

40131

教科書文庫

4
414
4L-1912
20000 72708

4a  
414  
明45

資料室

文部省檢定濟  
明治四十五年三月十五日 中學校數學科教科書

# 平面三角法

## 教科書

理學士

遠藤又藏著

東京  
光風館書店藏版

第廿二版

第二十版

緒言

本版ニ於テハ大綱ハ前版ニ異ナラズ、其ノ修正ノ重ナル點ハ次ノ如シ。

第一. 授業上ノ便ヲ圖リ章ノ分合ヲ行ヒタルコト

！

第二. 説明ノ繁簡ノ度ヲ齊一ニシタルコト。

第三. 問題ノ一層適切ナルモノヲ以テ不穩當ト考ヘラルルモノニ代ヘ、多クノ試験問題ヲ交ヘ、稍困難ナル題ニハ其ノ解法ノ方針ヲ示シ、附録ノ外ハ總ベテ答ヲ省キタルコト。

第四. 弧度法、逆三角函數、三角方程式等ヲ附録トナシ、公式一覽表ヲ附シタルコト。

本書ノ配當方ハ概ネ次ノ如シ。

第一編	} ……第一學期。
第二編	
第三編	} ……第二學期。
第四編	



第五編…第三學期。

附 録…補習科。

進歩ニハ際限ナシ、著者ハ益々力ヲ本書ノ改良ニ致シ以テ世ノ進運ニ後レザランコトヲ期ス。

明治四十一年八月

著者識ス。

第二十二版

緒 言

本版ニ於テハ處々問題ヲ變更シ、卷末ニ補充問題ヲ加ヘテ授業上ノ便益ヲ計リタル外、前版ト著シク異ナレル所ナシ。

本書ノ綱目ハ最近ニ發布セラレタル教授要目ニ何等矛盾ノ點ナキヲ以テ、大體ニ變更ヲ企テザリシナリ。

本版ガ些少ニテモ授業上ノ便宜ヲ増スコトアラバ幸ナリ。

明治四十五年三月

著者識ス。

平面三角法教科書

目 次

第一編 銳角

	頁
第一章 角ノ計リ方 ... ..	1-5
三角法ノ定義 ... ..	1
六十分法 ... ..	1
角ノ單位ノ轉換 ... ..	2
設題一 ... ..	5
第二章 銳角ノ三角函數 ... ..	6-24
定義... ..	6
記法ニ關スル注意 ... ..	7
設題二 ... ..	8
三角函數相互ノ關係 ... ..	9
恒等式ノ證明法 ... ..	10
設題三 ... ..	11
三角函數ノ一ツヲ以テ他ヲ表ス法 ... ..	13

一ツノ三角函數ノ値ヲ知リテ他ヲ求ムル  
 法 ... .. 16  
 設題四 ... .. 18  
 餘角ノ三角函數 ... .. 18  
 重要ナル特別角ノ三角函數 ... .. 19  
 設題五 ... .. 20  
 三角函數表 ... .. 21  
 設題六 ... .. 23

**第三章 直角三角形 ... .. 25-34**

定義... .. 25  
 直角三角形ノ解キ方 ... .. 25  
 測量問題ニ於ケル術語... .. 28  
 測量問題 ... .. 30  
 設題七 ... .. 32

**第二編 一般ノ角**

**第四章 一般ノ角ノ三角函數 ... 35-44**

角ノ定義 ... .. 35  
 象限ノ定義 ... .. 36

三角函數ノ定義... .. 37  
 三角函數相互ノ關係 ... .. 38  
 無窮大 ... .. 39  
 三角函數ノ變化 ... .. 37

**第五章  $n \cdot 90^\circ \pm A$ ノ三角函數... .. 45-51**

$n \cdot 360^\circ + A$ ノ三角函數... .. 45  
 負角ノ三角函數... .. 45  
 餘角ノ三角函數... .. 47  
 補角ノ三角函數... .. 49  
 角ノ減少法... .. 49  
 設題八 ... .. 50

**第三編 合角分角**

**第六章 和角及ビ差角ノ三角函數 ... .. 52-61**

二角ノ和ノ正弦及ビ餘弦 ... .. 54  
 二角ノ差ノ正弦及ビ餘弦 ... .. 53  
 二角ノ和ト差トノ正切及ビ餘切 ... .. 54  
 二角ノ和ト差トノ正弦或ハ餘弦ノ乘積 ... 55

三ツノ角ノ和ノ三角函數 ... .. .	55
正弦餘弦ノ乘積ト和或ハ差トノ轉換 ... .. .	56
設題九 ... .. .	58
<b>第七章 倍角半角ノ三角函數 ... 62-69</b>	
二倍角ノ三角函數 ... .. .	62
半角ノ三角函數 ... .. .	63
三倍角ノ三角函數 ... .. .	64
設題十 ... .. .	65

#### 第四編 對數

<b>第八章 一般ノ對數 ... .. . 70-72</b>	
對數ノ定義及ビ記法 ... .. .	70
對數ノ重ナル性質 ... .. .	70
設題十一 ... .. .	72
<b>第九章 常用對數 ... .. . 73-88</b>	
常用對數ノ性質 ... .. .	73
對數四則 ... .. .	75
數ノ對數表 ... .. .	77
三角函數ノ對數表 ... .. .	81

諸計算ニ於ケル對數ノ應用 ... .. .	86
設題十二 ... .. .	88

#### 第五編 一般ノ三角形

<b>第十章 三角形ノ性質 ... .. . 89-101</b>	
三角形ノ角ノ關係 ... .. .	89
設題十三 ... .. .	90
外接圓ノ半徑及ビ正弦比例式 ... .. .	92
餘弦式 ... .. .	93
設題十四 ... .. .	95
面積ノ式 ... .. .	97
內接圓ノ半徑及ビ半角ノ正切ノ式 ... .. .	99
設題十五 ... .. .	100
<b>第十一章 三角形ノ解キ方及ビ</b>	
<b>應用 ... .. . 102-118</b>	
三角形ノ解キ方ノ基礎ノ場合 ... .. .	104
測量問題 ... .. .	110
設題十六 ... .. .	111

## 附 錄

第一	弧度法	1-3
第二	逆三角函數	4-10
第三	三角方程式	11-17
第四	加法定理ノ完全ノ證明	18-23
第五	希臘文字	24
第六	補充問題	25-46

## 附 表

第一	數ノ對數表	1-4
第二	三角函數ノ對數表	5-14
第三	三角函數ノ眞數表	15-24
第四	用法例	25-30
第五	公式一覽	31

目 次 畢

## 平面三角法教科書.

### 第一編.

### 銳 角.

### 第 一 章.

### 角ノ計リ方.

#### 1. 三角法ノ定義.

三角法ハ三角函數(或ハ圓函數)ト名ヅクルモノノ性質及ビ應用ヲ講ズル學科ニシテ其ノ應用ノ區域ニヨリ之ヲ平面、球面ノ二部ニ分ツ.

#### 2. 六十分法.

實地ノ計算ニ於テ一般ニ用フル所ノ角ノ計リ方ハ次ノ如シ.

一直角ノ九十分ノ一(即正三角形ノ一角ノ六十分ノ一)ヲ一度ト云ヒ、一度ノ六十分ノ一ヲ一分ト云ヒ、一分ノ六十分ノ一ヲ一秒ト云ヒ、度、分、秒ヲ單位トシテ角ヲ計ル方法ヲ六十分法ト云フ、而シテ  $d$  度  $m$  分  $s$  秒ナル角ハ之ヲ  $d^\circ m' s''$  ト記ス。

注意 秒ナル單位ハ小ニ過グルヲ以テ實際上之ヲ用フルコト極メテ稀ナリ、分ヨリモ小ナル角ハ分ノ小數ニテ表スヲ適當且便宜ナリトス(通常ノ場合ニ於テハ小數一位ニテ充分ナリ)。教科書ニ於テ秒ヲ用ヒタルモノアルハ唯習慣ニ從ヘルノミ。

### 3. 角ノ單位ノ轉換.

任意ノ一角ニ於テ直角ヲ單位トシテ計レル値及ビ六十分法ニテ計レル値ノ中何レカ一ツヲ知ルトキハ容易ニ他ノ一ツヲ求ムルコトヲ得、其ノ方法次ノ如シ。

第一 直角單位ニテ計レル値ヲ六十

分法ニテ計レル値ニ直スニハ之ニ90ヲ乘ジテ度數ヲ得、度ノ分數ニ60ヲ乘ジテ分ノ數ヲ得、分ノ分數ニ60ヲ乘ジテ秒數ヲ得、所得ノ度分秒ヲ連記シテ答トス。

例.

1.  $\frac{45}{64}$  直角ヲ六十分法ニテ表セ.

運算.

$$\frac{45}{64} \text{ 直角} = \left( \frac{45}{64} \times 90 \right) \text{ 度} = 63 \frac{9}{32} \text{ 度}$$

$$\frac{9}{32} \text{ 度} = \left( \frac{9}{32} \times 60 \right) \text{ 分} = 16 \frac{7}{8} \text{ 分}$$

$$\frac{7}{8} \text{ 分} = \left( \frac{7}{8} \times 60 \right) \text{ 秒} = 52.5 \text{ 秒}$$

答.

$$63^\circ 16' 52''.5$$

2.  $0.07875$  直角ヲ六十分法ニテ表セ.

運算.

$$\begin{array}{r} 0.07875 \text{ 直角} \\ \hline 90 \\ \hline 7.0875 \text{ 度} \\ \hline 60 \\ \hline 5.25 \text{ 分} \\ \hline 60 \\ \hline 15 \text{ 秒} \end{array}$$



答.

$$7^{\circ} 5' 15''.$$

第二. 六十分法ニテ計レル値ヲ直角單位ニテ計レル値ニ直スニハ次ノ式ヲ用フ.

$$d^{\circ} m' s'' = \left( \frac{d}{90} + \frac{m}{90 \times 60} + \frac{s}{90 \times 60 \times 60} \right) \text{直角}$$

例.

$$8^{\circ} 15' 27'' \text{ハ幾直角ナルカ.}$$

運算.

$$\begin{aligned} 8^{\circ} 15' 27'' &= \left( \frac{8}{90} + \frac{15}{90 \times 60} + \frac{27}{90 \times 60 \times 60} \right) \text{直角} \\ &= \left( \frac{8}{90} + \frac{1}{90 \times 4} + \frac{3}{90 \times 20 \times 20} \right) \text{直角} \\ &= \frac{3200 + 100 + 3}{90 \times 400} \text{直角} \\ &= \frac{3303}{36000} \text{直角} \\ &= \frac{367}{4000} \text{直角} = 0.09175 \text{直角.} \end{aligned}$$

或ハ次ノ如ク運算ス.

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 27} \quad \text{秒} \\ 60 \overline{) 15.45} \quad \text{分} \\ 90 \overline{) 8.2575} \quad \text{度} \\ 0.09175 \quad \text{直角} \end{array}$$

設 題 一.

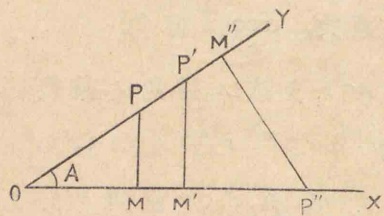
1. 次ノ諸角ヲ六十分法ニテ表セ.  
 $\frac{11}{16}$  直角,  $0.678$  直角,  $0.0241$  直角.
2. 直角ヲ單位トスルトキ次ノ諸角ノ値幾何.  
 $49^{\circ}$ ,  $37'8$ ,  $32''4$ ,  $11^{\circ}15'$ ,  $8^{\circ}0'36''$ ,  $45'5''4$ ,  $61^{\circ}52'30''$ .
3. 或角ヲ單位トシテ  $15^{\circ}$  及ビ  $0.2$  直角ヲ計リテ得タル値ノ和ガ  $0.73$  ナルトキ單位トセル角ハ幾度ナルカ.
4. 三角形ノ三ツノ角ガ等差級數ヲナシ最小角ヲ秒ニテ表シタル數ガ最大角ヲ分ニテ表シタル數ノ四倍ナルトキ三ツノ角ヲ六十分法ニテ表セ.

## 第二章.

## 銳角ノ三角函數.

## 4. 定義.

任意ノ銳角  $A$  ノ任意ノ邊  $OY$  上ニ角頂外ノ任意



ノ點  $P$  ヲ取り此ノ點ヨリ他ノ邊  $OX$  ニ垂線ヲ作り其ノ足ヲ  $M$  トスルトキ  $A$  ニ關シテ  $OP$  ヲ斜邊,  $MP$  ヲ垂

線,  $OM$  ヲ底邊ト云ヒ, 次ノ六個ノ比ヲ總稱シテ  $A$  ノ三角函數(或ハ圓函數)ト云フ

第一.  $\frac{\text{垂線}}{\text{斜邊}}$  即  $\frac{MP}{OP}$  ヲ  $A$  ノ正弦ト云ヒ之ヲ  $\sin A$  ト記ス.

第二.  $\frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}$  即  $\frac{OM}{OP}$  ヲ  $A$  ノ餘弦ト云ヒ之ヲ  $\cos A$  ト記ス.

第三.  $\frac{\text{垂線}}{\text{底邊}}$  即  $\frac{MP}{OM}$  ヲ  $A$  ノ正切ト云ヒ之ヲ  $\tan A$  (或ハ  $tg A$ ) ト記ス.

第四.  $\frac{\text{底邊}}{\text{垂線}}$  即  $\frac{OM}{MP}$  ヲ  $A$  ノ餘切ト云ヒ之ヲ  $\cot A$  ト記ス.

第五.  $\frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}}$  即  $\frac{OP}{OM}$  ヲ  $A$  ノ正割ト云ヒ之ヲ  $\sec A$  ト記ス.

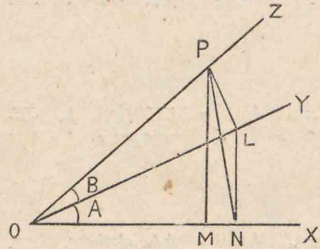
第六.  $\frac{\text{斜邊}}{\text{垂線}}$  即  $\frac{OP}{MP}$  ヲ  $A$  ノ餘割ト云ヒ之ヲ  $\text{cosec} A$  ト記ス.

注意一. 正弦, 正切, 正割ハ夫々餘弦, 餘切, 餘割ト互ニ餘函數ナリト云フ.

注意二.  $OY$  上ノ他ノ任意ノ點  $P'$  及ビ  $OX$  上ノ任意ノ點  $P''$  ヨリ  $OX$  及ビ  $OY$  ニ垂線ヲ作り其ノ足ヲ  $M', M''$  トセバ三角形  $OP'M', OP''M''$  ハ何レモ  $OPM$  ニ相似ナルヲ以テ對應邊ノ比ハ相等シ故ニ  $A$  ノ一定ナル以上ハ其ノ各三角函數ノ値ハ一定ナリ.

## 5. 記法ニ關スル注意.

第一.  $\sin A$  等ハ  $A$  ニ屬スル比ノ記號ナルヲ以テ  $\sin$  等ト  $A$  トヲ分割スベカラズ, 例ヘバ  $\sin A + \sin B$  ハ  $A$  ノ正弦ト  $B$  ノ正弦トノ和ヲ表スモノニシテ  $A$  ト  $B$  トノ和ノ正弦  $\sin(A+B)$  ニ等シカラズ. 今  $X\hat{O}Y$ ,



Y $\hat{O}Z$ ヲA, BトシOZ上ノ  
 一點PヨリOY, OXニ垂  
 線ヲ作り其ノ足ヲL, M  
 トシLヨリOXニ垂線  
 ヲ作り其ノ足ヲNトシ  
 P, Nヲ連ヌルトキハ

$$\sin A = \frac{NL}{OL} > \frac{NL}{OP},$$

$$\sin B = \frac{LP}{OP},$$

$$\therefore \sin A + \sin B > \frac{NL+LP}{OP} > \frac{PN}{OP} > \frac{MP}{OP},$$

即  $\sin A + \sin B > \sin(A+B).$

第二.  $n$ ガ正ノ整數ナルトキ三角函數ノ $n$ 乗ヲ  
 示スニハ便宜上函數記號ノ右肩ニ指數 $n$ ヲ附スル  
 ヲ常トス, 例ヘバ $(\sin A)^3, (\cos A)^2$ ヲ $\sin^3 A, \cos^2 A$ ト記スル  
 ガ如シ.

設 題 二.

5. 直角三角形ノ三邊ガ三寸, 四寸, 五寸ナルトキ  
 其ノ最小角ノ正弦, 餘弦, 正切ヲ求ム.

6. 直角三角形ノ直角ノ二邊ノ數値ガ28, 45ナ  
 ルトキ其ノ大銳角ノ正弦ヲ求ム.

7. 33, 56, 65ニ比例セル三邊ヲ有スル三角形ノ  
 最小角ノ餘切, 正割, 餘割ヲ求ム.

8. 三角形ABCニ於テCヨリ對邊ニ到ル中線ガ  
 ACニ垂線ナルトキハACB角ノ補角ノ正切ハAノ  
 正切ノ二倍ナリ.

6. 三角函數相互ノ關係.

以下基本定理

次ニ掲グルモノハ同角ノ三角函數ノ重要ノ關係  
 ナリ.

第一. 二重關係.

$$\sin A \operatorname{cosec} A = \frac{\text{垂}}{\text{斜}} \cdot \frac{\text{斜}}{\text{垂}} = 1 \dots\dots\dots(1)$$

$$\cos A \sec A = \frac{\text{底}}{\text{斜}} \cdot \frac{\text{斜}}{\text{底}} = 1 \dots\dots\dots(2)$$

$$\tan A \cot A = \frac{\text{垂}}{\text{底}} \cdot \frac{\text{底}}{\text{垂}} = 1 \dots\dots\dots(3)$$

第二. 三重關係.

$$\tan A = \frac{\text{垂}}{\text{底}} = \frac{\text{垂}}{\text{斜}} \div \frac{\text{底}}{\text{斜}} = \frac{\sin A}{\cos A} \dots\dots\dots(4)$$

$$\cot A = \frac{\text{底}}{\text{垂}} = \frac{\text{底}}{\text{斜}} \div \frac{\text{垂}}{\text{斜}} = \frac{\cos A}{\sin A} \dots\dots\dots (5)$$

## 第三. 平方關係.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \left(\frac{\text{垂}}{\text{斜}}\right)^2 + \left(\frac{\text{底}}{\text{斜}}\right)^2 = \frac{\text{斜}^2}{\text{斜}^2} = 1 \dots\dots\dots (6)$$

$$1 + \tan^2 A = 1 + \left(\frac{\text{垂}}{\text{底}}\right)^2 = \left(\frac{\text{斜}}{\text{底}}\right)^2 = \sec^2 A \dots\dots\dots (7)$$

$$1 + \cot^2 A = 1 + \left(\frac{\text{底}}{\text{垂}}\right)^2 = \left(\frac{\text{斜}}{\text{垂}}\right)^2 = \text{cosec}^2 A \dots\dots\dots (8)$$

## 7. 恒等式ノ證明法.

前條ノ關係ニヨリ三角函數ヲ含メル種々ノ恒等式ヲ證明スルコトヲ得;其ノ重ナル方法ハ次ノ二種ナリ.

第一. 左邊ヨリ右邊ヲ誘導スル法.

例.

$$\tan^2 A \cos^2 A + \cot^2 A \sin^2 A = 1 \text{ ヲ證セヨ.}$$

證.

$$\begin{aligned} \text{左邊} &= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \cdot \cos^2 A + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} \cdot \sin^2 A \\ &= \sin^2 A + \cos^2 A \\ &= 1. \end{aligned}$$

第二. 已知ノ關係ヨリ誘導スル法.

例.

$$\frac{\text{cosec} A - \sec A}{\cot A + \tan A} = \frac{\cot A - \tan A}{\text{cosec} A + \sec A} \text{ ヲ證セヨ.}$$

證.

$$\text{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$$

$$\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

$$\therefore \text{cosec}^2 A - \sec^2 A = \cot^2 A - \tan^2 A$$

$$(\text{cosec} A - \sec A)(\text{cosec} A + \sec A) = (\cot A - \tan A)(\cot A + \tan A)$$

$$\therefore \frac{\text{cosec} A - \sec A}{\cot A + \tan A} = \frac{\cot A - \tan A}{\text{cosec} A + \sec A}$$

注意. 恒等式ノ證明法ニハ此ノ外右邊ヲ左邊ニ變ズル法;兩邊ヲ同ジ形ニ變ズル法;及ビ恒等式ノ成立スルタメニ充分ノ條件ヲ求ムル法アリ;然レドモ成ルベクハ前ノ二法ノ何レカラ用フルヲヨシトス.

## 設 題 三.

次ノ諸恒等式ヲ證セヨ.

$$*9. \tan^2 A - \sin^2 A = \tan^2 A \sin^2 A.$$

$$*10. \cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cos^2 A.$$

$$*11. \sec^2 A + \text{cosec}^2 A = \sec^2 A \text{cosec}^2 A.$$

此ノ三ツモ亦平方關係ナリ.

$$*12. \operatorname{cosec} A - \sin A = \cot A \cos A.$$

$$*13. \sec A - \cos A = \tan A \sin A.$$

$$*14. \cot A + \tan A = \sec A \operatorname{cosec} A.$$

此ノ三ツヲ四重關係ト云フ.

(星標ヲ附シタル題ハ重要ナルモノナリ. 以下之ニ倣フ)

$$15. \tan A \sin A + \cos A = \sec A.$$

$$16. (1 + \sin A)^2 + (1 + \cos A)^2 = 3 + 2(\sin A + \cos A).$$

$$17. \sin^3 A + \cos^3 A = (\sin A + \cos A)(1 - \sin A \cos A)$$

$$18. (1 + \sin A + \cos A)^2 = 2(1 + \sin A)(1 + \cos A).$$

$$19. \sin^2 A \tan A + \cos^2 A \cot A + 2 \sin A \cos A = \tan A + \cot A.$$

$$20. (\tan A + \sec A)^2 = \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}.$$

$$21. (\sin A + \cos A)(\tan A + \cot A) = \sec A + \operatorname{cosec} A.$$

$$22. (\sin A + \sec A)^2 + (\cos A + \operatorname{cosec} A)^2 = (1 + \sec A \operatorname{cosec} A)^2$$

$$23. 2(\sin^6 A + \cos^6 A) - 3(\sin^4 A + \cos^4 A) + 1 = 0.$$

$$24. \sec A + \tan A = \frac{1}{\sec A - \tan A}.$$

$$25. \sec^4 A + \tan^4 A = 1 + 2 \sec^2 A \tan^2 A.$$

$$26. \operatorname{cosec}^6 A - \cot^6 A = 1 + 3 \operatorname{cosec}^2 A \cot^2 A.$$

$$27. (1 + \tan A)^2 + (1 + \cot A)^2 = (\sec A + \operatorname{cosec} A)^2.$$

$$28. 1 + \operatorname{cosec}^4 A - \cot^4 A = 2 \operatorname{cosec}^2 A.$$

$$29. (1 - \tan^4 A) \cos^2 A + \tan^2 A = 1.$$

$$30. (\cos^2 A + \cot^2 A) \tan^2 A = \sec^2 A + (\cos^2 A - 1) \tan^2 A.$$

$$31. \sin \theta + \sin^3 \theta = 1 \text{ ナルトキハ } \cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1 \text{ ナリ.}$$

\*32.  $a \sin \theta + b \cos \theta = c$ ,  $a' \sin \theta + b' \cos \theta = c'$  ヨリ  $\theta$  ヲ消去セヨ. (兩式ヨリ  $\sin \theta$  及ビ  $\cos \theta$  ノ値ヲ求メ公式6ヲ應用スベシ).

## 8. 三角函數ノ一ツヲ以テ他ヲ表ス法.

一ツノ角ノ三角函數六種ノ中任意ノ一ツヲ以テ残り五ツノ何レヲモ表スコトヲ得ベシ. 其ノ式ノ作り方ニ次ノ二法アリ.

第一. 他ヲ表スタメニ用ヒントスル三角函數ヲ含有スル平方關係ヲ取り之ヨリ他ノ一ツヲ表ス式ヲ作ルコトヲ得. 次ニ(1)ヨリ(5)マデノ公式ヲ用ヒテ残りノ四ツヲ表ス式ヲ作ルコトヲ得.

例.

1.  $\sin A$  ヲ以テ同角ノ他ノ三角函数ヲ表セ.

解.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

$$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}.$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}.$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 A}}{\sin A}.$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}.$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}.$$

2.  $\cot A$  ヲ以テ同角ノ他ノ三角函数ヲ表セ.

解.

$$1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A.$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \sqrt{1 + \cot^2 A}.$$

$$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 A}}.$$

$$\cos A = \cot A \sin A = \frac{\cot A}{\sqrt{1 + \cot^2 A}}.$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{1 + \cot^2 A}}{\cot A}.$$

$$\tan A = \frac{1}{\cot A}.$$

同様ニ餘弦ヲ以テ表サントセバ(6)ヲ用ヒ正割或ハ正切ヲ以テ表サントセバ(7)ヲ用ヒ餘割ヲ以テ表サントセバ(8)ヲ用フベシ.

第二. 考フル所ノ角ニ於テ他ヲ表スタメニ用ヒントスル三角函数ヲ作ルトキニ分母トスル邊ノ長サヲ1トセバ分子ニ當ル邊ノ長サハ此ノ函数ノ値ニ等シク殘リノ邊ハ *Pythagoras* ノ定理ニヨリ之ヲ定ムルコトヲ得從ツテ定義ニヨリ他ノ三角函数ノ式ヲ得ベシ.

例.

 $\sec A$  ヲ以テ同角ノ他ノ三角函数ヲ表セ.

解.

A 角ニ於テ  $\sec A = \frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}}$  ナルヲ以テ底邊=1ナラシメバ斜邊= $\sec A$ , 垂線= $\sqrt{(\text{斜邊})^2 - (\text{底邊})^2} = \sqrt{\sec^2 A - 1}$  トナル.

$$\therefore \sin A = \frac{\text{垂線}}{\text{斜邊}} = \frac{\sqrt{\sec^2 A - 1}}{\sec A}.$$

$$\cos A = \frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}} = \frac{1}{\sec A}.$$

$$\tan A = \frac{\text{垂線}}{\text{底邊}} = \sqrt{\sec^2 A - 1}.$$

$$\cot A = \frac{\text{底邊}}{\text{垂線}} = \frac{1}{\sqrt{\sec^2 A - 1}}.$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{斜邊}}{\text{垂線}} = \frac{\sec A}{\sqrt{\sec^2 A - 1}}.$$

### 9. 一ツノ三角函數ノ値ヲ知リテ他ヲ求ムル法。

一ツノ三角函數ノ値ヲ知リテ同角ノ他ノ三角函數ヲ計算スルニハ次ノ二法アリ。

第一. 未知函數ヲ已知函數ニテ表ス式ニヨリ計算スル法。

第二. 考フル所ノ角ニ於テ已知函數ヲ作ルタメニ分母トスル邊ヲ其ノ値ノ分母ニ等シカラシメバ分子ニ當ル邊ハ値ノ分子ニ等シク他ノ一邊ハ Pythagorasノ定理ニヨリ之ヲ求ムルコトヲ得從ツテ定義ニヨリ他ノ函數ノ値ヲ得ル法。

例.

$$\sin A = \frac{12}{13} \text{ ナルトキ } A \text{ ノ他ノ三角函數ヲ求ム.}$$

解.

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{13} \times \frac{1}{13}} = \frac{5}{13}.$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}.$$

$$\cot A = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 A}}{\sin A} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}.$$

$$\sec A = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{1}{\frac{5}{13}} = \frac{13}{5}.$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}.$$

或ハ A 角ニ於テ斜邊=13 ナラシメバ垂線=12, 底邊 $=\sqrt{(\text{斜邊})^2 - (\text{垂線})^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25 \times 1} = 5$  トナルヲ以テ

$$\cos A = \frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}} = \frac{5}{13}.$$

$$\tan A = \frac{\text{垂線}}{\text{底邊}} = \frac{12}{5}.$$

$$\cot A = \frac{\text{底邊}}{\text{垂線}} = \frac{5}{12}.$$

$$\sec A = \frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}} = \frac{13}{5}.$$

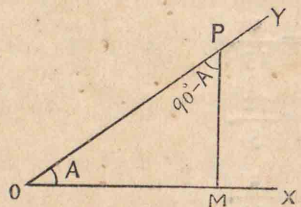
$$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{斜線}}{\text{垂線}} = \frac{13}{12}.$$

## 設題四.

33.  $\tan A = \frac{8}{15}$  ナルトキ  $\sin A$  及ビ  $\cos A$  ヲ求ム  
 34.  $\sec A = 1.03$  ナルトキ  $\sin A$  及ビ  $\tan A$  ヲ求ム  
 35.  $\operatorname{cosec} A$  ヲ以テ  $(\sec A - \tan A)^2$  ヲ表セ.  
 36.  $\tan A = .75$  ナルトキ  $\sin^6 A + \cos^6 A$  ノ値ヲ求ム  
 37.  $\tan A + \sec A = 2$  ナルトキ  $\sin A$  ヲ求ム.  
 38.  $1 + \sin^2 \theta = 3 \cos \theta \sin \theta$  ヨリ  $\tan \theta$  ヲ求ム.

(37ハ左邊ヲ  $\sin A$  ニテ表シ 38ハ兩邊ヲ  $\tan \theta$  ニテ表シテ之ヲ解クベシ).

## 10. 餘角ノ三角函數.



任意ノ銳角  $A$  ノ一邊  $OY$  上ノ一點  $P$  ヨリ他ノ邊  $OX$  ニ垂線ヲ作り其ノ足ヲ  $M$  トセバ三角函數ノ定義ニヨ

リ次ノ關係ヲ得.

$$\sin(90^\circ - A) = \frac{OM}{OP} = \cos A.$$

$$\cos(90^\circ - A) = \frac{MP}{OP} = \sin A.$$

$$\tan(90^\circ - A) = \frac{OM}{MP} = \cot A.$$

$$\cot(90^\circ - A) = \frac{MP}{OM} = \tan A.$$

$$\sec(90^\circ - A) = \frac{OP}{MP} = \operatorname{cosec} A.$$

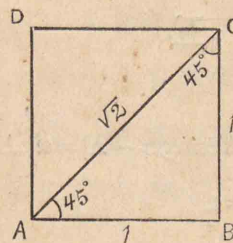
$$\operatorname{cosec}(90^\circ - A) = \frac{OP}{OM} = \sec A.$$

即  $90^\circ - A$  ト  $A$  トノ各三角函數ハニツツツ餘函數ヲナス.

此ノ六ツノ關係ノ中後ノ四ツハ前ノ二ツヨリ誘導スルモ可ナリ;以下之ニ準ズ.

## 11. 重要ナル特別角ノ三角函數.

第一.  $45^\circ$  ノ三角函數.



1ナル邊ヲ有スル正方形  $ABCD$  ニ於テ對角線  $AC$  ヲ作ルトキハ  $\hat{BAC} = 45^\circ$ ,  $AC = \sqrt{2}$  ナルヲ以テ



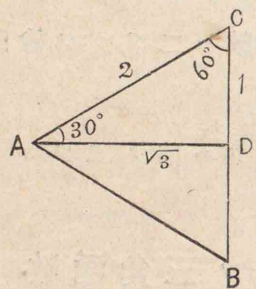
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ.$$

$$\tan 45^\circ = 1 = \cot 45^\circ.$$

$$\sec 45^\circ = \sqrt{2} = \operatorname{cosec} 45^\circ.$$

第二.  $30^\circ$  及  $60^\circ$  ノ三角函數.

2ナル邊ヲ有スル正三角形 ABCニ於テ Aヨリ對邊ニ垂線ヲ作ルトキハ其ノ足 Dハ BCノ中點ニシテ  $\hat{D}AC = 30^\circ$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ナルヲ以テ



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ.$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ.$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot 60^\circ.$$

$$\cot 30^\circ = \sqrt{3} = \tan 60^\circ.$$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \operatorname{cosec} 60^\circ.$$

$$\operatorname{cosec} 30^\circ = 2 = \sec 60^\circ.$$

### 設 題 五.

次ノ諸恒等式ヲ證セヨ.

$$39. \sec(90^\circ - A) - \cot A \cos(90^\circ - A) \tan(90^\circ - A) = \sin A.$$

$$40. \sin^2(A + 45^\circ) + \sin^2(45^\circ - A) = 1.$$

$$41. \frac{\cot^2 A \sin^2(90^\circ - A)}{\cot A + \cos A} = \tan(90^\circ - A) - \cos A.$$

次ノ諸式ノ値ヲ求ム.

$$42. (1 + \sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(1 - \cos 45^\circ + \cos 60^\circ)$$

$$43. \sin^2 60^\circ \cot 30^\circ - 2 \sec^2 45^\circ + 3 \cos 60^\circ \tan 45^\circ - \tan^2 60^\circ.$$

$$44. \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{\sin 60^\circ - \sin 45^\circ} \text{ (小數二位マデ).}$$

次ノ方程式ニ適スル銳角ヲ求ム.

$$45. 4 \sin^2 \theta - 2(\sqrt{3} + 1) \sin \theta + \sqrt{3} = 0.$$

$$46. \tan^2 \theta - (\sqrt{3} + 1) \tan \theta + \sqrt{3} = 0.$$

$$47. \sin^2 \theta + \sqrt{3} \cos \theta - \frac{7}{4} = 0.$$

此ノ三式ノ如キモノヲ三角方程式ト云フ,其ノ一般ノ講究ハ之ヲ附録ニ讓ル.

### 12. 三角函數表.

任意ノ角ノ三角函數ヲ求ムル法ハ理論高尙運算繁雜ニシテ本書ニ於テ之ヲ論ズルコトヲ得ズ,然レドモ其ノ値ハ先輩精密ニ之ヲ計算シテ表ニ調製シタルモノアリ,本書ノ卷尾ニ載スルモノハ  $0^\circ$ ヨリ  $90^\circ$ ニ至ル  $10'$ 置キノ諸角ノ三角函數ノ四桁ノ値ナリ.

表中ニアラザル角ノ三角函数ヲ求ムル法及ビ三角函数ニ對スル角ヲ求ムル法ハ次ノ定理ニヨル。

角ノ小變化ト其ノ各三角函数ノ之ニ應ズル變化トハ殆ンド相比例ス。

此ノ定理ノ成立及ビ限界ヲ論ズルコトハ本書ノ程度ニ適セザルヲ以テ之ヲ略シ例ニヨリテ其ノ應用法ヲ示スベシ。

例。

1.  $\sin 32^\circ 16'4$  ヲ求ム。

解。

$$\sin 32^\circ 20' - \sin 32^\circ 10' = 0.5348 - 0.5324 = 0.0024$$

$$10 : 6'4 :: 0.0024 : x$$

$$x = 0.0015$$

$$\sin 32^\circ 16'4 = 0.5324 + 0.0015 = 0.5339.$$

2.  $\tan A = 1.568$  ナルトキ  $A$  ヲ求ム

解。

$$\tan 57^\circ 30' - \tan 57^\circ 20' = 1.570 - 1.560 = 0.010$$

$$\tan A - \tan 57^\circ 20' = 1.568 - 1.560 = 0.008$$

$$0.010 : 0.008 :: 10 : x$$

$$x = 8$$

$$A = 57^\circ 20' + 8' = 57^\circ 28'.$$

3.  $\cot 29^\circ 43'6$  ヲ求ム。

解。

$$\cot 29^\circ 40' - \cot 29^\circ 50' = 1.756 - 1.744 = 0.012$$

$$10 : 3'6 :: 0.012 : x$$

$$x = 0.004$$

$$\cot 29^\circ 43'6 = 1.756 - 0.004 = 1.752$$

4.  $\cos A = 0.4452$  ナルトキ  $A$  ヲ求ム。

解。

$$\cos 63^\circ 30' - \cos 63^\circ 40' = 0.4462 - 0.4436 = 0.0026$$

$$\cos 63^\circ 30' - \cos A = 0.4462 - 0.4452 = 0.0010$$

$$0.0026 : 0.0010 :: 10 : x$$

$$x = 3.8$$

$$A = 63^\circ 30' + 3.8' = 63^\circ 33.8'.$$

設 題 六

48.  $\tan 25^\circ 26'7$  ヲ求ム。

49.  $\sec 38^\circ 27'7$  ヲ求ム。

50.  $\cos 63^\circ 37' 3$ ヲ求ム.  
 51.  $\operatorname{cosec} 41^\circ 18' 2$ ヲ求ム.  
 52.  $\sin A = 0.9479$ ナルトキ  $A$ ヲ求ム.  
 53.  $\tan A = 0.1723$ ナルトキ  $A$ ヲ求ム.  
 54.  $\cot A = 1.346$ ナルトキ  $A$ ヲ求ム.

## 第三章.

## 直角三角形.

## 13. 定義.

三角形ノ邊及ビ角ヲ其ノ元素ト云ヒ、三ツノ獨立セル元素(或ハ其ノ他ノ量)ヲ知リテ残りノ元素ヲ求ムルコトヲ三角形ヲ解クト云フ.

## 14. 直角三角形ノ解キ方.

直角三角形ニ於テ直角ノ外ニ獨立ナル二元素ヲ知ルトキハ残りノ元素ヲ求ムルコトヲ得ベシ、其ノ解キ方ニ二種ノ場合アリ.

第一. 一邊及ビ一銳角ヲ知ル場合.

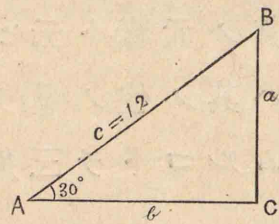
此ノ場合ニ於テハ已知銳角ノ餘角ヲ作りテ之ヲ他ノ銳角ノ値トシ次ニ未知邊ヲ已知邊ニテ除シタル商ガ已知角ノ如何ナル函數ニ當ルカヲ表ス式ヲ

作り其ノ分母ヲ拂ヒ之ヨリ未知邊ヲ計算ス。

例.

Cヲ直角トスル三角形ABCノ三邊ヲ $a, b, c$ トス。

1.  $c=12, A=30^\circ$  ナルトキ  $B, a, b$ ヲ求ム。



解.

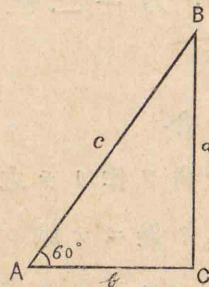
$$\left. \begin{array}{l} B=90^\circ-A \\ \frac{a}{c}=\sin A \quad \therefore a=c\sin A \\ \frac{b}{c}=\cos A \quad \therefore b=c\cos A \end{array} \right\}$$

$$\therefore B=90^\circ-30^\circ=60^\circ.$$

$$a=12\sin 30^\circ=12\times\frac{1}{2}=6.$$

$$b=12\cos 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}.$$

2.  $a=5\sqrt{3}, A=60^\circ$  ナルトキ  $B, b, c$ ヲ求ム。



解.

$$\left. \begin{array}{l} B=90^\circ-A \\ \frac{b}{a}=\cot A \quad \therefore b=a\cot A \\ \frac{c}{a}=\operatorname{cosec} A \quad \therefore c=a\operatorname{cosec} A \end{array} \right\}$$

$$\therefore B=90^\circ-60^\circ=30^\circ.$$

$$b=5\sqrt{3}\cot 60^\circ=5\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=5.$$

$$c=5\sqrt{3}\operatorname{cosec} 60^\circ=5\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=10.$$

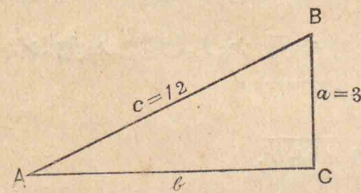
第二. 二邊ヲ知ル場合.

此ノ場合ニ於テハ已知二邊ノ比ガーツノ銳角ノ如何ナル函數ニ當ルカヲ表ス式ヲ作り之ヨリ其ノ銳角ヲ定メ、夫レヨリ第一ノ場合ノ如ク残りノ元素ヲ求ムベシ。

例.

1.  $c=12, a=3$  ナルトキ  $A, B, b$ ヲ求ム。

解.



$$\left. \begin{array}{l} \sin A=\frac{a}{c} \\ B=90^\circ-A \\ \frac{b}{a}=\cot A \quad \therefore b=a\cot A \end{array} \right\}$$

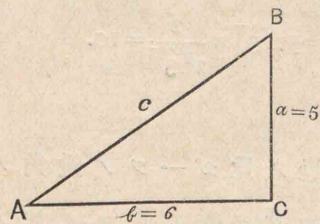
$$\therefore \sin A=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0.25.$$

$$A=14^\circ 28' 6.$$

$$B=75^\circ 31' 4.$$

$$b = 3 \cot 14^\circ 28' 6'' = 3 \times 3.874 = 11.6.$$

2.  $a=5, b=6$  ナルトキ  $A, B, c$  ヲ求ム.



解.

$$\left. \begin{aligned} \cot A &= \frac{b}{a} \\ B &= 90^\circ - A \\ \frac{c}{a} &= \operatorname{cosec} A \end{aligned} \right\} \therefore c = a \operatorname{cosec} A$$

$$\therefore \cot A = \frac{6}{5} = 1.2.$$

$$A = 39^\circ 48' 6''.$$

$$B = 50^\circ 11' 4''.$$

$$c = 5 \operatorname{cosec} 39^\circ 48' 6'' = 5 \times 1.562 = 7.8.$$

注意. 二邊ヲ知リテ残りノ一邊ヲ計算スルニハ *Pythagoras* ノ定理ヲ應用スルモ可ナリ, 即次ノ如シ.

$$c, a \text{ ヲ知ルトキハ } b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

$$a, b \text{ ヲ知ルトキハ } c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

### 15. 測量問題ニ於ケル術語.

第一. 一點ヲ過グル鉛垂線或ハ鉛垂面トハ此ノ點及ビ地球ノ中心ヲ過グベキ直線或ハ平面ヲ云フ.

第二. 一點ヲ過グル水平線或ハ水平面トハ此ノ

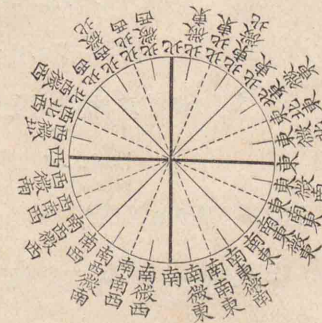
點ヲ過ギ同點ニ於テノ鉛垂線ト直交スル直線或ハ平面ヲ云フ.

