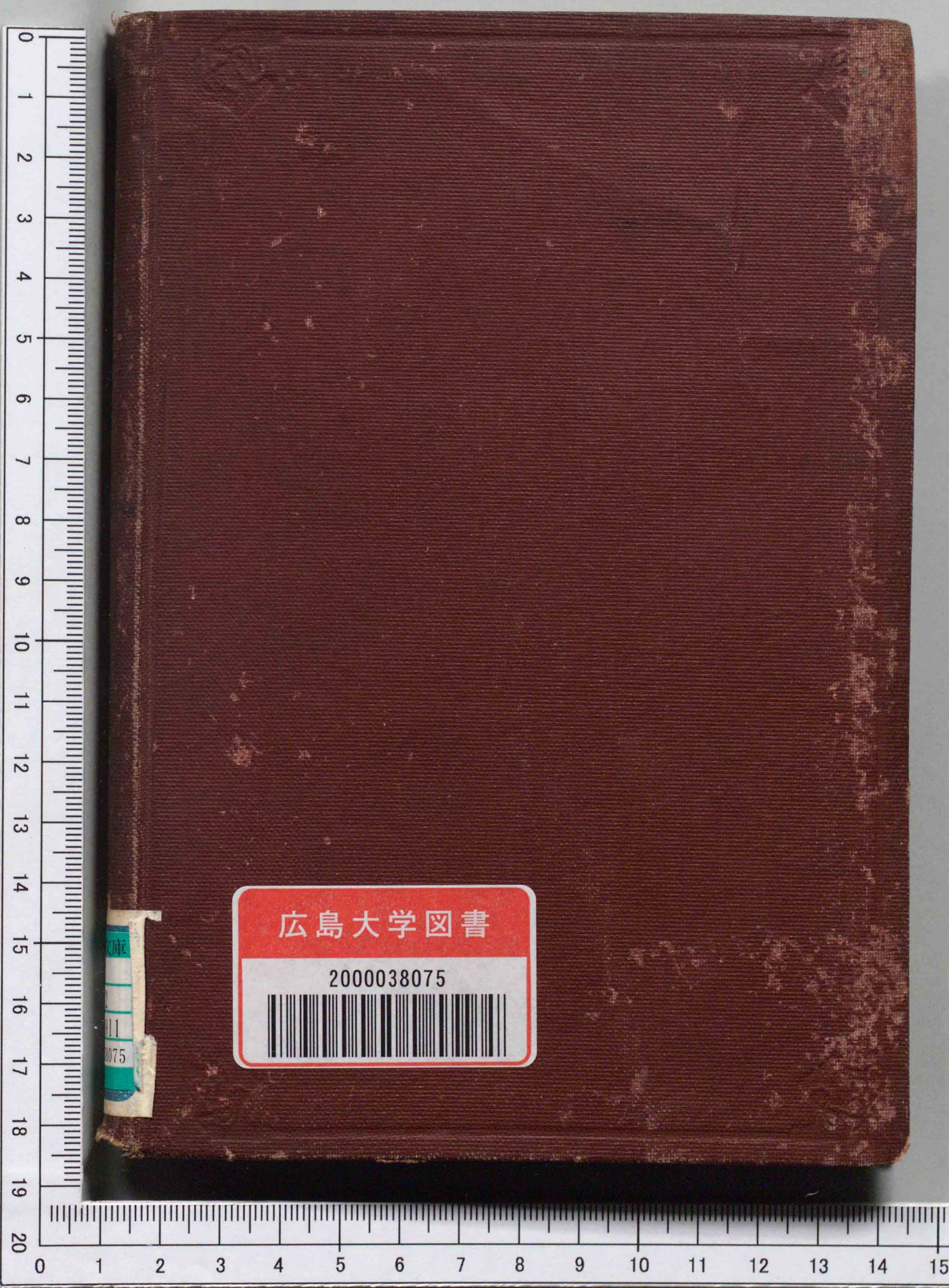
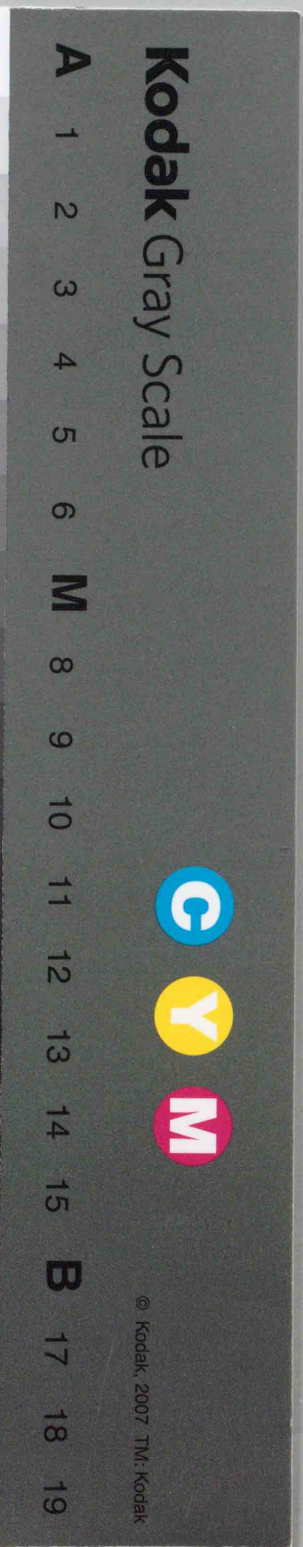
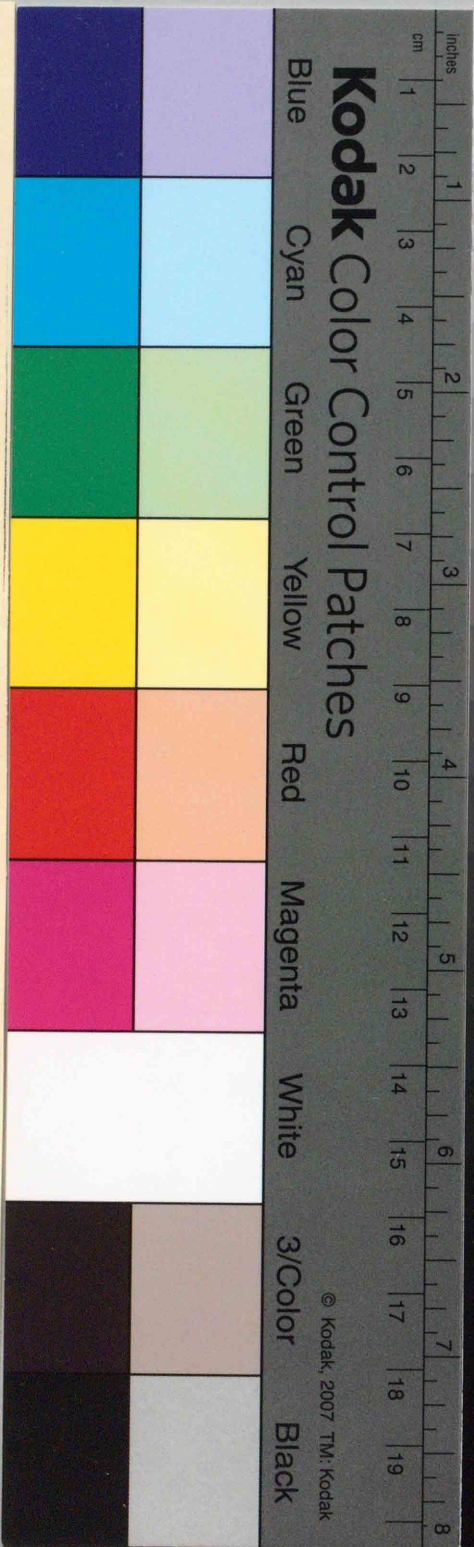


40135

教科書文庫

4
412
41-1911
20000 38075



375.9  
Sa23

三十三卷

教科書文庫

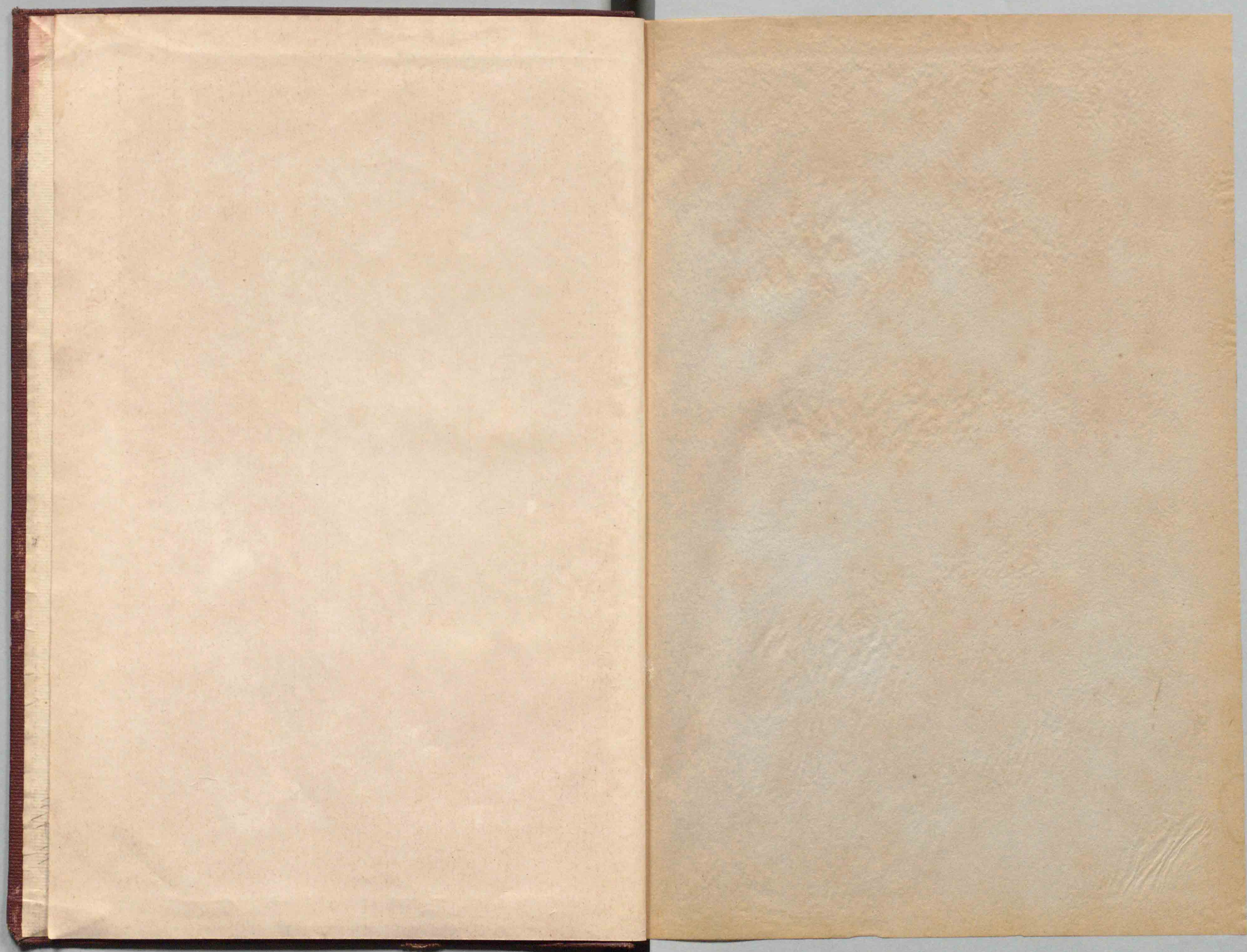
4

412

41-1911

2000038075

資料室



広島大学図書

2000038075



明治四十四年二月廿四日

文部省検定済

# 改訂 代數學教科書

## 上卷

理學士

澤田吾一

著

(明治四十四年二月改訂)

合資會社

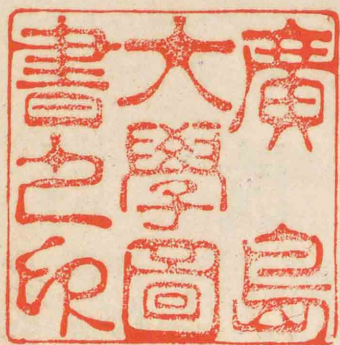
富山房發兌

## 緒　　言

本書構成ノ要旨ハ文部省所定ノ中學校教授要目ニ法トリ其内容ニ至リテハ則チ簡ヨリ繁ニ移リ粗ヨリ密ニ入ルノ教育案ヲ實行スルノ方針ヲ取レリ故ニ負數ノ説明及ヒ整式ノ加減乗除ハ最モ簡單ニ講述シテ直チニ進ミテ方程式ニ入ルコトト爲シ又因數分解ノ如キモ形態ノ異ナルニ應シテ之ヲ類別シ専ラ初學者ニ適スルノ途ヲ採リ、之ヲ要スルニ簡短ト明晰トヲ以テ主眼ト爲シ而シテ其稍複雑ナルモノハ附録トシテ上巻及下巻ノ末尾ニ分載セリ。

問題ハ簡易ニシテ且ツ模範タルヘキ者ヲ擇ヒテ之ヲ各條章ニ附シ稍思考力ヲ要スヘキモノヲ雜題トシテ各編末ニ掲ケ又卷尾ニ於テ甲乙二種ノ補習問題ヲ載セ其甲ハ専ラ教場内練習ノ用ニ供センコトヲ欲シ極メテ單純ナル者ヲ採レリ。

代數學ハ本來ノ性質トシテ形式ニ頼ルコト少カラザルヲ以テ動モスレハ學生漫然形式暗記ニ



安シテ思考力養成ノ主旨ヲ忽諸ニスルコトアリ、故ニ本書改版ニ際シ特ニ數理ノ根源ヲ培養センコトニ注意シテ好機會アル毎ニ之ニ關スル條項ヲ挾ミタリ、乃チ第三編ノ終リニ算術ノ問題解法ト方程式應用問題解法トヲ比較對照シテ數理思想ノ增進ヲ圖リタルコト、第七編末ニ代數式ノ値ノ變化ヲ圖形ニテ表示スルコトヲ説明シテ代數式ノ數值的意義ヲ明瞭ニシ同時ニ幾何學ニ對スル聯絡ノ一助ヲ示シタルコト等ハ其主ナル者ナリ。

其他所々ノ問題ヲ精撰増補シ且ツ多數ノ補習問題ヲ加ヘ、又卷尾ニ對數表數頁ヲ添ヘ以テ練習ニ便ナラシメタリ。

明治四十三年九月

著者

改訂

代數學教科書上卷

目録

第一編 緒論 .....	1—12.
第二編 整式 .....	13—41.
加法減法 .....	13.
括弧用法 .....	23.
乘法 .....	26.
除法 .....	33.
雜題 .....	39.
第三編 方程式 .....	42—80.
一元一次方程式 .....	42.
多元一次聯立方程式 .....	55.
雜題 .....	73.

第四編. 整式續編.....	81—116.
乘法ノ公式.....	81.
因數.....	86.
最大公約數.....	96.
最小公倍數.....	100.
餘論.....	104.
雜題.....	113.
第五編. 分數式.....	117—139.
本性及誘化法.....	117.
加法減法.....	124.
乘法除法.....	130.
雜題.....	137.
第六編. 方程式續編.....	140—162.
一次方程式ノ續キ.....	140.
方程式ノ解決ニ關スル釋義.....	152.
雜題.....	159.

補習問題.....	163—181.
補習問題甲.....	163.
補習問題乙.....	174.
附錄.....	182—192.
(一) 不等式.....	182.
(二) $x^n \pm a^n$ ノ可約性.....	185.
(三) 順環ノ順序.....	187.
(四) 方程式ノ特形.....	188.
(五) 分數式ノ數值.....	189.
答之部.....	193—220.



改 訂

# 代數學教科書.

## 第一編. 縮 論.

**1.** 代數學ハ一般ナル數ニ付テ攻  
究スル學問ナリ. 故ニ數ヲ表ハス記  
號トシテ文字( $abc\dots$ )ヲ用キ又之ト  
數字トヲ併用ス.

**2.** 加減乗除ノ符號 $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ノ用  
法ハ算術ニ同シ, 但シ乘號 $\times$ ハ文字ト  
文字トノ間又ハ數字ト文字トノ間ニ  
ハ之ヲ省クヲ常トス.

例ヘハ  $a \times b$  ノ代リニ  $ab$  ト書ス,  $5 \times a \times b \times c$  ノ代



リニ  $5abc$  ト書ス。但シ數字ト數字ノ間ニハ乘號ヲ省ク可カラズ。又時トシテハ  $\times$  ノ代リニ點ヲ用キルヲアリ例ヘハ  $2.3.4$  ノ如シ。

割算ハ分數狀ニ記スルヲ多シ例ヘハ  $a \div b$  ノ代リニ  $\frac{a}{b}$  ト書ス。

關係ノ記號トシテ等號  $=$ , 不等號  $>$   $<$  ナ用ウ。

$a=b$  ハ  $a$  ハ  $b$  ニ等シキヲ表ハス。

$a>b$  ハ  $a$  ハ  $b$  ヨリ大ナルヲ表ハス。

$a<b$  ハ  $a$  ハ  $b$  ヨリ小ナルヲ表ハス。

「故ニ」ト云フ語ノ代リニ  $\therefore$  ヲ用キ「何トナレハ」ト云フ語ノ代リニ  $\because$  ヲ用キルヲアリ。

3. 冪ノ記法及ヒ稱ヘ方モ算術ニ同シ、 $a$  ノ平方即チ二乗冪(或ハ自乗冪)ハ  $a^2$  ト書シ  $a$  ノ立方即チ三乗冪ハ  $a^3$  ト書シ  $a$  ノ四乗冪ハ  $a^4$  ト書ス逐テ斯ノ如シ。

冪ニ於テ因數ヲ幾回繰リ返シタルカノ回數ヲ示ス爲ニ肩ニ記セル數ヲ指數ト云フ。

時トシテハ  $a$  ヲ  $a^1$  ト見做シ  $a$  ノ一乗冪ト云フヲモアリ。一乗冪, 二乗冪(或ハ自乗冪), 三乗冪.....  
...ヲ第一冪, 第二冪, 第三冪.....ト云フヲアリ。

4. 代數記號ヨリ成リテ數或ハ其ノ計算ヲ表示セルモノヲ代數式或ハ單ニ式ト云フ。

例ヘハ (1)  $3ab$ , (2)  $5ax-b^2$ , (3)  $a+b+c$ .

代數式ニ於テ十ニテ界セラレタル各部分ヲ項ト云フ。

項ノ數ヲ以テ代數式ヲ呼フヲアリ, 前記ノ(1)ハ單項式, (2)ハ二項式, (3)ハ三項式ト云フ, 二項以上ノ式ヲ總稱シテ多項式ト云フ。

文字ノ分母ヲ有スル分數ヲ含ミタル式ヲ分數式ト云フ, 然ラザルモノヲ

整式ト云フ。故ニ上記 (1) (2) (3) 并ニ  $\frac{a}{3}$  モ整式ナリ  $\frac{a}{b}$  ハ分數式ナリ。

5.  $n$  個ノ文字ノ連乘積ナル項ナル次ノ項ト稱ス、例ヘハ  $5ab$  ハ二次ノ項ナリ、 $4a^2b^3c$  ハ即チ  $4aabbcc$  ナルヲ以テ六次ノ項ナリ。

即チ項ノ次數ハ其ノ文字ノ指數ノ和ニ等シ、但シ指數ナキ文字ハ1ナル指數ヲ有スト見做シテ云フ。

代數式ノ次數ハ式中ノ最高次ナル項ノ次數ヲ以テ云フ。例ヘハ  $5x^2+3x-8$  ハ二次ノ式ナリ、 $a-7+a^3-4a^2$  ハ三次ノ式ナリ。

項或ハ式ノ次數ヲ數フルニ特別ナル文字ニ就テスルコトアリ。例ヘハ  $ax^2+bx^2+cy$  ハ  $x$  ニ就テ二次ノ式ナリ  $x$  及ヒ  $y$  ニ就テ三次ノ式ナリ。

6. 一ツノ項ヲ數字ト文字ノ積ト見做シ數字ナル因數ヲ係數ト稱ス。

例ヘハ  $8ab^2$  ニ於テ 8 ヲ  $ab^2$  ノ係數ト云フ、係數ハ文字ノ前ニ書スベシ。

(時トシテハ特別ナル文字ニ着目シテ其文字ノ外ノ因數ヲ係數ト云フコトアリ後ニ詳ナリ)

(例)  $a=5, b=1, c=2, d=0$  ナルニ下記二式ノ數値ヲ算セヨ。

$$(1) 3a^2-bc+7cd. \quad (2) 4c(2a-c^2)^2-\frac{(b+c)^3}{6c}.$$

計 算.

$$(1) 3a^2-bc+7cd = (3 \times 5^2) - (1 \times 2) + (7 \times 2 \times 0) \\ = 75 - 2 + 0 = 73.$$

$$(2) 4c(2a-c^2)^2 - \frac{(b+c)^3}{6c} = 4 \times 2(10-4)^2 - \frac{(1+2)^3}{12} \\ = 8 \times 6^2 - \frac{27}{12} \\ = 288 - 2\frac{1}{4} \\ = 285\frac{3}{4}.$$

## 例 題.

- 1)  $a=7, b=4$  トシテ次ノ各式ノ値ヲ算セヨ.  
 (1)  $a+2b$ . (2)  $5a-8b$ . (3)  $3ab$ .
- 2)  $a=1, b=2, c=3$  ナルキハ次ノ二式ノ値如何?  
 (1)  $4a+6b-c$ . (2)  $12b-(3a+5c)$ .
- 3)  $a=3, b=2, x=5$  ナルキハ次ノ各式ノ値如何?  
 (1)  $a^2+8bx-6ab$ . (2)  $3a(x^2+2x-4)$ .  
 (3)  $x^3-a^4+b^5$ . (4)  $(a+b)(x+7)(x^2-ab)$ .
- 4)  $a, 2b, 6c$  ノ和ヲ書ケ.
- 5)  $3x=y$  ヲ加ヘ其ヨリ  $4z$  ヲ減スルコトヲ表スル式ヲ書ケ.
- 6)  $a$  ノ平方ト  $b$  ノ立方ノ和ヲ書ケ.
- 7)  $4$  ト  $a$  ト  $x$  ノ積ヲ書ケ.

- 8)  $a$  ト  $x^2$  ト  $b$  ト  $7$  ノ積ヲ書ケ.  $7ax^2b$
- 9)  $b$  ト  $12$  ト  $a$  ノ積ヨリ  $y$  ノ立方ヲ減シタル式ヲ書ケ.  $12ab-y^3$
- 10)  $a=3, b=\frac{1}{2}, x=4, y=0$  ナルキ次ノ各式ノ値如何?  
 (1)  $ax^2-6b(x-1)^2$ .  
 (2)  $\frac{3x+7y-2}{5a}$ .  
 (3)  $\frac{a^2-8b^2}{2b+x-4y}$ .  
 (4)  $x^3-3abx+\frac{4(2a-b)^2}{b^2x}$ .

### 負 數.

7. 代數學ニ於テハ便宜ノ爲メ 0  
ヨリ小ナル數ヲ新設シテ之ヲ負數ト  
稱ス,即チ 0 ヨリ一個小ナルモノヲ -1  
ニテ表ハシ更ニ一個小ナルモノヲ -2  
ニテ表シ次キヲ -3 ニテ表シ以下之  
ニ準シテ次第ニ小ナル數ヲ得ルヲ無  
限ナリ.

通常ノ數ヨリ段々減シテ 0 トナリ其ヨリ更ニ  
減シテ負數トナル所ヲ列セハ

.....4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, .....  
(尤モ其間ニ負數ノ分數  $-\frac{1}{2}$ ,  $-5\frac{3}{4}$ , 等ノ如キモ  
ノ無限ニアルヲ勿論ナリ)

負數ニ對シテ通常ノ數ヲ正數ト云  
ヒ之ヲ記スルニモ亦負數ノ記法ニ對

シテ +1, +2, +3..... ト記スルヲア  
リ.

斯様ニ用キタル +-ヲ性質ノ符號ト云フ.  
正負ノ符號ハ實地ニ應用アリ,例ヘバ人ノ財產  
ヲ計算スルニ利益 2 圓ヲ +2 ニテ表ストスレハ損  
耗 2 圓ハ -2 ニテ表ス. 故ニ損耗 a 圓ヲ利益 -a  
圓ト云フヲ得.

正數負數ノ大々ヲ其ノ性質即チ符號ニ拘ラズシ  
テ考ヘタルモノヲ其ノ絕對値ト云フ. 例ヘハ  
+4 モ -4 モ其ノ絕對値ハ 4 ナリ.

8. 正數負數ノ計算. 正數即チ  
通常ノ數ヲ加ヘ或ハ減スルヲハ算術  
ニ於テ示セル如ク加ハ増加ヲ生シ減  
ハ減少ヲ生ス.

$+2+(+7)=9,$	$9-(+7)=2,$
$-3+(+7)=4,$	$4-(+7)=-3,$
$-9+(+7)=-2,$	$-2-(+7)=-9.$

負數ノ加減ハ下ノ如ク定ム。

負數ヲ加フルトハ其絕對値ヲ減ス  
ルヲニシテ負數ヲ減スルトハ其絕對  
値ヲ加フルトス。

$9+(-7)=2,$	$2-(-7)=9,$
$2+(-7)=-5,$	$-5-(-7)=2,$
$-1+(-7)=-8,$	$-8-(-7)=-1.$

算術ニ於テハ減法ハ被減數ガ減數ヨリ大ナル  
キニ限レテ代數學ニ於テハ負數ヲ設クルヲ以テ  
小ナル數ヨリ大ナル數ヲ引クヲ得。

$$2-8=-6.$$

正數ヲ乘スルヲハ算術ニ示セル如  
ク被乘數ヲ其ダケ倍スルヲナリ。

$$+8 \times (+3) = 24, \quad (1)$$

$$-8 \times (+3) = -24. \quad (2)$$

負數ヲ乘スルヲハ下ノ如ク定ム。

負數ヲ乘スルヲハ其絕對値ヲ被乘

數ニ乘シ而シテ其結果ノ符號ヲ變ス  
ルヲナリ。

$$+8 \times (-3) = -24, \quad (3)$$

$$-8 \times (-3) = 24. \quad (4)$$

此(1)(2)(3)(4)ヨリ符號ニ關スル法則ヲ得、即チ  
同號ハ正、異號ハ負ナリ。之ヲ符號定則  
ト云フ。

除法ハ乘法ノ逆ナル以テ、

$$+24 \div (+3) = 8,$$

$$-24 \div (+3) = -8,$$

$$+24 \div (-3) = -8,$$

$$-24 \div (-3) = 8.$$

仍テ除法ニ於テモ符號定則ハ乘法ト異ナルヲ  
ナシ。

### 例 題.

- 1)  $-4$ ト $0$ ト孰レが大ナルカ?
- 2)  $-3$ ト $-5$ ト孰レが小ナルカ?

- 3) 2 と  $-100$  と孰レが大ナルカ?
- 4)  $0, -7, 3, -4, 1$  ヲ大サノ順ニ從テ列ベヨ.
- 5) (1)  $8 = -2$  ヲ加ヘヨ.  
 (2)  $-5 = -6$  ヲ加ヘヨ.  
 (3)  $-9 = 5$  ヲ加ヘヨ.
- 6) (1)  $0$  ヲリ  $7$  ヲ減セヨ.  
 (2)  $3$  ヲリ  $9$  ヲ減セヨ.  
 (3)  $5$  ヲリ  $-3$  ヲ減セヨ.
- 7) (1)  $3 = -4$  ヲ乘セヨ.  
 (2)  $-8 = 5$  ヲ乘セヨ.  
 (3)  $(-9) \times (-2)$ .  
 (4)  $4 \times 7 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ .
- 8) (1)  $-12$  ヲ  $3$  ニテ除セヨ.  
 (2)  $30$  ヲ  $-5$  ニテ除セヨ.  
 (3)  $(-35) \div (-7)$ .  
 (4)  $24 \times \frac{3}{4} \div \left(-\frac{9}{5}\right)$ .

## 第二編. 整 式.

### 第 一 章.

#### 加 法 減 法.

9. 算術ニ於テ「寄算ノ結果ハ被加  
 數ノ順序ニ無關係ナル」ヲ學ベリ.

之ヲ代數記號ニテ示セハ

$$a+b+c=c+a+b=b+a+c \dots\dots (\text{交換定則})$$

此式ハ  $a, b, c$  ヲ正數ト見做セリ然レモ  
 其一ツ或ハ數多ガ負數ナルキニモ用  
 キラル. 例ヘハ  $7+2-4$  ヲ  $7+2+(-4)$  トシテ位  
 置ヲ變シテ  $-4+7+2$  トスルモ其結果ハ同一ナリ.  
 故ニ此式ハ減法ノ交換定則ヲモ包含ス)

(注意)  $7+2-4$  ハ  $7=2$  ヲ加ヘ  $4$  ヲ引クト見ル  
 モ正  $7$ , 正  $2$ , 負  $4$  ノ集合ト見ルモ同一ノ結果ヲ生

ス而シテ此第二ノ見解ハ便利ナル場合多シ故ニ  
代數學ニ於テハ

$$a-b+c-d$$

ハ  $a, -b, +c, -d$  ノ和ト見做ス、仍テ+ノ附キタル  
項ヲ **正項** ト稱シ、-ノ附キタル項ヲ **負項**  
ト稱シ、項ト云フ語ハ符號ヲモ含ムモノトス。又  
此式ノ  $a$  ハ正項ナリ、即チ式ノ始メニハ正號ヲ省  
クヲ常トス。(正項ニテモ其値ハ必ズシモ正數ナ  
リト限ラズ、例ヘバ  $+a$  ニテモ  $a$  ノ値ガ  $-5$  ナレハ  
 $+a$  ノ値ハ負數ナリ。同様ニ負項必ズシモ負數ナ  
リト限ラズ。)

**10.** 又算術ニ於テ「一數ニ衆數ノ和  
ヲ加フルハ之ヲ別々ニ加フルニ均シ  
キ」及ヒ「一數ヨリ衆數ノ和ヲ減スル  
ハ之ヲ別々ニ減スルニ均シキ」ヲ學  
ベリ。

$$\begin{aligned} \text{故ニ} \quad & a+(b+c)=a+b+c \quad (1) \\ & a-(b+c)=a-b-c \quad (2) \end{aligned} \quad \dots \text{(結合定則)}$$

ニ於テ  $a, b, c$  ガ正數ノ場合ハ即チ算術  
ニ於テ學ビタル所ナリ。  $a, b, c$  ノ或者  
ガ負數ナル場合ニハ如何ト云フニ是  
又用キラル。例ヘバ(1)ノ  $a, b, c$  ヲ  $9, 8, -5$  ト  
セハ  $9+\{8+(-5)\}$  ト  $9+8+(-5)$  トナル而シテ此レ  
ハ何レモ同一ノ結果  $12$  ヲ生ス、(2)ニ於テハ  $9-\{8$   
 $+(-5)\}$  ト  $9-8-(-5)$  トナル是又同一ノ結果  $6$  ヲ  
生ス、他ノ文字ガ負數ナル場合モ同様ニ説明スル  
ヲ得。

## 加 法。

**11.** 第 8, 9, 10 節ニ述ベタル所ニ由  
リ正數及負數ノ加法ハ下ノ如クシテ  
可ナルヲ明瞭ナリ。

(法則) (1) 同號ノ數ヲ加ヘ合スニハ  
其絶對值ノ和ニ固有ノ符號ヲ附スベ  
シ。

$$2+3=5.* \quad -1+(-6)=-7.$$

(2) 正數ト負數トヲ加ヘ合スニハ  
其絶對値ノ差ニ大ナル方ノ符號ヲ附  
スベシ.

$$5+(-4)=1. \quad -3+1=-2.$$

(3) 數多ノ正數及負數ヲ加ヘ合ス  
ニハ先ツ(1)ニ由テ同號ノ數ヲ別々ニ  
加ヘ合セ而シテ(2)ニ由テ之ヲ合一ス  
ベシ.

$$6+(-3)+4+(-5)=(6+4)-(3+5)=2.$$

$$6+(-3)+4+(-8)=(6+4)-(3+8)=-1.$$

例題 (1) 3, -5, 8 ノ和ヲ問フ.

(2) 6, -4, 2, -9 ノ和ヲ問フ.

\* 本文ニ由ルキハ  $(+2)+(+3)=+5$  ト書クベケ  
レモ本文ハ多項式中ニ混入シタル場合ニ適合ス  
ル様ニ述ベタルモノニシテ單獨ニ正數ト正數ノ  
和ニハ正號ハ書カザルヲ通例トス.

(3) -1, 15, 6, -2, 10 ノ和ヲ問フ.

(4) 5, -3, -4, 1, -9, 6, 2 ノ和ヲ問フ.

**12.** 一ツノ項ト他ノ項トガ係數ノ  
外ハ全ク同一ナルキハ同類項ト云フ.

例ヘハ  $4a^2x$  ト  $9a^2x$  トハ同類項ナリ.

同類項ヲ加ヘ合ス法則ハ下ノ如シ.

(法則) 係數ヲ前節ノ法則ニ由テ合  
一シ之ニ文字因數ヲ書キ添フベシ,但  
シ係數ナキ項ハ1ナル係數ヲ有スト  
見做シテ算スベシ.

(例1)  $2a$  ト  $3a$  ノ和ヲ問フ.

