \frac{x+z}{z}}$$

$$8. \frac{x}{1+x + \frac{x^2}{1-x}}$$

練習問題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

$$1. \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

$$2. \frac{1}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2}$$

$$3. \frac{1}{x^2-5xy+6y^2} + \frac{1}{x^2-4xy+3y^2} + \frac{1}{x^2-3xy+2y^2}$$

$$4. \frac{x+2}{2x^2+x-1} - \frac{2x-3}{4x^2-1} + \frac{1}{2x^2+3x+1}$$

$$5. \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$6. \frac{a+x}{(a-b)(a-c)} + \frac{b+x}{(b-c)(b-a)} + \frac{c+x}{(c-a)(c-b)}$$

$$7. \frac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)(x-b)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$$

$$8. \frac{b-c}{a^2-(b-c)^2} + \frac{c-a}{b^2-(c-a)^2} + \frac{a-b}{c^2-(a-b)^2}$$

$$9. \frac{a+b}{b} + \frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{a+b} - \frac{a^3-ab^2}{a^2-b^3}$$

10. $\frac{a+2b}{a^2-ab} + \frac{2a+b}{a^2-3ab+2b^2} - \frac{a-3b}{a^2-2ab}$
11. $\frac{bc(a+d)}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca(b+d)}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab(c+d)}{(c-a)(c-b)}$
12. $\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} - \frac{2a}{x^2+a^2} - \frac{4a^3}{x^4-a^4}$
13. $\left(1 - \frac{y^2+z^2-x^2}{2yz}\right) \left\{1 + \frac{(x+y+z)(y+z-x)}{(x-y+z)(x+y-z)}\right\}$
14. $\frac{\frac{2bc}{b+c} - b}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b-2c}} + \frac{\frac{2bc}{b+c} - c}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c-2b}}$
15. $a+b+c=0$ ナルトキ次ノ等式ノ正シイコトヲ證明セヨ。
- $$\frac{b+c}{bc}(b^2+c^2-a^2) + \frac{c+a}{ca}(c^2+a^2-b^2) + \frac{a+b}{ab}(a^2+b^2-c^2) = 0$$
16. $2s=a+b+c$ ナルトキハ

$$\frac{1}{s-a} + \frac{1}{s-b} + \frac{1}{s-c} - \frac{1}{s} = \frac{abc}{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

75. 分數方程式

例へバ $\frac{y-5}{x+1} = 3,$

$$\frac{x-5}{x+2} + 1 = \frac{x-1}{x-3}$$

ノヤウニ方程式ガ未知數ニ關スル分數式ヲ含ムトキコレヲ分數方程式トイフ。コレニ對シテ未知數ニ關スル分數式ヲ含マナイ方程式ヲ整方程式トイフ。

例 1 $\frac{x+2}{x-3} - \frac{5(x+1)}{x-5} = 1$ ヲ解ケ。

〔解〕 等式ノ兩邊ニ $(x-3)(x-5)$ ヲ掛ケテ分母ヲ拂へバ

$$(x+2)(x-5) - 5(x+1)(x-3) = (x-3)(x-5)$$

括弧ヲ外シテ簡約スレバ

$$5x^2 - 15x + 10 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x=2 \text{ 或ハ } 1$$

〔驗〕 $x=2$ トスレバ

$$\text{左邊} = \frac{2+2}{2-3} - \frac{5(2+1)}{2-5} = -4+5=1$$

$x=1$ トスレバ

$$\text{左邊} = \frac{3}{-2} - \frac{10}{-4} = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$$

分數方程式ノ分母ヲ拂ツテ整方程式ヲ得ルニハ原式ノ兩邊ニ分母ノ最小公倍數ヲ乘ズレバヨイ。

例 2 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = 0$ ヲ解ケ。

【解】 分母ヲ拂ヘバ

$$(x-2)+1=0$$

$$x-1=0$$

$$x=1$$

【吟味】 原方程式ニ適スル x ノ値ガアルトスレバ $x=1$ ヨリ外ニハナイ。然ルニ $x=1$ ヲ原方程式ノ左邊ニ代入スルト分數式ノ分母ガ 0 トナツテ意味ノナイモノニナル故原方程式ヲ満足シナイ。従ツテ原方程式ニ適合スル x ノ値ハナイ。

カヤウニ根ノナイ方程式ヲ不能方程式トイフ。

分數方程式ヲ解クニハ、

1 先ツ分母ヲ拂ツテ整方程式トシ

2 ソノ整方程式ヲ解イテ得タ未知

數ノ値ノ中原方程式ニ含マレル分

數式ノ分母ヲ零ナラシメナイモノ

ヲ根トセヨ。

例 3 $\frac{x+4}{x-3} - \frac{x-5}{x-4} = \frac{9}{2}$ ヲ解ケ。

【解】 分母ヲ拂ヘバ

$$2(x+4)(x-4) - 2(x-5)(x-3) = 9(x-3)(x-4)$$

括弧ヲ外シテ整頓スレバ

$$9x^2 - 79x + 170 = 0$$

$$(x-5)(9x-34) = 0$$

$$x=5 \text{ 或ハ } \frac{34}{9}$$

$$x=5 \text{ 及ビ } x = \frac{34}{9} \text{ ハ何レモ原方程式ノ分母}$$

ヲ零トシナイ。故ニ

答 $x=5$ 或ハ $\frac{34}{9}$

例 4 $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+5}{x+7} = \frac{x+1}{x+3} + \frac{x+3}{x+5}$ フ解ケ。

【解】各項カラ 1 フ減ズレバ

$$\frac{-2}{x+1} + \frac{-2}{x+7} = \frac{-2}{x+3} + \frac{-2}{x+5}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+7} = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+5}$$

移項シテ兩邊ヲ別々ニ計算スレバ

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7}$$

$$\frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{(x+5)(x+7)}$$

$$\therefore (x+1)(x+3) = (x+5)(x+7)$$

$$\text{コレヲ解イテ } x = -4$$

此値ハ $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) \neq 0$ ナル條件

ニ反シナイ。故ニ

$$\text{答 } x = -4$$

【別解】各項ノ分子ヲ分母デ割ルト

$$\left(1 + \frac{-2}{x+1}\right) + \left(1 + \frac{-2}{x+7}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{-2}{x+3}\right) + \left(1 + \frac{-2}{x+5}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+7} = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+5}$$

トシテ前ト同ジヤウニ解クコトガ出來ル。

例題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $\frac{x-4}{x-2} = \frac{x-2}{x+3}$

2. $\frac{x+3}{x-1} = \frac{x-1}{x-3}$

3. $\frac{x+5}{x-3} = \frac{5x-19}{x-3}$

4. $\frac{5x-3}{5x+3} = \frac{x+1}{x+3}$

5. $\frac{x+1.1}{x-1.4} = \frac{x-1.7}{x+0.3}$

6. $\frac{6x+7}{15} - \frac{2x-2}{7x-6} = \frac{2x+1}{5}$

7. $\frac{x+4}{x-3} - \frac{x-6}{x+5} = \frac{13}{3}$

8. $y - \frac{1}{y} = \frac{8}{3}$

9. $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{2x+4}{x-2} = 1$

10. $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x}{x-2} + \frac{x-7}{x-3} = 3$

11. $\frac{x-8}{x-3} - \frac{x-9}{x-4} = \frac{x+7}{x+8} - \frac{x+2}{x+3}$

$$12. \frac{x-7}{x-5} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{x-6}{x-4} - \frac{x+2}{x}$$

$$13. \frac{x}{x-2} + \frac{x-9}{x-7} = \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-8}{x-6}$$

76. 聯立方程式

例 1 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{5} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+8}{y+7} = \frac{2x-3}{2y-4} & (2) \end{cases}$$

〔解〕 (1)ノ分母ヲ拂ツテ整頓スルト

$$5(x-y) = x+y$$

$$4x - 6y = 0$$

$$2x - 3y = 0 \quad (3)$$

(2)ノ分母ヲ拂フト

$$(x+8)(2y-4) = (2x-3)(y+7)$$

$$2xy - 4x + 16y - 32 = 2xy + 14x - 3y - 21$$

$$18x - 19y = -11 \quad (4)$$

(3)ト(4)ノ一組ヲ解イテ

$$x = -\frac{33}{18}, \quad y = -\frac{11}{8}$$

然ルニコノ一組ノ値ハ原方程式ノ分母ヲ

零トシナイ故ニ所要ノ根デアル。

$$\text{答} \begin{cases} x = -\frac{33}{18} & (1) \\ y = -\frac{11}{8} & (2) \end{cases}$$

例 2 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 3 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{x} - \frac{5}{y} = \frac{11}{6} & (2) \end{cases}$$

〔解〕 $\frac{1}{x}$ ト $\frac{1}{y}$ ヲ未知數ト考ヘテ取扱ヘバ

$$(1) \times 5 \quad \frac{20}{x} + \frac{15}{y} = 15$$

$$(2) \times 3 \quad \frac{21}{x} - \frac{15}{y} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{41}{x} = \frac{41}{2} \quad \therefore x = 2$$

コノ値ヲ(1)ニ代入スレバ

$$\frac{4}{2} + \frac{3}{y} = 3 \quad y = 3$$

$x=2, y=3$ ハ分母 x, y ヲ零ニシナイ。

$$\text{答} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

例題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{15} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{15} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{10}{x} - \frac{9}{y} = \frac{1}{20} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 2 \\ \frac{22}{x} - \frac{25}{y} = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{24}{143} \\ \frac{13}{x} - \frac{11}{y} = \frac{1}{30} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{7}{x} + \frac{9}{y} = \frac{29}{70} \\ \frac{15}{x} - \frac{21}{y} = -\frac{1}{14} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{3}{y} = \frac{13}{60} \\ \frac{9}{x} + \frac{20}{y} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

$$7. \frac{2x+1}{2y+1} = 2 = \frac{x+1}{2y+2}$$

77. 應用問題

例1 或分數ノ分母ハ分子ヨリ3ダケ大デ、分母ト分子ノ各々ニ2ヲ加ヘルトツノ値ハ原ノ分數ノ値ヨリ $\frac{3}{40}$ ヲ増ストイフ。コノ分數ヲ求メヨ。

〔解〕 分子ヲ x トスレバ分母ハ $x+3$ デ表サレル。
故ニ題意ニ從ツテ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\frac{x+2}{x+3+2} = \frac{x}{x+3} + \frac{3}{40}$$

コノ分數方程式ヲ解ケバ

$$x=5 \text{ 或ハ } -13$$

〔吟味〕 $x=5$ トスレバ分母ハ $5+3=8$ ナル故求

メル分數ハ $\frac{5}{8}$ デアル。

$x=-13$ トスレバ分母ハ $-13+3=-10$ トナル。然ルニ $-\frac{13}{-10}$ ノ値ハ $\frac{13}{10}$ デアルガ一般ニ代數學ニ於ケル分數 $\frac{a}{b}$ ハ a, b ガ負數ニナツテモソノマヽコレヲ分數ト認メルナラバ $-\frac{13}{-10}$ モ又答ト見做スコトガ出來ル。

$$\text{答 } \frac{5}{8} \text{ (或ハ } -\frac{13}{-10} \text{)}$$

例2 或列車ガ甲乙二驛間ヲ通過スルニ3時間ヲ要シ若シ速サヲ毎時5哩ダケ増ストキハ20分ダケハヤク通過シ得ルトイフ。コノ列車ノ速サ及ビ甲乙兩驛間ノ距離ヲ求メヨ。

〔解〕 列車ノ速サヲ毎時 x 哩、兩驛間ノ距離ヲ y 哩トスレバ題意ニヨツテ次ノ方程式ヲ得ル。

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = 3 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y}{x+5} = 3 - \frac{1}{3} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ノ分母ヲ拂ヘバ } y = 3x \quad (3)$$

$$(2) \text{ノ分母ヲ拂ヘバ } 3y = 8(x+5) \quad (4)$$

(3) ト (4) ノ一組ヲ解イテ

$$x = 40, \quad y = 120$$

答 速サ毎時40哩

距離 120哩

例 題

- 或分數ノ値ハ $\frac{2}{3}$ ニ等シク分母子ニ9ヲ加ヘルトソノ値ハ $\frac{3}{4}$ ニ等シクナルトイフ。コノ分數ヲ求メヨ。
- 或分數ノ分子ニ1ヲ加ヘルト1ニ等シク又ソノ分母ニ6ヲ加ヘルトソノ値ハ $\frac{1}{2}$ ニ等シクナルトイフ。コノ分數ヲ求メヨ。
- 甲乙二人ガ協カスルト8日間ニ仕上ゲ得ル仕事ガアル。ソノ仕事ノ $\frac{1}{3}$ ハ甲一人デナシ

ソノ餘ハ乙一人デ仕上ゲ合計16日ヲ要シタトイフ。甲乙各單獨デコノ仕事ヲ仕上ゲルニ要スル日數ヲ求メヨ。

- 甲乙二管デ水ヲ滿スニ各一管デ滿ストキ乙ハ甲ヨリ2時間ハヤク、兩管ヲ同時ニ開イテ水ヲ注グトキハ $1\frac{7}{8}$ 時間デ滿水スルト云フ。各一管デ滿スニハ夫々幾時間ヲ要スルカ。
- 甲乙二人ガ共同スルト5日間ニ仕上ゲ得ル仕事ヲ甲乙共同シテ8日間働イタ後乙一人デ5日間働クトキハコノ仕事ノ二倍ヲ成シ得ルトイフ。甲乙各一人デハコノ仕事ヲ幾日デ成シ得ルカ。
- A村ヨリB村ヲ經テC村ニ至ル道路ガアルABノ距離ハ $3\frac{3}{4}$ kmデA村ヨリC村ヘ向ケテ甲使者ヲ發スルト同時ニB村ヨリC村ヘ向ケテ乙使者ヲ發シ二人トモ出發後10時間デ同時ニC村ヘ到着スルニハ甲ガ1km行クニ要スル時間ハ乙ガ1km行クニ要スル時間ヨリモ8分少キヲ要スルトイフ。B, C兩地間ノ距離如何。

78. 文字方程式

例 1 或人若干軒ノ間ヲ往復スルニ往キニハ一時間ニ p 軒復リハ一時間 q 軒ノ速サデ歩イテ往復ニ r 時間ヲ要シタ。兩地間ノ距離ヲ求メヨ。

【解】 距離ヲ x 軒トスレバ

$$\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = r$$

分母ヲ拂ツテ x ヲ未知數トシテ解ケバ

$$qx + px = pqr$$

$$x(p+q) = pqr$$

$$x = \frac{pqr}{p+q} \quad \text{答} \quad \frac{pqr}{p+q} \text{ 軒}$$

既知數ノ中ニ文字ガ含マレテ居ル方程式ヲ文字方程式トイフ。

一元一次方程式ハ未知數ヲ含ム項ヲ左邊ニ既知項ヲ右邊ニ集メテ簡約スルト常ニ

$$ax = b \quad (1)$$

ノ形ニスルコトヲ得ル。兩邊ヲ a デ割レバ

$$x = \frac{b}{a} \quad (2)$$

(1) ヲ一元一次方程式ノ一般ノ形トイヒ (2) ヲソノ根ノ公式トイフ。

$$a=0 \quad b \neq 0 \quad \text{ナラバ} \quad 0 \times x = b$$

ヲ満足スル x ノ値ハナイ。即チ不能方程式デアル。又

$$a=0 \quad b=0 \quad \text{ナラバ} \quad 0 \times x = 0$$

ヲ満足スル x ノ値ハ定マラナイ。即チ不定方程式デアル。

例 2 $\frac{x+a}{x-b} + \frac{x+b}{x-a} = 2$ ヲ解ケ。

【解】 分母ヲ拂ヘバ

$$(x+a)(x-a) + (x+b)(x-b) = 2(x-b)(x-a)$$

$$x^2 - a^2 + x^2 - b^2 = 2x^2 - 2(a+b)x + 2ab$$

一般ノ形ニ整頓スレバ

$$2x(a+b) = (a+b)^2$$

$$a+b \neq 0 \quad \text{トシテ} \quad x = \frac{a+b}{2}$$

例 3 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\frac{x}{m+n} + \frac{y}{m-n} = 2m, \quad \frac{x-y}{4mn} = 1$$

【解】 分母ヲ拂へバ

$$\begin{cases} (m-n)x + (m+n)y = 2m(m^2 - n^2) & (1) \\ x - y = 4mn & (2) \end{cases}$$

(2)ノ兩邊 $= (m+n)$ ヲ掛ケテ邊々加へル

$$2mx = 2m(m^2 - n^2) + 4mn(m+n)$$

$$\text{即チ } 2mx = 2m(m+n)^2$$

$m \neq 0$ トシテ $x = (m+n)^2$

コレヲ(2)ニ代入シテ

$$y = (m-n)^2$$

例 題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

- $(a+b)(x-a) = (a-b)(x-b)$
- $(x-a)^2 = (x-a)(x-b)$
- $(x-a)^2 + (x-b)^2 = 2(x-a)(x-b)$
- $b(x-a)(x-b) - ab(b-c) = bx^2 - a^2c$
- $\frac{x^2}{b-cx} + \frac{x}{c} + 1 = 0$
- $\frac{m}{x-n} + \frac{n}{x+m} = \frac{m+n}{x}$

$$7. \frac{(m+n)x - (a-b)}{(m-n)x - (a+b)} = \frac{(m+n)x + a + c}{(m-n)x + a - c}$$

練習問題

1. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$1. \frac{2x-9}{x-5} - \frac{2x+3}{x-2} = \frac{x-5}{x-6} - \frac{x+2}{x-3}$$

$$2. \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-10a} = \frac{1}{x-4a} + \frac{1}{x-7a}$$

2. 次ノ各方程式ヲ()内ノ文字ヲ未知數トシテ解ケ。

$$1. s = 2\pi r \quad (r)$$

$$2. \frac{b}{x-a} = \frac{a}{x-c} \quad (x)$$

3. $a = p(1+rt)$ ヲ r ニツイテ解ケ。又 t ニツイテ解ケ。

4. x ヲ未知數トスル次ノ四ツノ方程式ガ聯立スルヤウニ a, b ノ値ヲ定メヨ。

$$\begin{cases} x+y=a \\ x-y=b \\ 2x+3y=2a+1 \\ 3x-y=b+1 \end{cases}$$

又ソノ時ノ x, y ノ値如何。

5. 靜水デ毎時 4 秆ヲ漕グ水夫ガ或河ヲ上下スルトキ 12 秆ヲ上ルニ要スル時間ハ 20 秆ヲ下ルニ要スル時間ト等シカッタト云フ。水流ノ速サ毎時幾秆ナルカ。
6. 相距レルコト 60 秆ノ兩地間ヲ往復スル自動車ガアル。歸路ニハ速サヲ毎時 5 秆増シタタメ往路ヨリ 24 分早く着イタトイフ。自動車ノ速サ毎時如何。
7. 或自動車ガ進行ノ途中目的地ヨリ 60 哩ノ所デ故障ヲ生ジテ 35 分停車シ其後ハ速度ヲ 1 時間ニ 3 哩増シタタメ豫定ヨリ 5 分早く目的地ニ達シタトイフ。始メノ速度如何。
8. 甲乙二人ノ職工ガ協カスレバ m 日デ或仕事ヲ仕上ゲ得ルトイフ。而ルニ n 日後甲ガ病氣ノタメ殘業ハ乙一人デ p 日ヲ要シタトイフ。
各職工ガ單獨デコノ仕事ヲ完成スルニハソレゾレ幾日ヲ要スルカ。

比・比例

79. 數ノ比

二數 a, b ガアルトキ a ガ b ノ幾倍デアルカトイフ a, b ノ關係ヲ a ノ b ニ對スル比又ハ略シテ a ト b トノ比, a 對 b 等トイフ。

$a:b$ ハ a ノ b ニ對スル比ヲ表シ, a ヲ比ノ前項, b ヲ比ノ後項トイヒ a, b ヲ總稱シテ比ノ項トイフコト及ビ a ヲ b デ割ツタ商 $\frac{a}{b}$ ヲ比ノ値トイフコト等算術デ學ンダ通りデアル。(算術 56 頁)