第三. 一點ヲ觀測スルトキ此ノ點ト觀測器ノ中心(廻轉ノ軸ノ中點)トヲ連スル直線ガ觀測器ノ中心ヲ過グル水平面トナス角ヲ, 其ノ點ガ水平面ヨリモ上ニアルカ下ニアルカニ從ヒ其ノ仰角或ハ俯角ト云フ.

仰角ハ又高度ト稱スルコトアリ(重ニ天體ノ場合ニ於テ).

第四. 二點ヲ觀測器ノ中心ニ連スル直線ノ夾角ヲ此ノ二點ノ角距ト云フ.

第五. 航海用ノ羅針盤ニ於テハ北東南西ノ間ヲ各八等分シテ三十二ノ方向ヲ記シ次ノ如ク之ニ命名ス.



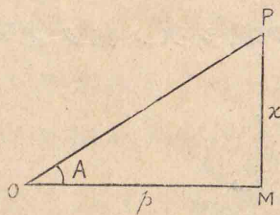
陸地測量ニ用フル羅針盤ニ於テハ其ノ周圍ニ度ヲ盛リテ北或ハ南ヨリ角ヲ計リ、北幾度東(或ハ西)又ハ南幾度東(或ハ西)等ト記シテ方向ヲ示ス。

16. 測量問題.

直接ニ測ルコトヲ得ザル距離及ビ高サハ三角形ノ解キ方ヲ應用シテ之ヲ計算スルヲ常トス。次ニ其ノ數例ヲ舉グ。

例.

1. 直立セル物體ノ基礎ニ達シ得ベキトキ其ノ高サヲ求ムル法.



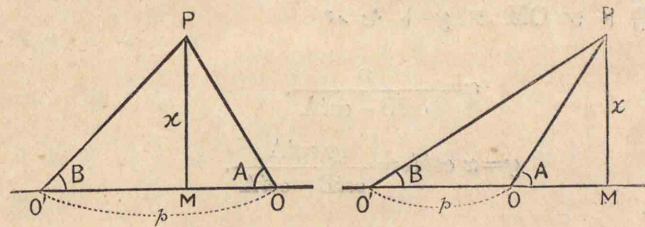
直立セル物體 MP ノ高サヲ  $x$  トシ、其ノ基礎 M ヨリ適宜ノ距離  $p$  ナル處ニアル一點 O ニ於ケル其ノ頂點ノ仰角ヲ  $A$  トセバ

$$MP = OM \tan MOP,$$

即  $x = p \tan A.$

注意. 精密ヲ要スルトキハ上式ニ於テ  $p$  ニ物體ノ厚サ(基礎ニ於ケル)ノ半ヲ加ヘテ計算シ其ノ結果ニ觀測器ノ中心ノ高サヲ加フベシ、以下之ニ準ズ。

2. 達シ得ベカラザル一點ヨリ達シ得ベキ一直線ニ到ル距離ヲ求ムル法.



直線上ニ二點  $O, O'$  ヲ取リ其ノ距離 ( $p$ ) ヲ測リ達シ得ベカラザル點  $P$  ヨリ此ノ線ニ作レル(假想)垂線  $PM$  ノ數値ヲ  $x$  トシ角  $MOP, MO'P$  ヲ  $A, B$  トセバ

$$MO' \pm MO = OO',$$

$$MP \cot MO'P \pm MP \cot MOP = OO',$$

即  $x \cot B \pm x \cot A = p,$

$$\therefore x = \frac{p}{\cot B \pm \cot A}$$

3. 直立セル物體ノ基礎ニ達シ得ザ

ルトキ此ノ物體(直線ト見做セル)ト同平面上ニアル地上ノ二點ニ於テ其ノ頂ノ仰角ヲ測リ此ノ物體ノ高サ及ビ距離ヲ求ムル法.

前例ノ右圖ニ於テ MP ヲ物體トシ O, O' ヲ二ツノ觀測點トシ OM ヲ  $y$  トセバ

$$x = \frac{p}{\cot B - \cot A}$$

$$y = x \cot A = \frac{p \cot A}{\cot B - \cot A}$$

### 設 題 七

次ノ諸問題ニ於テ  $\sqrt{2}$  及ビ  $\sqrt{3}$  ハ夫々 1.414 及ビ 1.732 トシテ計算スベシ.

55. 五重ノ塔ノ基礎ヲ去ルコト 500 尺ノ處ヨリ其ノ頂上ヲ望ミ仰角  $30^\circ$  ヲ得タリ, 塔ノ高サ幾何.

56. 旗竿アリ其ノ底點ヨリ 360 尺ノ距離ニ於ケル仰角ハ 135 尺ノ距離ニ於ケル仰角ノ半分ニ等シト云フ, 竿ノ高サ幾何.

57. 小丘アリ其ノ麓ヨリ頂上マデハ 1 町 45 間ニ

シテ頂上ニテ麓ヲ望ミシニ俯角  $30^\circ$  ヲ得タリト云フ, 丘ノ高サ幾何.

58. 高サ 6 尺ノ直立セル竿ノ影ガ  $2\sqrt{3}$  尺ナルトキ太陽ノ高度ヲ求ム.

59. 水平面ニ對シ  $45^\circ$  ノ傾斜角ヲナセル長サ 100 尺ノ坂路アリ, 今傾斜角ヲ  $30^\circ$  トナサバ坂路ノ長サ幾尺トナルベキカ.

60. 塔ノ東ニアリテ相互ノ間隔 200 尺ナル二地ヨリ其ノ頂ヲ望ミ仰角  $45^\circ$  及ビ  $30^\circ$  ヲ得タリ, 塔ノ高サ幾何.

61. 直立セル塔ノ基礎ヲ過ル水平面上ノ一點ヨリ之ヲ望ミ仰角  $32^\circ 27'$  ヲ得夫レヨリ塔ニ向ヒテ 100 尺ヲ進ミテ再ビ之ヲ望ミ仰角  $45^\circ$  ヲ得タリ, 塔ノ高サ幾何.

62. 山頂ヨリ山麓ニ立テル高サ  $h$  尺ノ塔ノ頂及ビ基礎ノ俯角ヲ測リ夫々  $\alpha, \beta$  ヲ得タリ, 山ノ高サ幾何.

63. 投錨セル一汽船アリ海岸ニ沿ヒタル直線上ノ一點ヨリ之ヲ測レバ其ノ方向ハ此ノ直線ト  $30^\circ$

ノ角ヲナシ此ノ線ニ沿ヒテ 300 間進ミテ再ビ其ノ方向ヲ測レバ  $60^\circ$  ノ角ヲナスト云フ、船ト直線トノ距離(200 間未滿ナル)幾何。

64. 燈臺 L ヨリ南西及ビ南  $15^\circ$  東ノ方向ニ二船 A, B アリ AB ノ方向ハ南東ニシテ AL ノ長サハ 4 哩ナリ、二船ノ距離幾何。

65. 地上ノ一點ヨリ空中ニ在ル球狀輕氣球ヲ望ミ其ノ張ル角ハ  $\alpha$  ニシテ仰角ハ  $\beta$  ナルコトヲ知レリ、球ノ半径ヲ  $r$  トセバ其ノ高サ幾何。

66. 圓形ノ一池ガ地上ノ一點ニ於テ張ル角ハ  $60^\circ$  ニシテ此ノ點ト池邊トノ最近距離ハ 15 間ナリト云フ、池ノ直徑幾何。

\*67. 塔ノ南ノ一地ニ於テ其ノ頂ノ仰角ヲ測リ  $\alpha$  ヲ得夫レヨリ西方ニ  $l$  ナル距離ヲ歩ミテ再ビ其ノ仰角ヲ測リ  $\beta$  ヲ得タリ、塔ノ高サ幾何。

## 第二編

### 一般ノ角

## 第四章

### 一般ノ角ノ三角函數

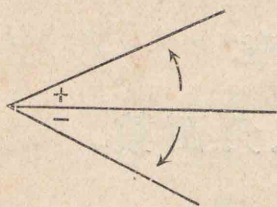
#### 17. 角ノ定義

角ニ就キテ講究セル所ノ事項ヲ一般ニ通ズルモノヲラシメンガタメニハ角ノ意義ヲ擴張スルコトヲ要スルヲ以テ其ノ一般ノ定義ヲ設クルコト次ノ如シ。

同點ヨリ引キタル甲乙二直線アルトキ其ノ一ツ例ヘバ乙ヲ甲ノ位置ヨリ現位置マデ廻轉セルモノト思考シ此ノ廻轉ノ量ヲ乙ノ甲トナス角ト云ヒ乙ヲ其ノ廻線、甲ヲ其ノ首線ト云フ。而シテ廻線ノ運動ガ時針ノ運動ト反對ナルカ同様



ナルカニ從ヒ其ノ作レル角ヲ正或ハ負トス。

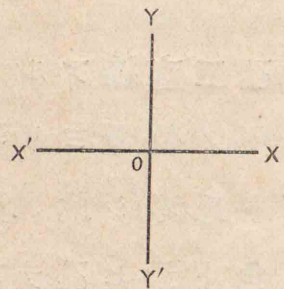


角ノ首線及ビ廻線ヲ其ノ邊ト云ヒ二線ノ公點ヲ其ノ頂ト云フ。

角ヲ示スニハ首線及ビ廻線ノ上ニ一點ヅツヲ取

リ其ノ名稱ノ間ニ頂ノ名稱ヲ夾ムベシ。

### 18. 象限ノ定義



首線  $OX$  及ビ之ト正直角ヲナス直線  $OY$ ノ延長ヲ各  $OX'$ ,  $OY'$  トセバ二ツノ無限直線  $XX'$ ,  $YY'$  ハ平面ヲ四分ス、此ノ各分ヲ象限ト云ヒ  $XOY$ ,  $YOX'$ ,  $X'OY'$ ,  $Y'OX$  ヲ夫々第一、第

二、第三、第四象限ト云フ。

角ハ其ノ廻線ノ存在スル象限ニ從ヒ某象限ノ角ト稱セラル。

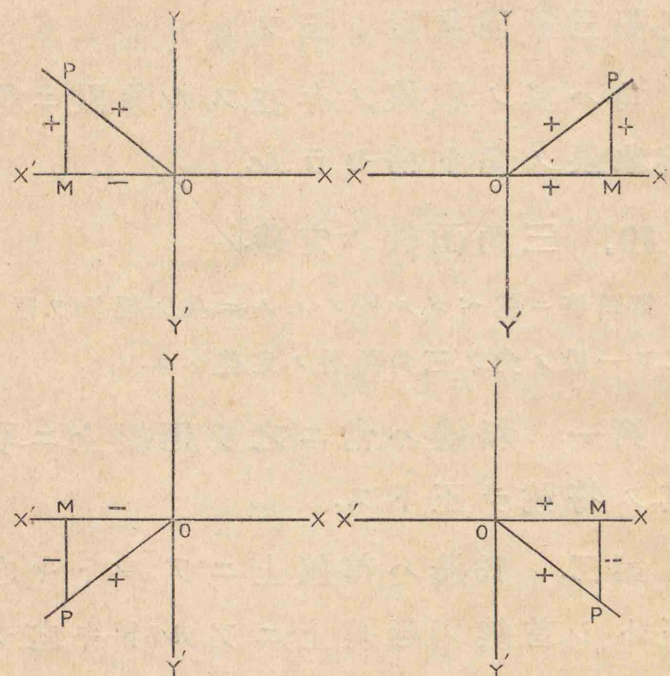
### 19. 三角函數ノ定義

第四條ニ述ベタル所ノモノニ次ノ規約ヲ附シテ之ヲ一般ノ角ノ三角函數ノ定義トス。

第一. 斜邊ハ常ニ之ヲ廻線上ニ取り其ノ符號ヲ正トス。

第二. 底邊ハ首線上ニアルトキ之ヲ正トシ首線ノ延長上ニアルトキ之ヲ負トス。

第三. 垂線ハ首線ト正直角ヲナス廻線ト同ジ側(首線及ビ其ノ延長ニ對シ)ニアルトキ之ヲ正トシ然ラザルトキ之ヲ負トス。



20. 三角函数相互ノ關係

第六條ニ於テ得タル(1)(2)(3)(4)(5)ノ關係ハ定義ヨリ誘導セラレタルモノナルヲ以テ任意ノ角ニ就キ合理ナリ.

Pythagorasノ定理ハ邊ノ正負ニ關セズ合理ナルヲ

左  
右  
上  
下  
の  
角  
に  
對  
し  
て  
の  
符  
號  
は  
左  
の  
如  
き  
に  
な  
る

以テ之ヨリ誘導セラレタル(6)(7)(8)ノ關係モ亦任意ノ角ニ就キ合理ナリ.

故ニ一般ニ

$$\sin A \operatorname{cosec} A = 1, \quad \cos A \operatorname{sec} A = 1, \quad \tan A \operatorname{cot} A = 1.$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}, \quad \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}.$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1, \quad 1 + \tan^2 A = \sec^2 A, \quad 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A.$$

從ツテ此ノ諸公式ヨリ生ズル諸關係モ亦一般ニ合理ナリ.

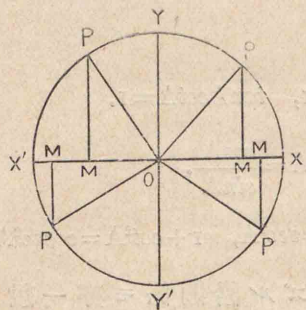
21. 無窮大.

$a$ ガ零ナラザル常數ノトキ  $\frac{a}{x}$ ナル分數ニ於テ  $x$ ノ數値漸次ニ減少スルトキハ此ノ分數ノ數値ハ次第ニ増大スルヲ以テ  $x$ ヲ充分小ナラシメテ分數ノ數値ヲ如何ナル數ヨリモ大ナラシムルコトヲ得ベシ之ニヨツテ  $x$ ガ無窮小(即  $0$ )トナレル極限ニ於テ  $\frac{a}{x}$ ノ值ハ無窮大ナリト云ヒ  $\infty$ ヲ以テ其ノ記號トス.

$0$ ニハ正負ノ差別ナキヲ以テ  $\frac{a}{0}$ 即  $\infty$ ニモ亦正負ノ差別ナシ.

22. 三角函数ノ變化.

O 二於テ相直交スル二直線 XX', YY' アリ, r ナル



數値ノ廻線 OP ガ OX ヲ  
首線トシテ〇度ヨリ 360  
度マデノ角ヲ作ルトキ  
其ノ各位置ニ於テ P ヨ  
リ XX' ニ垂線ヲ作り其  
ノ足ヲ M トシ角 XOP (A  
ト名ツク)ノ變化ニ伴フ

其ノ三角函數ノ變化ヲ講究スルコト次ノ如シ.

### 第一. sinA 及 ビ cosecA ノ 變化.

第一象限ニ於テハ MP ハ正ニシテ其ノ數値ハ 〇  
ヨリ r マデ増大スルヲ以テ  $\sin A = \frac{MP}{OP}$  ハ正ニシテ  
其ノ數値ハ 〇ヨリ 1 マデ増大シ,  $\operatorname{cosec} A = \frac{OP}{MP}$  ハ正  
ニシテ其ノ數値ハ  $\infty$  ヨリ 1 マデ減少ス. ( $\sin 0^\circ = 0$ ,  
 $\operatorname{cosec} 0^\circ = \infty$ ;  $\sin 90^\circ = 1$ ,  $\operatorname{cosec} 90^\circ = 1$ ).

第二象限ニ於テハ MP ハ正ニシテ其ノ數値ハ r  
ヨリ 〇マデ減少スルヲ以テ  $\sin A = \frac{MP}{OP}$  ハ正ニシテ其  
ノ數値ハ 1 ヨリ 〇マデ減少シ  $\operatorname{cosec} A = \frac{OP}{MP}$  ハ正ニ

シテ其ノ數値ハ 1 ヨリ  $\infty$  マデ増大ス. ( $\sin 180^\circ = 0$ ,  
 $\operatorname{cosec} 180^\circ = \infty$ ).

第三象限ニ於テハ MP ハ負ニシテ其ノ數値ハ 〇  
ヨリ r マデ増大スルヲ以テ  $\sin A = \frac{MP}{OP}$  ハ負ニシテ  
其ノ數値ハ 〇ヨリ 1 マデ増大シ,  $\operatorname{cosec} A = \frac{OP}{MP}$  ハ負ニ  
シテ其ノ數値ハ  $\infty$  ヨリ 1 マデ減少ス. ( $\sin 270^\circ = -1$ ,  
 $\operatorname{cosec} 270^\circ = -1$ ).

第四象限ニ於テハ MP ハ負ニシテ其ノ數値ハ r  
ヨリ 〇マデ減少スルヲ以テ  $\sin A = \frac{MP}{OP}$  ハ負ニシテ  
其ノ數値ハ 1 ヨリ 〇マデ減少シ,  $\operatorname{cosec} A = \frac{OP}{MP}$  ハ負  
ニシテ其ノ數値ハ 1 ヨリ  $\infty$  マデ増大ス. ( $\sin 360^\circ = 0$ ,  
 $\operatorname{cosec} 360^\circ = \infty$ ).

### 第二. cosA 及 ビ secA ノ 變化.

第一象限ニ於テハ OM ハ正ニシテ其ノ數値ハ r  
ヨリ 〇マデ減少スルヲ以テ  $\cos A = \frac{OM}{OP}$  ハ正ニシテ  
其ノ數値ハ 1 ヨリ 〇マデ減少シ,  $\sec A = \frac{OP}{OM}$  ハ正ニ  
シテ其ノ數値ハ 1 ヨリ  $\infty$  マデ増大ス. ( $\cos 0^\circ = 1$ ,  $\sec 0^\circ$   
 $= 1$ ;  $\cos 90^\circ = 0$ ,  $\sec 90^\circ = \infty$ ).

第二象限ニ於テハ OM ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ r マデ増大スルヲ以テ  $\cos A = \frac{OM}{OP}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ 1 マデ増大シ,  $\sec A = \frac{OP}{OM}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ  $\infty$  ヨリ 1 マデ減少ス. ( $\cos 180^\circ = -1, \sec 180^\circ = -1$ ).

第三象限ニ於テハ OM ハ 負ニシテ其ノ數值ハ r ヨリ 〇マデ減少スルヲ以テ  $\cos A = \frac{OM}{OP}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 1 ヨリ 〇マデ減少シ,  $\sec A = \frac{OP}{OM}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 1 ヨリ  $\infty$  マデ増大ス. ( $\cos 270^\circ = 0, \sec 270^\circ = \infty$ ).

第四象限ニ於テハ OM ハ 正ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ r マデ増大スルヲ以テ  $\cos A = \frac{OM}{OP}$  ハ 正ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ 1 マデ増大シ,  $\sec A = \frac{OP}{OM}$  ハ 正ニシテ其ノ數值ハ  $\infty$  ヨリ 1 マデ減少ス. ( $\cos 360^\circ = 1, \sec 360^\circ = 1$ ).

### 第三. tanA 及 ビ cotA の 變化.

第一象限ニ於テハ MP ハ 正ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ r マデ増大シ OM ハ 正ニシテ其ノ數值ハ r ヨ

リ 〇マデ減少スルヲ以テ  $\tan A = \frac{MP}{OM}$  ハ 正ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ  $\infty$  マデ増大シ,  $\cot A = \frac{OM}{MP}$  ハ 正ニシテ其ノ數值ハ  $\infty$  ヨリ 〇マデ減少ス. ( $\tan 0^\circ = 0, \cot 0^\circ = \infty$ ;  $\tan 90^\circ = \infty, \cot 90^\circ = 0$ ).

第二象限ニ於テハ MP ハ 正ニシテ其ノ數值ハ r ヨリ 〇マデ減少シ OM ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ r マデ増大スルヲ以テ  $\tan A = \frac{MP}{OM}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ  $\infty$  ヨリ 〇マデ減少シ,  $\cot A = \frac{OM}{MP}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ  $\infty$  マデ増大ス. ( $\tan 180^\circ = 0, \cot 180^\circ = \infty$ ).

第三象限ニ於テハ MP ハ 負ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ r マデ増大シ OM ハ 負ニシテ其ノ數值ハ r ヨリ 〇マデ減少スルヲ以テ  $\tan A = \frac{MP}{OM}$  ハ 正ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ  $\infty$  マデ増大シ,  $\cot A = \frac{OM}{MP}$  ハ 正ニシテ其ノ數值ハ  $\infty$  ヨリ 〇マデ減少ス. ( $\tan 270^\circ = \infty, \cot 270^\circ = 0$ ).

第四象限ニ於テハ MP ハ 負ニシテ其ノ數值ハ r ヨリ 〇マデ減少シ OM ハ 正ニシテ其ノ數值ハ 〇ヨリ r マデ増大スルヲ以テ  $\tan A = \frac{MP}{OM}$  ハ 負ニシテ其ノ數值ハ  $\infty$  ヨリ 〇マデ減少シ,  $\cot A = \frac{OM}{MP}$  ハ 負ニシテ其

ノ數值ハ 0 ヨリ  $\infty$  マテ増大ス. ( $\tan 360^\circ = 0, \cot 360^\circ = \infty$ ).

各三角函数ノ變化ヲ表ニテ示セバ次ノ如シ.

	$0^\circ$		$90^\circ$		$180^\circ$		$270^\circ$		$360^\circ$
<i>sin</i>	0	+	1	+	0	-	-1	-	0
<i>cos</i>	1	+	0	-	-1	-	0	+	1
<i>tan</i>	0	+	$\infty$	-	0	+	$\infty$	-	0
<i>cot</i>	$\infty$	+	0	-	$\infty$	+	0	-	$\infty$
<i>sec</i>	1	+	$\infty$	-	-1	-	$\infty$	+	1
<i>cosec</i>	$\infty$	+	1	+	$\infty$	-	-1	-	$\infty$
	$-360^\circ$		$-270^\circ$		$-180^\circ$		$-90^\circ$		$0^\circ$

注意一. 角ガ  $360^\circ$  ヨリ漸次ニ増大スルトキハ其ノ三角函数ハ上表ノ變化ヲ繰リ返スベク, 廻線ガ首線ヨリ發シテ負角ヲ作ルトキ其ノ三角函数ハ上表ノ變化ヲ逆ノ順序ニ繰リ返スベシ.

注意二. 正弦及ビ餘弦ノ數值ハ 1 ヨリモ大ナルコトナク, 正割及ビ餘割ノ數值ハ 1 ヨリモ小ナルコトナク, 正切及ビ餘切ノ値ニハ制限ナシ.

注意三.  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  ノ正弦ハ 0, 1, 2, 3, 4 ノ平方根ノ半ニ等シク其ノ餘弦ハ 4, 3, 2, 1, 0 ノ平方根ノ半ニ等シ.

### 第五章.

#### $n \cdot 90^\circ \pm A$ ノ三角函数.

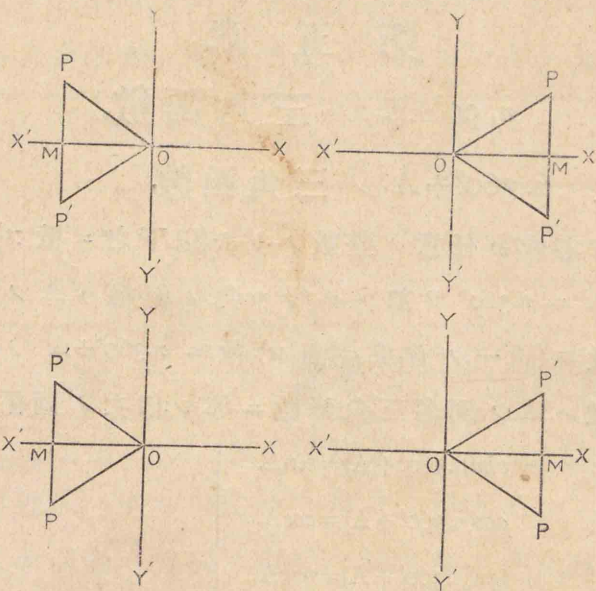
#### 23. $n \cdot 360^\circ + A$ ノ三角函数.

$n$  ガ零或ハ任意ノ整数ノトキ(以下之ニ倣フ)任意ノ角  $A = n \cdot 360^\circ$  ヲ加ヘテ得ル角ノ廻線ハ  $A$  ノ廻線ニ一致ス(同一ノ首線ニ對シ), 故ニ  $n \cdot 360^\circ + A$  ノ各三角函数ハ  $A$  ノ同名三角函数ニ等シ; 即次ノ關係アリ.

$$\left. \begin{aligned} \sin(n \cdot 360^\circ + A) &= \sin A. \\ \cos(n \cdot 360^\circ + A) &= \cos A. \\ \tan(n \cdot 360^\circ + A) &= \tan A. \\ \cot(n \cdot 360^\circ + A) &= \cot A. \\ \sec(n \cdot 360^\circ + A) &= \sec A. \\ \operatorname{cosec}(n \cdot 360^\circ + A) &= \operatorname{cosec} A. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

#### 24. 負角ノ三角函数.

$\widehat{XOP}, \widehat{XOP'}$  ヲ  $A, -A$  トシ二角ノ廻線上ニ等長  $OP, OP'$  ヲ取ルトキハ  $P, P'$  ヲ連ヌル直線ハ  $OX$  (或ハ其ノ延長)ト直交ス其ノ交點ヲ  $M$  トセバ  $OP' = OP, MP' = -MP$  ナルヲ以テ次ノ關係アリ.

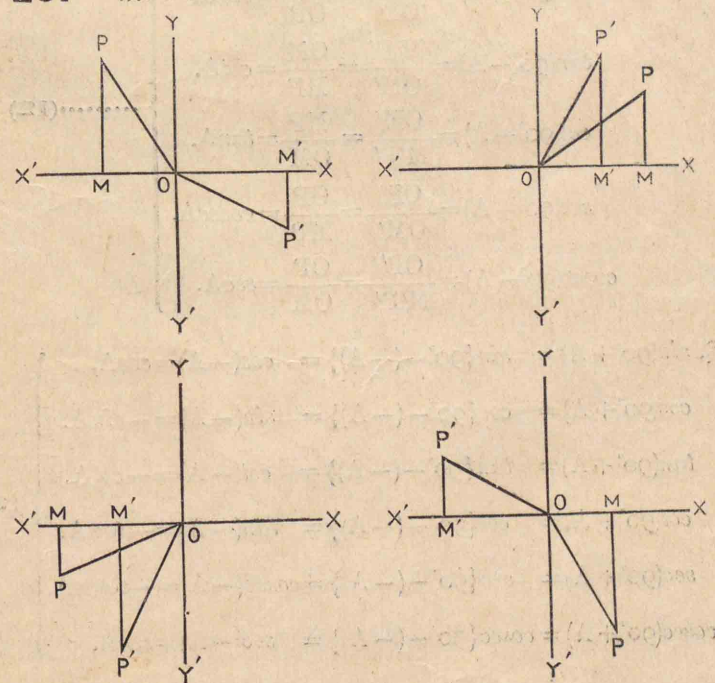


$$\left. \begin{aligned} \sin(-A) &= \frac{MP'}{OP'} = \frac{-MP}{OP} = -\frac{MP}{OP} = -\sin A. \\ \cos(-A) &= \frac{OM}{OP'} = \frac{OM}{OP} = \cos A. \\ \tan(-A) &= \frac{MP'}{OM} = \frac{-MP}{OM} = -\frac{MP}{OM} = -\tan A. \\ \cot(-A) &= \frac{OM}{MP'} = \frac{OM}{-MP} = -\frac{OM}{MP} = -\cot A. \\ \sec(-A) &= \frac{OP'}{OM} = \frac{OP}{OM} = \sec A. \\ \operatorname{cosec}(-A) &= \frac{OP'}{MP'} = \frac{OP}{-MP} = -\frac{OP}{MP} = -\operatorname{cosec} A. \end{aligned} \right\} \dots(10)$$

系.

$$\left. \begin{aligned} \sin(n \cdot 360^\circ - A) &= \sin(-A) = -\sin A. \\ \cos(n \cdot 360^\circ - A) &= \cos(-A) = \cos A. \\ \tan(n \cdot 360^\circ - A) &= \tan(-A) = -\tan A. \\ \cot(n \cdot 360^\circ - A) &= \cot(-A) = -\cot A. \\ \sec(n \cdot 360^\circ - A) &= \sec(-A) = \sec A. \\ \operatorname{cosec}(n \cdot 360^\circ - A) &= \operatorname{cosec}(-A) = -\operatorname{cosec} A. \end{aligned} \right\} \dots(11)$$

25. 餘角ノ三角函數.



$X\hat{O}P$ ヲ  $A$ トシ  $90^\circ - A$  ( $A$ ノ餘角ト名ヅク)ヲ  $X\hat{O}P'$ トシ二角ノ廻線上ニ等長  $OP, OP'$ ヲ取リ  $P, P'$ ヨリ  $OX$ (或ハ其ノ延長)ニ垂線ヲ作り其ノ足ヲ  $M, M'$ トセバ  $O\hat{P}M \equiv P'\hat{O}M'$ ナルヲ以テ  $OP' = OP, M'P' = OM, OM' = MP$ ナリ,故ニ次ノ關係アリ.

$$\left. \begin{aligned} \sin(90^\circ - A) &= \frac{M'P'}{OP'} = \frac{OM}{OP} = \cos A. \\ \cos(90^\circ - A) &= \frac{OM'}{OP'} = \frac{MP}{OP} = \sin A. \\ \tan(90^\circ - A) &= \frac{M'P'}{OM'} = \frac{OM}{MP} = \cot A. \\ \cot(90^\circ - A) &= \frac{OM'}{M'P'} = \frac{MP}{OM} = \tan A. \\ \sec(90^\circ - A) &= \frac{OP'}{OM'} = \frac{OP}{MP} = \operatorname{cosec} A. \\ \operatorname{cosec}(90^\circ - A) &= \frac{OP'}{M'P'} = \frac{OP}{OM} = \sec A. \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{系. } \sin(90^\circ + A) &= \sin\{90^\circ - (-A)\} = \cos(-A) = \cos A. \\ \cos(90^\circ + A) &= \cos\{90^\circ - (-A)\} = \sin(-A) = -\sin A. \\ \tan(90^\circ + A) &= \tan\{90^\circ - (-A)\} = \cot(-A) = -\cot A. \\ \cot(90^\circ + A) &= \cot\{90^\circ - (-A)\} = \tan(-A) = -\tan A. \\ \sec(90^\circ + A) &= \sec\{90^\circ - (-A)\} = \operatorname{cosec}(-A) = -\operatorname{cosec} A. \\ \operatorname{cosec}(90^\circ + A) &= \operatorname{cosec}\{90^\circ - (-A)\} = \sec(-A) = \sec A. \end{aligned} \right\} (13)$$

## 26. 補角ノ三角函數.

$$\left. \begin{aligned} \sin(180^\circ - A) &= \sin\{90^\circ + (90^\circ - A)\} = \cos(90^\circ - A) = \sin A. \\ \cos(180^\circ - A) &= \cos\{90^\circ + (90^\circ - A)\} = -\sin(90^\circ - A) = -\cos A. \\ \tan(180^\circ - A) &= \tan\{90^\circ + (90^\circ - A)\} = -\cot(90^\circ - A) = -\tan A. \\ \cot(180^\circ - A) &= \cot\{90^\circ + (90^\circ - A)\} = -\tan(90^\circ - A) = -\cot A. \\ \sec(180^\circ - A) &= \sec\{90^\circ + (90^\circ - A)\} = -\operatorname{cosec}(90^\circ - A) = -\sec A. \\ \operatorname{cosec}(180^\circ - A) &= \operatorname{cosec}\{90^\circ + (90^\circ - A)\} = \sec(90^\circ - A) = \operatorname{cosec} A. \end{aligned} \right\} (14)$$

$180^\circ - A$ ヲ  $A$ ノ補角ト云フ.

系.

$$\left. \begin{aligned} \sin(180^\circ + A) &= \sin\{180^\circ - (-A)\} = \sin(-A) = -\sin A. \\ \cos(180^\circ + A) &= \cos\{180^\circ - (-A)\} = -\cos(-A) = -\cos A. \\ \tan(180^\circ + A) &= \tan\{180^\circ - (-A)\} = -\tan(-A) = \tan A. \\ \cot(180^\circ + A) &= \cot\{180^\circ - (-A)\} = -\cot(-A) = \cot A. \\ \sec(180^\circ + A) &= \sec\{180^\circ - (-A)\} = -\sec(-A) = -\sec A. \\ \operatorname{cosec}(180^\circ + A) &= \operatorname{cosec}\{180^\circ - (-A)\} = \operatorname{cosec}(-A) = -\operatorname{cosec} A. \end{aligned} \right\} (15)$$

## 27. 角ノ減少法.

大ナル數値ノ角ノ三角函數ヲ小ナル正角ノ三角函數ニテ表スコトヲ角ノ減少法ト云フ.其ノ方法ハ

次ノ順序ニヨルヲ便トス.

第一. 與角若シ  $360^\circ$  ヨリモ大ナル數値ヲ有スル  
トキハ之ヲ  $n \cdot 360^\circ \pm A$  ノ形ニ直シ (9) 或ハ (11) ニヨリテ  
 $360^\circ$  ヨリモ小ナル正角ノ三角函數ニ化スベシ.

第二. 與角若シ  $360^\circ$  ヨリモ小ナル數値ヲ有スル  
トキハ之ヲ  $n \cdot 90^\circ \pm A$  ノ形ニ直シ  $n$  若シ偶數 (0 ヲモ  
含ム) ナルトキハ  $A$  ノ同名函數ニテ表シ  $n$  若シ奇數  
ナルトキハ  $A$  ノ餘函數ニテ表スベシ, 但結果ノ前ニ  
附スベキ符號ハ原角ノ象限ニヨリ適當ニ之ヲ撰擇  
スベシ.

### 設 題 八.

68.  $\cos 0^\circ \sin 270^\circ + 2 \cos 180^\circ \tan 45^\circ$  及ビ

$3 \sin 0^\circ \sec 180^\circ + 2 \operatorname{cosec} 90^\circ - \cos 360^\circ$  ノ値ヲ求ム.

69.  $\tan \theta = -\frac{4}{3}$  ナルトキ  $\sin \theta$  及ビ  $\cos \theta$  ノ値如何.

70.  $\operatorname{cosec}(90^\circ - A) + \tan(180^\circ + A) \sin(-A) = \sin(90^\circ + A)$  ヲ  
證セヨ.

次ノ諸式ヲ簡單ニセヨ (71-75).

71.  $\sin 90^\circ + \tan^2(180^\circ - a) - \operatorname{cosec}^2(90^\circ - a)$ .

72.  $\cos(180^\circ + x) \cos(90^\circ + y) - \sin(90^\circ - x) \sin(180^\circ - y)$ .

73.  $\tan(180^\circ + A) \sin(90^\circ + A) + \cos(180^\circ - A) \cot(180^\circ - A)$ .

74.  $\frac{\sin(90^\circ + A) \cos(90^\circ + A)}{\cos(180^\circ + A)} + \frac{\sin(180^\circ - A) \cos(90^\circ + A)}{\sin(180^\circ + A)}$ .

75.  $\frac{\sin(180^\circ - A)}{\tan(180^\circ + A)} \cdot \frac{\cot(90^\circ - A)}{\tan(90^\circ + A)} \cdot \frac{\cos(360^\circ - A)}{\sin(-A)}$ .

76.  $120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ$  ノ  
各三角函數ヲ表ニテ示セ.

77.  $270^\circ \pm A$  ノ三角函數ヲ  $A$  ノ三角函數ニテ表セ.

78.  $\sin 420^\circ \cos 390^\circ + \cos(-300^\circ) \sin(-330^\circ)$  ノ値ヲ求ム.

79.  $\sin 1275^\circ$  及ビ  $\tan(-2232^\circ)$  ヲ最小正角ノ三角函  
數ニテ表セ.

80. 次ノ方程式ニ適スル  $360^\circ$  ヲ超エザル正角ヲ  
求ム.

(i)  $2 \sin^2 \theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$ .

(ii)  $\sec^2 \theta - 2 \tan^2 \theta = 2$ .

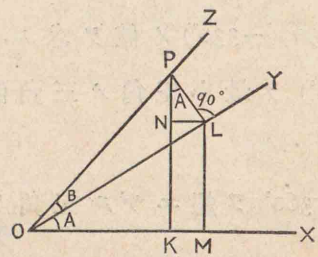


$\sin A \cos B + \cos A \sin B$

第三編.  
合角分角.  
第六章.

和角及ビ差角ノ三角函數.

28. 二角ノ和ノ正弦及ビ餘弦.



XOY, YOZ ヲ A, B トセバ  
XOZ ハ A+B ナリ. 今 A, B 及  
ビ其ノ和ガ銳角ナルトキ  
OZ 上ニ任意ノ點 P ヲ取  
リ PK ⊥ OX, PL ⊥ OY, LM ⊥ OX,  
LN ⊥ PK トセバ NPL = XOY

= A ナリ.

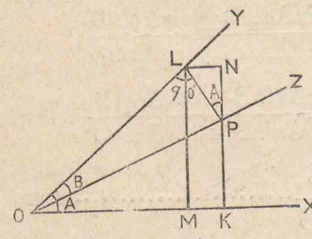
$$\begin{aligned} \therefore \sin(A+B) &= \frac{KP}{OP} = \frac{KN+PN}{OP} = \frac{ML+PN}{OP} \\ &= \frac{ML}{OP} + \frac{PN}{OP} \\ &= \frac{ML}{OL} \cdot \frac{OL}{OP} + \frac{PN}{PL} \cdot \frac{PL}{OP} \end{aligned}$$

$$= \sin A \cos B + \cos A \sin B \dots \dots \dots (16)$$

$$\begin{aligned} \cos(A+B) &= \frac{OK}{OP} = \frac{OM-KM}{OP} = \frac{OM-NL}{OP} \\ &= \frac{OM}{OP} - \frac{NL}{OP} \\ &= \frac{OM}{OL} \cdot \frac{OL}{OP} - \frac{NL}{PL} \cdot \frac{PL}{OP} \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

此ノ二公式ハ加法定理ト云ヒ A, B ノ如何ナル場  
合ニモ適合ス(完全ノ證明ハ附録ニ譲ル).

29. 二角ノ差ノ正弦及ビ餘弦.



XOY, YOZ ヲ A, B トセバ  
XOZ ハ A-B ナリ. 今大角 A  
ヲ銳角トシ OZ 上ニ任意ノ  
點 P ヲ取り前ト同様ノ作  
圖ヲナストキハ

$$\begin{aligned} \sin(A-B) &= \frac{KP}{OP} = \frac{KN-PN}{OP} = \frac{ML-PN}{OP} \\ &= \frac{ML}{OP} - \frac{PN}{OP} \\ &= \frac{ML}{OL} \cdot \frac{OL}{OP} - \frac{PN}{PL} \cdot \frac{PL}{OP} \end{aligned}$$

$$= \sin A \cos B - \cos A \sin B \dots \dots \dots (18)$$

$$\begin{aligned} \cos(A - B) &= \frac{OK}{OP} = \frac{OM + MK}{OP} = \frac{OM + LN}{OP} \\ &= \frac{OM}{OP} + \frac{LN}{OP} \\ &= \frac{OM}{OL} \cdot \frac{OL}{OP} + \frac{LN}{PL} \cdot \frac{PL}{OP} \\ &= \cos A \cos B + \sin A \sin B \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

此ノ二公式ハ減法定理ト云ヒ A, B ノ如何ナル場合ニモ適合ス(完全ノ證明ハ附録ニ譲ル).

