

40115

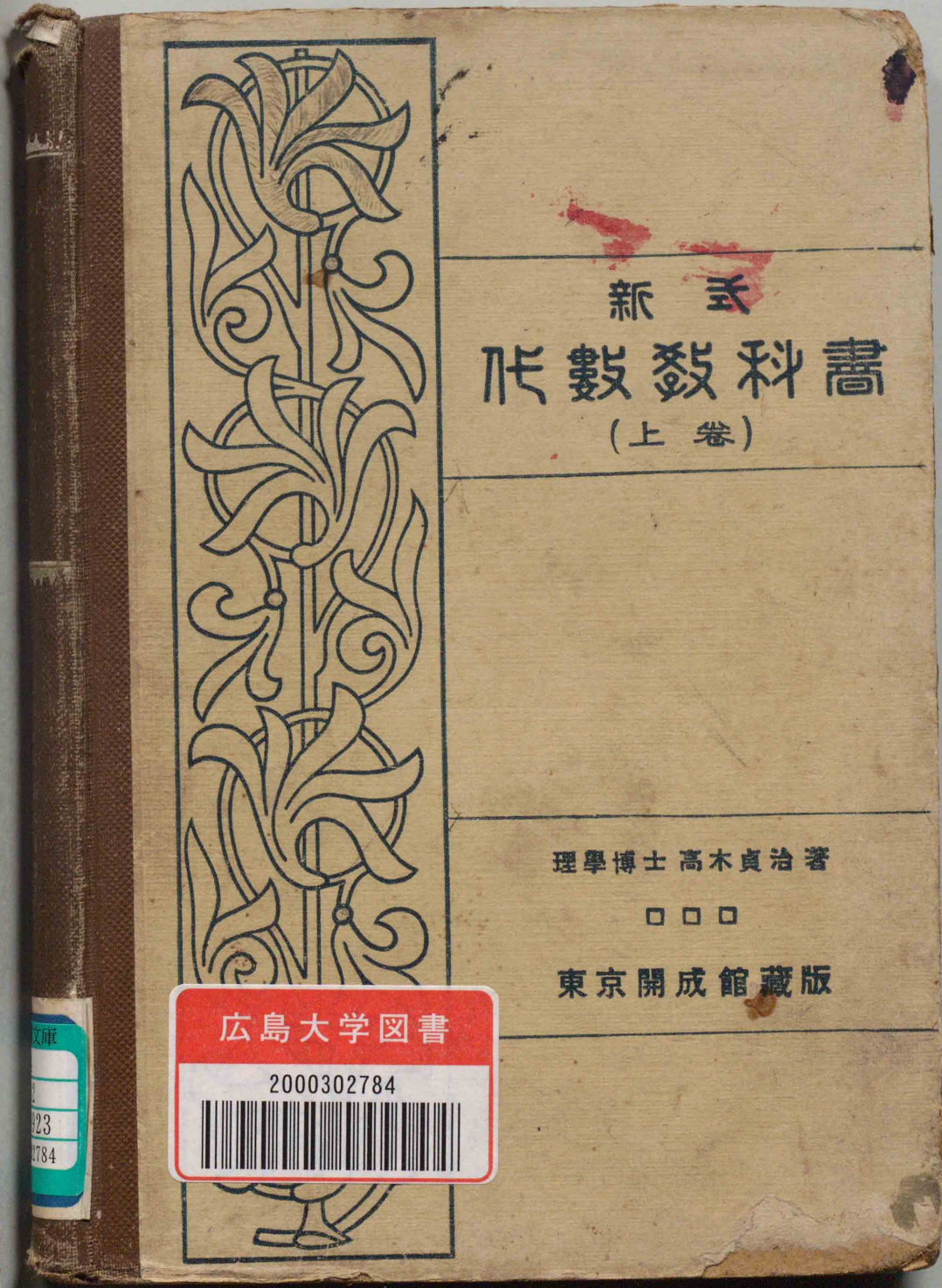
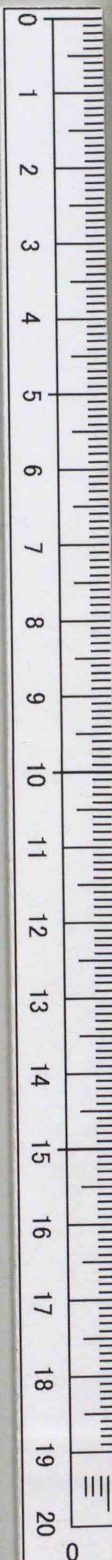