$2a$  ハ  $a$  ノ二倍ナリ  $3a$  ハ  $a$  ノ三倍ナリ之ヲ加フ  
レハ  $a$  ノ五倍トナル, 即チ

$$2a+3a=5a.$$

(例2)  $5ab$ ,  $-4ab$  ノ和ヲ問フ.



$$5ab + (-4ab) = ab.$$

(例3)  $5x, -3x, 4x, -8x$  ノ和ヲ問フ。

$$\text{此和} = 9x - 11x = -2x.$$

前節及本節ノ如キ和(即チ符號ヲ考ヘテスル和)ヲ絶對値ノ和ト區別スルノ必要アルキハ前者ヲ代數的ノ和ト稱シ後者ヲ算術的ノ和ト稱ス。

**13.** 一般ナル場合ニ於テ前節ノ法則ヲ行フニハ下ノ如クスルヲ便ナリトス。

(法則) 同類項ガ上下ニ相重ナル様ニ各式ヲ書シ各行ノ和ヲ其下ニ書ス

ベシ。

(例1)  $3a-7b, 2a+b-c$  ヲ寄セヨ。

$$\begin{array}{r} 3a-7b \\ 2a+b-c \\ \hline 5a-6b-c \end{array} \quad \text{答 } 5a-6b-c.$$

(例2)  $4x^2-8x+1, x+5, -x^2+7x$  ノ和ヲ

求ム。

$$\begin{array}{r} 4x^2-8x+1 \\ +x+5 \\ -x^2+7x \\ \hline 3x^2 \quad +6 \end{array} \quad \text{答 } 3x^2+6.$$

### 例 題.

次ノ各題ニ於テ與ヘラレタル式ヲ加ヘ合セヨ。

- 1)  $3a+5b, 2a+3b.$     2)  $4a+2b, 5a+b.$
- 3)  $6a-4b, a-2b.$     4)  $5a-b, 7a-8b.$
- 5)  $2a+13b, 4a-6b.$     6)  $3a-7b, a+5b.$
- 7)  $5x+8y, 3x-9y.$     8)  $6x+5y, 7x-5y.$
- 9)  $3a-2b, 6b-a.$     10)  $4a-8b, 9b-4a.$
- 11)  $7a-3x, 2x-6a.$     12)  $6x-7, 3x+9.$
- 13)  $a+8b-2c, 4a-b+3c.$
- 14)  $5x-7y, 2x+6y, 9x-3y+2z.$
- 15)  $x^2-3x+5, 2x^2-5x-9, 8x-4.$

- 16)  $2a^2 - 3ab + b^2, 3a^2 - ab - 2b^2, 5ab - a^2.$
- 17)  $4x^2 - 6xy + y^2, 7xy - x^2, y^2 - xy - 3x^2.$
- 18)  $a^2 - 2a, 3 - 5a^2, 4 - 7a, 8a^2 + 9a.$
- 19)  $a^3 - 5a^2b - 7ab^2, 4a^2b + 3ab^2 - 2b^3, 6b^3 - a^2b,$   
 $4ab^2 - a^3 - 5b^3.$
- 20)  $x^2 - 3x, x + 6, 2x^2 + 4x - 3, 2 - 6x,$   
 $8x - 4x^2, x^2 - 4x - 5.$
- 21)  $5a - 3b - 4 + 2a + 3 - 2b - a + 2$  ヲ簡單ニ  
 セヨ.
- 22)  $x^2 - 3x + 8 - 2x - 5 - x^2 + 6x - 3 - 5x$  ヲ簡  
 單ニセヨ.
- 23)  $\frac{1}{2}x + 1, \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$  ノ和ヲ問フ.
- 24)  $a - \frac{1}{3}b, -\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b$  ノ和ヲ問フ.
- 25)  $x^2 - \frac{1}{3}x - 2, x - \frac{1}{2}, \frac{5}{6} - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x$  ノ  
 和ヲ問フ.

## 減 法.

14. 減法ハ加法ノ逆ニシテ即チ正  
 數ヲ減スルハ減少ヲ生シ負數ヲ減ス  
 ルハ増加ヲ生ス. 仍テ減法ノ法則下  
 ノ如シ.

(法則) 減數ノ符號ヲ變シテ之ヲ被  
 減數ニ加フベシ. 但シ實際ニハ心中ニテ之  
 ヲ行ヘ.

(例1)  $5a - 3b - c$  ヲリ  $3a - 2b + 5c$  ヲ減セヨ.

$$\begin{array}{r} 5a - 3b - c \\ - 3a + 2b + 5c \\ \hline 2a - b - 6c \end{array}$$

(例2)  $2x^3 + 4x^2 - 3x$  ヲリ  $3x^3 - x^2 - 5x + 7$  ヲ

減セヨ.

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 4x^2 - 3x \\ 3x^3 - x^2 - 5x + 7 \\ \hline -x^3 + 5x^2 + 2x - 7 \end{array}$$

## 例 題.

- 1)  $7a+5b$  ヨリ  $3a+2b$  フ減セヨ.
- 2)  $8a+3b$  ヨリ  $7a+b$  フ減セヨ.
- 3)  $5a+6b$  ヨリ  $2a-3b$  フ減セヨ.
- 4)  $4x-3y$  ヨリ  $3x-2y$  フ減セヨ.
- 5)  $6a-4x$  ヨリ  $a-7x$  フ減セヨ.
- 6)  $2x-7$  ヨリ  $x+6$  フ減セヨ.
- 7)  $x+8$  ヨリ  $9-5x$  フ減セヨ.
- 8)  $8a-6b-3c$  ヨリ  $3a-2b+4c$  フ減セヨ.
- 9)  $2x-3y$  ヨリ  $5x-3y+2z$  フ減セヨ.
- 10)  $-x^2+6x$  ヨリ  $2x^2-4x-7$  フ減セヨ.
- 11)  $2a^2+6ab-b^2$  ヨリ  $7ab-3b^2$  フ減セヨ.
- 12)  $ax+4b-5$  フ零ヨリ減セヨ.
- 13)  $x$  ヨリ  $5a-7b-c$  フ減セヨ.
- 14)  $4xy-3xz-yz$  = 如何ナル式ヲ加フレバ  
 $2xz-4yz$  トナルカ?
- 15)  $x^3+3x^2-x$  ト  $x-8x^2-6$  トノ和ヨリ

$x^3-6x^2+3x$  フ減セヨ.

$$16) \quad \frac{1}{2}a-b \text{ ヨリ } \frac{1}{3}a-\frac{3}{4}b \text{ フ減セヨ.}$$

$$17) \quad \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}xy-\frac{3}{2}y^2 \text{ ヨリ } -\frac{3}{2}x^2+xy-y^2 \text{ フ減セヨ.}$$

## 括弧用法.

15. 括弧ノ前ノ符號ガ十ナルキハ其マ、括弧ヲ除去スルヲ得。(結合定則ニ由ル.)

$$\text{(例)} \quad a+(b-c+d) = a+b-c+d.$$

括弧ノ前ノ符號ガ一ナルキハ内部ノ符號ヲ悉ク變化シテ括弧ヲ除去スルヲ得。(結合定則ニ由ル.)

$$\text{(例)} \quad a-(b-c+d) = a-b+c-d.$$

(注意第一) 同類項アルキハ合ハスルヲ勿論ナリ。

(注意第二) 括弧内ニ括弧アルキハ内部ノ括弧ヨリ取り始メ段々ニ外部ニ移ルベシ。

$$\begin{aligned} a - [b + \{c - (d + e)\}] &= a - [b + \{c - d + e\}] \\ &= a - [b + c - d + e] \\ &= a - b - c + d - e. \end{aligned}$$

### 例 題.

次ノ各式ノ括弧ヲ去リ同類項ヲ集メテ之ヲ簡單ニセヨ。

- 1)  $4a - 2b + (5a - b).$
- 2)  $3a + 5b + (9b - 2a).$
- 3)  $6a - b - (4a + 7b).$
- 4)  $2x - 3 - (x - 8).$
- 5)  $a + 3b - c + (a - 3b + 2c).$
- 6)  $2x^2 - 5 - (x^2 - 4x - 2).$
- 7)  $x - (2x - y + 1) + (3x - 4y) + 5.$

- 8)  $x^2 + 4x - (5 - 2x^2 + 3x) - (x - 4).$
- 9)  $a + 2b - 5c + 3d - e$  = 於テ  $2b$  以下ノ項ヲ括弧ニテ括リ其前ニ正號ヲ置ケ。
- 10)  $4x^3 - 7x^2 - 2x + 13$  = 於テ  $7x^2$  以下ノ項ヲ括弧ニテ括リ其前ニ負號ヲ置ケ。
- 11)  $3a - \{2b + (3a - 2b)\}.$
- 12)  $x^2 - \{4x - 7 - (6x - 4) + x^2\}.$
- 13)  $7x - 4a - [3 + \{8a - 5 - (6 - x)\} - a].$
- 14)  $a - [b + \{c - (a - \overline{b + c})\}].$
- 15)  $x^3 - 3x^2 - \{6x^3 + 2x^2 - x - (3x - 2 - x^3)\}.$
- 16)  $5y^3 - [2y^2 - \{3y^3 + 8y^2 - 6y - (7 - 4y + 6y^2 - y^3)\}].$

## 第 二 章

## 乘 法

16. 算術ニ於テ「掛算ノ結果ハ因數ノ順序ニ無關係ナルヲ」ヲ學ベリ、又「一數ニ衆數ヲ段々ニ乘スルハ其積ヲ乘スルニ均シキヲ」及ヒ「衆數ノ和ニ一數ヲ乘スルハ其各ニ一數ヲ乘シテ加ヘ合スニ均シキヲ」ヲ學ベリ。

代數記號ニテ之ヲ示セハ

$$a \times b \times c = c \times a \times b = b \times a \times c, \quad (\text{交換定則})$$

$$a \times b \times c = a \times (b \times c), \quad (\text{結合定則})$$

$$(a+b) \times c = ac+bc. \quad (\text{分配定則})$$

此式ハ  $a, b, c$  ナ正數ト見做セリ然レ

正負數ナルキニモ用キラル。例ヘバ  $7 \times 4 \times (-3)$  ト  $(-3) \times 7 \times 4$  トハ同シ結果ヲ生ス。他ノ二式ニ於テモ同様ナリ。

又  $6^5 \times 6^2 = 6^7$  ナリ、一般ニ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}. \quad (\text{指數定則})$$

但シ此式ニ於テ  $m$  及  $n$  ハ正整數ナリ、又此式ヲ指數ナキ文字ニ適用スルキニハ  $a$  ハ  $a^1$  ト見做スベシ即チ

$$a^m \times a = a^{m+1}.$$

## 單項式ヲ乘スルヲ。

17. 單項式ノ乘法ハ正數負數ノ乘法及ヒ前節ノ交換定則、結合定則、指數定則ヲ適用スルニアリ。

(例1)  $4ab = 7c$  ヲ乘セヨ。

$$4ab \times 7c = 4 \times 7 \times ab \times c = 28abc.$$

(例2)  $3a^2x^3$  ト  $-5ax^2$  ノ積ヲ求ム。

$$3a^2x^3 \times (-5ax^2) = 3 \times (-5)(a^2 \times a)(x^3 \times x^2) \\ = -15a^3x^5.$$

但シ實地ニハ心算ニ由テ直チニ結果ヲ書スベシ.

(例3)  $7a^2x - 2ab$  ト  $-8ax^3$  ノ積ヲ求ム.

$$\begin{array}{r} 7a^2x - 2ab \\ -8ax^3 \\ \hline -56a^3x^4 + 16a^2bx^3 \end{array}$$

因テ下ノ法則ヲ得.

(法則) 單項式ニ單項式ヲ乘スルニハ符號定則ニ由テ符號ヲ定メ次キニ係數ノ積ヲ書シ次キニ文字ノ積ヲ書ス.

多項式ニ單項式ヲ乘スルニハ多項式ノ各項ニ前法ヲ行フベシ(即チ分配定則ヲ適用スルナリ).

## 例 題.

- 1)  $3a = 6b$  フ乘セヨ.
- 2)  $5a = 4a$  フ乘セヨ.
- 3)  $4x = -9y$  フ乘セヨ.
- 4)  $ax = -1$  フ乘セヨ.
- 5)  $-2a = 8a^2$  フ乘セヨ.
- 6)  $-6ab = -bx^2$  フ乘セヨ.
- 7)  $abx^2 = a^2b^3$  フ乘セヨ.
- 8)  $-a^2x = 7ax^3y$  フ乘セヨ.
- 9)  $a + 2b - 3c = x$  フ乘セヨ.
- 10)  $3a - 2b + 6 = 4a$  フ乘セヨ.
- 11)  $5x^2 - 3x - 4 = 3x^2$  フ乘セヨ.
- 12)  $a^2 - 3ab + b^2 = -2ab$  フ乘セヨ.
- 13)  $(-x)^2, (-x)^3, (-x)^4$  ノ値ヲ問フ.
- 14)  $(ax)^2, (-5by^2)^2, (-3ac^2x)^3$  ノ値ヲ問フ.
- 15)  $\frac{5}{6}ax = -3a^2by$  フ乘セヨ.

- 16)  $6a - \frac{2}{3}b + \frac{1}{2}c = \frac{1}{3}a$  フ乗セヨ.
- 17)  $4a(x^2 + 3ax - 6a^2)$  ノ括弧ヲ除去セヨ.
- 18)  $3ax(x^3 - 2x^2 + 4x - 1)$  ノ括弧ヲ除去セヨ.
- 19)  $3(4x^2 + 2x - 7) - 5x(x + 3)$  フ簡單ニセヨ.
- 20)  $a = 3, b = -5, c = -2$  ナルキ,  
 $2abc - 3bc^2 + 4a^2b$  ノ値如何?
- 21)  $a = -3, x = -2, y = -1$  ナルキ,  
 $a^3x - \frac{2}{3}a^2y + 16y^2$  ノ値ヲ問フ.

### 多項式ヲ乗スル 1.

#### 13. 分配定則ニ由リ

$$(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d.$$

故ニ多項式ヲ乗スル法則下ノ如シ.

(法則) 乗數ノ各項ヲ被乗數ニ乗シ

テ其ノ積ヲ加ヘ合スベシ.

部分積ヲ記スニハ同類項ガ上下ニ重ナル様ニ

記スベシ是レ加法ヲ行フニ便ナランガ爲メナリ.

(例)  $2a^2 + 3ab - 5b^2 = 2a^2 - 3ab + b^2$  フ乗セヨ.

$$\begin{array}{r} 2a^2 + 3ab - 5b^2 \\ 2a^2 - 3ab + b^2 \\ \hline 4a^4 + 6a^3b - 10a^2b^2 \\ - 6a^3b - 9a^2b^2 + 15ab^3 \\ \hline 4a^4 \quad - 17a^2b^2 + 18ab^3 - 5b^4 \end{array}$$

答  $4a^4 - 17a^2b^2 + 18ab^3 - 5b^4.$

(注意) 同文字ノ種々ノ冪ヲ含ム式ヲ乗スルニハ冪ノ順ヲ正スヲ可トス, 即チ兩式共ニ或ル文字ノ降冪ノ順ニ列スルカ或ハ昇冪ノ順ニ列スベシ. 上例ハ  $a$  ニ付テ降冪ノ順ニ列シタルモノナリ, 又  $b$  ニ付テ言ヘハ昇冪ノ順ニ列シタルモノナリ.

齊次式(式中ノ諸項ガ總テ同次ナルモノ)ト齊次式ノ積ハ亦齊次式ナリ, 故ニ若シ齊次式ニ齊次式ヲ乗シタル結果ガ齊次式トナラザレハ運算ニ誤アルヲ明ナリ. 齊次式ハ又同次式トモ云フ.

### 例 題.

下記ノ各題ノ二式ノ積ヲ求ム.

- 1)  $3x + 4, x + 2.$       2)  $4x + 3, 2x + 5.$

- 3)  $5x-7, 3x+1.$  4)  $2x+3, 6x-5.$   
 5)  $8a-3, 2a-7.$  6)  $4a+b, 2a+9b.$   
 7)  $2x+5y, 4x-9y.$  8)  $a+b, a-b.$   
 9)  $a^2+3ab, a-3b.$  10)  $5ax-y^2, 5ax+y^2$   
 △ 11) 次ノ各式ヲ計算セヨ. (1)  $(a+b)^2.$   
 (2)  $(a-b)^2.$  (3)  $(5x+9)^2.$  (4)  $(7x-2a)^2.$   
 12)  $x^2-4x+7, x+3.$   
 13)  $2x^2+ax-5a^2, 3x-4a.$   
 14)  $2x^2-7-x, 4x-2.$   
 △ 15)  $x^2+x+1, x^2-x+1.$   
 16)  $x^2-2ax+6a^2, x^2+3ax-2a^2.$   
 17)  $y^2+5-6y, y-y^2+3.$   
 △ 18)  $a+b+c, a-b+c.$   
 △ 19)  $(x^2-x-4)^2$  ヲ計算セヨ.  
 20)  $(x+4)(2x-5)(4x-3)$  ヲ計算セヨ.  
 21)  $\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b, \frac{1}{2}a + \frac{3}{4}b.$   
 22)  $x^2 - \frac{3}{2}x - 2, 2x - \frac{1}{3}.$

## 第 三 章.

## 除 法.

19. 除法ハ乘法ノ逆ナルヲ以テ  $a, b,$   
 $c$  ガ正ナルモ負ナルモ下式ハ成立ス,

$$a \div b \div c = a \div c \div b, \quad (\text{交換定則})$$

$$a \div b \div c = a \div (b \times c), \quad (\text{結合定則})$$

$$(a+b) \div c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}, \quad (\text{分配定則})$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}. \quad (\text{指數定則})$$

但シ  $m$  及  $n$  ハ正ノ整數ニシテ  $m > n.$

## 單項式ニテ除スルヲ.

20. 單項式及多項式ヲ單項式ニテ除スル例  
 下ノ如シ.

(例 1)  $15abx^5$  ヲ  $3ax^2$  ニテ除セヨ.



$$\frac{15abx^5}{3ax^2} = 5bx^3.$$

(例 2)  $6x^3y^2$  を  $-4x^2$  にテ除セヨ。

$$\frac{6x^3y^2}{-4x^2} = -\frac{3xy^2}{2} = -\frac{3}{2}xy^2.$$

(例 3)  $8a^3b + 6a^2b^2 - 14ab^3$  を  $-2ab$  にテ除セヨ。

$$\frac{8a^3b + 6a^2b^2 - 14ab^3}{-2ab} = -4a^2 - 3ab + 7b^2.$$

(法則) 單項式ヲ單項式ニテ除スルニハ符號定則ニ由リテ符號ヲ定メ係數ノ商ヲ記シ次ニ各文字ニ付テ指數定則ヲ行フベシ。

多項式ヲ單項式ニテ除スルニハ多項式ノ各項ニ前法ヲ行ヒ其各商ヲ列記スベシ。

## 例 題

- 1)  $6ab$  を  $2a$  にテ除セヨ。
- 2)  $8x$  を  $4x$  にテ除セヨ。
- 3)  $12ab^3$  を  $3b$  にテ除セヨ。
- 4)  $-18x^2$  を  $3x$  にテ除セヨ。
- 5)  $28ab$  を  $-4$  にテ除セヨ。
- 6)  $-2ax^3$  を  $-6x^2$  にテ除セヨ。
- 7)  $8a^2b^3$  を  $-6ab^3$  にテ除セヨ。
- 8)  $4a^3x^2 - 6ax^4$  を  $3x^2$  にテ除セヨ。
- 9)  $8x - 3x^2 + x^3$  を  $-2x$  にテ除セヨ。
- 10)  $12a^2b^3x^2 + 3ab^3x^3$  を  $-6ab^3x^2$  にテ除セヨ。
- 11)  $\frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{2}a^2b$  を  $\frac{1}{6}ab$  にテ除セヨ。

多項式ニテ除スルヲ。

21. 先ヅ一例ヲ示サン。

(例 1)  $6a^3 - a^2b - 9ab^2 + 4b^3$  ヲ  $2a - b$  ニテ除  
セヨ.

$$\begin{array}{r}
 2a-b \overline{) 6a^3 - a^2b - 9ab^2 + 4b^3} \\
 \underline{6a^3 - 3a^2b} \phantom{- 9ab^2 + 4b^3} \\
 2a^2b - 9ab^2 + 4b^3 \\
 \underline{2a^2b - ab^2} \phantom{+ 4b^3} \\
 -8ab^2 + 4b^3 \\
 \underline{-8ab^2 + 4b^3} \\
 0
 \end{array}$$

(法則) 先ヅ被除數及除數ヲ俱ニ或  
ル文字ノ降冪(或ハ昇冪)ノ順ニ列シ被  
除數ノ首項ヲ除數ノ首項ニテ除シテ  
得タル者ヲ商ノ首項トス、之ヲ除數ニ  
乘シタル積ヲ被除數ヨリ減スベシ、其  
剩餘ノ首項ヲ除數ノ首項ニテ除スル  
キハ商ノ第二項ヲ得ベシ、之ヲ除數ニ  
乘シタル積ヲ前ノ剩餘ヨリ減スベシ、  
以下之ニ準ス。

(例 2)  $4x^3 - 14x^2 + 7x - 3$  ヲ  $3 - x$  ニテ割レ。  
先ヅ除數ノ項ノ順ヲ變ヘテ  $-x + 3$  トス。

$$\begin{array}{r}
 -x+3 \overline{) 4x^3 - 14x^2 + 7x - 3} \\
 \underline{4x^3 - 12x^2} \phantom{+ 7x - 3} \\
 -2x^2 + 7x - 3 \\
 \underline{-2x^2 + 6x} \phantom{- 3} \\
 x - 3 \\
 \underline{x - 3} \\
 0
 \end{array}$$

(例 3)  $a^4 + a^2b^2 + b^4$  ヲ  $a^2 - ab + b^2$  ニテ割レ。

$$\begin{array}{r}
 a^2 - ab + b^2 \overline{) a^4 + a^2b^2 + b^4} \\
 \underline{a^4 - a^3b + a^2b^2} \phantom{+ b^4} \\
 a^3b - a^2b^2 + ab^3 \\
 \underline{a^3b - a^2b^2 + ab^3} \\
 a^2b^2 - ab^3 + b^4 \\
 \underline{a^2b^2 - ab^3 + b^4} \\
 0
 \end{array}$$

(注意) 割リ切レザル割算ニ於テハ項ノ列ヘ方  
(即チ冪ノ昇降)ニ由リテ商及ヒ剩餘モ變化ス。

剩餘ヲ分數形ニテ示スキニハ其分數式ノ前ニ  
+號ヲ置クベシ(例題 15 ノ答參照)。

### 例 題.

- 1)  $x^2 + 8x + 15$  ヲ  $x + 3$  ニテ除セヨ。
- 2)  $2x^2 + 11x + 5$  ヲ  $x + 5$  ニテ除セヨ。
- 3)  $x^2 + 2x - 24$  ヲ  $x - 4$  ニテ除セヨ。

- 4)  $4x^2+12x-27$  ヲ  $2x-3$  ニテ除セヨ.
- 5)  $3a^2-13ab+14b^2$  ヲ  $a-2b$  ニテ除セヨ.
- 6)  $1-y^3$  ヲ  $1-y$  ニテ除セヨ.
- 7)  $x^3+2x^2-5x+12$  ヲ  $x+4$  ニテ除セヨ.
- 8)  $2y^3-21y+9$  ヲ  $y-3$  ニテ除セヨ.
- 9)  $3x^2-x-10$  ヲ  $2-x$  ニテ除セヨ.
- 10)  $6x^2-7xy-20y^2$  ヲ  $2x-5y$  ニテ除セヨ.
- 11)  $2a^3-a^2b+2ab^2+12b^3$  ヲ  $a^2-2ab+4b^2$  ニテ除セヨ.
- 12)  $3x^4-2x^3+9x^2+14x-48$  ヲ  $x^2-x+6$  ニテ除セヨ.
- 13)  $4y^4+5y-6+y^2$  ヲ  $2y^2+3-y$  ニテ除セヨ.
- 14)  $x^2-y^2-z^2+2yz$  ヲ  $x-y+z$  ニテ除セヨ.
- 15)  $x^2+3ax-a^2$  ヲ  $x+a$  ニテ除セヨ. 又  $x$  ノ昇器ノ順ニ之ヲ列シテ除法ヲ試ミヨ.
- 16)  $2x^3+\frac{17}{3}x^2-2x+\frac{1}{6}$  ヲ  $2x-\frac{1}{3}$  ニテ除セヨ.
- 17)  $\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{24}ay-\frac{1}{4}y^2$  ヲ  $\frac{2}{3}a+\frac{1}{2}y$  ニテ除セヨ.

## 雜 題.

(此ハ後廻シニシテモ可ナリ)

- 1)  $a=2, b=-1, c=-3$  ナルキ下ノ二式ノ値ヲ算セヨ.  
 (1)  $5a+3b-4c$ . (2)  $a(b-a)-(c-b)^2$ .
- 2)  $m^2+2mn, mn+8n^2, 4m^2-3mn+9n^2$  ヲ寄セヨ.
- 3)  $5x^2+1-2x, 3-4x^2-x, 6x^3-2x^2-4, 3x-2x^3$  ノ和ヲ問フ.
- 4)  $2y-3y^2$  及  $1-5y^3$  ノ和ヨリ  $1-7y^2+8y$  ヲ引ケ.
- 5)  $3a-\{5b+(4c-5b+3a)\}+4c$  ヲ簡單ニセヨ.
- 6)  $x^3-[3x^2+\{x-(x^4-x^2)\}-2x^3]-\{4-(x+4x^2)\}$  ヲ簡單ニセヨ.
- 7)  $x^4+x^2+1 = x^4-x^2+1$  ヲ乘セヨ.
- 8)  $a+b, a-b, a^2+b^2$  ノ積ヲ求ム.
- 9)  $(x-4)^3$  ヲ算セヨ.  $(2a-3)(a-2)(3a+4)$  ヲ算セヨ.
- 10)  $2x^3-8x+x^4+12-7x^2$  ヲ  $x^2+2-3x$  ニテ除セヨ.
- 11)  $1-a^6x^6$  ヲ  $a^2x^2+ax+1$  ニテ除セヨ.
- 12)  $7(5a-3b)-3[a-2\{b-5(a-b)\}]$  ヲ簡單ニセヨ.

13)  $\{x(x+a)-a(x-a)\}\{x(x-a)-a(x+a)\}$  ヲ簡單ニ  
セヨ。

14)  $x^5-x^4+7x^2$  ヲ  $x^2-3x+9$  ニテ割リタルキノ剩  
餘ヲ問フ。

15)  $a=-\frac{2}{3}$ ,  $b=-\frac{1}{2}$ ,  $c=3$ ,  $d=0$  ナルキ下式ノ値  
ヲ問フ。

(1)  $4ac+5b^2-cd$ . (2)  $8c(a-b)^2+d^3$ . (3)  $2^c-b^c$ .

16)  $\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b-2$ ,  $\frac{3}{4}b-\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}$ ,  $a+\frac{2}{3}b$  ノ和ヲ求  
ム。

17)  $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{6}x$  ヲ  $\frac{3}{8}x^2-\frac{2}{3}x$  ト爲サンニハ此第  
一式ニ何ヲ加ヘテ可ナルカ?

18)  $x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$ ,  $3x-\frac{1}{2}$  ヲ相乗セヨ。

19)  $\frac{3}{2}x^2-ax-\frac{2}{3}a^2$ ,  $\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}ax+\frac{1}{3}a^2$  ヲ相乗セヨ。

20)  $\left(\frac{1}{27}a^3-\frac{1}{12}a^2x+\frac{1}{16}ax^2-\frac{1}{64}x^3\right)\div\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}x\right)$ .

21)  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab)=a^3+b^3+c^3-3abc$   
ヲ證明セヨ。

22)  $1+x$  ヲ以テ  $1$  ヲ除シ以テ  $\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3$   
 $+\frac{x^4}{1+x}$  ナルヲ示セ。

23)  $2y^4-3y+5$  ト  $y-2-17y^2$  トノ和ヲ  $2y+3-y^2$  ニ  
テ除セヨ、但シ商ハ  $y$  ノ最高冪ヨリ始ムベシ。

24)  $x=a+2b-3c$ ,  $y=b+2c-3a$ ,  $z=c+2a-3b$  ナルキ  
ハ  $x+y+z=0$  ナルヲ證明セヨ。

25)  $a=x-2y+3z$ ,  $b=y-2z+3x$ ,  $c=z-2x+3y$  ナルキ  
ハ  $a+b+c=2(x+y+z)$  ナルヲ證明セヨ。

26)  $y^2z^2-4x^2x^2-x^2y^2+4x^2yz$  ヲ  $2zx-xy-yz$  ニテ除セヨ。

27)  $x^3-2x^2+3x-4$  ニ於テ  $x$  ノ代リニ  $x-2$  ヲ入レ  
而シテ  $a$  ノ降冪ノ順ニ排列セヨ。

28)  $1-a^3-8x^3-6ax$  ヲ  $1-a-2x$  ニテ除セヨ。

29)  $5x^3-8x^2-7x+a$  ヲ  $x-3$  ニテ整除スルヲ得  
ンニハ  $a$  ノ値如何?

## 第三編 方程式。

## 第 一 章。

## 一元一次方程式。

22. 二式ノ相等シキヲ示シタルモノヲ等式ト稱ス、其相等シト云フ式ヲ等式ノ邊或ハ節ト云フ。

等式中ニ含マレタル文字ノ値ノ如何ニ拘ハラズ兩邊相等シキモノヲ恒等式ト稱ス、例ヘハ  $(x+3)(x-3)=x^2-9$ 。

故ニ前編ノ計算法ハ恒等式ノ一邊ヲ與ヘテ他邊ヲ求ムル法ナリト見ルヲ得。

等式中ノ文字ガ或ル特別ナル値ヲ持ツキノミ其兩邊相等シキモノヲ方程式ト稱ス。例ヘハ  $x+3=8$  ハ  $x$  ガ 5

ナルキノミ相等シ、是レ即チ方程式ナリ。

方程式ノ其特別ナル文字(未知數)ノ之ニ適合スル値ヲ方程式ノ根ト云フ。方程式ヲ解クトハ根ヲ求ムルヲナリ。未知數ヲ表示スルニハ通例  $x, y, z$  ヲ以テス。

(注意) 方程式ノ次數ハ未知數ノ最高次ノ次數ヲ以テス。  $x+3=8$  ハ一次方程式ナリ、  $3ax^2+5bx+c=0$  ハ二次方程式ナリ、故ニ係數ト云フ語モ未知數ノ他ノ因數ヲ指示ス、例ヘハ前記二次方程式ノ  $x^2$  ノ係數ハ  $3a$  ナリ、  $x$  ノ係數ハ  $5b$  ナリ。

23. 方程式ノ兩邊ハ相等シキ値ナルヲ以テ

- (1) 兩邊ニ同數ヲ加フルモ相等ヲ害セズ。
- (2) 兩邊ヨリ同數ヲ減スルモ相等ヲ害セズ。
- (3) 兩邊ニ同數ヲ乘スルモ相等ヲ害セズ。
- (4) 兩邊ヲ同數ニテ除スルモ相等ヲ害セズ。
- (5) 方程式ノ各項ノ符號ヲ悉ク變スルモ相等ヲ害セズ。

24. 前節(2)ニヨリ  $a+b=c$ ノ兩邊ヨリ  $b$ ヲ減スルモ相等ヲ保ツベシ,

$$\therefore a+b-b=c-b,$$

$$\text{即 } a=c-b,$$

即チ  $b$ ハ左邊ヨリ右邊ニ移リ其符號ハ正ヨリ負ニ變セリ.

又前節(1)ニヨリ  $a=b-c$ ノ兩邊ニ  $c$ ヲ加フルモ相等ヲ害セス,

$$\therefore a+c=b-c+c,$$

$$\text{即 } a+c=b.$$

即チ  $c$ ハ右邊ヨリ左邊ニ移リ其符號ハ負ヨリ正ニ變セリ.

故ニ方程式ノ項ハ其符號ヲ變シテ一邊ヨリ他邊ニ移スヲ得.

25. 一ノ未知數ヲ有スル一次方程式(即チ一元一次方程式)ノ解法ヲ例示ス.

(例1)  $9x-4=6x+19$ ヲ解ケ

右邊ノ  $6x$ ヲ左邊ニ移シ、左邊ノ  $-4$ ヲ右邊ニ移セハ

$$9x-6x=19+4,$$

同類項ヲ集合スレハ  $3x=23,$

兩邊ヲ  $x$ ノ係數  $3$ ニテ割レハ  $x=7\frac{2}{3}.$

仍テ一元一次方程式ヲ解ク法則下ノ如シ.

(法則) 未知數ヲ含ム項ヲ悉ク方程式ノ一邊ニ集メ他ノ諸項ヲ悉ク他ノ一邊ニ集メ、同類項ヲ合一シ、而シテ未知數ノ係數ニテ兩邊ヲ除スベシ.

但シ若シ與ヘラレタル方程式ガ分數ノ形ナレハ之ヲ整化スベシ、又括弧ナドニテ指示セル演算ハ整化ノ前或ハ後ニ於テ之ヲ實行スベシ.

(注意) 方程式ヲ解キテ得タル結果ガ其方程式ニ適合スルヤ否ヤヲ試ミテ其結果ノ正否ヲ驗スベシ.

$$\text{驗. } x=7\frac{2}{3} \text{ ナルハ } 9x-4=69-4=65,$$

$$\text{又 } 6x+19=46+19=65.$$

(例 2)  $\frac{2}{3}(x+1) - \frac{3-x}{4} = x + \frac{1}{6}$  ヲ解ケ.

整化スル爲メ、各項ニ分母ノ最小公倍数ナル12  
ヲ掛ケヨ、

$$8(x+1) - 3(3-x) = 12x + 2,$$

即  $8x + 8 - 9 + 3x = 12x + 2,$

移項スレハ  $8x + 3x - 12x = 2 - 8 + 9,$

$$\therefore -x = 3,$$

兩邊ノ符號ヲ變シテ  $x = -3.$

驗  $x = -3$  ナルキハ

$$\frac{2}{3}(x+1) - \frac{3-x}{4} = \frac{-4}{3} - \frac{6}{4} = -\frac{17}{6},$$

$$x + \frac{1}{6} = -3 + \frac{1}{6} = -\frac{17}{6}.$$

### 例 題.

下記ノ方程式ヲ解ケ.