### 30. 二角ノ和ト差トノ正切及ビ餘切

$$\begin{aligned} \tan(A \pm B) &= \frac{\sin(A \pm B)}{\cos(A \pm B)} = \frac{\sin A \cos B \pm \cos A \sin B}{\cos A \cos B \mp \sin A \sin B} \\ &= \frac{(\sin A \cos B \pm \cos A \sin B) \div \cos A \cos B}{(\cos A \cos B \mp \sin A \sin B) \div \cos A \cos B} \\ &= \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B} \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cot(A \pm B) &= \frac{\cos(A \pm B)}{\sin(A \pm B)} = \frac{\cos A \cos B \mp \sin A \sin B}{\sin A \cos B \pm \cos A \sin B} \\ &= \frac{(\cos A \cos B \mp \sin A \sin B) \div \sin A \sin B}{(\sin A \cos B \pm \cos A \sin B) \div \sin A \sin B} \\ &= \frac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A} \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

### 31. 二角ノ和ト差トノ正弦或ハ餘弦ノ乗積.

(16) (18) ノ兩式ヲ相乘ズレバ

$$\begin{aligned} \sin(A + B) \sin(A - B) &= \sin^2 A \cos^2 B - \cos^2 A \sin^2 B \\ &= \sin^2 A (1 - \sin^2 B) - (1 - \sin^2 A) \sin^2 B \\ &= \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

(17) (19) ノ兩式ヲ相乘ズレバ

$$\begin{aligned} \cos(A + B) \cos(A - B) &= \cos^2 A \cos^2 B - \sin^2 A \sin^2 B \\ &= \cos^2 A (1 - \sin^2 B) - (1 - \cos^2 A) \sin^2 B \\ &= \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

### 32. 三ツノ角ノ和ノ三角函數.

$$\begin{aligned} \sin(a + \beta + \gamma) &= \sin\{(a + \beta) + \gamma\} \\ &= \sin(a + \beta) \cos \gamma + \cos(a + \beta) \sin \gamma \\ &= (\sin a \cos \beta + \cos a \sin \beta) \cos \gamma \\ &\quad + (\cos a \cos \beta - \sin a \sin \beta) \sin \gamma \\ &= \sin a \cos \beta \cos \gamma + \cos a \sin \beta \cos \gamma \\ &\quad + \cos a \cos \beta \sin \gamma - \sin a \sin \beta \sin \gamma \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(a+\beta+\gamma) &= \cos\{(a+\beta)+\gamma\} \\ &= \cos(a+\beta)\cos\gamma - \sin(a+\beta)\sin\gamma \\ &= (\cos a \cos \beta - \sin a \sin \beta) \cos \gamma \\ &\quad - (\sin a \cos \beta + \cos a \sin \beta) \sin \gamma \\ &= \cos a \cos \beta \cos \gamma - \cos a \sin \beta \sin \gamma \\ &\quad - \sin a \cos \beta \sin \gamma - \sin a \sin \beta \cos \gamma \dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(a+\beta+\gamma) &= \frac{\sin(a+\beta+\gamma) \div \cos a \cos \beta \cos \gamma}{\cos(a+\beta+\gamma) \div \cos a \cos \beta \cos \gamma} \\ &= \frac{\tan a + \tan \beta + \tan \gamma - \tan a \tan \beta \tan \gamma}{1 - \tan \beta \tan \gamma - \tan \gamma \tan a - \tan a \tan \beta} \dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cot(a+\beta+\gamma) &= \frac{\cos(a+\beta+\gamma) \div \sin a \sin \beta \sin \gamma}{\sin(a+\beta+\gamma) \div \sin a \sin \beta \sin \gamma} \\ &= \frac{\cot a \cot \beta \cot \gamma - \cot a - \cot \beta - \cot \gamma}{\cot \beta \cot \gamma + \cot \gamma \cot a + \cot a \cot \beta - 1} \dots\dots (27) \end{aligned}$$

33. 正弦餘弦ノ乘積ト和或ハ差トノ轉換

(16) (18) ノ和及ビ差并ニ (17) (19) ノ和及ビ差ヲ作リ各式ノ左右邊ヲ轉換シテ次ノ式ヲ得

$$\begin{aligned} 2 \sin A \cos B &= \sin(A+B) + \sin(A-B) \\ 2 \cos A \sin B &= \sin(A+B) - \sin(A-B) \\ 2 \cos A \cos B &= \cos(A+B) + \cos(A-B) \\ 2 \sin A \sin B &= -\cos(A+B) + \cos(A-B) \end{aligned} \dots\dots (28)$$

此ノ四式ヲ (A, B) 式ト稱シ二角ノ正弦餘弦ノ乘積ヲ一次式ニ直スニ用フ

次ニ

$$\begin{aligned} \sin C + \sin D &= \sin\left(\frac{C+D}{2} + \frac{C-D}{2}\right) + \sin\left(\frac{C+D}{2} - \frac{C-D}{2}\right) \\ &= 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2} \\ \sin C - \sin D &= \sin\left(\frac{C+D}{2} + \frac{C-D}{2}\right) - \sin\left(\frac{C+D}{2} - \frac{C-D}{2}\right) \\ &= 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2} \\ \cos C + \cos D &= \cos\left(\frac{C+D}{2} + \frac{C-D}{2}\right) + \cos\left(\frac{C+D}{2} - \frac{C-D}{2}\right) \\ &= 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2} \\ \cos C - \cos D &= \cos\left(\frac{C+D}{2} + \frac{C-D}{2}\right) - \cos\left(\frac{C+D}{2} - \frac{C-D}{2}\right) \\ &= -2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2} \end{aligned} \dots\dots (29)$$

此ノ四式ヲ (C, D) 式ト稱シ正弦餘弦ノ和或ハ差

ヲ一項式ニ直スニ用フ。

注意一. (A, B) 式及ビ (C, D) 式ハ成ルベク大角ヲ前ニ置キテ應用スベシ, 然ルトキハ結果ニ負角ヲ生ゼザルノ便アリ。

注意二.  $\cos C + \sin D$ ,  $\cos C - \sin D$ ,  $\sin C - \cos D$  等ヲ一項式トナスニハ先ツ (12) 或ハ (13) ニヨリ同種類ノ函數ノ和或ハ差ニ直シ然ル後 (C, D) 式ヲ應用スベシ。

### 設 題 九

81.  $\sin(a+\beta) + \cos(a-\beta) = (\sin a + \cos a)(\sin \beta + \cos \beta)$  ヲ證セヨ。

82.  $\alpha, \beta$  ガ銳角ニシテ  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \beta = \frac{12}{13}$  ナルトキ  $\alpha + \beta$  ノ正弦及ビ餘弦ヲ求ム。

83.  $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}}$ ,  $\tan B = \frac{\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}$  ナルトキ  $\tan(A - B)$

ヲ求ム。

84. A, B ガ銳角ニシテ  $\cot A = 2$ ,  $\operatorname{cosec} B = \sqrt{10}$  ナルトキ  $A + B$  ヲ求ム。

\*85.  $15^\circ$  ノ三角函數ヲ求ム。

( $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$  トシテ計算スベシ)

86. 三角形 ABC ノ頂 A ヨリ BC ニ垂線 AD ヲ作ルトキ BD, CD, AD ガ 2, 3, 6 ニ比例セバ頂角ノ大サハ如何. (但 D ハ B, C ノ間ニ在リ)

87.  $\sin 100^\circ \sin(-160^\circ) + \cos 200^\circ \cos(-280^\circ)$  ノ値ヲ求ム。

次ノ諸相等式ヲ證セヨ。

$$*88. \tan A \pm \tan B = \frac{\sin(A \pm B)}{\cos A \cos B}$$

$$*89. \cot B \pm \cot A = \frac{\sin(A \pm B)}{\sin A \sin B}$$

$$*90. \cot A \pm \tan B = \frac{\cos(A \mp B)}{\sin A \cos B}$$

$$*91. \tan(45^\circ \pm A) = \frac{1 \pm \tan A}{1 \mp \tan A}$$

$$*92. \cot(45^\circ \pm A) = \frac{\cot A \mp 1}{\cot A \pm 1}$$

$$*93. \tan(p+q)A - \tan pA - \tan qA$$

$$= \tan(p+q)A \tan pA \tan qA.$$

\*94.  $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  ヲ餘弦トスル角ヲ  $\alpha$  トセバ

$$a \cos A \pm b \sin A = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(A \mp \alpha).$$

$$*95. \begin{cases} \cos A + \sin A = \sqrt{2} \sin(45^\circ + A). \\ \cos A - \sin A = \sqrt{2} \cos(45^\circ + A). \end{cases}$$

96. A ガ  $0^\circ$  ヨリ  $360^\circ$  マテ變ズル間ニ  $\cos A + \sin A$

ノ値ハ如何ニ變ズルカ。

$$97. 1 + \tan(A+B)\tan(A-B) = \frac{1 - 2\sin^2 B}{\cos^2 A - \sin^2 B}$$

$$98. \frac{1}{\tan 3A - \tan A} + \frac{1}{\cot A - \cot 3A} = \cot 2A.$$

$$99. \sec(45^\circ + a)\sec(45^\circ - a) = 2\sec 2a.$$

$$100. \tan(45^\circ + A) - \tan(45^\circ - A) = 2\tan 2A.$$

$$*101. \cos a \sin(\beta - \gamma) + \cos \beta \sin(\gamma - a) + \cos \gamma \sin(a - \beta) = 0.$$

$$102. \sin 2A + \sin 4A + \sin 6A = \frac{\cos A - \cos 7A}{2\sin A}.$$

$$103. \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{8}.$$

$$104. 17A = 180^\circ \text{ ナルトキハ } \frac{\cos A \cos 13A}{\cos 3A + \cos 5A} = -\frac{1}{2}.$$

$$105. \cos 55^\circ + \cos 65^\circ + \cos 175^\circ = 0.$$

$$106. \begin{cases} \cos A + \cos(120^\circ + A) + \cos(120^\circ - A) = 0. \\ \sin A + \sin(120^\circ + A) - \sin(120^\circ - A) = 0. \end{cases}$$

$$107. \frac{\sin \theta - \sin 3\theta + \sin 5\theta}{\cos \theta - \cos 3\theta + \cos 5\theta} = \tan 3\theta.$$

$$108. \tan(\alpha + 60^\circ)\tan(\alpha - 60^\circ) = (1 + 2\cos \alpha)/(1 - 2\cos \alpha).$$

$$109. \cos \theta \cos(120^\circ + \theta) + \cos \theta \cos(120^\circ - \theta)$$

$$+ \cos(120^\circ + \theta)\cos(120^\circ - \theta) = -\frac{3}{4}.$$

$$110. \cos a + \cos 3a + \cos 5a + \cos 7a = 4\cos a \cos 2a \cos 4a.$$

$$*111. \begin{cases} \tan a + \tan \beta + \tan \gamma = \tan a \tan \beta \tan \gamma + \frac{\sin(a + \beta + \gamma)}{\cos a \cos \beta \cos \gamma} \\ \cot a + \cot \beta + \cot \gamma = \cot a \cot \beta \cot \gamma - \frac{\cos(a + \beta + \gamma)}{\sin a \sin \beta \sin \gamma} \\ \tan \beta \tan \gamma + \tan \gamma \tan a + \tan a \tan \beta = 1 - \frac{\cos(a + \beta + \gamma)}{\cos a \cos \beta \cos \gamma} \\ \cot \beta \cot \gamma + \cot \gamma \cot a + \cot a \cot \beta = 1 + \frac{\sin(a + \beta + \gamma)}{\sin a \sin \beta \sin \gamma} \end{cases}$$

(上ノ關係ハ公式 24, 25 ヨリ誘導ス).

$$*112. \sin a + \sin \beta + \sin \gamma - \sin(a + \beta + \gamma) \\ = 4\sin \frac{\beta + \gamma}{2} \sin \frac{\gamma + a}{2} \sin \frac{a + \beta}{2}.$$

$$*113. \cos a + \cos \beta + \cos \gamma + \cos(a + \beta + \gamma) \\ = 4\cos \frac{\beta + \gamma}{2} \cos \frac{\gamma + a}{2} \cos \frac{a + \beta}{2}.$$

114. 二銳角  $a, \beta$  ノ和ガ定角  $\sigma$  ニ等シキトキ

$\cos a + \cos \beta$  ノ最大値ヲ求ム.

$$115. \sin a + \sin \beta = a, \cos a + \cos \beta = b, \cos(a - \beta) = c \text{ ヨリ } a, \beta \text{ ヲ}$$

消去セヨ.

(初メノ二式ノ二乗ヲ加ヘテ變形スベシ).

次ノ方程式ニ適スル  $180^\circ$  ヲ超ヘザル正角ヲ求ム.

$$116. \sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$117. \cos 3\theta + \cos 2\theta + \cos \theta = 0.$$

### 第七章

### 倍角半角ノ三角函數

#### 34. 二倍角ノ三角函數

(16) = 於テ B=A ト置ケバ

$$\sin 2A = 2\sin A \cos A \dots\dots\dots(30)$$

系.  $\sin 2A = \frac{2\sin A \cos A \sec^2 A}{\sec^2 A} = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$

(17) = 於テ B=A ト置ケバ

$$\left. \begin{aligned} \cos 2A &= \cos^2 A - \sin^2 A \\ &= 2\cos^2 A - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

系 1.  $\cos 2A = \frac{(\cos^2 A - \sin^2 A)\sec^2 A}{\sec^2 A} = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

系 2.  $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$ ,  $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$  ヲ轉項シテ  
ヲ以テ兩邊ヲ除シ次ノ式ヲ得

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 A &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2A) \\ \cos^2 A &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2A) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)'$$

此ノ二式ハ任意ノ角ノ正弦及ビ餘弦ノ平方ヲ一  
次式ニ直スニ用フ.

(20) ノ一ツニ於テ B=A ト置ケバ

$$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A} \dots\dots\dots(32)$$

同様ニ  $\cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2\cot A} \dots\dots\dots(32)'$

#### 35. 半角ノ三角函數

(31)' ノ A ノ代リニ  $\frac{A}{2}$  ヲ用ヒ平方ニ開ケバ

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos A)} \dots\dots\dots(33)$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos A)} \dots\dots\dots(34)$$

(33) ÷ (34)  $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} \dots\dots\dots(35)$

從ツテ  $\cot \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{1 - \cos A}}$

但根號ノ前ノ符號ハ  $\frac{A}{2}$  ノ象限ニヨリ適當ニ之ヲ  
撰ブベシ.

系.  $\tan \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = \frac{2\sin^2 \frac{A}{2}}{2\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}} = \frac{1 - \cos A}{\sin A}$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{\frac{\sin A}{2}}{\frac{\cos A}{2}} = \frac{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{2 \cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\sin A}{1 + \cos A}$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} \tan \frac{A}{2} &= \frac{1 - \cos A}{\sin A} = \frac{\sin A}{1 + \cos A} \\ \cot \frac{A}{2} &= \frac{\sin A}{1 - \cos A} = \frac{1 + \cos A}{\sin A} \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

36. 三倍角ノ三角函数

$$\begin{aligned} \sin 3A &= \sin(2A + A) = \sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A \\ &= 2 \sin A \cos A \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A \\ &= 2 \sin A (1 - \sin^2 A) + \sin A - 2 \sin^3 A \\ &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A \dots (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 3A &= \cos(2A + A) = \cos 2A \cos A - \sin 2A \sin A \\ &= (2 \cos^2 A - 1) \cos A - 2 \sin A \cos A \sin A \\ &= 2 \cos^3 A - \cos A - 2 \cos A (1 - \cos^2 A) \\ &= 4 \cos^3 A - 3 \cos A \dots (38) \end{aligned}$$

$$\tan 3A = \tan(2A + A) = \frac{\tan 2A + \tan A}{1 - \tan 2A \tan A}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} + \tan A \\ &= \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \cdot \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} + \tan A \\ &= \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A} \dots (39) \end{aligned}$$

(39) ト同様ニ (21) ヨリ次ノ式ヲ得ベシ.

$$\cot 3A = \frac{3 \cot A - \cot^3 A}{1 - 3 \cot^2 A} \dots (39)$$

系 (37), (38) ヲ轉項シテ以テ除シ次ノ式ヲ得.

$$\left. \begin{aligned} \sin^3 A &= \frac{1}{4} (3 \sin A - \sin 3A) \\ \cos^3 A &= \frac{1}{4} (3 \cos A + \cos 3A) \end{aligned} \right\}$$

此ノ二式ハ任意ノ角ノ正弦及ビ餘弦ノ立方ヲ一  
次式ニ直スニ用フ.

設 題 十

次ノ諸恒等式ヲ證セヨ.

\*118.  $\sin 2A = \frac{1 - \tan^2(45^\circ - A)}{1 + \tan^2(45^\circ - A)}$

(餘角ノ關係及ビ公式 31 ノ系 I ヲ用ヒテ證ス).

$$*119. \cot A + \tan A = 2 \operatorname{cosec} 2A.$$

$$*120. \cot A - \tan A = 2 \cot 2A.$$

$$*121. \operatorname{cosec} A - \cot A = \tan \frac{A}{2}.$$

$$*122. \operatorname{cosec} A + \cot A = \cot \frac{A}{2}.$$

$$*123. \left( \cos \frac{A}{2} \pm \sin \frac{A}{2} \right)^2 = 1 \pm \sin A.$$

$$*124. \frac{1 \pm \sin A}{1 \mp \sin A} = \tan^2 \left( 45^\circ \pm \frac{A}{2} \right).$$

$$*125. \sec A \pm \tan A = \tan \left( 45^\circ \pm \frac{A}{2} \right).$$

$$*126. \tan \frac{A}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \tan^2 A}}{\tan A}.$$

但根號ノ前ノ符號ハ A ガ第一, 第四象限ニ在ルト  
キ + ニシテ第二, 第三象限ニ在ルトキ - ナリ.

此ノ式ニヨリ  $\tan 7.5^\circ$  フ求メヨ.

$$127. \sin^6 \theta + \cos^6 \theta = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\theta.$$

128.  $\sin^4 A - \cos^4 A$  ノ最大値ヲ求ム.

$$129. \cos 2\theta = \frac{3}{5} \text{ ナルトキ } \sin^4 \theta + \cos^4 \theta \text{ ノ値ヲ求ム.}$$

(先ツ  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$  フ  $1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta$  ニ變ジテ計算ス).

$$130. \tan x = 2, \tan y = \frac{1}{3} \text{ ナルトキ } \tan \{2(x+y)\} \text{ ノ値ヲ}$$

求ム.

$$131. \cos 315^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ フ知リテ } 157.5^\circ \text{ ノ正弦及ビ餘弦}$$

ヲ求ム.

$$132. \sin \theta + \cos \theta = \frac{5}{4} \text{ ナルトキ } \sin 2\theta, \sin^3 \theta + \cos^3 \theta \text{ ノ値ヲ}$$

求ム.

$$\{1 + \sin 2\theta = (\sin \theta + \cos \theta)^2 \text{ ヨリ計算ス}\}$$

$$133. \tan A + 2 \tan 2A + 4 \tan 4A = \cot A - 8 \cot 8A.$$

(問題 120 ヨリ誘導ス).

$$134. \cos(15^\circ - A) \sec 15^\circ - \sin(15^\circ - A) \operatorname{cosec} 15^\circ \text{ フ簡單ニセ}$$

$$135. \cos^2 A + \cos^2(A + 120^\circ) + \cos^2(A + 240^\circ) \text{ フ簡單ニセヨ.}$$

$$136. (\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B)^2 = 4 \cos^2 \frac{A+B}{2}.$$

$$137. 1 + \cos 6\theta - \cos 10\theta - \cos 4\theta = 4 \sin 2\theta \cos 3\theta \sin 5\theta.$$

$$138. \sec 2A - \cos 2A \text{ フ } \tan A \text{ ニテ表セ.}$$

$$139. \tan \theta = \frac{b}{a} \text{ ナルトキハ } \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} + \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} = \frac{2 \cos \theta}{\sqrt{\cos 2\theta}}.$$



$$140. \cos A = \frac{\cos B - k}{1 - k \cos B} \quad \text{ナルトキトキ } \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \tan \frac{B}{2}.$$

141. 二鋭角  $\alpha, \beta$  ノ和ガ定角  $\sigma$  ニ等シキトキ  $\cos \alpha \cos \beta$  ノ最大値ヲ求ム.

$$142. \begin{cases} 4 \sin A \sin(60^\circ + A) \sin(60^\circ - A) = \sin 3A. \\ 4 \cos A \cos(60^\circ + A) \cos(60^\circ - A) = \cos 3A. \end{cases}$$

$$143. \cos^3 A \frac{\sin 3A}{3} + \sin^3 A \frac{\cos 3A}{3} = \frac{1}{4} \sin 4A.$$

144.  $\sin 5A$  ヲ  $\sin A$  ニテ表シ  $\cos 5A$  ヲ  $\cos A$  ニテ表セ  
( $\sin 5A = \sin 5A + \sin A - \sin A$ ,  $\cos 5A = \cos 5A + \cos A - \cos A$  ト  
シテ計算スルヲ便トス).

145.  $\sin 18^\circ$  及ビ  $\cos 36^\circ$  ヲ求ム.

( $\cos 3.18^\circ = \sin 2.18^\circ$  ヲ變形シテ之ヨリ  $\sin 18^\circ$  ヲ求メ  
從ツテ二倍角ノ公式ニヨリ  $\cos 36^\circ$  ヲ求ム).

$$146. \cos 47^\circ - \cos 61^\circ - \cos 11^\circ + \cos 25^\circ = \sin 7^\circ.$$

次ノ方程式ニ適スル  $360^\circ$  ヲ超ヘザル正角ヲ求ム.

$$147. \cos 2\theta = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1.$$

$$148. \tan \theta + \cot \theta = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

$$149. \operatorname{cosec} \theta - 4 \sin \theta = 2.$$

$$150. \cos 3\theta + 8 \cos^3 \theta = 0.$$

第四編

對數

第八章

一般ノ對數

37. 對數ノ定義及ビ記法

任意ノ正數  $a$  ノ  $x$  (任意ノ數) 乘冪ヲ  $y$  トスルトキ  $x$  ハ  $a$  ヲ底トセル  $y$  ノ對數ナリト云ヒ、此ノ關係ヲ  $x = \log_a y$  ト記ス。

注意一. 此ノ關係ヲ又  $y = \log_a^{-1} x$  トモ記ス。

注意二. 定義ニヨリ直ニ次ノ關係ヲ得

(i)  $\log_a 1 = 0 \quad \because a^0 = 1.$

(ii)  $\log_a a = 1 \quad \because a^1 = a.$

(iii)  $\log_a a^m = m \quad \because a^m = a^m.$

38. 對數ノ重ナル性質

第一. 乘積ノ對數ハ其ノ各因數ノ對數ノ和ニ等シ。

積(乗) = 和  
商(除) = 差  
ヲ乘 = 積  
ヲ根 = 商

證.

$\log_a m = x, \log_a n = y$  トセバ  $m = a^x, n = a^y$

$\therefore mn = a^x a^y = a^{x+y}$

$\therefore \log_a mn = x + y = \log_a m + \log_a n.$

同様ニ  $\log_a mnp \dots = \log_a m + \log_a n + \log_a p + \dots$

第二. 商ノ對數ハ被除數ノ對數ヨリ除數ノ對數ヲ減ジタルモノニ等シ。

證.

$\log_a m = x, \log_a n = y$  トセバ  $m = a^x, n = a^y$

$\therefore \frac{m}{n} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$\therefore \log_a \frac{m}{n} = x - y = \log_a m - \log_a n.$

第三. 一數ノ乘冪ノ對數ハ原數ノ對數ニ其ノ指數(任意ノ數)ヲ乘ジタルモノニ等シ。

證.

$\log_a m = x$  トセバ  $m = a^x$

$\therefore m^r = (a^x)^r = a^{rx}$

$$\therefore \log_a m^r = r \cdot x = r \log_a m.$$

注意  $\log_a \sqrt[r]{m} = \log_a m^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \log_a m.$

## 設 題 十 一

151. 對數ノ定義ニヨリ次ノ諸對數ノ値ヲ求ム.

$$\log_2 1024, \log_3 \sqrt{27}, \log_4 0.125, \log_{49} \sqrt[3]{7}, \log_{0.1} 10, \log_{3.25} 3.375,$$

$$\log_2 \sin 45^\circ.$$

152.  $7 \log_a \frac{15}{16} - 6 \log_a \frac{3}{8} + 5 \log_a \frac{2}{5} - \log_a \frac{25}{32}$  ヲ簡單ニセヨ.

153.  $7 \log_2 \frac{16}{15} + 5 \log_2 \frac{25}{24} + 3 \log_2 \frac{81}{80}$  及ビ

$$\log_{15} \sqrt{54} - \log_{15} \left( \frac{7\frac{1}{3}}{27} \right)^2 + \log_{15} \frac{8}{3} \sqrt{.6} \text{ノ値ヲ求ム.}$$

154.  $a^p = b^q$  ナルトキハ  $q \log_a x = p \log_b x.$

\*155.  $\log_a b \times \log_b a = 1.$

## 第 九 章

## 常 用 對 數

## 39. 常用對數ノ性質.

定義一. 10ヲ底トスル對數ヲ常用對數ト云フ.

規約一. 常用對數ノ記法ニ於テハ底ヲ略スルヲ常トス.

規約二. 常用對數ニ於テハ其ノ小數分ヲ常ニ正ナラシメ整數分若シ負ナルトキハ負號ヲ其ノ上ノミニ記ス.

今後單ニ對數ト稱スルハ常用對數ノコトナリ.

定義二. 對數ノ小數分ヲ假數ト云ヒ整數分ヲ指標ト云フ.

定義三. 一數ノ對數ノ符號ヲ變ジタ

ルモノヲ其ノ餘對數ト云フ.

注意一. 一數ノ餘對數ハ *colog* ナル記法ニヨリ之ヲ表スコトアリ.

注意二. 互ニ反數ヲナス二數ノ對數ハ互ニ餘對數ナリ.

定理一. 單ニ位ノミノ異ナレル二數ノ對數ノ假數ハ異ナルコトナシ.

證.

$$\log(a \times 10^n) = \log a + \log 10^n = n + \log a.$$

$$\log(a \div 10^n) = \log a - \log 10^n = -n + \log a.$$

故ニ  $(a \times 10^n)$ ,  $a$ ,  $(a \div 10^n)$  ノ對數ノ假數ハ異ナルコトナシ.

定理二. 整數  $n$  位ヲ有スル數ノ對數ノ指標ハ  $(n-1)$  ニシテ小數點以下有意數字ニ到ルマデニ  $n$  個ノ零ヲ有スル小數ノ對數ノ指標ハ  $-(n+1)$  ナリ.

證.

整數  $n$  位ヲ有スル數ハ  $10^{n-1}$  ト  $10^n$  トノ間ニ在ル

ヲ以テ其ノ對數ハ  $(n-1)$  ト  $n$  トノ間ニ在リ, 故ニ其ノ指標ハ  $(n-1)$  ナリ.

小數點以下有意數字ニ到ルマデニ  $n$  個ノ零ヲ有スル小數ハ  $10^{-(n+1)}$  ト  $10^{-n}$  トノ間ニ在ルヲ以テ其ノ對數ハ  $-(n+1)$  ト  $-n$  トノ間ニ在リ, 故ニ其ノ指標ハ  $-(n+1)$  ナリ.

定理三. 一數ノ對數ノ假數ヲ  $I$  ヨリ減ジタルモノヲ假數トシ, 其ノ指標ノ符號ヲ變ジテ  $-I$  ニ加ヘタルモノヲ指標トセル對數ハ其ノ餘對數ナリ.

證.

任意ノ對數ノ指標ヲ  $a$ , 假數ヲ  $b$  トセバ

$$-(a+b) = -a - b = (-1-a) + (1-b).$$

## 40. 對數四則.

### 第一. 對數ノ加法.

對數ノ假數ハ常ニ正ナルヲ以テ直ニ其ノ和ヲ作リ, 指標ハ符號ニ注意シテ其ノ代數和ヲ作ルベシ,

例一.	例二.	例三.
3.6428	$\bar{2}.9326$	3.5637
<u>2.5364</u>	<u><math>\bar{1}.6785</math></u>	<u><math>\bar{5}.7456</math></u>
6.1792	$\bar{2}.6111$	$\bar{1}.3093$

### 第二. 對數ノ減法.

對數ヲ減ズルニハ其ノ餘對數ヲ加フレバ可ナリ.

例.  $2.6389, \bar{3}.5463$  ノ和ヨリ  $\bar{2}.5713, 2.2105$  ノ和ヲ減  
ゼヨ.

運算.

$$\begin{array}{r} 2.6389 \\ \bar{3}.5463 \\ 1.4287 \\ \bar{3}.7895 \\ \hline \bar{1}.4034 \end{array}$$

### 第三. 對數ニ整數ヲ乘ズル法.

對數ガ正ナルトキハ普通ノ數ノ如ク乘法ヲ行ヒ  
負ナルトキハ假數ト指標トニ就キテ別々ニ乘法ヲ  
行ヒ其ノ結果ヲ加フベシ(規約ニ從ヒ).

例一.	例二.
2.3576	$\bar{3}.6782$
<u>3</u>	<u>2</u>
7.0728	5.3564

### 第四. 對數ヲ整數ニテ除スル法.

對數ガ正ナルトキハ普通ノ數ノ如ク除法ヲ行ヒ,  
負ナルトキハ適當ノ數ヲ指標ヨリ減ジ同數ヲ假數  
ニ加ヘテ指標ヲ整除シ得ベキモノトシ然ル後除法  
ヲ行フベシ.

例一.

$$\begin{array}{r} 2.7539 (4 \\ 0.6885 \end{array}$$

例二.

$$\begin{array}{r} \bar{5}.9287 (3 \\ \bar{2}.6429 \end{array}$$

## 41. 數ノ對數表.

數ノ對數表ニハ若干ノ數ニ到ル諸整數ノ對數ノ  
假數ヲ載ス. 本書卷尾ノ表ニハ1009マデノ整數ノ  
對數ノ假數四桁ヲ列舉セリ其ノ用法次ノ如シ.

### 第一. 數ノ對數ヲ求ムル法.

例.

1.  $\log 83.2$ ヲ求ム.

解.

83.2ノ對數ノ假數ハ表ニヨリ9201ナルコトヲ知リ、又指標ハ39條ニヨリ1ナルコトヲ知ル.

$$\therefore \log 83.2 = 1.9201$$

2.  $\log 0.000357$ ヲ求ム.

解.

0.000357ノ對數ノ假數ハ表ニヨリ5527ナルコトヲ知リ、指標ハ39條ニヨリ-4ナルコトヲ知ル.

$$\therefore \log 0.000357 = \bar{4}.5527.$$

3.  $\log 5.118$ ヲ求ム.

解.

$$\log 5.12 - \log 5.11 = 0.7093 - 0.7084 = 0.0009$$

$$0.01 : 0.008 :: 0.0009 : x$$

$$x = 0.0007.$$

$$\therefore \log 5.118 = 0.7084 + 0.0007 = 0.7091.$$

4.  $\log 0.7332$ ヲ求ム.

解.

$$\log 0.734 - \log 0.733 = \bar{1}.8657 - \bar{1}.8651 = 0.0006.$$

$$0.001 : 0.0002 :: 0.0006 : x$$

$$x = 0.0001.$$

$$\therefore \log 0.7332 = \bar{1}.8651 + 0.0001 = \bar{1}.8652.$$

5.  $\log 456.78$ ヲ求ム.

解.

$$\log 457 - \log 456 = 2.6599 - 2.6590 = 0.0009.$$

$$1 : 0.78 :: 0.0009 : x$$

$$x = 0.0007.$$

$$\therefore \log 456.78 = 2.6590 + 0.0007 = 2.6597.$$

## 第二. 對數ヲ知リテ之ニ應ズル數ヲ求ムル法.

例.

1.  $\log a = 0.4579$ ナルトキ  $a$ (即  $\log^{-1} 0.4579$ )ヲ求ム.

解.

0.4579ヲ對數トセル數ノ數字ノ排列ハ表ニヨリ287ナルコトヲ知リ、此ノ數ハ指標ニヨリ整數一位ノモノナルコトヲ知ル.

$$\therefore a = 2.87.$$

2.  $\log a = \bar{1}.3766$ ナルトキ  $a$ ヲ求ム.

1.3766 ヲ對數トセル數ノ數字ノ排列ハ表ニヨリ  
238ニシテ、此ノ數ハ指標ニヨリ小數點以下有意數字  
マデニ〇ヲ有セザル小數ナルコトヲ知ル、

$$\therefore a = 0.238.$$

3.  $\log a = 2.7516$  ナルトキ  $a$  ヲ求ム、

解、

$$\log 565 - \log 564 = 2.7520 - 2.7513 = 0.0007.$$

$$\log a - \log 564 = 2.7516 - 2.7513 = 0.0003.$$

$$0.0007 : 0.0003 :: 1 : x$$

$$x = 0.4$$

$$\therefore a = 564 + 0.4 = 564.4$$

4.  $\log a = \bar{3}.8314$  ナルトキ  $a$  ヲ求ム、

解、

$$\log 0.00679 - \log 0.00678 = \bar{3}.8319 - \bar{3}.8312 = 0.0007,$$

$$\log a - \log 0.00678 = \bar{3}.8314 - \bar{3}.8312 = 0.0002,$$

$$0.0007 : 0.0002 :: 0.00001 : x$$

$$x = 0.000003.$$

$$\therefore a = 0.00678 + 0.000003 = 0.006783.$$

注意一、表中ニ在ラザル數ノ對數ヲ求ムル法及

ビ對數ニ應ズル數ヲ求ムル法ハ次ノ定理ニヨリタ  
ルナリ、

數ノ小變化ト其ノ對數ノ之ニ應ズル  
變化トハ殆ンド相比例ス、

但此ノ定理ノ成立及ビ限界ハ本書之ヲ論ズルコ  
トヲ得ズ、

注意二、比例部分(P.P.)ヲ使用スルトキハ前ノ如  
キ比例ノ運算ヲ略スルコトヲ得ベシ、

## 42. 三角函數ノ對數表

三角函數ノ對數表ニハ $0^\circ$ ヨリ $90^\circ$ ニ至ルマデノ諸  
角ノ三角函數ノ對數又ハ之ニ $10$ ヲ加ヘタルモノ(之  
ヲ表對數ト云ヒ $L$ ヲ以テ其ノ記號トス)ヲ載ス、

注意、表對數ヲ用フルハ唯植字ノ便ヲ計ルガタ  
メナリ、

本書卷尾ノ表ニハ $0^\circ$ ヨリ $90^\circ$ マデノ $10'$ 置キノ諸  
角ノ三角函數ノ對數ヲ列舉セリ、其ノ用法次ノ如シ、

第一、角ノ三角函數ノ對數ヲ求ムル  
法、

例.

1.  $\log \sin 23^\circ 34'6''$ ヲ求ム.

解.

$$\log \sin 23^\circ 40' - \log \sin 23^\circ 30' = \bar{1}.6036 - \bar{1}.6007 = 0.0029.$$

$$10 : 4'6'' :: 0.0029 : x$$

$$x = 0.0013.$$

$$\therefore \log \sin 23^\circ 34'6'' = \bar{1}.6007 + 0.0013 = \bar{1}.6020.$$

2.  $\log \tan 72^\circ 53'3''$ ヲ求ム.

解.

$$\log \tan 73^\circ - \log \tan 72^\circ 50' = 0.5147 - 0.5102 = 0.0045.$$

$$10 : 3'3'' :: 0.0045 : x$$

$$x = 0.0015.$$

$$\therefore \log \tan 72^\circ 53'3'' = 0.5102 + 0.0015 = 0.5117.$$

3.  $\log \cos 35^\circ 42'7''$ ヲ求ム.

解.

$$\log \cos 35^\circ 40' - \log \cos 35^\circ 50' = \bar{1}.9098 - \bar{1}.9089 = 0.0009.$$

$$10 : 2'7'' :: 0.0009 : x$$

$$x = 0.0002.$$

$$\therefore \log \cos 35^\circ 42'7'' = \bar{1}.9098 - 0.0002 = \bar{1}.9096.$$

4.  $\log \cot 64^\circ 18'6''$ ヲ求ム.

解.

$$\log \cot 64^\circ 10' - \log \cot 64^\circ 20' = \bar{1}.6850 - \bar{1}.6817 = 0.0033$$

$$10 : 8'6'' :: 0.0033 : x$$

$$x = 0.0028.$$

$$\therefore \log \cot 64^\circ 18'6'' = \bar{1}.6850 - 0.0028 = \bar{1}.6822.$$

5.  $\log \sec 21^\circ 37'4''$ ヲ求ム.

解.

$$\log \cos 21^\circ 37'4'' = \bar{1}.9683.$$

$$\therefore \log \sec 21^\circ 37'4'' = 0.0317.$$

6.  $\log \operatorname{cosec} 16^\circ 42'3''$ ヲ求ム.

解.

$$\log \sin 16^\circ 42'3'' = \bar{1}.4586.$$

$$\therefore \log \operatorname{cosec} 16^\circ 42'3'' = 0.5414.$$

第二. 三角函数ノ對數ヲ知リテ之ニ  
應ズル角ヲ求ムル法.

例.

1.  $\log \sin A = \bar{1}.3035$ ナルトキ Aヲ求ム.



解.

$$\log \sin 11^\circ 40' - \log \sin 11^\circ 30' = \bar{1}.3058 - \bar{1}.2997 = 0.0061.$$

$$\log \sin A - \log \sin 11^\circ 30' = \bar{1}.3035 - \bar{1}.2997 = 0.0038.$$

$$0.0061 : 0.0038 :: 10 : x$$

$$x = 6.2.$$

$$A = 11^\circ 30' + 6.2 = 11^\circ 36.2.$$

2.  $\log \tan A = 0.4782$  ナルトキ  $A$ ヲ求ム.

解.

$$\log \tan 71^\circ 40' - \log \tan 71^\circ 30' = 0.4797 - 0.4755 = 0.0042.$$

$$\log \tan A - \log \tan 71^\circ 30' = 0.4782 - 0.4755 = 0.0027.$$

$$0.0042 : 0.0027 :: 10 : x$$

$$x = 6.4.$$

$$\therefore A = 71^\circ 30' + 6.4 = 71^\circ 36.4.$$

3.  $\log \cos A = \bar{1}.9349$  ナルトキ  $A$ ヲ求ム.

解.

$$\log \cos 30^\circ 30' - \log \cos 30^\circ 40' = \bar{1}.9353 - \bar{1}.9346 = 0.0007.$$

$$\log \cos 30^\circ 30' - \log \cos A = \bar{1}.9353 - \bar{1}.9349 = 0.0004.$$

$$0.0007 : 0.0004 :: 10 : x$$

$$x = 5.7.$$

$$\therefore A = 30^\circ 30' + 5.7 = 30^\circ 35.7.$$

4.  $\log \cot A = \bar{1}.8253$  ナルトキ  $A$ ヲ求ム.

解.

$$\log \cot 56^\circ 10' - \log \cot 56^\circ 20' = \bar{1}.8263 - \bar{1}.8235 = 0.0028.$$

$$\log \cot 56^\circ 10' - \log \cot A = \bar{1}.8263 - \bar{1}.8253 = 0.0010.$$

$$0.0028 : 0.0010 :: 10 : x$$

$$x = 3.6.$$

$$\therefore A = 56^\circ 10' + 3.6 = 56^\circ 13.6.$$

5.  $\log \sec A = 0.0566$  ナルトキ  $A$ ヲ求ム.

解.

$$\log \cos A = \bar{1}.9434.$$

$$\therefore A = 28^\circ 37.1.$$

6.  $\log \operatorname{cosec} A = 0.2668$  ナルトキ  $A$ ヲ求ム.

解.

$$\log \sin A = \bar{1}.7332.$$

$$\therefore A = 32^\circ 45'.$$

注意一. 表中ニ在ラザル鋭角ノ三角函数ノ對數ヲ求ムル法及ビ三角函数ノ對數ヲ知リテ角ヲ求ムル法ハ次ノ定理ニヨリタルナリ.

°又ハ90°ニ近カラザル角ノ小變化ト  
其ノ三角函數ノ對數ノ之ニ應ズル變化  
トハ殆ンド相比例ス。

此ノ定理ノ成立及ビ限界ハ本書之ヲ論ズルコト  
ヲ得ズ。

注意ニ 比例部分ノ表ヲ使用スルトキハ比例ノ  
運算ヲ略スルコトヲ得ベシ。

### 43. 諸計算ニ於ケル對數ノ應用

例.

1.  $x = 2.582 \times 345.7$  ヲ計算セヨ。

解.

$$\log 2.582 = 0.4119$$

$$\log 345.7 = 2.5387$$

$$\log x = 2.9506$$

$$x = 892.4.$$

2.  $x = \frac{0.07438}{129.5}$  ヲ計算セヨ。

解.

$$\log 0.07438 = \bar{2}.8715$$

$$-\log 129.5 = \bar{3}.8877$$

$$\log x = \bar{4}.7592$$

$$x = 0.0005744.$$

3.  $x = (3.072)^3$  ヲ計算セヨ。

解.

$$\log 3.072 = 0.4874$$

3

$$\log x = 1.4622$$

$$x = 28.99.$$

4.  $x = \sqrt[4]{0.007654}$  ヲ計算セヨ。

解.

$$\log 0.007654 = \bar{3}.8839 (4)$$

$$\log x = \bar{1}.4710$$

$$x = 0.2958.$$

5.  $(1.2)^x = 1.1$  ヲ解ケ。

解.

$$x \log 1.2 = \log 1.1$$

$$x = \frac{\log 1.1}{\log 1.2} = \frac{0.0414}{0.0792} = \frac{23}{44} = 0.5227.$$

注意. 本題ノ如キモノヲ指數方程式ト云フ.

設 題 十 二

次ノ方程式ヲ解ケ.

$$156. \left(\frac{203}{200}\right)^{2x} = 2.$$

$$157. 8^{5-3x} = 12^{4-2x}.$$

$$158. \left. \begin{array}{l} 2^x \times 5^y = 1 \\ 5^{x+1} \times 2^y = 2 \end{array} \right\}$$

次ノ二式ヲ計算セヨ.

$$159. x = \frac{(2.013)^2 \times (0.0593)^{\frac{3}{2}}}{(0.9123)^4}.$$

$$160. x = \frac{(34.73)^{\frac{4}{5}} \times \sqrt[5]{2.539}}{\sqrt[4]{4.397} \times (3.456)^3}.$$

第 五 編.

一 般 ノ 三 角 形.

第 十 章.

三 角 形 ノ 性 質.

44. 三 角 形 ノ 角 ノ 關 係.

一ツノ三角形ノ三ツノ角ヲA, B, CトセバA+B+Cハ180°トナルヲ以テ其ノ三角函數ノ間ニ種々ノ關係アリ, 例ヘバ次ノ如シ.

$$\sin(A+B) = \sin(180^\circ - C) = \sin C$$

$$\cos(A+B) = \cos(180^\circ - C) = -\cos C$$

$$\tan(A+B) = \tan(180^\circ - C) = -\tan C$$

$$\sin \frac{A+B}{2} = \sin \left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$$

$$\cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$$

$$\tan \frac{A+B}{2} = \tan \left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$$

注意. 上式ノA+Bノ代リニB+C或ハC+Aヲ取

ルトキハ C ノ代リ = A 或ハ B ヲ取ルコトヲ要ス。

## 設 題 十 三

A, B, C ガーツノ三角形ノ三ツノ角ナルトキ次ノ

諸式ヲ證セヨ。

$$*161. \begin{cases} \sin(2A+2B) = -\sin 2C. \\ \cos(2A+2B) = \cos 2C. \\ \tan(2A+2B) = -\tan 2C. \end{cases}$$

$$*162. \begin{cases} \sin \frac{3A+3B}{2} = -\cos \frac{3C}{2}. \\ \cos \frac{3A+3B}{2} = -\sin \frac{3C}{2}. \\ \tan \frac{3A+3B}{2} = \cot \frac{3C}{2}. \end{cases}$$

$$*163. \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$*164. \cos A + \cos B + \cos C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} + 1.$$

$$*165. \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

$$*166. \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -4 \cos A \cos B \cos C - 1.$$

$$*167. \cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2} \\ = 4 \cos \left(45^\circ - \frac{A}{4}\right) \cos \left(45^\circ - \frac{B}{4}\right) \cos \left(45^\circ - \frac{C}{4}\right).$$

$$*168. \sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} \\ = 4 \sin \left(45^\circ - \frac{A}{4}\right) \sin \left(45^\circ - \frac{B}{4}\right) \sin \left(45^\circ - \frac{C}{4}\right) + 1.$$

$$169. \begin{cases} \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \\ \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cos B \cos C. \end{cases}$$

$$170. \frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\cos A + \cos B - \cos C + 1} = \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}.$$

$$171. \sin(B+C-A) + \sin(C+A-B) + \sin(A+B-C) \\ = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

$$172. \sin A (\cos B + \cos C) + \sin B (\cos C + \cos A) \\ + \sin C (\cos A + \cos B) = \sin A + \sin B + \sin C$$

$$173. \sin^2 A + 2 \sin B \sin C \cos A = \sin^2 B + \sin^2 C.$$

$$174. \sin A \sin(A+2C) + \sin B \sin(B+2A) \\ + \sin C \sin(C+2B) = 0.$$

$$175. \sin 3A + \sin 3B + \sin 3C = 4 \cos \frac{3A}{2} \cos \frac{3B}{2} \cos \frac{3C}{2}$$

$$*176. \begin{cases} \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C. \\ \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}. \end{cases}$$

$$*177. \begin{cases} \cot B \cot C + \cot C \cot A + \cot A \cot B = 1. \\ \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} = 1. \end{cases}$$

178.  $\tan \frac{A}{2} = \frac{5}{6}, \tan \frac{B}{2} = \frac{20}{37}$  ナルトキハ  $\tan C = \frac{20}{21}$ .