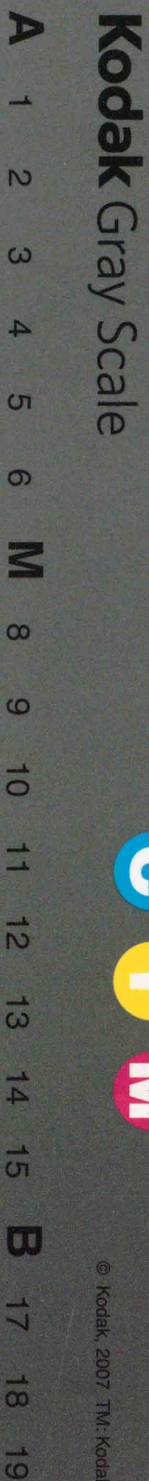
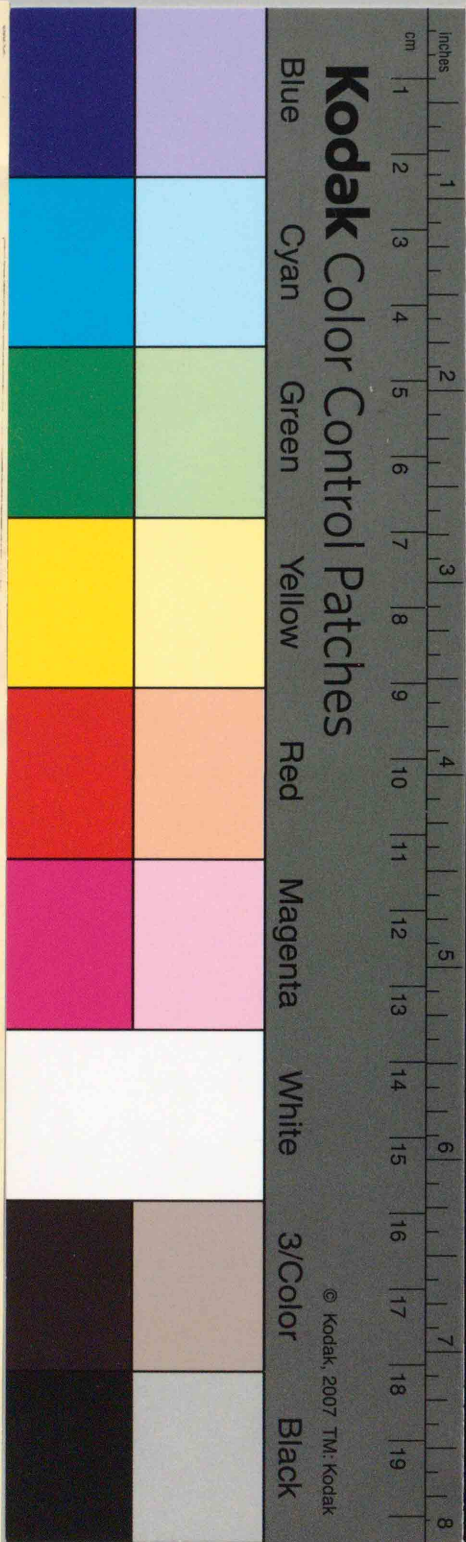
教科書文庫