今マデ學ンダ比ハ一方ガ他方ノ整數倍又ハ分數倍ニ限ラレテキルガ上ノ意味ヲ一般ニ擴ゲテ一方ハ他方ノ無理數倍デアル場合ニモ適用シ得ルモノトスル。例ヘバ

$$6:2 \text{ ノ値ハ } \frac{6}{2}=3$$

$$3\sqrt{2}:5 \text{ ノ値ハ } \frac{3\sqrt{2}}{5}$$

無理數ハ整數デモ分數デモナイカラ

$$a : b \text{ ノ 値 } \frac{a}{b}$$

ハ分數式デハアルガ a, b ノ數值ニヨツテハ必ズシモ分數(或ハ整數)ニナルトハ限ラナイ。無理數ニナルコトモアル。シカレドモ比ノ値 $\frac{a}{b}$ ハ分數式ト見ルコトヲ得ルガ故ニ分數式ニ關スル理論ハコノ場合ニモ適用スルコトガ出來ル。

$$a : b = ma : mb$$

$$a : b = \frac{a}{n} : \frac{b}{n}$$

比ト比ノ値トハ本來ソノ意味ヲ異ニスル。 $a : b$ ハドコマデモ“ a ハ b ノ何倍カ”トイフ關係デアツテソノ値 $\frac{a}{b}$ ハ關係ノ度合ヲ示ス一ツノ數デアル。而モ通常區別スル必要ガナイカラ比ノ値ノコトヲ單ニ比トイヒ $\frac{a}{b}$ ト書イテ $a : b$ ノ意味ニ用ヒテ差支ヘナイ。今後比ノ相等或ハ大小トアルハ比ノ値ノ相等或ハ大小ノ意義デアル。

$a : b$ ノ兩項ノ位置ヲ交換シタ比 $b : a$ ヲ原ノ比ノ反比又ハ逆比トイフ。

例 1 $2x^2y : 3xy^2 = 2x : 3y$

$$(a+b)^2 : a^2 - b^2 = (a+b)^2 : (a+b)(a-b)$$

$$= a+b : a-b$$

例 2 $5x = 4y$ ナルトキ $x : y$ ノ値ヲ求メヨ。

【解】 兩邊ヲ $5y$ デ割レバ

$$\frac{5x}{5y} = \frac{4y}{5y}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore x : y = \frac{4}{5}$$

例 題

1. 次ノ各比ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{2}{3} : \frac{6}{5}$

2. $\frac{35}{24} : \frac{7}{12}$

3. $\sqrt{3} - 1 : \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$

4. $2a^2c : 5bc^2$

5. $a^3 + b^3 : (a+b)^3$

6. $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} : \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$

2. 次ノ各比ノ反比ヲ求メテ簡單ニセヨ。

1. $\frac{5}{12} : \frac{15}{28}$

2. $\frac{p}{n} : n$

3. $2 + \sqrt{2} : 2 - \sqrt{2}$

4. $\frac{x^2y}{n} : \frac{xy^2}{m}$

3. 次ノ各等式カラ $x:y$ ノ値ヲ求メヨ。

1. $3x=7y$

2. $(3x-5y)(8x-9y)=0$

3. $(3x)^2=(7y)^2$

4. $\frac{3x-4y}{2y-5x}=4$

4. $x:y=2:3$ ナルトキ次ノ各式ノ値ヲ求メヨ。

1. $\frac{3x+4y}{4x-3y}$

2. $\frac{x^2+3y^2}{2x^2-y^2}$

5. $2x+3y=3$, $3x-y=2$ ナルトキ x, y ノ値ヲ別々ニ求メナイデ $x:y$ ノ値ヲ求メヨ。

6. a, b, c ガ正數ナルトキ $a+c:b+c$ ト $a:b$ トハ何レが大デアルカ。次ノ場合ニツイテ答ヘヨ。

1. $a < b$ ナル場合

2. $a = b$ ナル場合

3. $a > b$ ナル場合

【注意】二ツノ正數ノ比ノ値ガ1ヨリ大ナルトキハコレヲ優比トイヒ、1ヨリ小ナル値ヲ有スルトキハ之ヲ劣比トイフ。

80. 複比

$a:b$ ト $c:d$ トノ複比 (又ハ相乘比) トハ ac ト bd トノ比即チ前項ノ積ヲ前項トシ後項ノ積ヲ後項トシタ比ノコトデアル。

$a:b$ ト $c:d$ トノ複比ヲ表スニ $\left\{ \begin{array}{l} a:b \\ c:d \end{array} \right.$ ヲ用ヒルコトガアル。

$a=c$, $b=d$ ナル場合即チ $a^2:b^2$ ヲ $a:b$ ノ二乗比トイフ。

例題

1. 次ノ各複比ノ値ヲ求メヨ。

$$1. \left\{ \begin{array}{l} 21:8 \\ 16:36 \end{array} \right. \quad 2. \left\{ \begin{array}{l} 12:5 \\ \frac{3}{4}:\frac{2}{15} \end{array} \right.$$

2. $a:b$ ト $c:d$ ト $d:e$ トノ複比ヲ求メヨ。

3. 鉛筆3ダースノ價ハ雜記帖2冊ノ價ニ等シク、雜記帖3冊ノ價ト水筆5本ノ價ト等シイナラバ鉛筆1ダースノ價ト水筆1本ノ價トノ比如何。

81. 比例式

二つの比 $a:b, c:d$ が相等シイナラバ

$$a:b=c:d$$

二つの比が相等シイコトヲ示シタ等式ヲ比例式トイフ。上ノ比例式デ a, b, c, d ヲ夫々第一、第二、第三、第四比例項トイヒ、 a ト d ヲ外項、 b ト c ヲ内項トイフ。

$$a:b=c:d \quad (1)$$

ナラバ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

從ツテ $ad=bc$ (2)

逆ニ (2) ノ等式ガ成立スルナラバ (1) ノ比例式モ亦成立スル。即チ

比例式ノ外項ノ積ハ内項ノ積ニ等シク、又二數ノ積ガ他ノ二數ノ積ニ等シイトキハ一組ノ二數ヲ外項トシ他ノ一組ノ二數ヲ内項トスル比例式ガ成立ツ。

$$a:d=c:d \quad \text{ナラバ} \quad ad=bc$$

$$ad=bc \quad \text{ナラバ} \quad a:b=c:d$$

三數 a, b, c ノ間ニ

$$a:b=b:c \quad (1)$$

ナル比例式ガ成立スルトキハ三數 a, b, c ガ比例スル又ハ連比例ヲスルトイヒ、 b ヲ a, c ノ比例中項、 c ヲ a, b ノ第三比例項トイフ。 b ガ a, c ノ比例中項ナラバ

$$b^2=ac \quad (2)$$

逆ニ (2) ノ等式ガ成立スルナラバ (1) ノ等式ガ成立スルカラ從ツテ b ハ a, c ノ比例中項デアル。

例 1 $3:x=12:5$ ナラバ x ノ値如何

〔解〕 $3:x=12:5$

$$12x=15$$

$$x = \frac{5}{4}$$

例 2 $ab+cd$ ガ a^2+c^2 ト b^2+c^2 トノ比例中項ナラバ a, b, c, d ハ比例スルコトヲ證セヨ。

〔解〕 $(ab+cd)^2=(a^2+c^2)(b^2+c^2)$

移項シテ簡單ニスレバ

$$(ad-bc)^2=0$$

$$ad=bc$$

$$\therefore a:b=c:d$$

例題

1. 次ノ各比例式ヲ解ケ。

1. $6-x:2x+2=3:5$

2. $6-2\sqrt{3}:x=x+2:6+2\sqrt{3}$

2. 24, 15, 18 ノ第四比例項ヲ求メヨ。

3. $5+2\sqrt{3}$ ト $5-2\sqrt{3}$ トノ比例中項ヲ求メヨ。

4. $8+3\sqrt{2}$ ト $8-3\sqrt{2}$ トノ第三比例項ヲ求メヨ。

5. 7, 10, 19, 31 カラ如何ナル同數ヲ減ズレバソレ等ノ數ガ比例ヲナスカ。

6. 次ノ各等式ガ成立スルトキ a, b, c, d ハ比例スルコトヲ證明セヨ。

1. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{c}$ 2. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

3. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ 4. $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$

7. $a:c=(a-c)^2:(c-b)^2$ ナルトキ $a \neq c$ ナラバ a, b, c ハ比例スルコトヲ證明セヨ。

82. 比例式ノ變形

$$a:b=c:d \quad (1)$$

ガ成立スルトキハ $ad=bc$ トナル。從ツテ

$$a:c=b:d, \quad d:b=c:a$$

ガ成立スル。即チ

比例式ガ成立スルトキハ、ソノ内項ヲ交換シテモ或ハ外項ヲ交換シテモソノ比例式ハ成立スル。
(交迭ノ理)

又 $ad=bc$ ニヨツテ $b:a=d:c$ モ成立スルカラ
ニツノ比ガ相等シイトキハソレ等ノ反比モ亦相等シイ。(反轉ノ理)

次ニ (1) ガ成立スルナラバ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

兩邊ニ 1 ヲ加ヘルト $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (2)

兩邊カラ 1 ヲ引ケバ $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (3)

(2) ト (3) ノ兩邊ニツイテ邊々割リ算ヲ行ヘ

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}, \quad \frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d} \quad (4)$$

$$a : b = c : d \text{ ナラバ}$$

$$a + b : b = c + d : d \quad \text{合比ノ理}$$

$$a - b : b = c - d : d \quad \text{除比ノ理}$$

$$a + b : a - b = c + d : c - d \quad \text{合除比ノ理}$$

例 1 $a : b = c : d$ ナルトキハ $a - c : b - d = c : d$ ナルコトヲ證明セヨ。

〔解〕 $a : b = c : d$

故ニ $a : c = b : d$ (交迭ノ理)

故ニ $a - c : c = b - d : d$ (除比ノ理)

故ニ $a - c : b - d = c : d$ (交迭ノ理)

例 2 $a : b = c : d$ ナルトキ

$ma + nb : ma - nb = mc + nd : mc - nd$ ナルコトヲ證明セヨ。

〔解〕 $a : b = c : d$

故ニ $a : c = b : d$

故ニ $ma : mc = nb : nd$

故ニ $ma : nb = mc : nd$

故ニ $ma + nb : ma - nb = mc + nd : mc - nd$

例題

1. $a : b = c : d$ ナルトキ次ノ各比例式ガ成立ツコトヲ證明セヨ。

1. $a + b : a = c + d : c$

2. $a : a + c = a + b : a + b + c + d$

3. $a + b + c + d : b + d = c + d : d$

2. a, b, c ガ比例スルナラバ次ノ各比例式ガ成立スルコトヲ證明セヨ。

1. $a + b : a - b = b + c : b - c$

2. $a^2 - b^2 : b^2 - c^2 = b^2 : c^2$

83. 連比

二組ノ數 $a, b, c; x, y, z$ ガアツテ

$$a : b = x : y$$

$$a : c = x : z$$

$$b : c = y : z$$

ノヤウニ一組ノ任意ノ數ノ比ガコレニ對應スル他ノ一組ノ二數ノ比ニ等シイトキハコノ意味ヲ次ノ等式デ表ス。

$$a:b:c=x:y:z \quad (1)$$

コノトキ a, b, c ハ x, y, z ニ比例スルトイヒ

$a:b:c$ ノヤウナ比ヲ a, b, c ノ連比トイフ。

上ノ比例式ガ成立スルトキハ更迭ノ理ニヨツテ

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} \quad (2)$$

ナル等式ガ成立シ逆ニ(2)ノ等式ガ成立スルナラバ(1)ノ等式モ亦成立スル。

三ツ以上ノ連比ノ場合モ理法ハ同様デアル。

又比ノ性質ニヨツテ連比ノ各項ニ同一ノ數ヲ掛ケ或ハ同一ノ數ヲ割ツテモ原ノ連比ニ等シイ。

$a:b:c=x:y:z$ ナラバ

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

逆ニ $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ ナラバ

$$a:b:c=x:y:z$$

又 $a:b:c=ma:mb:mc$

例 1 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{2} \times 12 : \frac{1}{3} \times 12 : \frac{1}{4} \times 12 = 6 : 4 : 3$$

例 2 $x+y-3z=0, 8x-7y=0$ ナルトキ $x:y:z$ ヲ

求メヨ。

〔解〕 $\begin{cases} x+y-3z=0 & (1) \\ 8x-7y=0 & (2) \end{cases}$

(2) ヨリ $y = \frac{8}{7}x$ (3)

コレヲ(1)ニ代入シテ

$$x + \frac{8}{7}x - 3z = 0$$

$$15x = 21z \quad z = \frac{5}{7}x \quad (4)$$

(3) (4) ニヨツテ

$$x:y:z = x : \frac{8}{7}x : \frac{5}{7}x = 7:8:5$$

例題

1. 次ノ各連比ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{1}{5} : \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$

2. $0.25 : 0.2 : 0.35$

$$3. \frac{1}{cb} : \frac{1}{ca} : \frac{1}{ab} \quad 4. \frac{1}{b-c} : \frac{1}{c-a} : \frac{1}{a-b}$$

2. $2x+3y-4z=0, 3x-2y+z=0$ ヨリ $x:y:z$ ヲ求メヨ。

3. $x=2$ 及 $x=3$ ガ方程式

$$\frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{C}{3x-5}$$

ヲ満足スルヤウニ $A:B:C$ ヲ定メヨ。

$$4. (ax+by+cz)^2 + (lx+my+nz)^2 = 0$$

ナルトキ $x:y:z$ ヲ求メヨ。但シ文字ハ凡テ實數デアルトセヨ。

84. 加比ノ理

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots \text{ナルトキ}$$

$$a'+b'+c'+\dots \neq 0 \text{ ナラバ}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$$

$$a'+b'+c'+\dots = 0 \text{ ナラバ}$$

$$a+b+c+\dots = 0$$

$$\text{〔證明〕} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = k \text{ トオケバ}$$

$$a = a'k, b = b'k, c = c'k, \dots$$

$$\text{故ニ} \quad a+b+c+\dots = (a'+b'+c'+\dots)k$$

$$\text{故ニ} \quad a'+b'+c'+\dots = 0 \text{ ナラバ}$$

$$a+b+c+\dots = 0$$

$$a'+b'+c'+\dots \neq 0 \text{ ナラバ}$$

$$k = \frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$$

$$\text{即チ} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{a+b+c+\dots}{a'+b'+c'+\dots}$$

同様ニシテ次ノ事項ヲ證明スルコトガ出來ル。

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots \text{ナルトキ}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{pa+qb+rc+\dots}{pa'+qb'+rc'+\dots}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{\sqrt{pa^2+qb^2+rc^2+\dots}}{\sqrt{pa'^2+qb'^2+rc'^2+\dots}}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{\sqrt[n]{pa^n+qb^n+rc^n+\dots}}{\sqrt[n]{pa'^n+qb'^n+rc'^n+\dots}}$$

例 1 次ノ聯立方式ヲ解ケ

$$1. \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \\ x+y+z=27 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ x+y+\sqrt{x^2+y^2}=a \end{cases}$$

【解】

$$1. \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{27}{9} = 3$$

$$x=2 \times 3=6, \quad y=3 \times 3=9$$

$$z=4 \times 3=12$$

$$2. \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \pm \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{x+y+\sqrt{x^2+y^2}}{3+4 \pm \sqrt{3^2+4^2}}$$

$$= \frac{a}{12} \text{ 或ハ } \frac{a}{2}$$

平方根ノ正負ハ a ノ正負ニヨツテ定メ
ナケレバナラナイ。

$a > 0$ ナラバ | $a < 0$ ナラバ

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{a}{12} \quad \left| \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{a}{2}$$

$$x = \frac{a}{4}, y = \frac{a}{3} \quad \left| \quad x = \frac{3}{2}a, y = 2a$$

答 $\begin{cases} a > 0 \text{ ナラバ} \\ x = \frac{a}{4} \\ y = \frac{a}{3} \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} a < 0 \text{ ナラバ} \\ x = \frac{3}{2}a \\ y = 2a \end{cases}$

例 2 $\frac{ay-bx}{c} = \frac{cx-az}{b} = \frac{bz-cy}{a}$ ナルトキハ

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \text{ ナルコトヲ證明セヨ。}$$

【解】

$$\frac{ay-bx}{c} = \frac{cx-az}{b} = \frac{bz-cy}{a}$$

$$= \frac{c(ay-bx) + b(cx-az) + a(bz-cy)}{c^2 + b^2 + a^2}$$

$$= 0$$

$$\text{故ニ } ay-bx=0, \quad cx-az=0, \quad bz-cy=0$$

$$\text{故ニ } ay=bx, \quad cx=az, \quad bz=cy$$

$$\text{故ニ } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

例 題

1. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots$ ナルトキ次ノ各等式ヲ證

明セヨ。

$$1. \frac{a^2}{a'^2} = \frac{b^2}{b'^2} = \frac{c^2}{c'^2} = \dots = \frac{pa^2+qb^2+rc^2+\dots}{pa'^2+qb'^2+rc'^2+\dots}$$

$$2. \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{a^2+b^2+c^2+\dots}{aa'+bb'+cc'+\dots}$$

$$3. \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = \frac{aa'+bb'+cc'+\dots}{a'^2+b'^2+c'^2+\dots}$$

$$4. (a^2+b^2+c^2+\dots)(a'^2+b'^2+c'^2+\dots) = (aa'+bb'+cc'+\dots)^2$$

2. a, b, c, d が比例ヲナストキハ a^2+b^2, c^2+d^2, ab, cd モ亦比例ヲナスコトヲ證明セヨ。

3. $\frac{l}{x-y} = \frac{m}{y-z} = \frac{n}{z-x}$ ナルトキ $l+m+n=0$ ナルコトヲ證明セヨ。

4. $\frac{y+z}{b-c} = \frac{z+x}{c-a} = \frac{x+y}{a-b}$ ナルトキハ次ノ等式ガ成立スルコトヲ證明セヨ。

1. $x+y+z=0$

2. $\frac{y+z}{b-c} = \frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{(b-c)^2+(c-a)^2+(a-b)^2}}$

5. 次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

1. $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}, x+y+z=60$

2. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}, x+y-\sqrt{x^2+y^2}=p$

3. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{xyz}{x+y+z}$

6. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ ナルトキ $\frac{a+b+c+d}{a+b+c+2d}$ ノ値ヲ求メヨ。

7. 矩形ノ二邊ノ長サノ比ハ $3:4$ ニ等シク、對角線ノ長サハ 35 厘デアル。二邊ノ長サ如何。

練習問題

1. $a:b=c:d$ ナルトキ次ノ各等式ヲ證明セヨ。

1. $\frac{a+b+c+d}{a-b+c-d} = \frac{a+b-c-d}{a-b-c+d}$

2. $\frac{a^2+2ab-3b^2}{4ab+5b^2} = \frac{c^2+2cd-3d^2}{4cd+5d^2}$

3. $\frac{a+b}{c+d} = \frac{\sqrt{la^2+mb^2}}{\sqrt{lc^2+md^2}}$

4. $\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{(a+b)^2+(c+d)^2} = \frac{(a+c)^2+(b+d)^2}{(a+b+c+d)^2}$

2. $a:b=b:c$ ナルトキハ

$$\frac{a^2+b^2}{(a+c)b} = \frac{(a+c)b}{b^2+c^2}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

3. $a:b=b:c=c:d$ ナルトキハ

$$(b+c)(b+d)=(c+a)(c+d)$$

ナルコトヲ證明セヨ。

4. $2x+y-2z=0, x-2y+z=0$ ナルトキハ $x^2+y^2=z^2$

ナルコトヲ證明セヨ。

5. $\frac{y+z}{a} = \frac{z+x}{b} = \frac{x+y}{c}$ ナルトキ

1. $x:y:z$ を求めよ。
 2. $(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=0$ ナルコトヲ證明