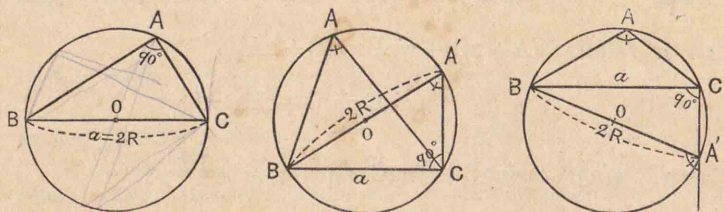
179.  $\cot \frac{A}{2}, \cot \frac{B}{2}, \cot \frac{C}{2}$  ガ等差級數ヲナストキハ

$$\cot \frac{A}{2} \cot \frac{C}{2} = 3.$$

180.  $\frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} = 2.$

45. 外接圓ノ半徑及ビ正弦比例式.

$\triangle ABC$  ノ各角  $A, B, C$  ノ對邊ヲ  $a, b, c$  トシ外接圓ノ半徑ヲ  $R$  トセバ



(i)  $A=90^\circ$  ナルトキハ  $\sin A=1, a=2R$  ナルヲ以テ

$$\sin A = \frac{a}{2R}.$$

$$\therefore 2R = \frac{a}{\sin A}.$$

(ii)  $A \neq 90^\circ$  ナルトキ  $BO$  ヲ延長シテ其ノ圓周ト交ル點  $A'$  ヲ  $C$  ニ連ヌルトキハ  $A$  ト  $\widehat{BA'C}$  トハ相等シキカ或ハ補角ヲナスヲ以テ

$$\sin A = \sin \widehat{BA'C} = \frac{a}{2R}.$$

$$\therefore 2R = \frac{a}{\sin A}.$$

故ニ  $A$  ノ如何ニ拘ラズ  $2R = \frac{a}{\sin A}$ .

同様ニ  $2R = \frac{b}{\sin B}, 2R = \frac{c}{\sin C}$ .

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} (= 2R) \dots\dots(40)$$

之ヲ正弦比例式ト云ヒ三角形ノ性質中最モ重要ナルモノナリ.

三角形ノ邊ト角トノ關係ハ  $a=2R\sin A, b=2R\sin B, c=2R\sin C$  ヲ利用シテ解キ得ル場合極メテ多シ.

46. 餘弦式.

$$\begin{aligned} a &= 2R\sin A = 2R\sin(B+C) = 2R(\sin B \cos C + \cos B \sin C) \\ &= 2R\sin B \cos C + 2R\sin C \cos B. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore & \left. \begin{aligned} a &= b \cos C + c \cos B \\ b &= c \cos A + a \cos C \\ c &= a \cos B + b \cos A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41) \\ \text{同様} & = \end{aligned}$$

之ヲ餘弦第一式ト云フ。

(41) ノ各式ニ  $a, -b, -c$  ヲ乗ジテ相加フレバ

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos A$$

$$\begin{aligned} \therefore & \left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42) \\ \text{同様} & = \end{aligned}$$

此ノ各式ヲ變ジテ次ノ形トナスコトヲ得。

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned} \left. \right\} \dots\dots\dots (42)'$$

(42) 及ビ (42)' ヲ餘弦第二式ト云ヒ正弦比例式ニ次デ必要ノモノナリ。

注意一. 餘弦式ハ正弦比例式ニヨラスシテ幾何學上ノ性質ヨリ獨立ニ作ルコトヲ得ベシ。

注意二. 三角形ノ邊ト角ノ正切或ハ餘切トノ關

$$\text{係ノ問題ハ } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{2R}}{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}} = \frac{abc}{R(b^2 + c^2 - a^2)}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - a^2}}{bc} \quad \text{ノ如キ變形法ニヨリ解シ得ル場}$$

合多シ。

設 題 十 四

次ノ諸式ニ於テ A, B, C ハ一ツノ三角形ノ角ヲ表シ  $a, b, c$  ハ各對邊ヲ表シ  $p$  ハ三邊ノ和ノ半分ヲ表ス。

181. 底邊 12 寸頂角  $60^\circ$  ナル三角形ノ外接圓ノ半徑ヲ求ム。

182.  $\sin A + \sin B > \sin C$ .

183.  $c(\sin^2 A + \sin^2 B) = \sin C(a \sin A + b \sin B)$ .

184.  $b \cos B + c \cos C = a \cos(B - C)$ .

185.  $a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C$ .

186.  $\frac{b^2 - c^2}{a^2} = \frac{\sin(B - C)}{\sin(B + C)}$ .

187.  $B = 60^\circ$  ナルトキハ  $\frac{a+c}{2b} = \sin(30^\circ + C)$ .

$$188. \frac{1 + \cos(A-B)\cos C}{1 + \cos(A-C)\cos B} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + c^2}.$$

$$189. a \sin(B-C) + b \sin(C-A) + c \sin(A-B) = 0.$$

$$190. C=2B \text{ ナルトキハ } c^2 - b^2 = ab.$$

以上十題ハ正弦比例式ノ應用ナリ.

$$191. (a+b)\cos C + c(\cos A + \cos B) > a \cos B + b \cos A.$$

$$192. \frac{a - c \cos B}{b - c \cos A} = \frac{b}{a}.$$

$$193. a(\cos B + \cos C) = 2(b+c)\sin^2 \frac{A}{2}.$$

$$194. a(b^2 + c^2)\cos A + b(c^2 + a^2)\cos B + c(a^2 + b^2)\cos C = 3abc.$$

以上四題ハ餘弦第一式ノ應用ナリ, 194ハ公式(41)ノ各式ノ左右邊ヲ置キ換へ兩邊ニ同ジモノヲ乘ジテ右邊ニ  $abc$  ヲ作り然ル後三ツノ式ヲ加ヘテ之ヲ得ベシ.

$$*195. \begin{cases} \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \\ \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-c)(p-a)}{ca}} \\ \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}} \end{cases}$$

$$*196. \begin{cases} \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}} \\ \cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{ca}} \\ \cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}} \end{cases}$$

$$197. \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}.$$

198. 3, 4,  $\sqrt{37}$  ナル三邊ヲ有スル三角形ノ最大角ヲ求ム.

$$199. A, B, C \text{ ガ等差級數ヲナストキハ } b = \sqrt{c^2 - ca + a^2}.$$

$$200. b \cos A = a \cos B \text{ ナルトキハ } a = b.$$

201.  $a \cos A = b \cos B$  ナルトキハ  $a = b$  或ハ  $C = 90^\circ$  ナリ.

$$202. a \text{ 邊ニ對スル中線ノ長サハ } \frac{1}{2}\sqrt{(b^2 + c^2 + 2bc \cos A)}$$

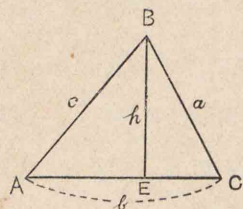
ナリ.

$$203. (b^2 - c^2)\cot A + (c^2 - a^2)\cot B + (a^2 - b^2)\cot C = 0.$$

以上九題ハ餘弦第二式ノ應用ナリ.

#### 47. 面積ノ式.

$\hat{A}BC$ ニ於テ一角頂  $B$ ヨリ對邊  $CA$ ニ垂線  $BE$ ヲ



作り其ノ數値ヲ  $h$  トシ  $S$  ヲ  
面積トセバ幾何學ニヨリ  
 $S = \frac{1}{2}bh$  ナリ; 然ルニ  $h = c \sin A$   
ナルヲ以テ之ヲ上式ニ代入  
スレバ

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2}bc \sin A \\ \text{同様ニ} \quad S &= \frac{1}{2}ca \sin B \\ S &= \frac{1}{2}ab \sin C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(43)$$

餘弦第二式ニヨリ正弦ヲ邊ニテ表ス式ヲ作レバ  
次ノ如シ.

$$\begin{aligned} \sin^2 A &= 1 - \cos^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A) \\ &= \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left(1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \\ &= \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc} \\ &= \frac{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}{4b^2c^2} \\ &= \frac{2p(2p-2a)(2p-2c)(2p-2b)}{4b^2c^2} \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

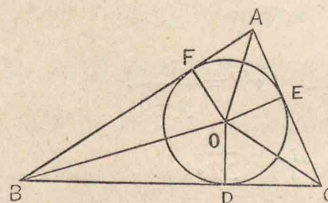
$$= \frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{b^2c^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore \sin A &= \frac{2}{bc} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ \text{同様ニ} \quad \sin B &= \frac{2}{ca} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ \sin C &= \frac{2}{ab} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \end{aligned} \right\}$$

之ヲ(43)ニ代入スレバ  $p = \text{各邊數ノ和ノ半}$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \dots\dots\dots(44)$$

48. 内接圓ノ半徑及ビ半角ノ正切ノ式.



$\triangle ABC$  ノ面積ヲ  $S$ , 内接圓  
ノ中心ヲ  $O$ , 半徑ヲ  $r$ , 各  
邊トノ切點ヲ  $D, E, F$  ト  
セバ

$$\begin{aligned} S &= \hat{O}BC + \hat{O}CA + \hat{O}AB = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr \\ &= \frac{a+b+c}{2} \times r = pr \end{aligned}$$

$$\therefore r = \frac{S}{p} = \sqrt{\left\{ \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p} \right\}} \dots\dots\dots(45)$$



次  $= \tan \angle FAO = \frac{FO}{AF}$ , 而シテ  $FO=r, AF=p-a$

$$\begin{aligned} \therefore \tan \frac{A}{2} &= \frac{r}{p-a} = \frac{1}{p-a} \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \\ \text{同様} = \tan \frac{B}{2} &= \frac{r}{p-b} = \frac{1}{p-b} \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \\ \tan \frac{C}{2} &= \frac{r}{p-c} = \frac{1}{p-c} \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \end{aligned} \quad (46)$$

注意. 此ノ式ハ  $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}}$  = 餘弦第二式ヲ應用シテ之ヲ求ムルコトヲ得.

系.  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  内ニ在ル傍接圓ノ半徑ヲ夫々  $r', r'', r'''$  トセバ

$$r' = \frac{S}{p-a}, \quad r'' = \frac{S}{p-b}, \quad r''' = \frac{S}{p-c}.$$

### 設 題 十 五.

次ノ諸問題ニ用ヒタル文字ハ前ニ説明セル意義ヲ有スルモノトス.

$$*204. \quad S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)}$$

$$*205. \quad S = p^2 \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2}.$$

\*206.  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$  ノ  $\hat{A}$  = 於ケル内角ノ二等分線及ビ外角

ノ二等分線ハ夫々  $\frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}$  及ビ  $\frac{2bc \sin \frac{A}{2}}{b-c}$  ナリ.

$$*207. \quad \frac{a}{1 - \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2}} = \frac{b}{1 - \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2}} = \frac{c}{1 - \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$*208. \quad \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} + \frac{1}{r'''} = \frac{1}{r}, \quad \frac{r}{R} = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.$$

\*209.  $a, b, c$  ガ等差級數ヲナストキハ  $\cot \frac{A}{2}, \cot \frac{B}{2}, \cot \frac{C}{2}$  モ亦然リ.

\*210. 平行四邊形ノ一角ヲ  $A$  トシ其ノ兩邊ヲ  $l, l'$  トセバ其ノ面積ハ  $ll' \sin A$  = 等シ.

\*211. 四邊形ノ對角線ヲ  $m, n$  トシ  $\theta$  ヲ其ノ夾角トセバ其ノ面積ハ  $\frac{1}{2} mn \sin \theta$  = 等シ.

\*212.  $n$  邊ノ正多角形ノ一邊  $a$ , 外接圓ノ半徑  $R$ , 内接圓ノ半徑  $r$  ノ中何レカーツヲ知ルトキハ其ノ面積ハ次式ノ一ツニテ計算セラル.

$$(i) \frac{1}{4} na^2 \cot \frac{180^\circ}{n}, \quad (ii) \frac{1}{2} nR^2 \sin \frac{360^\circ}{n}, \quad (iii) nr^2 \tan \frac{180^\circ}{n}$$

## 第十一章

## 三角形ノ解キ方及ビ應用

## 49. 三角形ノ解キ方ノ基礎ノ場合

一般三角形ノ解キ方ノ基礎ノ場合ハ次ノ四種ナリ。

第一. 一邊及ビ二角(例ヘバ  $a, B, C$ )ヲ知ル場合.

解.

$$A = 180^\circ - (B + C) \quad \text{ニヨリ } A \text{ヲ求メ,}$$

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A} \quad \text{ニヨリ } b \text{ヲ求メ,}$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} \quad \text{ニヨリ } c \text{ヲ求ム.}$$

例.

$A = 50^\circ 58' \cdot 7$ ,  $B = 32^\circ 50' \cdot 8$ ,  $c = 169 \cdot 4$  ナルトキ  $a, b$ ヲ求ム.

算式

$$\begin{cases} C = 180^\circ - (A + B) \\ a = \frac{c \sin A}{\sin C} \\ b = \frac{c \sin B}{\sin C} \end{cases}$$

運算

$$A = 50^\circ 58' \cdot 7$$

$$B = 32^\circ 50' \cdot 8$$

$$A + B = 83^\circ 49' \cdot 5$$

$$180^\circ = 179^\circ 60'$$

$$C = 96^\circ 10' \cdot 5$$

$$\log c = 2 \cdot 2289$$

$$\log \sin A = 1 \cdot 8904$$

$$-\log \sin C = 0 \cdot 0025$$

$$\log a = 2 \cdot 1218$$

$$a = 132 \cdot 4$$

$$\log c = 2 \cdot 2289$$

$$\log \sin B = 1 \cdot 7314$$

$$-\log \sin C = 0 \cdot 0025$$

$$\log b = 1 \cdot 9658$$

$$b = 92 \cdot 43$$

第二. 二邊及ビ其ノ夾角(例ヘバ  $b, c,$

A)ヲ知ル場合.

解.

$$\text{先ヅ } \frac{B+C}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2} \quad \text{ニヨリ } \frac{B+C}{2} \text{ヲ求ム.}$$

$$\text{次ニ } \frac{b-c}{b+c} = \frac{2R \sin B - 2R \sin C}{2R \sin B + 2R \sin C} = \frac{\sin B - \sin C}{\sin B + \sin C}$$

$$= \frac{2 \cos \frac{B+C}{2} \sin \frac{B-C}{2}}{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} = \cot \frac{B+C}{2} \tan \frac{B-C}{2}$$

$$= \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B-C}{2}$$

$$\therefore \tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$$

此ノ式ニヨリ  $\frac{B-C}{2}$ ヲ求ム

$$\text{又 } \frac{a}{b+c} = \frac{2R \sin A}{2R \sin B + 2R \sin C} = \frac{\sin A}{\sin B + \sin C}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} = \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{B-C}{2}}$$

$$\frac{a}{b-c} = \frac{2R \sin A}{2R \sin B - 2R \sin C} = \frac{\sin A}{\sin B - \sin C}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \sin \frac{B-C}{2}} = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{B-C}{2}}$$

$$\therefore a = \frac{(b+c) \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{B-C}{2}} \quad \text{或ハ} \quad a = \frac{(b-c) \cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{B-C}{2}}$$

此ノ二式ノ何レカニヨリ  $a$ ヲ求メ

$$B = \frac{B+C}{2} + \frac{B-C}{2} \quad \text{及ビ} \quad C = \frac{B+C}{2} - \frac{B-C}{2} \quad \text{ニヨリ} \quad B$$

及ビ  $C$ ヲ求ム。

注意.  $B, C$ ヲ求メタル後ニ  $a = \frac{b \sin A}{\sin B}$  或ハ  $\frac{c \sin A}{\sin C}$

ニヨリ  $a$ ヲ求ムルモ可ナリ。

例.

$b=4.567, c=3.456, A=56^\circ 7' 8$  ナルトキ  $B, C, a$ ヲ求ム。

算式

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2} \\ a = \frac{(b+c) \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{B-C}{2}} \\ B = \frac{B+C}{2} + \frac{B-C}{2} \\ C = \frac{B+C}{2} - \frac{B-C}{2} \end{array} \right.$$

運算

$$b=4.567$$

$$c=3.456$$

$$b-c=1.111$$

$$b+c=8.023$$

$$A=56^\circ 7' 8$$

$$\frac{A}{2}=28^\circ 3' 9$$

$$90^\circ=89^\circ 60'$$

$$\frac{B+C}{2}=61^\circ 56' 1$$

$$\log(b-c) = 0.0457$$

$$\log \cot \frac{A}{2} = 0.2731$$

$$-\log(b+c) = 1.0956$$

$$\log \tan \frac{B-C}{2} = 1.4144$$

$$\frac{B-C}{2} = 14^\circ 33' 3$$

$$\frac{B+C}{2} = 61^\circ 56' 1$$

$$B = 76^\circ 29' 4$$

$$C = 47^\circ 22' 8$$

### 第三. 二邊及ビ其ノ一ツニ對スル角

(例ヘバ  $a, b, A$ )ヲ知ル場合.

解.

$$\sin B = \frac{b \sin A}{a} \text{ニヨリ } B \text{ヲ求メ,}$$

$$C = 180^\circ - (A+B) \text{ニヨリ } C \text{ヲ求メ,}$$

$$c = \frac{b \sin C}{\sin B} \text{ニヨリ } c \text{ヲ求ムベシ.}$$

然ルニ正弦ノ値ヨリ  $B$ ヲ定ムルニヨリ次ノ場合アリ.

(i)  $\sin B > 1$  即  $\log \sin B > 0$ ナルトキハ解ナシ.

(ii)  $\sin B = 1$  即  $\log \sin B = 0$ ナルトキハ  $B = 90^\circ$ ナルヲ

$$\log(b+c) = 0.9044$$

$$\log \sin \frac{A}{2} = 1.6725$$

$$-\log \cos \frac{B-C}{2} = 0.0142$$

$$\log a = 0.5911$$

$$a = 3.90.$$

以テ唯一ツノ解アリ.(但  $A < 90^\circ$ ナル時ニ限ル)

(iii)  $\sin B < 1$  即  $\log \sin B < 0$ ニシテ  $a < b$ ナルトキハ  $A < B$ , 故ニ  $B < 90^\circ$  従ツテ唯一ツノ解アリ.

(iv)  $\sin B < 1$  即  $\log \sin B < 0$ ニシテ  $a < b$ ナルトキハ  $A < B$ , 故ニ  $B$ ハ銳角或ハ鈍角ナルコトヲ得ルヲ以テ  $B$ ニハ互ニ補角ナル二ツノ値アリ, 従ツテ二ツノ解アリ. 之ヲ兩意ノ場合ト云フ.

例.

$a = 182.1, b = 236.8, A = 32^\circ 29' 6$ ナルトキ  $B, C, c$ ヲ求ム.

運算.

算式.

$$\log b = 2.3743$$

$$\log \sin A = 1.7301$$

$$-\log a = 3.7397$$

$$\log \sin B = 1.8441$$

$$B = 44^\circ 17' 7$$

$$A = 32^\circ 29' 6$$

$$A+B = 76^\circ 47' 3$$

$$180^\circ = 179^\circ 60'$$

$$C = 103^\circ 12' 7$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin B = \frac{b \sin A}{a} \\ C = 180^\circ - (A+B) \\ c = \frac{b \sin C}{\sin B} \end{array} \right.$$

$$\text{或ハ } 135^\circ 42' 3$$

$$32^\circ 29' 6$$

$$\text{或ハ } 168^\circ 11' 9$$

$$179^\circ 60'$$

$$\text{或ハ } 11^\circ 48' 1$$

$$\log \sin C = \bar{1}.9883 \quad \text{或ハ} \quad \bar{1}.3107$$

$$\log b = 2.3743 \quad 2.3743$$

$$\underline{-\log \sin B = 0.1559} \quad \underline{0.1559}$$

$$\log c = 2.5185 \quad \text{或ハ} \quad 1.8409$$

$$c = 330 \quad \text{或ハ} \quad 69.33.$$

第四. 三邊  $a, b, c$  ヲ知ル場合.

解.

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{1}{p-a} \sqrt{\left\{ \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p} \right\}},$$

$$\tan \frac{B}{2} = \frac{1}{p-b} \sqrt{\left\{ \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p} \right\}}$$

ニヨリ  $A, B$  ヲ求メ,  $C = 180^\circ - (A+B)$  ニヨリ  $C$  ヲ求ムベシ.

例.

$a = 273.9, b = 198.6, c = 236.8$  ナルトキ  $A, B, C$  ヲ求ム.

算式.

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \frac{A}{2} = \frac{1}{p-a} \sqrt{\left\{ \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p} \right\}}. \\ \tan \frac{B}{2} = \frac{1}{p-b} \sqrt{\left\{ \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p} \right\}}. \\ C = 180^\circ - (A+B). \end{array} \right.$$

運算.

$$a = 273.9$$

$$p-a = 80.8$$

$$b = 198.6$$

$$p-b = 156.1$$

$$c = 236.8$$

$$p-c = 117.9$$

$$2p = 709.3$$

$$p = 354.7$$

$$\log(p-a) = 1.9074$$

$$\log(p-b) = 2.1934$$

$$\log(p-c) = 2.0715$$

$$\underline{-\log p = \bar{3}.4502}$$

$$\log r^2 = 3.6225$$

$$\log r = 1.8113$$

$$\log \tan \frac{A}{2} = \bar{1}.9039$$

$$\log \tan \frac{B}{2} = \bar{1}.6179$$

$$\frac{A}{2} = 38^\circ 42' 69$$

$$\frac{B}{2} = 22^\circ 31' 94$$

$$A = 77^\circ 25' 4''$$

$$B = 45^\circ 3' 9''$$

$$A + B = 122^\circ 29' 3''$$

$$180^\circ = 179^\circ 60'$$

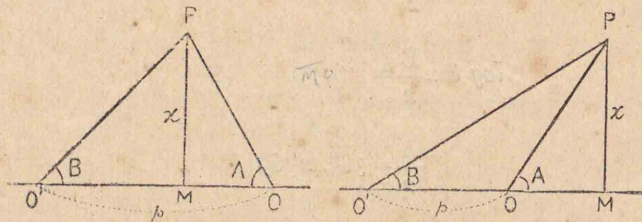
$$C = 57^\circ 30' 7''$$

50. 測量問題.

直角三角形ノ解キ方ヲ應用シテ距離及ビ高サヲ測ル法ノ數例ハ既ニ之ヲ掲ゲタリ. 一般三角形ノ解キ方ヲ應用スルトキハ前ノモノヨリハ便利ナル方法ヲ得ベシ;次ニ其ノ數例ヲ擧グ.

例.

1. 達シ得ベカラザル一點ヨリ達シ得ベキ一直線ニ到ル距離ヲ求ムル法.



直線上ニ二點O, O'ヲ取リ其ノ距離(p)ヲ測リ達シ

得ベカラザル點Pヨリ此ノ線ニ作レル(假想)垂線PM

ノ數值ヲxトシ角O'OP, OO'PヲA, Bトセバ

$$\hat{O}O'P = \text{於テ } OP = \frac{OO' \sin OO'P}{\sin OPO'} = \frac{p \sin B}{\sin(A+B)}$$

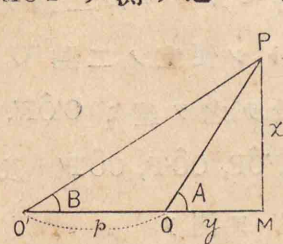
$$\text{又 } \hat{O}MP = \text{於テ } MP = OP \sin MOP = OP \sin A$$

$$\therefore x = \frac{p \sin A \sin B}{\sin(A+B)}$$

2. 直立セル物體ノ基礎ニ達シ得ザルトキ地上ノ二點ニ於テ之ヲ觀測シ其高サ及ビ距離ヲ求ムル法.

MPヲ物體トシO, O'ヲ觀測點トシOO', MP, OMノ數值ヲp, x, yトス. O, O'ガMPト同平面上ニ在ルカ然ラザルカニ從ヒ次ノ方法ノ一ツヲ用フ.

(i) O, O'ガMPト同平面上ニ在ルトキハ角MOP, MO'Pヲ測リ之ヲA, Bトセバ



$$\hat{O}O'P = \text{於テ } OP = \frac{OO' \sin OO'P}{\sin OPO'}$$

$$= \frac{p \sin B}{\sin(A-B)} \quad \text{次ニ } \hat{O}MP =$$

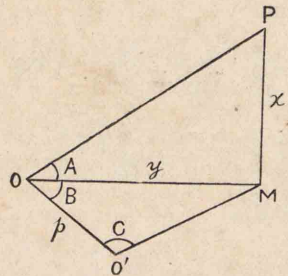
$$\text{於テ } MP = OP \sin MOP$$

$$= OP \sin A.$$

$$OM = OP \cos MOP = OP \cos A$$

$$\therefore x = \frac{p \sin A \sin B}{\sin(A-B)}, \quad y = \frac{p \cos A \sin B}{\sin(A-B)}$$

(ii) O, O' が MP と同平面上ニ在ラザルトキハ角 MOP, MOO', OO'M ヲ測リ之ヲ A, B, C トセバ



$\hat{O}MO'$  = 於テ

$$OM = \frac{OO' \sin OO'M}{\sin OMO'}$$

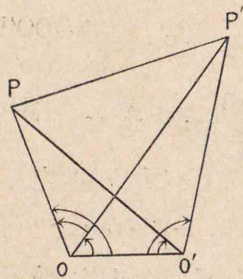
$$\therefore y = \frac{p \sin C}{\sin(B+C)}$$

次ニ  $\hat{OMP}$  = 於テ

$$MP = OM \tan MOP.$$

$$\therefore x = \frac{p \tan A \sin C}{\sin(B+C)}$$

3. 達シ得ベカラザル二點ノ距離ヲ求ムル法.



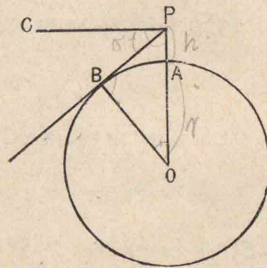
達シ得ベカラザル二點ヲ P, P' トシ便宜ノ二點 O, O' = 於テ之ヲ望ミ  $\hat{O}OP'$ ,  $\hat{O}'OP$ ,  $\hat{P}'OP$ ,  $\hat{O}O'P$  及ビ  $OO'$  ヲ測リ

$\hat{O}OP$  = 於テ OP ヲ求メ,

$\hat{O}OP'$  = 於テ OP' ヲ求メ,  $\hat{P}'OP$  = 於テ PP' ヲ求ムベシ.

注意. P, P', O, O' ガ同平面上ニ在ルトキハ O = 於ケル角ハ二ツヲ測レバ可ナリ

4. 視水平ノ距離及ビ伏角.



左圖ニ於テ O ヲ地球ノ中心, P ヲ或高サノ觀測點, PB ヲ切線トスルトキ B ノ軌跡ナル圓周ヲ視水平ト云ヒ, PB 及ビ  $\hat{B}PC$  (PC ハ水平線) ヲ其ノ

距離及ビ伏角ト云フ. 今地球ノ半徑ヲ r, 觀測點ノ高サヲ h, 視水平ノ距離及ビ伏角ヲ l 及ビ  $\delta$  トセバ次ノ關係アリ.

(i)  $\cos \delta = \cos \hat{BOP} = \frac{OB}{OP} = \frac{r}{r+h}$

(ii) 上式ヲ變形スレバ  $h \cos \delta = r(1 - \cos \delta)$

$$\therefore h = \frac{r(1 - \cos \delta)}{\cos \delta}$$

Handwritten derivation:  
 $\cos \delta (r+h) = r$   
 $r \cos \delta + h \cos \delta = r$   
 $h \cos \delta = r - r \cos \delta$

(iii)  $r = \frac{h \cos \delta}{1 - \cos \delta}$

Handwritten derivation:  
 $r \cdot \cos \delta = r - r \cos \delta$   
 $r(\cos \delta - 1) = -h \cos \delta$   
 $\therefore r = \frac{h \cos \delta}{-\cos \delta + 1}$

$$(iv) \quad l = r \tan \delta = \frac{h \sin \delta}{1 - \cos \delta} = h \cot \frac{\delta}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{l}{h} &= \tan \delta \\ \text{or } l &= h \tan \delta \\ l &= \frac{h \cos \delta}{1 - \cos \delta} \times \frac{2 \sin \delta}{2 \cos \delta} \\ l &= \frac{h \sin \delta}{1 - \cos \delta} \\ l &= h \cot \frac{\delta}{2} \end{aligned}$$

## 設 題 十 六

213.  $A=78^{\circ} 23' 2$ ,  $B=52^{\circ} 16' 3$ ,  $a=795.3$  ナルトキ  $b, c$ ヲ求ム.

214.  $b=295.6$ ,  $c=999.2$ ,  $A=108^{\circ} 29' 6$  ナルトキ  $C, a$ ヲ求ム.

215.  $a=23.46$ ,  $b=35.79$ ,  $A=28^{\circ} 35' 4$  ナルトキ  $C, c$ ヲ求ム.

216.  $a=375.9$ ,  $b=298.7$ ,  $c=400.8$  ナルトキ  $A, B$ ヲ求ム.

217.  $A, B, p$ ヲ知リテ  $\hat{ABC}$ ヲ解ク法ヲ問フ.

218. 四邊形ノ三邊及ビ二對角線ヲ知リテ殘リノ一邊ヲ求ムル法ヲ問フ.

219. 河ノ一岸ニ於テ 100 間ノ距離ニ在ル二點  $A, B$ ヨリ對岸ノ一點  $P$ ヲ望ミ  $\hat{PAB}=60^{\circ}$ ,  $\hat{PBA}=45^{\circ}$ ナルコトヲ知リタリ、河幅幾何.

220. 一人アリ前方ニ立テル塔頂ノ仰角ヲ測リ  $30^{\circ}$ ヲ得、夫レヨリ塔ニ向ヒテ 100 尺ヲ進ミテ再ビ其ノ

頂ノ仰角ヲ測リ  $75^{\circ}$ ヲ得タリ、塔ノ高サ及ビ初メノ觀測點ニ到ル距離幾何.

221. 人アリ北及ビ北  $30^{\circ}$ 西ノ方向ニ二物體  $A, B$ ヲ望ミ夫レヨリ北西ノ方向ニ 10 町ヲ進ミタレバ  $A, B$ ノ方向ハ北東及ビ東トナレリ、 $A, B$ ノ距離幾何.

222. 高サ  $h$ ナル石臺上ニ立テル紀念碑アリ、之ヨリ  $a$ ナル距離ノ一地ニ於テ之ヲ望ミ紀念碑ノ上端ノ仰角ハ下端ノ仰角ノ 2 倍ナルコトヲ知レリ、臺上ニ於ケル碑ノ高サ幾何.

223. 地球ノ半徑ヲ  $r$ トセバ高サ  $h$ ナル一點ニ於テノ視水平ノ距離ハ凡ソ  $\sqrt{2rh}$ ニ等シ.

224. 海面ヨリ 64 呎ノ高サノ檣ノ上ヨリ燈臺ノ光リヲ始メテ發見シ夫レヨリ之ニ向ヒテ 30 分間航走シテ 16 呎ノ高サノ甲板上ヨリ光リヲ見得ルニ到レリ、地球ノ半徑ヲ 4000 哩トセバ船ノ一時間ノ速度ハ凡ソ 9.85 哩ナリ. (前題ヲ應用ス).

225. 塔ノ南ノ一地ニ於テ其ノ頂ノ仰角ヲ測リ  $30^{\circ}$ ヲ得、次ニ此ノ地ヨリ西ノ方向ニ 40 間歩ミテ再ビ塔頂ノ仰角ヲ測リ  $18^{\circ}$ ヲ得タリトセバ塔ノ高サハ



$10\sqrt{2\sqrt{5}-2}$ 間ナリ.

226. 高サ  $h$  尺ナル塔ノ頂上ヨリ其ノ一方ニ於テ塔脚ヲ過グル一水平線上ノ二物體ヲ望ミ俯角  $45^\circ - A$  及ビ  $45^\circ + A$  ヲ得タリトセバ二物體ノ距離ハ  $2htan2A$  尺ナリ.

227. 湖水面上高サ  $h$  尺ノ處ヨリ停止セル雲ノ一點ヲ望ミ仰角  $\alpha$  ヲ得、同時ニ湖水ニ於ケル其ノ像ヲ望ミ俯角  $\beta$  ヲ得タリ、雲ノ高サ幾何.

228. 人アリ塔頂及ビ塔上ニ立テル高サ  $l$  尺ノ旗竿ノ上端ヲ望ミ仰角  $B$  及ビ  $A$  ヲ得タリ、塔ノ高サ幾何.

\*229. 人アリ丘上ニ立テル塔ノ頂及ビ基礎ノ仰角ヲ測リ  $A$  及ビ  $B$  ヲ得、次ニ後方ニ  $l$  ナル距離ヲ退キテ再ビ塔頂ノ仰角ヲ測リ  $C$  ヲ得タリ、丘上ニ於ケル塔ノ高サ及ビ丘ノ高サ幾何.

230. 山麓ニ於テ其ノ頂上ニ立テル巖ノ上端ノ仰角ヲ測リ  $47^\circ$  ヲ得、夫レヨリ之ニ向ヒテ  $32^\circ$  ノ傾斜角ヲナス直線狀ノ坂路ヲ登ルコト  $1000$  尺ニシテ再ビ巖ノ仰角ヲ測リ  $77^\circ$  ヲ得タリ、初メノ測點ヨリ巖ノ

高キコト幾何.

231. 或港ノ南  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$  海里ノ沖ニ我封鎖艦隊ノ一部淀泊セリ. 敵ノ一艦港口ヨリ南  $60^\circ$  東ノ方向ニ遁竄スルヲ見テ直ニ我一艦或方向ニ  $15$  [ノット]ノ速度ニテ進行シ  $20$  分ノ後ニ追及セリト云フ. 我艦進行ノ方向及ビ敵艦ノ速度ヲ求ム.

232. 北ニ走ル船ヨリ二個ノ燈臺ヲ北東及ビ北北東ノ方向ニ望ミ、夫レヨリ  $20$  哩走リタル後再ビ二燈臺ヲ望ミタルニ何レモ東ノ方向ニ在リタリ、二燈臺ノ距離幾何.

233.  $ALB$  ナル塔ノ基礎  $A$  ヲリ  $48$  尺ノ距離ニ在ル高サ  $14$  尺ノ臺上  $C$  ヲリ此ノ塔ヲ望ミ  $\hat{A}C\hat{L} = \hat{L}C\hat{B}$  ナルコトヲ知リタリ、 $AL = 30$  尺ナルトキ塔ノ高サ幾何.

234. 南西ノ方向ニ走ル船ヨリ淀泊セル二船ヲ北北西及ビ西北西ニ望ミ、夫レヨリ  $5$  哩ヲ走リテ再ビ二船ヲ望ミタルニ其ノ方向ハ北及ビ北西トナレリ、二船ノ距離幾何.

235. 塔  $BC$  上ニ立テル旗竿  $AB$  ガ塔脚  $C$  ヲ過ル

一水平線上ニ於テ C ヨリ 20 尺及ビ 30 尺ナル距離ニ在ル二點 D, E ニ對シ等角  $15^\circ$  ヲ張ルトキ竿ノ長サヲ求ム.

236. ED ナル塔ノ上ニ立テル旗竿 DC アリ, 塔脚 E ヲ過グル水平線上ノ一點 P ヨリ之ヲ望ミ  $\hat{E}PD = B$ ,  $\hat{D}PC = A$  ナルコトヲ知リ, 次ニ P ヨリ E ニ向ヒテ  $l$  ヲ進ミテ Q ニ到リ再ビ之ヲ望ミ  $\hat{D}QC = A$  ナルコトヲ知レリ. 塔ノ高サハ  $\frac{l \sin B \cos(A+B)}{\cos(A+2B)}$  ナリ.  
( $\hat{Q}DE = A+B$  ナルコトヲ利用ス).

237. 人アリ直線狀ノ道路上ノ點 A ニ於テ二物體 P, Q ヲ最大角距 ( $\alpha$ ) ニ望ミ, 夫レヨリ  $l$  ヲ歩ミテ B ニ到リ BQP ガ路ト  $\beta$  ナル角ヲナス一直線ナルコトヲ知レリ, 二物體ノ距離幾何.