4
412
41-1923
<del>20000</del> 43512

20003  
02784

T. 12

1923



広島大学図書

2000302784

文庫

23

784



3000

文部省檢定濟  
大正十二年一月二十九日 師範學校中學校數學科用

# 新式 代數教科書

(上卷)

東京帝國大學教授

理學博士

高木貞治

著

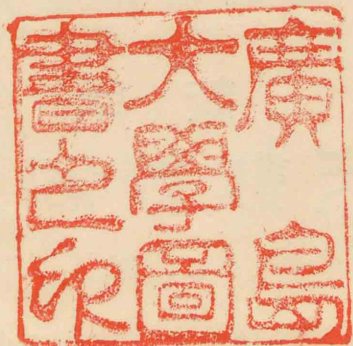
広島大学図書

2000302784



東京開成館藏版





## 改版例言

今回の改版に際しては、全書を通じて周密なる改訂を施せり。其中、特に重要なものは次の如し。

一、 續卷を廢止し、其の材料の中のグラフに關するものは一部分は比例の篇に接續して本文中に收め、其の他二次式に關する部分及び不等式、分數方程式等に關する事項は附録として下卷の終に附載せり。

グラフの作成は初級生に課するには稍困難なるべけれども、與へられたるグラフを讀むことは既に小學校に於ても其の大意を學びたる所なるが故に、本文各所に於て適當の機會ある毎に之を加へて、抽象的の説明を補足するの用に供せり。

二、 問題は全部改修を施し、特に上下兩卷を通じて所所に雜題を排置し、既修事項

の全體に互りて復習及び補習をなすの機會を與へたり。又上下兩卷の終に附載せる補充問題も前版に於ける分類式を改めて雜題式となし、一層代數學全部の復習に適切ならしめたり。此等の問題は中學校と高級諸學校との連絡の現狀に鑑み、殆ど全部諸學校入學試験に提出せられたるものを材料として編纂したるものなり。

大正十一年十月

著 者

## 修正改版例言

今回の改版に際し修正を施したる要點は次の如し。

一。上下兩卷の改訂。緒論及び四則計算に關する部分に於て説明を一層簡約し、又比例以下の諸篇に於て成るべく方程式との連絡を緊密ならしむることに注意を致せり。

又整式及び分數式の四則計算に關する練習問題に於て、最も簡易なる種類の者を増補して、計算の理由を確實に會得せしむることを圖れり。無意味に煩雜なる多數の計算問題を、寧ろ手工的といふべき方法によりて、器械的に取扱はしむることは、竟に勞力の

徒消に歸し、決して計算に熟達せしむる所以にあらざること、編者の固く信ずる所なり。

二。續卷の添附。中學校の上級に於て數學科の授業時數を増加し、又は補習科を設くる場合に於ける教科用として、新に別冊として續卷を編纂したり。舊版附録に掲けたる補習事項は盡く續卷に編入せり。續卷編述の要旨は同書の例言に就きて知るべし。

大正五年十月

編者

## 例言

本書は明治三十七年發行以來數回改訂を経たる普通教育代數教科書に更に大修正を施し、明治四十四年改定の中學校教授要目に適應せしめたるものにして、同時に發行せる算術及び幾何學教科書と連絡して中學校數學科の統一的教科書たることを期するものなり。

本書の前身たる普通教育代數教科書の特色は本書盡く之を繼承し、且此の改版の機會を利用し、微細の點に於て改訂を加へたる處亦尠しとせず。今便宜上舊版に對照して、主要なる修正の點を擧ぐれば次の如し。

一。第一編より第六編に至る本書の上半は概して舊版に同じ。唯算術教科書に於て整數の最大公約數及び最小公倍數を求むる一般一方法を省きたるが爲に、本書第四編に於て整式の最大公約數及び最小公倍數と同時に此の方法を説明し、又一次方程式の續きと題せる第六編に於て説明の繁冗なる部分を緊縮したり。

二。算術教科書に於て開法を省きたる結果として、本書第七編に於て、二次方程式に先ちて、數の開平開立の演算を詳細に説明し、第八編に至て二次方程式を説くこととなしたり。

三。比及び比例の編を直に二次方程式の編に接続せしめ、幾何學教科書との連絡を緊密ならしめ、且混合法の説明を算術教科書より此の編に轉入したり。

四。算術教科書に於て削除したる循環小數の説明を本書級數の編に收め、無限等比級數に連絡せしめたり。

五。對數の編は三角法との連絡の便宜を圖り、之を最終に置き、又常用對數の説明には卷末に添へたる四桁の對數表を用ふることとし、以て對數計算の精神を一層適切に理會せしむることを期せり。又特に歩合算に關する一編を設け、從來代數科にて授けたる年金算の外、歩合算の大綱を略説して算術教科書に於ける説明を補充したり。