1)  $3x + 5 = x + 13.$       2)  $6x + 9 = 2x + 29.$

3)  $4x - 2 = x + 7.$       4)  $x + 8 = 7x - 4.$

5)  $5x - 1 = 6x - 8.$

6)  $8x - 15 = 7x + 7 - 3x.$

7)  $1 - 2x = 6(x - 3).$

8)  $x - (7 + 3x) = 5(x - 1).$

9)  $3(5 - 4x) = 8(2 - 3x).$  ノハ -12x = 16 - 24x = 11

10)  $2(x - 8) = 3(x - 5) + 4x - 1.$  -12x + 16 = -3x + 15 + 4x - 1

11)  $x + 2(x + 3) - 5(x - 2) - 7(x + 1) = 0.$

12)  $x - \{7 + 4\{x + (3 + 2x)\}\} = 12.$

13)  $x + \frac{3}{5}x = 17.$       14)  $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 2.$

15)  $\frac{x+5}{3} = \frac{x-6}{7}.$       16)  $\frac{x-1}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{5}{6}.$

17)  $\frac{2}{5}x - \frac{1}{9}(x + 15) = 7.$

18)  $\frac{1}{3}(4 - x) - x = 2 + \frac{x + 13}{5}.$

19)  $1.3x - 0.24 = 0.36 + 0.5x.$

20)  $2(1.5x - 1.3) = 0.04 - 7x.$

26. 應用問題. 問題ヲ解クニハ先ツ題意ニ由リ既知數ト未知數トノ關係ヲ代數記號ニテ書キ著ハスベシ, 斯クスルキハ方程式ヲ得ルユエ之ヲ解キテ未知數ノ値ヲ得ベシ.

答數ヲ得レハ必ズ檢算ヲ爲スベシ, 即チ其答數ガ題意ニ適フヤ否ヤヲ驗スベシ.

(例1) 某數アリ, 其ノ三倍ハ其ノ三分ノ一ヨリ大ナルヲ40ナリ, 某數ヲ問フ.

某數ヲ  $x$  トスレハ

$$3x = \frac{x}{3} + 40,$$

$$\therefore 9x = x + 120,$$

$$\therefore 8x = 120, \quad \therefore x = 15.$$

驗. 15ノ三倍ハ45ニシテ15ノ三分ノ一即チ5ヨリ40多シ.

答 十五.

(例2) 金二十五圓ヲ甲乙丙三人ニ分ツニ甲ノ

所得ハ乙ノ所得ノ二倍ヨリ五十錢少ク乙ハ丙ヨリ三圓多クセント欲ス, 各人ノ所得如何?

圓ヲ單位トシテ丙ノ所得ヲ  $x$  トスレハ乙ノ所得ハ  $x+3$  ナリ甲ノ所得ハ  $2(x+3)-0.5$  ナリ, 仍テ

$$x + (x+3) + 2(x+3) - 0.5 = 25,$$

$$\text{即 } x + x + 3 + 2x + 6 - 0.5 = 25,$$

$$x + x + 2x = 25 - 3 - 6 + 0.5,$$

$$4x = 16.5,$$

$$\therefore x = 4.125, \quad \text{丙}$$

$$\text{仍テ } x + 3 = 7.125, \quad \text{乙}$$

$$\text{又 } 2(x+3) - 0.5 = 13.75 \quad \text{甲}$$

驗. 13.75, 7.125, 4.125ヲ加フレハ25トナル.

答 甲13圓75錢, 乙7圓12錢5厘, 丙4圓12錢5厘.

(注意)  $x$ ハ只ノ數(即チ不名數)ヲ表ハスモノナルヲ注意スベシ. 又同種ノ數ハ同シ單位ニテ示スベシ.

## 例 題.

1) 某數アリ, 其四倍ヨリ三十ヲ減スレハ原數ト



- 12) ノ和ニ等シ、其數ヲ問フ。 *14*
- 2) 某數アリ其三倍ヲ 200 ヨリ減スレハ原數ヨリ 40 ヲ減シタルニ等シト云フ其數ヲ問フ。 *40*
- △ 3) 二數アリ其和ハ 65 ニシテ其差ハ 9 ナリ各數ヲ問フ。
- △ 4) 100 ヲ二部ニ分チ其差ヲシテ 37 ナラシムベシ。
- 5) 甲乙二人アリ、甲ハ金 50 圓ヲ有シ乙ハ金 20 圓ヲ有ス。甲ヨリ乙ヘ幾圓ヲ與ヘナハ乙ノ持ツ金ガ甲ノ持ツ金ノ三倍トナルカ?
- 6) 如何ナル數ヨリ 16 ヲ減シテハ、其差ハ原數ノ三分ノ一トナルカ?
- 7) 某數アリ、其四分ノ一ハ其ノ七分ノ一ヨリ多キヲ 9 ナリ。某數ヲ問フ。
- 8) 二數アリ、其差ハ 24 ニシテ、其一數ハ他ノ數ノ五倍ナリ、二數各、幾何ナルカ?
- 9) 120 ヲ甲乙二部ニ分チ甲部ノ九倍ト乙部ノ四

- 倍トノ和ヲシテ 800 ナラシメント欲ス。各部ヲ問フ。
- 10) 鶴龜アリ、頭數 25 ニシテ足數 80 ナリ。各ノ數ヲ問フ。
- 11) 父子アリ、父ハ 39 歳ニシテ子ハ 5 歳ナリ、然ラハ今ヨリ幾年ノ後父ノ歳ガ子ノ歳ノ三倍トナルカ?
- 12) 金六百圓ヲ甲乙丙三人ニ分配センニ甲ノ所得ハ乙ヨリ五十圓少カラシメ丙ノ所得ハ甲乙ノ和ノ二倍ニ等シカラシメント欲ス。各人ノ所得ヲ問フ。
- 13) 金一圓十錢ヲ出シ筆墨硯ヲ買ヘリ、硯ノ價ハ墨ノ價ノ五倍ヨリ六錢多ク、筆ノ價ハ墨ノ價ノ半ニ等シ、各品ノ價ヲ問フ。
- 14) 金 80 圓ヲ三男五女九兒ニ分配セントスルニ男一人ノ所得ハ女一人ノ所得ヨリ 50 錢多カラシメ、女一人ノ所得ハ兒一人ノ所得ノ二倍ナラシメント欲ス、各一人ノ所得如何?

- 15) 上茶六斤ト下茶九斤トヲ買ヒ代金十五圓ヲ拂ヘリ、而シテ上茶一斤ノ價ハ下茶一斤ノ價ノ二倍ヨリ30錢少ナシト云フ、各一斤ノ價ヲ問フ
- 16) 金700圓ヲ甲乙丙三人ニ分配ス、乙ノ所得ハ甲ノ五分ノ三ニシテ、丙ノ所得ハ乙ノ四分ノ一ナリ、丙ノ所得ヲ問フ。
- 17) 或人袋中ニ金若干ヲ有セリ、初メ其ノ半分ヲ費シ次ニ殘リノ三分ノ一ヲ費シタルニ尙ホ袋中ニ殘金九圓アリト云フ、最初袋中ニアリシ金額ヲ問フ。
- 18) 酒一樽アリ、貯藏中ニ漏リテ四分ノ一ヲ減損ス、其後四升五合汲出シタルニ尙ホ全樽ノ三分ノ一ヲ存ス、全樽ノ量ヲ問フ。
- 19) 甲乙丙三種ノ砂糖アリ、甲種八斤ト乙種六斤ト丙種十二斤トヲ買ヒ三圓六十錢ヲ拂ヘリ、而シテ一斤ニ付キ甲種ハ乙種ヨリ三錢高ク乙種ハ丙種ヨリ四錢五厘高シト云フ、各一斤ノ價ヲ問フ。

- 20) 時計ノ兩針ガ五時ト六時ノ間ニ於テ、相重ナル時ヲ問フ。
- 21) 時計ノ兩針ガ十時ト十一時ノ間ニ於テ直角ヲ爲ス時ヲ問フ。
- 22) 或人所有金ノ三分ノ二ハ年七歩ノ利ニテ預ケ四分ノ一ハ年六歩ノ利ニテ預ケ殘餘ハ年五歩ノ利ニテ預ケタリ、是ニ由テ歲入395圓ヲ得ト云フ、所有金金額ヲ問フ。
- 23) 或人某地ニ行クニ毎時三十六町ノ速サニテ歩マハ定刻ヨリ二時間後ルベキニヨリ毎時六十三町走ル車ニ乗リシニ一時間早ク到着セリト云フ、其地ノ距離ヲ問フ。
- 24) 酒精ト水トノ混物アリ、其中酒精ハ全量ノ半分ヨリ六升多シ、水ハ全量ノ三分ノ一ヨリ一升少シ、然ルキハ各幾升?
- 25) 甲乙二工アリ、或仕事ヲ甲ハ40日ニテ爲シ、乙ハ60日ニテ爲ス。甲先ツ此仕事ニ着手シ、若干日ノ後乙之ニ代リテ從事シ、ニ乙ハ甲ヨリ

20日長ク働キテ此仕事ヲ成就セリ, 甲ノ働キシ  
日數ヲ問フ.

26)  $6x^3 - 7x^2 + ax + 12$  ヲ  $2x - 3$  ニテ整除スルヲ  
得ンニハ  $a$  ノ値如何?

27) 水槽ニ水ヲ注入スベキニ管甲乙アリ, 甲ノ  
ミヲ以テセハ四時半, 乙ノミヲ以テセハ六時間  
ニテ滿水スベシ, 又槽底ノ栓ヲ抜カハ五時間ニ  
テ滿槽ノ水ヲ盡スベシト云フ, 今栓ヲ抜キタル  
儘ニテ甲乙二管ヨリ同時ニ注入セハ幾時間ニ  
テ滿水スベキカ?

28) 甲乙丙三工アリ, 或工事ヲ爲スニ甲一人ニ  
テハ12日ヲ要シ, 乙一人ニテハ16日ヲ要シ, 丙  
一人ニテハ24日ヲ要スベシ. 甲先ツ此工事ニ  
着手シ四日ノ後乙之ニ加ハリ, 後二日ニシテ丙  
亦之ニ加ハレリト云フ, 成工マデノ全日數ヲ問  
フ.

## 第 二 章.

## 多元一次ノ聯立方程式.

27. ニツ以上ノ未知數ヲ有スル方  
程式ヲ多元方程式ト稱ス. (未知數ニッ  
アルキハ二元ト云ヒ, 三ッアルキハ三元ト云フ, 餘類推)

ニツ以上ノ方程式ガ, 其含メル各未  
知數ノ同ジ値ニテ同時ニ適合スベキ  
者ナルキハ之ヲ聯立方程式ト稱ス.

二元方程式ハ二個アルニ非レハ其未知數ノ値  
ヲ知ルコ能ハズ, 一般ニ多元方程式ヲ解クニハ其  
方程式ノ數ハ未知數ノ數ダケアルヲ要ス.

下ニ二元一次方程式ノ解法ヲ示ス.

(例1) 下ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$2x + 3y = 18, \dots\dots\dots(1)$$

$$5x - 8y = 14. \dots\dots\dots(2)$$

兩式ノ  $x$  ノ係數ヲ同一ニセンガ爲メ  $(1) = 5$   
ヲ乘シ  $(2) = 2$  ヲ乘スレハ

$$10x + 15y = 90 \dots\dots\dots(3)$$

$$10x - 16y = 28 \dots\dots\dots(4)$$

(3) ヨリ (4) ヲ減スレハ  $31y = 62$ ,  $\therefore y = 2$ .

$y$  ノ此値ヲ (1) 中ノ  $y = 2$  代入スレハ  $2x + 6 = 18$  ヲ得、  
故ニ  $2x = 18 - 6$ , 仍テ  $x = 6$  ヲ得. [(2) 式ノ  $y = 2$  代入ス  
ルモ同シ結果ヲ得.]

若シ  $x$  ヲ先キニ見出サント欲スレハ (1) = 8 ヲ  
乘シ (2) = 3 ヲ乘シ相加フベシ.

(法則) 二ツノ方程式ニ、夫々其一未  
知數ノ係數ノ絶對値ヲ相等シク爲ス  
様ナル數ヲ乘シ、而シテ加法或ハ減法  
ヲ行ヒテ其未知數ヲ消去(即チ逐出)シ  
テ一元方程式ト爲スベシ、而シテ其根  
ヲ求メ又之ヲ原式ニ適用シテ他ノ未

知數ノ値ヲ求ムベシ.

一未知數ノ係數ノ絶對値ヲ相等シクセンニハ  
夫々相對スル係數ヲ乘スレハ可ナリ、若シ其乘ス  
ベキ兩數ニ公約數アルキハ之ヲ對消シタル數ヲ  
以テスベシ.

(例 2)  $4x + 9y = 10$ ,  $7x + 6y = 37$  ヲ解ケ.

此二方程式ニ夫々 2 ト 3 ヲ乘スレハ

$$8x + 18y = 20$$

$$21x + 18y = 111$$

$$\text{下ヨリ上ヲ引キテ} \quad \begin{array}{r} 8x + 18y = 20 \\ 21x + 18y = 111 \\ \hline 13x \qquad = 91 \end{array}$$

$$\therefore x = 7.$$

之ヲ第一方程式ニ適用スレハ

$$4 \times 7 + 9y = 10,$$

$$\therefore 9y = -18, \quad \therefore y = -2.$$

驗.  $x = 7$ ,  $y = -2$  ナルキハ

$$4x + 9y = 28 - 18 = 10,$$

$$7x + 6y = 49 - 12 = 37.$$

(例3)  $\frac{5x}{3} - \frac{y}{4} = 5, \frac{9}{2}y = 2x - 27$  を解ケ.

兩式ノ分母ヲ去ランガ爲メニ夫々12及2ヲ乘スレハ

$$20x - 3y = 60,$$

$$9y = 4x - 54.$$

之ヨリ前例ノ如クニ解クヲ得.

(参考) 聯立方程式ヲ解クニ代入法或ハ置換法ト稱スル法アリ即チ例1ヲ代入法ニテ解クヲ示サン. (1)ヨリ  $x$ ノ値ヲ  $y$ ニテ表スレハ

$$x = \frac{18 - 3y}{2}.$$

之ヲ(2)ニ代入スレハ

$$\frac{5(18 - 3y)}{2} - 8y = 14,$$

$$\therefore 5(18 - 3y) - 16y = 28,$$

$$\text{即 } 90 - 31y = 28, \therefore -31y = -62, \therefore y = 2.$$

而シテ  $x = \frac{18 - 3y}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6.$

此法ニ對シテ本文ノ法ヲ加減消去法ト云フ

## 例 題.

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 1) $4x + 3y = 16,$                  | 2) $3x - 4y = 4,$                           |
| $5x + 2y = 13.$                     | $7x - 6y = 26.$                             |
| 3) $3x + 2y = 33,$                  | 4) $5x - 6y = 14,$                          |
| $14x - 3y = 6.$                     | $7x + 6y = 10.$                             |
| 5) $4x + 3y = 3,$                   | 6) $15x - 7y = 5,$                          |
| $2x + y = 2.$                       | $8x - 3y = -1.$                             |
| 7) $6x + 5y = 9,$                   | 8) $3x + 4y = 5,$                           |
| $9x - 4y - 48 = 0.$                 | $2y = 9x.$                                  |
| 9) $\frac{2x}{3} + y = 8,$          | 10) $\frac{1}{7}x + \frac{1}{15}y - 4 = 0,$ |
| $x + \frac{y}{4} = 7.$              | $\frac{1}{5}y - \frac{x - y}{2} + 6 = 0.$   |
| 11) $2(2x + 3y) = 3(2x - 3y) + 10,$ |   |
| $4x - 3y = 4(6y - 2x) + 3.$         |   |

$$12) \quad 4x - \frac{1}{3}(y-3) = 5x + 2,$$

$$2y + \frac{1}{3}(2x-1) = \frac{23y+31}{6}.$$

$$13) \quad .08x - .21y = .33,$$

$$.12x + .7y = 3.54.$$

$$14) \quad .3x + .125y = x - 6,$$

$$3x - .5y = 28 - .25y.$$

$$15) \quad \frac{6}{x} - \frac{7}{y} = 2, \quad \frac{2}{x} + \frac{14}{y} = 3.$$

(解) 第一式 = 2ヲ乘シ  $\frac{12}{x} - \frac{14}{y} = 4,$

第二式ヲ其マ、  $\frac{2}{x} + \frac{14}{y} = 3.$

之ヲ加ヘ合シテ  $\frac{14}{x} = 7,$

$$\therefore x = \frac{14}{7} = 2.$$

$x=2$ ヲ第一式ニ代入スレハ

$$\frac{6}{2} - \frac{7}{y} = 2, \quad \therefore 1 = \frac{7}{y},$$

$$\therefore y = 7.$$

$$16) \quad \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 3, \quad \frac{9}{x} + \frac{2}{y} = 4.$$

$$17) \quad \frac{15}{x} - \frac{8}{y} = 7, \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{y} = 1.$$

$$18) \quad \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{2}, \quad \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = \frac{26}{3}.$$

28. 三元一次ノ聯立方程式ヲ解ク  
法下ノ如シ。(三個ノ方程式有ルヲ要ス)

(法則) 先ツ二ツノ方程式ヲ取りテ  
一未知數ヲ逐出シ、而シテ殘レル一  
方程式ト前ニ用キタル中ノ一方程式ト  
ヲ以テ、同シ未知數ヲ逐出スベシ。 斯  
ク二未知數ノ二方程式ヲ得ルヲ以テ  
更ニ之ヨリ一未知數ヲ逐出シテ殘レ  
ル一未知數ノ値ヲ得、之ヲ前ノ方程式  
ニ代入シテ他ノ未知數ノ値ヲ得ベシ。

四ツ以上ノ未知數ヲ含メル聯立方程式ヲ解ク  
ニモ之ニ準シテ其方程式ヲ二ツヅ、取りテ漸次  
ニ未知數ヲ逐出スベシ。

但シ場合ニ由リ機敏ナル方法ヲ以テ簡便ニ解  
答ヲ得ベキアリ、例2ノ如シ。

(例1) 次ノ三元一次方程式ヲ解ケ。

$$2x - 8y - 3z = 8 \dots\dots\dots(1)$$

$$3x + 4y + 2z = 7 \dots\dots\dots(2)$$

$$5x - 6y + 4z = 4 \dots\dots\dots(3)$$

此方程式ヨリ $z$ ヲ逐出ス下ノ如シ。

$$(1) = 2 \text{ヲ掛ケ} \quad 4x - 16y - 6z = 16$$

$$(2) = 3 \text{ヲ掛ケ} \quad 9x + 12y + 6z = 21$$

$$\text{寄セテ} \quad 13x - 4y = 37 \dots\dots\dots(4)$$

$$(2) = 2 \text{ヲ掛ケ} \quad 6x + 8y + 4z = 14$$

$$(3) \text{ヲ其儘} \quad 5x - 6y + 4z = 4$$

$$\text{引キテ} \quad x + 14y = 10 \dots\dots\dots(5)$$

(4)ト(5)ヨリ、 $x=3$ 、 $y=\frac{1}{2}$ ヲ得、之ヲ(1)ニ代入ス

$$\text{レハ} \quad 6 - 4 - 3z = 8, \quad \therefore z = -2.$$

故ニ所要ノ答ハ  $x=3$ 、 $y=\frac{1}{2}$ 、 $z=-2$  ナリ。

驗.  $x=3$ 、 $y=\frac{1}{2}$ 、 $z=-2$  ナルニハ

$$2x - 8y - 3z = 6 - 4 + 6 = 8,$$

$$3x + 4y + 2z = 9 + 2 - 4 = 7,$$

$$5x - 6y + 4z = 15 - 3 - 8 = 4.$$

(例2) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} = 1, \quad \frac{1}{z} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2,$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3.$$

第一 = 第二ヲ加フレハ  $\frac{2}{z} = 3, \quad \therefore z = \frac{2}{3}.$

第三ヨリ第一ヲ減スレハ  $\frac{2}{x} = 2, \quad \therefore x = 1.$

第三ヨリ第二ヲ減スレハ  $\frac{2}{y} = 1, \quad \therefore y = 2.$

驗.  $x=1, y=2, z=\frac{2}{3}$  ナルキハ

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{1}{1} = 2 - 1 = 1,$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{2} + \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2,$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 3.$$

### 例 題.

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\begin{array}{ll} 1) & 3x + 2y - z = 4, \\ & 4x - 3y + z = 1, \\ & x + y + z = 6. \\ 2) & x + 2y - 3z = 7, \\ & x + y + 2z = 9, \\ & 2x - 3y + 7z = 6. \end{array}$$

$$3) \quad 2x - 3y - 2z = 3, \quad 4) \quad 4x + 3y + 2z = 10,$$

$$3x + 4y + z = 21,$$

$$x + 2y + z = 9,$$

$$x + 2y + z = 9.$$

$$2x + y + 4z = 12.$$

$$5) \quad 5x - 4y = 3z - 2, \quad 6) \quad 5x + 2y = 17,$$

$$2x - y - z = 5,$$

$$y - 3z = -13,$$

$$x = 3y - 2(z - 1).$$

$$x + 2y + z = 0.$$

$$7) \quad \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2},$$

$$x + y + z = 18.$$

$$8) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 9,$$

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z} = 3,$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{3y} + \frac{1}{2z} = 7.$$



## 29. 應用問題.

前章ノ應用問題中ニモ二未知數ヲ含ムモノ有リタレモ其關係簡單ナルヲ以テ一ツノ未知數ヲ $x$ トシ他ノ未知數ハ之ヲ以テ表ハシタリ,然レモ未知數ノ關係複雑ナル問題ニ於テハ聯立方程式ヲ作ルコト利アリ,次例ノ如シ.

(例1) 甲乙二倉アリ,甲倉ノ米ヲ二倍スレハ乙倉ノ米ノ三倍ヨリ十五俵少シ,今若シ甲ヨリ乙へ三十俵移サハ兩倉ノ俵數相等シカルベシト云フ.各倉ノ俵數ヲ問フ.

甲倉ノ俵數ヲ $x$ トシ乙倉ノ俵數ヲ $y$ トスレハ

$$\begin{cases} 2x=3y-15 \\ x-30=y+30 \end{cases}$$

移項スレハ

$$\begin{cases} 2x-3y=-15 \\ x-y=60 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad & \begin{cases} 2x-3y=-15 \\ 2x-2y=120 \end{cases} \\ \therefore \quad & y=135. \end{aligned}$$

之ヲ原式ニ適用シテ  $x=195$ .

答 甲ノ俵數 195. 乙ノ俵數 135.

驗 甲ノ俵數ノ二倍ハ  $195 \times 2 = 390$  ナリ,

乙ノ俵數ノ三倍ハ  $135 \times 3 = 405$ ,

$$405 - 15 = 390.$$

甲ヨリ 30 ヲ減スレハ  $195 - 30 = 165$ ,

乙ニ 30 ヲ加フレハ  $135 + 30 = 165$ .

(例2) 大車一輛小車一輛ヲ以テセハ九日間ニ運搬シ得ベキ石炭アリ,之ヲ大車五輛小車三輛ヲ用キテ二日間ニ運搬セリト云フ,大車一輛ヲ以テセハ幾日ヲ要スルカ?

大車一輛ニテ此石炭ヲ運搬スル日數ヲ $x$ トシ小車一輛ニテ之ヲ運搬スル日數ヲ $y$ トスレハ大車一輛ニテ一日ニハ全量ノ $\frac{1}{x}$ ヲ運搬ス,小車一輛ニテ一日ニハ全量ノ $\frac{1}{y}$ ヲ運搬ス,故ニ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{5}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(2)$$

(1) = 3ヲ乘シ之ヲ(2)ヨリ減スレハ

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$x = 12.$$

答 十二日.

驗  $x=12$ ヲ(1)ニ代入セハ  $y=36$ ヲ得. 而シテ

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}, \quad \frac{5}{12} + \frac{3}{36} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

## 例 題

- 1) 甲乙二人アリ,甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ノ二倍ヨリ十四圓少シ,又甲ノ所持金ノ二倍ハ乙ノ所持金ノ三倍ヨリ八圓多シト云フ,各所持金ヲ問フ.
- 2) 米八斗及麥三斗ヲ買フキハ代金合計十四圓ナリ,又米四斗及麥九斗ヲ買フキハ代金合計十三圓ナリト云フ,各一斗ノ價如何?

- 3) 父子アリ,二年前ハ父ノ年ハ子ノ年ニ四倍シタレモ今ヨリ四年ノ後ハ父ノ年ハ子ノ年ニ三倍スベシト云フ,父子ノ年齢ヲ問フ.
- 4) 貿易商アリ,絹八十反ニ金三十圓ヲ添ヘテ羅紗百五十碼ト交易シタリ,若シ絹百二十反ヲ與ヘテハ羅紗二百碼ト金四十五圓ヲ得ベカリシト云フ,羅紗一碼ノ價如何?
- 5) 甲乙二人アリ,若シ甲ガ乙ヨリ三十圓ヲ受クルキハ甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ニ二倍スベシ,若シ乙ガ甲ヨリ二十五圓ヲ受クルキハ乙ハ甲ノ三倍ヲ所持スベシト云フ,各ノ所持金幾何ナルカ?
- 6) 或書ノ第一版ハ紙數六百枚ヲ上下ノ二卷ニ分テリ,然ルニ其書ノ第二版ニ於テハ,下卷ノ紙數ヲ五分ノ一ダケ省キ,上卷ニ三十枚ヲ増セシニ由リ,上下紙數相等シクナレリト云フ,然ラハ第一版ニ於テ,上下各ノ紙數幾何ナルカ?
- 7) ニツノ數字ヨリ成ル數アリ,其數字ノ一ハ他ノ數字ノ二倍ニ等シク,其數字ノ位置ヲ轉倒シ

テ得タル數ハ元ノ數ヨリ多キヲ27ナリト云フ、  
其數如何?

- 8) ニツノ數字ヨリ成ル數アリ、之ニ36ヲ加フレ  
ハ數字ノ順ガ前ト相反スト云フ。然ルキハ此  
ニツノ數字ノ差ハ4ナルヲ證明セヨ。
- 9) ニツノ數字ヨリ成ル數ニ於テ、其數ハ其數字  
ノ和ノ七倍ニ等シキ様ナル總テノ數ヲ索メヨ。
- 10) 或人金一万二千圓ヲ甲乙二部ニ分チ其甲ヲ  
年五分ノ利息ニテ預ケ乙ヲ年八分ノ利息ニテ  
預ケテ歲入七百二十圓ヲ得ト云フ、甲乙各部ヲ  
問フ。
- 11) 絹25反ト木綿80反ヲ116圓ニテ買ヒ、而シ  
テ絹ハ三割、木綿ハ二割五分ノ利ヲ得テ之ヲ賣  
リ代金合計148圓ヲ得タリト云フ、各一反ノ價  
ヲ問フ。
- 12) 甲乙二工俱ニ働クキハ或ル仕事ヲ30日ニ成  
就スベシ、然ルニ俱ニ12日働キタル後甲ハ休業  
シ、其仕事ノ殘リヲ乙一人ニテ其後54日ニシテ

成就セリ。然ラハ甲一人ニテハ此仕事ノ全部  
ヲ幾日ニ成就スベキカ?

- 13) 銀ト銅ノ混物アリ、銀ハ全量ノ半分ヨリ十五  
匁少シ、銅ハ全量ノ三分ノ二ヨリ三匁多シト云  
フ、銀ノ量ヲ問フ。
- 14) 金銀ノ混物二種アリ、其一種ノ金位ハ八割二  
分ニシテ他ノ一種ノ金位ハ九割五分ナリ、今金  
位九割ノ品三十匁造ランニハ各種何程ヲ取ル  
ベキカ?
- 15) 人アリ、馬ト車ヲ四百圓ニテ買ヒ、而シテ馬ハ  
二割五分ノ利ヲ得テ賣リ車ハ四割ノ利ヲ得テ  
賣リタル故之ヲ通算スレハ三割六分四厘ノ利  
ニ當ルト云フ、馬ノ買價ヲ問フ。
- 16) 男四人、女八人、童十人ノ一日ノ賃錢合シテ  
10圓ナリ、而シテ男三人ノ賃錢ハ女五人ノ賃錢  
ヨリ25錢少クシテ童七人ノ賃錢ヨリ15錢多シ  
ト云フ、然ラハ女一人ノ賃錢如何?
- 17) 三位ノ數アリ、其數字ノ和ハ13ニシテ其尾位  
ノ數ハ首位ノ數ノ三倍ナリ、今若シ其數字ノ位

置ヲ轉倒セハ元ノ數ヨリ大ナルヲ 396 ナルベシト云フ、元數如何?

18) 或學校ノ試験ニ於テ受験者ノ四分ノ一ハ落第セリ、而シテ及第點ハ總受験者ノ平均點數ヨリ 2 點少ク、又及第者ノ平均點數ヨリ 11 點少クシテ、落第者ノ平均點數ニ二倍スト云フ。及第點ヲ問フ。

19) 代數式  $px+2q$  ニ於テ  $x$  ヲ 5 及 20 トスレハ其數値夫々ニ 87 及 12 トナルト云フ、若シ  $x$  ヲ 3.5 トスレハ其數値如何、尙又其數値ヲ零ナラシムルニハ  $x$  ニ如何ナル値ヲ與フベキカ?

## 雜 題.

$$1) 8x-5(x-2)-\{6-2x-3(2x-1)\}=12.$$

$$2) \frac{x+\frac{1}{2}}{2}-\frac{2x-\frac{1}{2}}{5}+1\frac{1}{4}=0.$$

$$3) \frac{3}{5}(2x-7)-\frac{2}{3}(x-8)=\frac{4x+1}{15}+4.$$

$$4) 3x-4y+2=5x-6y-2=7x+2y+4.$$

$$5) 3x+\frac{7}{2}y-2=11y-\frac{2}{5}x=20.$$

$$6) \frac{7+x}{3}=\frac{9+y}{5}=\frac{11+x+y}{7}.$$

$$7) \frac{3}{x}-2y+3=0, \frac{15}{x}+8y+6=0.$$

$$8) \frac{6}{x}+\frac{7}{y}+2=0, \frac{14}{y}-\frac{2}{x}=3.$$

$$9) x+4=-\frac{3}{2}y+2=2z+1=22-(y+z).$$

10) 某數アリ、其四分ノ一ト其五分ノ一トノ差ノ二倍ハ其五分ノ一ト其六分ノ一トノ差ヨリ 3 多シ、某數ヲ求ム。

11) 甲乙二人アリ、其所持金ヲ合スレハ 150 圓ナ

リ、今若シ甲ガ自分ノ所持金ノ半ヲ乙ニ與ヘナ  
ハ乙ノ所持金ハ甲ノ所持金ノ四倍トナルベシ  
ト云フ、甲ノ所持金ヲ問フ。

- 12) ニツノ數字ヨリ成ル數アリ、其數ハ其數字ノ  
和ノ四倍ニ等シキハ、數字ノ一ハ他ノ數字ノ  
二倍ニ等シキヲ證明セヨ。
- 13) 金二圓八十錢モテ牛肉ヲ買フ、若シ其相場三  
割廉ナラハ六斤多ク買ヒ得ラルベシト云フ、牛  
肉一斤ノ價ヲ問フ。
- 14) 金六圓モテ雞卵ヲ買フ、若シ其相場二割高ケ  
レハ買得ラル、卵數ニ80個ノ差アリト云フ、雞  
卵二十個ノ價ヲ問フ。
- 15)  $x^5+ax+b$  ガ  $x^2+3x-4$  ニテ整除セラル、ニハ  
 $a$  及  $b$  ノ値如何?
- 16)  $6x^3+mx^2+23x+n$  ガ  $2x-1$ 、 $x-3$  ニテ整除セラ  
ル、ニハ  $m$  及  $n$  ノ値如何?
- 17)  $px^3+13x^2-10x+q$  ガ  $x+4$ 、 $x-2$  ニテ整除セラル  
、ニハ  $p$  及  $q$  ノ値如何?
- 18) 陶器店主、花瓶三十個ヲ買ヒ而シテ其賣價ハ

一割二分五厘ノ利ニ當ル様ニ定メタリ、然ルニ  
其中四個破壊シタル故ニ圓ノ損トナレリ、一個  
ノ賣價ヲ問フ。

- 19) Aガ25日ニテ成就スベキ仕事ヲBハ35日ニ  
テ成就ス。A先ツ此仕事ニ着手シ若干日ノ後  
B來リテ之ニ加ハリタルヲ以テAハ毎日半日  
ヅ、休ミタリ、仍テAノ始メシヨリ22日ニシテ  
落成セリト云フ、Bノ協力シタル日數ヲ問フ。
- 20) 金銀ノ混物二種アリ、其第一種ニ於テ金銀  
ノ比ハ五ト四ノ如ク、其第二種ニ於テ金銀ノ比  
ハ八ト七ノ如シ、今此二種ヲ混和シテ金十四匁  
ト銀十二匁ヨリ成ル一物ヲ造ラント欲ス、各種  
幾何ヲ要スルカ?
- 21) 絹布百二十五反ト綿布八十反トヲ合シテ五  
百五十二圓ニテ買ヒ絹布ハ三割ノ利益ヲ得、綿  
布ハ一割五分ノ損ヲ爲シテ、總テ賣リシニ差  
引キ百二十六圓九十錢ノ利益トナリタリト云  
フ、各一反ノ買價如何?
- 22) 財布中ニ貨幣四十五個アリ、其價合計九圓

ニシテ、其中五錢白銅貨ノ數ト二十錢銀貨ノ數トノ比ハ4ト3トノ如シ、而シテ其他ハ五十錢銀貨ナリ、各貨ノ數ヲ問フ。

23) 人アリ二萬圓ヲ有ス、其ノ一部分ヲ以テ五分利附公債證書額面百圓ニ付キ八十五圓ノ相場ニテ若干枚ヲ買ヒ、其殘リヲ年四分ノ利ニテ預ケタリ、是ニ由テ此人一千五十六圓ノ歲入ヲ得ト云フ。公債證書額面ノ總高ヲ問フ。

24) 兎ト犬ト其歩ヲ比較スルニ兎ノ七歩ト犬ノ五歩ト時間相等シ、又犬ノ三步スル處ヲ兎ハ五歩ニ飛フ。兎先ヅ八十歩進ミシキ犬之ヲ追フ、然ラハ幾歩シテ兎ニ追及スベキカ?

$$25) \quad x+y+z+w=14,$$

$$2x+y=2z+w-2,$$

$$3x-y+2z+2w=19,$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} + \frac{w}{2} = 4.$$

26) 金二千圓ヲ甲乙丙丁ノ四人ニ配分スルニ、乙ノ取分ハ甲ノ半分ニシテ丙ノ取分ハ丁ノ取分ヨリ多キヲ甲ノ取分ノ三分ノ一ニ等シ、又乙

ノ取分ニ二百圓ヲ増スルハ丙ト丁トノ取分ノ和ニ等シト云フ、然ラハ各人ノ取分幾何?