(圓 PQA ガ A ニ於テ AB ニ切スルコトヲ利用ス).

~~~~~  
畢

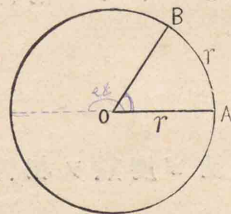
附 錄.

第 一

弧 度 法

1. 定義

任意ノ圓ニ於テ半徑ニ等シキ弧ノ上ノ中心角ハ一定ノ大サヲ有ス。此ノ角ヲ *Radian* ト云フ。



證

中心 O, 半徑 r ナル圓ニ於テ  $\widehat{AB} = r$  トセバ

$$\frac{\angle AOB}{2\text{直角}} = \frac{\widehat{AB}}{\text{半圓周}} = \frac{r}{\pi r} = \frac{1}{\pi} \quad \text{即ち } \angle AOB = \frac{2rL}{\pi}$$

$$\therefore 1 \text{ radian} = \frac{1}{\pi} (2\text{直角})$$

*Radian* ヲ單位トシテ角ヲ計リ  $\theta$  ナル値ヲ得タルトキハ此ノ角ハ  $\theta$  *radian* ナリ或ハ其ノ弧度ハ  $\theta$  ナリト云ヒ、此ノ計リ方ヲ弧度法ト云フ。

弧度法ハ理論上ノ講究ニ於テ一般ニ之ヲ用フ  
 注意一. 半徑  $r$  ナル圓ニ於テ  $l$  ナル弧ノ上ノ中心角ノ弧度ハ  $\frac{l}{r}$  ナリ, 從ツテ  $\theta$  radian ナル中心角ニ對スル弧ハ  $r\theta$  ナリ.   
 $\frac{90^\circ}{240^\circ} = \frac{l}{r} \cdot 240^\circ = \frac{l}{r} \cdot 240^\circ$

注意二. 二直角ノ弧度ハ  $\pi$  ナリ從ツテ  $\frac{\pi}{2}$  及ビ  $2\pi$  ハ直角及ビ四直角ノ弧度ナリ.   
 $\frac{2RL}{\pi} = 1 \quad 2RL = \pi$   
 $1RL = \frac{\pi}{2} \quad \frac{1}{2}RL = \frac{\pi}{4}$

注意三. 1 radian ハ凡ソ  $57^\circ 17' 44'' \cdot 8$  ナリ.  $4RL = 2\pi$

$\frac{AC}{AB} = \frac{2}{1}$   
 $AC = 2AB$

2. 弧度法ト六十分法トノ關係.

或一角ノ弧度及ビ度数ヲ  $\theta$  及ビ  $D$  トセバ前條ニヨリ次ノ關係ヲ得.

$$\frac{\theta}{\pi} = \frac{D}{180} \quad \theta = \frac{\pi}{180} D \quad D = \frac{180}{\pi} \theta$$

此ノ式ニヨリ任意ノ角ノ弧度及ビ度数ヲ相轉化スルコトヲ得.

設 題.

1.  $35' 30''$  ノ弧度ヲ求ム. 答.  $0.01033$ .
2.  $\frac{\pi}{13}$  ノ度数ヲ求ム. 答.  $13.846153$ .
3.  $n$  邊ヲ有スル正多角形ノ一内角ノ弧度幾何. 答.  $\frac{(n-2)\pi}{n}$ .

4. 半徑 4 尺ノ圓ニ於テ 10 尺ノ弧ノ上ノ中心角ヲ六十分法ニテ表セ. 答.  $143^\circ 14' 22''$ .

5. 地球ノ直徑ヲ 7900 哩トシ此ノ直徑ガ太陽ニ於テ張ル角ヲ  $17'' \cdot 8$  トシ太陽ノ光リガ  $8^m 13^s \cdot 3$  ニシテ地球ニ達ストセバ光リノ速度幾何.

答. 毎秒凡 185600 哩.

## 第二

## 逆三角函数

## 1. 定義

$a$  ナル正弦ヲ有スル角ヲ  $a$  ノ逆正弦ト云ヒ  $\text{Sin}^{-1}a$  ヲ以テ之ヲ表ス。逆餘弦、逆正切、逆餘切、逆正割、逆餘割之ニ準ズ。此ノ六種ノモノヲ總稱シテ  $a$  ノ逆三角函数或ハ逆圓函数ト云フ。

一數ノ逆三角函数ハ無數ノ値ヲ有ス、其ノ中最小數値ノモノ(若シ正負同數値ノモノアルトキハ正ヲ取リ)ヲ主値ト云フ。

主値或ハ其ノ他ノ特別ナル値ハ  $\text{sin}^{-1}a$  等ヲ以テ之ヲ表ス。

注意一. 逆三角函数ノ一般ノ値ヲ  $\text{sin}^{-1}a$  等ニテ表シ主値ヲ  $\text{Sin}^{-1}a$  等ニテ表ス一派アリ、然レドモ逆三角函数ノ性質ハ其ノ特別ナル値ニ關スルモノ多

キヲ以テ之ヲ小文字ニテ表ス方遙ニ便利ナリ、故ニ本書ニハ優レル方ヲ採用シタリ。

注意二. 逆三角函数ノ主値ヲ視察ニヨリ求メ得ザルトキハ表ニヨリテ之ヲ求ムルコトヲ得ベシ。

2.  $\text{Sin}^{-1}a$  ノ値

等シキ正弦ヲ有スル角ノ廻線ノ位置ハ二ツヨリモ多キコトナク  $\text{sin}(\pi - \Delta) = \text{sin} \Delta$ ,  $\text{sin}(2n\pi + \Delta) = \text{sin} \Delta$  ナルヲ以テ  $2n\pi + \text{sin}^{-1}a$  或ハ  $2n\pi + (\pi - \text{sin}^{-1}a)$  ハ悉ク  $a$  ナル正弦ヲ有シ其ノ他ノ角ハ然ラズ。

$$\therefore \text{Sin}^{-1}a = 2n\pi + \text{sin}^{-1}a$$

$$\text{或ハ } 2n\pi + (\pi - \text{sin}^{-1}a)$$

$$= 2n\pi + \text{sin}^{-1}a$$

$$\text{或ハ } (2n+1)\pi - \text{sin}^{-1}a$$

$$= n\pi + (-1)^n \text{sin}^{-1}a$$

例.

$$1. \text{Sin}^{-1}0 = n\pi + (-1)^n \text{sin}^{-1}0 = n\pi + 0 = n\pi.$$

$$2. \text{Sin}^{-1}1 = n\pi + (-1)^n \text{sin}^{-1}1 = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}.$$

而シテ  $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}$  ハ  $n$  ガ任意ノ偶數 ( $2m$ ) ナルト  
 キ  $2m\pi + \frac{\pi}{2}$  即  $(4m+1)\frac{\pi}{2}$  トナリ,  $n$  ガ任意ノ奇數 ( $2m+1$ )  
 ナルトキモ亦  $(2m+1)\pi - \frac{\pi}{2}$  即  $(4m+1)\frac{\pi}{2}$  トナル. 故ニ  
 $\text{Sin}^{-1}1 = (4n+1)\frac{\pi}{2}$  ト記スルコトヲ得.

$$\begin{aligned} 3. \quad \text{Sin}^{-1}(-1) &= n\pi + (-1)^n \text{sin}^{-1}(-1) \\ &= n\pi + (-1)^n \left(-\frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

而シテ  $n\pi + (-1)^n \left(-\frac{\pi}{2}\right)$  ハ  $n$  ガ任意ノ偶數 ( $2m$ ) ナル  
 トキ  $2m\pi - \frac{\pi}{2}$  即  $(4m-1)\frac{\pi}{2}$  トナリ,  $n$  ガ任意ノ奇數  
 $(2m-1)$  ナルトキモ亦  $(2m-1)\pi + \frac{\pi}{2}$  即  $(4m-1)\frac{\pi}{2}$  トナル.  
 故ニ  $\text{Sin}^{-1}(-1) = (4n-1)\frac{\pi}{2}$  ト記スルコトヲ得.

$$\text{系. } \text{Cosec}^{-1}a = n\pi + (-1)^n \text{cosec}^{-1}a.$$

### 3. $\text{Cos}^{-1}a$ ノ値.

等シキ餘弦ヲ有スル角ノ廻線ノ位置ハ二ツヨリ  
 モ多キコトナク  $\cos(-A) = \cos A$ ,  $\cos(2n\pi + A) = \cos A$  ナル  
 ヲ以テ  $2n\pi + \text{cos}^{-1}a$  或ハ  $2n\pi + (-\text{cos}^{-1}a)$  ハ悉ク  $a$  ナル餘  
 弦ヲ有シ其ノ他ノ角ハ然ラズ.

$$\therefore \text{Cos}^{-1}a = 2n\pi + \text{cos}^{-1}a$$

$$\begin{aligned} \text{或ハ } 2n\pi + (-\text{cos}^{-1}a) \\ = 2n\pi + \text{cos}^{-1}a \\ \text{或ハ } 2n\pi - \text{cos}^{-1}a \\ = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1}a \end{aligned}$$

例.

$$1. \quad \text{Cos}^{-1}0 = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1}0 = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2} = (4n \pm 1)\frac{\pi}{2}$$

而シテ  $4n+1$  及ビ  $4n-1$  ニテ表サルル諸數ハ双方  
 ニテ總ベテノ奇數トナル. 故ニ  $\text{Cos}^{-1}0 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$  ト  
 記スルコトヲ得.

$$2. \quad \text{Cos}^{-1}1 = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1}1 = 2n\pi \pm 0 = 2n\pi.$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \text{Cos}^{-1}(-1) &= 2n\pi \pm \text{cos}^{-1}(-1) = 2n\pi \pm \pi. \\ &= (2n \pm 1)\pi. \end{aligned}$$

而シテ  $2n+1$ ,  $2n-1$  ハ何レモ總ベテノ奇數ヲ表ス

$$\therefore \text{Cos}^{-1}(-1) = (2n+1)\pi \quad \text{ト記スルコトヲ得.}$$

$$\text{系. } \text{Sec}^{-1}a = 2n\pi \pm \text{sec}^{-1}a.$$

### 4. $\text{Tan}^{-1}a$ ノ値.

等シキ正切ヲ有スル角ノ廻線ノ位置ハ二ツヨリ  
 モ多キコトナク  $\tan(\pi + A) = \tan A$ ,  $\tan(2n\pi + A) = \tan A$  ナ

ルヲ以テ  $2n\pi + \tan^{-1}a$  或ハ  $2n\pi + (\pi + \tan^{-1}a)$  ハ悉ク  $a$  ナ  
ル正切ヲ有シ其ノ他ノ角ハ然ラズ。

$$\therefore \tan^{-1}a = 2n\pi + \tan^{-1}a$$

$$\text{或ハ } 2n\pi + (\pi + \tan^{-1}a)$$

$$= 2n\pi + \tan^{-1}a$$

$$\text{或ハ } (2n+1)\pi + \tan^{-1}a$$

$$= n\pi + \tan^{-1}a$$

例.

$$1. \tan^{-1}0 = n\pi + \tan^{-1}0 = n\pi + 0 = n\pi.$$

$$2. \tan^{-1}1 = n\pi + \tan^{-1}1 = n\pi + \frac{\pi}{4} = (4n+1)\frac{\pi}{4}.$$

$$3. \tan^{-1}(-1) = n\pi + \tan^{-1}(-1) = n\pi + \left(-\frac{\pi}{4}\right) \\ = (4n-1)\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{系 } \cot^{-1}a = n\pi + \cot^{-1}a.$$

設 題.

次ノ諸式ヲ證セヨ.

$$1. (i) \sin^{-1}a = \cos^{-1}\sqrt{1-a^2} = \tan^{-1}\frac{a}{\sqrt{1-a^2}} = \cot^{-1}\frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$$

$$= \sec^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{1}{a}.$$

$$(ii) \cos^{-1}a = \sin^{-1}\sqrt{1-a^2} = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-a^2}}{a} = \cot^{-1}\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$= \sec^{-1}\frac{1}{a} = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{1}{\sqrt{1-a^2}}.$$

$$(iii) \tan^{-1}a = \sin^{-1}\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} = \cot^{-1}\frac{1}{a}$$

$$= \sec^{-1}\sqrt{1+a^2} = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{\sqrt{1+a^2}}{a}.$$

$$(iv) \cot^{-1}a = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} = \cos^{-1}\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} = \tan^{-1}\frac{1}{a}$$

$$= \sec^{-1}\frac{\sqrt{1+a^2}}{a} = \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{1+a^2}.$$

$$(v) \sec^{-1}a = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{a^2-1}} = \cos^{-1}\frac{1}{a} = \tan^{-1}\sqrt{a^2-1}$$

$$= \cot^{-1}\frac{1}{\sqrt{a^2-1}} = \operatorname{cosec}^{-1}\frac{a}{\sqrt{a^2-1}}.$$

$$(vi) \operatorname{cosec}^{-1}a = \sin^{-1}\frac{1}{a} = \cos^{-1}\frac{\sqrt{a^2-1}}{a} = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{a^2-1}}$$

$$= \cot^{-1}\sqrt{a^2-1} = \sec^{-1}\frac{a}{\sqrt{a^2-1}}.$$

$$2. (i) \sin^{-1}a \pm \sin^{-1}b = \sin^{-1}\{a\sqrt{1-b^2} \pm b\sqrt{1-a^2}\}.$$

$$(ii) \cos^{-1}a \pm \cos^{-1}b = \cos^{-1}\{ab \mp \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\}.$$

$$(iii) \tan^{-1}a \pm \tan^{-1}b = \tan^{-1} \frac{a \pm b}{1 \mp ab}$$

$$(iv) \cot^{-1}a \pm \cot^{-1}b = \cot^{-1} \frac{ab \mp 1}{b \pm a}$$

$$3. (i) 2\sin^{-1}a = \sin^{-1}2a\sqrt{1-a^2}$$

$$(ii) 2\cos^{-1}a = \cos^{-1}(2a^2 - 1)$$

$$(iii) 2\tan^{-1}a = \tan^{-1} \frac{2a}{1-a^2}$$

$$(iv) 2\cot^{-1}a = \cot^{-1} \frac{a^2-1}{2a}$$

## 第三

## 三角方程式

## 1. 定義

未知角ノ三角函数ト已知數トノ關係ヲ表ス方程式ヲ三角方程式ト云ヒ、之ニ適スル角ヲ求ムルコトヲ之ヲ解クト云ヒ、所得ノ角ヲ其ノ根或ハ解ト云フ。

## 2. 三角方程式ノ解キ方

三角方程式ハ次ノ方法ニヨリ之ヲ解クベシ。

第一. 普通方程式ノ解キ方ヲ應用シテ未知角ノ三角函数ノ値ヲ求ム。

第二. 所得ノ三角函数ノ値ニ應ズル逆三角函数ノ一般ノ値ヲ求ム。此ノ値ハ即所要ノ解ナリ。

例.

$$1. \sin\theta = a \quad \text{ヲ解ケ。}$$



解.

$$\theta = \text{Sin}^{-1} a = n\pi + (-1)^n \text{sin}^{-1} a.$$

或ハ次ノ如ク解クモ可ナリ.

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = a$$

$$\theta - \frac{\pi}{2} = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1} a$$

$$\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \pm \text{cos}^{-1} a$$

$$= (4n+1)\frac{\pi}{2} \pm \text{cos}^{-1} a.$$

2.  $\cos\theta = a$  ヲ解ケ.

解.

$$\theta = \text{Cos}^{-1} a = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1} a.$$

3.  $\tan\theta = a$  ヲ解ケ.

解.

$$\theta = \text{Tan}^{-1} a = n\pi + \text{tan}^{-1} a.$$

4.  $\sin^2\theta = a$  ヲ解ケ.

解.

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$= 1 - 2a$$

$$2\theta = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1}(1 - 2a)$$

$$\therefore \theta = n\pi \pm \frac{1}{2} \text{cos}^{-1}(1 - 2a).$$

5.  $\cos^2\theta = a$  ヲ解ケ.

解.

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$= 2a - 1$$

$$2\theta = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1}(2a - 1)$$

$$\theta = n\pi \pm \frac{1}{2} \text{cos}^{-1}(2a - 1).$$

6.  $\tan^2\theta = a$  ヲ解ケ.

解.

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$$

$$= \frac{1 - a}{1 + a}$$

$$2\theta = 2n\pi \pm \text{cos}^{-1} \frac{1 - a}{1 + a}$$

$$\theta = n\pi \pm \frac{1}{2} \text{cos}^{-1} \frac{1 - a}{1 + a}.$$

7.  $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{3}$  ヲ解ケ.

解.

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{3}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} = n\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\theta}{2} = n\pi + \frac{\pi}{12}$$

$$\therefore \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{6} \quad \theta = (12n+1)\frac{\pi}{6}$$

Handwritten notes for problem 7:

$$\begin{aligned} \sec\theta + \tan\theta &= \sqrt{3} \\ \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} &= \sqrt{3} \\ \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} &= \sqrt{3} \\ \sin^2\frac{\theta}{2} + \cos^2\frac{\theta}{2} + \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} &= \sqrt{3} \\ \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2} &= \sqrt{3} \\ \left(\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}\right) \cos\frac{\theta}{2} &= \sqrt{3} \\ \cos\frac{\theta}{2} - \sin\frac{\theta}{2} &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\frac{\theta}{2} = n\pi + \frac{\pi}{12}$$

$$\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$= (12n+1)\frac{\pi}{6}$$

□.  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$  を解く.

解.

$$\sqrt{2} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$$

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\theta - \frac{\pi}{4} = 2n\pi$$

$$\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$= (8n+1)\frac{\pi}{4}$$

□.  $\sin\theta + \sin 3\theta + \sin 5\theta = 0$  を解く.

解.

$$2\sin 3\theta \cos 2\theta + \sin 3\theta = 0$$

$$\sin 3\theta (2\cos 2\theta + 1) = 0$$

$$\therefore \sin 3\theta = 0 \dots\dots\dots (i)$$

或ハ  $\cos 2\theta = -\frac{1}{2} \dots\dots\dots (ii)$

(i) ヲリ  $3\theta = n\pi$

$$\theta = \frac{n\pi}{3}$$

(ii) ヲリ  $2\theta = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

$$\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$= (3n \pm 1)\frac{\pi}{3}$$

而シテ  $3n \pm 1$  ハ  $n$  ノ中ニ含有セラレルヲ以テ

$\theta = \frac{n\pi}{3}$  ハ完全ノ解ナリ.

### 設 題.

次ノ方程式ヲ解ク.

1.  $2\cos^2 x + 3\sin x = 3$ . 答.  $(4n+1)\frac{\pi}{2}, \{6n+(-1)^n\}\frac{\pi}{6}$ .

2.  $\sin^2 \theta - 2\cos \theta + \frac{1}{4} = 0$ . 答.  $(6n \pm 1)\frac{\pi}{3}$ .

3.  $3\tan \theta + \cot \theta = 5 \operatorname{cosec} \theta$ . 答.  $(6n \pm 1)\frac{\pi}{3}$ .

4.  $9\sin x + \operatorname{cosec} x = 5$ .

答.  $\{6n+(-1)^n\}\frac{\pi}{6}, n\pi+(-1)^n \sin^{-1} \frac{1}{3}$ .

5.  $3 \operatorname{cosec}^2 \theta - 8 \cot \theta + 2 = 0$ .

- 答.  $(4n+1)\frac{\pi}{4}, n\pi + \cot^{-1}\frac{5}{3}$
6.  $3\tan^2x - \sec^2x = 1.$  答.  $(2n+1)\frac{\pi}{4}$
7.  $2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\theta.$  答.  $n\pi.$
8.  $\cos 2\theta - \cos 4\theta = \sin\theta.$  答.  $n\pi, \{6n + (-1)^n\}\frac{\pi}{18}.$
9.  $\sin 7\theta - \sin\theta = \sin 3\theta.$  答.  $\frac{n\pi}{3}, (6n \pm 1)\frac{\pi}{12}.$
10.  $\cos\theta\cos 3\theta - \sin 3\theta\sin 5\theta = 0.$  答.  $(2n+1)\frac{\pi}{12}.$
11.  $\tan\theta + \tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = 2.$  答.  $\{6n + (-1)^n\}\frac{\pi}{12}.$
12.  $\cot\theta - \tan\theta = \sec\theta - \operatorname{cosec}\theta.$  答.  $(4n+1)\frac{\pi}{4}.$
13.  $\sin^2x + \cos 2x = \cos x.$  答.  $2n\pi, (2n+1)\frac{\pi}{2}.$
14.  $\cos 2x + \cos x = 0.$  答.  $(2n+1)\pi, (6n \pm 1)\frac{\pi}{3}.$
15.  $\sin 2x - \cos x = 0.$  答.  $(2n+1)\frac{\pi}{2}, \{6n + (-1)^n\}\frac{\pi}{6}.$
16.  $5\sin x = \cos 2x + 2.$  答.  $\{6n + (-1)^n\}\frac{\pi}{6}.$
17.  $2\sin^2x + \sin^2 2x = 2$  答.  $(2n+1)\frac{\pi}{4}, (2n+1)\frac{\pi}{2}.$

18.  $\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$  答.  $\begin{cases} x = \operatorname{Sin}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{4}, \\ y = \frac{\pi}{2} - \operatorname{Sin}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$
19.  $\begin{cases} 2\sin(x+y) = \sqrt{3}, \\ 2\cos(x-y) = \sqrt{3}. \end{cases}$  答.  $\begin{cases} x = \{6(m-n) + 2(-1)^m \pm 1\}\frac{\pi}{12}, \\ y = \{6(m-2n) + 2(-1)^m \mp 1\}\frac{\pi}{12}. \end{cases}$
20.  $\begin{cases} \cos(x+y) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ \sin(x-y) = \frac{1}{2}. \end{cases}$  答.  $\begin{cases} x = \{12(2m+n) \pm 3 + 2(-1)^n\}\frac{\pi}{24}, \\ y = \{12(2m-n) \pm 3 - 2(-1)^n\}\frac{\pi}{24}. \end{cases}$



ノ延長ヲ QR トセバ RQP ハ  $90^\circ + A$  ニシテ次ノ關係アリ.

$$\begin{aligned} \sin(A+B) &= \frac{MP}{OP} = \frac{ML+LP}{OP} = \frac{NQ+LP}{OP} = \frac{NQ}{OP} + \frac{LP}{OP} \\ &= \frac{NQ}{OQ} \cdot \frac{OQ}{OP} + \frac{LP}{QP} \cdot \frac{QP}{OP} \\ &= \sin A \cos B + \sin(90^\circ + A) \sin B \\ &= \sin A \cos B + \cos A \sin B. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(A+B) &= \frac{OM}{OP} = \frac{ON-MN}{OP} = \frac{ON+QL}{OP} = \frac{ON}{OP} + \frac{QL}{OP} \\ &= \frac{ON}{OQ} \cdot \frac{OQ}{OP} + \frac{QL}{QP} \cdot \frac{QP}{OP} \\ &= \cos A \cos B + \cos(90^\circ + A) \sin B \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B. \end{aligned}$$

第四. A, B 共ニ正鋭角ニシテ A+B ガ直角ナル場合.

$$\sin(A+B) = \sin 90^\circ = 1,$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \sin A \cos B + \cos A \sin B &= \sin A \cos(90^\circ - A) + \cos A \sin(90^\circ - A) \\ &= \sin^2 A + \cos^2 A = 1. \end{aligned}$$

$$\therefore \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B.$$

$$\text{次ニ } \cos(A+B) = \cos 90^\circ = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \cos A \cos B - \sin A \sin B &= \cos A \cos(90^\circ - A) - \sin A \sin(90^\circ - A) \\ &= \cos A \sin A - \sin A \cos A = 0. \end{aligned}$$

$$\therefore \cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B.$$

第五. A, B 共ニ正鋭角ニシテ A+B ガ鈍角ナル場合.

$90^\circ - A, 90^\circ - B, (90^\circ - A) + (90^\circ - B)$  ハ共ニ正鋭角トナル

ヲ以テ

$$\begin{aligned} \sin(A+B) &= \sin\{180^\circ - (A+B)\} = \sin\{(90^\circ - A) + (90^\circ - B)\} \\ &= \sin(90^\circ - A) \cos(90^\circ - B) + \cos(90^\circ - A) \sin(90^\circ - B) \\ &= \cos A \sin B + \sin A \cos B \\ &= \sin A \cos B + \cos A \sin B. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(A+B) &= -\cos\{180^\circ - (A+B)\} = -\cos\{(90^\circ - A) + (90^\circ - B)\} \\ &= -\{\cos(90^\circ - A) \cos(90^\circ - B) - \sin(90^\circ - A) \sin(90^\circ - B)\} \\ &= -\{\sin A \sin B - \cos A \cos B\} \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B. \end{aligned}$$

第六. A, B ガ任意ノ正角ナル場合.

此ノ二式ガ A, B ノ或値ノトキ合理ナラバ A, B ノ中一ツ(例ヘバ A)ヲ  $90^\circ$  増シタル場合ニモ合理ナル

コト次ノ如シ.

$$\begin{aligned} \sin\{(90^\circ + A) + B\} &= \sin\{90^\circ + (A + B)\} = \cos(A + B) \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B \\ &= \sin(90^\circ + A) \cos B + \cos(90^\circ + A) \sin B. \\ \cos\{(90^\circ + A) + B\} &= \cos\{90^\circ + (A + B)\} = -\sin(A + B) \\ &= -\sin A \cos B - \cos A \sin B \\ &= \cos(90^\circ + A) \cos B - \sin(90^\circ + A) \sin B. \end{aligned}$$

然ルニ加法定理ハ A, B ガ任意ノ正鋭角ナル場合ニ合理ナルコト已ニ證シタルガ如シ故ニ此ノ A, B ノ一ツ或ハ双方ニ  $90^\circ$  ノ整数倍ヲ加ヘテ如何ナル正角トナセル場合ニモ其ノ合理ナルコトヲ推定ス

第七. A, B ノ一ツ又ハ双方ガ負角ナル場合.

A, B ノ中一ツ(例ヘバ A)ガ負角ナルトキ之ニ  $360^\circ$  ノ適當ナル倍量ヲ加ヘテ其ノ和  $n \cdot 360^\circ + A$  ヲ正角ナラシメバ

$$\begin{aligned} \sin(A + B) &= \sin(n \cdot 360^\circ + A + B) \\ &= \sin(n \cdot 360^\circ + A) \cos B + \cos(n \cdot 360^\circ + A) \sin B \\ &= \sin A \cos B + \cos A \sin B. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(A + B) &= \cos(n \cdot 360^\circ + A + B) \\ &= \cos(n \cdot 360^\circ + A) \cos B - \sin(n \cdot 360^\circ + A) \sin B \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B. \end{aligned}$$

同様ニ B ガ負角ナルトキ及ビ A, B 共ニ負角ナルトキ公式ノ合理ナルコトヲ知り得ベシ.

故ニ加法定理ハ一般ニ合理ナリ.

## 2. 減法定理.

任意ノ二角 A, B ノ正弦及ビ餘弦ヲ用ヒテ此ノ二角ノ差  $A - B$  ノ正弦ト餘弦トヲ表ス式ハ次ノ如シ.

$$\begin{aligned} \sin(A - B) &= \sin\{A + (-B)\} \\ &= \sin A \cos(-B) + \cos A \sin(-B) \\ &= \sin A \cos B - \cos A \sin B. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(A - B) &= \cos\{A + (-B)\} \\ &= \cos A \cos(-B) - \sin A \sin(-B) \\ &= \cos A \cos B + \sin A \sin B. \end{aligned}$$

此ノ二式ハ減法定理ト名ツケ加法定理中ニ含マレルモノナリ, 特ニ之ヲ掲ゲタルハ唯参照ニ便ナラシメンガタメノミ.

## 第五. 希臘文字.

|            |            |          |
|------------|------------|----------|
| $A$        | $\alpha$   | Alpha.   |
| $B$        | $\beta$    | Beta.    |
| $\Gamma$   | $\gamma$   | Gamma.   |
| $\Delta$   | $\delta$   | Delta.   |
| $E$        | $\epsilon$ | Epsilon. |
| $Z$        | $\zeta$    | Zeta.    |
| $H$        | $\eta$     | Eta.     |
| $\theta$   | $\theta$   | Theta.   |
| $I$        | $i$        | Iota.    |
| $K$        | $\kappa$   | Kappa.   |
| $\Lambda$  | $\lambda$  | Lambda.  |
| $M$        | $\mu$      | Mu.      |
| $N$        | $\nu$      | Nu.      |
| $\Xi$      | $\xi$      | Xi.      |
| $O$        | $o$        | Omikron. |
| $\Pi$      | $\pi$      | Pi.      |
| $P$        | $\rho$     | Rho.     |
| $\Sigma$   | $\sigma$   | Sigma.   |
| $T$        | $\tau$     | Tau.     |
| $\Upsilon$ | $\upsilon$ | Upsilon. |
| $\Phi$     | $\phi$     | Phi.     |
| $\chi$     | $\chi$     | Chi.     |
| $\Psi$     | $\psi$     | Psi.     |
| $\Omega$   | $\omega$   | Omega.   |

## 第六. 補充問題.

### 第一編ノ問題.

1. 四邊形ノ四ツノ角ガ等差級數ヲナシ最大角ガ最小角ノ二倍ナルトキ各角ヲ求ム.

答.  $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ .

2. 直角二等邊三角形 ABC = 於テ底邊 BC ノ一端 B ヲ對邊 AC ノ中點 D = 連ヌルトキ  $\triangle CBD$  ノ餘切ハ 3 ナリ.

次ノ恒等式ヲ證セヨ (3) — (15).

3.  $\sin^2 A \cos^2 A = (\cos A - \cos^3 A)^2 + (\sin A - \sin^3 A)^2$ .

4.  $(1 + \sin A + \cos A)^2 (1 - \sin A - \cos A)^2 = 4 \sin^2 A \cos^2 A$ .

5.  $(1 + \sin A - \cos A)^2 + (1 + \cos A - \sin A)^2 = 4(1 - \sin A \cos A)$ .

6.  $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = \sec A \operatorname{cosec} A + 1$ .

7.  $\sin^3 A + \cos^3 A + \sec^3 A + \operatorname{cosec}^3 A$   
 $= (\sin A + \cos A)(1 - \sin A \cos A)(1 + \sec^3 A \operatorname{cosec}^3 A)$ .

8.  $\frac{1 - \sin A \cos A}{\cos A (\sec A - \operatorname{cosec} A)} \cdot \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^3 A + \cos^3 A} = \sin A.$
9.  $1 + \tan^6 A + 3 \tan^2 A \sec^2 A = \sec^6 A.$
10.  $1 - \tan^2 A + \tan^4 A = \cos^2 A (1 + \tan^6 A).$
11.  $\cot^2 A \frac{\sec A - 1}{1 + \sin A} - \sec^2 A \frac{1 - \sin A}{1 + \sec A} = 0.$
12.  $(3 - 4 \sin^2 A)(1 - 3 \tan^2 A) = (3 - \tan^2 A)(4 \cos^2 A - 3).$
13.  $\left( \frac{1}{\cos A + \tan^2 A \sin A} - \frac{1}{\cos A \cot^2 A + \sin A} \right) \frac{\sec A \operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A - \sec A} = 1.$
14.  $\frac{1}{\operatorname{cosec} A - \cot A} - \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\sin A} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cot A}.$
15.  $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}.$

次ノ諸式ヨリ  $\theta$  ヲ消去セヨ. (16)–(18).

16.  $\begin{cases} a \sin \theta + b \cos \theta - m = 0, \\ b \tan \theta - a - n \sec \theta = 0. \end{cases}$  答.  $a^2 + b^2 = m^2 + n^2.$
17.  $\begin{cases} a \sin \theta + b \cos \theta = 1, \\ b \sin \theta + a \cos \theta = 2 \sin \theta \cos \theta. \end{cases}$  答.  $a^2 + b^2 = 1.$   
(但  $\sin \theta, \cos \theta$  ノ絶對値)  
(ハ不等トス)
18.  $\begin{cases} \tan \theta + \sin \theta = m, \\ \tan \theta - \sin \theta = n. \end{cases}$  答.  $(m^2 - n^2)^2 = 16mn.$
19.  $a \cos^2 x + b \sin^2 x = p \cos^2 y, a \sin^2 x + b \cos^2 x = q \sin^2 y$  ヲ

$\sin x, \sin y$  ヲ求ム. 答.  $\sqrt{\frac{pq - aq - bp}{(a-b)(p-q)}} \sqrt{\frac{p-a-b}{p-q}}.$

20.  $\cot A = \frac{p}{q}$  ナルトキ  $\frac{p \cos A - q \sin A}{p \cos A + q \sin A}$  ノ値ヲ求ム.  
答.  $\frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}.$
21.  $p \cot A = \sqrt{q^2 - p^2}$  ナルトキ  $\sin A$  ヲ求ム.  
答.  $\frac{p}{q}.$
22.  $\sin A = \frac{m^2 + 2mn}{m^2 + 2mn + 2n^2}$  ナルトキ  $\tan A$  ヲ求ム.  
答.  $\frac{m(m+2n)}{2n(m+n)}.$
23.  $\tan A = \frac{2m(m+1)}{2m+1}$  ナルトキ  $\cos A$  ヲ求ム.  
答.  $\frac{2m+1}{2m^2+2m+1}.$
24.  $\frac{\cot(90^\circ - A)}{\operatorname{cosec}^2 A} \cdot \frac{\operatorname{cosec}(90^\circ - A) \cot^3 A}{\sin^2(90^\circ - A)} = \sec A.$  ヲ證セヨ.
25.  $3 \tan^2 30^\circ + \frac{1}{4} \sec 60^\circ + 5 \cot^2 45^\circ - \frac{2}{3} \sin^2 60^\circ$  ノ値ヲ求ム.  
答. 6.
26. 直角三角形ノ一鋭角ノ正切 0.75 ニシテ其ノ周ガ 1 尺 2 寸ナルトキ斜邊如何. 答. 5 寸.
27. 直角三角形ノ斜邊ト他ノ二邊ノ和トヲ知り



テ之ヲ解ク公式ヲ作レ.

28. 毎時10哩ノ速度ニテ東北ニ航走スル船アリ、  
此ノ船ハ毎時幾哩ヅ、北ニ移動スルカ.

答. 7.07 哩.

29. 一直線上ニ之トAナル角ヲナス $a$ 尺ノ直線  
ノ正射影ヲ作ルトキハ其ノ長サ幾尺.

答.  $a \cos A$  尺.

30. 高サ388尺ノ山ノ麓ヨリ其ノ頂上ニ通ズル  
一直線狀ノ坂路ヲ作リシニ其ノ長サハ1275尺ナリ  
キ、坂路ノ傾斜角幾何.

答.  $16^{\circ} 50'.6$ .

31. 160尺ノ高サナル船橋ノ頂上ニ於テ一小艇  
ノ俯角ヲ測リ $30^{\circ}$ ヲ得タリ、船ト艇トノ距離幾何.

答. 277.12 尺.

32. 塔脚ヨリ86.6尺ノ距離ノ地ニ於テ塔頂ノ仰  
角ヲ測リ $30^{\circ}$ ヲ得タリ、塔頂ト觀測地トノ距離幾何.

答. 100 尺.

33. 長サ45尺ノ梯ノ一端ヲ壁ノ頂ニ縁ラシメ他  
ノ一端ヲ地上ニ置キタルニ壁ト梯トハ $60^{\circ}$ ノ角ヲ  
ナセリ、壁ノ高サ及ビ之ヨリ梯脚ニ到ル距離幾何.

答. 22.5 尺, 38.97 尺.

34. ニツノ煙突アリテ其ノ一ツハ他ヨリモ15間  
高ク、頂ヲ連ヌル直線ハ水平面ト $27^{\circ}2'$ ノ角ヲナシ、小  
煙突ヨリ50間ノ處ニ於テ地面ニ交ルベシト云フ、  
 $\tan 27^{\circ}2' = 0.51$ トシテ大煙突ノ高サヲ求ム.

答. 40.5 間.

35. 60尺及ビ40尺ノ高サヲ有スル二橋ノ頂ヲ連  
ヌル直線ガ水平面ト $33^{\circ}41'$ ノ角ヲナストキ二橋ノ  
距離幾何. (但  $\cot 33^{\circ}41' = 1.5$ トス)

答. 30 尺.

36. 2500米ヲ距ツル二點A, Bヨリ直線BAノ真  
上ニ在ル輕氣球Cヲ望ミ各仰角 $45^{\circ}$ 及ビ $60^{\circ}$ ヲ得タ  
リ、輕氣球ノ高サヲ求ム.

答. 1585 尺 或ハ 5915 尺.

37. 真直ナル道路ヲ歩メル人ガ或地點ニ於テ路  
ト $30^{\circ}$ ノ角ヲナス方向ニ或物ヲ認メ夫レヨリ1里  
進ミテ同ジ物ヲ望ミタルニ其ノ方向ハ路ト $60^{\circ}$ ノ  
角ヲナスコトヲ知レリ、物ト路トノ距離ヲ求ム.

答. 0.866 里.

38. 某所ニ於テ小丘ノ高度ヲ測リテ $60^{\circ}$ ヲ得、更  
ニ其ノ上ニ立タル100尺ノ塔ノ高度ヲ測リテ $75^{\circ}$ ヲ

得タリト云フ、丘ノ高サ幾何(但  $\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$ ).

答. 86.6 尺.

39. 山ノ麓ヨリ頂ヲ望ミ仰角  $45^\circ$  ヲ得夫レヨリ  $30^\circ$  ノ傾斜角ヲナス直線狀ノ坂路ヲ頂ニ向ツテ上ルコト  $l$  哩ニシテ再ビ頂ヲ望ミ仰角  $60^\circ$  ヲ得タリ、山ノ高サ幾何.

答. 1.366 哩.

40. 人アリ圓壘狀ノ塔ヲ望ミ其ノ張ル角ガ  $\alpha$  ナルコトヲ知リ次ニ塔ニ向ツテ  $l$  尺進ミテ再ビ其ノ張ル角ヲ測リ  $\beta$  ヲ得タリ、塔ノ半徑ハ  $\frac{l}{\operatorname{cosec} \frac{\beta}{2} - \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}}$  尺ナリ.

41. 高サ  $h$  ナル塔ヨリ  $a$  ナル距離ノ地ニ於テ塔頂ト山頂トヲ一直線上ニ見塔脚ニ於テ山頂ノ仰角  $\alpha$  ヲ得タリ、山ノ高サ幾何.

答.  $\frac{ah}{a - h \cot \alpha}$ .

## 第二編ノ問題

次ノ諸式ヲ簡單ニセヨ (42) — (48).

$$42. \cos A + \sin(270^\circ + A) - \sin(270^\circ - A) + \cos(180^\circ + A).$$

答. 0.

$$43. \sec(270^\circ - A) \sec(90^\circ - A) - \tan(270^\circ - A) \tan(90^\circ + A).$$

答. -1.

$$44. \cot A + \tan(180^\circ + A) + \tan(90^\circ + A) + \tan(360^\circ - A).$$

答. 0.

$$45. \frac{\sin(180^\circ - A)}{\tan(180^\circ + A)} \cdot \frac{\cot(90^\circ - A)}{\tan(90^\circ + A)} \cdot \frac{\sin(270^\circ + A)}{\sin(-A)}.$$

答.  $-\sin A$ .

$$46. \frac{\sin(-A)}{\sin(180^\circ + A)} - \frac{\tan(90^\circ + A)}{\cot A} - \frac{\sin(270^\circ - A)}{\sin(90^\circ + A)}.$$

答. 3.

$$47. \frac{\operatorname{cosec}(180^\circ - A)}{\sec(180^\circ + A)} \cdot \frac{\cos(-A)}{\cos(90^\circ + A)}.$$

答.  $\cot^2 A$ .

$$48. \frac{\cos(90^\circ + A) \operatorname{cosec}(270^\circ + A) \tan(180^\circ + A)}{\sec(360^\circ - A) \sin(180^\circ + A) \cot(90^\circ - A)}.$$

答. 1.

次ノ三角函數ノ値ヲ求ム (49) — (54).

$$49. \sin(-870^\circ)$$

答.  $-\frac{1}{2}$ .

50.  $\cos 4005^\circ$  答.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

51.  $\tan(-855^\circ)$  答. 1.

52.  $\cot 840^\circ$  答.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

53.  $\operatorname{cosec}(-5895^\circ)$  答.  $-\sqrt{2}$ .

54.  $\operatorname{cosec}(-660^\circ)$  答.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

次ノ諸式ノ値ヲ求ム (55)–(57).

55.  $\sin 590^\circ \sin(-490^\circ) + \cos 1130^\circ \cos 670^\circ$ . 答. 1.

56.  $\cos 570^\circ \sin 510^\circ - \sin 330^\circ \cos 390^\circ$ . 答. 0.

57.  $\tan 225^\circ \cot 405^\circ + \tan 765^\circ \cot 675^\circ$ . 答. 0.

### 第三編ノ問題

58.  $\cos A = \frac{40}{41}$ ,  $\cos B = \frac{60}{61}$  ナルトキ  $\sin(A+B)$  ヲ求ム. 答.  $\frac{980}{2501}$ .

59.  $\sin A = \frac{2}{3}$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$  ナルトキ  $\sin(A+B)$  及  $\cos(A-B)$  ヲ求ム. 答.  $\frac{6+4\sqrt{5}}{25}$ ,  $\frac{8+3\sqrt{5}}{15}$ .

60.  $\sin A = \frac{12}{13}$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$  ナルトキ  $\tan(A+B)$  ヲ求ム. 答.  $-\frac{56}{33}$ .

上ノ三題ニ於テハ A, B ヲ鋭角トス.

61.  $ax^2+bx+c=0$  ノ根ヲ  $\tan\alpha, \tan\beta$  トセバ  $\tan(\alpha+\beta)$  ノ値幾何. 答.  $-\frac{b}{a+c}$ .

62.  $x^2+6x+7=0$  ノ根ヲ  $\tan\alpha, \tan\beta$  トセバ  $\sin(\alpha+\beta)$  ハ  $\cos(\alpha+\beta) =$  等シ.

63.  $\tan B = \frac{2\sin A \sin C}{\sin(A+C)}$  ナルトキハ  $\cot A, \cot B, \cot C$  ハ

等差級數ヲナス.

次ノ諸式ヲ證セヨ.

64.  $\sin 36^\circ \sin 30^\circ = \sin^2 33^\circ - \sin^2 3^\circ.$
65.  $\frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin^2(A+B)} = \frac{\tan A - \tan B}{\tan A + \tan B}.$
66.  $\cos^2 A + \cos^2(A+B) - 2\cos A \cos B \cos(A+B) = \sin^2 B.$
67.  $\sin A \sin B = \sin^2 \frac{A+B}{2} - \sin^2 \frac{A-B}{2}.$
68.  $\cos A \cos B = \cos^2 \frac{A+B}{2} + \cos^2 \frac{A-B}{2} - 1.$
69.  $\tan \frac{A+B}{2} - \tan \frac{A-B}{2} = \frac{2\sin B}{\cos A + \cos B}.$
70.  $1 + \tan \alpha \tan \frac{\alpha}{2} = \sec \alpha.$
71.  $\sin 3\theta + \sin 2\theta + 2\sin \frac{3\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = 4\cos \frac{\theta}{2} \cos \theta \sin 4\theta.$
72.  $\tan \frac{A+B}{2} - \tan \frac{A-B}{2} = \frac{2\sin B}{\cos A + \cos B}.$
73.  $\sin \theta \sin 2\theta + \sin 3\theta \sin 6\theta = \sin 4\theta \sin 5\theta.$
- \*74.  $\begin{cases} 4\sin A \sin B \sin C = \Sigma \sin(B+C-A) - \sin \Sigma A. \\ 4\cos A \cos B \cos C = \Sigma \cos(B+C-A) + \cos \Sigma A. \end{cases}$
75.  $\cos 108^\circ \cos 132^\circ + \cos 132^\circ \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cos 108^\circ = -\frac{3}{4}.$
76.  $\sin x = \frac{3}{5}$  ナルトキ  $\tan 2x$  ヲ求ム.

答.  $\pm \frac{24}{7}.$

77.  $\sin \theta : \sin \frac{\theta}{2} = 8 : 5$  ナルトキハ  $\cos \theta = \frac{7}{25}.$
78.  $2\{\sin(30^\circ + x) + \cos(60^\circ + x)\}^2 - \{\cos(45^\circ - x) - \sin(45^\circ - x)\}^2 = 2\cos 2x.$
79.  $\cot^2 A - \tan^2 A = \frac{4\cot 2A}{\sin 2A}.$
80.  $\cot 22^\circ \cdot 5 - \tan 22^\circ \cdot 5 = 2.$
81. 矩形ノ二邊ガ  $m$  寸及ビ  $n$  寸ナルトキ其ノ對角線ノ夾ム銳角ノ正切ハ  $\frac{2mn}{m^2 - n^2} =$  等シ(但  $m > n$  トス). (半角ノ正切ガ  $\frac{n}{m}$  ナルコトヨリ導ク).
82.  $\cos^2 A + \cos^2(60^\circ + A) + \cos^2(120^\circ + A) = \frac{3}{2}.$
83.  $\frac{1 + \sin \theta - \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta} = \tan \frac{\theta}{2}.$
84.  $\sin^2 \frac{A+B}{2} \cos^2 \frac{A-B}{2} + \cos^2 \frac{A+B}{2} \sin^2 \frac{A-B}{2} = 1 - \frac{\cos^2 A}{2} - \frac{\cos^2 B}{2}.$
85.  $2\sin^2 A \sin^2 B + 2\cos^2 A \cos^2 B = 1 + \cos 2A \cos 2B.$
86.  $\operatorname{cosec} 2A + \cot 4A = \cot A - \operatorname{cosec} 4A.$
87.  $\cos A = \frac{\cos \alpha - \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cos \beta}$  ナルトキハ  $\tan^2 \frac{A}{2} = \tan^2 \frac{\alpha}{2} \cot^2 \frac{\beta}{2}.$

$$88. \quad x^2 - 2px + q^2 = 0 \quad \text{ニ於テ} \quad p = \frac{\sec\theta}{2}, \quad q = \frac{\tan\theta}{2} \quad \text{トセバ}$$

$$\text{兩根ハ} \quad \frac{1}{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}, \quad \frac{1}{\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1} \quad \text{ナリ.}$$

$$89. \quad \frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2.$$

$$90. \quad \cos^3 A \frac{\sin 3A}{3} + \sin^3 A \frac{\cos 3A}{3} = \frac{\sin 4A}{4}.$$

$$91. \quad \frac{\cos 3A}{\cos A} - \frac{\cos 6A}{\cos 2A} + \frac{\cos 9A}{\cos 3A} - \frac{\cos 12A}{\cos 6A} \\ = 2(\cos 2A - \cos 4A + \cos 6A - \cos 12A).$$

$$92. \quad \sin 3A \sin^3 A + \cos 3A \cos^3 A = \cos^3 2A.$$