明治四十五年三月

著者

上卷目次

第一編	緒論	[1-35]
第一章	文字ノ使用.....	1
第二章	負數.....	8
第二編	整式ノ四則	[36-60]
第一章	整式ノ加法及ビ減法.....	36
第二章	整式ノ乘法.....	48
第三章	整式ノ除法.....	54
第三編	一次方程式	[61-105]
第一章	一元一次方程式.....	61
第二章	聯立一次方程式.....	76
第四編	整式ノ續キ	[106-145]
第一章	乘法公式.....	106
第二章	因數分解.....	110
第三章	最大公約數及ビ最小公倍數.....	121
第四章	多項式ノ乘法及ビ除法ノ續キ.....	128
第五章	最大公約數及ビ最小公倍數ノ續キ.....	135

第五編	分數式	[146-166]
第六編	一次方程式ノ續キ	[167-197]
第七編	冪根	[198-238]
第一章	開法 .....	198
第二章	根數及ビ根式 .....	224
附 錄		[I-I6]
補充雜題	上 .....	I
答		[I-I2]



## 第一編 緒 論

### 第一章 文字ノ使用

#### 1. 式及ビ文字ノ使用.

代數學ノ目的ハ計算ノ筋道ヲ簡明ニ示シ且一般ニ通用スベキ計算ノ法則ヲ求ムルニアリ.

計算ノ筋道ヲ簡明ニ示スガ爲ニ式ヲ用ヒ、又一般ニ通用スル法則ヲ得ルガ爲ニ文字ヲ以テ數ヲ表ス

例ヘバ 7 = 5 ヲ加ヘテモ 5 = 7 ヲ加ヘテモ同ジ結果ヲ得トイフコトヲ

$$7+5=5+7$$

ニ書キ表ストキハ其ノ意味一見シテ明カナ



リ 又 7, 5 ノ如キ特別ナル數ニ限ラズ, 一般ニ甲, 乙ニツノ數ニツキテモ上ノ法則ガ成リ立ツ故ニ. 此ノ法則ヲ次ノ如ク書キ表スコトヲ得

$$\text{甲} + \text{乙} = \text{乙} + \text{甲}$$

代數學ニテハ慣例上羅馬字  $a, b, c$  等ヲ用ヒテ數ヲ表ス. 例ヘバ上ノ式ニテニツノ數ヲ  $a, b$  ニテ表シ之ヲ

$$a + b = b + a$$

ト書ク 此ノ  $a, b$  ハ甲, 乙トイフト同ジ意味ナリ

## 2. 代數式. 記號.

數字及ビ數ヲ表セル文字ヲ演算ノ記號ニテ結ビ付ケタルモノヲ代數式(又ハ式)トイフ.

例ヘバ  $a - b + c$  ハ  $a$  ヨリ  $b$  ヲ引キタル殘ニ  $c$  ヲ加ヘタル和ヲ表セル代數式ナリ.

四則ノ記號  $+, -, \times, \div$ , 等號  $=$ , 及ビ括弧ノ用法ハ算術ニテ學ビタル通リナリ 但掛ケ算ノ記號  $\times$  ハ文字ノ前後ニテハ略シテ書カヌヲ常トス. 例ヘバ  $a \times b$  ヲ  $ab$  ト書クガ如シ. 括弧ノ前後ニテモ

亦通常記號  $\times$  ヲ略ス. 例ヘバ  $2(a+b), (a+b)c, (a+b)(c-d)$  ナドノ如シ.

[注意] 數字ニテ示サレタル因數ガアル場合ニハ, 其ノ因數ヲ初メニ書クガ慣例ナリ. 例ヘバ  $a$  ノ 2 倍即チ  $a \times 2$  ヲ  $2a$  ト書クガ如シ.