27) 容量二十一石ノ水槽ニ水ヲ注入スベキ甲乙二管アリ、今甲管ヲ四時間乙管ヲ五時間開クルハ水九石ヲ注入シ得ベク、又甲管ヲ七時間乙管ヲ三時間半開クルハ水十二石六斗ヲ注入シ得ベシト云フ、若シ甲乙兩管ヲ同時ニ開クルハ幾時間ニシテ此水槽ヲ滿シ得ベキカ?

28) 甲乙丙三工アリ、或工事ヲ爲スニ甲乙協同スレハ十五日間ヲ要シ、乙丙協同スレハ十二日間ヲ要ス、又甲丙各八日間ト乙七日間働キテ之ヲ爲シ得ベシト云フ、甲一人ニテ爲スルハ幾日ヲ要スルカ?

(附記) 算術問題解法ト方程式應用問題解法トノ關係.

算術ニ於テ所謂四則應用問題及ヒ之ヲ加味セル比例問題ナドハ方程式應用問題ト同一ノ形體ヲ爲セルモノアリ,其ノ算術的解法ハ問題中ノ諸條件ヲ綜合誘化シテ之ヲ簡單ナル形ニ導クニアリ,然ルニ方程式應用問題ノ解法ハ問題中ノ條件ヲ直チニ代數記號ニテ書キ著シテ方程式ヲ作り一定ノ方法ヲ履行シテ答數ヲ得ルニアリ,故ニ方程式ニ由ル解法ト算術的解法トハ其技工ニ於テ趣ヲ異ニス,然レモ思考ノ根底ニ至リテハ相關聯スル所アリテ一方ノ解法ガ他方ノ解法ヲ誘發スルノ扶ケトナル場合アリ,茲ニ實例ニ付テ兩者ヲ對照セン.

(例一) 父子アリ,子ノ年ハ父ノ年ノ七分ノ二ナリ,而シテ父子年數ノ和ハ54ナリト云フ,父ノ年ヲ問フ.

方程式ニ由ル解法. 父ノ年ヲ $x$ ト命スレハ

$$x + \frac{2}{7}x = 54, \quad \therefore 7x + 2x = 378,$$

$$\therefore 9x = 378, \quad \therefore x = \frac{378}{9} = 42.$$

算術ニ於ケル解法. 父子年數ノ和54ハ父ノ年ノ $1\frac{2}{7}$ 倍ニ當ルヲ以テ $54 \div 1\frac{2}{7} = 42$ ハ父ノ年也.

(例二) 柿ヲ小供ニ分與スルニ一人ニ八個ヅツ與ヘンニハ七個不足ナリ,六個ヅツ與ヘハ五個餘ルベシト云フ,人數ヲ問フ.

方程式ニ由ル解法. 人數ヲ $x$ ト命スレハ

$$8x - 7 = 6x + 5, \quad \therefore 8x - 6x = 7 + 5,$$

$$\therefore 2x = 12, \quad \therefore x = \frac{12}{2} = 6.$$

算術ニ於ケル解法. 八個ヅツ與フルニ要スル柿ノ數ト六個ヅツ與フルニ要スル柿ノ數トノ差ハ $7 + 5 = 12$ ナリ,即チ一人ニ付キ柿二個ノ差ハ全數ニ於テ12ノ差トナル故ニ人數ハ $12 \div 2 = 6$ ナリ.

故ニ算術的ノ解法ニ於テ問題中ノ條件ヲ段々ニ簡單ニスルニハ直接ノ要求ニ從ヒテ加減乗除ヲ施スト下ニ列記スル所ノ六項ヲ合理的ニ實行スルトニアリ.

- (1) 未知數ト某數トノ和ガ與ヘラレタルキハ其和ヨリ某數ヲ減スレハ未知數ノ値ヲ得ベシ,即チ代數記號ヲ以テ之ヲ示セハ

$$x+a=b \text{ 或 } a+x=b \text{ ナルキハ } x=b-a,$$

同様ニ

$$(2) x-a=b \text{ ナルキハ } x=a+b,$$

$$(3) a-x=b \text{ ナルキハ } x=a-b,$$

$$(4) x \times a=b \text{ 或 } a \times x=b \text{ ナルキハ } x=b \div a$$

$$(5) x \div a=b \text{ ナルキハ } x=a \times b,$$

$$(6) a \div x=b \text{ ナルキハ } x=a \div b.$$

元來數理思想ノ基礎ハ物ヲ數フルニアレハ是ハ眞ノ原始的基礎ニシテ現今ニ於テハ加減乘除ノ算法モ亦通例ノ智識トナレリ、故ニ今日世間ニ於テ或ハ算勘ト云ヒ或ハ數理思想ト云フノ大半ハ比例ノ理ト前述六項ノ運用トニアリト云ヒテ可ナラン、學生タルモノ已ニ方程式解法ヲ修得スルノ程度ニ達シタレハ問題中ノ條件ヲ明晰ニ透察スルニ於テ固ヨリ過誤ナカルベシ、故ニ前述六項ヲ充分ニ會得翫味シテ之ヲ明確ニ腦裏ニ收メテ算術問題ニ臨マバ必スヤ算勘ニ於テ一段ノ進歩アラシ。

## 第四編. 整式續編.

### 第一章.

### 乘法ノ公式.

30.  $a+b = a-b$  ナ乘スレハ

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline a^2 + ab \\ -ab - b^2 \\ \hline a^2 - b^2 \end{array}$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

即チ二量ノ和ト差ノ積ハ各量ノ平方ノ差ニ等シ.

二量ノ和ト差ノ積ヲ作ルキニハ實地ニ乘法ヲ行フニ無ク此公式ヲ應用シテ積ヲ書クベシ.

(例)  $(3a+b^2)(3a-b^2)$  ノ積ヲ書ケ. 答  $9a^2 - b^4$ .

### 例 題.

次ノ各積ノ値ヲ直チニ書ケ.



- 1)  $(x+y)(x-y)$ .      2)  $(a+2b)(a-2b)$ .  
 3)  $(2x+3)(2x-3)$ .    4)  $(3ab-5)(3ab+5)$ .  
 5)  $(4a^2+b^2)(4a^2-b^2)$ .    6)  $(ax-9y^3)(ax+9y^3)$ .  
 7)  $(2xy+3a^2)(2xy-3a^2)$ .  
 8)  $(xy-4b^2)(4b^2+xy)$ .  
 9)  $(5c^3+3x^2y)(3x^2y-5c^3)$ .  
 10)  $(5ax^2+\frac{2}{3}y)(-5ax^2+\frac{2}{3}y)$ .  
 11)  $(\frac{1}{2}y^2-\frac{3}{4}ab)(\frac{1}{2}y^2+\frac{3}{4}ab)$ .

**31.**  $(a+b)^2$  及  $(a-b)^2$  を乘法 = 依テ作  
 レハ  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \dots\dots\dots(i)$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \dots\dots\dots(ii)$$

此事ヲ語ニテ述フレハ下ノ如シ。二量ノ和ノ  
 平方ハ二量ノ平方ノ和ニ二量ノ積ノ二倍ヲ加ヘ  
 タルモノニ等シ、二量ノ差ノ平方ハ二量ノ平方  
 ノ和ヨリ二量ノ積ノ二倍ヲ減シタルモノニ等シ。

(例 1)  $(x+3a)^2 = x^2 + 6ax + 9a^2$ .

(例 2)  $(2a^2-7)^2 = 4a^4 - 28a^2 + 49$ .

### 例 題

次ノ各式ノ平方ヲ書ケ。

- 1)  $x+y$ .      2)  $a+5b$ .      3)  $x-4$ .  
 4)  $3x-a$ .    5)  $a+2bx$ .    6)  $2a-3b$ .  
 7)  $a^2+6$ .    8)  $-5a+3bc$ . 9)  $-3xy-2y^2$ .  
 10)  $7ax^2-\frac{1}{2}b^3$ . 11)  $3ab+\frac{2}{3}x^2$ . 12)  $\frac{1}{2}a^2x-\frac{2}{5}by^2$ .

**32.** 前二節ノ公式ヲ尙ホ廣ク應用  
 スルヲ。

(例 1)  $(a+b-c)^2$  を作レ。

$$\begin{aligned} \{a+(b-c)\}^2 &= a^2 + 2a(b-c) + (b-c)^2 \\ &= a^2 + 2ab - 2ac + b^2 - 2bc + c^2. \end{aligned}$$

或ハ又  $\{(a+b)-c\}^2 = (a+b)^2 - 2c(a+b) + c^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc + c^2$ .

(例 2)  $(a+2b-3c)(a-2b+3c)$  を作レ.

$$\{a+(2b-3c)\}\{a-(2b-3c)\}$$

$$=a^2-(2b-3c)^2=a^2-4b^2+12bc-9c^2.$$

### 例 題.

- 1)  $x^2+x+1$  の平方ヲ書ケ.
- 2)  $a-3b+4c$  の平方ヲ書ケ.
- 3)  $2a^2+3a-5$  の平方ヲ書ケ.
- 4)  $x+y-z$  ト  $x-y+z$  ノ積ヲ書ケ.
- 5)  $3x^2-2x-1$  ト  $3x^2+2x+1$  ノ積ヲ書ケ.
- 6)  $a^2+ab+b^2$  ト  $a^2-ab+b^2$  ノ積ヲ書ケ.

### 33. 乗法 = 依テ

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab.$$

此亦大ニ利用セラル、公式ナリ.

(例 1)  $(x+3)(x-5)$  ノ積ヲ書ケ.

公式ニ於テ積ノ  $x$  ノ係數ハ元式ノ第二項ノ和ナリ、積ノ第三項ハ元式ノ第二項ノ積ナリ. 故ニ

3-5 即 -2 ヲ  $x$  ノ係數トシ  $3 \times (-5)$  即 -15 ヲ第三項トス. 答  $x^2-2x-15$ .

(例 2)  $(y^2-6a)(y^2-4a)$ . 答  $y^4-10ay^2+24a^2$ .

### 例 題.

次ノ各積ノ値ヲ直チニ書ケ.

- |                      |                          |
|----------------------|--------------------------|
| 1) $(x+6)(x+3)$ .    | 2) $(x+4)(x+9)$ .        |
| 3) $(x+7)(x-1)$ .    | 4) $(x+2)(x-6)$ .        |
| 5) $(x-3)(x+5)$ .    | 6) $(x+1)(x-8)$ .        |
| 7) $(x+6)(x-7)$ .    | 8) $(a-10)(a-8)$ .       |
| 9) $(y-3)(y+11)$ .   | 10) $(b^2+2)(b^2+5)$ .   |
| 11) $(x-3a)(x-2a)$ . | 12) $(a^2-5b)(a^2-8b)$ . |

[乗法ヲ心中ニテ行ヒ、下記各積ノ値ヲ書ケ]

- |                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| 13) $(x+3)(2x+1)$ .  | 14) $(3x+2)(x+2)$ .    |
| 15) $(3x-1)(x-4)$ .  | 16) $(a-5)(4a-3)$ .    |
| 17) $(x-2)(5x+1)$ .  | 18) $(3x-7)(x+4)$ .    |
| 19) $(2x+5)(3x-2)$ . | 20) $(4a-3b)(2a-7b)$ . |

## 第 二 章

## 因 數

34. 單項ナル因數. 或ル文字ガ  
一ツノ式ノ各項ニ通ジテ遍ク存在ス  
ルキハ其文字ハ其式ノ因數ナリ.

例ハ  $ab+ac=a(b+c).$

又  $ax-a^2x^2+a^3x^3=ax(1-ax+a^2x^2).$

又  $6a^3b^2x-9a^2b^3y=3a^2b^2(2ax-3by).$

故ニ單項因數ノ有無ハ一見シテ明  
ナリ.

## 例 題

下式ヲ單項因數ト多項因數ニ分解セヨ.

- |                            |                             |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $2x^3+3xy^2.$           | 2) $15a^4b+6a^3b^3.$        |
| 3) $6ax^3y^2-x^2y^4.$      | 4) $4a^3x^2-6a^2x^3+8ax^4.$ |
| 5) $8a^3bc^4+12a^2b^2c^3.$ | 6) $9b^4y-3b^3y^2-6b^2y^3.$ |

35. 前章ノ諸公式ハ又因數分解法  
ニ用キラル、モノナリ. 即チ

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b),$$

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

即チ, 二量ノ平方ノ差ナル式ハ二量  
ノ和ト差ノ積ニ等シ.

二量ノ平方ノ間ニ其積ノ二倍ヲ挾  
ム式ハ, 中項ガ正ナルキハ二量ノ和ノ  
平方ニ等シ, 中項ガ負ナルキハ二量ノ  
差ノ平方ニ等シ.

(例 1)  $4a^2-25=(2a+5)(2a-5).$

(例 2)  $x^2+8ax+16a^2=(x+4a)^2.$

(例 3)  $8ax^2-24a^2x+18a^3$   
 $=2a(4x^2-12ax+9a^2)$   
 $=2a(2x-3a)^2.$

## 例 題.

下記各式ヲ因數ニ分解セヨ.

- |                              |   |
|------------------------------|---|
| 1) $x^2-9.$                  | 2) $a^2-36y^2.$                                 |
| 3) $25x^2-4.$                | 4) $9x^2y^2-100a^2.$                            |
| 5) $\frac{4}{9}a^2-x^4.$     | 6) $\frac{1}{4}a^2b^2-\frac{36}{25}c^2.$        |
| 7) $x^2+2xy+y^2.$            | 8) $x^2+4x+4.$                                  |
| 9) $a^2+6ab+9b^2.$           | 10) $y^2-2y+1.$                                 |
| 11) $x^2-10x+25.$            | 12) $4a^2-4a+1.$                                |
| 13) $9a^2-12ax+4x^2.$        | 14) $a^2x^2-6abxy+9b^2y^2.$                     |
| 15) $49a^4+14a^2+1.$         | 16) $3+12a^2x+12a^4x^2.$                        |
| 17) $4x^2+x+\frac{1}{16}.$   | 18) $\frac{a^2}{4}-\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{9}.$ |
| 19) $-a^2+8ax-16x^2.$        | 20) $12xy-36x^2-y^2.$                           |
| 21) $a^4-16b^4.$             | 22) $81a^4x^4-y^4.$                             |
| 23) $45xyz^2-20x^3y^3.$      |   |
| 24) $a^3x-24a^2x^2+144ax^3.$ |   |

$$36. x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

ヲ應用スルヲ甚多シ.

(例1)  $x^2+5x+6$  ヲ因數ニ分解セヨ.

二數ノ和ガ5ニシテ積ガ6ナルモノヲ案スレハ2ト3ナリ. 答  $(x+2)(x+3).$

實際ニ乘法ヲ行ヒテ元式ニナルカ否ヲ驗スベシ. (凡テ因數分解ニハ此驗算ヲ行フベシ)

(例2)  $x^2-5x+6$  ノ因數ヲ求ム.

二數ノ和ガ-5ニシテ積ガ6ナルモノヲ案スレハ-2ト-3ナリ. 答  $(x-2)(x-3).$

(注意) 例1及例2ノ如ク二次式ノ獨立項( $x$ ヲ含マザル項)ガ正號ナルキハ因數ノ第二項ハ同號(共ニ正或ハ共ニ負)ナリ. 而シテ元式ノ第二項ガ正號ナルキハ因數ノ第二項ハ共ニ正號也. 元式ノ第二項ガ負號ナルキハ因數ノ第二項ハ共ニ負號也.

(例3)  $x^2-7x-18$  ノ因數ヲ求ム.

第三項ガ負ナルヲ以テ因數ノ第二項ハ正ト負ナリ. 仍テ差ガ7ニシテ積ガ18トナルハ2ト9ヲ

リ,中項負ナルヲ以テ大ナル方即チ9ガ負ナリ.

答  $(x+2)(x-9)$ .

(例4)  $x^2+7x-18$  ノ因數ヲ求ム.

答  $(x-2)(x+9)$ .

### 例 題.

下記各式ノ因數ヲ求ム.

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| 1) $x^2+4x+3$ .          | 2) $x^2+6x+8$ .                          |
| 3) $x^2-7x+6$ .          | 4) $x^2-7x+12$ .                         |
| 5) $x^2+15x+14$ .        | 6) $x^2-11x+18$ .                        |
| 7) $x^2+x-6$ .           | 8) $x^2+4x-12$ .                         |
| 9) $x^2-3x-28$ .         | 10) $a^2-8a-20$ .                        |
| 11) $b^2+12b-28$ .       | 12) $x^2+6xy+8y^2$ .                     |
| 13) $a^2-3ab-10b^2$ .    | 14) $a^4+a^2y-12y^2$ .                   |
| 15) $36x^4-5ax^2-a^2$ .  | 16) $a^2+\frac{5}{6}ax+\frac{1}{6}x^2$ . |
| 17) $7x-10-x^2$ .        | 18) $8a-12a^2-1$ .                       |
| 19) $m^2y+6my^2-27y^3$ . | 20) $a^3bx-3a^2bx^2+2abx^3$ .            |

37.  $ax^2+bx+c$  ナル形ノ式ニテモ簡單ナル場合ニ於テハ視察ニ由テ其因數ヲ發見スルヲ得.

例ハ  $2x^2-7x+3$  ノ因數ヲ索ル.  $2x^2$  ハ  $2x$  ト  $x$  トヲ乘シテ得ベシ,  $3$  ハ  $3$  ト  $1$  トヲ乘シテ得ベシ,故ニ試算ヲ爲ス下ノ如シ,但シ試算ニハ中項ノ係數ヲ算シ,而シテ後,其適當ナルモノニ就テ更ニ檢算ヲ爲スベシ.

$\begin{array}{r} 2x \ 3 \\ x \ 1 \\ \hline 3 \\ 2 \\ \hline 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2x \ 1 \\ x \ 3 \\ \hline 1 \\ 6 \\ \hline 7 \end{array}$	檢算	$\begin{array}{r} 2x-1 \\ x-3 \\ \hline 2x^2-x \\ -6x+3 \\ \hline 2x^2-7x+3 \end{array}$
---	---	----	--

答  $(2x-1)(x-3)$ .

### 例 題.

各式ノ因數ヲ求ム.

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1) $2x^2+5x+3$ .  | 2) $2x^2+11x+5$ . |
| 3) $3x^2-22x+7$ . | 4) $5x^2-9x-2$ .  |

- 5)  $7x^2+4x-3$ .      6)  $2x^2+7x+6$ .  
 7)  $2x^2-xy-15y^2$ .      8)  $8a^2+6ab-5b^2$ .  
 9)  $24-10a-4a^2$ .      10)  $6a^3-31ax+35x^2$ .

**38.** 下記ノ公式モ屢引用セラル、  
 モノナリ。

$$x^3+a^3=(x+a)(x^2-ax+a^2),$$

$$x^3-a^3=(x-a)(x^2+ax+a^2).$$

(例1)  $8x^3+125=(2x)^3+5^3=(2x+5)(4x^2-10x+25)$ .

(例2)  $a^3b^3-\frac{c^3}{27}=(ab-\frac{c}{3})(a^2b^2+\frac{abc}{3}+\frac{c^2}{9})$ .

### 例 題

各式ノ因數ヲ求ム。

- 1)  $a^3+27b^3$ .      2)  $64x^3-8y^3$ .  
 3)  $125a^3-8b^6$ .      4)  $a^6-b^6$ .

**39.** 稍複雑ナル式ニテモ項ノ順序  
 ナ變化シ或ハ之ヲ適宜ニ括リ合セテ  
 其ノ因數ヲ見出シ得ベキモノアリ。

(例1)  $a^2+3b^2-c^2+2bc-4ab$ ノ因數ヲ求ム。

$$\text{此式} = a^2-4ab+4b^2-4b^2+3b^2-c^2+2bc$$

$$= (a-2b)^2 - (b-c)^2$$

$$= (a-b-c)(a-3b+c).$$

(例2)  $ax^3+x+a+1$ ノ因數ヲ求ム。

$$\text{此式} = a(x^3+1)+x+1$$

$$= (x+1)\{a(x^2-x+1)+1\}.$$

(例3)  $x^4-10x^2+9$ ノ因數ヲ求ム。

$$x^4-10x^2+9 = (x^2-1)(x^2-9)$$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)(x+3).$$

(例 4)  $x^4 + x^2 + 1$  の 因 數 ヲ 求 ム.

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 + 1 &= (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \\ &= (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1). \end{aligned}$$

(例 5)  $x^4 - 13x^2 + 4$  の 因 數 ヲ 求 ム.

$$\begin{aligned} x^4 - 13x^2 + 4 &= (x^2 - 2)^2 - 9x^2 = (x^2 - 2 - 3x)(x^2 - 2 + 3x) \\ &= (x^2 - 3x - 2)(x^2 + 3x - 2). \end{aligned}$$

[因 數 ト 云 フ 代 リ ニ 因 子 ト 云 フ ト モ ア リ]

### 雜 題.

下ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

- 1)  $2a^5 - 13a^3x^2$ .    2)  $4x^2 + 4(a+b)x + (a+b)^2$ .
- 3)  $(a-b)^2 - 9(c-d)^2$ .    4)  $ax^2 - 19ax + 90a$ .
- 5)  $x^3 - 6x^2 - 91x$ .    6)  $(x-2)(x-3)^2 - (x-2)^3$ .
- 7)  $56y^2 - 15y^3 + y^4$ .    8)  $t^2 - 16t - 260$ .
- 9)  $54a^2 - 3ax - x^2$ .    10)  $2x^2 - 7x + 6$ .
- 11)  $3x^2 + 23xy + 14y^2$ .    12)  $a^6 - 64$ .
- 13)  $16x^4 - 625x^4$ .    14)  $x^4 - 13x^2 + 36$ .
- 15)  $x^2 - \frac{3}{4}xy - \frac{1}{4}y^2$ .    16)  $x^2 + \left(a + \frac{1}{a}\right)x + 1$ .

- 17)  $1 - (m^2 + n^2) + 2mn$ .    18)  $a^3 + b^3 + a + b$ .
- 19)  $x^4 - 23x^2 + 1$ .    20)  $x^4 - 11x^2 + 1$ .
- 21)  $a^4 - 12a^2 + 4$ .    22)  $4x^4 + 3x^2 + 1$ .
- 23)  $x^4 + x^2y^2 + y^4$ .    24)  $4y^4 - 48a^2y^2 + 9a^4$ .
- 25)  $x^8 + x^4 + 1$ .    26)  $250(x-y)^3 + 2$ .
- 27)  $x^3 + x^2y - x - y$ .    28)  $1 + a^2b^2 - (a^2 + b^2)$ .
- 29)  $a^3p^2 - 8p^2y^3 - 4a^3p^2 + 32p^2y^3$ .
- 30)  $(3x^2 + x - 2)^2 - (x^2 - x - 2)^2$ .
- 31)  $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$ .
- 32)  $2(a^2 + b^2)(a+b)^2 - (a^2 - b^2)^2$ .
- 33)  $x^4 - 2a^2x^2 - 2b^2x^2 + a^4 + b^4 - 2a^2b^2$ .

## 第 三 章

## 最 大 公 約 數.

40. ニツ以上ノ整式ノ最大公約數トハ其各式ヲ割切ルヲ得ベキ整式中ニテ次數ノ最大ナルモノ即チ最高次ナルモノヲ云フ.

最大公約數ヲ G. C. M. ト略記スルコアリ.

先ヅ簡單ナル例ヲ示サン.

(例 1)  $a^4b^3c$ ,  $ab^4c^2$ ,  $b^2c^3$  ノ最大公約數ヲ求ム.

$a$  ハ總テニ通セズ.  $b$  ハ總テニ通シ而シテ最低ナル指數ハ 2 ナリ, 故ニ  $b^2$  ハ各式ヲ整除シ其ヨリ高次ナル  $b$  ハ整除セズ.  $c$  ハ總テニ通シ而シテ最低ナル指數ハ 1 ナリ即チ只ノ  $c$  ガ總式ニ通ス.

答  $b^2c$ .

此理ニ由テ,

(法則) 總テノ式ニ通スル因數ヲ書シ其各因數ノ指數ハ夫々式中ノ最モ低キモノト同一ナラシムベシ, 若シ係數ノ最大公約數アルキハ最初ニ之ヲ索メテ文字ノ前ニ置クベシ.

多項式ノ最大公約數ヲ求ムルニハ先ツ之ヲ因數ニ分解シ而シテ此法ヲ行フベシ, 但シ因數ノ索メ難キ場合ハ第 42, 43 節ノ法ニ從フベシ.

(例 2)  $6a^2bc^3$ ,  $4abc^4d$  ノ最大公約數ヲ求ム.

答  $2abc^3$ .

(例 3)  $9ab^2(a^2-b^2)$ ,  $6b^4(a+b)$ ,  $12b^3(a+b)^2$  ノ最大公約數ヲ求ム.

$(a^2-b^2)=(a+b)(a-b)$  ナルヲ以テ  $(a+b)$  ハ

各式ニ通ス.

答  $3b^3(a+b)$ .



## 例 題

下ノ各題ニ記セル式ノ最大公約數ヲ求ム。

- 1)  $a^2x^3, a^4x.$
- 2)  $6ab^3, 4a^2b^2x.$
- 3)  $18a^3bx^2, 12a^2b^2x.$
- 4)  $ab^4, a^3b^5c, 3ab^3c.$
- 5)  $9a^2b^3x^3, 12ab^2x^4, 6bx^5.$
- 6)  $8x^3y^2, 20xy^3z, 12y^4z^2.$
- 7)  $6a^2b(a-b), 4a(a-b)^2.$
- 8)  $a^2-b^2, 5(a+b)^2.$
- 9)  $x^2-3xy, x^2-9y^2.$
- 10)  $x^4+8a^3x, (x+2a)^3.$
- 11)  $x^2+3x+2, x^2+5x+6.$
- 12)  $a^2-4ab+3b^2, a^2+a'-12b^2.$

- 13)  $2y^2-7y+3, 3y^2-7y-6.$
- 14)  $2x^2+5xy-3y^2, 2x^2-9xy+4y^2.$
- 15)  $x^2+x, (x+1)^2, x^3+1.$
- 16)  $x^2-5x+6, x^2+3x-10, x^3-9x+14.$

## 第 四 章

## 最 小 公 倍 數.

41. ニツ以上ノ整式ノ最小公倍數トハ其各式ニテ割切ルヲ得ベキ整式ノ中ニテ次數ノ最小ナルモノ即チ最低次ナルモノヲ云フ.

最小公倍數ヲ L. C. M. ト略記スルヲアリ.  
先ツ簡單ナル例ヲ示スベシ.

(例 1)  $ab^2, b^3c, a^2bc^2$ . 此三式ノ最小公倍數ヲ求ム.

此各式ニテ整除セラル、ニハ  $a^2$  ト  $b^3$  ト  $c^2$  トヲ要ス.

答  $a^2b^3c^2$ .

此理ニ由テ,

(法則) 各式ノ中ニ存スル總テノ因數ヲ書キ,其各因數ノ指數ハ夫々式中ノ最モ高キモノト同一ナラシムベシ,  
若シ數字係數アルキハ最初ニ其ノ最小公倍數ヲ索メテ之ヲ文字ノ前ニ置クベシ.

多項式ノ最小公倍數ヲ求ムルニハ先ツ之ヲ因數ニ分解シ而シテ此法ヲ行フベシ,但シ視察ニ由テ因數ノ索メ難キ場合ハ第 44, 45 節ノ法ニ從フベシ.

(例 2)  $6a^3b^2$  ト  $4a^2b^4c$  ノ最小公倍數ヲ求ム.

答  $12a^3b^4c$ .

(例 3)  $a^4b - a^2b^3$  ト  $2a^2b^3 + 2ab^4$  ノ最小公倍數ヲ求ム.

$$a^4b - a^2b^3 = a^2b(a^2 - b^2)$$

$$= a^2b(a-b)(a+b).$$

$$2a^2b^3 + 2ab^4 = 2ab^3(a+b).$$

答  $2a^2b^3(a-b)(a+b).$

### 例 題.

下ノ各題ニ記セル式ノ最小公倍數ヲ求ム.

- 1)  $a^2bx, ax^3.$
- 2)  $6ax^2, 4abc.$
- 3)  $2x^4y, 8x^2y^3z.$
- 4)  $ax^2, a^2xy, 3xy^2.$
- 5)  $9a^2b^3x, 12abx^2y, 6xy^3.$
- 6)  $x(x+a)^3, ax^2(x+a).$
- 7)  $9ax(a+x)^2, 15a^2(a^2-x^2).$
- 8)  $x^2-6x+5, x^2+5x-6.$
- 9)  $x^2-2xy-3y^2, x^2+2xy-15y^2.$

10)  $x^2-1, x^3+1, x^3-1.$

11)  $9(x^2-16), 6(x+3), x^2-x-12.$

12)  $x^2-xy-6y^2, 2xy-x^2-y^2, x^2-4xy+3y^2.$

13)  $2x^2-11ax+5a^2,$

$$2x^3+5ax^2-3a^2x,$$

$$x^4-2ax^3-15a^2x^2.$$

第 五 章

餘 論

42. 因數ヲ見出シ難キ二式ノ最大公約數ヲ求ムルニハ除法ヲ續行スルヲ算術ノ場合ノ如シ、即チ先ツ一例ヲ示サン。

(例 1)  $x^3+3x^2-4$  ト  $x^3+4x^2-5$  トノ最大公約數ヲ求ム。

$$\begin{array}{r}
 x^3+3x^2-4 \quad x^3+4x^2-5(1) \\
 \underline{x^3+3x^2-4} \\
 x^2-1x^3+3x^2-4(x+3) \\
 \underline{x^3-x} \\
 3x^2+x-4 \\
 \underline{3x^2-3} \\
 x-1x^3-1(x+1) \\
 \underline{x^2-x} \\
 x-1 \\
 \underline{x-1} \\
 0
 \end{array}$$

答  $x-1$ 。

之ヲ説明スル爲メニ此演算ニ現ハル、式ニ記號ヲ附スルヲ下ノ如シ。

$$\begin{array}{r}
 B) A(p) \\
 \underline{Bp} \\
 C) B(q) \\
 \underline{Cq} \\
 D) C(r)
 \end{array}$$

然ルニハ  $A=pB+C$ 。

故ニ  $A$  ハ  $B, C$  ノ G. C. M. ニテ整除スルヲ得。

又勿論  $B$  ハ  $B, C$  ノ G. C. M. ニテ整除スルヲ得。

又  $C=A-pB$ 。

故ニ  $C$  ハ  $A, B$  ノ G. C. M. ニテ整除スルヲ得。

又勿論  $B$  ハ  $A, B$  ノ G. C. M. ニテ整除スルヲ得。

仍テ  $A, B$  ノ G. C. M. ハ  $B, C$  ノ G. C. M. ニ等シ。

同様ニ  $B, C$  ノ G. C. M. ハ  $C, D$  ノ G. C. M. ニ等シ。

追テ斯ノ如クナルヲ以テ最終ノ除數ハ其ノ被除數除數ノ G. C. M. ナルヲ勿論ナリ、故ニ最終ノ除數ハ原二式ノ G. C. M. ナリ。

仍テ二式ノ G. C. M. ヲ求ムル法則下ノ如シ。

(法則) 一式ヲ以テ他式ヲ除シ、其剩餘ヲ以テ前ノ除數ヲ除シ次第ニ斯ノ如クシテ遂ニ剩餘ナキニ至リテ止ム、然ルキハ最終ノ除數ハ原二式ノ最大公約數ナリ。

但シ此方法タルヤ、多項式ナル G.C.M.ヲ求ムルニ用キルヲ以テ、此演算中、各楷ノ除數被除數、剩餘ハ如何ナル單項式モテ割ルモ或ハ掛ルモ決シテ此法ノ真正ヲ傷ツケズ、故ニ商ニ分數形ノ項ノ現ハレザル爲メニ剩餘ノ單項因數ヲ除去シ又ハ被除數ニ適宜ノ單項式ヲ乘スルコトアリ、下例ノ如シ。

(例 2)  $2x^5 - 5ax^4 + 2a^2x^3 + x^4 + 4ax^3 - 4a^2x^2 - 16a^3x$  ノ最大公約數ヲ求ム。

$$\text{第一式} = x^3(2x^2 - 5ax + 2a^2),$$

$$\text{第二式} = x(x^3 + 4ax^2 - 4a^2x - 16a^3).$$

故ニ單項因數ノ G.C.M.ハ  $x$  ナリ、而シテ多項

因數ノ G.C.M.ヲ求ムルコト下ノ如シ。

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5ax + 2a^2 \quad x^3 + 4ax^2 - 4a^2x - 16a^3 \\ \underline{2x^3 + 8ax^2 - 8a^2x - 32a^3} \quad (x) \\ 2x^2 - 5ax^2 + 2a^2x \\ \underline{13ax^2 - 10a^2x - 32a^3} \\ 2 \\ \underline{26ax^2 - 20a^2x - 64a^3} \quad (13a) \\ 26ax^2 - 65a^2x + 26a^3 \\ \underline{45a^2x - 90a^3} \\ x - 2a \quad 2x^2 - 5ax + 2a^2 \quad (2x - a) \\ \underline{2x^2 - 4ax} \\ - ax + 2a^2 \\ \underline{- ax + 2a^2} \end{array}$$

答  $x(x-2a)$ .