$$93. \quad \tan A \tan(60^\circ + A) \tan(120^\circ + A) = -\tan 3A.$$

$$94. \quad \cot A + \cot(60^\circ + A) + \cot(120^\circ + A) = 3 \cot 3A.$$

$$95. \quad \frac{\sin 3A + \cos 3A}{\sin 3A - \cos 3A} = \tan(A - 45^\circ) \left( \frac{1 + 2 \sin A}{1 - 2 \sin A} \right).$$

$$96. \quad \operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec}(120^\circ + A) + \operatorname{cosec}(240^\circ + A) = 3 \operatorname{cosec} 3A.$$

$$97. \quad \cos^3 A + \cos^3(120^\circ + A) + \cos^3(120^\circ - A) = \frac{3}{4} \cos 3A.$$

$$98. \quad \cos\left(\beta + \frac{\gamma - \alpha}{2}\right), \quad \cos \frac{\gamma + \alpha}{2}, \quad \cos\left(\beta - \frac{\gamma - \alpha}{2}\right) \quad \text{ガ等比級}$$

$$\text{數ヲナストキハ} \quad \sin\left(\frac{\gamma + \alpha}{2} + \beta\right), \quad \sin \frac{\gamma - \alpha}{2}, \quad \sin\left(\frac{\gamma + \alpha}{2} - \beta\right)$$

モ亦然リ.

### 第四編ノ問題.

$$99. \quad \log_5 \sqrt[3]{\frac{5}{125}}, \quad \log_{\sqrt{3}} 81, \quad \log_{343} 343 \sqrt{7}, \quad \log_4 \sqrt[5]{\frac{1}{2}}, \\ \log_4 \sqrt[3]{0.015625} \quad \text{ノ値ヲ求ム.}$$

$$\text{答.} \quad -1.16, \quad 8, \quad 1.75, \quad -0.1, \quad -1.$$

$$100. \quad \log_a x = \log_b y = \log_c z \quad \text{ナルトキハ此ノ對數ハ} \quad a^x b^y c^z \\ \text{ヲ底トスル} \quad x^y z^x \quad \text{ノ對數ニ等シ.}$$

$$101. \quad \log_8 9 = a, \quad \log_2 5 = b \quad \text{ナルトキ} \quad 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad \text{ノ常} \\ \text{用對數ヲ求ム.}$$

$$\text{答.} \quad 0, \quad \frac{1}{b+1}, \quad \frac{3a}{2b+2}, \quad \frac{2}{b+1}, \quad \frac{b}{b+1}, \quad \frac{3a+2}{2b+2}.$$

$$102. \quad 8, 14, 21 \quad \text{ノ常用對數ヲ知リテ} \quad 1 \quad \text{ヨリ} \quad 10 \quad \text{マデ} \\ \text{ノ諸整數ノ常用對數ヲ求ムル式ヲ作ル.}$$

$$103. \quad 2 \log_a x + 2 \log_a x^2 + 2 \log_a x^3 + \dots + 2 \log_a x^n \\ = n(n+1) \log_a x \quad \text{ヲ證セヨ.}$$

$$104. \quad \frac{1}{a}, \quad \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{c} \quad \text{ガ等差級數ヲナストキハ} \\ \log(a+c-2b), \quad \log(a-c), \quad \log(a+c) \quad \text{モ亦等差級數ヲナス.}$$

$$105. \quad \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad \text{ヲ證セヨ.}$$

$$106. \quad \log_a a, \quad \log_b b, \quad \log_c c \quad \text{ガ等差級數ヲナストキハ} \quad \frac{1}{\log_a a},$$

$\frac{1}{\log_b \beta}, \frac{1}{\log_c \gamma}$  亦然リ.

107.  $a, b, c$  ガ等比級數ヲナシ  $\log_a a, \log_b b, \log_c c$  ガ等差級數ヲナストキハ其ノ公差ハ  $\frac{2}{3}$  ナリ.

108.  $x = \sqrt{\frac{854 \times \sqrt[3]{.042}}{7.985 \times \sqrt[4]{.0005}}}$  及ビ  $y = \frac{6 \sqrt[3]{7^{\frac{1}{4}} \times 92^{\frac{1}{5}} \times (.01)^{\frac{1}{2}}}}{\sqrt{(.00026)^5 \times 5968^{\frac{1}{3}}}}$  ヲ

計算セヨ.

答.  $x = 15.77, y = 514.9.$

109. 次ノ指數方程式ヲ解ケ.

(i)  $3^x = 5.$  答.  $1.465.$

(ii)  $\begin{cases} 2^x \times 3^y = 18, \\ 5^x \times 7^y = 245. \end{cases}$  答.  $x = 1, y = 2.$

110. 次ノ對數方程式ヲ解ケ.

(i)  $\log(x+12) - \log x = 0.8451 + \log(6-6x).$

答.  $\frac{4}{7}, \frac{21}{35}.$

(ii)  $x^{\log x} = 100x.$  答.  $100, 0.1.$

### 第五編ノ問題.

三角形ノ三ツノ角ヲ  $A, B, C$  トシ其ノ對邊ヲ  $a, b, c$  トシ  $S$  ヲ面積トシ  $p$  ヲ  $\frac{a+b+c}{2}$  トシ  $R, r, r', r'', r''',$  ヲ

外接圓内接圓傍接圓ノ半徑トシ次ノ諸式ヲ證セヨ.

111.  $\cos(B+C-A) + \cos(C+A-B) + \cos(A+B-C) - 1.$   
 $= 4\cos A \cos B \cos C.$

112.  $\cos 2A + \cos 2B + \sin 2C = -4\cos C \cos(45^\circ + A) \sin(45^\circ - B).$

113.  $\sin A \sin B + \cos^2\left(A + \frac{C}{2}\right) = \cos^2 \frac{C}{2}.$

114.  $\sin\left(A + \frac{C}{2}\right) = n \sin \frac{C}{2}$  ナルトキハ

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} = \frac{n-1}{n+1}.$$

115.  $\frac{\cot B + \cot C}{\tan B + \tan C} + \frac{\cot C + \cot A}{\tan C + \tan A} + \frac{\cot A + \cot B}{\tan A + \tan B} = 1.$

116.  $\frac{\tan B}{\tan C} + \frac{\tan C}{\tan B} + \frac{\tan C}{\tan A} + \frac{\tan A}{\tan C} + \frac{\tan A}{\tan B} + \frac{\tan B}{\tan A}$   
 $= \sec A \sec B \sec C - 2.$

117.  $\frac{1 - \tan B \tan C}{\cos^2 A} + \frac{1 - \tan C \tan A}{\cos^2 B} + \frac{1 - \tan A \tan B}{\cos^2 C}$   
 $= -3 \sec A \sec B \sec C.$

$$118. \tan pA + \tan pB + \tan pC = \tan pA \tan pB \tan pC.$$

$$119. \cot pB \cot pC + \cot pC \cot pA + \cot pA \cot pB = 1.$$

但  $p$  は任意ノ正整数.

$$120. \cos B = \frac{\sin A}{2 \sin C} \text{ ナルトキハ } B=C.$$

$$121. b \sin B - c \sin C = a \sin(B-C).$$

$$122. a \cos \frac{B-C}{2} = (b+c) \sin \frac{A}{2}.$$

$$123. 2(a \cos A - b \cos B) \sin C = c(\sin 2A - \sin 2B).$$

$$124. \frac{a}{2 \sin A} = \frac{a \cos A + b \cos B + c \cos C}{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}.$$

$$125. \tan A = \frac{a \sin C}{b - a \cos C}.$$

$$126. \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = c \left( \frac{\cos B}{b} - \frac{\cos A}{a} \right).$$

$$127. \frac{a}{\cos B} - \frac{b}{\cos A} = \cos C \left( \frac{b}{\cos B} - \frac{a}{\cos A} \right).$$

$$128. B=60^\circ \text{ ナルトキハ } b = \sqrt{a^2 - ac + c^2}.$$

$$129. B=60^\circ \text{ ナルトキハ } \frac{3}{a+b+c} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c}.$$

$$130. B=60^\circ \text{ ナルトキハ } 2 \cos \frac{A-C}{2} = \frac{a+c}{\sqrt{a^2 - ac + c^2}}.$$

$$131. \frac{b^2}{a} \cos A + \frac{c^2}{b} \cos B + \frac{a^2}{c} \cos C = \frac{a^4 + b^4 + c^4}{2abc}.$$

132.  $\cot A, \cot B, \cot C$  が等差級數ヲナストキハ  $a^2, b^2, c^2$  モ亦然リ.

133. 三角形ノ二邊ヲ  $x+y \cos A, y+x \cos A$  トセバ第三邊ハ  $\sin A(x^2 + y^2 + 2xy \cos A)^{\frac{1}{2}}$  ナリ.

$$134. a^2 = (b+c)^2 \sin^2 \frac{A}{2} + (b-c)^2 \cos^2 \frac{A}{2}.$$

$$135. S = \frac{a^2 - b^2}{2} \cdot \frac{\sin A \sin B}{\sin(A-B)}.$$

$$136. S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C.$$

$$137. S = \frac{abc}{p} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

138.  $\tan \frac{A}{2} = \frac{5}{6}, \tan \frac{B}{2} = \frac{20}{37}$  ナルトキハ  $a, b, c$  ハ等差級數ヲナス.

$$139. (b-c) \cot \frac{A}{2} + (c-a) \cot \frac{B}{2} + (a-b) \cot \frac{C}{2} = 0.$$

$$140. r' + r'' + r''' - r = 4R.$$

141. 圓ニ内接セル四邊形ノ四ツノ邊ヲ夫々  $a, b, c, d$  トシ其ノ和半ヲ  $p$  トセバ面積ハ

$$\sqrt{\{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)\}} = \text{等シ}.$$

142. 四邊形ノ對角線ヲ  $h, k$  トシ其ノ夾角ヲ  $\theta$  トシ各角頂ヨリ對角線ヘノ垂線ヲ  $a, b, c, d$  トセバ

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{(a+c)(b+d)}{hk}}$$

143. 次ノ要件ニヨリ  $\hat{A}BC$  ヲ解ク方法ヲ問フ.

(i)  $a, b, A-B$ .

(ii)  $a+b, A, B$ .

(iii)  $a, b+c, A$ .

144. 高サ  $h$  尺ナル塔ノ頂上ヨリ其ノ一方ニ於テ塔脚ヲ過ル一水平線上ノ二物體ヲ望ミ俯角  $45^\circ - A$  及ビ  $45^\circ + A$  ヲ得タリ, 二物體ノ距離幾何.

答.  $2htan2A$  尺.

145. 塔ノ基礎ニ於テ樹頂ヲ望ミ仰角  $\alpha$  ヲ得次ニ塔ヲ登ルコト  $h$  尺ニシテ再ビ其ノ仰角ヲ測リ  $\beta$  ヲ得タリ, 樹ノ高サ幾何.

答.  $\frac{h\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$  尺.

146. 高サ  $h$  尺ナル塔ノ頂ヨリ地上ノ一直線ヲ直角ニ見且其ノ兩端ノ俯角  $\alpha$  及ビ  $\beta$  ヲ得タリ, 直線ノ長さ及ビ塔頂ヨリ之ヘノ距離ヲ求ム.

答.  $h\sqrt{\csc^2\alpha + \csc^2\beta}, \frac{h\csc\alpha\csc\beta}{\sqrt{\csc^2\alpha + \csc^2\beta}}$

147. 塔ノ周圍ニ其ノ高サト等シキ幅ノ堀アリ, 此ノ堀ヨリ  $c$  尺ノ處ニ高サ  $a$  尺ノ塔アリ, 第一ノ塔ガ

第二ノ塔頂ニ於テ張ル角ハ  $45^\circ$  ナリト云フ. 第一ノ塔ノ高サ幾何.

塔.  $\frac{a^2+c^2}{a-c}$  尺.

148. 南  $59^\circ 5'$  東ノ方向ニ走ル高サ 20 尺ノ土壁アリ, 太陽ガ南ノ方向  $30^\circ$  ノ高度ニ在ルトキ此ノ壁ノ影ノ幅ヲ求ム. (但  $\log 2 = 0.30103$ ,  $\log 3 = 0.47712$ ,  $\log 29719 = 4.47303$ ,  $\log \sin 59^\circ 5' = 1.93344$  トス)

答. 29.7 尺.

149. 二點  $P, Q$  アリ,  $P$  ノ南ノ一地ニ於テ之ヲ望ミ  $\hat{P}LQ = A$  ナルコトヲ知リ, 次ニ  $L$  ヲリ西ニ  $a$  ヲ歩ミテ  $M$  ニ到リ  $\hat{P}MQ = A$  ナルコトヲ知リ, 猶同方向ニ  $b$  ヲ進ミテ  $Q$  ノ南ノ地  $N$  ニ達シタリ.  $P, Q$  ノ距離ハ  $\sqrt{(a^2+b^2)+b^2\tan^2A}$  ナリ.

150.  $BC$  ナル塔ノ上ニ立テル旗竿  $CD$  ガ  $B$  ヲリナル距離ノ地ニ於テ最大角  $A$  ヲ張ルトキハ  $CD = 2l\tan A$ ,  $BC = l\tan\left(45^\circ - \frac{A}{2}\right)$  ナリ.



## 附 録 ノ 問 題.

151. 三角形ノ一角ハ  $45^\circ$ , 一角ハ  $\frac{1}{2}$  radian ナルトキ  
第三角ノ度数及ビ弧度ヲ求ム. 答.  $106^\circ.332, \frac{3\pi-2}{4}$ .

152. 25 尺ノ半径ヲ有スル圓ニ於テ 15 尺ノ弧ノ上  
ノ中心角ノ度数及ビ弧度ヲ求ム.

答.  $\frac{3}{5}$  radian,  $34^\circ 22' 39''$ .

153. 地球ノ軌道ヲ半径 92700000 哩ノ圓ト假定シ  
此ノ軌道ガ(シリヤス)星ニ於テ  $.4''$  ノ角ヲ張ルトセ  
バ此ノ星ノ距離如何. 答. 凡  $478 \times 10^{11}$  哩.

次ノ諸式ヲ證セヨ.

$$154. \sin^{-1} \frac{1}{2} + \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

$$155. \cos^{-1} \frac{9}{\sqrt{82}} + \cos^{-1} \frac{5}{\sqrt{41}} = \frac{\pi}{4}.$$

$$156. \cot^{-1} \frac{3}{4} + \cot^{-1} \frac{1}{7} = \frac{3\pi}{4}.$$

$$157. \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} + \cot^{-1} 3 = \frac{\pi}{4}.$$

158. 次ノ諸式ハ何レモ  $\frac{\pi}{4}$  ニ等シ.

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}, \quad 2\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7}, \quad 4\tan^{-1} \frac{1}{5} - \tan^{-1} \frac{1}{239}$$

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8}, \quad 4\tan^{-1} \frac{1}{5} - \tan^{-1} \frac{1}{70} + \tan^{-1} \frac{1}{99}.$$

次ノ方程式ヲ解ケ.

$$159. 2\sin(x+30^\circ) = \cos x. \quad \text{答. } n\pi.$$

$$160. \cot \theta - \tan \theta = \cot \alpha - \tan \alpha. \quad \text{答. } \frac{n\pi}{2} + \alpha.$$

$$161. \cos 2\theta - \cos \frac{2\pi}{3} = \cos \theta - \cos \frac{\pi}{3}. \quad \text{答. } (2n+1)\frac{\pi}{2}, (6n\pm 1)\frac{\pi}{3}.$$

$$162. \sec^2 \theta + 3\operatorname{cosec}^2 \theta = 8. \quad \text{答. } (2n+1)\frac{\pi}{4}, (3n\pm 1)\frac{\pi}{3}.$$

$$163. \tan \theta + \tan 3\theta = 2\tan 2\theta. \quad \text{答. } n\pi.$$

$$164. 2\cot 2\theta - \tan 2\theta = 3\cot 3\theta. \quad \text{答. } n\pi.$$

$$165. \tan \theta + \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 2. \quad \text{答. } (3n\pm 1)\frac{\pi}{3}.$$

$$166. 6\cot^2 \theta = 1 + 4\cos^2 \theta. \quad \text{答. } (3n\pm 1)\frac{\pi}{3}.$$

$$167. 3(\sin^4 \theta - \cos^4 \theta) + 4\cos^6 \theta = \cos^3 2\theta. \quad \text{答. } n\pi.$$

$$168. \sin 5\theta = 16\sin^5 \theta. \quad \text{答. } n\pi, (6n\pm 1)\frac{\pi}{6}.$$

$$169. 4\sin \theta \cos \theta + 1 - 2(\sin \theta + \cos \theta) = 0. \quad \text{答. } \{6n + (-1)^n\} \frac{\pi}{6}, (6n\pm 1)\frac{\pi}{3}.$$

$$170. \sin \theta - \cos \theta = 4\cos^2 \sin \theta.$$

答.  $(4n-1)\frac{\pi}{4}, (4n-1)\frac{\pi}{8}.$

171.  $\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta = \sqrt{2}.$  答.  $(24n+4\pm 3)\frac{\pi}{12}.$

172.  $\tan 2\theta = 8\cos^2\theta - \cot\theta.$

答.  $(2n+1)\frac{\pi}{2}, \{6n+(-1)^n\}\frac{\pi}{24}.$

173.  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = 1 + \sin 2\theta.$  答.  $n\pi, (4n-1)\frac{\pi}{4}.$

174.  $\cot\frac{\pi}{12}\cos\theta + \sin\theta = 1.$  答.  $(4n+1)\frac{\pi}{2}, (6n-1)\frac{\pi}{3}.$

175.  $\sec 4\theta - \sec 2\theta = 2.$  答.  $(2n+1)\frac{\pi}{10}.$

176.  $\tan\theta + \sec 2\theta = 1.$  答.  $n\pi, (4n-1)\frac{\pi}{8}.$

177.  $(1 - \tan\theta)(1 + \sin 2\theta) = 1 + \tan\theta.$

答.  $n\pi, (4n-1)\frac{\pi}{4}.$

178.  $2\sin 2\theta - 4\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0.$

答.  $(6n-1)\frac{\pi}{6}, (12n+1)\frac{\pi}{6}.$

179.  $\sin 5\theta + \sin 3\theta + \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta)\cos\theta = 0.$

答.  $(2n+1)\frac{\pi}{2}, (8n-1)\frac{\pi}{20}, (8n+5)\frac{\pi}{12}.$

180.  $\cos\theta - \sin\theta = \sin\theta\cos\theta.$  答.  $(8n-1)\frac{\pi}{4} \pm \cos^{-1}\frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}.$

畢.

## 附 表

第一。

數ノ對數表。

數ノ對數表

| N. | 0    | 1   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|----|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 0000 | 043 | 086  | 128  | 170  | 212  | 253  | 294  | 334  | 374  |
| 11 | 414  | 453 | 492  | 531  | 569  | 607  | 645  | 682  | 719  | 755  |
| 12 | 792  | 828 | 864  | 899  | 934  | 959  | 004* | 038* | 072* | 106* |
| 13 | 1139 | 173 | 206  | 239  | 271  | 303  | 335  | 367  | 399  | 430  |
| 14 | 461  | 492 | 523  | 553  | 584  | 614  | 644  | 673  | 703  | 732  |
| 15 | 761  | 790 | 818  | 847  | 875  | 903  | 931  | 959  | 987  | 014* |
| 16 | 2041 | 068 | 095  | 122  | 148  | 175  | 201  | 227  | 253  | 279  |
| 17 | 304  | 330 | 355  | 380  | 405  | 430  | 455  | 480  | 504  | 529  |
| 18 | 553  | 577 | 601  | 625  | 648  | 672  | 695  | 718  | 742  | 765  |
| 19 | 788  | 810 | 833  | 856  | 878  | 900  | 923  | 945  | 967  | 989  |
| 20 | 3010 | 032 | 054  | 075  | 096  | 118  | 139  | 160  | 181  | 201  |
| 21 | 222  | 243 | 263  | 284  | 304  | 324  | 345  | 365  | 385  | 404  |
| 22 | 424  | 444 | 464  | 483  | 502  | 522  | 541  | 560  | 579  | 598  |
| 23 | 617  | 636 | 655  | 674  | 692  | 711  | 729  | 747  | 766  | 784  |
| 24 | 802  | 820 | 838  | 856  | 874  | 892  | 909  | 927  | 945  | 962  |
| 25 | 979  | 997 | 014* | 031* | 048* | 065* | 082* | 099* | 116* | 133* |
| 26 | 4150 | 166 | 183  | 200  | 216  | 232  | 249  | 265  | 281  | 298  |
| 27 | 314  | 330 | 346  | 362  | 378  | 393  | 409  | 425  | 440  | 456  |
| 28 | 472  | 487 | 502  | 518  | 533  | 548  | 564  | 579  | 594  | 609  |
| 29 | 624  | 639 | 654  | 669  | 683  | 698  | 713  | 728  | 742  | 757  |
| 30 | 771  | 786 | 800  | 814  | 829  | 843  | 857  | 871  | 886  | 900  |
| 31 | 914  | 928 | 942  | 955  | 969  | 983  | 997  | 011* | 024* | 038* |
| 32 | 5051 | 065 | 079  | 092  | 105  | 119  | 132  | 145  | 159  | 172  |
| 33 | 185  | 198 | 211  | 224  | 237  | 250  | 263  | 276  | 289  | 302  |
| 34 | 315  | 328 | 340  | 353  | 366  | 378  | 391  | 403  | 416  | 428  |
| 35 | 441  | 453 | 465  | 478  | 490  | 502  | 514  | 527  | 539  | 551  |
| 36 | 563  | 575 | 587  | 599  | 611  | 623  | 635  | 647  | 658  | 670  |
| 37 | 682  | 694 | 705  | 717  | 729  | 740  | 752  | 763  | 775  | 786  |
| 38 | 798  | 809 | 821  | 832  | 843  | 855  | 866  | 877  | 888  | 899  |
| 39 | 911  | 922 | 933  | 944  | 955  | 966  | 977  | 988  | 999  | 010* |
| 40 | 6021 | 031 | 042  | 053  | 064  | 075  | 085  | 096  | 107  | 117  |
| N. | 0    | 1   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |

P.P.

43 41

|    |      |      |
|----|------|------|
| 1  | 4.3  | 4.1  |
| 2  | 8.6  | 8.2  |
| 3  | 12.9 | 12.3 |
| 4  | 17.2 | 16.4 |
| 5  | 21.5 | 20.5 |
| 6  | 25.8 | 24.6 |
| 7  | 30.1 | 28.7 |
| 8  | 34.4 | 32.8 |
| 9  | 38.7 | 36.9 |
| 10 | 43   | 41   |
| 11 | 3.5  | 3.3  |
| 12 | 7.0  | 6.6  |
| 13 | 10.5 | 9.9  |
| 14 | 14.0 | 13.2 |
| 15 | 17.5 | 16.5 |
| 16 | 21.0 | 19.8 |
| 17 | 24.5 | 23.1 |
| 18 | 28.0 | 26.4 |
| 19 | 31.5 | 29.7 |
| 20 | 35   | 33   |
| 21 | 2.7  | 2.5  |
| 22 | 5.4  | 5.0  |
| 23 | 8.1  | 7.5  |
| 24 | 10.8 | 10.0 |
| 25 | 13.5 | 12.5 |
| 26 | 16.2 | 15.0 |
| 27 | 18.9 | 17.5 |
| 28 | 21.6 | 20.0 |
| 29 | 24.3 | 22.5 |
| 30 | 27   | 25   |
| 31 | 1.9  | 1.7  |
| 32 | 3.8  | 3.4  |
| 33 | 5.7  | 5.1  |
| 34 | 7.6  | 6.8  |
| 35 | 9.5  | 8.5  |
| 36 | 11.4 | 10.2 |
| 37 | 13.3 | 11.9 |
| 38 | 15.2 | 13.6 |
| 39 | 17.1 | 15.3 |
| 40 | 19   | 17   |
| 41 | 1.1  | 0.9  |
| 42 | 2.2  | 1.8  |
| 43 | 3.3  | 2.7  |
| 44 | 4.4  | 3.6  |
| 45 | 5.5  | 4.5  |
| 46 | 6.6  | 5.4  |
| 47 | 7.7  | 6.3  |
| 48 | 8.8  | 7.2  |
| 49 | 9.9  | 8.1  |

P.P

39 37

|    |      |      |
|----|------|------|
| 1  | 3.9  | 3.7  |
| 2  | 7.8  | 7.4  |
| 3  | 11.7 | 11.1 |
| 4  | 15.6 | 14.8 |
| 5  | 19.5 | 18.5 |
| 6  | 23.4 | 22.2 |
| 7  | 27.3 | 25.9 |
| 8  | 31.2 | 29.6 |
| 9  | 35.1 | 33.3 |
| 10 | 39   | 37   |
| 11 | 3.1  | 2.9  |
| 12 | 6.2  | 5.8  |
| 13 | 9.3  | 8.7  |
| 14 | 12.4 | 11.6 |
| 15 | 15.5 | 14.5 |
| 16 | 18.6 | 17.4 |
| 17 | 21.7 | 20.3 |
| 18 | 24.8 | 23.2 |
| 19 | 27.9 | 26.1 |
| 20 | 23   | 21   |
| 21 | 2.3  | 2.1  |
| 22 | 4.6  | 4.2  |
| 23 | 6.9  | 6.3  |
| 24 | 9.2  | 8.4  |
| 25 | 11.5 | 10.5 |
| 26 | 13.8 | 12.6 |
| 27 | 16.1 | 14.7 |
| 28 | 18.4 | 16.8 |
| 29 | 20.7 | 18.9 |
| 30 | 15   | 13   |
| 31 | 1.5  | 1.3  |
| 32 | 3.0  | 2.6  |
| 33 | 4.5  | 3.9  |
| 34 | 6.0  | 5.2  |
| 35 | 7.5  | 6.5  |
| 36 | 9.0  | 7.8  |
| 37 | 10.5 | 9.1  |
| 38 | 12.0 | 10.4 |
| 39 | 13.5 | 11.7 |
| 40 | 10.7 | 0.6  |
| 41 | 1.4  | 1.2  |
| 42 | 2.1  | 1.8  |
| 43 | 2.8  | 2.4  |
| 44 | 3.5  | 3.0  |
| 45 | 4.2  | 3.6  |
| 46 | 4.9  | 4.2  |
| 47 | 5.6  | 4.8  |
| 48 | 6.3  | 5.4  |
| 49 | 7.0  | 6.0  |
| 50 | 7.7  | 6.6  |
| 51 | 8.4  | 7.2  |
| 52 | 9.1  | 7.9  |
| 53 | 9.8  | 8.5  |
| 54 | 10.5 | 9.1  |
| 55 | 11.2 | 9.7  |
| 56 | 11.9 | 10.3 |
| 57 | 12.6 | 10.9 |
| 58 | 13.3 | 11.5 |
| 59 | 14.0 | 12.1 |
| 60 | 14.7 | 12.7 |
| 61 | 15.4 | 13.3 |
| 62 | 16.1 | 13.9 |
| 63 | 16.8 | 14.5 |
| 64 | 17.5 | 15.1 |
| 65 | 18.2 | 15.7 |
| 66 | 18.9 | 16.3 |
| 67 | 19.6 | 16.9 |
| 68 | 20.3 | 17.5 |
| 69 | 21.0 | 18.1 |
| 70 | 21.7 | 18.7 |

數ノ對數表

| N. | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 40 | 6021 | 031  | 042  | 053  | 064  | 075  | 085  | 096  | 107  | 117  |
| 41 | 128  | 138  | 149  | 160  | 170  | 180  | 191  | 201  | 212  | 222  |
| 42 | 232  | 243  | 253  | 263  | 274  | 284  | 294  | 304  | 314  | 325  |
| 43 | 335  | 345  | 355  | 365  | 375  | 385  | 395  | 405  | 415  | 425  |
| 44 | 435  | 444  | 454  | 464  | 474  | 484  | 493  | 503  | 513  | 522  |
| 45 | 532  | 542  | 551  | 561  | 571  | 580  | 590  | 599  | 609  | 618  |
| 46 | 628  | 637  | 646  | 656  | 665  | 675  | 684  | 693  | 702  | 712  |
| 47 | 721  | 730  | 739  | 749  | 758  | 767  | 776  | 785  | 794  | 803  |
| 48 | 812  | 821  | 830  | 839  | 848  | 857  | 866  | 875  | 884  | 893  |
| 49 | 902  | 911  | 920  | 928  | 937  | 946  | 955  | 964  | 972  | 981  |
| 50 | 990  | 998  | 007* | 016* | 024* | 033* | 042* | 050* | 059* | 067* |
| 51 | 7076 | 084  | 093  | 101  | 110  | 118  | 126  | 135  | 143  | 152  |
| 52 | 160  | 168  | 177  | 185  | 193  | 202  | 210  | 218  | 226  | 235  |
| 53 | 243  | 251  | 259  | 267  | 275  | 284  | 292  | 300  | 308  | 316  |
| 54 | 324  | 332  | 340  | 348  | 356  | 364  | 372  | 380  | 388  | 396  |
| 55 | 404  | 412  | 419  | 427  | 435  | 443  | 451  | 459  | 466  | 474  |
| 56 | 482  | 490  | 497  | 505  | 513  | 520  | 528  | 536  | 543  | 551  |
| 57 | 559  | 566  | 574  | 582  | 589  | 597  | 604  | 612  | 619  | 627  |
| 58 | 634  | 642  | 649  | 657  | 664  | 672  | 679  | 686  | 694  | 701  |
| 59 | 709  | 716  | 723  | 731  | 738  | 745  | 752  | 760  | 767  | 774  |
| 60 | 782  | 789  | 796  | 803  | 810  | 818  | 825  | 832  | 839  | 846  |
| 61 | 853  | 860  | 868  | 875  | 882  | 889  | 896  | 903  | 910  | 917  |
| 62 | 924  | 931  | 938  | 945  | 952  | 959  | 966  | 973  | 980  | 987  |
| 63 | 993  | 000* | 007* | 014* | 021* | 028* | 035* | 041* | 048* | 055* |
| 64 | 8062 | 069  | 075  | 082  | 089  | 096  | 102  | 109  | 116  | 122  |
| 65 | 129  | 136  | 142  | 149  | 156  | 162  | 169  | 176  | 182  | 189  |
| 66 | 195  | 202  | 209  | 215  | 222  | 228  | 235  | 241  | 248  | 254  |
| 67 | 261  | 267  | 274  | 280  | 287  | 293  | 299  | 306  | 312  | 319  |
| 68 | 325  | 331  | 338  | 344  | 351  | 357  | 363  | 370  | 376  | 382  |
| 69 | 388  | 395  | 401  | 407  | 414  | 420  | 426  | 432  | 439  | 445  |
| 70 | 451  | 457  | 463  | 470  | 476  | 482  | 488  | 494  | 500  | 506  |
| N. | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |

| N.  | 0    | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|-----|------|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| 70  | 8451 | 457 | 463 | 470 | 476 | 482  | 488  | 494  | 500  | 506  |
| 71  | 513  | 519 | 525 | 531 | 537 | 543  | 549  | 555  | 561  | 567  |
| 72  | 573  | 579 | 585 | 591 | 597 | 603  | 609  | 615  | 621  | 627  |
| 73  | 633  | 639 | 645 | 651 | 657 | 663  | 669  | 675  | 681  | 686  |
| 74  | 692  | 698 | 704 | 710 | 716 | 722  | 727  | 733  | 739  | 745  |
| 75  | 751  | 756 | 762 | 768 | 774 | 779  | 785  | 791  | 797  | 802  |
| 76  | 808  | 814 | 820 | 825 | 831 | 837  | 842  | 848  | 854  | 859  |
| 77  | 865  | 871 | 876 | 882 | 887 | 893  | 899  | 904  | 910  | 915  |
| 78  | 921  | 927 | 932 | 938 | 943 | 949  | 954  | 960  | 965  | 971  |
| 79  | 976  | 982 | 987 | 993 | 998 | 004* | 009* | 015* | 020* | 025* |
| 80  | 9031 | 036 | 042 | 047 | 053 | 058  | 063  | 069  | 074  | 079  |
| 81  | 085  | 090 | 096 | 101 | 106 | 112  | 117  | 122  | 128  | 133  |
| 82  | 138  | 143 | 149 | 154 | 159 | 165  | 170  | 175  | 180  | 186  |
| 83  | 191  | 196 | 201 | 206 | 212 | 217  | 222  | 227  | 232  | 238  |
| 84  | 243  | 248 | 253 | 258 | 263 | 269  | 274  | 279  | 284  | 289  |
| 85  | 294  | 299 | 304 | 309 | 315 | 320  | 325  | 330  | 335  | 340  |
| 86  | 345  | 350 | 355 | 360 | 365 | 370  | 375  | 380  | 385  | 390  |
| 87  | 395  | 400 | 405 | 410 | 415 | 420  | 425  | 430  | 435  | 440  |
| 88  | 445  | 450 | 455 | 460 | 465 | 469  | 474  | 479  | 484  | 489  |
| 89  | 494  | 499 | 504 | 509 | 513 | 518  | 523  | 528  | 533  | 538  |
| 90  | 542  | 547 | 552 | 557 | 562 | 566  | 571  | 576  | 581  | 586  |
| 91  | 590  | 595 | 600 | 605 | 609 | 614  | 619  | 624  | 628  | 633  |
| 92  | 638  | 643 | 647 | 652 | 657 | 661  | 666  | 671  | 675  | 680  |
| 93  | 685  | 689 | 694 | 699 | 703 | 708  | 713  | 717  | 722  | 727  |
| 94  | 731  | 736 | 741 | 745 | 750 | 754  | 759  | 763  | 768  | 773  |
| 95  | 777  | 782 | 786 | 791 | 795 | 800  | 805  | 809  | 814  | 818  |
| 96  | 823  | 827 | 832 | 836 | 841 | 845  | 850  | 854  | 859  | 863  |
| 97  | 868  | 872 | 877 | 881 | 886 | 890  | 894  | 899  | 903  | 908  |
| 98  | 912  | 917 | 921 | 926 | 930 | 934  | 939  | 943  | 948  | 952  |
| 99  | 956  | 961 | 965 | 969 | 974 | 978  | 983  | 987  | 991  | 996  |
| 100 | 0000 | 004 | 009 | 013 | 017 | 022  | 026  | 030  | 035  | 039  |
| N.  | 0    | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |

10.6  
21.2  
31.8  
42.4  
53.0  
63.6  
74.2  
84.8  
95.4

10.5  
21.0  
31.5  
42.0  
52.5  
63.0  
73.5  
84.0  
94.5

10.4  
20.8  
31.2  
41.6  
52.0  
62.4  
72.8  
83.2  
93.6

第二

三角函數ノ對數表

| 角     | logsin | logtan | logcot | logcos |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0° 0' | -∞     | -∞     | ∞      | 0.0000 | 0° 90° |
| 10'   | 3.4637 | 3.4637 | 2.5363 | 0.0000 | 50'    |
| 20'   | 3.7648 | 3.7648 | 2.2352 | 0.0000 | 40'    |
| 30'   | 3.9408 | 3.9409 | 2.0591 | 0.0000 | 30'    |
| 40'   | 2.0658 | 2.0658 | 1.9342 | 0.0000 | 20'    |
| 50'   | 2.1627 | 2.1627 | 1.8373 | 0.0000 | 10'    |
| 1° 0' | 2.2419 | 2.2419 | 1.7581 | 1.9999 | 0° 89° |
| 10'   | 2.3088 | 2.3089 | 1.6911 | 1.9999 | 50'    |
| 20'   | 2.3668 | 2.3669 | 1.6331 | 1.9999 | 40'    |
| 30'   | 2.4179 | 2.4181 | 1.5819 | 1.9999 | 30'    |
| 40'   | 2.4637 | 2.4638 | 1.5362 | 1.9998 | 20'    |
| 50'   | 2.5050 | 2.5053 | 1.4947 | 1.9998 | 10'    |
| 2° 0' | 2.5428 | 2.5431 | 1.4569 | 1.9997 | 0° 88° |
| 10'   | 2.5776 | 2.5779 | 1.4221 | 1.9997 | 50'    |
| 20'   | 2.6097 | 2.6101 | 1.3899 | 1.9996 | 40'    |
| 30'   | 2.6397 | 2.6401 | 1.3599 | 1.9996 | 30'    |
| 40'   | 2.6677 | 2.6682 | 1.3318 | 1.9995 | 20'    |
| 50'   | 2.6940 | 2.6945 | 1.3055 | 1.9995 | 10'    |
| 3° 0' | 2.7188 | 2.7194 | 1.2806 | 1.9994 | 0° 87° |
| 10'   | 2.7423 | 2.7429 | 1.2571 | 1.9993 | 50'    |
| 20'   | 2.7645 | 2.7652 | 1.2348 | 1.9993 | 40'    |
| 30'   | 2.7857 | 2.7865 | 1.2135 | 1.9992 | 30'    |
| 40'   | 2.8059 | 2.8067 | 1.1933 | 1.9991 | 20'    |
| 50'   | 2.8251 | 2.8261 | 1.1739 | 1.9990 | 10'    |
| 4° 0' | 2.8436 | 2.8446 | 1.1554 | 1.9989 | 0° 86° |
| 10'   | 2.8613 | 2.8624 | 1.1376 | 1.9989 | 50'    |
| 20'   | 2.8783 | 2.8795 | 1.1205 | 1.9988 | 40'    |
| 30'   | 2.8946 | 2.8960 | 1.1040 | 1.9987 | 30'    |
| 40'   | 2.9104 | 2.9118 | 1.0882 | 1.9986 | 20'    |
| 50'   | 2.9256 | 2.9272 | 1.0728 | 1.9985 | 10'    |
| 5° 0' | 2.9403 | 2.9420 | 1.0580 | 1.9983 | 0° 85° |
|       | logcos | logco  | logtan | logsin | 角      |

$\log \sin a' = \log a + 4.4637 + \frac{1}{3} \log \cos a'$   
 $\log \tan a' = \log a + 4.4637 - \frac{2}{3} \log \cos a'$   
 $\log \cot a' = -\log a + 3.5363 + \frac{2}{3} \log \cos a'$

| 角      | logsin | logtan | logcot | logcos |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 5° 0'  | 2.9403 | 2.9420 | 1.0580 | 1.9983 | 0° 85° |
| 10'    | 2.9545 | 2.9563 | 1.0437 | 1.9982 | 50'    |
| 20'    | 2.9682 | 2.9701 | 1.0299 | 1.9981 | 40'    |
| 30'    | 2.9816 | 2.9836 | 1.0164 | 1.9980 | 30'    |
| 40'    | 2.9945 | 2.9966 | 1.0034 | 1.9979 | 20'    |
| 50'    | 1.0070 | 1.0093 | 0.9907 | 1.9977 | 10'    |
| 6° 0'  | 1.0192 | 1.0216 | 0.9784 | 1.9976 | 0° 84° |
| 10'    | 1.0311 | 1.0336 | 0.9664 | 1.9975 | 50'    |
| 20'    | 1.0425 | 1.0453 | 0.9547 | 1.9973 | 40'    |
| 30'    | 1.0539 | 1.0567 | 0.9433 | 1.9972 | 30'    |
| 40'    | 1.0648 | 1.0678 | 0.9322 | 1.9971 | 20'    |
| 50'    | 1.0755 | 1.0786 | 0.9214 | 1.9969 | 10'    |
| 7° 0'  | 1.0859 | 1.0891 | 0.9109 | 1.9968 | 0° 83° |
| 10'    | 1.0961 | 1.0995 | 0.9005 | 1.9966 | 50'    |
| 20'    | 1.1060 | 1.1096 | 0.8904 | 1.9964 | 40'    |
| 30'    | 1.1157 | 1.1194 | 0.8806 | 1.9963 | 30'    |
| 40'    | 1.1252 | 1.1291 | 0.8709 | 1.9961 | 20'    |
| 50'    | 1.1345 | 1.1385 | 0.8615 | 1.9959 | 10'    |
| 8° 0'  | 1.1436 | 1.1478 | 0.8522 | 1.9958 | 0° 82° |
| 10'    | 1.1525 | 1.1569 | 0.8431 | 1.9956 | 50'    |
| 20'    | 1.1612 | 1.1658 | 0.8342 | 1.9954 | 40'    |
| 30'    | 1.1697 | 1.1745 | 0.8255 | 1.9952 | 30'    |
| 40'    | 1.1781 | 1.1831 | 0.8169 | 1.9950 | 20'    |
| 50'    | 1.1863 | 1.1915 | 0.8085 | 1.9948 | 10'    |
| 9° 0'  | 1.1943 | 1.1997 | 0.8003 | 1.9946 | 0° 81° |
| 10'    | 1.2022 | 1.2078 | 0.7922 | 1.9944 | 50'    |
| 20'    | 1.2100 | 1.2158 | 0.7842 | 1.9942 | 40'    |
| 30'    | 1.2176 | 1.2236 | 0.7764 | 1.9940 | 30'    |
| 40'    | 1.2251 | 1.2313 | 0.7687 | 1.9938 | 20'    |
| 50'    | 1.2324 | 1.2389 | 0.7611 | 1.9936 | 10'    |
| 10° 0' | 1.2397 | 1.2463 | 0.7537 | 1.9934 | 0° 80° |
|        | logcos | logcot | logtan | logsin | 角      |

三角函數ノ對數表

| 角       | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差 | logcos |        |
|---------|--------|----|--------|----|--------|---|--------|--------|
| 10° 0'  | 1.2397 |    | 1.2463 |    | 0.7537 |   | 1.9934 | 0' 80° |
| 10° 10' | 1.2468 | 71 | 1.2536 | 73 | 0.7464 | 3 | 1.9931 | 50'    |
| 10° 20' | 1.2538 | 70 | 1.2609 | 73 | 0.7391 | 2 | 1.9929 | 40'    |
| 10° 30' | 1.2606 | 68 | 1.2680 | 71 | 0.7320 | 2 | 1.9927 | 30'    |
| 10° 40' | 1.2674 | 68 | 1.2750 | 70 | 0.7250 | 3 | 1.9924 | 20'    |
| 10° 50' | 1.2740 | 66 | 1.2819 | 69 | 0.7181 | 2 | 1.9922 | 10'    |
| 11° 0'  | 1.2806 | 66 | 1.2887 | 68 | 0.7113 | 3 | 1.9919 | 0' 79° |
| 11° 10' | 1.2870 | 64 | 1.2953 | 66 | 0.7047 | 2 | 1.9917 | 50'    |
| 11° 20' | 1.2934 | 64 | 1.3020 | 67 | 0.6980 | 3 | 1.9914 | 40'    |
| 11° 30' | 1.2997 | 63 | 1.3085 | 65 | 0.6915 | 2 | 1.9912 | 30'    |
| 11° 40' | 1.3058 | 61 | 1.3149 | 64 | 0.6851 | 3 | 1.9909 | 20'    |
| 11° 50' | 1.3119 | 61 | 1.3212 | 63 | 0.6788 | 2 | 1.9907 | 10'    |
| 12° 0'  | 1.3179 | 60 | 1.3275 | 63 | 0.6725 | 3 | 1.9904 | 0' 78° |
| 12° 10' | 1.3238 | 59 | 1.3336 | 61 | 0.6664 | 3 | 1.9901 | 50'    |
| 12° 20' | 1.3296 | 58 | 1.3397 | 61 | 0.6603 | 2 | 1.9899 | 40'    |
| 12° 30' | 1.3353 | 57 | 1.3458 | 61 | 0.6542 | 3 | 1.9896 | 30'    |
| 12° 40' | 1.3410 | 57 | 1.3517 | 59 | 0.6483 | 3 | 1.9893 | 20'    |
| 12° 50' | 1.3466 | 56 | 1.3576 | 59 | 0.6424 | 3 | 1.9890 | 10'    |
| 13° 0'  | 1.3521 | 55 | 1.3634 | 58 | 0.6366 | 3 | 1.9887 | 0' 77° |
| 13° 10' | 1.3575 | 54 | 1.3691 | 57 | 0.6309 | 3 | 1.9884 | 50'    |
| 13° 20' | 1.3629 | 54 | 1.3748 | 56 | 0.6252 | 3 | 1.9881 | 40'    |
| 13° 30' | 1.3682 | 53 | 1.3804 | 56 | 0.6196 | 3 | 1.9878 | 30'    |
| 13° 40' | 1.3734 | 52 | 1.3859 | 55 | 0.6141 | 3 | 1.9875 | 20'    |
| 13° 50' | 1.3786 | 52 | 1.3914 | 55 | 0.6086 | 3 | 1.9872 | 10'    |
| 14° 0'  | 1.3837 | 51 | 1.3968 | 54 | 0.6032 | 3 | 1.9869 | 0' 76° |
| 14° 10' | 1.3887 | 50 | 1.4021 | 53 | 0.5979 | 3 | 1.9866 | 50'    |
| 14° 20' | 1.3937 | 50 | 1.4074 | 53 | 0.5926 | 3 | 1.9863 | 40'    |
| 14° 30' | 1.3986 | 49 | 1.4127 | 53 | 0.5873 | 4 | 1.9859 | 30'    |
| 14° 40' | 1.4035 | 49 | 1.4178 | 51 | 0.5822 | 3 | 1.9856 | 20'    |
| 14° 50' | 1.4083 | 48 | 1.4230 | 52 | 0.5770 | 3 | 1.9853 | 10'    |
| 15° 0'  | 1.4130 | 47 | 1.4281 | 51 | 0.5719 | 4 | 1.9849 | 0' 75° |
|         | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差 | logsin | 角      |

P.P.  
73 71

1 7.3 7.1  
2 14.6 14.2  
3 21.9 21.3  
4 29.2 28.4  
5 36.5 35.5  
6 43.8 42.6  
7 51.1 49.7  
8 58.4 56.8  
9 65.7 63.9  
65 63  
1 6.5 6.3  
2 12.2 11.8  
3 18.3 17.7  
4 24.4 23.6  
5 30.5 29.5  
6 36.6 35.4  
7 42.7 41.3  
8 48.8 47.2  
9 54.9 53.1  
53 51  
1 5.3 5.1  
2 10.6 10.2  
3 15.9 15.3  
4 21.2 20.4  
5 26.5 25.5  
6 31.8 30.6  
7 37.1 35.7  
8 42.4 40.8  
9 47.7 45.9  
45 43  
1 4.9 4.7  
2 9.8 9.4  
3 14.7 14.1  
4 19.6 18.8  
5 24.5 23.5  
6 29.4 28.2  
7 34.3 32.9  
8 39.2 37.6  
9 44.1 42.3  