割リ算ノ記號  $\div$  ヲ用フルコトハ稀ニテ, 通例ハ分數ノ形ヲ用フ. 例ヘバ  $a \div b$  ヲ  $\frac{a}{b}$  ト書クガ如シ.

代數式ノ中ニアル文字ニ或特別ナル數ヲ當ラハムルトキハ, 式ニ示サレタル演算ヲ實行シテ其ノ式ノ數値(又ハ値)ヲ求ムルコトヲ得. 例ヘバ  $a=5, b=3$  トスルトキハ, 代數式  $2ab$  ノ値ハ  $2 \times 5 \times 3$  即チ 30 ナリ.

[注意] カヤウノ場合ニ記號  $\times$  ノ代ニ點  $\cdot$  ヲ用ヒテ  $2 \times 5 \times 3$  ヲ  $2.5.3$  ト書クコトアリ. 但小數點ト混同セザルヤウ注意スルコト肝要ナリ.

$a+a=2a$  ノ如クニツノ式ガ相等シキ數ヲ表セルコトヲ示スモノヲ等式トイヒ, 等號  $=$  ノ兩側ニアル式ヲ等式ノ邊(左邊右邊)トイフ

### 【注意】

1. 次ノ式ノ意味ヲ説明セヨ.

$$3a, 3+a, a-bc, (a-b)c, \frac{2a}{3}, \frac{2}{3}a$$

2. 或數  $a$  ノ 3 倍ヨリモ 7 ダケ少キ數ヲ式ニ書ケ。又  $a=4$  ナルトキ其ノ値ヲ求メヨ。
3.  $c$  ヲ  $b$  ヲ引キタル殘ヲ更ニ  $a$  ヲ引キタルモノヲ式ニ書キ表セ。
4.  $x$  ノ 3 倍ヨリ  $y, z$  ノ和ノ 2 倍ヲ引キタル殘ヲ式ニ書キ表セ。
5.  $x=4$  ナルトキ  $(3+x)(x-2)$  ノ數値如何。又  $x=5$  ナルトキハ如何。
6.  $x$  ガ如何ナル値ヲ有スルトキ、次ノ等式ハ正シキカ。
- (1)  $5+x=15$       (2)  $2x=32$
7. 或數ノ 3 倍ト 5 倍トノ和ハ同ジ數ノ 8 倍ニ等シ。之ヲ式ニ書キ表セ。
- ⑧. 半徑  $r$  尺ナル圓ノ周ハ  $2\pi r$  尺ナリ。但  $\pi$  ノ値ハ 3.1416 ナリトス。是ニヨリテ半徑 5 尺及ビ半徑 1 尺 2 寸 5 分ナル圓ノ周ヲ求メヨ。
9. 一個  $a$  錢ノ品物  $n$  個ノ價ハ幾錢ナルカ。之ヲ式ニ書ケ。又圓ヲ單位トスルトキハ此ノ價ヲ表ス式如何。

## 3. 代數學上ノ計算。

代數式  $a+b$  ハ  $a, b$  ナル文字ニテ表サレタルニツノ數ノ和ヲ表スモノナレドモ、 $a, b$  ノ値ガ知レヌトキニハ此ノ和ノ値モ知レヌガ故ニ、此ノ式  $a+b$  ヲ一層簡單ニ書キ改ムルコトヲ得ズ。

サレド或場合ニハ文字ヲ含メル式ヲ書キ縮ムルコトヲ得。

【例一】  $7x+5x$  ハ或數  $x$  ノ 7 倍ト 5 倍トノ和ナルガ故ニ、是ハ  $x$  ナル數ノ 12 倍ニ等シ。即チ

$$7x+5x=12x$$

【例二】 同ジヤウニ

$$12x-7x+3x=(12-7+3)x=8x$$

【例三】  $(x+y)+(x-y)$  ハ  $x$  ト  $y$  トノ和ニ、 $x$  ヲ  $y$  ヲ引キタル殘ヲ加ヘタルモノナリ。故ニ此ノ式ハ  $x+y=x$  ヲ加ヘタルモノヨリハ  $y$  ダケ少キ數即チ  $x+y+x-y$  ニ等シク、是ハ又  $x+x$  即チ  $2x$  ニ等シ。故ニ