43. 數多ノ多項式ノ G.C.M.ヲ索ムルニ當リ、其因數ヲ視察ニ由テ見出スル能ハザル場合ニハ、

(法則) 先ツ其中ノ任意ノ二式ノ G.C.M.ヲ索メ、此結果ト第三式トノ G.C.M.ヲ索ム、是レ此三式ノ G.C.M.ナリ。  
第四式アラバ之ト前ノ結果トノ G.C.

M. ナ 求 ム ベ シ . 以 下 逐 テ 斯 ノ 如 シ .

### 例 題 .

下ノ各題ニ記セル式ノ最大公約數ヲ求ム.

- 1)  $x^2 - 8x + 15, x^2 + 7x - 30.$
- 2)  $2x^2 - 7x + 3, 4x^3 - 8x^2 - 9x + 6.$
- 3)  $a^3 - 3ax^2 + 2x^3, a^3 - 5a^2x + 7ax^2 - 3x^3.$
- 4)  $x^3 + 2x^2y - 13xy^2 + 10y^3,$   
 $x^4 - 3x^3y + 6xy^3 - 4y^4.$
- 5)  $2y^4 - 2y^3 + y^2 + 3y - 6, 4y^4 - 2y^3 + 3y - 9.$
- 6)  $3x^2 + 10x - 48, x^3 + 7x^2 - 36, x^3 - 38x - 12.$
- 7)  $a^3 - 6a^2 + 7a + 4,$   
 $a^3 + 2a^2 - 9a - 4,$   
 $a^3 - 4a^2 + 3a + 2.$

44. 視察ニテ因數ヲ見出シ難キ二式ノ最小公倍數ヲ索ムルニハ,

(法則) 先ツ第42節ノ法則ニ由リ其二式ノ最大公約數ヲ索メ而シテ此最大公約數ヲ以テ二式ノ一ヲ割リ其商ヲ他ノ一式ニ掛ケヨ.

何トナレハ  $A$  ト  $B$  トヲ任意ノ二式トシ  $G$  ヲ其ノ G. C. M. トシ, 而シテ  $A$  ト  $B$  トヲ  $G$  ニテ割リタル商ヲ夫々  $\alpha, \beta$  トスレハ

$$A = G \times \alpha,$$

$$B = G \times \beta,$$

而シテ  $\alpha$  ト  $\beta$  トハ公約數ヲ有セズ, 故ニ  $A$  ト  $B$  トノ L. C. M. ハ  $G \times \alpha \times \beta$  ナリ, 仍テ  $A \times \frac{B}{G}$  或ハ  $B \times \frac{A}{G}$  ナリ.

(例)  $a^2x^4 + 4a^2x^3 - 5a^2x$  及  $abx^5 + 5abx^4 - 6abx^3$

ノ L. C. M. ヲ求ム.

$$a^2x^4 + 4a^2x^3 - 5a^2x = a^2x(x^3 + 4x^2 - 5),$$

$$abx^5 + 5abx^4 - 6abx^3 = abx^3(x^2 + 5x - 6).$$

故 = 單項因數ノ L. C. M. ハ 視察ニ依リ  $a^2bx^2$  ナリ.

多項因數ノ G. C. M. ハ 第 42 節ノ法則ニ從ヒ演算シテ  $x-1$  ナルヲ知ル.

而シテ割算ニ由リ

$$(x^3 + 4x^2 - 5) \div (x-1) = x^2 + 5x + 5.$$

故 = 多項因數ノ L. C. M. ハ  $(x^2 + 5x + 5)(x^3 + 5x^2 - 6)$  ナリ,

或又  $(x^3 + 5x^2 - 6) \div (x-1) = x^2 + 6x + 6$  ナルユエ,  $(x^2 + 6x + 6)(x^3 + 4x^2 - 5)$  トスルモ可ナリ. 然レモ L. C. M. ヲ欲スル通例ノ目的ニハ其 L. C. M. ハ如何ナル因數ヨリ成ルカラ明示スルヲ可トス, 故 =  $G \times \alpha \times \beta =$  倣ヒ  $(x-1)(x^2 + 5x + 5)(x^2 + 6x + 6)$  ナル形ヲ採用ス.

故 = 本題ノ L. C. M. ハ

$$a^2bx^2(x-1)(x^2 + 5x + 5)(x^2 + 6x + 6).$$

**45.** 數多ノ多項式ノ最小公倍數ヲ索ムルニ當リ, 其因數ヲ視察ニ由テ見

出ス能ハザル場合ニハ,

(法則) 先ツ其中ノ任意ノ二式ノ L. C. M. ヲ索メ, 此結果ト第三式ノ L. C. M. ヲ索ム, 是レ此三式ノ L. C. M. ナリ. 第四式アラバ之ト前ノ結果トノ L. C. M. ヲ索ムベシ, 餘ハ之ニ倣フ.

## 例 題

下ノ各題ニ記セル式ノ最小公倍數ヲ求ム.

- 1)  $x^2 + 2x - 8, x^3 - x^2 - 17x + 12.$
- 2)  $9x^3 - a^2x - 2a^3, 3x^3 - 10ax^2 - 7a^2x - 4a^3.$
- 3)  $x^3 + 4x^2y - 8xy^2 + 24y^3, x^4 - x^3y + 8xy^3 - 8y^4.$
- 4)  $x^2 + 3x - 4,$   
 $x^3 + 2x^2 - 11x - 12,$   
 $x^3 - 4x^2 + x + 6.$

下ノ各題ノ最大公約數及最小公倍數ヲ求ム。

- 5)  $6(a-3x)^2, 4a^2(a^2-9x^2), 8a(a^3-27x^3)$ .  
 6)  $x^4+x^3-14x-24, x^4-8x^2-x+12$ .  
 7)  $x^2+2x-3, x^3+3x^2-x-3, x^3+4x^2+x-6$ .

## 雜 題.

1) 次ノ各式ヲ算セヨ.

(1)  $(7x-12y)^2$ .

(2)  $(3a-b+2c)(3a+b-2c)$ .

(3)  $(2m-n)^2+(m+2n)^2-5(m+n)(m-n)$ .

2)  $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3,$   
 $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.$  } ナル公式ニ由

テ下式ヲ算セヨ.

(1)  $(a+2)^3$ .                      (2)  $(2x-y)^3$ .

(3)  $(ab-x^2)^3$ .                      (4)  $(2a+3b)^3$ .

3)  $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$  ナル

公式ニ由リテ下式ヲ算セヨ.

(1)  $(x+y+z)^2$ .                      (2)  $(a-b-3)^2$ .

(3)  $(2a+l-3c)^2$ .



4) 下式ヲ證明セヨ.

$$(1) (y+z)^2+(z+x)^2+(x+y)^2-(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2.$$

$$(2) (a+b+c)^2+(-a+b+c)^2+(a-b+c)^2+(a+b-c)^2 \\ =4(a^2+b^2+c^2).$$

5)  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$  ヲ利用シテ下式ヲ算セヨ.

$$(1) 205^2-198^2. \quad (2) 374^2-284^2.$$

6)  $3x^3-7x^2+ax-8$  ガ  $x-4$  ニテ整除セラレ、爲メニハ  $a$  ノ値ヲ幾何ニスベキカ?

7)  $4x^3-x^2+ax+b$  ガ  $x^2-2x+3$  ニテ整除セラレ、ニ必要ナル  $a$  及  $b$  ノ値ヲ問フ.

下ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$$8) 25a^2-30ab+9b^2.$$

$$9) (a+b-c)^2-16(c-d)^2.$$

$$10) (x+y)^2-8(a+b)(x+y)+15(a+b)^2.$$

$$11) a^4+a^3b-ab^3-b^4.$$

$$12) x^4-14x^2y^2+y^4.$$

$$13) x^2y^2-x^2z^2-y^2z^2+z^4.$$

$$14) (x^2+4x)^2-2(x^2+4x)-15.$$

$$15) a^4+4b^4. \quad 16) 64x^4+y^4.$$

$$17) a^4+x^4. \quad 18) y^4+9z^4.$$

下ノ各題ニ於テ最大公約數ヲ求ム.

$$19) a^3b^3+ab^5, \quad a^6-a^2b^4.$$

$$20) 6x^2-9xy, \quad 4x^2y-9y^3.$$

$$21) x^4-27a^3x, \quad (x-3a)^2.$$

$$22) a^6x^2-4a^4x^4, \quad a^6x^2-16a^2x^6.$$

$$23) a^3x^2-ax^3-12x^4, \quad a^3x-9a^2x^2+20ax^3.$$

$$24) x^5-xy^2, \quad x^3+x^2y+xy+y^2.$$

$$25) 6x^2+x-1, \quad 2x^2+11x+5, \quad 2x^2-3x-2.$$

$$26) 2x^4+7x^3-5x^2-19x+6,$$

$$4x^5+12x^4-5x^3+10x-3.$$

下ノ各題ニ於テ最小公倍數ヲ求ム.

$$27) 18ab(a^2+x^2), \quad 4bx(a^4-x^4).$$

- 28)  $x^2 - 5x + 4$ ,  $x^2 - 6x + 8$ .
- 29)  $x^2 - 5ax - 6a^2$ ,  $x^2 - 4ax - 12a^2$ .
- 30)  $1 - 11ab^2 + 30a^2b^4$ ,  $a + 2a^2b^2 - 35a^3b^4$ .
- 31)  $15(a^2b - ab^2)$ ,  $21(a^3 - ab^2)$ ,  $35(ab^2 + b^3)$ .
- 32)  $x^2 - 1$ ,  $x^2 + 1$ ,  $x^4 + 1$ ,  $x^8 - 1$ .
- 33)  $a^2 + ax - 20x^2$ ,  
 $24x^3 + a^2x - 10ax^2$ ,  
 $a^2x + 30ax^2 - a^3$ .

## 第五編 分數式.

### 第 一 章.

#### 本 性 及 誘 化 法.

46. 分數式ハ或式ヲ以テ或式ヲ除シタル商ト見ルベシ,故ニ分數式ノ算法ハ算術ノ分數ノ算法ト異ナルコトナシ,下記ノ定理ノ如キモ全ク算術ノモノト同形ナリ.

同數ヲ分數式ノ兩項(即チ分母分子)ニ乘スルモ又ハ同數ニテ兩項ヲ除スルモ分數式ノ値ハ變セズ. 即チ

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}, \quad \text{又} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div n}{b \div n}.$$

何トナレハ  $\frac{a}{b} = k$  トスレハ

$$a = kb,$$

之ニ  $m$  ヲ乘スレハ  $am = kbm,$

$$\therefore k = \frac{am}{bm},$$

$$\text{即 } \frac{a}{b} = \frac{am}{bm}.$$

又  $a = kb$  ヲ  $n$  ニテ除スレハ  $a \div n = kb \div n,$

$$\therefore a \div n = k(b \div n),$$

$$\therefore k = \frac{a \div n}{b \div n},$$

$$\text{即 } \frac{a}{b} = \frac{a \div n}{b \div n}.$$

次ノ二節(約分法,通分法)ハ全ク此定理ニ基ツク。

## 約 分 法.

47. 分子ト分母ニ共通セル因數ヲ消去スルヲ約分スルト云フ,其法則下ノ如シ.

(法則) 分數式ヲ最低項ノ分數式(或ハ已約分數式トモ云フ)ニナスニハ分子及分母ニ共通スル因數ヲ盡ク對消スベシ. 若シ視察ニ由テ共通スル因數ヲ見出シ難キハ先ツ最大公約數ヲ求メ之ヲ以テ兩項ヲ除スベシ.

(例 1)  $\frac{6a^2x^4y}{9a^3bx^2y}$  ヲ最低項ノモノニ化セヨ.

$$\frac{2 \overset{2}{\cancel{a^2}} \overset{2}{\cancel{x^4}} y}{\overset{3}{\cancel{a^3}} \overset{2}{\cancel{a}} b \overset{2}{\cancel{x^2}} y} = \frac{2x^2}{3ab}.$$

(例 2)  $\frac{a^2-ax}{x^2-a^2}$  ヲ已約分數式ニ化セヨ.

$$\frac{a^2-ax}{x^2-a^2} = \frac{a(a-x)}{(x-a)(x+a)} = -\frac{a}{x+a}.$$

### 例 題.

下ノ各式ヲ約セヨ.

1)  $\frac{a^3b}{a^2b^4c}$     2)  $\frac{8a^2bx^3}{4ab^3x}$     3)  $\frac{5a^3x^4y}{7a^5x^3}$

4)  $\frac{12a^3b(x-y)}{54ab(x-y)^3}$     5)  $\frac{15a^2x^2}{10a^3-ax^2}$

6)  $\frac{x^3+ax^2}{x^2-a^2}$     7)  $\frac{4a^3b+8a^2b^2}{3a^2b^2+6ab^3}$     8)  $\frac{4x^2-4}{x^3-1}$

9)  $\frac{x^2-3x}{x^2-x-6}$     10)  $\frac{x^2+3x-10}{x^2-6x+8}$

11)  $\frac{a^2-5ab+6b^2}{a^2+3ab-18b^2}$     12)  $\frac{a^4-b^4}{(a+b)(a^3-b^3)}$

13)  $\frac{x^4+(2b^2-a^2)x^2+b^4}{x^4+2ax^3+a^2x^2-b^4}$

14)  $\frac{2x^3+5ax^2+a^2x-3a^3}{3x^4+3ax^3-4a^2x^2-a^3x+a^4}$

15)  $\frac{2y^4-3y^3+4y^2-9}{2y^4+5y^3-10y^2-7y+6}$

16)  $\frac{3x^4-10x^3y-x^2y^2+14xy^3-6y^4}{3x^4-4x^3y+3x^2y^2+10xy^3-6y^4}$

### 通 分 法.

48. 數多ノ分數式アリテ其分母ガ同一ナラザルキニ、各分數式ノ値ヲ變スルコト無クシテ總テ同一ノ分母ヲ有スル様ニ之ヲ化スルコトヲ通分ト云フ、通分ノ法則下ノ如シ。

(法則) 先、ソノ總テノ分母ノ最小公倍數ヲ索ムベシ、此最小公倍數ヲ各分數式ノ分母ニテ割リ其商ヲ各、其分數式ノ分子ト分母ニ乗セヨ。

(例)  $\frac{2}{a^2(x+y)}, \frac{x}{a^3(x-y)}, \frac{1}{a(x^2-y^2)}$  ヲ通分

セヨ.

諸分母ノ L. C. M. ハ  $a^3(x^2-y^2)$  ナリ。此 L. C. M.

ヲ各分數ノ分母ニテ割レハ、夫々  $a(x-y)$ ,  $x+y$ ,  $a^2$  ナル商ヲ得。仍テ、

$$\frac{2}{a^2(x+y)} = \frac{2 \times a(x-y)}{a^2(x+y) \times a(x-y)} = \frac{2a(x-y)}{a^3(x^2-y^2)},$$

$$\frac{x}{a^3(x-y)} = \frac{x \times (x+y)}{a^3(x-y) \times (x+y)} = \frac{x(x+y)}{a^3(x^2-y^2)},$$

$$\frac{1}{a(x^2-y^2)} = \frac{a^2}{a(x^2-y^2) \times a^2} = \frac{a^2}{a^3(x^2-y^2)}.$$

(結果ノ分母ハ皆同一ニシテ即チ前ノ L. C. M. ニ等シクナルベキユエ分母ノ方ハ掛算ヲ實行スルニ及ハズ、但シ初學者ハ暫ク上例ノ如ク演算シテ以テ通分ノ性質ヲ熟解スルノ助ト爲セ.)

### 例 題

下ノ各題ニ通分法ヲ行ヘ。

1)  $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}$

2)  $\frac{5}{6x}, \frac{3}{8x}$

3)  $\frac{5}{4a}, \frac{1}{6a^2}, \frac{7}{3a^3}$

4)  $\frac{b}{a^2x}, \frac{5b}{2ax^2}, \frac{a}{4x^3}$

5)  $\frac{2}{x}, \frac{1}{4x}, \frac{7b}{9x^2}, \frac{5ab^2}{6x^4}$

6)  $\frac{a}{bc}, \frac{b}{ca}, \frac{c}{ab}$       7)  $\frac{3}{2a-2}, \frac{a}{ab-b}$

8)  $\frac{a}{(x-a)^2}, \frac{x}{a^2-x^2}$       9)  $\frac{x}{ab^2}, \frac{3}{a^2}, \frac{4}{b(x-a)}$

10)  $\frac{2}{x-1}, \frac{1}{x-2}, \frac{5}{x+3}$

11)  $\frac{a}{x-a}, \frac{x}{a-x}, \frac{a^2}{x^2-a^2}, \frac{x^2}{a^2-x^2}$

## 第 二 章

## 加 法 減 法

49. 分數式ノ和(或ハ差)ヲ求ムルニ  
ハ、

(法則) 其分數式ガ同ジ分母ヲ有ス  
ルキハ、分子ノ和(或ハ差)ヲ分子トシ、公  
通セル分母ヲ分母トスル所ノ分數式  
ヲ作ルベシ。

異分母ナルトキハ先ツ之ヲ通分スベ  
シ、而後ハ前述ノ如クスベシ。

$$(例1) \quad \frac{b}{a} = \frac{c}{a} \quad \text{ヲ加ヘヨ。}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}.$$

$$(例2) \quad \frac{a+b}{2ab} \quad \text{ヨリ} \quad \frac{a-b}{2ab} \quad \text{ヲ引ケ。}$$

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2ab} - \frac{a-b}{2ab} &= \frac{(a+b)-(a-b)}{2ab} \\ &= \frac{2b}{2ab} = \frac{1}{a}. \end{aligned}$$

$$(例3) \quad \frac{a}{x-a} + \frac{a^2}{a^2-x^2} \quad \text{ノ値ヲ求ム。}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{x-a} + \frac{a^2}{a^2-x^2} &= \frac{a(x+a)}{x^2-a^2} + \frac{-a^2}{x^2-a^2} \\ &= \frac{ax}{x^2-a^2}. \end{aligned}$$

$$(例4) \quad 1 - \frac{x}{a} + \frac{bx-x^2}{ab} \quad \text{ヲ一ツノ分數式ニ}$$

化セヨ。

$$\begin{aligned} 1 - \frac{x}{a} + \frac{bx-x^2}{ab} &= \frac{ab-bx+bx-x^2}{ab} \\ &= \frac{ab-x^2}{ab}. \end{aligned}$$

(例5)  $\frac{1}{x-3} - \frac{3}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x+3}$  ヲ簡

單ニセヨ。

似寄リタル項ヲ一群ヅ、ニシテ處理スルルハ  
大ニ勞ヲ省クヲ得ルコトアリ。即チ本題ニ於テハ

$$\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{(x+3) - (x-3)}{x^2-9} = \frac{6}{x^2-9},$$

$$-\frac{3}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{-3(x+1) + 3(x-1)}{x^2-1}$$

$$= \frac{-6}{x^2-1}.$$

仍テ本題ノ式  $= \frac{6}{x^2-9} + \frac{-6}{x^2-1}$

$$= \frac{6(x^2-1) - 6(x^2-9)}{(x^2-9)(x^2-1)}$$

$$= \frac{48}{(x^2-9)(x^2-1)}.$$

## 例 題

1)  $\frac{a-b}{x^2} + \frac{b-c}{x^2}$       2)  $\frac{4}{3a} + \frac{a-5}{6a^2}$

3)  $\frac{3}{8x} - \frac{5}{6x^3}$       4)  $\frac{5a-2b}{2a^2b} - \frac{4}{3ab}$

5)  $\frac{2x-1}{6} - \frac{x-3}{9} + \frac{5x-7}{12}$

6)  $\frac{4a-b}{6a} + \frac{a-5b}{9b}$

7)  $\frac{a-4b}{ab} - \frac{2c-3a}{ac} + \frac{5}{a}$

8)  $\frac{2}{x-5} - \frac{1}{x+3}$

9)  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b}$

10)  $\frac{x^2}{x^2-y^2} - \frac{xy}{(x+y)^2}$

$$11) \frac{x+3}{x-6} + \frac{1-x}{x+4}.$$

$$12) \frac{2-x}{1-3x} - \frac{4+x}{1+3x} - \frac{1-5x}{9x^2-1}.$$

13) 次ノ各式ヲ一ツノ分數形ニ化セヨ。

$$(1) 3a - \frac{x}{2b}.$$

$$(2) a+x + \frac{2x^2}{a-x}.$$

$$(3) 3 - \frac{3x^2+x-9}{x^2-2x-3}.$$

$$14) \frac{3}{a} - \frac{5}{a+b} + \frac{1}{a+2b}.$$

$$15) \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}.$$

$$16) \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2} + \frac{1}{a+3} - \frac{1}{a+4}.$$

$$17) \frac{1}{x^2+2x-8} + \frac{1}{x^2-5x+6}.$$

$$18) \frac{4a-b}{4a^2-7ab-2b^2} - \frac{3a-2b}{3a^2-ab-10b^2}.$$

$$19) \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{2}{x^2-4x+3} - \frac{3}{x^2-5x+4}.$$

$$20) \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} - \frac{1}{abc}.$$



## 第 三 章

## 乘 法 除 法

50. 相乗セント欲スル分數式ヲ  $\frac{a}{b}$   
ト  $\frac{c}{d}$  トセヨ. 分數ノ本性ニ由リ.

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} &= a \div b \times (c \div d) = a \div b \times c \div d \\ &= a \times c \div b \div d = \frac{a \times c}{b \times d}.\end{aligned}$$

故ニ乘法ノ法則下ノ如シ.

(法則) 分數式ヲ相乗スルニハ分子ノ積ヲ分子ト爲シ分母ノ積ヲ分母ト爲ス所ノ分數式ヲ作ルベシ,但シ對消法ヲ行フコトヲ得バ之ヲ行フベシ.

數多ノ分數式ノ連乗積ヲ作ルモ之ト同様ナリ,

例ヘハ

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = \frac{ace}{bdf}.$$

$$\text{又 } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}, \text{ 又一般ニ } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

一方ガ整式ナル場合ハ

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a}{b} \times \frac{c}{1} = \frac{ac}{b}.$$

(例)  $\frac{3ax}{x^2-a^2} \times \frac{x+a}{x^2-ax}$  ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{3ax}{x^2-a^2} \times \frac{x+a}{x^2-ax} = \frac{3ax}{(x-a)(x+a)} \times \frac{x+a}{x(x-a)} = \frac{3a}{(x-a)^2}.$$

51.  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$  ヲ考ヘンニ,

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \div (c \div d)$$

$$= \frac{a}{b} \times d \div c$$

$$= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

故ニ分數除法ノ法則下ノ如シ.

(法則) 分數式  $\frac{c}{d}$  ナ以テ除セント

欲スレハ其ノ反數  $\frac{d}{c}$  ナ乘スベシ.\*

一方ガ整式ナル場合ハ

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b} \div \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}.$$

### 例 題.

1)  $\frac{3a}{4b} \times \frac{2b}{3a}.$

2)  $\frac{3x^2}{10yz} \times \frac{5y^2}{6xz}.$

3)  $\frac{4ax}{9by^2} \times \frac{12b^2xy}{5a^2}.$

4)  $\frac{x^2}{yz} \times \frac{y^2}{zx} \times \frac{z^2}{xy}.$

5)  $\frac{2a^3}{bc} \div \frac{6ab}{c^2}.$

6)  $\frac{8x^2}{9yz} \div \frac{4x^3z}{3y^2}.$

7)  $\frac{a^2}{b^2} \times \frac{ab}{c^2} \div \frac{a^2}{bc}.$

8)  $10ab \div \frac{5a^2}{bc}.$

9)  $\frac{9x^2}{10yz} \div 6x^3.$

10)  $\frac{6axy^2}{7b^2} \div \frac{3ay^2}{14b^2x}.$

11)  $\frac{x^2-4}{x+3} \times \frac{x^2-9}{x^2-4x+4}.$

\* 反數ハ又逆數トモ云フ.

12)  $\frac{a^3+b^3}{a^2-9b^2} \times \frac{a-3b}{a+b}.$

13)  $\frac{2x-6}{x^3-8} \div \frac{4x^2-36}{x^2-2x}.$

14)  $\frac{a^3-b^3}{a^3+b^3} \div \frac{(a-b)^2}{a+b} \div \frac{1}{a-b}.$

15)  $\frac{x-1}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2-9} \times \frac{x+3}{x^2-1}.$

16)  $\frac{x^2-6x+5}{x^2-2x-3} \div \frac{x^2+5x-6}{x^2-9}.$

17)  $\frac{a^2-6ab-7b^2}{a^2-4ab+3b^2} \times \frac{a-3b}{a+b} \div \frac{a+5b}{a-b}.$

## 52. 複 雜 ナ ル 分 數 式 ノ 例 題.

$$(例 1) \quad \frac{\frac{a+x}{a-x} - \frac{a-x}{a+x}}{\frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x}} \quad \text{ヲ 簡 單} = \text{セ ヨ.}$$

$$\frac{a+x}{a-x} - \frac{a-x}{a+x} = \frac{(a+x)(a+x) - (a-x)(a-x)}{a^2 - x^2} = \frac{4ax}{a^2 - x^2},$$

$$\text{又 } \frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x} = \frac{(a+x)(a+x) + (a-x)(a-x)}{a^2 - x^2} = \frac{2a^2 + 2x^2}{a^2 - x^2}.$$

故ニ與ヘラレタル分數式ハ下ノ如クニ誘化セラル.

$$\frac{4ax}{a^2 - x^2} \div \frac{2a^2 + 2x^2}{a^2 - x^2} = \frac{4ax}{a^2 - x^2} \times \frac{a^2 - x^2}{2a^2 + 2x^2} = \frac{2ax}{a^2 + x^2}.$$

$$(例 2) \quad \frac{x}{2x + \frac{x-3}{x-6}} \quad \text{ヲ 簡 單} = \text{セ ヨ.}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{2x + \frac{x-3}{x-6}} &= \frac{x}{2x + \frac{x(x-3)}{x^2 - x - 6}} \\ &= \frac{x}{2x + \frac{x}{x+2}} = \frac{x+2}{2x+5}. \end{aligned}$$

$$(例 3) \quad x = \frac{2ab}{a-b} \quad \text{ヲ 用 いて } \frac{x+2a}{x-2b} - \left(\frac{a+x}{b-x}\right)^2,$$

値如何?

$$\begin{aligned} \text{此 式} &= \frac{\frac{2ab}{a-b} + 2a}{\frac{2ab}{a-b} - 2b} - \left(\frac{a + \frac{2ab}{a-b}}{b - \frac{2ab}{a-b}}\right)^2 \\ &= \frac{2a^2}{2b^2} - \left(\frac{a^2 + ab}{-ab - b^2}\right)^2 \\ &= \frac{a^2}{b^2} - \frac{a^2}{b^2} = 0. \end{aligned}$$

## 例 題.

下 記 各 式 ヲ 簡 單 = セ ヨ.

$$1) \quad \frac{x - \frac{4}{x}}{1 + \frac{2}{x}} \qquad 2) \quad \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x-y}}$$

$$3) \quad \frac{2}{1-a^4} \div \left(\frac{1}{1-a} - \frac{1}{1+a}\right).$$

$$4) \left\{ \frac{a+2x}{x-2a} - \frac{x+2a}{a-2x} \right\} \times \left\{ \frac{1}{a-x} - \frac{3}{2a-x} \right\}.$$

$$5) \frac{\frac{a+b}{a} - \frac{b}{a+2b}}{\frac{a+b}{a+2b} + \frac{b}{a}} \quad 6) x^3 - \frac{x^2}{1 + \frac{1-x}{x + \frac{1}{x}}}$$

$$7) x = \frac{b^2}{a+b} \text{ ナルキ、} \frac{b-x}{a} - \frac{x+a}{b} \text{ ノ 値ヲ 求ム。}$$

$$8) y = \frac{3x}{4} \text{ ト 置キテ } \frac{x}{x-y} - \frac{y^2}{x^2+y^2} \text{ ヲ 簡 單ニセヨ。}$$

$$9) x = \frac{b}{a}, y = \frac{a+b}{a-b} \text{ ト シテ } \frac{x+3y-3}{2x-y+1} \text{ ノ 値ヲ 求ム。}$$

10) 下記ノ割算ヲ實行シテ商五項ヲ索メ、剩餘ハ分數形ニテ著ハセ。

$$(i) 1 \div (1+x).$$

$$(ii) 1 \div (1-x+x^2).$$

## 雜 題.

下記各式ヲ簡單ニセヨ。

$$1) \frac{1}{a-b} - \frac{1}{2(a+b)} + \frac{a+3b}{2(a^2+b^2)}.$$

$$2) \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+3}.$$

$$3) \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}.$$

$$4) \frac{9a^2b^2-x^4}{(a-5)^2} \times \frac{a^2-25}{3ab+x^2} \div (a+5).$$

$$5) \left( \frac{a^3+b^3}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a+b} \right) \times \frac{a^2-b^2}{4ab}.$$

$$6) \left( \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \left( \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} \right)$$

$$\div \left( \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \right) \left( \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} \right).$$

$$7) \frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} + \frac{y}{1 - \frac{y}{x}} - \frac{x}{1 - \frac{x}{y}}$$

$$8) \frac{x^2 - x + \frac{x-1}{x+1}}{x + \frac{1}{x+1}} \quad 9) \frac{1}{x} - \frac{1}{x + \frac{1}{3x - \frac{1}{x}}}$$

$$10) \frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1}{\frac{x^2}{y^2} - \frac{x}{y} + 1} \times \frac{1 - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x}} \div \frac{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}}{\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}}$$

$$11) \frac{x-4}{x^2+x-2} \times \frac{x^2-x}{x+1} \div \left( \frac{x^2-x-12}{x^2+3x+2} \times \frac{x}{x+3} \right)$$

$$12) \frac{b-c}{1+bc} + \frac{c-a}{1+ca} + \frac{a-b}{1+ab} \\ = \frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(1+bc)(1+ca)(1+ab)} \quad \text{ヲ 證 明 セ ヲ .}$$

$$13) (yz+zx+xy) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \\ - xyz \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) \quad \text{ヲ 簡 單 ニ セ ヲ .}$$

$$14) a = \frac{1}{2}, b = \frac{5}{4} \quad \text{ト シ テ}$$

$$\frac{2x+3b}{2a} + \frac{x-2b}{a-b} \quad \text{ヲ 計 算 セ ヲ .}$$

$$15) y = \frac{a(a+b)^2}{2(a-b)} \quad \text{ト シ テ } \frac{y}{a+b} + \frac{ab}{a-b} - \frac{y}{a} \quad \text{ノ 値 ヲ 算}$$

出 セ ヲ .

下ノ各式ヲ簡單ニセヨ.

$$16) \frac{a-b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{b-c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{c-a-b}{(c-a)(c-b)}$$

$$17) \frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (c-a)^2}{(a+b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a-b)^2}{(b+c)^2 - a^2}$$

$$18) \frac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)(x-b)} \\ + \frac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$$

$$19) \frac{a}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)(b-d)} \\ + \frac{c}{(c-a)(c-b)(c-d)}$$

## 第六編 方程式精編.

## 第 一 章

## 一 次 方 程 式 ノ 續 キ.

53. 外見ハ高次方程式ナレモ指示セル演算ヲ實行シ同類項ヲ集合スルキハ一次方程式トナルモノアリ. 今其解法ヲ例示ス.

(例)  $(2x+5)(x-1)=2x^2+1$  ヲ解ケ.

括弧ヲ去レハ  $2x^2+3x-5=2x^2+1$ .

移項集合スレハ  $3x=6$ ,

$\therefore x=2$ .

驗  $x=2$  ナルキハ

$$(2x+5)(x-1)=9 \times 1=9, \quad 2x^2+1=8+1=9.$$

## 例 題.

下記ノ方程式ヲ解ケ.

$$1) \quad 2x^2=(x+1)^2+(x-3)^2.$$

$$2) \quad (x+1)(2x+1)=(x+3)(2x+5)-22.$$

$$3) \quad (x+1)^2-(x^2-1)+24=x(2x+1) \\ -2(x+2)(x+1).$$

$$4) \quad (x-1)(y-2)-(x-2)(y-1)=-2, \\ (x+3)(y+3)-(x-3)(y-3)=48.$$

$$5) \quad (x+1)(y+5)=(x+5)(y+1), \\ xy+x+y=(x+2)(y+2).$$

6) 二數ノ差ハ四ニシテ其平方ノ差ハ八十八ナルキハ此二數如何?

7) 一室ノ縦ハ横ヨリ九尺長シ. 若シ縦横何レモ三尺ツ、長クセハ面積ニ於テ四坪増加スベシト云フ. 此縦横ヲ問フ.

8) 某會社ニ於テ利益金ヲ社員ニ平分セリ,社員若シ六人多ケレハ各人ノ所得三圓少カルベク又若シ三人少ケレハ各人ノ所得二圓多カルベシト云フ. 此會社ノ人員及ビ利益金ノ高ヲ問フ.

9) 若干哩ノ鐵道ヲ等速度ニテ進行セル汽車アリ,若シ其速度ヲ一時間ニ付キ六哩増サハ四時間早ク達スベク,若シ又其速度ヲ一時間ニ付キ六哩減セハ六時間遅ルベシト云フ,此鐵道ノ長サヲ問フ.

(注意) 未知數ノ立テ方ニ由リテ繁雜ナル形トナルヲアリ,此題ハ等速度ニテ進行スルニ要スル時間數ヲ $x$ トシ,其等速度ヲ一時間ニ付キ $y$ 哩トスレハ結果ハ遂ニ一次方程式トナルベシ.

54. 分數式ヲ含メル方程式ハ之ニ分母ノ最小公倍數ヲ乘スレハ整化ス,整化シテ同類項ヲ集合シタルキ一次方程式トナルモノアリ,今之ヲ例示ス.