41 39  
1 4.1 3.9  
2 8.2 7.8  
3 12.3 11.7  
4 16.4 15.6  
5 20.5 19.5  
6 24.6 23.4  
7 28.7 27.3  
8 32.8 31.2  
9 36.9 35.1

P.P.  
69 67

三角函數ノ對數表

1 6.9 6.7  
2 13.8 13.4  
3 20.7 20.1  
4 27.6 26.8  
5 34.5 33.5  
6 41.4 40.2  
7 48.3 46.9  
8 55.2 53.6  
9 62.1 60.3  
61 59  
1 6.1 5.9  
2 12.2 11.8  
3 18.3 17.7  
4 24.4 23.6  
5 30.5 29.5  
6 36.6 35.4  
7 42.7 41.3  
8 48.8 47.2  
9 54.9 53.1  
53 51  
1 5.3 5.1  
2 10.6 10.2  
3 15.9 15.3  
4 21.2 20.4  
5 26.5 25.5  
6 31.8 30.6  
7 37.1 35.7  
8 42.4 40.8  
9 47.7 45.9  
45 43  
1 4.5 4.3  
2 9.0 8.6  
3 13.5 12.9  
4 18.0 17.2  
5 22.5 21.5  
6 27.0 25.8  
7 31.5 30.1  
8 36.0 34.4  
9 40.5 38.7  
37 35  
1 3.7 3.5  
2 7.4 7.0  
3 11.1 10.5  
4 14.8 14.0  
5 18.5 17.5  
6 22.2 21.0  
7 25.9 24.5  
8 29.6 28.0  
9 33.3 31.5

| 角       | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差 | logcos |        |
|---------|--------|----|--------|----|--------|---|--------|--------|
| 15° 0'  | 1.4130 |    | 1.4281 |    | 0.5719 |   | 1.9849 | 0' 75° |
| 15° 10' | 1.4177 | 47 | 1.4331 | 50 | 0.5669 | 3 | 1.9846 | 50'    |
| 15° 20' | 1.4223 | 46 | 1.4381 | 50 | 0.5619 | 3 | 1.9843 | 40'    |
| 15° 30' | 1.4269 | 46 | 1.4430 | 49 | 0.5570 | 4 | 1.9839 | 30'    |
| 15° 40' | 1.4314 | 45 | 1.4479 | 49 | 0.5521 | 3 | 1.9836 | 20'    |
| 15° 50' | 1.4359 | 45 | 1.4527 | 48 | 0.5473 | 4 | 1.9832 | 10'    |
| 16° 0'  | 1.4403 | 44 | 1.4575 | 48 | 0.5425 | 4 | 1.9828 | 0' 74° |
| 16° 10' | 1.4447 | 44 | 1.4622 | 47 | 0.5378 | 3 | 1.9825 | 50'    |
| 16° 20' | 1.4491 | 44 | 1.4669 | 47 | 0.5331 | 4 | 1.9821 | 40'    |
| 16° 30' | 1.4533 | 42 | 1.4716 | 47 | 0.5284 | 4 | 1.9817 | 30'    |
| 16° 40' | 1.4576 | 43 | 1.4762 | 46 | 0.5238 | 3 | 1.9814 | 20'    |
| 16° 50' | 1.4618 | 42 | 1.4808 | 46 | 0.5192 | 4 | 1.9810 | 10'    |
| 17° 0'  | 1.4659 | 41 | 1.4853 | 45 | 0.5147 | 4 | 1.9806 | 0' 73° |
| 17° 10' | 1.4700 | 41 | 1.4898 | 45 | 0.5102 | 4 | 1.9802 | 50'    |
| 17° 20' | 1.4741 | 41 | 1.4943 | 45 | 0.5057 | 4 | 1.9798 | 40'    |
| 17° 30' | 1.4781 | 40 | 1.4987 | 44 | 0.5013 | 4 | 1.9794 | 30'    |
| 17° 40' | 1.4821 | 40 | 1.5031 | 44 | 0.4969 | 4 | 1.9790 | 20'    |
| 17° 50' | 1.4861 | 40 | 1.5075 | 44 | 0.4925 | 4 | 1.9786 | 10'    |
| 18° 0'  | 1.4900 | 39 | 1.5118 | 43 | 0.4882 | 4 | 1.9782 | 0' 72° |
| 18° 10' | 1.4939 | 39 | 1.5161 | 43 | 0.4839 | 4 | 1.9778 | 50'    |
| 18° 20' | 1.4977 | 38 | 1.5203 | 42 | 0.4797 | 4 | 1.9774 | 40'    |
| 18° 30' | 1.5015 | 38 | 1.5245 | 42 | 0.4755 | 5 | 1.9770 | 30'    |
| 18° 40' | 1.5052 | 38 | 1.5287 | 42 | 0.4713 | 4 | 1.9765 | 20'    |
| 18° 50' | 1.5090 | 38 | 1.5329 | 42 | 0.4671 | 4 | 1.9761 | 10'    |
| 19° 0'  | 1.5126 | 36 | 1.5370 | 41 | 0.4630 | 4 | 1.9757 | 0' 71° |
| 19° 10' | 1.5163 | 37 | 1.5411 | 41 | 0.4589 | 5 | 1.9752 | 50'    |
| 19° 20' | 1.5199 | 36 | 1.5451 | 40 | 0.4549 | 4 | 1.9748 | 40'    |
| 19° 30' | 1.5235 | 36 | 1.5491 | 40 | 0.4509 | 5 | 1.9743 | 30'    |
| 19° 40' | 1.5270 | 35 | 1.5531 | 40 | 0.4469 | 4 | 1.9739 | 20'    |
| 19° 50' | 1.5306 | 36 | 1.5571 | 40 | 0.4429 | 5 | 1.9734 | 10'    |
| 20° 0'  | 1.5341 | 35 | 1.5611 | 40 | 0.4389 | 4 | 1.9730 | 0' 70° |
|         | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差 | logsin | 角      |

| 角      | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差 | logcos |        |
|--------|--------|----|--------|----|--------|---|--------|--------|
| 20° 0' | 1.5341 |    | 1.5611 |    | 0.4389 |   | 1.9730 | 0° 70° |
| 10'    | 1.5375 | 34 | 1.5650 | 39 | 0.4350 | 5 | 1.9725 | 50'    |
| 20'    | 1.5409 | 34 | 1.5689 | 39 | 0.4311 | 4 | 1.9721 | 40'    |
| 30'    | 1.5443 | 34 | 1.5727 | 38 | 0.4273 | 5 | 1.9716 | 30'    |
| 40'    | 1.5477 | 34 | 1.5766 | 39 | 0.4234 | 5 | 1.9711 | 20'    |
| 50'    | 1.5510 | 33 | 1.5804 | 38 | 0.4196 | 5 | 1.9706 | 10'    |
| 21° 0' | 1.5543 | 33 | 1.5842 | 38 | 0.4158 | 4 | 1.9702 | 0° 69° |
| 10'    | 1.5576 | 33 | 1.5879 | 37 | 0.4121 | 5 | 1.9697 | 50'    |
| 20'    | 1.5609 | 32 | 1.5917 | 37 | 0.4083 | 5 | 1.9692 | 40'    |
| 30'    | 1.5641 | 32 | 1.5954 | 37 | 0.4046 | 5 | 1.9687 | 30'    |
| 40'    | 1.5673 | 31 | 1.5991 | 37 | 0.4009 | 5 | 1.9682 | 20'    |
| 50'    | 1.5704 | 32 | 1.6028 | 36 | 0.3972 | 5 | 1.9677 | 10'    |
| 22° 0' | 1.5736 | 31 | 1.6064 | 36 | 0.3936 | 5 | 1.9672 | 0° 68° |
| 10'    | 1.5767 | 31 | 1.6100 | 36 | 0.3900 | 6 | 1.9667 | 50'    |
| 20'    | 1.5798 | 30 | 1.6136 | 36 | 0.3864 | 5 | 1.9661 | 40'    |
| 30'    | 1.5828 | 30 | 1.6172 | 36 | 0.3828 | 5 | 1.9656 | 30'    |
| 40'    | 1.5859 | 31 | 1.6208 | 35 | 0.3792 | 5 | 1.9651 | 20'    |
| 50'    | 1.5889 | 30 | 1.6243 | 34 | 0.3757 | 6 | 1.9646 | 10'    |
| 23° 0' | 1.5919 | 29 | 1.6279 | 35 | 0.3721 | 5 | 1.9640 | 0° 67° |
| 10'    | 1.5948 | 30 | 1.6314 | 34 | 0.3686 | 6 | 1.9635 | 50'    |
| 20'    | 1.5978 | 29 | 1.6348 | 35 | 0.3652 | 5 | 1.9629 | 40'    |
| 30'    | 1.6007 | 29 | 1.6383 | 34 | 0.3617 | 6 | 1.9624 | 30'    |
| 40'    | 1.6036 | 29 | 1.6417 | 35 | 0.3583 | 5 | 1.9618 | 20'    |
| 50'    | 1.6065 | 28 | 1.6452 | 34 | 0.3548 | 6 | 1.9613 | 10'    |
| 24° 0' | 1.6093 | 28 | 1.6486 | 34 | 0.3514 | 5 | 1.9607 | 0° 66° |
| 10'    | 1.6121 | 28 | 1.6520 | 33 | 0.3480 | 6 | 1.9602 | 50'    |
| 20'    | 1.6149 | 28 | 1.6553 | 34 | 0.3447 | 6 | 1.9596 | 40'    |
| 30'    | 1.6177 | 28 | 1.6587 | 34 | 0.3413 | 6 | 1.9590 | 30'    |
| 40'    | 1.6205 | 27 | 1.6620 | 33 | 0.3380 | 5 | 1.9584 | 20'    |
| 50'    | 1.6232 | 27 | 1.6654 | 33 | 0.3346 | 6 | 1.9579 | 10'    |
| 25° 0' | 1.6259 |    | 1.6687 |    | 0.3313 |   | 1.9573 | 0° 65° |
|        | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差 | logsin | 角      |

1 3.9 3.8  
2 7.8 7.6  
3 11.7 11.4  
4 15.6 15.2  
5 19.5 19.0  
6 23.4 22.8  
7 27.3 26.6  
8 31.2 30.4  
9 35.1 34.2  
35 34  
1 3.5 3.4  
2 7.0 6.8  
3 10.5 10.2  
4 14.0 13.6  
5 17.5 17.0  
6 21.0 20.4  
7 24.5 23.8  
8 28.0 27.2  
9 31.5 30.6  
31 29  
1 3.1 2.9  
2 6.2 5.8  
3 9.3 8.7  
4 12.4 11.6  
5 15.5 14.5  
6 18.6 17.4  
7 21.7 20.3  
8 24.8 23.2  
9 27.9 26.1  
26 25  
1 2.6 2.5  
2 5.2 5.0  
3 7.8 7.5  
4 10.4 10.0  
5 13.0 12.5  
6 15.6 15.0  
7 18.2 17.5  
8 20.8 20.0  
9 23.4 22.5  
22 8  
1 2.2 0.8  
2 4.4 1.6  
3 6.6 2.4  
4 8.8 3.2  
5 11.0 4.0  
6 13.2 4.8  
7 15.4 5.6  
8 17.6 6.4  
9 19.8 7.2

| 角      | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差 | logcos |        |
|--------|--------|----|--------|----|--------|---|--------|--------|
| 25° 0' | 1.6259 |    | 1.6687 |    | 0.3313 |   | 1.9573 | 0° 65° |
| 10'    | 1.6286 | 27 | 1.6720 | 33 | 0.3280 | 6 | 1.9567 | 50'    |
| 20'    | 1.6313 | 27 | 1.6752 | 32 | 0.3248 | 6 | 1.9561 | 40'    |
| 30'    | 1.6340 | 27 | 1.6785 | 33 | 0.3215 | 6 | 1.9555 | 30'    |
| 40'    | 1.6366 | 26 | 1.6817 | 32 | 0.3183 | 6 | 1.9549 | 20'    |
| 50'    | 1.6392 | 26 | 1.6850 | 33 | 0.3150 | 6 | 1.9543 | 10'    |
| 26° 0' | 1.6418 | 26 | 1.6882 | 32 | 0.3118 | 6 | 1.9537 | 0° 64° |
| 10'    | 1.6444 | 26 | 1.6914 | 32 | 0.3086 | 7 | 1.9530 | 50'    |
| 20'    | 1.6470 | 25 | 1.6946 | 32 | 0.3054 | 6 | 1.9524 | 40'    |
| 30'    | 1.6495 | 26 | 1.6977 | 31 | 0.3023 | 6 | 1.9518 | 30'    |
| 40'    | 1.6521 | 25 | 1.7009 | 32 | 0.2991 | 7 | 1.9512 | 20'    |
| 50'    | 1.6546 | 26 | 1.7040 | 31 | 0.2960 | 6 | 1.9505 | 10'    |
| 27° 0' | 1.6570 | 25 | 1.7072 | 32 | 0.2928 | 6 | 1.9497 | 0° 63° |
| 10'    | 1.6595 | 25 | 1.7103 | 31 | 0.2897 | 7 | 1.9492 | 50'    |
| 20'    | 1.6620 | 24 | 1.7134 | 31 | 0.2866 | 6 | 1.9486 | 40'    |
| 30'    | 1.6644 | 24 | 1.7165 | 31 | 0.2835 | 7 | 1.9479 | 30'    |
| 40'    | 1.6668 | 24 | 1.7196 | 31 | 0.2804 | 6 | 1.9473 | 20'    |
| 50'    | 1.6692 | 24 | 1.7226 | 30 | 0.2774 | 7 | 1.9466 | 10'    |
| 28° 0' | 1.6716 | 24 | 1.7257 | 31 | 0.2743 | 6 | 1.9459 | 0° 62° |
| 10'    | 1.6740 | 23 | 1.7287 | 30 | 0.2713 | 7 | 1.9453 | 50'    |
| 20'    | 1.6763 | 24 | 1.7317 | 31 | 0.2683 | 6 | 1.9446 | 40'    |
| 30'    | 1.6787 | 23 | 1.7348 | 30 | 0.2652 | 7 | 1.9439 | 30'    |
| 40'    | 1.6810 | 23 | 1.7378 | 30 | 0.2622 | 7 | 1.9432 | 20'    |
| 50'    | 1.6833 | 23 | 1.7408 | 30 | 0.2592 | 7 | 1.9425 | 10'    |
| 29° 0' | 1.6856 | 22 | 1.7438 | 30 | 0.2562 | 7 | 1.9418 | 0° 61° |
| 10'    | 1.6878 | 23 | 1.7467 | 29 | 0.2533 | 7 | 1.9411 | 50'    |
| 20'    | 1.6901 | 22 | 1.7497 | 30 | 0.2503 | 7 | 1.9404 | 40'    |
| 30'    | 1.6923 | 22 | 1.7526 | 29 | 0.2474 | 7 | 1.9397 | 30'    |
| 40'    | 1.6946 | 23 | 1.7556 | 30 | 0.2444 | 7 | 1.9390 | 20'    |
| 50'    | 1.6968 | 22 | 1.7585 | 29 | 0.2415 | 8 | 1.9383 | 10'    |
| 30° 0' | 1.6990 |    | 1.7614 |    | 0.2386 |   | 1.9375 | 0° 60° |
|        | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差 | logsin | 角      |

1 3.7 3.6  
2 7.4 7.2  
3 11.1 10.8  
4 14.8 14.4  
5 18.5 18.0  
6 22.2 21.6  
7 25.9 25.2  
8 29.6 28.8  
9 33.3 32.4  
33 32  
1 3.3 3.2  
2 6.6 6.4  
3 9.9 9.6  
4 13.2 12.8  
5 16.5 16.0  
6 19.8 19.2  
7 23.1 22.4  
8 26.4 25.5  
9 29.7 28.8  
28 27  
1 2.8 2.7  
2 5.6 5.4  
3 8.4 8.1  
4 11.2 10.8  
5 14.0 13.5  
6 16.8 16.2  
7 19.6 18.9  
8 22.4 21.6  
9 25.2 24.3  
24 23  
1 2.4 2.3  
2 4.8 4.6  
3 7.2 6.9  
4 9.6 9.2  
5 12.0 11.5  
6 14.4 13.8  
7 16.8 16.1  
8 19.2 18.4  
9 21.6 20.7  
6 4  
1 0.6 0.4  
2 1.2 0.8  
3 1.8 1.2  
4 2.4 1.6  
5 3.0 2.0  
6 3.6 2.4  
7 4.2 2.8  
8 4.8 3.2  
9 5.4 3.6



| 角      | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差 | logcos | 角      |
|--------|--------|----|--------|----|--------|---|--------|--------|
| 30° 0' | 1.6990 |    | 1.7614 |    | 0.2386 |   | 1.9375 | 0° 60' |
| 10'    | 1.7012 | 22 | 1.7644 | 30 | 0.2356 | 7 | 1.9368 | 50'    |
| 20'    | 1.7033 | 21 | 1.7673 | 29 | 0.2327 | 7 | 1.9361 | 40'    |
| 30'    | 1.7055 | 22 | 1.7701 | 28 | 0.2299 | 8 | 1.9353 | 30'    |
| 40'    | 1.7076 | 21 | 1.7730 | 29 | 0.2270 | 7 | 1.9346 | 20'    |
| 50'    | 1.7097 | 21 | 1.7759 | 29 | 0.2241 | 8 | 1.9338 | 10'    |
| 31° 0' | 1.7118 |    | 1.7788 |    | 0.2212 |   | 1.9331 | 0° 59' |
| 10'    | 1.7139 | 21 | 1.7816 | 28 | 0.2184 | 8 | 1.9323 | 50'    |
| 20'    | 1.7160 | 21 | 1.7845 | 29 | 0.2155 | 8 | 1.9315 | 40'    |
| 30'    | 1.7181 | 20 | 1.7873 | 29 | 0.2127 | 7 | 1.9308 | 30'    |
| 40'    | 1.7201 | 21 | 1.7902 | 28 | 0.2098 | 8 | 1.9300 | 20'    |
| 50'    | 1.7222 | 20 | 1.7930 | 28 | 0.2070 | 8 | 1.9292 | 10'    |
| 32° 0' | 1.7242 |    | 1.7958 |    | 0.2042 |   | 1.9284 | 0° 58' |
| 10'    | 1.7262 | 20 | 1.7986 | 28 | 0.2014 | 8 | 1.9276 | 50'    |
| 20'    | 1.7282 | 20 | 1.8014 | 28 | 0.1986 | 8 | 1.9268 | 40'    |
| 30'    | 1.7302 | 20 | 1.8042 | 28 | 0.1958 | 8 | 1.9260 | 30'    |
| 40'    | 1.7322 | 20 | 1.8070 | 27 | 0.1930 | 8 | 1.9252 | 20'    |
| 50'    | 1.7342 | 19 | 1.8097 | 28 | 0.1903 | 8 | 1.9244 | 10'    |
| 33° 0' | 1.7361 |    | 1.8125 |    | 0.1875 |   | 1.9236 | 0° 57' |
| 10'    | 1.7380 | 19 | 1.8153 | 27 | 0.1847 | 9 | 1.9228 | 50'    |
| 20'    | 1.7400 | 19 | 1.8180 | 28 | 0.1820 | 8 | 1.9219 | 40'    |
| 30'    | 1.7419 | 19 | 1.8208 | 27 | 0.1792 | 8 | 1.9211 | 30'    |
| 40'    | 1.7438 | 19 | 1.8235 | 28 | 0.1765 | 9 | 1.9203 | 20'    |
| 50'    | 1.7457 | 19 | 1.8263 | 27 | 0.1737 | 8 | 1.9194 | 10'    |
| 34° 0' | 1.7476 |    | 1.8290 |    | 0.1710 |   | 1.9186 | 0° 56' |
| 10'    | 1.7494 | 18 | 1.8317 | 27 | 0.1683 | 8 | 1.9177 | 50'    |
| 20'    | 1.7513 | 18 | 1.8344 | 27 | 0.1656 | 9 | 1.9169 | 40'    |
| 30'    | 1.7531 | 19 | 1.8371 | 27 | 0.1629 | 9 | 1.9160 | 30'    |
| 40'    | 1.7550 | 19 | 1.8398 | 27 | 0.1602 | 9 | 1.9151 | 20'    |
| 50'    | 1.7568 | 18 | 1.8425 | 27 | 0.1575 | 9 | 1.9142 | 10'    |
| 35° 0' | 1.7586 |    | 1.8452 |    | 0.1548 |   | 1.9134 | 0° 55' |
|        | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差 | logsin | 角      |

1 3.0 2.9  
 2 6.0 5.8  
 3 9.0 8.7  
 4 12.0 11.6  
 5 15.0 14.5  
 6 18.0 17.4  
 7 21.0 20.3  
 8 24.0 23.2  
 9 27.0 26.1  
 26 25  
 1 2.6 2.5  
 2 5.2 5.0  
 3 7.8 7.5  
 4 10.4 10.0  
 5 13.0 12.5  
 6 15.6 15.0  
 7 18.2 17.5  
 8 20.8 20.0  
 9 23.4 22.5  
 20 19  
 1 2.0 1.9  
 2 4.0 3.8  
 3 6.0 5.7  
 4 8.0 7.6  
 5 10.0 9.5  
 6 12.0 11.4  
 7 14.0 13.3  
 8 16.0 15.2  
 9 18.0 17.1  
 16 15  
 1 1.6 1.5  
 2 3.2 3.0  
 3 4.8 4.5  
 4 6.4 6.0  
 5 8.0 7.5  
 6 9.6 9.0  
 7 11.2 10.5  
 8 12.8 12.0  
 9 14.4 13.5  
 9 8  
 1 0.9 0.8  
 2 1.8 1.6  
 3 2.7 2.4  
 4 3.6 3.2  
 5 4.5 4.0  
 6 5.4 4.8  
 7 6.3 5.6  
 8 7.2 6.4  
 9 8.1 7.2

| 角      | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差  | logcos | 角      |
|--------|--------|----|--------|----|--------|----|--------|--------|
| 35° 0' | 1.7586 |    | 1.8452 |    | 0.1548 |    | 1.9134 | 0° 55' |
| 10'    | 1.7604 | 18 | 1.8479 | 27 | 0.1521 | 9  | 1.9125 | 50'    |
| 20'    | 1.7622 | 18 | 1.8506 | 27 | 0.1494 | 9  | 1.9116 | 40'    |
| 30'    | 1.7640 | 18 | 1.8533 | 27 | 0.1467 | 9  | 1.9107 | 30'    |
| 40'    | 1.7657 | 17 | 1.8559 | 26 | 0.1441 | 9  | 1.9098 | 20'    |
| 50'    | 1.7675 | 18 | 1.8586 | 27 | 0.1414 | 9  | 1.9089 | 10'    |
| 36° 0' | 1.7692 |    | 1.8613 |    | 0.1387 |    | 1.9080 | 0° 54' |
| 10'    | 1.7710 | 18 | 1.8639 | 26 | 0.1361 | 10 | 1.9070 | 50'    |
| 20'    | 1.7727 | 17 | 1.8666 | 27 | 0.1334 | 9  | 1.9061 | 40'    |
| 30'    | 1.7744 | 17 | 1.8692 | 26 | 0.1308 | 9  | 1.9052 | 30'    |
| 40'    | 1.7761 | 17 | 1.8718 | 26 | 0.1282 | 10 | 1.9042 | 20'    |
| 50'    | 1.7778 | 17 | 1.8745 | 27 | 0.1255 | 9  | 1.9033 | 10'    |
| 37° 0' | 1.7795 |    | 1.8771 |    | 0.1229 |    | 1.9023 | 0° 53' |
| 10'    | 1.7811 | 17 | 1.8797 | 26 | 0.1203 | 9  | 1.9014 | 50'    |
| 20'    | 1.7828 | 16 | 1.8824 | 26 | 0.1176 | 10 | 1.9004 | 40'    |
| 30'    | 1.7844 | 17 | 1.8850 | 26 | 0.1150 | 10 | 1.8995 | 30'    |
| 40'    | 1.7861 | 16 | 1.8876 | 26 | 0.1124 | 10 | 1.8985 | 20'    |
| 50'    | 1.7877 | 16 | 1.8902 | 26 | 0.1098 | 10 | 1.8975 | 10'    |
| 38° 0' | 1.7893 |    | 1.8928 |    | 0.1072 |    | 1.8965 | 0° 52' |
| 10'    | 1.7910 | 16 | 1.8954 | 26 | 0.1046 | 10 | 1.8955 | 50'    |
| 20'    | 1.7926 | 16 | 1.8980 | 26 | 0.1020 | 10 | 1.8945 | 40'    |
| 30'    | 1.7941 | 15 | 1.9006 | 26 | 0.0994 | 10 | 1.8935 | 30'    |
| 40'    | 1.7957 | 16 | 1.9032 | 26 | 0.0968 | 10 | 1.8925 | 20'    |
| 50'    | 1.7973 | 16 | 1.9058 | 26 | 0.0942 | 10 | 1.8915 | 10'    |
| 39° 0' | 1.7989 |    | 1.9084 |    | 0.0916 |    | 1.8905 | 0° 51' |
| 10'    | 1.8004 | 16 | 1.9110 | 25 | 0.0890 | 10 | 1.8895 | 50'    |
| 20'    | 1.8020 | 15 | 1.9135 | 26 | 0.0865 | 10 | 1.8884 | 40'    |
| 30'    | 1.8035 | 15 | 1.9161 | 26 | 0.0839 | 10 | 1.8874 | 30'    |
| 40'    | 1.8050 | 16 | 1.9187 | 25 | 0.0813 | 11 | 1.8864 | 20'    |
| 50'    | 1.8066 | 15 | 1.9212 | 26 | 0.0788 | 10 | 1.8853 | 10'    |
| 40° 0' | 1.8081 |    | 1.9238 |    | 0.0762 |    | 1.8843 | 0° 50' |
|        | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差  | logsin | 角      |

1 2.8 2.7  
 2 5.6 5.4  
 3 8.4 8.1  
 4 11.2 10.8  
 5 14.0 13.5  
 6 16.8 16.2  
 7 19.6 18.9  
 8 22.4 21.6  
 9 25.2 24.3  
 22 21  
 1 2.2 2.1  
 2 4.4 4.2  
 3 6.6 6.3  
 4 8.8 8.4  
 5 11.0 10.5  
 6 13.2 12.6  
 7 15.4 14.7  
 8 17.6 16.8  
 9 19.8 18.9  
 18 17  
 1 1.8 1.7  
 2 3.6 3.4  
 3 5.4 5.1  
 4 7.2 6.8  
 5 9.0 8.5  
 6 10.8 10.2  
 7 12.6 11.9  
 8 14.4 13.6  
 9 16.2 15.3  
 11 10  
 1 1.1 1.0  
 2 2.2 2.0  
 3 3.3 3.0  
 4 4.4 4.0  
 5 5.5 5.0  
 6 6.6 6.0  
 7 7.7 7.0  
 8 8.8 8.0  
 9 9.9 9.0  
 7  
 1 0.7  
 2 1.4  
 3 2.1  
 4 2.8  
 5 3.5  
 6 4.2  
 7 4.9  
 8 5.6  
 9 6.3

| 角      | logsin | 差  | logtan | 通差 | logcot | 差  | logcos |        |
|--------|--------|----|--------|----|--------|----|--------|--------|
| 40° 0' | 1.8081 |    | 1.9238 |    | 0.0762 |    | 1.8843 | 0' 50" |
| 10'    | 1.8096 | 15 | 1.9264 | 26 | 0.0736 | 11 | 1.8832 | 50'    |
| 20'    | 1.8111 | 15 | 1.9289 | 25 | 0.0711 | 11 | 1.8821 | 40'    |
| 30'    | 1.8125 | 14 | 1.9315 | 26 | 0.0685 | 11 | 1.8810 | 30'    |
| 40'    | 1.8140 | 15 | 1.9341 | 26 | 0.0659 | 10 | 1.8800 | 20'    |
| 50'    | 1.8155 | 15 | 1.9366 | 25 | 0.0634 | 11 | 1.8789 | 10'    |
| 41° 0' | 1.8169 | 14 | 1.9392 | 26 | 0.0608 | 11 | 1.8778 | 0' 49" |
| 10'    | 1.8184 | 15 | 1.9417 | 25 | 0.0583 | 11 | 1.8767 | 50'    |
| 20'    | 1.8198 | 14 | 1.9443 | 26 | 0.0557 | 11 | 1.8756 | 40'    |
| 30'    | 1.8213 | 15 | 1.9468 | 25 | 0.0532 | 11 | 1.8745 | 30'    |
| 40'    | 1.8227 | 14 | 1.9494 | 26 | 0.0506 | 12 | 1.8733 | 20'    |
| 50'    | 1.8241 | 14 | 1.9519 | 25 | 0.0481 | 11 | 1.8722 | 10'    |
| 42° 0' | 1.8255 | 14 | 1.9544 | 26 | 0.0456 | 11 | 1.8711 | 0' 48" |
| 10'    | 1.8269 | 14 | 1.9570 | 26 | 0.0430 | 12 | 1.8699 | 50'    |
| 20'    | 1.8283 | 14 | 1.9595 | 25 | 0.0405 | 11 | 1.8688 | 40'    |
| 30'    | 1.8297 | 14 | 1.9621 | 26 | 0.0379 | 12 | 1.8676 | 30'    |
| 40'    | 1.8311 | 14 | 1.9646 | 25 | 0.0354 | 11 | 1.8665 | 20'    |
| 50'    | 1.8324 | 13 | 1.9671 | 25 | 0.0329 | 12 | 1.8653 | 10'    |
| 43° 0' | 1.8338 | 14 | 1.9697 | 26 | 0.0303 | 12 | 1.8641 | 0' 47" |
| 10'    | 1.8351 | 13 | 1.9722 | 25 | 0.0278 | 12 | 1.8629 | 50'    |
| 20'    | 1.8365 | 14 | 1.9747 | 25 | 0.0253 | 11 | 1.8618 | 40'    |
| 30'    | 1.8378 | 13 | 1.9772 | 26 | 0.0228 | 12 | 1.8606 | 30'    |
| 40'    | 1.8391 | 13 | 1.9798 | 26 | 0.0202 | 12 | 1.8594 | 20'    |
| 50'    | 1.8405 | 14 | 1.9823 | 25 | 0.0177 | 12 | 1.8582 | 10'    |
| 44° 0' | 1.8418 | 13 | 1.9848 | 26 | 0.0152 | 13 | 1.8569 | 0' 46" |
| 10'    | 1.8431 | 13 | 1.9874 | 25 | 0.0126 | 12 | 1.8557 | 50'    |
| 20'    | 1.8444 | 13 | 1.9899 | 25 | 0.0101 | 12 | 1.8545 | 40'    |
| 30'    | 1.8457 | 12 | 1.9924 | 25 | 0.0076 | 13 | 1.8532 | 30'    |
| 40'    | 1.8469 | 12 | 1.9949 | 25 | 0.0051 | 12 | 1.8520 | 20'    |
| 50'    | 1.8482 | 13 | 1.9975 | 26 | 0.0025 | 13 | 1.8507 | 10'    |
| 45° 0' | 1.8495 | 13 | 0.0000 | 25 | 0.0000 | 12 | 1.8495 | 0' 45" |
|        | logcos | 差  | logcot | 通差 | logtan | 差  | logsin | 角      |

|   |      |      |
|---|------|------|
| 1 | 2.6  | 2.5  |
| 2 | 5.2  | 5.0  |
| 3 | 7.8  | 7.5  |
| 4 | 10.4 | 10.0 |
| 5 | 13.0 | 12.5 |
| 6 | 15.6 | 15.0 |
| 7 | 18.2 | 17.5 |
| 8 | 20.8 | 20.0 |
| 9 | 23.4 | 22.5 |

|   |      |      |
|---|------|------|
| 1 | 2.4  | 1.5  |
| 2 | 4.8  | 3.0  |
| 3 | 7.2  | 4.5  |
| 4 | 9.6  | 6.0  |
| 5 | 12.0 | 7.5  |
| 6 | 14.4 | 9.0  |
| 7 | 16.8 | 10.5 |
| 8 | 19.2 | 12.0 |
| 9 | 21.6 | 13.5 |

|   |      |      |
|---|------|------|
| 1 | 1.4  | 1.3  |
| 2 | 2.8  | 2.6  |
| 3 | 4.2  | 3.9  |
| 4 | 5.6  | 5.2  |
| 5 | 7.0  | 6.5  |
| 6 | 8.4  | 7.8  |
| 7 | 9.8  | 9.1  |
| 8 | 11.2 | 10.4 |
| 9 | 12.6 | 11.7 |

|   |      |     |
|---|------|-----|
| 1 | 1.2  | 1.1 |
| 2 | 2.4  | 2.2 |
| 3 | 3.6  | 3.3 |
| 4 | 4.8  | 4.4 |
| 5 | 6.0  | 5.5 |
| 6 | 7.2  | 6.6 |
| 7 | 8.4  | 7.7 |
| 8 | 9.6  | 8.8 |
| 9 | 10.8 | 9.9 |

第三.

三角函數之真數表.

| 角     | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |        |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 0° 0' | .0000 | .0000 | 1.000 | ∞     | ∞     | 1.000 | 0° 90° |
| 10'   | .0029 | .0029 | 1.000 | 343.8 | 343.8 | 1.000 | 50'    |
| 20'   | .0058 | .0058 | 1.000 | 171.9 | 171.9 | 1.000 | 40'    |
| 30'   | .0087 | .0087 | 1.000 | 114.6 | 114.6 | 1.000 | 30'    |
| 40'   | .0116 | .0116 | 1.000 | 85.95 | 85.94 | .9999 | 20'    |
| 50'   | .0145 | .0145 | 1.000 | 68.76 | 68.75 | .9999 | 10'    |
| 1° 0' | .0175 | .0175 | 1.000 | 57.30 | 57.29 | .9998 | 0° 89° |
| 10'   | .0204 | .0204 | 1.000 | 49.11 | 49.10 | .9998 | 50'    |
| 20'   | .0233 | .0233 | 1.000 | 42.98 | 42.96 | .9997 | 40'    |
| 30'   | .0262 | .0262 | 1.000 | 38.20 | 38.19 | .9997 | 30'    |
| 40'   | .0291 | .0291 | 1.000 | 34.38 | 34.37 | .9996 | 20'    |
| 50'   | .0320 | .0320 | 1.001 | 31.26 | 31.24 | .9995 | 10'    |
| 2° 0' | .0349 | .0349 | 1.001 | 28.65 | 28.64 | .9994 | 0° 88° |
| 10'   | .0378 | .0378 | 1.001 | 26.45 | 26.43 | .9993 | 50'    |
| 20'   | .0407 | .0407 | 1.001 | 24.56 | 24.54 | .9992 | 40'    |
| 30'   | .0436 | .0437 | 1.001 | 22.93 | 22.90 | .9990 | 30'    |
| 40'   | .0465 | .0466 | 1.001 | 21.49 | 21.47 | .9989 | 20'    |
| 50'   | .0494 | .0495 | 1.001 | 20.23 | 20.21 | .9988 | 10'    |
| 3° 0' | .0523 | .0524 | 1.001 | 19.11 | 19.08 | .9986 | 0° 87° |
| 10'   | .0552 | .0553 | 1.002 | 18.10 | 18.07 | .9985 | 50'    |
| 20'   | .0581 | .0582 | 1.002 | 17.20 | 17.17 | .9983 | 40'    |
| 30'   | .0610 | .0612 | 1.002 | 16.38 | 16.35 | .9981 | 30'    |
| 40'   | .0640 | .0641 | 1.002 | 15.64 | 15.60 | .9980 | 20'    |
| 50'   | .0669 | .0670 | 1.002 | 14.96 | 14.92 | .9978 | 10'    |
| 4° 0' | .0698 | .0699 | 1.002 | 14.34 | 14.30 | .9976 | 0° 86° |
| 10'   | .0727 | .0729 | 1.003 | 13.76 | 13.73 | .9974 | 50'    |
| 20'   | .0756 | .0758 | 1.003 | 13.23 | 13.20 | .9971 | 40'    |
| 30'   | .0785 | .0787 | 1.003 | 12.75 | 12.71 | .9969 | 30'    |
| 40'   | .0814 | .0816 | 1.003 | 12.29 | 12.25 | .9967 | 20'    |
| 50'   | .0843 | .0846 | 1.004 | 11.87 | 11.83 | .9964 | 10'    |
| 5° 0' | .0872 | .0875 | 1.004 | 11.47 | 11.43 | .9962 | 0° 85° |
|       | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角      |

| 角      | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |        |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 5° 0'  | .0872 | .0875 | 1.004 | 11.47 | 11.43 | .9962 | 0° 85° |
| 10'    | .0901 | .0904 | 1.004 | 11.10 | 11.06 | .9959 | 50'    |
| 20'    | .0929 | .0934 | 1.004 | 10.76 | 10.71 | .9957 | 40'    |
| 30'    | .0958 | .0963 | 1.005 | 10.43 | 10.39 | .9954 | 30'    |
| 40'    | .0987 | .0992 | 1.005 | 10.13 | 10.08 | .9951 | 20'    |
| 50'    | .1016 | .1022 | 1.005 | 9.839 | 9.788 | .9948 | 10'    |
| 6° 0'  | .1045 | .1051 | 1.006 | 9.567 | 9.514 | .9945 | 0° 84° |
| 10'    | .1074 | .1080 | 1.006 | 9.309 | 9.255 | .9942 | 50'    |
| 20'    | .1103 | .1110 | 1.006 | 9.065 | 9.010 | .9939 | 40'    |
| 30'    | .1132 | .1139 | 1.006 | 8.834 | 8.777 | .9936 | 30'    |
| 40'    | .1161 | .1169 | 1.007 | 8.614 | 8.556 | .9932 | 20'    |
| 50'    | .1190 | .1198 | 1.007 | 8.405 | 8.345 | .9929 | 10'    |
| 7° 0'  | .1219 | .1228 | 1.008 | 8.206 | 8.144 | .9925 | 0° 83° |
| 10'    | .1248 | .1257 | 1.008 | 8.016 | 7.953 | .9922 | 50'    |
| 20'    | .1276 | .1287 | 1.008 | 7.834 | 7.770 | .9918 | 40'    |
| 30'    | .1305 | .1317 | 1.009 | 7.661 | 7.596 | .9914 | 30'    |
| 40'    | .1334 | .1346 | 1.009 | 7.496 | 7.429 | .9911 | 20'    |
| 50'    | .1363 | .1376 | 1.009 | 7.337 | 7.269 | .9907 | 10'    |
| 8° 0'  | .1392 | .1405 | 1.010 | 7.185 | 7.115 | .9903 | 0° 82° |
| 10'    | .1421 | .1435 | 1.010 | 7.040 | 6.968 | .9899 | 50'    |
| 20'    | .1449 | .1465 | 1.011 | 6.900 | 6.827 | .9894 | 40'    |
| 30'    | .1478 | .1495 | 1.011 | 6.765 | 6.691 | .9890 | 30'    |
| 40'    | .1507 | .1524 | 1.012 | 6.636 | 6.561 | .9886 | 20'    |
| 50'    | .1536 | .1554 | 1.012 | 6.512 | 6.435 | .9881 | 10'    |
| 9° 0'  | .1564 | .1584 | 1.012 | 6.392 | 6.314 | .9877 | 0° 81° |
| 10'    | .1593 | .1614 | 1.013 | 6.277 | 6.197 | .9872 | 50'    |
| 20'    | .1622 | .1644 | 1.013 | 6.166 | 6.084 | .9868 | 40'    |
| 30'    | .1650 | .1673 | 1.014 | 6.059 | 5.976 | .9863 | 30'    |
| 40'    | .1679 | .1703 | 1.014 | 5.955 | 5.871 | .9858 | 20'    |
| 50'    | .1708 | .1733 | 1.015 | 5.855 | 5.769 | .9853 | 10'    |
| 10° 0' | .1736 | .1763 | 1.015 | 5.759 | 5.671 | .9848 | 0° 80° |
|        | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角      |

| 角       | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |        |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 10° 0'  | .1736 | .1763 | 1.015 | 5.759 | 5.671 | .9848 | 0° 80' |
| 10' 10' | .1765 | .1793 | 1.016 | 5.665 | 5.576 | .9843 | 50'    |
| 20' 10' | .1794 | .1823 | 1.016 | 5.575 | 5.485 | .9838 | 40'    |
| 30' 10' | .1822 | .1853 | 1.017 | 5.487 | 5.396 | .9833 | 30'    |
| 40' 10' | .1851 | .1883 | 1.018 | 5.403 | 5.309 | .9827 | 20'    |
| 50' 10' | .1880 | .1914 | 1.018 | 5.320 | 5.226 | .9822 | 10'    |
| 11° 0'  | .1908 | .1944 | 1.019 | 5.241 | 5.145 | .9816 | 0° 79' |
| 10' 11' | .1937 | .1974 | 1.019 | 5.164 | 5.066 | .9811 | 50'    |
| 20' 11' | .1965 | .2004 | 1.020 | 5.089 | 4.989 | .9805 | 40'    |
| 30' 11' | .1994 | .2035 | 1.020 | 5.016 | 4.915 | .9799 | 30'    |
| 40' 11' | .2022 | .2065 | 1.021 | 4.945 | 4.843 | .9793 | 20'    |
| 50' 11' | .2051 | .2095 | 1.022 | 4.876 | 4.773 | .9787 | 10'    |
| 12° 0'  | .2079 | .2126 | 1.022 | 4.810 | 4.705 | .9781 | 0° 78' |
| 10' 12' | .2108 | .2156 | 1.023 | 4.745 | 4.638 | .9775 | 50'    |
| 20' 12' | .2136 | .2186 | 1.024 | 4.682 | 4.574 | .9769 | 40'    |
| 30' 12' | .2164 | .2217 | 1.024 | 4.620 | 4.511 | .9763 | 30'    |
| 40' 12' | .2193 | .2247 | 1.025 | 4.560 | 4.449 | .9757 | 20'    |
| 50' 12' | .2221 | .2278 | 1.026 | 4.502 | 4.390 | .9750 | 10'    |
| 13° 0'  | .2250 | .2309 | 1.026 | 4.445 | 4.331 | .9744 | 0° 77' |
| 10' 13' | .2278 | .2339 | 1.027 | 4.390 | 4.275 | .9737 | 50'    |
| 20' 13' | .2306 | .2370 | 1.028 | 4.336 | 4.219 | .9730 | 40'    |
| 30' 13' | .2334 | .2401 | 1.028 | 4.284 | 4.165 | .9724 | 30'    |
| 40' 13' | .2363 | .2432 | 1.029 | 4.232 | 4.113 | .9717 | 20'    |
| 50' 13' | .2391 | .2462 | 1.030 | 4.182 | 4.061 | .9710 | 10'    |
| 14° 0'  | .2419 | .2493 | 1.031 | 4.134 | 4.011 | .9703 | 0° 76' |
| 10' 14' | .2447 | .2524 | 1.031 | 4.086 | 3.962 | .9696 | 50'    |
| 20' 14' | .2476 | .2555 | 1.032 | 4.039 | 3.914 | .9689 | 40'    |
| 30' 14' | .2504 | .2586 | 1.033 | 3.994 | 3.867 | .9681 | 30'    |
| 40' 14' | .2532 | .2617 | 1.034 | 3.950 | 3.821 | .9674 | 20'    |
| 50' 14' | .2560 | .2648 | 1.034 | 3.906 | 3.776 | .9667 | 10'    |
| 15° 0'  | .2588 | .2679 | 1.035 | 3.864 | 3.732 | .9659 | 0° 75' |
|         | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角      |

| 角       | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |        |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 15° 0'  | .2588 | .2679 | 1.035 | 3.864 | 3.732 | .9659 | 0° 75' |
| 10' 15' | .2616 | .2711 | 1.036 | 3.822 | 3.689 | .9652 | 50'    |
| 20' 15' | .2644 | .2742 | 1.037 | 3.782 | 3.647 | .9644 | 40'    |
| 30' 15' | .2672 | .2773 | 1.038 | 3.742 | 3.606 | .9636 | 30'    |
| 40' 15' | .2700 | .2805 | 1.039 | 3.703 | 3.566 | .9628 | 20'    |
| 50' 15' | .2728 | .2836 | 1.039 | 3.665 | 3.526 | .9621 | 10'    |
| 16° 0'  | .2756 | .2867 | 1.040 | 3.628 | 3.487 | .9613 | 0° 74' |
| 10' 16' | .2784 | .2899 | 1.041 | 3.592 | 3.450 | .9605 | 50'    |
| 20' 16' | .2812 | .2931 | 1.042 | 3.556 | 3.412 | .9596 | 40'    |
| 30' 16' | .2840 | .2962 | 1.043 | 3.521 | 3.376 | .9588 | 30'    |
| 40' 16' | .2868 | .2994 | 1.044 | 3.487 | 3.340 | .9580 | 20'    |
| 50' 16' | .2896 | .3026 | 1.045 | 3.453 | 3.305 | .9572 | 10'    |
| 17° 0'  | .2924 | .3057 | 1.046 | 3.420 | 3.271 | .9563 | 0° 73' |
| 10' 17' | .2952 | .3089 | 1.047 | 3.388 | 3.237 | .9555 | 50'    |
| 20' 17' | .2979 | .3121 | 1.048 | 3.356 | 3.204 | .9546 | 40'    |
| 30' 17' | .3007 | .3153 | 1.049 | 3.326 | 3.172 | .9537 | 30'    |
| 40' 17' | .3035 | .3185 | 1.049 | 3.295 | 3.140 | .9528 | 20'    |
| 50' 17' | .3062 | .3217 | 1.050 | 3.265 | 3.108 | .9520 | 10'    |
| 18° 0'  | .3090 | .3249 | 1.051 | 3.236 | 3.078 | .9511 | 0° 72' |
| 10' 18' | .3118 | .3281 | 1.052 | 3.207 | 3.047 | .9502 | 50'    |
| 20' 18' | .3145 | .3314 | 1.053 | 3.179 | 3.018 | .9492 | 40'    |
| 30' 18' | .3173 | .3346 | 1.054 | 3.152 | 2.989 | .9483 | 30'    |
| 40' 18' | .3201 | .3378 | 1.056 | 3.124 | 2.960 | .9474 | 20'    |
| 50' 18' | .3228 | .3411 | 1.057 | 3.098 | 2.932 | .9465 | 10'    |
| 19° 0'  | .3256 | .3443 | 1.058 | 3.072 | 2.904 | .9455 | 0° 71' |
| 10' 19' | .3283 | .3476 | 1.059 | 3.046 | 2.877 | .9446 | 50'    |
| 20' 19' | .3311 | .3508 | 1.060 | 3.021 | 2.850 | .9436 | 40'    |
| 30' 19' | .3338 | .3541 | 1.061 | 2.996 | 2.824 | .9426 | 30'    |
| 40' 19' | .3365 | .3574 | 1.062 | 2.971 | 2.798 | .9417 | 20'    |
| 50' 19' | .3393 | .3607 | 1.063 | 2.947 | 2.773 | .9407 | 10'    |
| 20° 0'  | .3420 | .3640 | 1.064 | 2.924 | 2.747 | .9397 | 0° 70' |
|         | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角      |

| 角      | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 26° 0' | .3420 | .3640 | 1.064 | 2.924 | 2.747 | .9397 | 0'70° |
| 10'    | .3448 | .3673 | 1.065 | 2.901 | 2.723 | .9387 | 50'   |