セヨ。

6. 次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} \frac{x+2y}{3} = \frac{3y+4z}{3} = \frac{5z+6x}{7} \\ 3(x+y+z)=7 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{2z-2x}{5} = \frac{x+5y}{10} = \frac{z-2y}{2} \\ x-y+z=8 \end{cases}$$

$$3. \frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y+1} = x+y+z$$

7. 次ノ各等式カラ $x:y:z$ ノ値ヲ求めよ。

$$1. \frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$$

$$2. \frac{y}{x+y} = \frac{x+z-y}{y+z-x} = \frac{x+y+z}{2x+y+2z}$$

比・比例ノ應用

85. 比例配分・混合法

例 1 金 420 圓ヲ甲乙丙三人ニ分配シテ各々ノ所得ヲ 3:5:6 ニ等シクセヨ。

【解】 甲乙丙ノ所得ヲ夫々 x 圓, y 圓, z 圓トスレバ

$$\begin{cases} x+y+z=420 & (1) \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} & (2) \end{cases}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+5+6} = \frac{420}{14} = 30$$

$$x=3 \times 30=90, \quad y=5 \times 30=150$$

$$z=6 \times 30=180$$

答 $\begin{cases} \text{甲} & 90 \text{ 圓} \\ \text{乙} & 150 \text{ 圓} \\ \text{丙} & 180 \text{ 圓} \end{cases}$

或數ヲ與ヘラレタ數ニ比例スルヤウニ分ケル
 算法ヲ比例配分又ハ按分比例トイフ。

例2 一升 a 錢ノ上酒ト一升 b 錢ノ下酒トヲ混合シテ一升 m 錢ノ中酒ヲ作ルニハドウ混合シタラヨイカ。

【解】 上酒 x 升ト下酒 y 升トヲ混合スルト $(x+y)$ 升トナリ、一升ノ價ガ m 錢デアルカラ

$$ax+by=m(x+y) \quad (1)$$

コノ一ツノ方程式カラ x, y ヲ別々ニ求メルコトハ出来ナイガ $x:y$ ナラバ求メラレル。即チ

$$x(a-m)=y(m-b)$$

$$\text{故ニ } x:y=m-b:a-m$$

即チ上酒ト下酒トハ $m-b:a-m$ ノ比ニ混合スベキデアル。

コノ問題デ $m-b$ ト $a-m$ トハ同符號デアルベキデアル。從ツテ $a < m < b$ ナルヤウニ m ヲ與ヘナケレバ問題ハ不能デアル。

又コノ外ニ尙一ツノ條件ガアルトキ例ヘバ“混合酒 d 升ヲ造ル”トイフナラバ上ノ方程式ノ外ニ

$$x+y=d \quad (2)$$

ナル方程式ガ得ラレル。從ツテ (1) ト (2) トノ聯立方程式ヲ解ケバ x, y ノ各値ヲ決定スルコトガ出来ル。實際ノ割算ニハ次ノヤウニシテモヨイ。

平均價	原 價	損 得	比
m	a	$a-m$ (損)	$m-b$
	b	$m-b$ (得)	$a-m$

例2 一斤ノ價ガ夫々 a 錢, b 錢, c 錢ナル三種ノ茶ヲ混合シテ一斤 m 錢ノ茶ヲ得ルニハ如何ナル割合ニ混合スレバヨイカ。

【解】 混合ノ量ヲ夫々 x 斤, y 斤, z 斤トスレバ

$$ax+by+cz=m(x+y+z) \quad (1)$$

$$(a-m)x+(b-m)y+(c-m)z=0$$

$$(a-m)\frac{x}{z}+(b-m)\frac{y}{z}+(c-m)=0$$

$\frac{x}{z}$ ト $\frac{y}{z}$ トヲ未知數トスレバ一ツノ方程式カラコノ二ツノ未知數ヲ決定スルコトハ出来ナイ。

即チ上ノ問題デハ x, y, z ノ割合ヲ決定スルコトハ出来ナイ。モシ尙一ツノ條件例ヘバ

$$x:y=p:q \quad (2)$$

ガ與ヘラレルナラバ $x = \frac{p}{q}y$ ヲ代入シテ

$$(a-m)py + (b-m)qy + (c-m)qz = 0$$

$$\{(a-m)p + (b-m)q\}y = (m-c)qz$$

$$\frac{y}{z} = \frac{(m-c)q}{(a-m)p + (b-m)q}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{(m-c)p}{(a-m)p + (b-m)q}$$

故ニ $x:y:z = (m-c)p : (m-c)q : (a-m)p + (b-m)q$

即チ $x:y:z$ ノ値ヲ決定スルコトガ出來ル。ソノ場合ニ m ハ a, b, c ノ中ノ最大數ト最小數トノ中間ニナケレバナラナイ。

實際ノ演算ニハ次ノ形式ヲ用ヒテモヨイ。

平均價	原價	損 得	比
m 錢	a 錢	(a-m) 錢損	$p(m-c)$
	b 錢	(b-m) 錢損	$q(m-c)$
	c 錢	(m-c) 錢得	$p(a-m) + q(b-m)$

例 題

1. 甲乙丙三人共同シテアル仕事ヲ仕上ゲ總計

155 圓ノ報酬ヲ得タ。而ルニ働イタ日數ノ比甲ト乙トハ 3:4, 乙ト丙トハ 6:5 デアルトイフ。各人ノ分ケ前ヲ求メヨ。

2. 三角形ノ内角ノ大イサノ比ハ 2:3:7 デアルトスレバ各角ノ大イサ如何。
3. 金 1740 圓ヲ甲乙丙三人ニ分配スルノニ甲ノ所得ト乙ノ所得トノ比ハ $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ ニ等シク, 乙ノ所得ト丙ノ所得トノ比ハ $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ニ等シクナルヤウニスレバ各人ノ所得如何。
4. 金 m 圓ヲ a, b, c ニ比例スルヤウニ分ケヨ。
5. 一立 a 瓦ノ液體ト一立 b 瓦ノ液體トヲ混合シテ一立 c 瓦ノ液體ヲ得ルニハ二種ノ量ヲ如何ナル割合ニ混合スレバヨイカ。但シ混合ノタメニ柁目ノ増減ハナイモノトセヨ。
6. 銅ト亞鉛トノ合金, 甲乙二ツノ塊ガアル。銅ト亞鉛トノ比甲ハ 3:2, 乙ハ 7:3 デアル。シカラバコノ二種ノ塊ヲ如何ナル割合ニ熔和スレバソノ中ニ含マレル銅ト亞鉛トノ比ガ 11:5 ニ等シクナルカ。

86. 互ニ比例スル變數

毎時60籽ヲ走ル汽車ガ y 籽ヲ走ルニ要スル時間ヲ x 時トスレバ恒ニ

$$y=60x$$

x ノ値ヲ種々ニ變化シテソレニ應ジタ y ノ値ヲ計算スレバ次ノヤウニナル。

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	20	30	60	120	180	240

時間ガ2倍, 3倍, 4倍或ハ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 等ニナルト距離モ2倍, 3倍, 4倍或ハ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 等ニナル。

一般ニ時間ガ n 倍ニナルトソレニ對應スル距離モ亦同數倍即チ n 倍トナルトキ距離ハ時間ニ比例(又ハ正比例)スルトイフ。

今マデ學ンダ比例ハ n ガ整數又ハ分數ノ場合ノミヲ考ヘテ無理數ノ場合ハ考ニ含マレテキナイ。代數學デハ無理數倍ヲモ含メテ考ヘル。從ツテ n ガ整數又ハ分數ヲトツタ場合ニ上ノ事柄ガ成立スルトシテモ一方ガ無理數倍ニナルトキ

他方ガ必ズソレト同數倍ニナルカドウカハ尙疑問ノ餘地ガ存スル。

上ノ例デ籽ヲ表ス數ト時數トノ比ハ

$$\frac{y}{x} = \frac{20}{\frac{1}{3}} = \frac{30}{\frac{1}{2}} = \frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{180}{3}$$

トナツテ $y:x$ ノ値ハ常ニ一定デ60ニ等シイ。一般ニ x ノ函數 y ガアツテ x, y ノ値ノ加何ニカカハラズ $y:x$ ノ値ガ常ニ一定デアルナラバ, 即チ

$$\frac{y}{x} = k, \quad y = kx \quad (k \text{ハ} x \text{ニ無關係})$$

ナル場合ニハ

x ガ a, b, c, d, \dots トナルニ從ツテ

y ハ ka, kb, kc, kd, \dots トナル故ニ

x ガ或値 a カラ na ニ變化スレバ y ハ ka カラ $k(na)$ ニ變化スル。即チ n ガ無理數トシテモ x ノ値ガ n 倍ニナレバ y ノ値モ亦 n 倍トナル。依テ y ガ x ニ比例スルコトハ

$$\frac{y}{x} = k \text{ 或ハ } y = kx$$

(但シ k ハ常數)

ナル等式ガ成立スルコトト同一ノ意味ニシテヨイ。ココニ k ガ常數デアルトハ x ノ變化ヲ考ヘル場合ニ k ガソノ變化ニ關係シナイ一定ノ値デアル。コノ意味デ必ズシモ 2 トカ $\frac{1}{3}$ トカ特定ノ數デナクトモヨイ。コノ k ヲ變數 x ノ比例常數トイフ。コノ常數ノ異ルニ從ツテ種々ノ比例關係ガ成立スル。即チ

$$y=2x, \quad y=3x, \quad y=\frac{\sqrt{2}}{5}x$$

等ハ夫々ニ異ル比例關係ヲ表シテキル。

如何ナル比例關係カヲ示ス必要ガナク單ニ y ガ變數 x ニ比例スルコトヲ示スニ

$$y \propto x$$

ト書クコトガアル。

例 1 或職工ガ12日間働イテ賃金27圓ヲ得タトスレバコノ職工ノ労働日數トソノ賃金トノ關係如何。

〔解〕 x 日働イテ y 圓ヲ得ルモノトシ一日ノ賃金ヲ k 圓トスレバ

$$y=kx \quad (k \text{ ハ 常數})$$

故ニ賃金ハ日數ニ比例スル。

$$x=12 \text{ ナルトキ } y=27$$

$$\text{故ニ } 27=k \times 12 \quad k=\frac{9}{4}$$

$$\text{故ニ } y=\frac{9}{4}x$$

ココデ x, y ノ何レカ一方ノ數值ヲ與ヘルト他方ノ數值ヲ決定スルコトガ出來ル。例ヘバ18圓ヲ得ルニハ $y=18$ ヲ代入シテ

$$18=\frac{9}{4}x \quad x=8 \text{ (日)}$$

【注意】コノ例ノ如ク普通労働日數 x ト一日ノ賃金 k トハ無關係ダカラ上ノヤウニ比例關係デ解イタノデアアル。モシ労働獎勵ノ意味デアル規定ノモトニ労働日數ニヨツテ一日ノ賃金ヲ變ヘル様ナ場合ニハ y ガ x ニ比例スルトハイハレナイ。即チ

$$y=kx$$

トカイテモ k ハ x ノ函數トナル。

例 2 y ハ $x+5$ ニ比例シ $x=2$ ナルトキハ $y=21$

トナルトイフ。 x ト y トノ關係如何。

又 $x=5$ ナルトキ y ノ値ヲ求メヨ。

〔解〕 y ハ $x+5$ ニ比例スルカラ (1)

$$y=k(x+5) \quad (k \text{ ハ 常數})$$

$$x=2, y=21 \text{ ヲ代入シテ}$$

$$21=k(2+5) \quad k=3$$

$$\text{依テ } y=3(x+5)=3x+15 \quad (2)$$

カヤウナ關係ヲ y ハ x ニ比例スル數 ($3x$) ト常數 (15) トノ和ニ等シイトイフコトガアル。

次ニ $x=5$ ヲ (2) ニ代入スレバ

$$y=3(5+5)=30$$

答 $y=3x+15, 30$

例 3 x ハ z ニ比例シ y モ亦 z ニ比例スルトキ

$x+y$ ハ z ニ比例スルコトヲ證明セヨ。

〔解〕 x ハ z ニ比例スルカラ $x=kz$

y モ亦 z ニ比例スルカラ $y=k'z$

$$\text{從ツテ } x+y=(k+k')z$$

ソコデ $k+k'=K$ トオケバ

$$x+y=Kz$$

k, k' ハ z ノ變化ニハ關係シナイ。從ツテ

K モ亦 z ニ無關係デアアル。故ニ $x+y$ ハ z

ニ比例スル。

例 題

1. y ガ x ニ比例スルナラバ x モ亦 y ニ比例スルコトヲ證明セヨ。(コノ事柄ヲ x, y ハ互ニ比例スルトモイフ。)
2. y ハ x ニ比例シ $x=5$ ナルトキ $y=12$ トナル。 y ト x トノ關係ハドウカ。又 $x=4$ ナルトキ y ノ値ハドウナルカ。
3. a ハ常數デ y ハ $x+a$ ニ比例シ $x=1$ ナルトキ $y=12, x=3$ ノトキ $y=20$ デアルトイフ。シカラバ x, y ノ關係ハドウカ。又 $x=5$ ナルトキ y ノ値如何。
4. x ハ $y+z$ ニ比例シ、 y ハ z ニ比例スル場合ニハ x ハ z ニ比例スルコトヲ證明セヨ。又 x ハ y ニ比例スルカドウカ。
5. 一週間ニ 266 斤ノ割デ歩ムトスレバ
 1. コノ人ノ日數ト路程トノ關係如何。
 2. 10日間ニ幾斤行クカ。
 3. 167.2 斤ヲ行クニ 4日ト 4時間ヲ要シタ。一日平均何時間宛歩イタカ。

87. 互ニ反比例スル變數

二ツノ變數 x, y ガアツテ y ガ x ノ逆數ニ比例スルトキ即チ

$$y = \frac{k}{x} \quad \text{或ハ} \quad xy = k \quad (k \text{ ハ 常數})$$

ナル關係ガアルトキ y ハ x ニ反比例又ハ逆比例スルトイフ。コノトキ

x ガ a, b, c , トナルト

y ハ $\frac{k}{a}, \frac{k}{b}, \frac{k}{c}$, トナル故ニ

x ガ或値 a カラ na ニ變化スレバ y ノ値ハ $\frac{k}{a}$ カラ $\frac{k}{na}$ ニ變化スル。即 x ノ値ガ n 倍スレバ y ノ値ハ $\frac{1}{n}$ 倍ニナル。

例 1 長サ 4 米幅 3 米ノ矩形ガアル。コレト面積ガ等シイ種々ノ矩形ヲ考ヘルトキ長サト幅トノ間ニ如何ナル關係ガアルカ。

〔解〕 矩形ノ長サ及ビ幅ヲ夫々 x 米 y 米トシ、 \square ノ面積ヲ k 平方米トスレバ

$$xy = k, \quad y = \frac{k}{x}, \quad x = \frac{k}{y}$$

題意ニヨツテ k ハ常數デアルカラ x ト y トハ互ニ反比例スル。

$x=4$ ナルトキ $y=3$

故ニ $4 \times 3 = k \quad k=12$

故ニ $xy=12$ 答

例 2 y ハ x ニ反比例シ x ハ z ニ比例スルナラバ y ハ z ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。

〔解〕 題意ニヨツテ

$xy = k, \quad x = k'z \quad (k, k' \text{ ハ 常數})$

故ニ $k'y z = k, \quad yz = \frac{k}{k'}$

故ニ $\frac{k}{k'} = K$ トオケバ K ハ常數デ

$yz = K$

故ニ y ト z トハ互ニ反比例スル。

例 題

1. y ハ $x+2$ ニ反比例シ $x=3$ ナルトキハ $y=1$ トナル。 y ト x トノ關係如何。又 $x=7$ ナルト

キ y ノ値如何。

2. y ハ x ニ反比例スルナラバ y ハ px ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。但シ p ハ或一定ノ數デアアル。
3. 三ツノ變數 x, y, z ガアツテ y ハ $x+z$ ニ反比例シ x ハ z ニ正比例スルナラバ y ハ z ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。
4. x^2+y^2 ハ xy ニ比例スルナラバ $x+y$ ト $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ トハ互ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。
5. 或仕事ヲ仕上ゲルニ人夫 x 人デスルト y 日ヲ要スルトスレバ
 1. x ト y トノ關係如何
 2. 21人デ仕上ゲルニ15日ヲ要スルトスレバ9人デハ幾日ヲ要スルカ。
 3. 12人デ仕上ゲルニ26日ト2時間ヲ要シタトスレバ一日ノ勞働時間如何。

88. 複比例

矩形ノ二邊ヲ表ス數(同單位)ヲ x, y トシソノ面積ヲ表ス數ヲ z トスレバ

$$z = kxy \quad (k \text{ ハ 常數})$$

ナル等式ガ成立スル。例ヘバ

x, y ハ夫々米單位デ表シ z ハ平方米ヲ單位トシタ數ナラバ

$$z = xy \quad (k=1)$$

x, y ハ夫々米單位ヲ表シ z ハ“アール”ヲ單位トシタ數ナラバ

$$z = \frac{1}{100} xy \quad \left(k = \frac{1}{100}\right)$$

三ツノ變數 x, y, z ガアツテ x, y ノ値ガ定マルト z ノ値モ亦ソレニ從ツテ定マルベキ關係ニアルトキ z ハ變數 x, y ノ函數デアルトイフ、

x, y ヲ二變數トスル函數ノ一ツトシテ

$$z = kxy \quad (k \text{ ハ 常數})$$

ナル函數ヲ考ヘルト

1. y ガ變化セズニ x ノミ變化スルナラバ z ハ x ニ比例シ

2. x が變化セズニ y ノミ變化スルナラバ z ハ y ニ比例スル。

カヤウナ時ニハ z ハ x ト y トニ比例スルトイフ。
逆ニ z ガ x ト y トニ比例スルナラバ z ハ積 xy ニ比例スルカドウカ。

y が不變ナルトキ z が x ニ比例スルナラバ

$$z = Kx \quad (1)$$

但シ K ハ y ヲ含ムカモ知レナイガ x ヲ含マナイ式デアアル。又

x が不變ナルトキ z が y ニ比例スルナラバ

$$z = K'y \quad (2)$$

ココデ K' ハ x ヲ含ムトシテモ y ヲ含マナイ式デアアル。

$$\text{故ニ} \quad Kx = K'y \quad (3)$$

K' ハ x ヲ含ムカモ知レナイカラ $x=1$ ノトキノ K' ノ値ヲ k トスレバ k ハ x ヲ含マナイ。故ニ

$$K = ky \quad (k \text{ ハ } x, y \text{ ヲ含マナイ})$$

コレヲ (1) ニ代入シテ

$$z = kxy \quad (k \text{ ハ常數})$$

即チ z ハ積 xy ニ比例スル。

【注意】 以上ノ事柄ハ x ト y トガ各々獨立シテ變化シ得ル場合ニ限ルモノデ x ノ變化ガ y ニ關係スル場合ハ以上ノ理論ニハアテハマラナイ。例ヘバ圓ノ周圍ハ半徑ニ比例シ亦直徑ニ比例スルカラソノ積半徑 \times 直徑ニ比例スルトハイヒ得ナイ。