(若シ其算出シタル $x$ ノ値ガ分母ノ或ル者ヲ零ナラシムルガ如キ者ナルキハ其根ハ無効ナリ,尙ホ此事ニ付テハ第七編第二章ニ詳説ス.)

(例1)  $\frac{x}{x-5} = \frac{x-2}{x+3}$  ヲ解ケ.

分母ノ最小公倍數  $(x-5)(x+3)$  ヲ兩邊ニ乘シテ之ヲ整化スベシ.

$$\frac{x}{x-5}(x-5)(x+3) = \frac{x-2}{x+3}(x-5)(x+3),$$

$$\text{即チ } x(x+3) = (x-2)(x-5),$$

$$\text{即チ } x^2 + 3x = x^2 - 7x + 10,$$

$$\therefore 10x = 10,$$

$$\therefore x = 1.$$

$$\text{驗. } \frac{x}{x-5} = \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4}, \quad \frac{x-2}{x+3} = \frac{1-2}{1+3} = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{(例 2)} \quad \frac{4}{x+2} - \frac{x}{x-1} = \frac{1-3x}{3x+6} \text{ ヲ 解 ケ.}$$

分母ノ最小公倍数  $3(x+2)(x-1)$  ヲ 乘 スレハ

$$4 \times 3(x-1) - 3x(x+2) = (1-3x)(x-1),$$

$$\text{即チ } 12x - 12 - 3x^2 - 6x = 4x - 3x^2 - 1,$$

$$\text{即チ } 2x = 11,$$

$$x = 5\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{驗. } \frac{4}{x+2} - \frac{x}{x-1} &= \frac{4}{\frac{15}{2}} - \frac{\frac{11}{2}}{\frac{9}{2}} \\ &= \frac{8}{15} - \frac{11}{9} = \frac{24-55}{45} = -\frac{31}{45}, \end{aligned}$$

$$\frac{1-3x}{3x+6} = \frac{1-\frac{33}{2}}{\frac{33}{2}+6} = \frac{2-33}{45} = -\frac{31}{45}.$$

$$\text{(例 3)} \quad \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} \text{ ヲ 解 ケ.}$$

本題ノ如キハ分母ノ L. C. M. ヲ 一 度 ニ 乘 スル

ハ 得 策 ニ 非 ス, 下 ノ 如 ク 段 々 ニ 縮 約 スル ヲ 可 ト ス,  
即チ 先 ツ 項 ノ 位 置 ヲ 轉 シ テ

$$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2},$$

$$\therefore \frac{x+3-(x+6)}{(x+6)(x+3)} = \frac{x-2-(x+1)}{(x+1)(x-2)},$$

$$\text{即 } \frac{-3}{(x+6)(x+3)} = \frac{-3}{(x+1)(x-2)},$$

$$\therefore (x+6)(x+3) = (x+1)(x-2),$$

$$\text{即 } x^2 + 9x + 18 = x^2 - x - 2,$$

$$\therefore 10x = -20, \quad \therefore x = -2.$$

$$\text{驗. } \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-4} = 0,$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{-1} + \frac{1}{1} = 0.$$

$$\text{(例 4)} \quad \frac{5x-64}{x-13} - \frac{2x-11}{x-6} = \frac{4x-55}{x-14} - \frac{x-6}{x-7} \text{ ヲ 解 ケ.}$$

割算ヲ爲シテ

$$5 + \frac{1}{x-13} - \left(2 + \frac{1}{x-6}\right) = 4 + \frac{1}{x-14} - \left(1 + \frac{1}{x-7}\right),$$



$$\therefore \frac{1}{x-13} - \frac{1}{x-6} = \frac{1}{x-14} - \frac{1}{x-7}$$

而シテ例3ニ倣ヘ。

答 10

### 例 題

下記ノ各方程式ヲ解ケ。

$$1) \frac{2}{x} = \frac{4}{x} - 5. \quad 2) \frac{6}{x+3} = \frac{1}{2}.$$

$$3) \frac{x+1}{x-2} = 7. \quad 4) \frac{5x+3}{3x-2} = \frac{2}{3}.$$

$$5) \frac{1-x}{2} + \frac{2x+5}{4} = \frac{4}{1+x}.$$

$$6) \frac{x-1}{x-6} = \frac{x+3}{x-4}.$$

$$7) \frac{7-6x}{2x-2} + \frac{1+2x}{2+x} = 0.$$

$$8) \frac{x}{x+3} + \frac{4}{x+5} = 1.$$

$$9) \frac{x-2}{2x-1} - \frac{x-3}{3x-1} = \frac{1}{6}.$$

$$10) \frac{1}{x+4} + \frac{5}{x+6} = \frac{6}{x+3}.$$

$$11) \frac{3}{1-3x} + \frac{1}{3-x} + \frac{2}{2+x} = 0.$$

$$12) \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+4}.$$

$$13) \frac{x-7}{x-5} - \frac{x+3}{x+1} + \frac{x+2}{x} = \frac{x-6}{x-4}.$$

$$14) \frac{x+3}{y+7} = \frac{x-2}{y-3}, \quad \frac{x+3y-4}{x+y} = 2.$$

15) 分數アリ、分母ハ分子ノ二倍ヨリ 2 大ナリ、  
分母子ノ各ヨリ 1 ヲ減スルキハ分子ニ 1 ヲ  
加ヘ分母ニ 6 ヲ加ヘタルト同値ナリ。此分數  
ヲ求ム。

- 16) 汽車アリ、等速ニテ 100 哩ヲ直行セリ、還リニハ初メ 30 哩ダケ毎時ノ行程ヲ 5 哩減シ、其餘ハ毎時ノ行程ヲ 3 哩増シタリ、斯シテ往キト還リト同時間ナリキト云フ、往キノ速度ヲ問フ。
- 17) 或分數ノ分子ヲ六倍シ、分母ニ 6ヲ増スルハ元ノ分數ノ二倍トナル、若シ分子ニ 6ヲ増シ分母ヲ八倍スルルハ元ノ分數ノ半分トナルト云フ、元ノ分數ヲ問フ。

55. 文字ノ既知數ヲ含ム方程式ヲ解クノ例示ス。

(例 1)  $a(x-a)+b(x-b)-2ab=0$  ヲ解ケ。

括弧ヲ去レハ  $ax-a^2+bx-b^2-2ab=0,$

移項スレハ  $ax+bx=a^2+2ab+b^2,$

即  $(a+b)x=(a+b)^2,$

$\therefore x=a+b.$

驗  $a(x-a)+b(x-b)-2ab=ab+ba-2ab=0.$

(例 2)  $ax-by=2ab, bx+ay=b^2-a^2$  ヲ解ケ。

第一方程式ニ  $a$ ヲ乘シ、第二方程式ニ  $b$ ヲ乘シテ

$$a^2x-aby=2a^2b,$$

$$b^2x+aby=b^3-a^2b,$$

加ヘテ  $a^2x+b^2x=a^2b+b^3.$

即  $(a^2+b^2)x=b(a^2+b^2),$

$\therefore x=b.$

$x$ ノ此ノ値ヲ最初ノ第一方程式ニ代入スレハ

$$ab-by=2ab,$$

$$\therefore -by=ab, \quad \therefore y=-a.$$

驗.  $x=b, y=-a$  ナルキハ

$$ax-by=ab+ab=2ab,$$

$$bx+ay=b^2-a^2.$$

### 例 題

下記ノ方程式ヲ解ケ.

- 1)  $a(x-a)=b(x-b).$
- 2)  $2(x+a)+3(x-2a)=6a.$
- 3)  $(a+b)x+(a-b)x=a^2.$
- 4)  $a(x+a)+b(b-x)=2ab.$
- 5)  $\frac{1}{2}(x+m+n)+\frac{1}{3}(x+m-n)=n.$
- 6)  $(a+bx)(b+ax)=ab(x^2-1).$
- 7)  $x-y=a-b, \quad ax-by=2(a^2-b^2).$
- 8)  $b^2x-a^2y=0, \quad bx+ay=a+b.$
- 9)  $x+y+z=a+b+c,$   
 $2x+2y-4z=2c-a-b,$   
 $ax+by+cz=bc+ca+ab.$

$$10) \frac{3}{b}(x-2a)+\frac{2}{a}(x+b)=1.$$

$$11) \frac{x+a}{x-a}-\frac{x-b}{x+b}=\frac{2(a+b)}{x}.$$

$$12) \frac{x}{a+b}+\frac{y}{a-b}=2, \quad \frac{ax-by}{a^2+b^2}=1.$$

13) 或人  $n$  日間雇ハレ出勤シタル日ハ  $a$  錢ヲ受  
 取リ, 欠勤シタル日ハ過料トシテ  $b$  錢ヲ拂フ  
 ヲ約セリ斯克シテ満期ノ節  $c$  錢ヲ受取リタリ  
 ト云フ, 欠勤日數ヲ問フ.

14) 金若干圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ配分スルニ乙及  
 丙ノ所得ハ合セテ  $a$  圓, 丙及甲ノ所得ハ合セ  
 テ  $b$  圓, 甲及乙ノ所得ハ合セテ  $c$  圓ナリト云フ.  
 各ノ所得幾何?

15) 三ツノ矩形アリ, 其面積ハ皆相等シケレモ第  
 二ハ第一ヨリ  $a$  間長クシテ  $b$  間狭シ, 又第三ハ  
 第一ヨリ  $c$  間長クシテ  $d$  間狭シト云フ, 第一  
 形ノ二邊ヲ問フ.

$a=4, b=3, c=7, d=5$  ナルキハ其面積如何?

## 第 二 章

## 方程式ノ解決ニ關スル釋義.

56. 問題ヲ答解スルニ當リ方程式ヨリ得タル根ノ適用ニ關シテ解釋ヲ要スルコトアリ、今實例ニ就テ之ヲ説明ス.

(例1) 今年、兄ハ二十四歳ニシテ弟ハ十七歳ナリ。弟ノ年齢ガ兄ノ年齢ノ三分ノ二ナルハ幾年ノ後ナルカ將、幾年前ナリシカ?

[算術ニ於テ斯カル問題ヲ解クニハ年ノ前後ヲ考察スルヲ要スレド、代數學ニ於テ方程式ヲ應用シテ之ヲ解クニハ $x$ 年前トシテ方程式ヲ作リテモ $x$ 年後トシテ方程式ヲ作リテモ結論ニ至リテハ同一ニ歸着ス.]

弟ノ年ガ兄ノ年ノ三分ノ二ナルハ $x$ 年後ナリト見做シテ

$$17+x=\frac{2}{3}(24+x).$$

$$\therefore 51+3x=48+2x, \quad \therefore x=-3.$$

仍テ弟ノ年ガ兄ノ年ノ $\frac{2}{3}$ ナルハ3年前ナリキヲ知ル.

註釋. 最初 $x$ 年前トシテ方程式ヲ作レハ上ノ方程式ニ於テ $x$ ノ前ノ符號ガ反對ノ符號トナルノ異ナルアルノミ、故ニ斯クスレハ方サニ $x=3$ ヲ得ベキナリ。之ヲ實算セハ

$$17-x=\frac{2}{3}(24-x),$$

$$\therefore 51-3x=48-2x, \quad \therefore x=3.$$

(例2) 甲乙二人アリ、甲ハ毎時 $a$ 里、乙ハ毎時 $b$ 里ノ速サヲ以テ同方向ニ旅行ス。或時、甲ハ $P$ トイフ地ニ着シ乙ハ $P$ ノ前方 $c$ 里ノ距離ニアル $Q$ トイフ地ニ着ス。然ルキハ兩人何時出會フカ?

甲乙ガ夫々 $P, Q$ ニ着シテヨリ $x$ 時間ヲ經テ出會フト見做シ、 $R$ ヲ會合地トスレハ

$$\begin{array}{c} P \quad Q \quad R \\ \hline \end{array}$$

$$PR=ax, \quad QR=bx, \quad PQ=c,$$

$$\therefore ax=bx+c, \quad (1)$$

$$\therefore x = \frac{c}{a-b}$$

今  $a > b$  ニシテ例ヘハ  $a=3, b=1, c=12$  ナルキハ

$$x = \frac{12}{3-1} = \frac{12}{2} = 6,$$

即チ甲乙ガ夫々  $P, Q$  ニ着シテヨリ六時間後ニ出會フヲ知ル。

若シ  $a < b$  ニシテ例ヘハ  $a=1, b=3, c=12$  ナルキハ

$$x = \frac{12}{1-3} = \frac{12}{-2} = -6,$$

仍テ甲乙ガ夫々  $P, Q$  ニ着スルヨリ六時間前ニ出會ヒタルヲ知ル。

註釋. 此場合ニ於テハ甲ハ乙ヨリ遅キユエ甲乙ガ夫々  $P, Q$  ニ着スル前ニ出會フベキヲ以テ, 常識ニ適フ様ニ(即チ負數ノ生セザル様ニ)方程式ヲ作ラント欲セハ, 甲乙ガ夫々  $P, Q$  ニ着スルヨリ幾時間前ニ出會フカト云フ其時間數ヲ  $x$  トスレハ

$$\begin{array}{ccc} R & & P & & Q \\ \hline & & & & \end{array}$$

$$RP = ax, RQ = bx, PQ = c,$$

$$\therefore ax = bx - c, \quad (2)$$

$$\therefore x = \frac{c}{b-a}$$

而シテ此方程式(2)ハ(1)ノ  $x$  ノ符號ヲ變化シタルモノト同一ナルヲ以テ負量ノ意義ヲ了解スベシ。

(例3) 鶏ト兔トアリ, 頭數二十九, 足數百三十ナリ, 鶏兔各, 幾何?

兔ノ數ヲ  $x$  トスレハ鶏ノ數ハ  $29-x$  ナリ, 故ニ

$$4x + 2(29-x) = 130,$$

$$2x + 58 = 130,$$

$$\therefore x = 36.$$

故ニ兔ノ數 36, 仍テ鶏ノ數  $29-36$  即  $-7$ .

然レモ本題ノ如キ鶏數ニ付テハ負數ノ解ナシ, 故ニ本題ハ不合理ノ問題ナリ, 現ニ二十九頭悉ク兔ナリト見做スモ足數ハ 116 ニシテ題中ノ足數ヨリ少ナシ。

(注意) 以上三ノ例題ニ由テ下件ヲ知ルベシ。未知數ノ値トシテ負數ヲ得タルキハ之ヲ解釋シ

得べき場合(例へハ例 1, 2 ノ如キ)アリ,或ハ又全ク問題ノ要件ノ充足ス可ラザルヲ表示スルヲ即チ問題ノ不合理ナルヲ示スニ止ル(例へハ例 3 ノ如キ)アリ.

又未知數ノ値トシテ分數ヲ得タル場合ニ於テモ時トシテハ問題ノ要件ノ充足ス可ラザルヲ表示スルニ止ルヲアリ,次例ノ如シ.

(例 4) 二位ノ整數アリ,其數字ノ和ハ九ナリ,數字ヲ互換セハ原數ノ三倍ニ等シト云フ. 此ノ數ヲ問フ.

$x$ ヲ一ノ位ノ數字トスレハ十ノ位ノ數字ハ $9-x$ ニ等シ,故ニ題意ニ由リ方程式

$$10x + (9 - x) = 3\{10(9 - x) + x\}$$

ヲ作り之ヲ解キテ $x = 7\frac{1}{4}$ ヲ得,然レモ數字ノ値トシテ帶分數ヲ得タルハ本題ニ適スル整數ナキヲ表示ス,即チ本題ノ要件ノ充足ス可カラザルヲ示ス.

[尙ホ附録及ビ二次方程式ノ應用問題ノ條ニ於テ説明スル所アリ.]

## 例 題

- 1) 甲乙二人アリ,今年甲ハ十六歳ニシテ乙ハ二十歳ナリ. 甲ノ年齢ガ乙ノ年齢ノ四分ノ三ナルハ幾年後ナルカ將,幾年前ナリシカ?
- 2) 人アリ,財産 $a$ 圓ヲ有ス,而シテ歳入ハ $b$ 圓ニシテ歳費ハ $c$ 圓ナリ. 然ルキハ此人ノ財産ガ $d$ 圓トナルハ $\frac{d-a}{b-c}$ 年ノ後ナルヲ證明セヨ. 而シテ又下ノ如キ種々ノ場合ヲ論究スベシ.

$$(1) \quad d > a, \quad b > c,$$

$$(2) \quad d > a, \quad b < c.$$

$$(3) \quad d < a, \quad b > c.$$

$$(4) \quad d < a, \quad b < c.$$

- 3) 甲乙二人アリ,甲ハ毎時 $a$ 里,乙ハ毎時 $b$ 里ノ速ヲ以テ同方向ニ旅行ス. 或時甲ハ $P$ トイフ地ニ着シ乙ハ $P$ ノ前方 $c$ 里ノ距離ニアル $Q$ トイフ地ニ着ス. 然ルトキハ兩人何時出會フカ? (例 2 再出)

- (1) 本題ニ於テ $a$ ガ負ナルキハ其ノ意義如何?

$a=-2, b=1, c=12$  ナル 冪 ハ 如何?

(2)  $b$  ガ 負 ナル 冪 ハ 其 ノ 意 義 如何?

$a=3, b=-1, c=12$  ナル 冪 ハ 如何?

(3)  $c$  ガ 負 ナル 冪 ハ 其 ノ 意 義 如何?

$a=2, b=4, c=-12$  ナル 冪 ハ 如何?

(4)  $a$  及  $b$  ガ 負 ナル 冪 ハ 其 ノ 意 義 如何?

## 雜 題.

下ニ記セル方程式ヲ解ケ.

$$1) (x+3)(x-7)=(x-8)(x-9)+5x.$$

$$2) (x-2)^2-(x+3)^2=4x+1.$$

$$3) (x-1)^3=(x^2-3)(x+2)-5(x^2-4).$$

$$4) (2x-1)(y-2)=(x-3)(2y-1)+8,$$

$$xy=(x+1)(y-3).$$

$$5) \frac{2x-5}{x+1} = \frac{1}{4}.$$

$$6) \frac{x+4}{3x-8} = \frac{x+5}{3x-7}.$$

$$7) \frac{x}{x+2} + \frac{4}{x+6} = 1.$$

$$8) \frac{6}{2-3x} + \frac{10}{6-5x} + \frac{4}{10+x} = 0.$$

$$9) \frac{8x}{x^3-1} = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+4}.$$

$$10) \frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-8}{x-6} - \frac{x-9}{x-7}.$$

- 11)  $\frac{0.3x-1}{0.5x-0.4} = \frac{0.5+1.2x}{2x-0.1}$ .
- 12)  $a(x-b^2)+b(x-a^2)=a^3+b^3$ .
- ✓ 13)  $\frac{x+a}{x-b} + \frac{x+b}{x-a} = 2$ .
- 14)  $ax+by=c, \quad a'x+b'y=c'$ .
- 15)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \quad \frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 1$ .
- ✓ 16)  $ax+by=ab, \quad a^2x+b^2y=a^3$ .
- ✓ 17)  $(a+b)x+(a-b)y=2ac,$   
 $(b+c)x+(b-c)y=2bc$ .
- 18)  $\frac{y+z-x}{m+n} = \frac{z+x-y}{n+l} = \frac{x+y-z}{l+m} = 1$ .
- 19)  $x+y+z=0,$   
 $ax+by+cz=1,$   
 $a^2x+b^2y+c^2z=a+b+c$ .
- 20)  $p^2x+q^2y+r^2z=pqx+qry+rpz$   
 $=rpx+pqy+qrz=p+q+r$ .

- 21) 或ル分數アリ,分子ニ6ヲ加ヘ分母ヨリ1ヲ減スレハ其値ハ2トナル,又分母ヲ二倍シ分子ニ4ヲ加フレハ元ノ分數ヲ1ヨリ減シタル殘リニ等シト云フ. 其分數ヲ問フ.
- ✓ 22) 一圓ニ付キ中米ハ上米ヨリ四合安クシテ下米ヨリ三合高シ,仍テ上米二升ト下米三升トノ割合ニ混和シテ食スルキハ中米ヲ食スルト同値ナリト云フ. 中米ノ相場ヲ求ム.
- 23) 流水ノ速,毎時1哩ナル河アリ,此河ニ沿ヒ二市(A, B)アリテBハAヨリ下流ニアリ. 一水夫, Aヨリモ7 $\frac{1}{2}$ 哩ダケ上流ニ於テ小舟ニ乘リB市マデ漕キ下リシニ其時間ハ恰モBヨリAマデ漕キ上ル時間ニ等シト云フ. 又水勢半減シタルキハ此人BヨリAマデ3時間ニ漕キ上ルト云フ. 靜水ニ於テ漕クキノ速度ヲ問フ.
- 24) 甲乙丙丁ノ四人アリ,甲及乙ノ所持金ノ和ハp圓,甲及丙ノ所持金ノ和ハq圓,乙及丙ノ所持金ノ和ハr圓,乙及丁ノ所持金ノ和ハs圓ナリ



ト云フ。各人ノ所持金ヲ問フ。又問フ、 $p=107$ ,  
 $q=99$ ,  $r=94$ ,  $s=86$  ナルキハ如何?

25)  $ux+vy=44$ ,  $uy+vx=36$ ,  $u-v=2$  ナルキ  $x-y$   
ノ値ヲ求ム。

26) 或學校ニテ數學教科書若干部ト化學教科書  
若干部トヲ購買シ其代價合セテ金四十二圓九  
十錢ヲ書肆ニ仕拂ヘリ、然ルニ其後書肆ニ於テ  
數學書一部ノ代價ト化學書一部ノ代價トヲ取  
違ヘテ計算シタルコトヲ發見シ金一圓六十五錢  
ヲ返却シ來レリ、因テ學校ニテハ其一圓六十五  
錢ヲ以テ更ニ數學教科書一部ト化學教科書一  
部トヲ購買シテ過不足無カリキト云フ、買入レ  
タル教科書數學化學ヲ合セテ幾部ナルカ?

### 浦習問題 (甲)

(代數式ノ數值計算)

1)  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $c=5$  ナルキハ次ノ各式ノ値如何?

(1)  $3a+8b-2c$ . (2)  $7c^2-9ab$ .

(3)  $4(a^2+3)+(b+c)^2$ . (4)  $2c(a+b)^2-5a^3$ .

2)  $a=\frac{1}{2}$ ,  $b=4$ ,  $x=2$ ,  $y=\frac{2}{3}$ ,  $z=0$  ナルキハ次ノ

各式ノ値如何?

(1)  $5ab-x^2$ . (2)  $ax^2-by^2+az^2$ .

(3)  $x^3+2a(bx-3y)^2-xyz$ . (4)  $5^x+2^b$ .

(5)  $3b^2-z(a+2b)-2y(x+z)$ . (6)  $x^b-a^x$ .

(7)  $\frac{3y+5z}{2b} + \frac{9y^2-ab}{4a}$ . (8)  $\frac{x^2-a^2}{2(ax+3by)}$ .

(加 法)

下記各題ノ式ヲ加ヘヨ。

3)  $2a+5b-c$ ,  $4a-8b+6c$ .

4)  $4x-3y$ ,  $7x-6y$ ,  $2x+8y$ .

- 5)  $5a-3b, 6a-7b, b-3a.$   
 6)  $x+8y, 5y-x, y-7x.$   
 7)  $2x^2-x+6, 3x^2-2x-1, -4x^2-6x+7.$   
 8)  $a^2+3a, 4a-9, 5a^2-a+1, 4-6a^2.$   
 9)  $3a^2+8ab, -4ab-b^2, a^2+3b^2, ab-2b^2.$   
 10)  $x^2-2xy-y^2, xy-3y^2, 4x^2-5y^2, 7y^2-4xy,$   
 $x^2+xy+2y^2.$

## (減 法)

下記各題ニ於テ第一式ヨリ第二式ヲ減セヨ。

- 11)  $3a-2b+4c, a-3b+5c.$   
 12)  $2x-y-7z, x-y+6z.$   
 13)  $a-3b-2c, 2a-b+3c.$   
 14)  $3x^2-x+8, 2x-4x^2+6.$   
 15)  $4a^2-2ab-7b^2, 2a^2-ab+b^2.$

## (括弧用法)

下記各式ノ括弧ヲ除去シテ之ヲ簡單ニセヨ。

- 16)  $4a-(2a+3b)+(a+b).$   
 17)  $3x+2y+(x-3y)-(4x-5y).$   
 18)  $x^2-\{3x-(x^2-6x+5)\}.$   
 19)  $2a^2-\{a+(2a^2+5)-(7a-3)\}.$   
 20)  $xy-(y^2-x^2)+(3x^2-2xy)-(4x^2-xy+3y^2).$

## (乘 法)

下記各題ノ二式ヲ相乗セヨ。

- 21)  $3a^2x, 8abx^2.$  22)  $2xy, -\frac{3}{4}x^2y.$   
 23)  $4a+b-3c, 5a.$  24)  $x^2-3x-6, -7x^2.$   
 25)  $2x+5, 3x-1.$  26)  $5x-6, 4x+2.$   
 27)  $8a-17, a-5.$  28)  $x^2-3x+5, x-2.$   
 29)  $a^2+4a-6, 2a+3.$   
 30)  $2a^2-3ab-b^2, a-5b.$

- 31)  $3x^3 - x^2 + 2x, 2x - 1.$   
 32)  $x^2 - 2x - 6, x^2 + 4x - 3.$   
 33)  $4(a^2 + 2a - 5) - 3a(a + 3)$  ヲ簡單ニセヨ.  
 34)  $3a(5x - y) + 5a(2x + 3y) - 6a(x + 2y)$  ヲ簡單ニセヨ.

## (除 法)

下記各題ノ第一式ヲ第二式ニテ除セヨ.

- 35)  $8a^3b^3, 2ab.$   
 36)  $2x^4 - 8x^3 - 6x^2, 4x^2.$   
 37)  $y^3 - 6xy^2 + 2x^2y, -3y.$   
 38)  $3x^2 + 16x - 12, x + 6.$   
 39)  $2a^2 - 17a + 30, 2a - 5.$   
 40)  $x^3 + 4x^2 - 22x + 3, x - 3.$   
 41)  $3a^3 - 17a^2 - 34a - 8, 3a + 4.$   
 42)  $2x^3 - 6x^2 - 2x + 12, x^2 - x - 3.$

$$43) x^3 - 11xy^2 + 6y^3, x^2 + 3xy - 2y^2.$$

(代數式ノ數值計算)

44)  $x=2, y=-4, z=\frac{2}{3}$  トシテ下式ノ値ヲ計算セヨ.

(1)  $3x^2 - xy + 2y^2.$  (2)  $x^2 + 6y(x - z).$

(3)  $x^3 - y^3 - y^2z.$

45)  $a=-\frac{1}{2}, b=-3, c=2$  トシテ下式ノ値ヲ計算セヨ.

(1)  $a^2 - 4ab + 2c^2.$

(2)  $(a - b)(2b - c) - (b - 3c)^2.$

(一元一次方程式)

下ニ記セル各方程式ヲ解ケ.

46)  $6x + 4 = 2x + 12.$

47)  $7x - 3 = 4x + 6.$

48)  $2x + 25 = 7x.$

- 49)  $15 - 7x = 9 - x.$   
 50)  $10 - 3x = 7x - 4.$   
 51)  $4x - 9 - 12x + 8 = 0.$   
 52)  $2(x - 5) = x - 7.$   
 53)  $7 - 2x = 4(x - 1).$   
 54)  $3(x - 6) = 7(x + 2) - 4.$   
 55)  $4x + 3(x + 3) = 2(3x - 5).$   
 56)  $3(x - 5) + 4(7 - x) = 0.$   
 57)  $\frac{3}{2}(2x - 3) = \frac{2}{3}x - 8.$

## (聯立方程式)

下記各題ノ聯立方程式ヲ解ケ。

- 58)  $3x - 2y = 5, \quad 6x - 8y = 2.$   
 59)  $2x + 3y = 14, \quad 9x - 2y = 1.$   
 60)  $x - 6y = 2, \quad 3x + 4y = 17.$   
 61)  $x + 5y = 8, \quad 7y - 3x = 20.$

- 62)  $2x - 3y = 4 - 7y, \quad 3x - y = 2x + 5.$   
 63)  $4(x - y) = 5 - 3x, \quad 3y = 2(x + 2y).$   
 64)  $x + y + z = 6, \quad 65) \quad 3x - 7y = 16,$   
 $2x - 3y + z = 3, \quad y + 2z = 1,$   
 $3x - y - 2z = 15. \quad 2(x + y) = 5z - 1.$

## (一次方程式應用問題)

- 66) 某數アリ,其ノ三倍ヨリ 28 ヲ減シタル剩餘  
ハ 100 ヲリ某數ヲ減シタル剩餘ニ等シ,某數ヲ  
問フ。  
 67) 二數アリ,其和ハ 76 ニシテ,其一ハ他ノ二倍  
ヨリ 14 少シ. 各數ヲ問フ。  
 68) 金五百圓ヲ甲乙丙三人ニ分配センニ甲ノ取  
分ハ乙ヨリ三十圓多カラシメ,丙ノ取分ハ甲ヨ  
リ八十五圓少カラシメント欲ス,各ノ取分ヲ問フ。  
 69) 某數アリ,其ノ四分ノ一ト七分ノ一トノ差ハ  
原數ノ八分ノ一ヨリ 15 少シト云フ,某數ヲ問フ。  
 70) 甲乙二人アリ,若シ乙ガ甲ヨリ 42 圓ヲ受クル

キハ乙ノ所持金ハ甲ノ所持金ニ三倍スベシ、若シ甲ガ乙ヨリ18圓ヲ受クルキハ甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ノ二倍トナルベシト云フ。各所持金ヲ問フ。

71) 二位ノ數アリ、之ヨリ7ヲ減シ2除スレハ數字ノ位置轉倒ス。斯ク生シタル數ト原數トノ和ハ121ナリ。原數ヲ問フ。

72) 或人某地ニ往クニ毎時五哩ヲ走ル車ニ乘リタリ。歸路ニハ毎時七哩半ヲ馳ル馬ニ乘リタルユエ時間ヲ費スヲ往路ヨリハ一時二十分間少シト云フ。其距離如何?

73) 甲乙二桶アリ、甲桶ニハ酒精一斗二升ト水八升トノ混合液アリ、乙桶ニハ酒精九升五合ト水一斗三升トノ混合液アリ、此兩液ヲ以テ酒精七升ト水六升トノ混合液ヲ造ルニ欲ス、各桶ヨリ取ルベキ量ヲ問フ。

74) 五圓金貨、貳拾錢銀貨、五錢白銅貨ヲ取雜セテ金四十圓ヲ受取リ、其中金貨三個ト銀貨十個トヲ消費シタル後、之ヲ檢セシニ銀貨ノ數ト白銅

貨ノ數トハ各、金貨ノ數ニ三倍セリト云フ。最初受取リシ各貨ノ數ヲ問フ。

(公式適用)

下記各式ヲ算セヨ。

- 75)  $(3x-4)(3x+4)$ .      76)  $(7x+3)(7x-3)$   
 77)  $(2x+7)^2$ .      78)  $(4x-3)^2$ .  
 79)  $(9a-b)^2$ .      80)  $(3b+8x^2)^2$ .  
 81)  $(x-3)(x+4)$ .      82)  $(x+2)(x+10)$ .  
 83)  $(a-8)(a+6)$       84)  $(x+4a)(x+6a)$ .  
 85)  $(2x-3)(x-2)$ .      86)  $(2x+7)(3x-1)$ .  
 87)  $(3x-2y)(x+6y)$ .

(因數分解)

下記各式ヲ因數ニ分解セヨ。

- 88)  $4x^2-9$ .      89)  $x^2+12x+36$ .  
 90)  $25x^2-10x+1$ .      91)  $a^2b^2-4ab+4$ .  
 92)  $4x^2+12xy+9y^2$ .      93)  $x^2-8x+7$ .

- 94)  $a^2+6a+5$ .      95)  $b^2-2b-8$ .  
 96)  $y^2+5y-14$ .    97)  $x^2y^2-3xy-28$ .  
 98)  $2x^2-9x-5$ .      99)  $3a^2-8ab+4b^2$ .  
 100)  $a^3-27x^3$ .      101)  $x^6+y^3+x^2+y$ .

(最大公約數及最小公倍數)

下記各題ニ於テ最大公約數及最小公倍數ヲ求ム.

- 102)  $8xy^4$ ,  $4x^2y^2$ ,  $6xy^3$ .  
 103)  $a^3-a^2b$ ,  $a^3-ab^2$ .  
 104)  $x^2+xy-2y^2$ ,  $x^2-4xy+3y^2$ .  
 105)  $2a^2-7a+3$ ,  $4a^2-11a-3$ .  
 106)  $a^2-7ab+6b^2$ ,  $a^2-8ab+12b^2$ ,  
 $a^2-3ab-18b^2$ .  
 107)  $2x^3+3x^2-10x-3$ ,  
 $2x^4-3x^3-13x^2+18x+6$ .

(分 數 式)

下記ノ各式ヲ簡單ニセヨ.

- 108)  $\frac{x^3-xy^2}{x^3-y^3}$ .      109)  $\frac{2x^2-9x+4}{6x^2+x-2}$ .  
 110)  $\frac{b}{a(a+b)} + \frac{a^2}{b(a^2-b^2)}$ .  
 111)  $\frac{x+1}{x(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-4x+4}$ .  
 112)  $\frac{1}{a^2} - \frac{a+1}{a(a-1)} + \frac{a+3}{(a-1)^2}$ .  
 113)  $\frac{1}{a^2-7a+10} + \frac{1}{a^2+a-6} - \frac{5}{a^2-2a-15}$ .  
 114)  $\frac{xy}{ab^2c} \times \frac{a^2b}{x^2y} \times \frac{cx}{ay}$ .  
 115)  $\frac{x^2}{x^2y-y^3} \div \frac{xy}{x+y}$ .  
 116)  $\frac{x^2+3x+2}{x^2+2x-15} \times \frac{x-3}{x+2}$ .  
 117)  $\frac{x^2-xy-20y^2}{x^3-y^3} \div \frac{x^2+4xy}{x^2-y^2}$ .  
 118)  $\frac{a-b}{a^3+b^3} \times \frac{a^2-b^2}{ab} \div \frac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-ab+b^2}$ .