| 20'    | .3475 | .3706 | 1.066 | 2.878 | 2.699 | .9377 | 40'   |
| 30'    | .3502 | .3739 | 1.068 | 2.855 | 2.675 | .9367 | 30'   |
| 40'    | .3529 | .3772 | 1.069 | 2.833 | 2.651 | .9356 | 20'   |
| 50'    | .3557 | .3805 | 1.070 | 2.812 | 2.628 | .9346 | 10'   |
| 21° 0' | .3584 | .3839 | 1.071 | 2.790 | 2.605 | .9336 | 0'69° |
| 10'    | .3611 | .3872 | 1.072 | 2.769 | 2.583 | .9325 | 50'   |
| 20'    | .3638 | .3906 | 1.074 | 2.749 | 2.560 | .9315 | 40'   |
| 30'    | .3665 | .3939 | 1.075 | 2.729 | 2.539 | .9304 | 30'   |
| 40'    | .3692 | .3973 | 1.076 | 2.709 | 2.517 | .9293 | 20'   |
| 50'    | .3719 | .4006 | 1.077 | 2.689 | 2.496 | .9283 | 10'   |
| 22° 0' | .3746 | .4040 | 1.079 | 2.669 | 2.475 | .9272 | 0'68° |
| 10'    | .3773 | .4074 | 1.080 | 2.650 | 2.455 | .9261 | 50'   |
| 20'    | .3800 | .4108 | 1.081 | 2.632 | 2.434 | .9250 | 40'   |
| 30'    | .3827 | .4142 | 1.082 | 2.613 | 2.414 | .9239 | 30'   |
| 40'    | .3854 | .4176 | 1.084 | 2.595 | 2.394 | .9228 | 20'   |
| 50'    | .3881 | .4210 | 1.085 | 2.577 | 2.375 | .9216 | 10'   |
| 23° 0' | .3907 | .4245 | 1.086 | 2.559 | 2.356 | .9205 | 0'67° |
| 10'    | .3934 | .4279 | 1.088 | 2.542 | 2.337 | .9194 | 50'   |
| 20'    | .3961 | .4314 | 1.089 | 2.525 | 2.318 | .9182 | 40'   |
| 30'    | .3987 | .4348 | 1.090 | 2.508 | 2.300 | .9171 | 30'   |
| 40'    | .4014 | .4383 | 1.092 | 2.491 | 2.282 | .9159 | 20'   |
| 50'    | .4041 | .4417 | 1.093 | 2.475 | 2.264 | .9147 | 10'   |
| 24° 0' | .4067 | .4452 | 1.095 | 2.459 | 2.246 | .9135 | 0'66° |
| 10'    | .4094 | .4487 | 1.096 | 2.443 | 2.229 | .9124 | 50'   |
| 20'    | .4120 | .4522 | 1.097 | 2.427 | 2.211 | .9112 | 40'   |
| 30'    | .4147 | .4557 | 1.099 | 2.411 | 2.194 | .9100 | 30'   |
| 40'    | .4173 | .4592 | 1.100 | 2.396 | 2.177 | .9088 | 20'   |
| 50'    | .4200 | .4628 | 1.102 | 2.381 | 2.161 | .9075 | 10'   |
| 25° 0' | .4226 | .4663 | 1.103 | 2.366 | 2.145 | .9063 | 0'65° |
|        | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角     |

| 角      | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 25° 0' | .4226 | .4663 | 1.103 | 2.366 | 2.145 | .9063 | 0'65° |
| 10'    | .4253 | .4699 | 1.105 | 2.352 | 2.128 | .9051 | 50'   |
| 20'    | .4279 | .4734 | 1.106 | 2.337 | 2.112 | .9038 | 40'   |
| 30'    | .4305 | .4770 | 1.108 | 2.323 | 2.097 | .9026 | 30'   |
| 40'    | .4331 | .4806 | 1.109 | 2.309 | 2.081 | .9013 | 20'   |
| 50'    | .4358 | .4841 | 1.111 | 2.295 | 2.066 | .9001 | 10'   |
| 26° 0' | .4384 | .4877 | 1.113 | 2.281 | 2.050 | .8988 | 0'64° |
| 10'    | .4410 | .4913 | 1.114 | 2.268 | 2.035 | .8975 | 50'   |
| 20'    | .4436 | .4950 | 1.116 | 2.254 | 2.020 | .8962 | 40'   |
| 30'    | .4462 | .4986 | 1.117 | 2.241 | 2.006 | .8949 | 30'   |
| 40'    | .4488 | .5022 | 1.119 | 2.228 | 1.991 | .8936 | 20'   |
| 50'    | .4514 | .5059 | 1.121 | 2.215 | 1.977 | .8923 | 10'   |
| 27° 0' | .4540 | .5095 | 1.122 | 2.203 | 1.963 | .8910 | 0'63° |
| 10'    | .4566 | .5132 | 1.124 | 2.190 | 1.949 | .8897 | 50'   |
| 20'    | .4592 | .5169 | 1.126 | 2.178 | 1.935 | .8884 | 40'   |
| 30'    | .4617 | .5206 | 1.127 | 2.166 | 1.921 | .8870 | 30'   |
| 40'    | .4643 | .5243 | 1.129 | 2.154 | 1.907 | .8857 | 20'   |
| 50'    | .4669 | .5280 | 1.131 | 2.142 | 1.894 | .8843 | 10'   |
| 28° 0' | .4695 | .5317 | 1.133 | 2.130 | 1.881 | .8829 | 0'62° |
| 10'    | .4720 | .5354 | 1.134 | 2.118 | 1.868 | .8816 | 50'   |
| 20'    | .4746 | .5392 | 1.136 | 2.107 | 1.855 | .8802 | 40'   |
| 30'    | .4772 | .5430 | 1.138 | 2.096 | 1.842 | .8788 | 30'   |
| 40'    | .4797 | .5467 | 1.140 | 2.085 | 1.829 | .8774 | 20'   |
| 50'    | .4823 | .5505 | 1.142 | 2.074 | 1.816 | .8760 | 10'   |
| 29° 0' | .4848 | .5543 | 1.143 | 2.063 | 1.804 | .8746 | 0'61° |
| 10'    | .4874 | .5581 | 1.145 | 2.052 | 1.792 | .8732 | 50'   |
| 20'    | .4899 | .5619 | 1.147 | 2.041 | 1.780 | .8718 | 40'   |
| 30'    | .4924 | .5658 | 1.149 | 2.031 | 1.767 | .8704 | 30'   |
| 40'    | .4950 | .5696 | 1.151 | 2.020 | 1.756 | .8689 | 20'   |
| 50'    | .4975 | .5735 | 1.153 | 2.010 | 1.744 | .8675 | 10'   |
| 30° 0' | .5000 | .5774 | 1.155 | 2.000 | 1.732 | .8660 | 0'60° |
|        | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角     |

三角函數ノ真數表

| 角      | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |        |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 30° 0' | .5000 | .5774 | 1.155 | 2.000 | 1.732 | .8660 | 0° 60' |
| 10'    | .5025 | .5812 | 1.157 | 1.990 | 1.720 | .8646 | 50'    |
| 20'    | .5050 | .5851 | 1.159 | 1.980 | 1.709 | .8631 | 40'    |
| 30'    | .5075 | .5890 | 1.161 | 1.970 | 1.698 | .8616 | 30'    |
| 40'    | .5100 | .5930 | 1.163 | 1.961 | 1.686 | .8601 | 20'    |
| 50'    | .5125 | .5969 | 1.165 | 1.951 | 1.675 | .8587 | 10'    |
| 31° 0' | .5150 | .6009 | 1.167 | 1.942 | 1.664 | .8572 | 0° 59' |
| 10'    | .5175 | .6048 | 1.169 | 1.932 | 1.653 | .8557 | 50'    |
| 20'    | .5200 | .6088 | 1.171 | 1.923 | 1.643 | .8542 | 40'    |
| 30'    | .5225 | .6128 | 1.173 | 1.914 | 1.632 | .8526 | 30'    |
| 40'    | .5250 | .6168 | 1.175 | 1.905 | 1.621 | .8511 | 20'    |
| 50'    | .5275 | .6208 | 1.177 | 1.896 | 1.611 | .8496 | 10'    |
| 32° 0' | .5299 | .6249 | 1.179 | 1.887 | 1.600 | .8480 | 0° 58' |
| 10'    | .5324 | .6289 | 1.181 | 1.878 | 1.590 | .8465 | 50'    |
| 20'    | .5348 | .6330 | 1.184 | 1.870 | 1.580 | .8450 | 40'    |
| 30'    | .5373 | .6371 | 1.186 | 1.861 | 1.570 | .8434 | 30'    |
| 40'    | .5398 | .6412 | 1.188 | 1.853 | 1.560 | .8418 | 20'    |
| 50'    | .5422 | .6453 | 1.190 | 1.844 | 1.550 | .8403 | 10'    |
| 33° 0' | .5446 | .6494 | 1.192 | 1.836 | 1.540 | .8387 | 0° 57' |
| 10'    | .5471 | .6536 | 1.195 | 1.828 | 1.530 | .8371 | 50'    |
| 20'    | .5495 | .6577 | 1.197 | 1.820 | 1.520 | .8355 | 40'    |
| 30'    | .5519 | .6619 | 1.199 | 1.812 | 1.511 | .8339 | 30'    |
| 40'    | .5544 | .6661 | 1.202 | 1.804 | 1.501 | .8323 | 20'    |
| 50'    | .5568 | .6703 | 1.204 | 1.796 | 1.492 | .8307 | 10'    |
| 34° 0' | .5592 | .6745 | 1.206 | 1.788 | 1.483 | .8290 | 0° 56' |
| 10'    | .5616 | .6787 | 1.209 | 1.781 | 1.473 | .8274 | 50'    |
| 20'    | .5640 | .6830 | 1.211 | 1.773 | 1.464 | .8258 | 40'    |
| 30'    | .5664 | .6873 | 1.213 | 1.766 | 1.455 | .8241 | 30'    |
| 40'    | .5688 | .6916 | 1.216 | 1.758 | 1.446 | .8225 | 20'    |
| 50'    | .5712 | .6959 | 1.218 | 1.751 | 1.437 | .8208 | 10'    |
| 35° 0' | .5736 | .7002 | 1.221 | 1.743 | 1.428 | .8192 | 0° 55' |
|        | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角      |

三角函數ノ真數表

| 角      | sin   | tan   | sec   | cosec | cot   | cos   |        |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 35° 0' | .5736 | .7002 | 1.221 | 1.743 | 1.428 | .8192 | 0° 55' |
| 10'    | .5760 | .7046 | 1.223 | 1.736 | 1.419 | .8175 | 50'    |
| 20'    | .5783 | .7089 | 1.226 | 1.729 | 1.411 | .8158 | 40'    |
| 30'    | .5807 | .7133 | 1.228 | 1.722 | 1.402 | .8141 | 30'    |
| 40'    | .5831 | .7177 | 1.231 | 1.715 | 1.393 | .8124 | 20'    |
| 50'    | .5854 | .7221 | 1.233 | 1.708 | 1.385 | .8107 | 10'    |
| 36° 0' | .5878 | .7265 | 1.236 | 1.701 | 1.376 | .8090 | 0° 54' |
| 10'    | .5901 | .7310 | 1.239 | 1.695 | 1.368 | .8073 | 50'    |
| 20'    | .5925 | .7355 | 1.241 | 1.688 | 1.360 | .8056 | 40'    |
| 30'    | .5948 | .7400 | 1.244 | 1.681 | 1.351 | .8039 | 30'    |
| 40'    | .5972 | .7445 | 1.247 | 1.675 | 1.343 | .8021 | 20'    |
| 50'    | .5995 | .7490 | 1.249 | 1.668 | 1.335 | .8004 | 10'    |
| 37° 0' | .6018 | .7536 | 1.252 | 1.662 | 1.327 | .7986 | 0° 53' |
| 10'    | .6041 | .7581 | 1.255 | 1.655 | 1.319 | .7969 | 50'    |
| 20'    | .6065 | .7627 | 1.258 | 1.649 | 1.311 | .7951 | 40'    |
| 30'    | .6088 | .7673 | 1.260 | 1.643 | 1.303 | .7934 | 30'    |
| 40'    | .6111 | .7720 | 1.263 | 1.636 | 1.295 | .7916 | 20'    |
| 50'    | .6134 | .7766 | 1.266 | 1.630 | 1.288 | .7898 | 10'    |
| 38° 0' | .6157 | .7813 | 1.269 | 1.624 | 1.280 | .7880 | 0° 52' |
| 10'    | .6180 | .7860 | 1.272 | 1.618 | 1.272 | .7862 | 50'    |
| 20'    | .6205 | .7907 | 1.275 | 1.612 | 1.265 | .7844 | 40'    |
| 30'    | .6228 | .7954 | 1.278 | 1.606 | 1.257 | .7826 | 30'    |
| 40'    | .6248 | .8002 | 1.281 | 1.601 | 1.250 | .7808 | 20'    |
| 50'    | .6271 | .8050 | 1.284 | 1.595 | 1.242 | .7790 | 10'    |
| 39° 0' | .6293 | .8098 | 1.287 | 1.589 | 1.235 | .7771 | 0° 51' |
| 10'    | .6316 | .8146 | 1.290 | 1.583 | 1.228 | .7753 | 50'    |
| 20'    | .6338 | .8195 | 1.293 | 1.578 | 1.220 | .7735 | 40'    |
| 30'    | .6361 | .8243 | 1.296 | 1.572 | 1.213 | .7716 | 30'    |
| 40'    | .6383 | .8292 | 1.299 | 1.567 | 1.206 | .7698 | 20'    |
| 50'    | .6406 | .8342 | 1.302 | 1.561 | 1.199 | .7679 | 10'    |
| 40° 0' | .6428 | .8391 | 1.305 | 1.556 | 1.192 | .7660 | 0° 50' |
|        | cos   | cot   | cosec | sec   | tan   | sin   | 角      |

| 角      | <i>sin</i> | <i>tan</i> | <i>sec</i>   | <i>cosec</i> | <i>cot</i> | <i>cos</i> |        |
|--------|------------|------------|--------------|--------------|------------|------------|--------|
| 40° 0' | .6428      | .8391      | 1.305        | 1.556        | 1.197      | .7660      | 0° 50' |
| 10'    | .6450      | .8441      | 1.309        | 1.550        | 1.185      | .7642      | 50'    |
| 20'    | .6472      | .8491      | 1.312        | 1.545        | 1.178      | .7623      | 40'    |
| 30'    | .6494      | .8541      | 1.315        | 1.540        | 1.171      | .7604      | 30'    |
| 40'    | .6517      | .8591      | 1.318        | 1.535        | 1.164      | .7585      | 20'    |
| 50'    | .6539      | .8642      | 1.322        | 1.529        | 1.157      | .7566      | 10'    |
| 41° 0' | .6561      | .8693      | 1.325        | 1.524        | 1.150      | .7547      | 0° 49' |
| 10'    | .6583      | .8744      | 1.328        | 1.519        | 1.144      | .7528      | 50'    |
| 20'    | .6604      | .8796      | 1.332        | 1.514        | 1.137      | .7509      | 40'    |
| 30'    | .6626      | .8847      | 1.335        | 1.509        | 1.130      | .7490      | 30'    |
| 40'    | .6648      | .8899      | 1.339        | 1.504        | 1.124      | .7470      | 20'    |
| 50'    | .6670      | .8952      | 1.342        | 1.499        | 1.117      | .7451      | 10'    |
| 42° 0' | .6691      | .9004      | 1.346        | 1.494        | 1.111      | .7431      | 0° 48' |
| 10'    | .6713      | .9057      | 1.349        | 1.490        | 1.104      | .7412      | 50'    |
| 20'    | .6734      | .9110      | 1.353        | 1.485        | 1.098      | .7392      | 40'    |
| 30'    | .6756      | .9163      | 1.356        | 1.480        | 1.091      | .7373      | 30'    |
| 40'    | .6777      | .9217      | 1.360        | 1.476        | 1.085      | .7353      | 20'    |
| 50'    | .6799      | .9271      | 1.364        | 1.471        | 1.079      | .7333      | 10'    |
| 43° 0' | .6820      | .9325      | 1.367        | 1.466        | 1.072      | .7314      | 0° 47' |
| 10'    | .6841      | .9380      | 1.371        | 1.462        | 1.066      | .7294      | 50'    |
| 20'    | .6862      | .9435      | 1.375        | 1.457        | 1.060      | .7274      | 40'    |
| 30'    | .6884      | .9490      | 1.379        | 1.453        | 1.054      | .7254      | 30'    |
| 40'    | .6905      | .9545      | 1.382        | 1.448        | 1.048      | .7234      | 20'    |
| 50'    | .6926      | .9601      | 1.386        | 1.444        | 1.042      | .7214      | 10'    |
| 44° 0' | .6947      | .9657      | 1.390        | 1.440        | 1.036      | .7193      | 0° 46' |
| 10'    | .6967      | .9713      | 1.394        | 1.435        | 1.030      | .7173      | 50'    |
| 20'    | .6988      | .9770      | 1.398        | 1.431        | 1.024      | .7153      | 40'    |
| 30'    | .7009      | .9827      | 1.402        | 1.427        | 1.018      | .7133      | 30'    |
| 40'    | .7030      | .9884      | 1.406        | 1.423        | 1.012      | .7112      | 20'    |
| 50'    | .7050      | .9942      | 1.410        | 1.418        | 1.006      | .7092      | 10'    |
| 45° 0' | .7071      | 1.000      | 1.414        | 1.414        | 1.000      | .7071      | 0° 45' |
|        | <i>cos</i> | <i>cot</i> | <i>cosec</i> | <i>sec</i>   | <i>tan</i> | <i>sin</i> | 角      |

## 第四.

## 用法例.

第一. 數ノ對數ヲ求ムル法.

例.

$\log 238.4$  ヲ求ム.

$\log 238.0 = 2.3766$  (2 頁 = 於テ)

$\cdot 4 \dots \dots \dots 7.2$  (P.P. 18 = 於テ)

$\log 238.4 = 2.3773$

注意 18 ハ P.P. 欄中ニナキヲ以テ 19, 17 ノ欄ノ  
4 = 對スル比例部分ノ平均ヲ用フ

第二. 數ノ對數ヲ知リテ其數ヲ求ムル  
法.

例.

$\log^{-1} 2.7054$  ヲ求ム.

$\log^{-1} 2.7050 = 0.0507$  (3 頁 = 於テ)

$3.6 \dots \dots \dots 0.4$  (P.P. 9 = 於テ)

$0.36 \dots \dots \dots 0.04$

$\log^{-1} 2.7054 = 0.05074$

第三. 角ノ三角函數ノ對數ヲ求ムル法.

例.

1.  $\log \tan 28^\circ 43' 7''$  ヲ求ム.

$\log \tan 28^\circ 40' = 1.7378$  (11 頁 = 於テ)

$3' \dots \dots \dots 9$  (P.P. 30 = 於テ)

$0.7 \dots \dots \dots 2.1$

$\log \tan 28^\circ 43' 7'' = 1.7380$

2.  $\log \sec 76^\circ 18' 7''$  ヲ求ム

$\log \cos 76^\circ 10' = 1.3786$  (8 頁 = 於テ)

$8' \dots \dots - 41.6$  (P.P. 52 = 於テ)

$0.7 \dots \dots - 3.64$

$\log \cos 76^\circ 18' 7'' = 1.3741$

$\log \sec 76^\circ 18' 7'' = 0.6259$

3.  $\log \sin 2^\circ 34' 6''$  ヲ求ム.

$2^\circ 34' 6'' = 154.6$

$\log \sin a' = \log a + 4.4637 + \frac{1}{3} \log \cos a'$  (6 頁 = 於テ)

$\log \cos 154.6 = 1.9996(3$

$1.9999)$

$4.4637$

$\log 154.6 = 2.1892) +$

$\log \sin 154.6 = 2.6528$



第四. 角ノ三角函數ノ對數ヲ知リテ角ヲ求ムル法.

例.

1.  $(\log \cot)^{-1} 1.4995$  ヲ求ム.  
 $(\log \csc)^{-1} 1.5031 = 72^\circ 20'$  (9 頁 = 於テ)  
 $-35.2 \dots \dots 8'$  (P.P. 44 = 於テ)  
 $-0.72 \dots \dots 0'.2$

---

$(\log \cot)^{-1} 1.4995 = 72^\circ 28'.2$

2.  $(\log \operatorname{cosec})^{-1} 0.2811$  ヲ求ム.  
 $(\log \operatorname{cosec})^{-1} 0.2811 = (\log \sin)^{-1} 1.7189$   
 $(\log \sin)^{-1} 1.7181 = 31^\circ 30'$  (12 頁 = 於テ)  
 $8 \dots \dots 4'$  (P.P. 20 = 於テ)

---

$(\log \sin)^{-1} 1.7189 = 31^\circ 34'$

3.  $(\log \tan)^{-1} 2.8882$  ヲ求ム.  
 $\log a = \log \tan a' - 4.4637 + \frac{2}{3} \log \cos a'$  (6 頁 = 於テ)

$\log \cos a' = 1.9987$

$$\frac{2}{1.9974(3)}$$

$$\frac{1.9991}{1.9991}$$

$$\left. \begin{array}{l} -4.4637 = 3.5363 \\ \log \tan a' = 2.8882 \end{array} \right\} +$$

---

$\log a = 2.4236$

$a' = 265'.2$

第五. 角ノ三角函數ヲ求ムル法.

例.

$\sin 36^\circ 32'.6$  ヲ求ム.

第一法.

$\log \sin 36^\circ 30' = 1.7744$  (13 頁 = 於テ)

$2' \dots \dots 3.4$

$0'.6 \dots \dots 1.02$  (P.P. 17 = 於テ)

---

$\log \sin 36^\circ 32'.6 = 1.7748$

$\sin 36^\circ 32'.6 = 0.5954$  (3 頁 = 於テ)

第二法.

$\sin 36^\circ 30' = 0.5948$  (23 頁 = 於テ)

$2'.6 \dots \dots 6$  ( $24 \times \frac{2.6}{10} = 6$ )

---

$\sin 36^\circ 32'.6 = 0.5954$

第六. 角ノ三角函數ヲ知リテ其ノ角ヲ求ムル法.

例.

$\cot^{-1} 0.7463$  ヲ求ム.

第一法.

$\log 0.7463 = \bar{1}.8729$  (4 頁 = 於 テ)

$\therefore \cot^{-1} 0.7463 = (\log \cot)^{-1} \bar{1}.8729$

$(\log \cot)^{-1} \bar{1}.8745 = 53^\circ 10'$  (13 頁 = 於 テ)

$-16.2 \dots \dots 6'$  (P.P. 27 = 於 テ)

$(\log \cot)^{-1} \bar{1}.8729 = 53^\circ 16'$

第二法.

$\cot^{-1} 0.7490 = 53^\circ 10'$  (23 頁 = 於 テ)

$-27 \dots \dots 6'$  ( $\frac{27}{45} \times 10 = 6$ )

$\cot^{-1} 0.7463 = 53^\circ 16'$

Faint, mirrored mathematical tables or formulas, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is illegible due to low contrast and mirroring.

公式一覽

$$\begin{cases} \sin A \operatorname{cosec} A = 1. \\ \cos A \operatorname{sec} A = 1. \\ \tan A \cot A = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \\ \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin^2 A + \cos^2 A = 1. \\ 1 + \tan^2 A = \sec^2 A. \\ 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A. \end{cases}$$

|                              | $\sin A$                 | $\cos A$                 | $\tan A$                 | $\cot A$                 | $\sec A$                 | $\operatorname{cosec} A$ |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $\sin A = x$                 | $x$                      | $\sqrt{1-x^2}$           | $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\frac{1}{x}$            |
| $\cos A = x$                 | $\sqrt{1-x^2}$           | $x$                      | $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ | $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\frac{1}{x}$            | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $\tan A = x$                 | $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ | $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ | $x$                      | $\frac{1}{x}$            | $\sqrt{1+x^2}$           | $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ |
| $\cot A = x$                 | $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ | $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ | $\frac{1}{x}$            | $x$                      | $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ | $\sqrt{1+x^2}$           |
| $\sec A = x$                 | $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ | $\frac{1}{x}$            | $\frac{\sqrt{x^2-1}}{1}$ | $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ | $x$                      | $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ |
| $\operatorname{cosec} A = x$ | $\frac{1}{x}$            | $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ | $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ | $\frac{\sqrt{x^2-1}}{1}$ | $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ | $x$                      |

|                        | $-A$                      | $90^\circ - A$           | $90^\circ + A$            | $180^\circ - A$          | $180^\circ + A$           | $n \cdot 360^\circ \pm A$    |
|------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------------|
| $\sin$                 | $-\sin A$                 | $\cos A$                 | $\cos A$                  | $\sin A$                 | $-\sin A$                 | $\pm \sin A$                 |
| $\cos$                 | $\cos A$                  | $\sin A$                 | $-\sin A$                 | $-\cos A$                | $-\cos A$                 | $\cos A$                     |
| $\tan$                 | $-\tan A$                 | $\cot A$                 | $-\cot A$                 | $-\tan A$                | $\tan A$                  | $\pm \tan A$                 |
| $\cot$                 | $-\cot A$                 | $\tan A$                 | $-\tan A$                 | $-\cot A$                | $\cot A$                  | $\pm \cot A$                 |
| $\sec$                 | $\sec A$                  | $\operatorname{cosec} A$ | $-\operatorname{cosec} A$ | $-\sec A$                | $-\sec A$                 | $\sec A$                     |
| $\operatorname{cosec}$ | $-\operatorname{cosec} A$ | $\sec A$                 | $\sec A$                  | $\operatorname{cosec} A$ | $-\operatorname{cosec} A$ | $\pm \operatorname{cosec} A$ |

$$\begin{cases} \sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B. \\ \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B. \\ \tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B} \\ \cot(A \pm B) = \frac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B \\ \qquad \qquad \qquad = \cos^2 B - \cos^2 A. \\ \cos(A+B)\cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B \\ \qquad \qquad \qquad = \cos^2 B - \sin^2 A. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(a+\beta+\gamma) = \Sigma \sin a \cos \beta \cos \gamma - \Pi \sin a. \\ \cos(a+\beta+\gamma) = \Pi \cos a - \Sigma \cos a \sin \beta \sin \gamma. \\ \tan(a+\beta+\gamma) = \frac{\Sigma \tan a - \Pi \tan a}{1 - \Sigma \tan a \tan \beta} \\ \cot(a+\beta+\gamma) = \frac{\Pi \cot a - \Sigma \cot a}{\Sigma \cot a \cot \beta - 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B). \\ 2\cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B). \\ 2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B). \\ 2\sin A \sin B = -\cos(A+B) + \cos(A-B). \end{cases}$$

$\Sigma a^3 = a^3 + b^3 + c^3$   
 $\Sigma ab^2 = bc + ab + ca$   
 $\Pi a = abc$

$$\begin{cases} \sin C + \sin D = 2\sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}. \\ \sin C - \sin D = 2\cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}. \\ \cos C + \cos D = 2\cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}. \\ \cos C - \cos D = -2\sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2A = 2\sin A \cos A \\ \qquad \qquad = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A} \\ \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A \\ \qquad \qquad = 2\cos^2 A - 1 \\ \qquad \qquad = 1 - 2\sin^2 A \\ \qquad \qquad = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} \\ \tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A} \\ \cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2\cot A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A). \\ \cos^2 A = \frac{1}{2}(1 + \cos 2A). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} \\ \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}} \\ \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} \\ \cot \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{1 - \cos A}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan \frac{A}{2} = \frac{\sin A}{1 + \cos A} \\ \qquad \qquad = \frac{1 - \cos A}{\sin A} \\ \cot \frac{A}{2} = \frac{1 + \cos A}{\sin A} \\ \qquad \qquad = \frac{\sin A}{1 - \cos A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A. \\ \cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A. \\ \tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A} \\ \cot 3A = \frac{3\cot A - \cot^3 A}{1 - 3\cot^2 A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^3 A = \frac{1}{4}(3\sin A - \sin 3A). \\ \cos^3 A = \frac{1}{4}(3\cos A + \cos 3A). \\ \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R. \end{cases}$$

$a^2 = a^2 + b^2 - c^2$   
 $\Delta = bc + ab + ca$   
 $\Pi a = abc$

$$\begin{cases} \sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B, \\ \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B, \\ \tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B} \\ \cot(A \pm B) = \frac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B \\ \qquad \qquad \qquad = \cos^2 B - \cos^2 A, \\ \cos(A+B)\cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B \\ \qquad \qquad \qquad = \cos^2 B - \sin^2 A. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(a+\beta+\gamma) = \Sigma \sin a \cos \beta \cos \gamma - \Pi \sin a, \\ \cos(a+\beta+\gamma) = \Pi \cos a - \Sigma \cos a \sin \beta \sin \gamma, \\ \tan(a+\beta+\gamma) = \frac{\Sigma \tan a - \Pi \tan a}{1 - \Sigma \tan a \tan \beta} \\ \cot(a+\beta+\gamma) = \frac{\Pi \cot a - \Sigma \cot a}{\Sigma \cot a \cot \beta - 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B), \\ 2\cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B), \\ 2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B), \\ 2\sin A \sin B = -\cos(A+B) + \cos(A-B). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin C + \sin D = 2\sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}, \\ \sin C - \sin D = 2\cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}, \\ \cos C + \cos D = 2\cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}, \\ \cos C - \cos D = -2\sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2A = 2\sin A \cos A \\ \qquad \qquad \qquad = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A} \\ \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A \\ \qquad \qquad \qquad = 2\cos^2 A - 1 \\ \qquad \qquad \qquad = 1 - 2\sin^2 A \\ \qquad \qquad \qquad = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} \\ \tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A} \\ \cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2\cot A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A), \\ \cos^2 A = \frac{1}{2}(1 + \cos 2A). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}, \\ \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}, \\ \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}, \\ \cot \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{1 - \cos A}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan \frac{A}{2} = \frac{\sin A}{1 + \cos A} \\ \qquad \qquad \qquad = \frac{1 - \cos A}{\sin A} \\ \cot \frac{A}{2} = \frac{1 + \cos A}{\sin A} \\ \qquad \qquad \qquad = \frac{\sin A}{1 - \cos A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A, \\ \cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A, \\ \tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}, \\ \cot 3A = \frac{3\cot A - \cot^3 A}{1 - 3\cot^2 A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^3 A = \frac{1}{4}(3\sin A - \sin 3A), \\ \cos^3 A = \frac{1}{4}(3\cos A + \cos 3A), \\ \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b \cos C + c \cos B, \\ b = c \cos A + a \cos C, \\ c = a \cos B + b \cos A, \\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B, \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \\ \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}, \\ \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2}bc \sin A \\ \qquad \qquad \qquad = \frac{1}{2}ca \sin B \\ \qquad \qquad \qquad = \frac{1}{2}ab \sin C \\ \qquad \qquad \qquad = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \frac{S}{p} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \\ r' = \frac{S}{p-a}, \\ r'' = \frac{S}{p-b}, \\ r''' = \frac{S}{p-c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a}, \\ \tan \frac{B}{2} = \frac{r}{p-b}, \\ \tan \frac{C}{2} = \frac{r}{p-c} \end{cases}$$

$$\frac{a}{b-c} = \frac{\sin \frac{B+C}{2}}{\sin \frac{B-C}{2}}$$

$$\frac{a}{b+c} = \frac{\cos \frac{B+C}{2}}{\cos \frac{B-C}{2}}$$

$$\frac{b-c}{b+c} = \frac{\tan \frac{B-C}{2}}{\tan \frac{B+C}{2}}$$

$$\begin{cases} \sin^{-1} a = n\pi + (-1)^n \sin^{-1} a, \\ \cos^{-1} a = 2n\pi \pm \cos^{-1} a, \\ \tan^{-1} a = n\pi + \tan^{-1} a. \end{cases}$$

$$\sin^{-1} 1 = (4n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin^{-1}(-1) = (4n-1)\frac{\pi}{2}$$

$$\cos^{-1} 0 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\cos^{-1}(-1) = (2n+1)\pi.$$

文 部 省 檢 定 済

明 治 四 十 五 年 三 月 十 五 日 中 學 校 數 學 科 教 科 書

に 賣 切 等 の 場 合 に は 發 行 所 へ 直 接 御 注 文 被 下 候 候 々 直 に 送 本 可 致 候  
本 館 發 行 の 教 科 書 は 常 に 多 數 の 製 本 準 備 有 之 候 に 付 萬 一 各 地 賣 捌 所



印 刷 者 矢 島 一 三

東 京 市 神 田 區 裏 神 保 町 六 番 地

發 行 所 光 風 館 書 店

東 京 市 神 田 區 裏 神 保 町 六 番 地

發 行 者 上 原 才 一

東 京 市 神 田 區 裏 神 保 町 六 番 地

著 者 遠 藤 又

東 京 市 牛 込 區 矢 來 町 八 番 地



明 治 四 十 五 年 三 月 十 二 日 訂 正 二 版 發 行  
明 治 四 十 五 年 三 月 九 日 訂 正 一 版 發 行  
明 治 四 十 四 年 十 二 月 廿 五 日 訂 正 一 版 發 行  
明 治 四 十 四 年 十 二 月 廿 二 日 訂 正 一 版 發 行  
明 治 四 十 四 年 十 一 月 十 八 日 訂 正 一 版 發 行  
明 治 三 十 三 年 十 一 月 十 五 日 訂 正 一 版 發 行

定 價 金 四 拾 七 錢

平 面 三 角 法 教 科 書

|             |             |             |             |       |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |
| $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A + B = C$ | $A - B = C$ | $A =$ |

公 一 覽

東京光風館發行

中等諸學校數學教科書

|                        |                         |                       |                       |                              |                       |                  |                              |                              |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------|------------------|------------------------------|------------------------------|
| 理學士<br>遠藤又藏著           | 理學士<br>保田棟太 白井傳三郎共編     | 理學士<br>遠藤又藏著          | 理學博士<br>今村明恒編         | 小林<br>盈 稻垣作太郎共著              | 女子<br>用子              | 女子<br>用子         | 女子<br>用子                     | 女學校<br>實科                    |
| 代數教科書                  | 幾何教科書                   | 平面三角法教科書              | 普通對數表                 | 算術教科書                        | 代數教科書                 | 代數教科書            | 幾何教科書                        | 算術教科書                        |
| 訂再<br>正版               | 訂再<br>正版                | 訂廿<br>正版              | 訂十<br>正版              | 訂十<br>正版                     | 訂四<br>正版              | 訂六<br>正版         | 訂再<br>正版                     | 訂再<br>正版                     |
| 上定價<br>製各金<br>全貳<br>拾錢 | 上定價<br>製立體<br>全金五<br>拾錢 | 上定價<br>製金四<br>拾七<br>錢 | 上定價<br>製金四<br>拾五<br>錢 | 洋定價<br>裝上中<br>全金四<br>拾五<br>錢 | 洋定價<br>裝全貳<br>拾七<br>錢 | 洋定價<br>裝全參<br>拾錢 | 洋定價<br>裝上卷<br>全金四<br>拾五<br>錢 | 洋定價<br>裝下卷<br>全金四<br>拾五<br>錢 |