變數 z ガ二ツノ互ニ獨立ナ變數 x ト y トニ比例スルコトト、等式

$$z = kxy \quad (k \text{ ハ常數})$$

ガ成立スルコトトハ同ジ意味ニシテヨイ。

z が x ト y トニ比例スルトキ對應スル任意ノ二組ノ數値ヲ $x', y', z'; x'', y'', z''$ トスレバ

$$z' = kx'y' \quad z'' = kx''y''$$

$$\text{故ニ} \quad z' : z'' = x'y' : x''y''$$

$$= \begin{cases} x' : x'' \\ y' : y'' \end{cases}$$

即チ z ノ任意二ツノ値ノ比ハソレニ對應スル x ノ値ノ比ト y ノ値ノ比トノ複比ニ等シイ。

變數ガ三箇以上アル場合モ理論ハコレト全く同様デアル。

又 z ハ x ニ比例シ y ニ反比例スルナラバ z ハ x ト $\frac{1}{y}$ トニ比例スルコトト同ジデアルカラ

$$z = \frac{kx}{y} \quad (k \text{ ハ 常數})$$

トシテ前ノ理論ヲ適用シテ行フ。從ツテ對應スル任意二組ノ數値ヲ $x', y', z'; x'', y'', z''$ トスレバ

$$\begin{aligned} z' : z'' &= \begin{cases} x' : x'' \\ \frac{1}{y'} : \frac{1}{y''} \end{cases} \\ &= \begin{cases} x' : x'' \\ y'' : y' \end{cases} \end{aligned}$$

即チ z ノ任意二ツノ値ノ比ハソレニ對應スル x ノ値ノ比ト y ノ値ノ反比トノ複比ニ等シイ。

例 1 3人デ7日間ニ 35.7圓ノ賃金ヲ得ルトスレバ人数ト日數ト賃金トノ間ニ如何ナル關係ガアルカ。

〔解〕 x 人デ y 日間ニ z 圓ヲ得ルトキ一人一日ノ賃金ヲ k 圓トスレバ

$$z = kxy$$

ココニ人数ト日數トハ何等ノ關係ガナク、シカモ k ハ x, y ノ變化ニ無關係デアルカラ z ハ x ト y トニ複比例スル。即チ賃金ハ人数ト日數トニ比例スル。

$$x=3, y=7 \text{ ナルトキ } z=35.7$$

$$35.7 = k \times 3 \times 7, \quad k=1.7$$

$$\text{故ニ } z=1.7xy$$

$$\text{又 } x = \frac{1}{1.7} \times \frac{z}{y}$$

故ニ人数ハ總賃金ニ比例シ日數ニ反比例スル。尙書キ改メルト

$$y = \frac{z}{1.7x}$$

故ニ日數ハ總賃金ニ比例シ人数ニ反比例スル。

例 2 三ツノ變數 x, y, z ガアツテ z ガ $x-y$ ト $x+y$ トニ比例スルナラバ z ハ x^2-y^2 ニ比例スルコトヲ證明セヨ。

〔解〕 x ト y トノ間ニ特別ナ關係ガ與ヘラレテナイカラ任意ノ數 a, b ニ對シテ

$$x-y=a, \quad x+y=b$$

ヲ満足スル x, y ノ値ヲ得ラレル。即チ $x-y$ ト $x+y$ トハ特別ノ關係ヲ有シナイ。故ニソノ積 x^2-y^2 ニ比例スル。

例題

1. z ハ x ニ正比例シ y ニ反比例シ、 $x=2, y=3$ ナルトキ $z=5$ デアル。 x, y, z ノ間ニ如何ナル關係アルカ。又 $x=16, z=12$ ナルトキ y ノ値如何。
2. z ハ x ニ比例シ y^2 ニ正比例スル。 $x=2, y=3$ ナルトキ $z=12$ デアルトスレバ x, y, z ノ關係如何。又 $x=12, y=2$ ナルトキ z ノ値如何。
3. 列車ノ速度ハ 1 哩ヲ走ルニ要スル石炭量ノ平方根ニ正比例シ連結スル車輛ノ數ニ反比例スル。車輛 20 輛ヲ連結シタ汽車ガ毎時 30 哩ノ速度ヲ出スニ 1 時間 300 封度ノ石炭ヲ要スルトスレバ同ジ車輛 18 輛ヲ連結シテ毎時 40 哩ノ速度ヲ出スニハ一時間ニ何程ノ石炭ヲ要スルカ。

練習問題

1. x^2+y^2 ガ xy ニ比例スルナラバ $x-y$ ト $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ トハ互ニ反比例スルコトヲ證明セヨ。
2. 三ツノ數ガアツテ一ツハ定數デ他ノ二數ノ一ツハ變數 x ニ正比例シ他ハ x^2 ニ比例スル。コノ三數ノ和ヲ y トスルトキ $x=1$ ナラバ關係式 $y=0, x=3$ ナラバ $y=4, x=2$ ナラバ $y=1$ トナルトイフ。 x, y ノヲ求メヨ。
3. $z=30$ ハ變數 t ニ比例スル一數ト t^2 ニ比例スル一數トノ和デアアル。 $t=3$ ナルトキ $z=84, t=4$ ナルトキ $z=110$ デアルトイフ。 z ト t トノ關係式如何。又 z ヲ最小ナラシメル t ノ實數値ヲ求メヨ。
4. 變數 x, y ガアツテ $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ ガ $x-y$ ニ反比例スルトキニハ $(x+y)^2$ ハ x^2+y^2 ニ正比例スルコトヲ證明セヨ。
5. 石炭ノ消費高ガ速度ノ二乗ニ正比例スル汽船ガアル。 10 節ノ時毎時ノ石炭ノ代ハ 10 圓デ石炭以外ノ消費高ハ常ニ毎時 22 圓 50 錢デ

アルトスレバ最モ經濟的ナ速度ハ幾節カ。

6. 上中下三種ノ酒ヲ混ジタ三個ノ樽ガアル。各種ノ割合甲樽ハ 5:2:1 乙樽ハ 2:5:1 丙樽ハ 3:1:4 デアル。今コレヲ混ジテ各酒等分ニ含ム混合酒 9 升ヲ造ラウトスルニハ各樽カラ幾升ヅツ取レバヨイカ。
7. 黄銅ハ銅ト亞鉛トノ合金デアアル。今コレト銅 80, 亞鉛 4, 錫 16 ノ割合カラナル青銅トヲ或割合ニ混ジテ熔シタ所ガ銅 74, 亞鉛 16, 錫 10 ナル割合ノ合金ヲ得タ。シカラバ黄銅ヲ組織スル銅ト亞鉛トノ割合如何。
8. 半徑 3cm ノ球ヲ熔シテ三ツノ球ヲ鑄造シソノ二ツノ球ノ半徑ハ夫々 1.5cm, 2cm ナルトキ他ノ一ツノ球ノ半徑ハ何程カ。但シ球ノ體積ハ半徑ノ立方ニ比例スル。
9. 半徑 r ナル三箇ノ水球ガ合體シテ一箇ノ水球ヲ作ルモノトスレバ合體前ノ表面積ノ總和ト合體後ノ表面積トノ比如何。但シ球ノ表面積ハ半徑ノ二乗ニ比例スル。

復習雜題

1. $x=b+2c-3a$, $y=c+2a-3b$, $z=a+2b-3c$ ナルトキハ $x+y+z$ ノ値如何。
2. $3x-[3y-\{6x-(5x+y)\}]$ ヲ簡單ニセヨ。
3. $a-[2a-b-\{a-b-c+(a-b+c)\}]$ ヲ簡單ニセヨ。
4. x^3-2x^2+x-4 ト x^4-x^2+4 トノ積ヲ求メヨ。
5. $(y+z)^2+(z+x)^2+(x+y)^2-x^2-y^2-z^2=(x+y+z)^2$ ナルコトヲ證明セヨ。
6. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ ヲ因數ニ分解セヨ。
7. $x=b+c-2a$, $y=c+a-2b$, $z=a+b-2c$ ナルトキ $x^3+y^3+z^3-3xyz$ ノ値如何。
8. 次ノ各方程式ヲ解ケ。
1. $\frac{x^2-6}{x^3+8} + \frac{4}{5x^2-10x+20} - \frac{1}{x+2} = 0$
2. $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-5}{x-6} - \frac{x-6}{x-7}$
3. $\frac{a}{x+b} + \frac{b}{x+a} = \frac{a+b}{x}$
9. 次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。
1. x^4-23x^2+1

2. $a^2 - b^2 - c^2 + d^2 - 2(ad - bc)$

3. $a^2 b^2 - a^2 - b^2 + 1$

4. $a^4 + a^3 b - ab^3 - b^4$

5. $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$

6. $ax^2 + 1 + (a+1)x$

7. $x(x+z) - y(y+z)$

8. $(x-1)^3 + (x-2)^3 + (3-2x)^3$

10. 次ノ恒等式ガ成リ立ツヤウニ A, B ノ數値ヲ定メヨ。

$$\frac{8x-11}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$

- 11.
- $a^2 - 3b^2 - 3c^2 + 10bc - 2ca - 2ab$
- ヲ
- a
- ヲ含ム式ノ平方ト
- a
- ヲ含マナイ式ノ平方トノ差ニ變形シテコレヲ因數ニ分解セヨ。

12. 次ノ分數式ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{(ac-bd)^2 - (bc-ad)^2}{(a-b)(c-a)}$

2. $\frac{(a+b+c)(bc+ca+ab) - abc}{(a+b)(a+c)}$

3. $\left(\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}\right) \times \frac{x^4 y^4}{xy+y^2} \times \frac{x}{y-1} + \frac{y}{x}$

13. 次ノ繁分數式ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{\left\{x+1+\frac{1}{x-1}\right\}\left\{x-1+\frac{1}{x+1}\right\}}{\left\{x+1-\frac{1}{x-1}\right\}\left\{x-1-\frac{1}{x+1}\right\}}$

2. $\frac{a^2\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right)+b^2\left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{a^2}\right)+c^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)}{\frac{1}{bc}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)+\frac{1}{ca}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{ab}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

- 14.
- x, y, z
- ニ夫々
- $x+k, y+k, z+k$
- ヲ代入シテモ
- k
- ノ値ノ如何ニ關係ナク次ノ値ハ變ラナイコトヲ證セヨ。

$$x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy$$

- 15.
- $a+b+c=0$
- ナルトキ次ノ等式ハ正シイカ。

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-3$$

- 16.
- $(2\sqrt{2}+\sqrt{5}-3\sqrt{7})(2\sqrt{2}-\sqrt{5}+3\sqrt{7})$
- ヲ小數第三位マデ計算セヨ。

- 17.
- $\frac{3+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+\sqrt{27}-2\sqrt{8}+\sqrt{50}}$
- ヲ簡單ニセヨ。

- 18.
- $\frac{x^2-x}{3x+1} = \frac{m-1}{m+1}$
- ニ於テ
- x
- ガ等根ヲ有スルタメノ
- m
- ノ値如何。

19. $(a^2+b^2)x^2-2(ac+bd)x+c^2+d^2=0$ ガ等根ヲ有スル
タメニハ $a:b=c:d$ ナルコトヲ證明セヨ。
20. $(1+\sqrt{2})x^2+(\sqrt{2}-1)x=4$ ナル方程式ノ根ノ差
ノ平方ヲ求メヨ。
21. 方程式 $x^2+px+1=0$ ノ二根ヲ α, β トシ
 $x^2+qx+1=0$ ノ二根ヲ γ, δ トスレバ
 $(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha+\delta)(\beta+\delta)=q^2-p^2$
ナルコトヲ證明セヨ。
22. $a(y+z)=b(z+x)=c(x+y)$ ナルトキ $x:y:z$ ノ比
如何。
23. $\frac{8y-3x}{2x-y}=3$ ナルトキ $\sqrt{x+y}:\sqrt{x-y}$ ノ數値
ヲ小數第三位マデ求メヨ。

終

補充問題

第一章ノ問題

- 大小二數ノ和 $(x+y)$ ト差 $(x-y)$ トヲ加ヘタ
數ハ大キイ數ノ2倍ニ等シイコトヲ等式デ
示セ。
- $x=2, y=3$ トシテ次ノ等式ノ正シイコトヲ確
メヨ。
 $(10+x)(10+y)=100+10(x+y)+xy$
又 $x=3, y=4$ トシタ時如何。
- 前題ノ等式ニツイテ x 及ビ y ニ種々ノ數ヲ
代入シテ等式ガ正シイカ否カラ確メヨ。
- 大小二數ノ差ガ7デアル。
 - 小ナル數ヲ x トスルト大ナル數ハイクラ
カ。
 - 大ナル數ヲ y トスルト小ナル數ハイクラ
カ。
- 一日ノ賃銀ヲ a 圓トシ m 人 x 日間ノ賃銀ヲ

S圓トスルト a, m, x, S ノ關係ヲ表ス等式如何。

6. 元金ヲ A 圓, 年利率ヲ r , 期間ヲ t 年トシ, t 年後ニ於ケル元利合計ヲ表ス式ヲ作レ。

(單利及ビ複利)

7. 一升 x 圓ノ酒 3 升ト一升 y 圓ノ酒 5 升トヲ混合スルト平均一升ノ價ハイクラカ。

8. $x=3$ トシテ次ノ等式ノ正シイコトヲ確メヨ。

$$5x \times 6 = 30x \quad 7 \times 8x = 56x$$

9. $x=5, y=3$ トシテ次ノ等式ノ正シイコトヲ確メヨ。

1. $7(x+y) = 7x+7y$ 2. $5(2x+3y) = 10x+15y$

3. $3(x-y) = 3x-3y$ 4. $6(3x-y) = 18x-6y$

第二章ノ問題

次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $0.5x+8=21$ 2. $0.24y-5=1$
 3. $3x+x=255-2x$ 4. $4m+m=10-2m$
 5. $7(q+8)+0.5(q-8)=100$
 6. $3(2y+3)+5(y+1)=36$
 7. $2x+\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x=21$ 8. $3x+\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}x=121$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

9. $3a+a$ 10. $5a-2a$
 11. $10x-x+2x$ 12. $10y+2y+3x$
 13. $5xy-3xy$ 14. $16y-12y+5y$
 15. $12x-3y+5x-3x$ 16. $ab+\frac{1}{3}ab+\frac{2}{3}ab$
 17. $6ab+2ab-3ab$ 18. $5x^2+3x^2-2x^2$
 19. $7(x+y)-2y$ 20. $9x+3(x-2)$
 21. $6(x-y)-2y$ 22. $7(m-n)+2(m-3)$
 23. $7(2x+3y+6)-12$ 24. $9(x-2y+6)-20$
 25. $6(x+12)+3(2x-5)$ 26. $4(a+2)+3(a-1)$
 27. $3(x+6)+5(2x-1)+4(x+2)$

28. $5(x+y+7)+3(2x-y+6)$

次ノ等式ノ足ラナイ所ヲ補ヘ。(29-31)

29. $13a+25b=13(\quad)+\square b$

30. $17a+6b=17(\quad)+\square b$

31. $5a+8b=5(\quad)+\square b$

32. 鶴ト龜トガ居ル。鶴ノ頭數合セテ60デソノ足數合セテ200本アル。各頭數ヲ求メヨ。

33. 鶴ト龜トガ居ル。鶴ハ龜ヨリ3頭多クソノ足數ハ合セテ42本デアル。各幾頭カ。

34. 若干圓ヲ甲乙二人ニ分配シ甲ノ得タ金額ハ全額ノ $\frac{1}{2}$ ヨリ28圓多ク、乙ノ得タ金額ハ全額ノ $\frac{1}{3}$ ヨリ5圓多イ。甲乙各何圓ツツ得タカ。

35. 甲乙二ツノ水槽ガアル。今甲ニハ水27りつとる乙ニハ25りつとるアツテ甲カラハ毎分3りつとる乙カラハ毎分2りつとるノ水ガ漏レルトスルト幾分ノ後兩水槽ノ水量ガ相等シクナルカ。

第三章ノ問題

1. 次ノ計算ヲ行ヘ。

1. $(+64)+(-53)$ 2. $(-57)+(+28)$

3. $(+54)+(-28)$ 4. $(-29)+(-26)$

5. $(-2\frac{1}{4})+(+3\frac{1}{2})$ 6. $(-2\frac{1}{7})+(-\frac{3}{14})$

7. $(+0.67)+(-2.83)$ 8. $(-5.8)+(-6.4)$

9. $(-4.7)+(-4.3)$ 10. $(-2.9)+(+0.8)$

2. 次ノ括弧ノ中ニ適當ナル數ヲ補ヘ。

1. $(\quad)+(+12)=+8$

2. $(\quad)+(+12)=-8$

3. $(\quad)+(-12)=+8$

4. $(\quad)+(-12)=-8$

3. 次ノ諸數ノ和ヲ求メヨ。

1. $+7, -8, +19$ 2. $-17, +18, -5$

3. $-6, +9, -2$ 4. $-9, +11, +5$

5. $+19, -21, -8$ 6. $-7, -9, +16$

4. 次ノ和ヲ求メヨ。

1. -29.7
 $+628.5(+)$

2. $+1.021$
 $-13.967(+)$

5. 次ノ計算ヲ行へ。

- | | |
|--|---|
| 1. $(-7)-(+9)$ | 2. $(+6)-(-50)$ |
| 3. $(-15)-(-23)$ | 4. $(-14)-(-7)$ |
| 5. $(+23)-(-56)$ | 6. $(-24)-(+7)$ |
| 7. $(-54)-\left(-28\frac{1}{3}\right)$ | 8. $(-5)-\left(+7\frac{2}{4}\right)$ |
| 9. $(-7.5)-(+4.2)$ | 10. $\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$ |

6. 次ノ括弧ノ中ニ適當ナ數ヲ入レヨ。

1. $(-15)-(\quad)=-7$
2. $(-15)-(\quad)=+7$

7. 次ノ各方程式ヲトケ。

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. $x+27=+5$ | 2. $x-8=36$ |
| 3. $x+47=28$ | 4. $x-19=56$ |
| 5. $x+(-5)=27$ | 6. $x-(-7)=24$ |
| 7. $x+(-9)=-34$ | 8. $x-(-9)=-15$ |

8. 次ノ計算ヲ行へ

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $\frac{+158}{+263}(-$ | 2. $\frac{+264}{-375.2}(-$ |
| 3. $\frac{-174.7}{+286.3}(-$ | 4. $\frac{-268.7}{-454.3}(-$ |

5. $3a-3a$ 6. $a+(-b)+(+b)$

7. $5a-7a+8a$ 8. $7a-10a-3a$

9. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

1. $x-(+16)=-$ 2. $x-(-16)=-5$

3. $-16-x=+5$ 4. $-16-x=-5$

10. 次ノ各式ヲ計算セヨ。

1. $-(9-5+8)$ 2. $-(-5-9+16-8)$

3. $6-(7-8+6)$ 4. $-15+(9-17+8)$

5. $-(a+b-c)$ 6. $a-(-b)+(-d)$

11. $x-(+5)$ ガ正ナル様ニ x ノ値ヲ種々ニ定メヨ。

12. $x-(-5)$ ガ正ナル様ニスルニハ x ノ値ヲ如何ニ定メレバヨイカ。

13. 溫度ガ a 度カラ x 度降ルトキノ度數ヲ示ス式ヲ書キ次ノ數値ヲ代入シテ計算セヨ。

1. $a=7$ $x=8$

2. $a=7$ $x=-8$

3. $a=-7$ $x=8$

4. $a=-7$ $x=-8$

14. 東西ニ通ジテ居ル一直線上ノ道路ヲ初メ東

方へ35米次ニ西方へ48米次ニ東方へ15米次ニ西方へ72米行クトコノ人ノ最後ノ位置如何。

15. 次ノ各計算ヲ行へ。

1. $\left(-\frac{8}{7}\right)\left(-\frac{1}{4}\right)$ 2. $-\frac{2}{9}\left(-\frac{3}{7}\right)$