## 補 習 問 題 (乙)

- 1)  $a=2, b=-\frac{1}{3}, x=-5$  トシテ下式ノ數値ヲ算セヨ.

$$(1) 4a^3 - bx^3 - 2a(x-9b)^2.$$

$$(2) (a-b)\left\{\frac{9a^2x}{4a-3b} - (a+x)^2\right\}.$$

- 2)  $a=1, b=2, c=3, d=4$  ナルキ下式ノ値如何?

$$(1) a^a + b^b + c^c. \quad (2) a^b + c^d - b^a - d^c.$$

$$(3) 5ab^c - 3bc^d.$$

- 3)  $x=a-5, y=3a+1$  ヲ代入シテ下式ノ値ヲ算セヨ.

$$3(xy-7) - (5x-2y+48)^2.$$

$$4) 2\left\{x - \frac{1}{2}(y + \frac{3}{2}z)\right\}, \quad 6\left\{\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}(2y+3z)\right\},$$

$$3\left\{\frac{5z}{2} - \left(\frac{x}{3} - y\right)\right\} \text{ ヲ加へ合セヨ.}$$

$$5) 4\left\{\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}\left(b - \frac{4}{3}a\right)\right\} \left\{\frac{1}{2}(2a-b) + 2(b-a)\right\} \text{ ヲ簡}$$

單ニセヨ.

- 6) 下式ヲ證明セヨ.

$$(1) (a^2+b^2)(c^2+d^2) = (ac+bd)^2 + (ad-bc)^2.$$

$$(2) (a+b+c)(bc+ca+ab) = (b+c)(c+a)(a+b) + abc.$$

- 7)  $(x-a)\left(x - \frac{1}{2}b\right)\left(x - \frac{1}{4}c\right)$  ヲ計算セヨ.

- 8)  $1-x$  ヲ  $1+4x$  ニテ割リ商四項ヲ求ム.

- 9)  $3+x^4-6a^2$  ヨリ  $2x^4-6ax^2+3a^2+2$  ヲ減シ其差ヲ  $(1+a)(1-2x^2)$  ト  $3x^2-2a(2-x^2)$  トノ和ニテ除セヨ.

- 10)  $x^2-(m-n)x-2mn$  ト  $x^2-(m+n)x+3mn$  ノ積ニ於テ  $x^2$  ノ係數ヲ索メヨ.

$$11) 1+2x+4x^2+8x^3+16x^4 \text{ ト } 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{16}$$

ノ積ニ於テ  $x^4$  ノ係數ヲ索メヨ.

- 12)  $x^3+ax^2+bx+c$  ガ  $x^2+px+q$  ニテ割リ切ル、ノ要件ヲ問フ.

下記ノ方程式ヲ解ケ.

$$13) x - \left(3x - \frac{2x-5}{10}\right) = \frac{1}{6}(2x-57) - \frac{5}{3}.$$

- 14)  $9z - 2[7 - \{3(5-z) - 4\}] = 2 - 5(z-6).$
- 15)  $4(.02x - 1.67) + .964x + .02 = 0.$
- 16)  $.6x + .75x - .3 = x - .583x + 10.$
- 17)  $.3x + 2y = 2.7, \quad 2(x - 1.1) - 6.5y - 3.9 = 0.$
- 18)  $\frac{1}{3}(x+y) + 2z = 17,$   
 $3x - \frac{1}{2}(y+z) = 29,$   
 $x + \frac{1}{2}(x+y-z) = 20.$
- 
- 19)  $m^3 + 27n^3 + 9mn(m+3n)$  フ 因 數 = 分 解 セ ヲ.
- 20)  $x^4 + 16y^4$  フ 因 數 = 分 解 セ ヲ.
- 21) 下 式 フ 證 明 セ ヲ.  

$$\frac{(x+y)^3 - z^3}{x+y-z} + \frac{(y+z)^3 - x^3}{y+z-x} + \frac{(z+x)^3 - y^3}{z+x-y}$$

$$= 2(x+y+z)^2 + x^2 + y^2 + z^2.$$
- 22)  $20a^4 + a^2 - 1, 25a^4 + 5a^3 - a - 1, 25a^4 - 10a^2 + 1$  ノ 最  
 大 公 約 數 フ 求 ム.
- 23)  $2y^2 + (6a - 10b)y - 30ab$  及  $3y^2 - (9a + 15b)y + 45ab$  ノ

最小公倍数ヲ求ム.

- 24)  $\frac{z^4 + 9z - 20}{5z^5 + 9z^4 - 64z}$  フ 簡 單 = セ ヲ.
- 25)  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} + \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{2(a-b)(b-c)(c-a)}$  フ 簡  
 單 = セ ヲ.
- 26)  $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2} + \frac{x-y}{x^2-xy+y^2} + \frac{2y^3}{x^4+x^2y^2+y^4}$  フ 簡  
 單 = セ ヲ.
- 27) 下 式 フ 簡 單 = セ ヲ.
- (1)  $\frac{1}{x^2 - \frac{x^3-1}{x + \frac{1}{x+1}}}$
- (2)  $(1+a)^2 \div \left\{ 1 + \frac{a}{1-a + \frac{a}{1+a+a^2}} \right\}.$
- 28)  $x = \frac{ab}{a+b}, \quad y = \frac{a^2+b^2}{a-b}, \quad z = a+b$  ト シ テ 下 式 ノ 値  
 フ 算 セ ヲ.
- (1)  $x - y + \frac{bz^2}{a^2 - b^2}.$
- (2)  $\frac{z-b}{x-a} - \frac{z-a}{y+b} + \frac{2b}{z}.$
-



下ニ記セル方程式ヲ解ケ.

$$29) \frac{2}{x^2-6x+8} + \frac{5}{x-2} = \frac{3}{4-x}.$$

$$30) \frac{3x-13}{x-4} + \frac{8x-10}{2x-3} = \frac{6x-23}{2x-7} + \frac{4x-3}{x-1}.$$

$$31) \frac{2x-1}{x-5} - \frac{y+1}{y+4} = 1, \quad x+y=3.$$

$$32) (a+b)x - (a-b)y = 3ab,$$

$$(a+b)y - (a-b)x = ab.$$

$$33) x+ay+a^2z+a^3=0,$$

$$x+by+b^2z+b^3=0,$$

$$x+cy+c^2z+c^3=0.$$

$$34) a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \dots \dots \dots (1)$$

$$a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \dots \dots \dots (2)$$

$$a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \dots \dots \dots (3)$$

(解) 此聯立方程式ヲ解クニハ通常ノ方法ニテ段々未知數ヲ消去スルヲ得レル、下記ノ方法ニテ解クキハ其勞少シ.

(1)ニ $l$ ヲ乘シタル式ト(2)ニ $m$ ヲ乘シタル式ト(3)

トヲ加ヘ合スレハ

$$(a_1l+a_2m+a_3)x+(b_1l+b_2m+b_3)y+(c_1l+c_2m+c_3)z \\ =d_1l+d_2m+d_3.$$

是ニ於テ $y$ ノ係數及ヒ $z$ ノ係數ヲ $0$ ニ等シクシテ $l$ 及ヒ $m$ ヲ決定スルヲ下ノ如シ

$$b_1l+b_2m+b_3=0, \quad c_1l+c_2m+c_3=0,$$

之ヨリ $l$ 及 $m$ ノ値ヲ索ムレハ、

$$l = \frac{b_2c_3-b_3c_2}{b_1c_2-b_2c_1}, \quad m = \frac{b_3c_1-b_1c_3}{b_1c_2-b_2c_1}.$$

而シテ $x = \frac{d_1l+d_2m+d_3}{a_1l+a_2m+a_3}$ ナルユエ此 $l, m$ ノ代リニ上ノ式ヲ置キ換ヘ且ツ其分母子ニ $b_1c_2-b_2c_1$ ヲ乘スレハ

$$x = \frac{d_1(b_2c_3-b_3c_2) + d_2(b_3c_1-b_1c_3) + d_3(b_1c_2-b_2c_1)}{a_1(b_2c_3-b_3c_2) + a_2(b_3c_1-b_1c_3) + a_3(b_1c_2-b_2c_1)}.$$

$y$ 及 $z$ ノ値モ之ト同様ニ求メ得ベシ.

35) 一桶アリ、酒精70%ナル酒ヲ滿セリ。今其中ヨリ八升汲ミ出シ水ヲ以テ之ヲ補充シシニ酒精60%トナレリト云フ。桶ノ容量ヲ問フ。

36) 或人十個ノ銀貨ヲ有ス、而シテ其價ハ一圓二十錢ニシテ其種類ハ二十錢、十錢、五錢ナリ、今五錢ノ銀貨ヲ一錢銅貨ニ兩替シ又二十錢ノ銀

貨ヲ五錢ノ銀貨ニ兩替スルキハ總數三十八個トナルト云フ。各貨幾個アルカ?

37) 今父母ノ年齢合シテ子供ノ合齡ニ六倍ス、二年前ハ父母ノ合齡子供ノ合齡ニ十倍セリ、六年ノ後ハ父母ノ合齡子供ノ合齡ニ三倍スベシ。子供幾人アリヤ?

38) 汽車アリ、等速ニテ 150 哩ヲ直行セリ、還リニハ初、45 哩ダケ毎時ノ行程ヲ 5 哩減シ、次ノ 30 哩ハ舊ニ復シ、其餘ハ毎時ノ行程ヲ 4 哩増シタリ。斯シテ往キト還リト同時間ナリキト云フ。往キノ速度ヲ問フ。

39) 一隊ノ兵ヲ二等分シ以テ各、中空ノ方陣ヲ作レリ、但、一ツハ三列、一ツハ五列ニシテ、一ツノ方陣ハ恰モ他ノ方陣ニ容ル、コヲ得ト云フ。兵員幾何?

40) 甲乙兩市間ニ鐵道アリ。午後一時ニ甲市ヲ發シタル急行列車ハ四時間ヲ經テ乙市ニ着セリ。又午前十一時ニ乙市ヲ發シタル尋常列車ガ甲市ニ着シ時ハ恰モ彼ノ急行列車ガ乙市

ニ着シト同時ナリキト云フ。此二列車相會シシ時ヲ問フ。

41) 時計ノ時針ト分針ト全ク同形ニシテ識別シ難キモノアリトセハ、此時計ニ於テ一針ハ III ト IV トノ間ニアリテ一針ハ VII ト VIII トノ間ニアルキ眞ニ疑ヒアル場合ハ何時ナルカ? 且此時計ハ  $\frac{720}{143}$  分時間ヲ隔テ、疑ヒアル場合トナルコトヲ證明セヨ。

## 附 錄

## 〔一〕 不 等 式

一、ノ式ガ他ノ式ヨリ大ナリ或ハ小ナリト云フヲ記號ニテ書キ著セルモノヲ不等式ト稱ス、例ヘハ  $a > b$ ,  $x - y < 0$ . 下ニ述フル定理ハ容易ニ證明スルヲ得.

(1) 相等シキ量ヲ不等式ノ兩邊ニ加ヘ或ハ兩邊ヨリ減スルモ不等號ハ變セズ.

例ヘハ  $a > b$  ナレバ

$$a + m > b + m \quad \text{又} \quad a - n > b - n.$$

(2) 不等式ノ或ル項ノ符號ヲ變シテ之ヲ一邊ヨリ他邊ニ移スヲ得.

例ヘハ  $a + b - d > c$  ナレバ

$$a + c > c + d, \quad \text{又} \quad a > c + d - b.$$

(3) 相等シキ量ヨリ不等式ノ兩邊ヲ減スレバ不等號ヲ反轉スベシ.

例ヘハ  $a > b$  ナレバ  $m - a < m - b$ .

(4) 相等シキ正量ヲ不等式ノ兩邊ニ乘シ、或ハ相等シキ正量ニテ兩邊ヲ除スルモ不等號ハ變セズ.

(5) 相等シキ負量ヲ不等式ノ兩邊ニ乘シ、或ハ相等シキ負量ニテ兩邊ヲ除スレバ不等號ヲ反轉スベシ.

(6) 不等式ノ諸項ノ符號ヲ悉ク變スレバ不等號ヲ反轉スベシ.

(7) 不等號ノ方向ノ同一ナル數多ノ不等式ヲ相加フルモ不等號ハ變セズ.

(8) 不等號ノ方向ノ同一ニシテ兩邊

ノ正數ナル數多ノ不等式ヲ相乘スル  
モ不等號ハ變セズ。

(例1)  $\frac{x}{6} - 4 < x + \frac{3}{2}$  ヲ解ケ。

兩邊ニ6ヲ乘スレハ  $x - 24 < 6x + 9$ ,

移轉集合シテ  $-5x < 33$ ,

-5ニテ除スレハ  $x > -6\frac{3}{5}$ 。

仍テ  $x$  ハ  $-6\frac{3}{5}$  ヨリ大ナリ。

(例2)  $2x - 6y < 13$ ,  $x + 4y = 3$  ヲ解ケ。

不等式ニ2ヲ乘シ方程式ニ3ヲ乘シ相加フレハ

$$7x < 35, \quad \therefore x < 5.$$

又方程式ニ2ヲ乘シ之ヨリ不等式ヲ減スレハ

$$14y > -7, \quad \therefore y > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{答 } x < 5, \quad y > -\frac{1}{2}.$$

### 例 題.

次ノ各題ニ於テ未知數ノ限リヲ問フ。

$$2x + 3 > 9 - 4x. \quad 2) \quad 3(x - 2) < 5x + 4.$$

$$3) \quad 3x < \frac{4x}{3} + 15. \quad 4) \quad \frac{3}{4}(x+1) < 2x - \frac{4x-3}{6}.$$

$$5) \quad ax - b < cx + d. \quad \text{但シ } a > c.$$

$$6) \quad 4x - 3y < 12, \quad 2x + 5y = 19.$$

$$7) \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y > 8, \\ x - 4y > 5. \end{array} \right\} \quad 8) \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y > 8, \\ x - 4y < 5. \end{array} \right\}$$

$$9) \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y > 8, \\ x + 4y > 2. \end{array} \right\} \quad 10) \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y > 8, \\ x + 4y < 5. \end{array} \right\}$$

### (二) $x^n \pm a^n$ ノ可約性.

(I)  $x^n - a^n$  ハ  $n$  ガ正整數ナルキハ

$x - a$  ニテ整除セラル。

何トナレハ

$$\begin{aligned} x^n - a^n &= x^n - ax^{n-1} + ax^{n-1} - a^n \\ &= x^{n-1}(x-a) + a(x^{n-1} - a^{n-1}). \end{aligned}$$

故ニ  $x^n - a^n$  ノ可約性ハ  $x^{n-1} - a^{n-1}$  ノ可約性ニ歸ス  
即チ指數ノ一少キ二項式ノ可約性ニ歸ス、故ニ此  
理ヲ推シテ其  $x^{n-1} - a^{n-1}$  ノ可約性ハ  $x^{n-2} - a^{n-2}$  ノ可  
約性ニ歸ス、逐テ段々ニ指數ノ少キ二項式ノ可約

性ニ推移スルヲ以テ遂ニ  $x-a$  ニ至レハ明カニ  $x-a$  ニテ整除セラル。除法ヲ實行シテ其商ヲ得レハ下ノ如シ。

$$\frac{x^n - a^n}{x - a} = x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-1}.$$

(II)  $x^n + a^n$  ハ  $n$  ガ奇數ナルモ偶數ナルモ  $x-a$  ニテ整除セラレズ。

何トナレハ

$$x^n + a^n = x^n - a^n + 2a^n.$$

其  $x^n - a^n$  ハ  $x-a$  ニテ整除セラル、故ニ終リニ  $2a^n$  ナル剩餘ヲ生ス即チ整除セラレズ。

(III)  $x^n + a^n$  ハ  $n$  ガ奇數ナルキニ限り  $x+a$  ニテ整除セラル。

何トナレハ  $a=-b$  トスレハ、 $n$  ガ奇數ナルキハ

$$x^n + a^n = x^n - b^n,$$

$$x+a = x-b,$$

トナル故ニ (I) ノ場合ニ歸着ス、除法ヲ實行スレハ

$$\frac{x^n + a^n}{x + a} = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-1}.$$

(IV)  $x^n - a^n$  ハ  $n$  ガ偶數ナルキニ限り  $x+a$  ニテ整除セラル。

何トナレハ  $a=-b$  トスレハ、 $n$  ガ偶數ナルキハ

$$x^n - a^n = x^n - b^n,$$

$$x+a = x-b,$$

トナル故ニ (I) ノ場合ニ歸着ス、除法ヲ實行スレハ

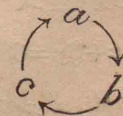
$$\frac{x^n - a^n}{x + a} = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-1}.$$

### (三) 順環ノ順序.

代數式ニ於テ文字ヲ列記スルニハ「エビシ」ノ順ニ從フヲ常則ト爲スト雖、場合ニ由リテハ、順環ノ順序ニ從フヲアリ、例ヘハ  $ab+ac+bc$  ノ代リニ下ノ如ク

$$ab+bc+ca,$$

$$\text{或ハ } bc+ca+ab,$$



ト書スルヲアリ、又下ノ如キ式モ屢々記ス所ナリ、

$$a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b),$$

$$(b-c)(c-a)(a-b).$$

#### [四] 方程式ノ特形.

(例1) 一數アリ、之ニ其ノ半分ヲ加ヘ更ニ3ヲ加フレハ原數ノ三倍ト6トノ和ノ半分ニ等シ、原數ヲ問フ.

原數ヲ  $x$  トスレハ

$$x + \frac{x}{2} + 3 = \frac{1}{2}(3x + 6),$$

之ヲ整化スレハ  $3x + 6 = 3x + 6,$

而シテ是ハ恒等式ナリ(尙ホ誘化スレハ  $0 = 0$  トナル),故ニ  $x$  ニ如何ナル數ヲ代用スルモ恒ニ適合ス即チ本題ノ數ハ如何ナル數ニテモ可ナリ. 斯ノ如キ方程式ヲ不定方程式ト云ヒ斯ノ如キ問題ヲ不定問題ト云フ.

二元方程式一個ノ場合モ亦不定方程式ナリ,例ヘハ  $2x + 3y = 8$  ハ  $x$  ニ如何ナル値ヲ代用スルモ之ニ適應スル所ノ  $y$  ノ値ヲ求ムルヲ得,又  $y$  ノ主トシテ云ヘハ  $y$  ニ如何ナル値ヲ代用スルモ之ニ適應スル所ノ  $x$  ノ値ヲ求ムルヲ得.

同様ニ三元方程式一個或ハ二個ノ場合モ亦不

定方程式ナリ.

(例2) 甲乙二人アリ、乙ノ所持金ハ甲ノ所持金ノ半分ニ等シ、甲若シ自己ノ所持金ノ四分ノ一ヲ乙ニ與フルモ尙ホ乙ヨリ百圓多シト云フ、各人ノ所持金ヲ問フ.

甲ノ所持金ヲ  $x$  圓トスレハ乙ノ所持金ハ  $\frac{x}{2}$  ナリ、故ニ

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = x - \frac{x}{4} - 100,$$

即チ  $3x = 3x - 400,$  即チ  $0 = -400.$  故ニ  $x$  ニ如何ナル數ヲ代用スルモ之ヲ適合スル能ハズ、即チ本題ニ適スル値アルヲ無シ. 斯ノ如キ方程式ヲ不能方程式或ハ不合理方程式ト云ヒ斯ノ如キ問題ヲ不能問題或ハ不合理問題ト云フ.

#### [五] 分數式ノ數值.

分數式ノ數值ヲ求ムルニ當リ特形(即チ特種ノ形)ヲ爲スヲアリ、茲ニ之ヲ説述ス.

(甲) 分子ハ零ニ非ズシテ分母ガ零トナル場合即チ  $\frac{a}{0}$ . 例ヘハ  $\frac{x-3}{x-5}$  ニ於テ  $x=5$  ナル時ハ  $\frac{2}{0}$

トナル、若シ  $\frac{2}{0}$  ガ或ル數ナラハ其數ヲ 0ニ乗セハ  
 2トナルベキナリ然ルニ如何ナル數ヲ 0ニ乗ス  
 ルモ數(0ニ非ザル)ト爲ルコトナシ、故ニ  $\frac{2}{0}$  ハ爲スト  
 能ハザル割算ナリ、即チ一般ニ  $\frac{a}{0}$  ハ不能ノ符牒ナ  
 リ。

別解  $\frac{x-3}{x-5}$  ニ於テ  $x=5.1$  トスレハ  $\frac{x-3}{x-5} = \frac{2.1}{.1}$   
 $=21$  トナル、又  $x=5.00001$  トスレハ  $\frac{x-3}{x-5} = \frac{2.00001}{.00001}$   
 $=200001$  トナル、斯ノ如ク  $x$  ノ値ガ段々ニ 5ニ近ヅ  
 クニ從ヒ  $\frac{x-3}{x-5}$  ノ値ハ大ナル數トナルナリ、故ニ  
 $x$  ノ値ガ 5ニ近ヅクコトノ極ニ達シテ 5トナリタ  
 リトスレハ  $\frac{x-3}{x-5}$  ノ値ハ大ノ極(假リニ設ケタル  
 語)ニ達スト做シ、即チ  $\frac{a}{0}$  ヲ無限大ト見做スベキ場  
 合アリ。

(乙) 分子及分母何レモ零トナル場合即チ  $\frac{0}{0}$ 。

例ヘハ  $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$  ハ  $x=3$  ナルキハ  $\frac{0}{0}$  トナル、然レモ  
 之ヲ約分スレハ  $\frac{x}{x+3}$  トナル是ニ於テ  $x=3$  トス  
 レハ  $\frac{3}{6}$  即チ  $\frac{1}{2}$  トナル。

若シ  $\frac{0}{0}$  ガ或ル數ナラハ其數ニ 0ヲ乗スレハ 0

トナル可キナリ而シテ如何ナル數ニテモ之ニ 0  
 ヲ乗スレハ 0トナルヲ以テ是ハ不定ナリ、故ニ  $\frac{0}{0}$   
 ヲ不定形ト云フ、然レモ代數式分子モ分母モ  $x$  ノ  
 器ト既知數ヨリ成ルモノガ  $\frac{0}{0}$  トナル場合ハ元式  
 (數值ヲ代入セザル前)ニ於テ充分ニ約分法ヲ行ヒ  
 然ル後ニ數值ヲ代入スレハ結果ハ有限數又ハ  $\frac{a}{0}$   
 ナル形トナルベシ。〔 $\frac{a}{0}$  ナル形トナルハ次ノ例  
 題 3 參照。〕

又例ヘハ  $\frac{2}{x-2} + 5 - \frac{x(6-x)}{x^2-4}$  ハ  $x=2$  トスレハ  
 $\frac{2}{0} + 5 - \frac{8}{0}$  トナル、又元式ヲ一ツノ分數式ト爲セハ  
 $\frac{6x^2-4x-16}{x^2-4}$  トナル是ニ於テ  $x=2$  トスレハ  $\frac{0}{0}$  トナ  
 ル、 $\frac{6x^2-4x-16}{x^2-4}$  ヲ約分スレハ  $\frac{6x+8}{x+2}$  トナル是ニ  
 於テ  $x=2$  トスレハ  $\frac{20}{4}$  即チ 5トナル。

故ニ分數式ニ於テ其ノ或ル文字ニ或ル數ヲ代  
 入シテ其ノ數值ヲ求ムルニ當リ特形トナル者ア  
 ルキハ、元式ヲ一ツノ分數式ニ化シ而シテ充分ニ  
 約分法ヲ行ヒ然ル後ニ數值ヲ求ムベシ。

[附記。分母ハ零ニ非ズシテ分子ガ零トナル場

合即チ  $\frac{0}{a}$  ハ 特形ニ非ズ、 $\frac{0}{a}$  ノ 値ハ即チ 0 ナリ。

### 問 題.

- 1)  $x=1$  ナル 時  $\frac{x^2-x}{x^2+3x-4}$  ノ 値ヲ 問フ。
- 2)  $x=-2$  ナル 時  $\frac{x^2+x-2}{x^2-4x-12}$  ”
- 3)  $x=3$  ナル 時  $\frac{x^2-5x+6}{x^3-5x^2+3x+9}$  ”
- 4)  $x=1\frac{1}{2}$  ナル 時  $\frac{5}{2x-3} + \frac{x-14}{2x^2-x-3}$  ”

### 答 之 部.

#### 緒 論 例 題 (6, 7 頁)

- 1) (1) 15. (2) 3. (3) 84.
- 2) (1) 13. (2) 6.
- 3) (1) 53. (2) 279. (3) 76. (4) 1140.
- 4)  $a+2b+6c$ . 5)  $3x+y-4z$ . 6)  $a^2+b^3$ .
- 7)  $4ax$ . 8)  $7abx^2$ . 9)  $12ab-y^3$ .
- 10) (1) 21. (2)  $\frac{2}{3}$ . (3)  $1\frac{2}{5}$ . (4) 167.

#### 同 例 題 (11, 12 頁)

- 1) 0 ガ 大 ナリ. 2) -5 ガ 小 ナリ.
- 3) 2 ガ 大 ナリ. 4) 3, 1, 0, -4, -7.
- 5) (1) 6. (2) -11. (3) -4.
- 6) (1) -7. (2) -6. (3) 8.
- 7) (1) -12. (2) -40. (3) 18. (4) -14.
- 8) (1) -4. (2) -6. (3) 5. (4) -10.



## 加 法 例 題 (19, 20 頁)

- 1)  $5a+8b$ .    2)  $9a+3b$ .    3)  $7a-6b$ .  
 4)  $12a-9b$ .    5)  $6a+7b$ .    6)  $4a-2b$ .  
 7)  $8x-y$ .    8)  $13x$ .    9)  $2a+4b$ .    10)  $b$ .  
 11)  $a-x$ .    12)  $9x+2$ .    13)  $5a+7b+c$ .  
 14)  $16x-4y+2z$ .    15)  $3x^2-8$ .    16)  $4a^2+ab-b^2$ .  
 17)  $2y^2$ .    18)  $4a^2+7$ .    19)  $-2a^2b-b^3$ .    20)  $0$ .  
 21)  $6a-5b+1$ .    22)  $-4x$ .    23)  $x+\frac{2}{3}$ .  
 24)  $\frac{1}{3}a-\frac{5}{6}b$ .    25)  $\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x-1\frac{2}{3}$ .

## 減 法 例 題 (22, 23 頁)

- 1)  $4a+3b$ .    2)  $a+2b$ .    3)  $3a+9b$ .  
 4)  $x-y$ .    5)  $5a+3x$ .    6)  $x-13$ .  
 7)  $6x-1$ .    8)  $5a-4b-7c$ .    9)  $-3x-2z$ .  
 10)  $-3x^2+10x+7$ .    11)  $2a^2-ab+2b^2$ .  
 12)  $-ax-4b+5$ .    13)  $x-5a+7b+c$ .  
 14)  $-4xy+5xz-3yz$ .    15)  $x^2-3x-6$ .  
 16)  $\frac{1}{6}a-\frac{1}{4}b$ .    17)  $2x^2-\frac{4}{3}xy-\frac{1}{2}y^2$ .

## 括 弧 用 法 例 題 (24, 25 頁)

- 1)  $9a-3b$ .    2)  $a+14b$ .    3)  $2a-8b$ .  
 4)  $x+5$ .    5)  $2a+c$ .    6)  $x^2+4x-3$ .  
 7)  $2x-3y+4$ .    8)  $3x^2-1$ .  
 9)  $a+(2b-5c+3d-e)$ .  
 10)  $4x^3-(7x^2+2x-13)$ .    11)  $0$ .  
 12)  $2x+3$ .    13)  $6x-11a+8$ .    14)  $2a-2b-2c$ .  
 15)  $-6x^3-5x^2+4x-2$ .    16)  $9y^3-2y-7$ .

## 單 項 式 乘 法 例 題 (29, 30 頁)

- 1)  $18ab$ .    2)  $20a^2$ .    3)  $-36xy$ .    4)  $-ax$ .  
 5)  $-16a^3$ .    6)  $6ab^2x^2$ .    7)  $a^3b^4x^2$ .    8)  $-7a^3x^4y$ .  
 9)  $ax+2bx-3cx$ .    10)  $12a^2-8ab+24a$ .  
 11)  $15x^4-9x^3-12x^2$ .    12)  $-2a^3b+6a^2b^2-2ab^3$ .  
 13)  $x^2, -x^3, x^4$ .    14)  $a^2x^2, 25b^2y^4, -27a^3c^3x^3$ .  
 15)  $-\frac{5}{2}a^3bxy$ .    16)  $2a^2-\frac{2}{9}ab+\frac{1}{6}ac$ .  
 17)  $4ax^2+12a^2x-24a^3$ .    18)  $3ax^4-6ax^3+12ax^2-3ax$ .  
 19)  $7x^2-9x-21$ .    20)  $-60$ .    21)  $76$ .

## 多項式乘法例題 (31, 32 頁)

- 1)  $3x^2+10x+8$ .      2)  $8x^2+26x+15$ .  
 3)  $15x^2-16x-7$ .      4)  $12x^2+8x-15$ .  
 5)  $16a^2-62a+21$ .      6)  $8a^2+38ab+9b^2$ .  
 7)  $8x^2+2xy-45y^2$ .      8)  $a^2-b^2$ .  
 9)  $a^3-9ab^2$ .      10)  $25a^2x^2-y^4$ .  
 11) (1)  $a^2+2ab+b^2$ .      (2)  $a^2-2ab+b^2$ .  
       (3)  $25x^2+90x+81$ .      (4)  $49x^2-28ax+4a^2$ .  
 12)  $x^3-x^2-5x+21$ .      13)  $6x^3-5ax^2-19a^2x+20a^3$ .  
 14)  $8x^3-8x^2-26x+14$ .      15)  $x^4+x^2+1$ .  
 16)  $x^4+ax^3-2a^2x^2+22a^3x-12a^4$ .  
 17)  $-y^4+7y^3-8y^2-13y+15$ .      18)  $a^2+2ac-b^2+c^2$ .  
 19)  $x^4-2x^3-7x^2+8x+16$ .  
 20)  $8x^3+6x^2-89x+60$ .  
 21)  $\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{4}ab-\frac{3}{8}b^2$ .  
 22)  $2x^3+\frac{10}{3}x^2-\frac{7}{2}x+\frac{2}{3}$ .

## 單項式除法例題 (35 頁)

- 1)  $3b$ .      2)  $2$ .      3)  $4ab^2$ .      4)  $-6x$

- 5)  $-7ab$ .      6)  $\frac{1}{3}ax$ .      7)  $-\frac{4}{3}a$ .  
 8)  $\frac{4}{3}a^3-2ax^2$ .      9)  $-4+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}x^2$ .  
 10)  $-2a-\frac{1}{2}x$ .      11)  $2b-3a$ .

## 多項式除法例題 (37, 38 頁)

- 1)  $x+5$ .      2)  $2x+1$ .      3)  $x+6$ .  
 4)  $2x+9$ .      5)  $3a-7b$ .      6)  $1+y+y^2$ .  
 7)  $x^2-2x+3$ .      8)  $2y^2+6y-3$ .      9)  $-3x-5$ .  
 10)  $3x+4y$ .      11)  $2a+3b$ .      12)  $3x^2+x-8$ .  
 13)  $2y^2+y-2$ .      14)  $x+y-z$ .  
 15) 商  $x+2a$ , 殘  $-3a^2$ . (或  $x+2a+\frac{-3a^2}{x+a}$ ).  
 $x$ ノ昇冪ノ順ニ列シタル片ハ商  $-a+4x$ , 殘  $-3x^2$ .  
 (或  $-a+4x+\frac{-3x^2}{a+x}$ ).      16)  $x^2+3x-\frac{1}{2}$ .  
 17)  $\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}y$ .

## 整式雜題 (39, 40, 41 頁)

- 1) (1)  $19$ .      (2)  $-10$ .      (2)  $5m^2+100n^2$ .

- 3)  $4x^2 - x^2$ .    4)  $-5y^3 + 4y^2 - 6y$ .    5) 0.  
 6)  $x^4 + 3x^2 - 4$ .    7)  $x^3 + x^4 + 1$ .    8)  $a^4 - b^4$ .  
 9)  $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ .     $6a^3 - 13a^2 - 10a + 24$ .  
 10)  $x^2 + 5x + 6$ .    11)  $1 - ax + a^2x^2 - a^4x^4$ .  
 12)  $2a + 15b$ .    13)  $x^4 - 2ax^3 - 2a^3x - a^4$ .  
 14)  $-33x + 180$ .    15) (1)  $-6\frac{3}{4}$ . (2)  $\frac{2}{3}$ . (3)  $8\frac{1}{8}$ .  
 16)  $\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b - 1$ .    17)  $\frac{5}{8}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$ .  
 18)  $3x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{6}x + \frac{1}{4}$ .  
 19)  $\frac{9}{8}x^4 - \frac{3}{2}ax^3 + \frac{1}{2}a^2x^2 - \frac{2}{9}a^4$ .  
 20)  $\frac{1}{9}a^2 - \frac{1}{6}ax + \frac{1}{16}x^2$ .  
 23)  $-2y^2 - 4y + 3 + \frac{4y - 6}{-y^2 + 2y + 3}$ .  
 26)  $xy - 2xz - yz$ .    27)  $a^3 - 8a^2 + 23a - 26$ .  
 28)  $4x^2 - 2ax + 2x + a^2 + a + 1$ .    29)  $-42$ .

## 一元方程式例題 (46, 47 頁)

- 1) 4.    2) 5.    3) 3.    4) 2.  
 5) 7.    6)  $5\frac{1}{2}$ .    7)  $2\frac{3}{8}$ .    8)  $-2$ .