3. $2.5\left(-\frac{1}{5}\right)$ 4. $(-4.4)(-5)$

5. $(+5)(-2)(-7)$ 6. $(-8)(+2)(-6)$

7. $(-1)(-1)(-1)(+1)(-1)$

8. $(-2)(-1)(+2)(-1)(+2)$

9. $-12x^2y \div xy$ 10. $(-264) \div (-4) \div (-3)$

11. $-a(x+y) \div (x+y)$ 12. $-2xy \div xy$

13. $0 \div 5a$ 14. $-15(x+y) \div (-5)$

15. $6x \div 0$ 16. $2a^2bc^2 \div 4abc$

16. 或人東方ニ向ツテ毎時 a 米宛進ムトキ東方 b 米ノ位置ニ達スルハ今ヨリ幾時間後ナルカ。又次ノ各々ノ場合ニツイテソノ意味ヲ説明セヨ。

1. $a=3, b=12$ 2. $a=3, b=-12$

3. $a=-3, b=12$ 4. $a=-3, b=-12$

17. $x = -\frac{7}{3}$ ナルトキ $x^2 - \frac{3}{7}x + 5$ ノ値ハドウカ。

18. $(-a)^4$ ト $-a^4$ トノ意味ヲ説明セヨ。

$a = +2$ ナルトキ及ビ $a = -2$ ナルトキノ數値ヲ較ベヨ。

19. 現在 a 圓ヲ有スル人ガ毎月 b 圓宛貯金スルトキハ t ケ月後ノ貯金高ハ何程トナルカ。又次ノ各々ノ場合ニツイテソノ意味ヲ説明セヨ。

1. $a=100$ $b=5$ $t=10$

2. $a=100$ $b=-5$ $t=10$

3. $a=100$ $b=5$ $t=-10$

4. $a=100$ $b=-5$ $t=-10$

5. $a=-100$ $b=5$ $t=10$

6. $a=-100$ $b=-5$ $t=10$

7. $a=-100$ $b=5$ $t=-10$

8. $a=-100$ $b=-5$ $t=-10$

第四章ノ問題

1. 次ノ各式ノ和ヲ求メヨ。

1. $26xy - 6y^2 + 13x^2, -12xy + 3y^2 - 7x^2$
2. $p^3 - 3p^2 + 4p - 7, 5p^3 + 2p^2 - 3p + 7, -2p^3 - 5p + 6$
3. $-6a^2b^2 + 52b^2c^2 - 3c^2a^2, a^2b^2 - b^2c^2 + c^2a^2,$
 $8a^2b^2 - b^2c^2 + 5a^2b^2$

2. 次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $(a+b-c) + (b+c-a) + (c+a-b)$
2. $3(x+y)^2 + 2(x+y) - 7 + \{2(x+y)^2 - 6(x+y) + 10\}$
3. $\left(\frac{5}{6}x - \frac{1}{3}y + 6\right) + \left(\frac{1}{4}x + \frac{7}{12}y - 5\frac{1}{6}\right)$
4. $\left(\frac{3}{7}x - \frac{1}{4}y - 7\right) \left(\frac{2x}{7} - \frac{1}{2}y + 8\frac{1}{2}\right)$
5. $\left(\frac{5}{12}m + \frac{m}{4} + \frac{n}{5}\right) - \left(\frac{3m}{8} - \frac{n}{6} - \frac{m}{4} + \frac{n}{3}\right)$

3. 次ノ各積ヲ求メヨ。

1. $(2m-7)(5m+6)$
2. $(4m-3n)(m+10n)$
3. $(4p-5)(6p-7)$
4. $(p-3q)(4p+11q)$
5. $\{2(m+n)-7\} \{3(m+n)+10\}$

6. $\{(l+m)-3n\} \{2(l+m)-5n\}$

4. 次ノ各割リ算ヲ行ヘ。

1. $(m^5 - am^3) \div m^2$
2. $(6x^4 + 21x^3 - 9x^2) \div 3x^2$
3. $(27a^2x^2 - 18ax^3 - 12x^4) \div 3x^2$
4. $\{12(x-y)^5(x+y) - 9(x-y)^4(x+y)^2\} \div 3(x-y)^3(x+y)$
5. $\frac{12x^2y^2 - 6xy}{3xy}$
6. $\frac{15p^3q^2 + 10q^2 + 5q}{5q}$
7. $\frac{27(x^2+y^2)ab + 9ab}{9ab}$
8. $\frac{12(p^2+q^2)^2 - 16(p^2+q^2)}{4(p^2+q^2)}$
9. $\frac{9(x+y)^5 - 27(x+y)^3 - 36(x+y)^3}{-3(x+y)^3}$

5. 次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $3b(5a-3b) + 5a(2b-a)$
2. $(2x^2y^3 + 3xy^2 - 2y^3)2x^2y$
3. $a^2(a+b) - ab(a+b) + b^2(a+b)$
4. $x^2 - \{2x(x^2-5) - 2x^2(x+1)\}$
5. $2y\{5(2x-3y-4z) - 2(x-4y+2z)\}$

第五章ノ問題

次ノ各方程式ヲ解ケ (1-6)

1. $5x - \frac{1}{3} = \frac{2-8x}{7} - 4$
2. $(x-15)(x+1) - (x-2)(x-5) = 0$
3. $2(x-8)(x-5) - (x-3)(x-1) = (x-7)(x-6)$
4. $6x-5-2\{7-2x-(8-x)\} = 2x+8$
5. $\frac{1}{2}(x-3) - \frac{1}{3}(x+2) = \frac{1}{4}x-8$
6. $\frac{1}{3}(x+2)(x+5) + \frac{1}{2}(x+4)(x-3)$
 $= \frac{1}{3}(x-9)(x+8) + \frac{1}{2}(x+4)(x-3)$

7. 大小二ツノ矩形ノ地面ガアル。小サイ方ノ長サハ幅ノ $\frac{3}{2}$ 倍デ、大キイ方ハ小サイ方ヨリ長サハ 20 間、幅ハ 15 間長イタメニ面積ハ 620 坪多イトイフ。各ツノ坪數ヲ求メヨ。

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ。(8-9)

$$8. \begin{cases} \frac{6-4x}{3} = \frac{3y-8}{2} \\ 3x-4 = \frac{8y-2}{5} - 1 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 3y-5 - \frac{x-y}{2} = \frac{x+1}{5} \\ \frac{2}{3}x+5x-1 = \frac{6-5y}{2} \end{cases}$$

10. 鶴ト龜トノ頭數合セテ 36 デ足數ハ皆デ 82 本アル。鶴ト龜トノ各頭數ヲ求メヨ。
11. 或水夫ガ河ノ上流 20 軒ノ所マデ上ルニ 3 時間 40 分ヲ要シ、コレヲ漕ギ下ルニ 2 時間ヲ要シタ。コノ水夫ガ静水ヲ漕グ速サ及ビコノ河流ノ速サヲ求メヨ。

第六章ノ問題

次ノ各積ヲ求メヨ。

1. $(m-4)(m+8)$
2. $(m-5n)(m+10n)$
3. $(2x-7)(2x+8)$
4. $(2y-6)(2y+5)$
5. $(p-10)(p-3)$
6. $(p-9q)(p+8q)$
7. $(3x-2)(3x+6)$
8. $(x^2-6)(x^2+11)$
9. $(2x-5y)(2x+4y)$
10. $(xy-7)(xy+12)$
11. $\left(\frac{2}{3}ab - \frac{1}{4}bc\right)\left(\frac{2}{3}ab + \frac{1}{4}bc\right)$
12. $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$
13. $\{(a+b)-c\} \{(a+b)+c\}$
14. $(1-a)(1+a)(1+a^2)(1+a^4)$
15. $(x+y+z)(x-y+z)$
16. $(a^2+b^2-c)(a^2+b^2+c)$

17. $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
 18. $(a+2b)(3a+7b)$ 19. $(a-2b)(3a+7b)$
 20. $(a+2b)(3a-7b)$ 21. $(a-2b)(3a-7b)$
 22. $(m+2n)(m+9n)$ 23. $(2m-3n)(4m+9n)$
 24. $(2m+3n)(4m-9n)$ 25. $(2m-3n)(4m-9n)$
 26. $(a+b)^2-(a-b)^2$ 27. $(a+b)^3+(a-b)^3$
 28. $(ax+by)(ax-by)$ 29. $(a^2-2ab+4b^2)(a+2b)$
 30. $(p^2-p+1)(p+1)$ 31. $(a^2+3ab+9b^2)(a-3b)$
 32. $(ax+by-cz)(ax-by-cz)$
 33. $(p^2+pr-r^2)(p^2+pr+r^2)$
 34. $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab)$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

35. $(a^4+a^2b^2+b^4) \div (a^2-ab+b^2)$
 36. $(a^3+b^3+c^3-3abc) \div (a+b+c)$
 37. $(x^5+x^4+1) \div (x^4+x^2+1)$
 38. 計算ニヨツテ次ノ等式ノ正シイコトヲ示セ。

1. $(x+y)(y+z)(z+x)+xyz$
 $= (x+y+z)(yz+zx+xy)$
 2. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$
 $= \frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{2}(b-c)^2 + \frac{1}{2}(c-a)^2$

第七章ノ問題

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ。

1. $x^2y-xy^2+xyz^2$
 2. $3ab^2c-4abc^2-\frac{1}{7}a^2bc$
 3. $xy-yz-zm+xm$
 4. $(x+y)a-(x+y)b+(x+y)c$
 5. $(a+b)(a-b)+(a-b)^2$
 6. $x^2-9x+20$
 7. $x^2+8x-20$
 8. $x^2+9xy+20y^2$
 9. $(x^2-5x)^2-7(x^2-5x)+12$
 10. $(x^2-5x+1)^2+5(x^2-5x+1)+6$
 11. $6x^2-7x-3$
 12. $3x^2+14x-24$
 13. $5x^2-37xy+14y^2$
 14. $x^2-5xy+\frac{25}{4}y^2$
 15. $(a-b)^2+2(a-b)x+x^2$
 16. $2abx^2-32aby^2$
 17. $4(a+b)^4-1$

18. $(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-7$
 19. $(x-2y)^3-(x+2y)^3$
 20. $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+24$
 21. $a^2+2ab+b^2-c^2$
 22. $c^2+2ab-a^2-b^2$
 23. $ac+bd+ad+bc$
 24. $4(ad+bc)^2-(a^2+d^2-b^2-c^2)$
 25. $x^4-x^2y^2+16y^4$

第八章ノ問題

次ノ各根式ヲ計算セヨ。(1-6)

1. $\pm\sqrt{\frac{100a^2}{81}}$ 2. $+\sqrt{\frac{400}{36}}$
 3. $\sqrt{2500}$ 4. $-\sqrt{0.25x^4y^2}$
 5. $\pm\sqrt{\frac{36}{121}}$ 6. $\sqrt{\frac{0.49}{0.25 \times 9}}$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

7. $(\sqrt{11}-\sqrt{22})^2$ 8. $\sqrt{\frac{6}{25}}-\sqrt{\frac{6}{9}}+\sqrt{\frac{3}{2}}$
 9. $(x-5\sqrt{y})(x+10\sqrt{y})$
 10. $(a-b\sqrt{b})(a-2\sqrt{b})$

11. $(x+\sqrt{x+1})^2$ 12. $(\sqrt{p-4}+3)^2$
 13. $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{15}}$ 14. $\sqrt{1\frac{1}{7}}\sqrt{\frac{2}{5}}\sqrt{\frac{14}{5}}$
 15. $(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}-2\sqrt{5})$
 16. $\frac{\sqrt{12}\sqrt{10}}{\sqrt{15}}$ 17. $6\sqrt{1575}$
 18. $\sqrt{28}+\sqrt{175}-2\sqrt{7}$
 19. ニツノ數ノ中一ツハ他ノ數ノ $\frac{3}{5}$ 倍デ、平方ノ差ハ16デアルトスレバ二數各如何。
 20. 直角三角形ノ斜邊ノ長サ5尺、面積6平方尺デアルトイフ。他ノ二邊ノ長サヲ求メヨ。
 x ヲ未知數トシテノ各方程式ヲ解ケ。(21-23)
 21. $(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0$
 22. $2a^2-x^2+ax=9b(a-b)$
 23. $(1-a^2)(x+a)-2a(1-x^2)=0$
 24. 縦1尺2寸横8寸ノ紙ヲ縦ノ方向へ三枚ツツ横ノ方向へ四枚ツツ繼ギ合セテ面積一平方米ノ矩形ヲ作ルニ、繼ギ目ノ幅ヲ一樣ニスルニハコノ幅ヲ何分何厘トスレバヨイカ。

第九章ノ問題

1. $2x^2-3x-3+k(x^2+x+2)=0$ ガ等根ヲ有スルトキ k ノ値如何。
2. $\frac{x^2-x}{3x+1}=\frac{m-1}{m+1}$ ガ等根ヲ有スルトキ m ノ値如何。
3. $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ ノ二根ガ相等シイトキ a, b, c ノ間ニ如何ナル關係ガアルカ。
4. 次ノ各式ヲ計算セヨ。
 1. $3i \times 4i + 5i^2$ 2. $8i^2 \div 4i - 6i$
 3. $\sqrt{-21} \times \sqrt{-14} \div \sqrt{-6}$
 4. $(3+4i)(3-4i)$
 5. $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right) + 1$
 6. $\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right) + 1$
5. 次ノ各數ヲ二根トスル方程式ヲ作レ。
 1. $-1, -5$ 2. $-\frac{2}{5}, -\frac{3}{2}$
 3. $2+\frac{\sqrt{2}}{3}, 2-\frac{\sqrt{2}}{3}$

4. $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)$
6. $x^2-5x+6=0$ ノ二根ヲ α, β トスルトキ次ノ各式ノ値ヲ求メヨ。
 1. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 2. $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$
 3. $\frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{\alpha}{\beta^2}$ 4. $(\alpha-\beta)^2$
7. $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ヲ α, β トスルトキ次ノ各式ヲ a, b, c ノ式ヲ表セ。
 1. $\alpha^2 + \beta^2$ 2. $\alpha^3 + \beta^3$
8. $x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ α, β トシ $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\beta}$ ヲ二根トスル方程式ヲ作レ。
9. 方程式 $x^2+2(a-2)x+4ax-11=0$ ニ於テ二根ノ和ガ12トナルニハ a ノ値ヲドウスレバヨイカ。
10. $2x^2+3x+4=0$ ノ二根ヲ α, β トスルトキ $(\alpha^2-2\beta+1)(\beta^2-2\alpha+1)$ ノ値如何
11. $x^2-3(m+1)+8m+5=0$ ノ一根ハ他ノ根ノ五倍ナル。 m ノ値及ビコノ方程式ノ根ヲ求メヨ。

第十章ノ問題

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

$$1. \frac{x^2-9}{x^3+27} \times \frac{x^2-3x+9}{2x-6} \quad 2. \frac{a^6-b^6}{a^3-b^3} \times \frac{a-b}{a^4-}$$

$$3. \left(y - \frac{a^2-xy}{y-x}\right) \left(x + \frac{a^2-xy}{y-x}\right) + \left(\frac{a^2-xy}{y-x}\right)^2$$

$$4. \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} + \frac{x^2-xy+y^2}{3x^2-4xy+y^2} \times \frac{y^3-3xy^2}{x^3+y^3}$$

$$5. \frac{x^2+a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{x^2+b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{x^2+c^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$6. \frac{b}{a(a+b)} + \frac{c}{(a+b)(a+b+c)} + \frac{d}{(a+b+c)(a+b+c+d)}$$

$$7. \frac{\frac{2bc}{b+c} - b}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b-2c}} + \frac{\frac{2bc}{b+c} - c}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c-2b}}$$

次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$8. \frac{x+1}{x-1} + \frac{x+7}{x+5} = \frac{x+3}{x+1} + \frac{x+5}{x+3}$$

$$9. \frac{x-1}{x+1} + \frac{x-4}{x+4} = \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-3}{x+3}$$

$$10. \frac{2x-1}{x+1} + \frac{3x-1}{x+2} = 4 + \frac{x-7}{x-1}$$

$$11. x = \frac{5}{6 - \frac{5}{6-x}}$$

$$12. \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ 3x-4y=18 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{x+1}{y-1} = \frac{5}{2} \\ \frac{2x+1}{3x-y} = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{3}{x+y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x+y=2a \\ (a+b)x - (a-b)y=0 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} ax+by=2ab \\ bx-ay=b^2-a^2 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} (b+c)x + (b-c)y = 2ab \\ (c+a)x + (c-a)y = 2ac \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} ax+by=(a+b)c \\ (a+c)x + y(c-b) = 2(a+c)(c-b) \end{cases}$$

19. 甲乙二人ガ休ミナシニ働クトキハ30日デ仕上ゲ得ル仕事ヲ甲ハ8日乙ハ4日休ンダタメ $35\frac{1}{2}$ 日ヲ要シタトイフ。甲乙各單獨デ仕上ゲルニ要スル日數ヲ求メヨ。

20. 或列車ガ出發後一時間デ故障ヲ起シソノ後ハ前ノ速サノ $\frac{3}{5}$ ノ速サデ進ミ定刻ヨリ2時

間後レテ到着シタ。若シコノ故障ガ50哩進行シタ所デ起ツタナラバ定刻ヨリ40分後レテ到着スルトイフ。列車ノ速サ及ビ目的地マデノ距離ヲ求メヨ。

21. 父子共同シテ働クトキハ8日間ニ仕上ゲ得ル仕事ヲ父一人デ働ケバ子一人デ働クヨリモ12日早く仕上ゲ得ルトイフ。父子各一人デ仕上ゲ得ル日數ヲ求メヨ。
22. 甲乙二管ヲ用ヒテ桶ニ水ヲソソグニ各一管デ滿スニハ甲ハ14時間、乙ハ六時間ヲ要スル。初メ甲管ダケヲ用ヒ若干時間後ニ乙管ダケヲ用ヒテ流水シタラ合計八時間デ滿水シタト云フ。各管ヲ使用シタ時間ヲ求メヨ。
23. 或人數デ會食ヲナシツノ總費用28圓20錢ヲ要シタ。コノ中二人ハ招待シタ客デアルカラ會費ヲトラナイトメ一人分ノ割前ハ全部ノ人數ニ割リ當テルヨリ45錢多クナツタトイフ。總人員ヲ求メヨ。

第十一章ノ問題

1. 次ノ各比ヲ簡單ニセヨ。
1. $2 : \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2. $(a-b)^3 : (a^3-b^3)$
2. $ax=by$ ナルトキ $x:y$ ト $a:b$ トノ間ニ如何ナル關係ガアルカ。
3. $5:6$ ノ兩項ニ同一ノ數ヲ加ヘテ $8:11$ ヨリ大ニスルニバドウスレバヨイカ。又カヤウナ數ノ中デ最小ナ整數ヲ求メヨ。
4. $a-x:a+x$ ト $a^2+ax+x^2:a^3-x^3$ トノ複比ヲ求メヨ。
5. 甲茶5斤ト乙茶4斤ト價等シク、又乙茶16斤ト丙茶15斤トノ價等シイナラバ甲茶1斤ト丙茶1斤トノ價ノ比ヲ求メヨ。
7. $25:18$ ノ兩項ニ如何ナル數ヲ加ヘルト $4:3$ ニ等シクナルカ。
8. 次ノ各比例式ヲ解ケ。
1. $(2-x):(5-x)=(4-x):(6-x)$
2. $2+5\sqrt{2}:2-5\sqrt{2}=2-5\sqrt{2}:x$
9. $-2, 3, 10, 40$ ノ最初ノ三數ニ如何ナル同數

ヲ加ヘルトソレ等ノ數ガ比例スルカ。

10. $\frac{a^2+ab+b^2}{c^2+cd+d^2} = \frac{a^2-ab+b^2}{c^2-cd+d^2}$ ナルトキハ a, b, c, d ノ
間ニ如何ナル關係ガアルカ。

11. 或人流レヲ10里漕ギ下ツテ後直チニ引キ反
シテ漕ギ上リ出發點ニ着スルマデニ10時間
ヲ要シタ。3里流レヲ下ル時間デ2里流レ
ヲ溯ルコトヲ得ルモノトスレバ漕ギ上ルニ
要シタ時間如何。

12. $a:b=c:d$ ナルトキ次ノ各比例式ガ成立ツコ
トヲ證明セヨ。

1. $a:a+c=a+b:a+b+c+d$

2. $a^2+b^2:a^2=c^2+d^2:c^2$

13. 次ノ各組ノ比例式カラ $x:y:z$ ヲ求メヨ。

1. $x:y=3:4$ $x:z=6:5$

2. $x:y=2:3$ $y:z=2:3$

3. $x:z=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ $x:y=\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$

4. $x:z=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ $y:z=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$

14. 次ノ各等式カラ $x:y:z$ ヲ求メヨ。

1. $x+y=\frac{3}{2}x=\frac{5}{3}z$

2. $a(y+z)=b(z+x)=c(x+y)$

15. 三ツノ正方形ノ各一邊ノ比ハ $a:b:c$ ニ等シ
クソノ面積ノ和ハ m^2 平方米デアルトスレバ
各正方形ノ一邊ノ長サ如何。

16. 直角三角形ノ直角ヲハサム二邊ノ長サノ比
ハ $a:b$ ニ等シクソノ周ハ s 米デアルトスレ
バ直角ヲ夾ム二邊ノ長サ如何。

17. $a:b=c:d$ ナルトキ

$$\frac{a^2-ab+b^2}{c^2-cd+d^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

18. $\frac{y+z}{a} = \frac{z+x}{b} = \frac{x+y}{c}$ ナルトキ

1. $x:y:z$ ノ値ヲ求メヨ。

2. $(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=0$ ナルコトヲ證明
セヨ。

19. $x:y=2:3$ ナルトキ $x^2-xy+y^2:2x^2+xy-y^2$ ノ値
ヲ求メヨ。

20. $6x^2+4y^2=11xy$ ナルトキ $\frac{x^2+3xy+y^2}{x^2-3xy+y^2}$ ノ値ヲ求
メヨ。

第十二章ノ問題

1. 一斤 5 圓ノ上茶ト一斤 3.5 圓ノ下茶トヲ混合シテ一斤 4.256 圓ノ割デ賣ツテ 1 割 2 分ノ利益ヲ得タ。上茶一斤ニ對シ下茶何程ノ割合ニ混ヅタカ。
2. 18 金ト 22 金トヲ如何ナル割合ニ熔和スレバ 21 金ヲ得ルカ。
3. 酒精ト水トノ混合液甲乙二種ガアツテ混合ノ割合ハ甲ハ $a:b$, 乙ハ $c:d$ デアル。コノ兩種ヲ如何ナル割合ニ混合スレバ酒精ト水トノ割合ガ $p:q$ ニナルカ。
4. 圓ノ面積ハ半徑ノ平方ニ比例スルトイフ。半徑 10 糎アル圓ノ面積ハ約 314 平方糎デアルトスレバ半徑 6 糎ナル圓ノ面積ヲ求メヨ。
5. 半徑ガ夫々 3 糎及ビ 4 糎ナル二ツノ圓ノ面積ノ和ニ等シイ面積ヲ有スル圓ノ半徑ヲ求メヨ。
6. 甲乙二船ガアツテ甲ハ 800 噸乙ハ 2700 噸ア

- ル。コノ兩船ハ相似型デアラカランノ噸數ハ長サノ三乗ニ比例スルモノトスレバコノ二船ノ船腹ヲ塗ルニ要スル費用ノ比如何。
7. 280 米ノ競走デ甲ハ乙ニ 14 米ノ先發ヲ許スト勝敗ガナク又 570 米ノ競走デ乙ハ丙ニ 24 米ノ先發ヲ許スト勝敗ガナイトイフ。甲乙丙ノ速サノ連比ヲ求メヨ。又 1100 米競走デ甲ハ丙ニ 80 米先發ヲ許スト甲ハ幾米勝ツカ。

終

問 題 ノ 答

簡易ナモノハ畧ス

P. 4 例 題

2. $100a$ 錢, $(100a+50)$ 錢 3. $36x$ 町, $(36x+15)$ 町
 4. $\frac{y}{100}$ 圓, $\frac{x}{60}$ 町 5. $a+1, a+2; b, b-1, b-2; c+1, c, c-1$
 6. $a, a+2, a+3; b-2, b, b+2; c-4, c-2, c$

P. 11 例 題

2. (5) x (6) $\frac{8}{15}x$ (7) $\frac{1}{12}x$ (8) $11\frac{1}{2}x$ (10) $9-\frac{1}{3}x$
 3. $\frac{3}{2}$

P. 12 練習問題

3. $(3x+1.5y)$ 錢 7. $(500-x)$ 錢 8. $0.8x$ 圓
 9. $4(x-3), 4x-9$ 10. $34, 128, \frac{5}{4}, 333$
 11. $245, 542$ 12. $100x+10y+z$

P. 15 例 題

2. (1) $x+12=33$ (2) $56+x=74$ (3) $x-8=17$
 (4) $5x+2x=63$ (5) $5x-3x=48$ (7) $\frac{1}{5}x+\frac{3}{5}y=20$
 (10) $\frac{1}{3}x+7=19$

P. 17 例

19. $x=\frac{1}{3}$ 20. $x=25$ 21. $x=12$

P. 20 例 題

15. $x=26$ 16. $x=8.16$ 17. $x=80$ 18. $x=22$
 19. $x=\frac{216}{5}$ 20. $x=77$ 21. $x=12$ 22. $x=2$
 23. $x=5$ 24. $x=\frac{9}{2}$ 25. 116 26. 46

P. 23 例 題

8. $x=3$ 9. $x=9$ 10. $x=25$ 11. $x=90$
 12. $x=12$ 13. $x=162$ 14. $x=20$ 15. $x=56$
 16. $x=105$ 17. 7

P. 25 例 題

1. 甲 126, 乙 84, 丙 42 2. 父 56, 子 14
 3. 父 42, 子 9 4. 帽子 3 圓, 靴 7.5 圓 5. 14, 15
 6. 3.5 分 7. 4 時間 8. 6 間, 15 間 9. 3142
 10. 404

P. 28 例 題

10. 45 11. 甲 69 圓, 乙 23 圓 12. 40 日
 13. 8000 圓 14. 18 人, 172 箇 15. 72 圓

P. 32 例題

1. (1) $x=7$ (2) $x=3$ (3) $x=\frac{20}{7}$ (4) $x=\frac{43}{15}$
 (5) $x=\frac{2}{7}$ 3. 7 4. $\frac{37}{3}$ 5. 鉛筆 6 錢, 毛筆 11 錢

P. 33 練習問題

9. $x=\frac{15}{13}$ 10. $n=6$ 15. $7x-6y$
 16. $7x+5y$ 20. 1 年後 21. 7 年前
 22. 上 2.5 圓, 下 2 圓 23. 甲 16 圓, 乙 12 圓
 24. 梨 21, 林檎 14

P. 44 例題

2. (1) $+5, +2, 0, -1, -1\frac{1}{2}, -5, -8$
 (2) $+1\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1, -1\frac{1}{3}, -1\frac{1}{2}$

P. 46 例題

7. 50 圓ノ利 8. 20 圓ノ損, -20 圓ノ利

P. 50 例題

1. (7) $-53\frac{4}{5}$ (8) $75\frac{2}{3}$ (9) $\frac{2}{15}$ (10) $-47\frac{7}{6}$
 (11) -2.9 (12) $-\frac{7}{9}$ 4. (1) $+20$ (2) $-2a$
 (3) a (4) $-2a$

P. 53 例題

1. (7) $53\frac{1}{3}$ (8) $-58\frac{3}{5}$ (9) $46\frac{4}{5}$ (10) $-\frac{2}{35}$

P. 57 例題

1. (1) -3 (6) -3 (7) $+3$ (8) $+3$ (9) $+3$
 (10) -3 (11) $+5$ (12) -5

P. 58 練習問題

1. (1) -15 (2) -28 (3) -9 (4) $+3$ (5) $+2$
 (6) -4.2 3. $(a+x)$ 度 (1) 12° (2) -2°
 (3) 2° (4) -12° 4. $(a+b)$ 米 (1) $+13$
 (2) -1 (3) $+5$ (4) -13 5. $(a-b)$ 米
 (1) -5 (2) $+13$ (3) -13 (4) $+5$
 6. 零下 4° 7. (1) $4x$ (2) $-5x$ (3) $+3x$ (4) $+x$

P. 64 例題

1. -24 2. $+24$ 3. -20 4. $-\frac{3}{70}$
 5. -14 6. 0 7. $+1, -1, +1, -1$
 8. $+4, -8, +16, -32$ 9. $+25, -125, +625, -3125$
 10. 1, -1 11. $-1, -1$ 12. $-8, -8$ 13. $+16, -16$
 14. $-a^5, -a^5$ 15. $+a^5, -a^5$

P. 67 例題

9. -36 10. $-\frac{2}{9}$ 11. $+\frac{1}{12}$ 12. $-\frac{49}{25}$
 13. $-\frac{5}{4}$ 14. $-\frac{5}{9}$ 15. -10 16. $+5.5$
 23. $x=0.6$ 24. $x=-3$ 25. $x=-0.6$ 26. $x=3$

P. 68 練習問題

1. (1) -36 (2) 0 (3) $+20$ (4) -24 (5) $-\frac{1}{3}$
 (6) 0 (7) 0 2. 東方 ax 籽 (1) 東 15 km
 (2) 西 15 km (3) 西 15 km (4) 東 15 km
 3. (1) -200 (2) $+6$ (3) $-\frac{20}{3}$ (4) $\frac{28}{5}$
 4. 28 5. (1) $3ax$ (2) $-30a^3$ (3) $36a^2b^2$
 (4) $84abc$ (5) $\frac{a^3}{5}$ (6) $+72$ 6. (1) 95°
 (2) 104° (3) 32° (4) 5° (5) -40°
 (6) 212° 7. $e = \frac{5}{9}(f-32)$

P. 80 例題

7. $5x^2-x$ 8. $-x^2+6x$ 9. $3y$ 10. x^2-xy+y^2
 11. $-a^2+2ab+b^2$ 12. $-2p^2-p$ 14. $-2bn+5p$
 15. $\frac{5}{6}x^2$ 16. $\frac{7}{2}xy$ 17. $-2l^2+2lm$
 18. $4s^2-\frac{2}{15}st$ 22. $6x$ 25. $3a$
 23. $4x^2-2y^3$ 24. $ax+2a^2x+6$

P. 82 例題

1. $8x-3$ 2. $7a-7b$ 3. $x-2y+3$ 4. $2a+c$
 5. $3x-2y+16z$ 6. $2m+2n-4p$ 7. $-4a+9b-14c+13d$
 8. $8x^3-x^2+15x+8$ 9. $3x^2+y^2$ 10. $12(x+y)+2(a+b)$
 11. $11(a+b)-5(a^2+b^2)$ 12. $-x+y-3z$
 13. $\frac{3}{2}a+\frac{5}{6}b+\frac{1}{6}c$ 14. $10x^2-10x-1$

P. 84 例題

10. $-13(p+q)$ 11. $-2a^2+7ab+7b^2$ 12. $2y^2+12x^2+7xy$
 13. $-4p+11q-8r$ 14. $-46m^2+9mn-20n^2$
 15. $15x^3-10x^2+9x-17$ 16. $10p^3+8p^2-9p+14$
 17. $-26a^2b^2+6a^4-14a^3b$ 18. $2(a+b)^2-\frac{7}{2}(a+b)-13$
 19. $9(x+y)^2-15(x+y)+10$

P. 87 例題

1. $x-y+5z$ 2. $3a-7b-15$ 3. $11y-1$ 4. $-4a^2-9ab$
 5. $-7x+16$ 6. $-9x+11$ 7. $-p+8q$ 8. $17lm$
 9. $13a^2-12a+16$ 10. $x^2+2xy+11y^2$
 11. $-3xy+3yz+15xz$ 12. $2p^2+pq+10$

P. 90 例題

1. (1) $2x^2+9$ (2) $8p+11pq+2p^2$ (3) $7x^5+9x^3-8x^2y$
 (4) $y^5+4y^3+y^2-7y+2$ 2. x^3-2x^2+5x-6
 3. 8672 4. ax^2+bx+c

P. 92 例題

9. $4x^2y^2$ 10. $-8x^3y^3$ 11. $42a^4b^2c^3$ 12. $4a^3x^3$
 13. $\frac{1}{4}x^2y^2z^2$ 14. $30a^4b^4c^4$ 15. $-30m^4n^4$
 16. $12a^4b^2xy^2$ 17. a^7 18. a^9 19. $15p^9$ 20. $(a+b)^5$

P. 93 例題

1. $7x^2+7xy$ 2. $-2x^2+4xy$ 3. $-5a^2+5ab-5ac$
 4. $10x^3-4x^2+2x$ 5. $x^3y+x^2y^2-x^2yz$ 6. $a^4+a^2b+a^2cz$
 7. $4x^3-12x^2+24x$ 8. $-7+14y-7y^2$ 9. $7a-21b$
 10. $a^3b-2a^2b^2+4ab^3$

P. 94 例題

1. a^2-b^2 2. $ac+ad-bc-bd$ 3. $x^2+7x+10$
 4. $x^2-3x-10$ 5. $x^2+3x-10$ 6. $x^2-7x+10$
 7. $x^2+5xy+4y^2$ 8. $x^2-13xy+36y^2$ 9. $x^2-3xy-4y^2$
 10. $x^2+xy-36y^2$

P. 95 例題

1. a^2 2. x^3 3. m 4. $20b$ 5. $-7a^2$
 6. -8 7. $5x$ 8. x 9. $-5ab^3c$ 10. $7a^3c^2$

P. 96 例題

1. $x-y$ 2. $ab-a^2b^2$ 3. $ax+b$ 4. $1+b+b^3$
 5. m^3-am 6. $3x^2+x-3$ 7. $-4a^2+2ab-3b^3$
 8. $9a^2-6ax-4x^2$ 9. $6(a+b)^4-4(a+b)^3+3(a+b)$

P. 97 例題

1. $\frac{5}{6}x+\frac{1}{3}$ 2. $\frac{8}{15}x+\frac{6}{3}$ 3. $-\frac{1}{12}x+6$ 4. $\frac{6}{5}x-\frac{40}{7}$
 5. $\frac{13}{5}a+b$ 6. $\frac{3}{8}a-\frac{b}{5}$ 7. $-\frac{1}{9}a+\frac{1}{3}b$ 8. $\frac{13}{42}p+\frac{1}{12}q$
 9. $6x^3y^3z^2$ 10. $\frac{2}{7}a^3b^2c+\frac{1}{2}a^2b^3c-\frac{5}{21}ab^4c$

P. 98 練習問題

1. 20, 100 2. 4, 34 3. y 4. $-2x^2-3x-7$
 5. $5a+7$ 6. $8a+7b-7c$ 7. $-10a-11b+6c$
 8. $6x+26$ 9. $4x^2-62x+184$ 10. $x^3+x^2-\frac{7}{3}x+\frac{1}{3}$
 11. $\frac{1}{7}a^2-\frac{59}{210}ab-\frac{1}{10}b^2$ 12. $\frac{2}{5}x^2-\frac{11}{105}xy-\frac{4}{7}y^2$
 13. $\frac{19}{120}p^2+\frac{713}{1890}pq-\frac{1}{60}q^2$ 14. $x^3+20x^2-13x+3$
 15. a^2-b^2 16. a^3+b^3 17. $15p-7$
 18. a^3-b^3 21. 40 22. 85 平方米
 23. $-5x^2y^3z$

P. 106 例題

1. $x=\frac{8}{3}$ 2. $x=\frac{-2}{19}$ 3. $x=-\frac{90}{31}$ 4. $x=\frac{6}{5}$
 5. $x=\frac{29}{3}$ 6. $x=\frac{11}{10}$ 7. $x=\frac{46}{3}$ 8. $x=\frac{93}{13}$
 9. $x=-4$ 10. $x=\frac{19}{8}$ 11. $x=-\frac{13}{4}$ 12. $y=\frac{7}{2}$

13. $x = \frac{26}{17}$ 14. $x = \frac{79}{26}$ 15. $x = 8.5$ 16. $s = \frac{26}{15}$

17. $m = -1$ 18. $x = \frac{299}{12}$

P. 109 例題

1. 35卜24 2. 父56, 子28 3. 每時 $3\frac{1}{3}$ 哩
 4. 108升 5. 甲500圓, 乙350圓, 丙250圓 6. 120圓
 7. 252圓 8. 歷140錢, 地120錢 9. (1) 13, 15, 17
 (2) 6, 8, 10

P. 111 練習問題

1. $x = \frac{7}{15}$ 2. $x = -\frac{5}{7}$ 3. $x = -\frac{64}{77}$
 4. $x = \frac{4}{23}$ 5. $m = \frac{2}{13}$ 6. $x = \frac{35}{16}$
 7. $y = -\frac{17}{3}$ 8. $x = \frac{522}{19}$ 9. $s = \frac{40}{13}$
 10. $s = -3$ 11. 3時 $16\frac{4}{11}$ 分 12. 2籽

P. 117 例題

1. $x = 4, y = 3$ 2. $x = 5, y = 6$ 3. $x = 4, y = -7$
 4. $x = -9, y = 5$ 5. $x = \frac{99}{17}, y = \frac{66}{17}$ 6. $x = \frac{585}{53}, y = -\frac{252}{53}$

P. 119 例題

1. $x = 5, y = 2$ 2. $x = 3, y = 7$ 3. $x = \frac{38}{5}, y = -\frac{14}{5}$
 4. $x = -7, y = 19$ 5. $x = -5, y = 8$ 6. $x = -\frac{81}{2}, y = \frac{65}{2}$

P. 120 例題

1. $x = -\frac{23}{9}, y = \frac{55}{9}$ 2. $x = 12, y = 1$ 3. $x = 8, y = -5$
 4. $x = 6, y = 13$ 5. $x = 17, y = 15$ 6. $x = 13, y = 7$

P. 122 例題

1. $x = 5, y = 4$ 2. $x = 2, y = 4$ 3. $x = -\frac{26}{3}, y = -\frac{2}{3}$
 4. $x = -\frac{149}{32}, y = -\frac{179}{16}$ 5. $x = \frac{82}{11}, y = \frac{58}{11}$
 6. $x = \frac{50}{13}, y = -\frac{139}{13}$

P. 124 例題

1. 甲16, 乙10 2. 26, 62 3. 每秒甲6米, 乙5米
 4. 縱12間, 橫15間 5. 甲72圓, 乙50圓 6. 385
 7. 甲40籽, 乙36籽

P. 126 練習問題

1. $x = -\frac{1}{6}$ 2. $y = 6$ 3. $m = \frac{13}{17}$ 4. $x = 5$ 5. $y = 11$
 6. $y = 7$ 7. $x = 13$ 8. $x = 9$ 9. $x = 15$ 10. $x = 42$

11. $a=9$ 12. $x=6, y=-5$ 13. 2年前
 14. 142857 15. 柿 20 箇, 林檎 15 箇 16. 150 歩
 17. 甲ノ利 7 圓, 3.5 石

P. 129 例題

7. $25a^2+30ab+9b^2$ 8. $16x^2-24xy+9y^2$
 9. $a^2+2ab+b^2+6a+6b+9$ 10. $9x^2+2x+\frac{1}{9}$

P. 180 例題

6. $9a^2-4b^2$ 7. $9x^2-4z^2$ 8. $25p^2-9s^2$
 9. $4a^2-25b^2$ 10. x^2y^2-9 11. $9b^2c^2-16$
 12. $1-25m^2n^2$ 13. $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2$

P. 132 例題

1. x^2+5x+6 2. x^2-6x-7 3. $x^2-2x-15$
 4. $x^2-14x+48$ 5. $x^2+8x+12$ 6. $x^2-4x-12$
 7. $x^2-8x+12$ 8. $x^2+4x-12$ 9. $x^2-7xy+10y^2$
 10. $h^2+5hk-14k^2$

P. 133 例題

1. a^3-3a^2-9a-5 2. $4x^4-10x^3y+16x^2y^2-10xy^3+12y^4$
 3. $a^2x^2+2abxy+b^2y^2-c^2z^2$ 4. $x^4+x^2y^2+y^4$
 5. $x^3+2x^2-13x+10$ 6. $16x^4+8x^3y-2xy^3-y^4$

7. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 8. $a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$
 9. $3a^2+16ab+5b^2$ 10. $81k^4+36k^2h^2+16h^4$

P. 135 例題

1. $6x^2+13x+6$ 2. $10x^2-33x-7$ 3. $3x^2+7x-20$
 4. $6x^2-4x-42$ 5. $20x^2+22x-12$ 6. $8x^2-38x+35$
 7. $8x^2-22xy+15y^2$ 8. $6x^2-18xy+5y^2$ 9. $40h^2-76hk+28k^2$
 10. $16a^2+42ab-18b^2$

P. 137 例題

1. $2x^2+8x-34$ 2. $2x+40$ 3. $-x+1$ 4. $4x-28$
 5. $2x^2+19x-40$ 6. $16x^2+70x+65$ 7. $-3x^2-22xy+12y^2$
 8. $2x^2+9x-96$ 9. $2x^3$ 10. $2a^2+2b^2$ 11. $4xy$
 12. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 13. $4x^2y-16y^3$
 14. $4a^2-12ab+9b^2+4a-6b-15$ 15. $16x^2-8xy+y^2-4z^2$

P. 139 例題

1. $x+6$ 2. $x+5$ 3. $x-7$ 4. $a+2$
 5. $(a+b)^2$ 6. $2x+1$ 7. y^2-2y+4 8. $2x^2-6xy+y^2$
 9. $a^2-7ab-8b^2$ 10. $2x^3-3x^2+2x+6$
 11. $x^3+x^2y+xy^2+y^3$ 12. $x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4$
 13. $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4$ 14. a^2-ab+b^2
 15. $x^5+x^4y+x^3y^2+xy^4+y^5$

P. 141 例 題

1. $2x-1$ 2. $x+10$ 餘 75 3. $x^2-5x+15$ 餘 127
 4. $2x^2-8x+68$ 餘 $-611x+352$ 5. $7x^2+3xy-14y^2$
 餘 $-30xy^2+29y^4$

P. 142 練習問題

1. $-29x+212$ 2. $a^{16}-b^{16}$ 3. $2ax-2a^2$
 4. $a^4-2a^2b^2+b^4$ 5. $6a^2b+2b^4$ 6. $x^3+a^4x^4+a^8$
 7. $a^3+b^3+c^3$ 8. $a^8+16a^4b^4+256b^8$
 9. $2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2-a^4-b^4-c^4$ 16. $a=15$
 17. $c=5$ 18. $x^4-x^3-6x^2+11x+3$ 19. $c=10, m=-3$

P. 146 例 題

12. $(x-y)(a+b)$ 13. $(m+n)^2$ 16. $(y+z)(x+z)$
 17. $(x-y)(a+b-c)$

P. 147 例 題

1. $(x+7)(x+3)$ 2. $(x-3)(x-7)$ 3. $(x+7)(x-3)$
 4. $(x+3)(x-7)$ 5. $(x+3)(x+2)$ 6. $(x-2)(x-3)$
 7. $(x+3)(x-2)$ 8. $(x+2)(x-3)$ 9. $(x+6)(x+1)$
 10. $(x-1)(x-6)$ 11. $(x+6)(x-1)$ 12. $(x+1)(x-6)$
 13. $(y+7)(y+1)$ 14. $(y+1)(y-7)$ 15. $(z+6)(z-3)$

16. $(p+4)(p+3)$ 17. $(p+3)(p-4)$ 18. $(g+9)(g+3)$
 19. $(x+4)(x+6)$ 20. $(a+5)(a-6)$ 21. $(x+4y)(x+8y)$
 22. $(x-6y)(x-7y)$ 23. $(z+25y)(z+5y)$ 24. $(p+5g)(p-14g)$

P. 149 例 題

1. $(3x+2)(x+3)$ 2. $(2a-5)(3a+7)$ 3. $(2y+12)(4y-1)$
 4. $(2p+7)(3p-11)$ 5. $(3x-5)(x-2)$ 6. $(11a-b)(a-2b)$
 7. $(x+3y)(2x-5y)$ 8. $(5y-4)(y-9)$ 9. $(2r-5)(5r+1)$
 10. $(5xy-1)(xy-1)$

P. 150 例 題

1. $(x+3)^2$ 2. $(x-4)^2$ 3. $(3x+1)^2$
 4. $(x-8y)^2$ 5. $(7x+2)^2$ 6. $(ab+5)^2$
 7. $l(x+9)^2$ 8. $(a-b-11)^2$ 9. $\left(\frac{b}{a}+3\right)^2$
 10. $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2$ 11. $\{l+m+3(a+b)\}^2$ 12. 9
 13. $6x$ 14. 1 15. 12 16. $x+y$
 17. $p+q$

P. 151 例 題

6. $\left(3x+\frac{1}{7}y\right)\left(3x-\frac{1}{7}y\right)$ 7. $(x-y+2)(x-y-2)$
 8. $4xy$ 9. $-(x^2+2x+7)(x^2-5)$ 10. $(a-b+c)(a-b-c)$
 11. $(x+y-z)(x-y+z)$ 12. $i^2(1+3m)(1-3m)$
 13. $x^2y^2(x+y)(x-y)$ 14. $(a^2+ab+2b^2)(a^2-ab+2b^2)$

P. 152 例題

1. $(x-3)(x^2+3x+9)$
2. $(x+1)(x^2-x+1)$
3. $(y-x)(y^2+xy+x^2)$
4. $(a+4b)(x^2-4ab+16b^2)$
5. $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-xz+2yz)$
6. $2b(3a^2+b^2)$
7. $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
8. $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

P. 154 例題

1. $y(x+4)(x+5)$
2. $(x^2+xy+y^2)(x^2-y+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$
3. $(a-b+c+d)(a-b-c-d)$
4. $(x-y)(x+y)(a+b)$
5. $(x-y+1)(x-2)$
6. $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)$
7. $(x^2-2x-6)(x^2-2x+2)$

P. 155 練習問題

1. $(xy+5)(xy-6)$
2. $(x-1)(x^2-x-1)$
3. $(x^2-3xy+5y^2)(x^2+3xy+5y^2)$
4. $3(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$
5. $a^4(2-3b)(2+3b)(4+9b^2)$
6. $(2x-y+2z)(2x+y-2z)$
7. $(x-y-z)(x-y+z)(x+y-z)(x+y+z)$
8. $(a-b-c-d)(a-b+c+d)(a+b-c+d)(a+b+c-d)$
9. $(x-b-a)(x-b+a)(x+b-a)(x+b+a)$
10. $(x+y-2)(x+y+2)(x+y-1)(x+y+1)$
11. $(x-y+z)(x+y-3z)$
12. $(x-2a+b)(a-b)$

13. $(b-c)(b+c)(a-c)(a+c)$
14. $(x+a)(x-1)(x+1)$
15. $(x+2)(x-1)(x+4)(x-3)$
16. (1) $(2x+3)(7x-5)$
(2) $(7x+3)(2x-5)$ (3) $(4x-5)(3x-7)$
(4) $(2p-3q)(5p+8q)$
17. (1) 4500 (2) 1002000

P. 159 例題

7. (1) $x^2-7x+10=0$ (2) $x^2+4x-21=0$ (3) $x^2+13x+42=0$
(4) $2x^2+x-15=0$ (5) $x^3-11x^2+36x-36=0$

P. 161 例題

3. $x=-2$ 或 $\wedge 5$
4. $y=-6$ 或 $\wedge 1$
5. $a=-1$ 或 $\wedge -6$
6. $p=-8$ 或 $\wedge 7$
7. $r=1$ 或 $\wedge 17$
8. $x=-2$ 或 $\wedge 5$
9. $x=-2$ 或 $\wedge 15$
10. $x=-2$ 或 $\wedge 14$
11. $x=5$ 或 $\wedge 7$
12. $y=2$ 或 $\wedge 5$
13. 10 種, 20 種

P. 163 例題

5. $x=\pm 15$
6. $x=\pm 14$
7. $x=\pm \frac{2}{5}$
8. $x=\pm \frac{8}{3}$
9. $\frac{3}{5}$
10. $\pm \frac{5}{10}$
11. $-10y$
12. 30
13. -36
14. 12

P. 167 例題

1. ± 23
2. ± 27
3. ± 36
4. ± 72
5. ± 65
6. ± 49
7. ± 236
8. ± 432
9. ± 307

P. 169 例 題

1. 2.34 2. 0.048 3. 0.0367 4. 0.00436
5. 54.2

P. 171 例 題

1. $x=1, -3$ 2. $x=1, -5$ 3. $x=2, 6$
4. $y=2, -10$ 5. $x=5, 9$ 6. $y=3, -17$
7. $z=4, 6$ 8. $a=-7, 13$ 9. $r=1, 2$
10. $y=\frac{7}{2}, -\frac{2}{3}$ 11. $-4, \frac{2}{3}$ 12. $x=-5, -1$
13. $y=6, 2$ 14. $m=-2, -3$ 15. $x=\frac{3}{4}, -12$
16. $x=-5, 17$ 17. $y=\frac{5}{2}, -\frac{2}{5}$ 18. $h=6, -7$

P. 175 例 題

1. 1.732 2. 2.236 3. 2.645 4. 3.605
5. 4.358 6. 5.744 7. 2.236 8. 2.380
9. 0.548 10. 17 糎 11. 77 尺 12. 26.1 米,
34.8 米 13. 12 尺

P. 178 例 題

1. (1) 12 (2) 30 (3) $4\sqrt{3}$ (4) $\frac{2}{3}$
2. (1) 6 (2) 10 (3) $14\sqrt{3}$ (4) $\frac{\sqrt{30}}{2}$

3. (1) $\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{5}$ (3) $14(1+4\sqrt{2})$ (4) -2
(5) 2 (6) $37+12\sqrt{5}$

P. 180 例 題

1. $\sqrt{2}$ 2. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ 3. $\frac{3\sqrt{7}}{14}$ 4. $\frac{\sqrt{3}}{5}$
5. $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ 6. $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ 7. $\frac{11+4\sqrt{6}}{5}$
8. $3(\sqrt{5}+2)$ 9. $\frac{2+3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$
10. $\frac{4+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

P. 181 練習問題

1. $x=2, 4$ 2. $x=2, -\frac{1}{3}$ 3. $x=0, \frac{3}{2}$
4. $x=3, -7$ 5. $x=\frac{2}{3}, 1$ 6. $2, \frac{7}{2}$
7. $x=\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2}$ 8. $x=\frac{2}{3}, \frac{3}{10}$ 9. 13, 7
10. 36 11. 37, 73 12. 甲 17 圓, 乙 10 圓, 丙 170 圓
13. $-5, 7$ 14. 父 60 才, 子 40 才 15. 5.09

P. 186 例 題

1. $x=-1, -\frac{5}{2}$ 2. $x=5, -\frac{3}{2}$ 3. $x=\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$
4. $x=\frac{-3\pm2\sqrt{6}}{3}$ 5. $x=3, -1$ 6. $x=1, -8$
7. $x=4, -1$ 8. $x=1, \frac{5}{6}$ 9. $x=12, -6$

$$10. y = \frac{13 \pm \sqrt{149}}{4} \quad 11. x = \frac{7 \pm \sqrt{1969}}{6} \quad 12. x = \pm \sqrt{10}$$

$$13. x=1, -\frac{3}{8} \quad 14. x=7, -3 \quad 15. 36 \text{間}, 46 \text{間}$$

16. 8種, 15種

P. 187 練習問題

$$1. (1) x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2} \quad (2) \frac{-2 \pm \sqrt{19}}{3} \quad (3) \frac{5 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$(4) x=6, -2 \quad (5) x = \frac{10 \pm \sqrt{1545}}{15} \quad 2. 1.76, 0.56$$

$$3. x=1+\sqrt{5}, 3+\sqrt{5} \quad 4. x=-2(2+\sqrt{3}), 2+\sqrt{3}$$

$$5. x=m, -1 \quad 6. y=7b, -\frac{4}{3}b \quad 7. m=\frac{3}{2}a, -\frac{a}{6}$$

$$8. 720 \text{圓} \quad 9. 82, 28 \quad 10. 285714$$

$$11. 6 \text{米}, 10 \text{米} \quad 12. c \neq 1 \text{ ナル トキ } \frac{a-bc}{c-1} \text{ 年後, } c=1 \text{ ナル}$$

トキ $a=b$ ナラバ不定, $a \neq b$ ナラバ不能

P. 192 例題

$$5. m=-2 \quad 6. l=0, -\frac{36}{11} \quad 7. m \neq 1 \text{ ナラバ不}$$

等實根, $m=1$ ナラバ等根

P. 194 例題

$$2. (1) i \quad (2) -4i \quad (3) 9 \quad (4) -\sqrt{6} \quad (5) -6i$$

$$(6) 25 \quad (7) 0$$

P. 197 例題

$$1. (1) x^2-7x+12 \quad (2) x^2-3x-10=0$$

$$(3) 6x^2+5x-6=0 \quad (4) 10x^2+19x+6=0$$

$$2. (1) -4, 3 \quad (2) \frac{5}{3}, \frac{1}{3} \quad (3) \frac{7}{4}, -2 \quad (4) m+1, 5m$$

$$3. (1) 13 \quad (2) 35 \quad (3) 37 \quad (4) -5$$

$$(5) \frac{35}{6} \quad (6) \frac{37}{6} \quad 4. (1) \frac{a+c-b}{a} \quad (2) \frac{a-b}{a+c-b}$$

$$5. (1) x^2+10x+16=0 \quad (2) x^2-10x+9=0 \quad (3) x^2+10x+9=0$$

P. 199 例題

$$1. (x-3)(x-4) \quad 2. (x-9)(x+2) \quad 3. (3x-2)(x-1)$$

$$4. (7x-2)(x+1) \quad 5. (5x-3)(x+2)$$

$$6. 3\left(x-\frac{3+\sqrt{30}}{3}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{30}}{3}\right) \quad 7. (x-a)(ax-1)$$

$$8. (3x+4n)(5x-2n) \quad 9. (x-y+1)(x-2)$$

P. 203 例題

$$1. (1) x=2 \text{ ノ トキ 最小値 } -3 \quad (2) x=2 \text{ ノ トキ 最大値 } 3$$

$$2. (1) \text{ 不等實根} \quad (2) \text{ 等根} \quad (3) \text{ 虚根}$$

$$3. (1) -5 < x < 1 \quad (2) x < -5 \text{ 或ハ } x > 1$$

$$(3) -2 < x < 6 \quad (4) x < -2 \text{ 或ハ } x > 6$$

P. 204 練習問題

$$1. (1) \text{ 虚根} \quad (2) \text{ 不等實根} \quad (3) \text{ 虚根} \quad (4) \text{ 不等實根}$$

$$2. m=2, -\frac{10}{9} \quad 5. 41\frac{1}{4} \quad 6. -\frac{2}{5}$$

7. $a = \frac{7}{2}, b = \frac{25}{2}$ 9. $m = 8$ 10. $p = \frac{37}{5}, -1$
11. $p = 4$ 12. $(2b^2 + ac)x^2 + 3abx + a^2 = 0$

P. 208 例題

8. $\frac{a}{a+y}$ 9. $\frac{(x+1)^2}{x-1}$ 10. $\frac{a+b-c}{a-b-c}$
11. $a+b$ 12. $(x+y)(x-y)$

P. 211 例題

12. $x+5$ 12. $\frac{(x+a)(x^2+a^2)}{x^2+ax+a^2}$ 14. $\frac{1}{x^2+xy+y^2}$
15. $\frac{x-5y}{x+2y}$ 16. $\frac{x-7y}{x+4y}$ 17. $x=3$

P. 214 例題

6. $b-c, 20(a-b)(b-c)(c-a)$ 7. $x-1, (x^2-1)(x^2+x-12)$
8. G. C. M. ナシ, $(x-3)(x-4)(x-2)^3$ 9. G. C. M. ナシ
 $(a+b)^2(a-b)^2$ 10. G. C. M. ナシ, $a^4+a^2b^2+b^4$
11. a^2+ab+b^2, a^6-b^6 12. G. C. M. ナシ, x^6-y^6

P. 217 例題

3. $\frac{x-3}{(x-1)(x-2)(x-3)}, \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$
4. $\frac{x(x-3)}{(x-2)(x+2)(x-3)}, \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(x-3)}$
5. $\frac{x-3}{(x-3)(x+3)(x+5)}, \frac{x+5}{(x-3)(x+3)(x+5)}$

6. $\frac{x}{(x-a)(x^2+ax+a^2)}, \frac{2a(x-a)}{(x-a)(x^2+ax+a^2)}$
7. $\frac{x(x-4)}{(x-2)(x-3)(x-4)}, \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x-3)(x-4)}$
8. $\frac{c-a}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{a-b}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{b-c}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
9. $\frac{x+y+z}{xyz}$ 10. $\frac{x^2+a^2}{x^2-a^2}$ 11. $\frac{x-y}{x^2y^2}$
12. $\frac{a+c+abc}{abc}$ 13. $\frac{5x+4a}{x+a}$ 14. $\frac{x^2+x+1}{x^2}$
15. $\frac{-x-12}{(x+2)(x-3)}$ 16. $\frac{-2x^2+3x}{(x-2)(x-3)}$ 17. $\frac{2}{(x-1)(x-3)}$
18. $\frac{2ax}{(x+y)(x-y)}$ 19. $\frac{2b-3a}{ab(a-b)}$
20. $\frac{3x^2-x+7}{(x^2-5x+1)(x^2+2x+3)}$ 21. $\frac{2a^3}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}$

P. 221 例題

7. $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$ 8. $\frac{a(a-1)}{(a+1)^2}$ 9. $\frac{2y}{x}$ 10. $\frac{x-y}{2m}$
11. a^2-b^2 12. $\frac{(x+4)^2}{x^2+16}$ 13. $\frac{(x-2)(x-5)}{(x+2)(x-3)}$
14. $\frac{(a+b)(x-2y)}{a-b}$ 15. $\frac{a^2+b^2}{(a-b)(a-2b)}$ 16. $\frac{x-2}{x-4}$
17. 1 18. 7 19. $\frac{x^2+4}{x^2-4}$