- 9)  $\frac{1}{12}$ .    10) 0.    11) 1.    12)  $1\frac{2}{5}$ .  
 13)  $10\frac{5}{8}$ .    14) 15.    15)  $-13\frac{1}{4}$ .    16) 2.  
 17) 30.    18)  $-2\frac{3}{23}$ .    19) .75    20) .264

## 一元方程式應用例題 (49--54 頁)

- 1) 14.    2) 60.    3) 28, 57.  
 4) 31.5, 68.5    5) 三十二圓五十錢.  
 6) 24    7) 84.    8) 6, 30.    9) 64, 56.  
 10) 鶴 10, 龜 15.    11) 十二年ノ後.  
 12) 甲 75 圓, 乙 125 圓, 丙 400 圓.  
 13) 筆 8 錢, 墨 16 錢, 硯 86 錢.  
 14) 男 6 圓 78 錢, 女 6 圓 28 錢, 兒 3 圓 14 錢.  
 15) 上茶一圓三十錢, 下茶八十錢.  
 16) 60 圓.    17) 27 圓.    18) 一斗八合.  
 19) 甲十八錢, 乙十五錢, 丙十錢五厘.  
 20) 5 時 27 分  $16\frac{4}{11}$  秒.    21) 10 時 5 分  $27\frac{3}{11}$  秒,  
 10 時 38 分  $10\frac{10}{11}$  秒.    22) 六千圓.

- 23) 七里.      24) 酒精二斗一升, 水九升.  
 25) 十六日.    26) -11.      27)  $5\frac{5}{17}$  時間.  
 28) 八日.

## 二元方程式例題 (59, 60, 61 頁)

- 1)  $x=1, y=4.$       2)  $x=8, y=5.$   
 3)  $x=3, y=12.$     4)  $x=2, y=-\frac{2}{3}.$   
 5)  $x=\frac{3}{2}, y=-1.$     6)  $x=-2, y=-5.$   
 7)  $x=4, y=-3.$     8)  $x=\frac{5}{21}, y=1\frac{1}{14}.$   
 9)  $x=6, y=4.$       10)  $x=24, y=8\frac{4}{7}.$   
 11)  $x=2\frac{1}{2}, y=1.$     12)  $x=0, y=-3.$   
 13)  $x=12, y=3.$     14)  $x=10, y=8.$   
 16)  $x=3, y=2.$       17)  $x=1\frac{8}{9}, y=8\frac{1}{2}.$   
 18)  $x=\frac{1}{3}, y=6.$

## 三元方程式例題 (64, 65 頁)

- 1)  $x=1, y=2, z=3.$     2)  $x=4, y=3, z=1.$

- 3)  $x=5, y=1, z=2.$     4)  $x=-2, y=4, z=3.$   
 5)  $x=9\frac{7}{10}, y=7\frac{3}{10}, z=7\frac{1}{10}.$   
 6)  $x=5, y=-4, z=3.$   
 7)  $x=2, y=6, z=10.$   
 8)  $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}, z=\frac{1}{4}.$

## 聯立方程式應用例題 (68—72 頁)

- 1) 甲五十八圓, 乙三十六圓.  
 2) 米一圓四十五錢, 麥八十錢.  
 3) 父五十歲, 子十四歲.    4) 三圓六十錢.  
 5) 甲五十八圓, 乙七十四圓.  
 6) 上卷二百五十枚, 下卷三百五十枚.  
 7) 36.      9) 21, 42, 63, 84.  
 10) 甲八千圓, 乙四千圓.  
 11) 絹二圓四十錢, 木綿七十錢.    12) 四十五日.  
 13) 21 匁.      14) 金位八割二分ノ物  $11\frac{7}{13}$  匁,  
     金位九割五分ノ物  $18\frac{6}{13}$  匁.    15) 九十六圓.  
 16) 五十錢.    17) 256.    18) 50 點.  
 19) 數值 94.5,  $x=22.4$

## 方程式雜題 (73—77 頁)

- 1) 1.            2) -16.            3) 11.  
 4)  $x=1, y=-1.$             5)  $x=5, y=2.$   
 6)  $x=8, y=16.$             7)  $x=-\frac{3}{2}, y=\frac{1}{2}.$   
 8)  $x=-2, y=7.$             9)  $x=7, y=6, z=5.$   
 10) 45.            11) 六十圓.            13) 二十錢.  
 14) 二十五錢.            15)  $a=-205, b=204.$   
 16)  $m=-25, n=-6.$             17)  $p=3, q=-56.$   
 18) 三圓.            19) 十四日.  
 20) 第一種 6 匁, 第二種 20 匁.  
 21) 絹布三圓七十二錢八厘, 綿布一圓七錢五厘.  
 22) 五十錢銀貨 10 個, 二十錢銀貨 15 個, 五錢白銅貨 20 個.    23) 一萬六千圓.    24) 三百步.  
 25)  $x=3, y=4, z=5, w=2.$   
 26) 甲 900 圓, 乙 450 圓, 丙 475 圓, 丁 175 圓.  
 27) 10 時間.            28)  $22\frac{1}{2}$  日.

## 乘法ノ公式例題 (81, 82 頁)

- 1)  $x^2-y^2.$             2)  $a^2-4b^2$             3)  $4x^2-9.$   
 4)  $9a^2b^2-25.$             5)  $16a^4-b^4.$             6)  $a^2x^2-81y^2.$   
 7)  $4x^2y^2-9a^4.$             8)  $x^2y^2-16b^4.$             9)  $9x^4y^2-25c^2.$   
 10)  $\frac{4}{9}y^2-25a^2x^4.$             11)  $\frac{1}{4}y^4-\frac{9}{16}a^2b^2.$

## 同例題 (83 頁)

- 1)  $x^2+2xy+y^2.$             2)  $a^2+10ab+25b^2.$   
 3)  $x^2-8x+16.$             4)  $9x^2-6ax+a^2.$   
 5)  $a^2+4abx+4b^2x^2.$             6)  $4a^2-12ab+9b^2.$   
 7)  $a^4+12a^2+36.$             8)  $25a^2-30abc+9b^2c^2.$   
 9)  $9x^2y^2+12xy^3+4y^4.$             10)  $49a^2x^4-7ab^3x^2+\frac{1}{4}b^4.$   
 11)  $9a^2b^2+4abx^2+\frac{4}{9}x^4.$   
 12)  $\frac{1}{4}a^4x^2-\frac{2}{5}a^2bxy^2+\frac{4}{25}b^2y^4.$

## 同例題 (84 頁)

- 1)  $x^4+2x^3+3x^2+2x+1.$   
 2)  $a^2-6ab+8ac+9b^2-24bc+16c^2.$

3)  $4a^4 + 12a^3 - 11a^2 - 30a + 25.$

4)  $x^2 - y^2 + 2yz - z^2.$

6)  $a^4 + a^2b^2 + b^4.$

5)  $9x^4 - 4x^2 - 4x - 1.$

## 同 例 題 (85 頁)

1)  $x^2 + 9x + 18.$

2)  $x^2 + 13x + 36.$

3)  $x^2 + 6x - 7.$

4)  $x^2 - 4x - 12.$

5)  $x^2 + 2x - 15.$

6)  $x^2 - 7x - 8.$

7)  $x^2 - x - 42.$

8)  $a^2 - 18a + 80.$

9)  $y^2 + 8y - 33.$

10)  $b^4 + 7b^2 + 10.$

11)  $x^2 - 5ax + 6a^2.$

12)  $a^4 - 13a^2b + 40b^2.$

13)  $2x^2 + 7x + 3.$

14)  $3x^2 + 8x + 4.$

15)  $3x^2 - 13x + 4.$

16)  $4a^2 - 23a + 15.$

17)  $5x^2 - 9x - 2.$

18)  $3x^2 + 5x - 28.$

19)  $6x^2 + 11x - 10.$

20)  $8a^2 - 34ab + 21b^2.$

## 因 數 例 題 (86 頁)

1)  $x(2x^2 + 3y^2).$

2)  $3a^3b(5a + 2b).$

3)  $x^2y^2(6ax - y^2).$

4)  $2ax^2(2a^2 - 3ax + 4x^2).$

5)  $4a^2bc^3(2ac + 3b).$

6)  $3b^2y(3b^2 - by - 2y^2).$

## 因 數 例 題 (88 頁)

1)  $(x+3)(x-3).$

2)  $(a+6y)(a-6y).$

3)  $(5x-2)(5x+2).$

4)  $(3xy-10a)(3xy+10a).$

5)  $\left(\frac{2}{3}a-x^2\right)\left(\frac{2}{3}a+x^2\right).$

6)  $\left(\frac{1}{2}ab-\frac{6}{5}c\right)\left(\frac{1}{2}ab+\frac{6}{5}c\right).$

7)  $(x+y)^2.$

8)  $(x+2)^2.$

9)  $(a+3b)^2.$

10)  $(y-1)^2.$

11)  $(x-5)^2.$

12)  $(2a-1)^2.$

13)  $(3a-2x)^2.$

14)  $(ax-3by)^2.$

15)  $(7a^2+1)^2.$

16)  $3(1+2a^2x)^2.$

17)  $\left(2x+\frac{1}{4}\right)^2.$

18)  $\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{3}\right)^2.$

19)  $-(a-4x)^2.$

20)  $-(6x-y)^2.$

21)  $(a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2).$

22)  $(3ax-y)(3ax+y)(9a^2x^2+y^2).$

23)  $5xy(3z-2xy)(3z+2xy).$

24)  $ax(a-12x)^2.$

## 因 數 例 題 (90 頁)

1)  $(x+1)(x+3).$

2)  $(x+4)(x+2).$

3)  $(x-6)(x-1).$

4)  $(x-3)(x-4).$

- 5)  $(x+1)(x+14)$ .      6)  $(x-2)(x-9)$ .  
 7)  $(x+3)(x-2)$ .      8)  $(x+6)(x-2)$ .  
 9)  $(x-7)(x+4)$ .      10)  $(a-10)(a+2)$ .  
 11)  $(b+14)(b-2)$ .      12)  $(x+2y)(x+4y)$ .  
 13)  $(a-5b)(a+2b)$ .      14)  $(a^2+4y)(a^2-3y)$ .  
 15)  $(4x^2-a)(9x^2+a)$ .      16)  $\left(a+\frac{1}{2}x\right)\left(a+\frac{1}{3}x\right)$ .  
 17)  $(2-x)(x-5)$ .      18)  $(1-2a)(6a-1)$ .  
 19)  $y(m+9y)(m-3y)$ .      20)  $abx(a-x^2)(a-2x^2)$ .

## 同 例 題 (91, 92 頁)

- 1)  $(2x+3)(x+1)$ .      2)  $(2x+1)(x+5)$ .  
 3)  $(3x-1)(x-7)$ .      4)  $(5x+1)(x-2)$ .  
 5)  $(7x-3)(x+1)$ .      6)  $(2x+3)(x+2)$ .  
 7)  $(2x+5y)(x-3y)$ .      8)  $(4a+5b)(2a-b)$ .  
 9)  $2(3-2a)(4+a)$ .      10)  $(3a-5x)(2a-7x)$ .

## 同 例 題 (92 頁)

- 1)  $(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)$ .  
 2)  $(4x-2y)(16x^2+8xy+4y^2)$ .  
 3)  $(5a-2b^2)(25a^2+10ab^2+4b^4)$ .

$$4) (a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2).$$

## 同 雜 題 (94, 95 頁)

- 1)  $2a^2(a-3x)(a+3x)$ .      2)  $(2r+a+b)^2$ .  
 3)  $(a-b-3c+3d)(a-b+3c-3d)$ .  
 4)  $a(x-10)(x-9)$ .      5)  $x(x+7)(x-13)$ .  
 6)  $(x-2)(5-2x)$ .      7)  $y^2(7-y)(8-y)$ .  
 8)  $(t+10)(t-26)$ .      9)  $(9a+x)(6a-x)$ .  
 10)  $(2x-3)(x-2)$ .      11)  $(3x+2y)(x+7y)$ .  
 12)  $(a-2)(a+2)(a^2+2a+4)(a^2-2a+4)$ .  
 13)  $(2a-5x)(2a+5x)(4a^2+25x^2)$ .  
 14)  $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$ .  
 15)  $(x-y)\left(x+\frac{1}{4}y\right)$ .      16)  $(x+a)\left(x+\frac{1}{a}\right)$ .  
 17)  $(1-m+n)(1+m-n)$ .      18)  $(a+b)(a^2-ab+b^2+1)$ .  
 19)  $(x^2-5x+1)(x^2+5x+1)$ .  
 20)  $(x^2-3x-1)(x^2+3x-1)$ .  
 21)  $(a^2-4a+2)(a^2+4a+2)$ .  
 22)  $(2x^2-x+1)(2x^2+x+1)$ .  
 23)  $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$ .  
 24)  $(2y^2-6ay-3a^2)(2y^2+6ay-3a^2)$ .

- 25)  $(x^4+x^2+1)(x^4-x^2+1)$   
 $= (x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1).$
- 26)  $2(5x-5y+1)\{25(x-y)^2-5(x-y)+1\}.$
- 27)  $(x+y)(x+1)(x-1).$
- 28)  $(1-a^2)(1-b^2)=(1-a)(1+a)(1-b)(1+b).$
- 29)  $3p^2(2y-a)(4y^2+2ay+a^2).$
- 30)  $8x(x-1)(x+1)^2.$
- 31)  $(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b).$  32)  $(a+b)^4.$
- 33)  $(x+a+b)(x-a-b)(x-a+b)(x+a-b).$

## 最大公約數例題 (98, 99 頁)

- 1)  $a^2x.$     2)  $2ab^2.$     3)  $6a^2bx.$     4)  $ab^3.$   
 5)  $3bx^3.$     6)  $4y^2.$     7)  $2a(a-b).$     8)  $a+b.$   
 9)  $x-3y.$     10)  $x+2a.$     11)  $x+2.$   
 12)  $a-3b.$     13)  $y-3.$     14)  $2x-y.$   
 15)  $x+1.$     16)  $x-2.$

## 最小公倍數例題 (102, 103 頁)

- 1)  $a^2bx^3.$     2)  $12abcx^2.$     3)  $8x^4y^3z.$

- 4)  $3a^2x^2y^2.$     5)  $36a^2b^3x^2y^3.$     6)  $ax^2(x+a)^3.$   
 7)  $45x^2x(a-x)(a+x)^2.$     8)  $(x-1)(x-5)(x+6).$   
 9)  $(x+y)(x-3y)(x+5y).$     10)  $(x^3+1)(x^3-1).$   
 11)  $18(x+3)(x-4)(x+4).$   
 12)  $(x-y)^2(x+2y)(x-3y).$   
 13)  $x^2(x+3a)(x-5a)(2x-a).$

## G. C. M. 及 L. C. M. 餘論例題 (108 頁)

- 1)  $x-3.$     2)  $2x-1.$     3)  $a^2-2ax+x^2.$   
 4)  $x^2-3xy+2y^2.$     5)  $2y^2-3$   
 6)  $x+6.$     7)  $a^2-2a-1.$

## 同例題 (111, 112 頁)

- 1)  $(x+4)(x-2)(x^2-5x+3).$   
 2)  $(3x^2+2ax+a^2)(3x-2a)(x-4a).$   
 3)  $(x^2-2xy+4y^2)(x+6y)(x^2+xy-2y^2).$   
 4)  $(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)(x+4).$   
 5) 最大公約數  $2(a-3x).$   
 最小公倍數  $24a^2(a-3x)^2(a+3x)(a^2+3ax+9x^2).$



- 6) 最大公約數  $x^2 - x - 4$ .  
 最小公倍數  $(x^2 - x - 4)(x^2 + 2x + 6)(x^2 + x - 3)$ .
- 7) 最大公約數  $x^2 + 2x - 3$ .  
 最小公倍數  $(x^2 + 2x - 3)(x + 1)(x + 2)$ .

## 整式續編雜題 (113—116 頁)

- 1) (1)  $49x^2 - 168xy + 144y^2$ .  
 (2)  $9a^2 - b^2 + 4bc - 4c^2$ . (3)  $10n^2$ .
- 2) (1)  $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$ . (2)  $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ .  
 (3)  $a^3b^3 - 3a^2b^2x^2 + 3abx^4 - x^6$ .  
 (4)  $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ .
- 3) (1)  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$ .  
 (2)  $a^2 + b^2 + 9 - 2ab - 6a + 6b$ .  
 (3)  $4a^2 + b^2 + 9c^2 + 4ab - 12ac - 6bc$ .
- 5) (1) 2821. (2) 59220.
- 6)  $a = -18$ . 7)  $a = -2, b = 21$ .
- 8)  $(5a - 3b)^2$ . 9)  $(a + b - 3c - d)(a + b - 5c + d)$ .
- 10)  $\{x + y - 3(a + b)\} \{x + y - 5(a + b)\}$ .
- 11)  $(a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .
- 12)  $(x^2 - 4xy + y^2)(x^2 + 4xy + y^2)$ .

- 13)  $(x - z)(x + z)(y - z)(y + z)$ .  
 14)  $(x + 1)(x - 1)(x + 3)(x + 5)$ .  
 15)  $(a^2 + 2ab + 2b^2)(a^2 - 2ab + 2b^2)$ .  
 16)  $(8x^2 + 4xy + y^2)(8x^2 - 4xy + y^2)$ .  
 17)  $(a^2 + \sqrt{2}ax + x^2)(a^2 - \sqrt{2}ax + x^2)$ .  
 18)  $(y^2 + \sqrt{6}yz + 3z^2)(y^2 - \sqrt{6}yz + 3z^2)$ .  
 19)  $a(a^2 + b^2)$ . 20)  $2x - 3y$ . 21)  $x - 3a$ .  
 22)  $a^2x^2(a^2 - 4x^2)$ . 23)  $x(a - 4x)$ . 24)  $x^2 + y$ .  
 25)  $2x + 1$ . 26)  $x^2 + 3x - 1$ . 27)  $36abx(a^4 - x^4)$ .  
 28)  $(x - 1)(x - 2)(x - 4)$ . 29)  $(x + a)(x + 2a)(x - 6a)$ .  
 30)  $a(1 - 5ab^2)(1 - 6ab^2)(1 + 7ab^2)$ . 31)  $105ab^2(a^2 - b^2)$ .  
 32)  $x^8 - 1$ . 33)  $ax(a + 5x)(a - 4x)(a - 6x)$ .

## 約分法例題 (120 頁)

- 1)  $\frac{a}{b^3c}$ . 2)  $\frac{2ax^2}{b^2}$ . 3)  $\frac{5xy}{7a^2}$ . 4)  $\frac{2a^2}{9(x-y)^2}$ .
- 5)  $\frac{15ax^2}{10a^2 - x^2}$ . 6)  $\frac{x^2}{x-a}$ . 7)  $\frac{4a}{3b}$ .
- 8)  $\frac{4(x+1)}{x^2 + x + 1}$ . 9)  $\frac{x}{x+2}$ . 10)  $\frac{x+5}{x-4}$ .
- 11)  $\frac{a-2b}{a+6b}$ . 12)  $\frac{a^2+b^2}{a^2+ab+b^2}$ . 13)  $\frac{x^2-ax+b^2}{x^2+ax-b^2}$ .
- 14)  $\frac{2x+3a}{3x^2-a^2}$ . 15)  $\frac{y^2-y+3}{y^2+3y-2}$ . 16)  $\frac{x^2-4xy+3y^2}{x^2-2xy+3y^2}$ .

## 通分法例題 (122, 123 頁)

- 1)  $\frac{a^2}{ab}, \frac{b^2}{ab}$ .      2)  $\frac{20}{24x}, \frac{9}{24x}$ .
- 3)  $\frac{15a^2}{12a^3}, \frac{2a}{12a^3}, \frac{28}{12a^3}$ .
- 4)  $\frac{4bx^2}{4a^2x^3}, \frac{10alx}{4a^2x^3}, \frac{a^3}{4a^2x^3}$ .
- 5)  $\frac{72x^3}{36x^4}, \frac{9x^3}{36x^4}, \frac{28bx^2}{36x^4}, \frac{30ab^2}{36x^4}$ .
- 6)  $\frac{a^2}{abc}, \frac{b^2}{abc}, \frac{c^2}{abc}$ .      7)  $\frac{3b}{2b(a-1)}, \frac{2a}{2b(a-1)}$ .
- 8)  $\frac{a(x+a)}{(x-a)^2(x+a)}, \frac{x(a-x)}{,,}$ .
- 9)  $\frac{ax(x-a)}{a^2b^2(x-a)}, \frac{3b^2(x-a)}{,,}, \frac{4a^2b}{,,}$ .
- 10)  $\frac{2(x-2)(x+3)}{(x-1)(x-2)(x+3)}, \frac{(x-1)(x+3)}{,,}, \frac{5(x-1)(x-2)}{,,}$ .
- 11)  $\frac{a(x+a)}{x^2-a^2}, \frac{-x(x+a)}{,,}, \frac{a^2}{,,}, \frac{-x^2}{,,}$ .

## 分數式加減法例題 (127—129 頁)

- 1)  $\frac{a-c}{x^2}$ .      2)  $\frac{9a-5}{6a^2}$ .      3)  $\frac{9x^2-20}{24x^3}$ .
- 4)  $\frac{7a-6b}{6a^2b}$ .      5)  $\frac{23x-15}{36}$ .

- 6)  $\frac{2a^2+2ab-3b^2}{18ab}$ .      7)  $\frac{3ab+ac-bc}{abc}$ .
- 8)  $\frac{x+11}{(x-5)(x+3)}$ .      9)  $\frac{ax+bx-2ab}{(x-a)(x-b)}$ .
- 10)  $\frac{x^3+xy^2}{(x-y)(x+y)^2}$ .      11)  $\frac{14x+6}{(x-6)(x+4)}$ .      12)  $\frac{11x-3}{1-9x^2}$ .
- 13) (1)  $\frac{6ab-x}{2b}$ .      (2)  $\frac{a^2+x^2}{a-x}$ .      (3)  $\frac{-7x}{x^2-2x-3}$ .
- 14)  $\frac{6b^2-a^2}{a(a+b)(a+2b)}$ .      15)  $\frac{8x^4}{1-x^8}$ .
- 16)  $\frac{2x^2+10a+14}{(a+1)(a+2)(a+4)}$ .      17)  $\frac{2x-1}{(x-2)(x-3)(x+4)}$ .
- 18)  $\frac{22ab-3b^2}{(a-2b)(4a+b)(3a+5b)}$ .      19) 0.
- 20)  $\frac{1}{c(a-c)(b-c)}$ .

## 分數式乘除法例題 (132, 133 頁)

- 1)  $\frac{1}{2}$ .      2)  $\frac{xy}{4x^2}$ .      3)  $\frac{16bx^2}{15ay}$ .
- 4) 1.      5)  $\frac{a^2c}{3b^2}$ .      6)  $\frac{2y}{3xz^2}$ .
- 7)  $\frac{a}{c}$ .      8)  $\frac{2b^2c}{a}$ .      9)  $\frac{3}{20xyz}$ .

$$\begin{array}{ll}
 10) 4x^2. & 11) \frac{(x+2)(x-3)}{x-2}. \\
 12) \frac{a^2-ab+b^2}{a+3b}. & 13) \frac{x}{2(x+3)x^2+2c+4}. \\
 14) \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2}. & 15) \frac{1}{(x+1)(x+2)(x-3)}. \\
 16) \frac{(x+3)(x-5)}{(x+1)(x+6)}. & 17) \frac{a-7b}{a+5b}.
 \end{array}$$

同 例 題 (135, 136 頁)

$$\begin{array}{lll}
 1) x-2. & 2) \frac{y-x}{x+y}. & 3) \frac{1}{a(1+a^2)}. \\
 4) \frac{5(a+x)}{(x-2a)^2}. & 5) 1. & 6) \frac{x^3-x^2}{x+1}. \\
 7) -\frac{a}{b}. & 8) 3\frac{16}{25}. & 9) \frac{b-7a}{2b}. \\
 10) (1) 1-x+x^2-x^3+x^4-\frac{x^5}{1+x}. \\
 & (2) 1+x-x^3-x^4+x^6+\frac{x^7-x^8}{1-x+x^2}.
 \end{array}$$

分 數 式 雜 題 (137—139 頁)

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{a^2(a+3b)}{a^4-b^4}. & 2) \frac{10x}{(x^2-4)(x^2-9)}. & 3) 1. \\
 4) \frac{3ab-x^2}{a-5}. & 5) \frac{a^2+b^2}{2}. & 6) 1. \\
 7) 0. & 8) x-1. & 9) \frac{1}{3x^3}.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 10) y^2. & 11) 1. & 13) 2(x+y+z). \\
 14) \frac{2x}{3}+7\frac{1}{12}. & 15) \frac{b}{2}. & 16) 0. \quad 17) 1. \\
 18) \frac{1}{(x-a)(x-b)(x-c)}. & 19) \frac{d}{(a-d)(b-d)(c-d)}.
 \end{array}$$

一 次 方 程 式 續 例 題 (141, 142 頁)

$$\begin{array}{lll}
 1) 2\frac{1}{2}. & 2) 1. & 3) -4\frac{2}{7}. \\
 4) x=5, y=3. & 5) x=y=-2. \\
 6) 9, 13. & 7) 縱 27 尺, 橫 18 尺. \\
 8) 三十人, 五百四十圓. & 9) 720 哩.
 \end{array}$$

同 例 題 (146—148 頁)

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{2}{5}. & 2) 9. & 3) 2\frac{1}{2}. & 4) -1\frac{4}{9}. \\
 5) 1\frac{2}{7}. & 6) 11. & 7) 2. & 8) 3. \\
 9) 1\frac{2}{5}. & 10) -4\frac{1}{8}. & 11) 1\frac{2}{11} & 12) -3. \\
 13) 2. & 14) x=5, y=9. & 15) \frac{3}{8}. \\
 16) 25 哩. & 17) \frac{2}{3}.
 \end{array}$$

## 同 例 題 (150, 151 頁)

- 1)  $a+b$ . 2)  $2a$ . 3)  $\frac{a}{2}$ . 4)  $b-a$ .  
 5)  $n-m$ . 6)  $\frac{-2ab}{a^2+b^2}$ .  
 7)  $x=2a+b, y=a+2b$ . 8)  $x=\frac{a}{b}, y=\frac{b}{a}$ .  
 9)  $x=\frac{b+c}{2}, y=\frac{c+a}{2}, z=\frac{a+b}{2}$ . 10)  $2a-b$ .  
 11)  $\frac{ab}{b-a}$ . 12)  $x=a+b, y=a-b$ . 13)  $\frac{an-c}{a+b}$  日.  
 14) 甲  $\frac{b+c-a}{2}$  圓, 乙  $\frac{c+a-b}{2}$  圓, 丙  $\frac{a+b-c}{2}$  圓.  
 15)  $\frac{ac(b-d)}{ab-bc}$  間,  $\frac{bd(a-c)}{ad-bc}$  間. 56 間, 45 間.

## 同 例 題 (157, 158 頁)

- 1) 二年ノ後.  
 2) (1)  $\frac{d-a}{b-c}$  年後. (2)  $\frac{d-a}{c-b}$  年前. (3)  $\frac{a-d}{b-c}$  年前.  
 (4)  $\frac{a-d}{c-b}$  年後.  
 3) (1)  $a$  負ナルキハ甲ハ  $Q$  ヨリ  $P$  ニ向フ方向ニテ進行スルヲ示ス. 四時間前.

(2)  $b$  負ナルトキハ乙ハ  $Q$  ヨリ  $P$  ニ向フ方向ニテ進行スルヲ示ス. 三時間後.

(3)  $c$  負ナルキハ  $Q$  ハ  $P$  ノ後方ニ在ルヲ示ス. 六時間後.

(4)  $a$  及  $b$  負ナルキハ甲乙何レモ  $Q$  ヨリ  $P$  ニ向フ方向ニテ進行スルヲ示ス.

## 同 雜 題 (159—162 頁)

- 1)  $11\frac{5}{8}$ . 2)  $-\frac{3}{7}$ . 3)  $2\frac{1}{2}$ .  
 4)  $x=-\frac{1}{2}, y=1\frac{1}{2}$ . 5) 3. 6) 6.  
 7) 2. 8)  $\frac{38}{41}$ . 9)  $\frac{1}{16}$ . 10) 4.  
 11)  $\frac{1}{6}$ . 12)  $a^2+b^2$ . 13)  $\frac{a+b}{2}$ .  
 14)  $x=\frac{cb'-c'b}{ab'-a'b}, y=\frac{ac'-a'c}{ab'-a'b}$ .  
 15)  $x=\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}, y=\frac{ab(a-b)}{a^2+b^2}$ .  
 16)  $x=a+b, y=-\frac{a^2}{b}$ . 17)  $x=y=c$ .

- 18)  $x = \frac{1}{2}(2l+m+n), y = \frac{1}{2}(l+2m+n),$   
 $z = \frac{1}{2}(l+m+2n).$
- 19)  $x = \frac{a}{(a-b)(a-c)}, y = \frac{b}{(b-c)(b-a)}, z = \frac{c}{(c-a)(c-b)}.$
- 20)  $x = \frac{1}{p}, y = \frac{1}{q}, z = \frac{1}{r}.$
- 21)  $\frac{2}{5}.$  22) 一圓 = 付キ六升. 23) 每時三哩
- 24) 甲  $\frac{1}{2}(p+q-r)$ 圓, 乙  $\frac{1}{2}(p+r-q)$ 圓,  
 丙  $\frac{1}{2}(q+r-p)$ 圓, 丁  $\frac{1}{2}(2s+q-p-r)$ 圓.  
 甲 56 圓, 乙 51 圓, 丙 43 圓, 丁 35 圓,
- 25) 4. 26) 五十三部.

## 補習問題乙 (174—181 頁)

- 1) (1)  $24\frac{1}{3}.$  (2)  $-67\frac{2}{3}.$
- 2) (1) 32. (2) 16. (3) -446.
- 3)  $8a^2-477.$  4)  $10x-2y.$
- 5)  $8ab-4a^2-3b^2.$

- 7)  $x^3-x^2\left(a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{4}c\right)+x\left(\frac{1}{2}ab+\frac{1}{4}ac+\frac{1}{8}bc\right)-\frac{1}{8}abc.$
- 8)  $1-5x+20x^2-80x^3.$  9)  $1+3a-x^2.$
- 10)  $m^2+mn-n^2.$  11)  $12\frac{13}{16}.$
- 12)  $b-q=p(a-p), c=q(a-p).$  13) 5. 14) 3.
- 15)  $\frac{2}{3}.$  16)  $10\frac{1}{3}.$  17)  $x=5, y=-\frac{3}{5}.$
- 18)  $x=12, y=9, z=5.$  19)  $(m+3n)(m-3n)^2.$
- 20)  $(x^2-\sqrt{8xy+4y^2})(x^2+\sqrt{8xy+4y^2}).$
- 22)  $5a^2-1.$  23)  $6(y+3a)(y-3a)(y-5b).$
- 24)  $\frac{z^2-z+5}{z(5z^2+4z+16)}.$  25) 0. 26)  $\frac{2(x+y)}{x^2+xy+y^2}.$
- 27) (1) 1. (2)  $1+a-a^3.$
- 28) (1)  $-\frac{a^2}{a+b}.$  (2) -1. 29) 3. 30)  $2\frac{1}{2}.$
- 31)  $x=8, y=-5.$  32)  $x=a+\frac{b}{2}, y=a-\frac{b}{2}.$
- 33)  $x=-abc, y=bc+ca+ab, z=-(a+b+c).$
- 35) 六斗. 36) 二十錢銀貨4個, 十錢銀貨  
2個, 五錢銀貨4個.
- 37) 三人. 38) 每時32哩. 39) 四百八十人.
- 40) 午後二時三十六分.

41) 3時 $36\frac{72}{143}$ 分カ7時 $18\frac{6}{143}$ 分カノ疑ヒアル時.

不等式例題 (184, 185 頁)

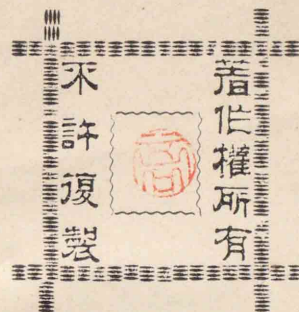
- 1)  $x > 1.$     2)  $x > -5.$     3)  $x < 9.$
- 4)  $x > \frac{3}{7}.$     5)  $x < \frac{b+d}{a-c}.$     6)  $x < 4\frac{1}{2}, y > 2.$
- 7)  $x > 3, y$ ノ限リハ不定.
- 8)  $y > -\frac{1}{2}, x$ ノ限リハ不定.
- 9)  $x$ 及 $y$ 共ニ其限リ不定.    10)  $x > 2\frac{1}{5} \quad y < \frac{7}{10}.$

分數式ノ數值例題 (192 頁)

- 1)  $\frac{1}{5}.$     2)  $\frac{3}{8}.$     3) 約分スレハ  $\frac{x-2}{x^2-2x-3}$
- トナリ,  $x=3$ トスレハ  $\frac{1}{0}$ トナル, 即チ不能式
- 4)  $1\frac{1}{5}.$

日四廿月二年四十四治明  
濟定檢省部文

明明明明  
治治治治  
四四四四  
十十四四  
三三四四  
年年年年  
十二月二  
月月月月  
十十七  
三八三七  
日日日日  
印發訂訂  
正正  
印發  
刷行刷行



販賣所

振替貯金口座東京四九一五番  
(長電話本局八九二番)(本局一六四番)  
明治圖書株式會社  
東京市神田區南乘物町九番十番地

印刷所  
代表者  
發行者  
著者

東京市神田區三崎町三丁目一番地  
博 信 堂  
坂 本 嘉 治 馬  
合資會社富山房社長(全所)  
東京市神田區裏神保町九番地  
會社 富 山 房  
澤 田 吾 一  
東京市小石川區大門町廿八番地

定價金五十五錢  
(改訂代數學教科書奧附)