P. 224 例題

1. $\frac{x+y}{x-y}$ 2. $\frac{3x-1}{-2x-1}$ 3. $\frac{(x-1)(x-2)(x-6)}{x(x-4)(x-5)}$

$$4. \frac{(x+1)(x+2)(x-6)}{x(x+4)(x+5)} \quad 5. \frac{b}{a} \quad 6. \frac{-4a^2}{a+b}$$

$$7. 1 \quad 8. \frac{1}{1-x}$$

P. 225 練習問題

$$1. 0 \quad 2. 0 \quad 3. \frac{3}{(x-y)(x-3y)} \quad 4. \frac{4}{(x+1)(2x-1)}$$

$$5. 1 \quad 6. 0 \quad 7. \frac{1}{(x-a)(x-b)(x-c)} \quad 8. 0 \quad 9. \frac{b^2}{(a+b)}$$

$$10. \frac{2a+7b}{a(a-2b)} \quad 11. \frac{d}{(a-b)(b-c)(c-a)} \quad 12. 0$$

$$13. \frac{(x+y+z)(x-y-z)}{yz} \quad 14. bc$$

P. 231 例題

$$1. x = \frac{16}{3} \quad 2. x=5 \quad 3. x=6 \quad 4. x=3$$

$$5. x = \frac{41}{90} \quad 6. x=3 \quad 7. x=-3 \quad 8. x = -\frac{1}{3}$$

$$9. x=-2 \quad 10. x = \frac{5}{3} \quad 11. -\frac{2}{3} \quad 12. 2$$

$$14. 4$$

P. 234 例題

$$1. x=3, y=6 \quad 2. x=40, y=45 \quad 3. x=4, y=10$$

$$4. x=65, y=66 \quad 5. x=35, y=42 \quad 6. x=36, y=60$$

$$7. x=-2, y = -\frac{5}{4}$$

P. 236 例題

$$1. \frac{72}{108} \quad 2. \frac{7}{8} \quad 3. 12日 \text{ト} 24日, 16日 \text{ト} 16日$$

$$4. 甲5時間, 乙3時間 \quad 5. 甲8\frac{1}{3}日, 乙12\frac{1}{2}日$$

$$6. 15粒$$

P. 240 例題

$$1. \frac{a^2+b^2}{2b} \quad 2. a+b \quad 3. a \neq 0 \text{ナラバ不能}$$

$$a=0 \text{ナラバ不定} \quad 4. \frac{ac(b-a)}{b(a+b)} \quad 5. \frac{bc}{c^2-b}$$

$$6. \frac{m+n}{2} \quad 7. -\frac{ab+ac}{2an+bm-cm}$$

P. 241 練習問題

$$1. (1) x=4 \quad (2) x = \frac{11}{2}a \quad 2. (1) r = \frac{s}{2\pi} \quad (2) x = \frac{a^2-bc}{a-b}$$

$$3. s = \frac{p-a}{pt}, t = \frac{p-a}{pr} \quad 4. a=2, b=0, x=y=1$$

$$5. 毎時1粒 \quad 6. 6.51粒 \quad 7. 毎時15哩$$

$$8. 甲 \frac{pm}{p-m-n}, 乙 \frac{pm}{m-n}$$

P. 245 例題

$$1. (1) 5:9 \quad (2) 5:1 \quad (3) 2:\sqrt{3} \quad (4) 2ab:5c$$

$$(5) a^2-ab+b^2:(a+b)^2 \quad (6) 3+2\sqrt{2}:3-2\sqrt{2}$$

$$2. (1) 9:7 \quad (2) n^2:p \quad (3) 6-2\sqrt{2}:2 \quad (4) ny:mx$$

3. (1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{5}{3}$ 或ハ $\frac{9}{8}$ (3) $\pm \frac{7}{3}$ (4) $\frac{12}{13}$

4. (1) -18 (2) -31 5. $\frac{9}{5}$

6. (1) $a+c : b+c$ が大 (2) 等シイ, $a : b$ が大

P. 247 例題

1. (1) $\frac{7}{6}$ (2) $\frac{27}{2}$ 2. $ac : be$ 3. 10 : 9

P. 250 例題

1. (1) $x = \frac{24}{11}$ (2) $x = 4, -6$ 2. $x = \frac{45}{4}$ 3. $\pm \sqrt{13}$

4. $\frac{472 - 315\sqrt{2}}{23}$ 5. -3

P. 255 例題

1. (1) 6 : 5 : 10 (2) 5 : 4 : 7 (3) $a : b : c$

(4) $(a-b)(c-a) : (a-b)(b-c) : (b-c)(c-a)$

2. 5 : 14 : 13 3. -15 : 21 : 16

4. $mc - bn : an - lc : bl - am$

P. 259 例題

5. (1) $x = 15, y = 20, z = 25$ (2) $x = \frac{ap}{a+b \pm \sqrt{a^2+b^2}}$

$y = \frac{bp}{a+b \pm \sqrt{a^2+b^2}}$ (3) $x = \frac{a+b+c}{bc}, y = \frac{a+b+c}{ca}$

$z = \frac{a+b+c}{ab}$ 6. $\frac{4}{5}$ 7. 21 糶, 28 糶

P. 261 練習問題

5. (1) $(b+c-a) : (c+a-b) : (a+b-c)$

6. (1) $x = \frac{23}{21}, y = \frac{9}{7}, z = -\frac{1}{21}$ (2) $x = \frac{10}{3}, y = 2, z = \frac{20}{3}$

(3) $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = -\frac{1}{2}$, 或ハ $x = y = z = 0$

7. (1) 4 : 2 : 3 或ハ 1 : -1 : 0 (2) 2 : 3 : 4

P. 266 例題

1. 甲 45 圓, 乙 60 圓, 丙 50 圓 2. $30^\circ, 45^\circ, 105^\circ$

3. 甲 540 圓, 乙 720 圓, 丙 480 圓 4. $\frac{ma}{a+b+c}$ 圓

$\frac{mb}{a+b+c}$ 圓, $\frac{mc}{a+b+c}$ 圓 5. $c-b : a-c$ 6. 1 : 7

P. 273 例題

2. $y = \frac{12}{5}x, 9\frac{3}{5}$ 3. $y = 4x + 8$ 4. $x \wedge y =$ 比例スル

5. (1) 日數ヲ x , 路程ヲ y 糶トシテ $y = 38x$

(2) 380 糶 (3) 10 時間

P. 275 例題

1. $y = \frac{5}{x+2}, \frac{5}{9}$

5. (1) 互ニ比例スル。35 日, 8 時間

P. 283 例題

1. $z = \frac{15x}{2y}, 10$

2. $z = \frac{2}{3}xy^2, 32$

3. 432 封度

P. 283 練習問題

2. $y = x^2 - 2x - 1$ 3. $z = 2t^2 + 12t + 30, t = -3$
 5. 15 節 6. 甲 $\frac{1}{3}$ 升, 乙 $\frac{11}{3}$ 升, 丙 5 升
 7. 16 : 9 8. 2.5 cm 9. 1 : $\sqrt[3]{3}$

P. 285 練習問題

1. 0 2. $4(x-y)$ 3. $a-b$
 4. $x^2 - 2x^3 - 2x^4 + 3x^5 - 4x^2 + 4x - 16$ 6. $(x^2 + 3x + 1)^2$
 7. 0 8. (1) $x = \frac{1}{3}$ (2) $x = 4\frac{1}{2}$
 (3) $x = -\frac{a+b}{2}$ 9. (1) $(x^2 - 5x + 1)(x^2 + 5x + 1)$
 (2) $(a+b-c-d)(a-b+c-d)$ (3) $(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)$
 (4) $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)$ (5) $(x+4)(x-3)(x+2)(x-1)$
 (6) $(a+1)(ax+1)$ (7) $(x-y)(x+y+z)$
 (8) $-(2x-3)(x^2-9x+6)$ 10. $A=3, B=5$
 11. $(a+b-3c)(a-3b+c)$ 12. (1) $(a+b)(c+d)$ (2) $b+c$
 (3) $(x+y)(x-y)^2$ 13. (1) $\frac{x^4}{(x^2-2)^2}$ (2) $(b+c)(c+a)(a+b)$
 16. -54.083 17. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 18. $m=0, \frac{4}{5}$
 20. $1+4\sqrt{2}$ 22. $-bc+ca+ab : bc-ca+ab : bc+ca-ab$
 23. $\sqrt{10} : 1$

補充問題

P. 290 第一章ノ内題

1. $(x+y)+(x-y)=2x$ 4. (1) $x+7, y-7$ 5. $amx=S$

6. Art 圓, $A(1+r)^t$ 圓, 7. $\frac{3x+5y}{3+5}$

P. 291 第二章ノ問題

1. $x=26$ 2. $y=25$ 3. $x = \frac{85}{2}$ 4. $m = \frac{10}{7}$
 5. $q = \frac{32}{5}$ 6. $y=2$ 7. $x=7$ 8. $\frac{605}{14}$
 9. $4a$ 10. $3a$ 11. $11x$ 12. $3x+12y$
 13. $2xy$ 14. ay 15. $14x-3y$ 16. $2ab$
 17. $5ab$ 18. $6x^2$ 19. $7x+5y$ 20. $12x-6$
 21. $6x-8y$ 22. $9m-7n-6$ 23. $14x+21y+30$
 24. $9x-18y+34$ 25. $12x+57$ 26. $7a+5$
 27. $17x+21$ 28. $11x+2y+53$ 29. $13(a+b)+12b$
 30. $17(a-b)+3b$ 31. $5(a+b)+3b$ 32. 鶴 20, 龜 40
 33. 鶴 9, 龜 6 34. 甲 127 圓, 乙 71 圓 35. 2 分

P. 293 第三章ノ問題

1. (5) $\frac{5}{4}$ (6) $-\frac{33}{14}$ (7) -2.16 (8) -12.2
 (9) -9 (10) -2.1 2. (1) -4 (2) -20
 (3) +20 (4) +4 3. (1) +18 (2) -4
 (3) +1 (4) +7 (5) -10 (6) 0
 4. (1) +598.8 (2) -12.946 5. (1) -16 (2) +56
 (3) +8 (4) -7 (5) +79 (6) -31
 (7) $-25\frac{2}{3}$ (8) $-12\frac{1}{2}$ (9) -11.7 (10) $-\frac{23}{56}$

6. (1) -8 (2) -22 7. (1) $x=-22$ (2) $x=44$
 (3) $x=-19$ (4) $x=75$ (5) $x=32$ (6) $x=17$
 (7) $x=-25$ (8) $x=-24$ 8. (1) -105 (2) 639.2
 (3) -461 (4) $+185.6$ (5) 0 (6) a (7) $6a$
 (8) $-6a$ 9. (1) $x=11$ (2) $x=-21$ (3) $x=-21$
 (4) $x=-11$ 10. (1) -12 (2) $+6$ (3) $+1$
 (4) -15 (5) $-a-b+c$ (6) $a+b-d$ 11. 5ヨリ大ナル
 値ヲトル 12. -5 ヨリ大 13. $a-x$
 14. 西70米 15. (1) $+\frac{2}{7}$ (2) $\frac{2}{21}$ (3) -0.5
 (4) $+22$ (5) $+60$ (6) $+96$ (7) $+1$ (8) -8
 (9) $-12x$ (10) -22 (11) $-a$ (12) -2 (13) $a \neq 0$
 ナラバ 0 , $a=0$ ナラバ不定 (14) $+3(x+y)$ (15) $x \neq 0$
 ナラバ不能, $x=0$ ナラバ不定 (16) $\frac{1}{2}ac$ 16. $\frac{b}{a}$ 時
 17. $11\frac{4}{9}$ 18. $x=+2$ ナルトキ 16 , -16 , $x=-2$ ナル
 トキ 16 , -16 19. $(a+bt)$ 圓

P. 298 第四章ノ問題

1. (1) $14xy-3y^2+6x$ (2) $4p^3-p^2-4p+6$ (3) $3a^2b^2-50b^2c^2$
 $+3c^2a^2$ 2. (1) $a+b+c$ (2) $5(x+y)^2-4(x+y)+3$
 (3) $\frac{13}{12}x \times \frac{1}{4}y + \frac{5}{6}$ (4) $\frac{1}{7}x + \frac{1}{2}y - 15\frac{1}{2}$ (5) $\frac{13}{24}m + \frac{1}{36}n$
 3. (1) $10m^2-23m-42$ (2) $4m^2+37mn-30n^2$ (3) $24p^2-58p+35$
 (4) $4p^2-pq-33q^2$ (5) $6(m+n)^2-(m+n)-70$

- (6) $2(l+m)^2-11(l+m)+15m^2$ 4. (1) m^3-am
 (2) $2x^2+7x-3$ (3) $9a^2-6ax-4x^2$
 (4) $4(x-y)^2-3(x-y)(x+y)$ (5) $4xy-2$ (6) $3p^3q+2q+1$
 (7) $3(x^2+y^2)+1$ (8) $3(p^2+q^2)-4$
 (9) $-3(x+y)^2+9(x+y)^5+12$ 5. (1) $25ab-9b^2-5a^2$
 (2) $y^2+\frac{3y}{2x}-\frac{y^2}{x^2}$ (3) a^3+b^3 (4) $3x^2+10x$
 (5) $10xy-14y^2-48yz$

P. 300 第五章の問題

1. $x=-\frac{71}{129}$ 2. $x=-\frac{25}{7}$ 3. $x=\frac{35}{9}$
 4. $x=-\frac{5}{6}$ 5. $x=70$ 6. $x=-\frac{41}{4}$
 7. 216坪, 1026坪 8. $x=\frac{405}{199}$, $y=\frac{436}{199}$ 9. $x=\frac{6}{161}$, $y=\frac{1202}{805}$
 10. 鶴31, 龜5 11. 毎時 $7\frac{8}{11}km$, $2\frac{3}{11}km$

P. 301 第六章の問題

1. $m^2+4m-32$ 2. $m^2+5mn-50n^2$ 3. $4x^2+2x-56$
 4. $4y^2-2y-30$ 5. $p^2-13p+30$ 6. $p^2-pq-72q^2$
 7. $9x^2+12x-12$ 8. x^4+5x^2-66 9. $4x^2-2xy-20y^2$
 10. $x^2y^2+5xy-84$ 11. $\frac{4}{9}a^2b^2-\frac{1}{16}b^2c^2$ 12. x^4-y^4
 13. $a^2+b^2-c^2+2ab$ 14. $1-a^8$ 15. $x^2-y^2+z^2+2xz$
 16. $a^4+b^4+2a^2b^2-c^2$ 17. $a^4+a^2b^2+b^4$ 18. $3a^2+13ab+14b^2$
 19. $3a^2+ab-14b^2$ 20. $3a^2-ab-14b^2$ 21. $3a^2-13ab+14b^2$

22. $m^2+11mn+18n^2$ 23. $8m^2+6mn-27n^2$
 24. $8m^2-6mn-27n^2$ 25. $8m^2-30mn+27n^2$
 26. $4ab$ 27. $2a^3+6ab^2$ 28. $a^2x^2-b^2y^2$
 29. a^3+8b^3 30. p^3+1 31. a^3-27b^3
 32. $a^2x^2-b^2y^2+c^2z^2-2acxz$ 33. $p^4+2p^3r+p^2r^2-r^4$
 34. $a^3+b^3+c^3-3abc$ 35. a^2+ab+b^2
 36. $a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab$ 37. x^4-x^2+1

P. 303 第七章ノ問題

1. $xy(x-y+z^2)$ 2. $abc\left(3b-4c-\frac{1}{7}a\right)$ 3. $(x+z)(y-m)$
 4. $(x+y)(a-b+c)$ 5. $2a(a-b)$ 6. $(x-4)(x-5)$
 7. $(x-2)(x+10)$ 8. $(x+4y)(x+5y)$ 9. $(x^2-5x-3)(x^2-5x-4)$
 10. $(x-1)(x-4)(x^2-5x+3)$ 11. $(2x-3)(3x+1)$
 12. $(3x-4)(x+6)$ 13. $(x-7y)(5x-2y)$ 14. $\left(x-\frac{5}{2}y\right)^2$
 15. $(a-b+x)^2$ 16. $2ab(x-4y)(x+4y)$
 17. $\{2(a+b)^2+1\}\{2(a+b)^2-1\}$ 18. $(x^2+3x-3)(x^4+3x+5)$
 19. $-4y(3x^2+4y^2)$ 20. $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$
 21. $(a+b+c)(a+b-c)$ 22. $(c+a-b)(c-a+b)$
 23. $(a+b)(c+d)$
 24. $(a+b-c+d)(a-b+c+d)(a+b+c-d)(-a+b+c+d)$
 25. $(x^2-3xy+4y^2)(x^2+3xy+4y^2)$

P. 304 第八章ノ問題

1. $\pm\frac{10}{9}a$ 2. $+\frac{10}{3}$ 3. 50 4. $-0.5xy$
 5. $\pm\frac{6}{11}$ 6. $\frac{7}{15}$ 7. $33-22\sqrt{2}$ 8. $\frac{11}{30}\sqrt{6}$
 9. $x^2+5x\sqrt{y}-50y$ 10. $a^2-a(2+b)\sqrt{b}-2b^2$
 11. $2x+1+2x\sqrt{x+1}$ 12. $p+5+6\sqrt{p-4}$ 13. $\sqrt{3}$
 14. $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ 15. $16-3\sqrt{5}$ 16. $2\sqrt{2}$
 17. $90\sqrt{9}$ 18. $5\sqrt{7}$ 19. 5,3
 20. 3尺, 4尺 21. $x=1, \frac{c-a}{a-b}$ 22. $x=2a-3b, -a+3b$
 23. $x=a, -\frac{1+a^2}{2}$ 24. 約 3分7厘

P. 306 第九章ノ問題

1. $k=-3, \frac{11}{7}$ 2. $m=1, \frac{3}{5}$ 3. $a+c=2b$
 4. (1) 60 (2) $-4i$ (3) $7i$ (4) 25 (5) 0 (6) 0
 5. (1) $x^2+6x+5=0$ (2) $10x^2+19x+6=0$
 (3) $9x^2-36x+32=0$ (4) $x^2+x+1=0$ 6. (1) $\frac{5}{6}$
 (2) $\frac{13}{6}$ (3) $\frac{35}{36}$ (4) 1 7. (1) $\frac{b^2-2ac}{a^2}$
 (2) $\frac{-b^3+3abc}{a^3}$ 8. $qx^2-(p^2-2q)x+q=0$ 9. $a=8$
 10. 11 11. $m=5$ 或 $-\frac{3}{5}$; $x=3, 15$; $x=\frac{1}{5}, 5$

P. 308 第十章ノ問題

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+b^2}$ 3. a^2
 4. $\frac{x^2}{(x+y)(x-y)}$ 5. 1 6. $\frac{b+d}{a(a+b+c+d)}$ 7. bc
 8. $x=-2$ 9. $x=0, -\frac{5}{2}$ 10. $x=5, -\frac{5}{4}$
 11. $x=1, 5$ 12. $x=-6, y=-9$ 13. $x=\frac{77}{18}, y=\frac{28}{9}$
 14. $x=\frac{17}{2}, y=\frac{1}{2}$ 15. $x=a-b, y=a+b$ 16. $x=b, y=a$
 17. $x=y=a$ 18. $x=c-b, y=c+a$ 19. 甲 80 日, 乙 48 日
 20. 每時 25 哩, 距離 100 哩 21. 父 12 日, 子 24 日
 22. 甲 3.5 時, 乙 4.5 時 23. 12 人

P. 311 第十一章ノ問題

1. (1) $4:\sqrt{2}$ (2) $a-b:a^2+ab+b^2$ 3. $-\frac{7}{3}$ ヲリ大
 最小=2 4. $1:a+x$ 5. $3:4$ 6. 3 7. (1) $x=8$
 (2) $x=-\frac{154-155\sqrt{2}}{23}$ 8. 5, 22 9. $a:b=c:d$ 或
 $\wedge a:b=d:c$ 10. 6 時間 12. (1) $9:12:10$
 (2) $4:6:9$ (3) $20:12:15$ (4) $9:8:4$ 13. (1) $10:$
 $5:9$ (2) $ab-bc+ca:ab+bc-cb:-ab+bc+ca$
 14. $\frac{ma}{\sqrt{a^2+b+c^2}}, \frac{mb}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \frac{mc}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
 5. $\frac{as}{a+b+\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{bs}{a+b+\sqrt{a^2+b^2}}$ 17. $b+c-a:c+a-b:$
 $a+b-c$ 18. $\frac{7}{5}$ 19. $-11, -\frac{61}{11}$

P. 314 第十二章ノ問題

1. 下茶 4 斤 2. $1:3$ 3. $(a+b)(pd-qc):(c+d)(aq-bp)$
 4. 18.84 立方糎 5. 5cm 6. $4:9$ 7. $100:95:91, 19$ 米

 答 終

文 部 省 檢 定 濟

昭和六年十二月十二日 中學校數學科教科用

昭和六年十月一日 印刷
昭和六年十月四日 發行
昭和六年十二月一日 修正再版印刷
昭和六年十二月四日 修正再版發行



〔定價金九十五錢〕

著 作 者 問 谷 力

發 行 者 上 原 才 一 郎
東京市神田區通神保町六番地

印 刷 者 山 崎 與 吉
東京市神田區通神保町六番地

發 行 所
光 風 館 書 店

東京市神田區通神保町六番地
(電話 墨神田三〇八七番)(振替口座東京三二七番)

新編代數教科書上卷

民國二十六年...

...



...

代 谷 門 春 香 雲

...

...

...

...

...