$$(x+y)+(x-y)=2x$$

此ノ等式ハニツノ數ノ和ト其ノ差トヲ加ヘタ

ルモノハ、大ナル方ノ數ノ2倍ニ等シキコトヲ簡明ニ示スモノナリ。

【例四】  $(x+y)-(x-y)$ ハ  $x+y$  ナル和ヨリ、 $x$ ヨリ  $y$ ヲ引キタル殘ヲ引キタルモノナリ。故ニ此ノ式ハ  $x+y$ ヨリ  $x$ ヲ引キタルモノヨリハ  $y$ ダケ大ナル數即チ  $x+y-x+y$ ニ等シク、是ハ  $y+y$ 即チ  $2y$ ニ等シ。即チ

$$(x+y)-(x-y) = 2y$$

即チ二ツノ數ノ和ヨリ其ノ差ヲ引クトキハ、小サキ方ノ數ノ2倍トナル。

カヤウニ代數學上ノ計算ハ、ツマリ式ノ變形ニシテ、即チ式ノ値ヲ變ヘヌヤウニシテ其ノ形ヲ簡單ニスルコトナリ。

#### ○【例題】

次ノ式ノ意味ヲ説明シ且之ヲ簡單ニセヨ。

- |                |               |                  |
|----------------|---------------|------------------|
| 1. $5a+7a$     | 2. $3x-2x$    | 3. $3a \times 2$ |
| 4. $6x \div 3$ | 5. $2y+(x-y)$ | 6. $2x-(x-y)$    |

#### 4. 應用.

【例】 二ツノ數ノ和ハ25ニシテ、其ノ差ハ7ナリ、

此等二ツノ數ヲ求メヨ。

[解] 二ツノ數ノ中ノ大ナル方ヲ  $x$ 、小サキ方ヲ  $y$ ニテ表ストキハ

$$x+y = 25$$

$$x-y = 7$$

$$\text{故ニ} \quad (x+y)+(x-y) = 25+7$$

$$\text{即チ} \quad x+y+x-y = 32$$

$$\text{即チ} \quad 2x = 32 \quad (\text{前節例三})$$

$$\text{故ニ} \quad x = \frac{32}{2} = 16$$

$$\text{又} \quad (x+y)-(x-y) = 25-7$$

$$\text{即チ} \quad x+y-x+y = 18$$

$$\text{即チ} \quad 2y = 18 \quad (\text{前節例四})$$

$$\text{故ニ} \quad y = \frac{18}{2} = 9$$

因テ求ムル二ツノ數ハ16及ビ9ナルコトヲ知ル。

$$\text{實際} \quad 16+9 = 25, \quad 16-9 = 7$$

上ノ問題ニテ二ツノ數ノ和ヲ  $a$ 、差ヲ  $b$ ニテ表ストキハ、同ジヤウニシテ次ノ結果ヲ得ベシ。

$$x = \frac{a+b}{2}, \quad y = \frac{a-b}{2}$$

是ニヨリテ二ツノ數ノ和ト差トヲ知ルトキハ、

其ノ値ヲ此ノ式ノ  $a, b$  ニ當テハメテ、求ムルニツ  
ノ數ノ値ヲ計算スルコトヲ得。

カヤウニ或問題ノ答數ヲ計算スル規則ヲ示セ  
ル等式ヲ特ニ公式トイフ。

### ○【例題】

1. ニツノ數ノ和ガ47, 差ガ13ナルトキ上ノ例ノ  
ヤウニシテ此等ノ數ヲ求メヨ。
2. 甲乙二人ニ金8圓ヲ分ケタルニ、甲ハ乙ヨリ  
モ1圓50錢ダケ多ク取レリトイフ。各、幾許ヲ  
取リタルカ。上ノ公式ニヨリテ答ヲ出セ。

## 第二章 負 數

### 5. 負數ノ意味。

計算ノ結果ヲ一般ニ通用セシムルニハ、  
算術ニテ取扱ヒタル數ノ外ニ、ナホ新ナル  
數ヲ用フル必要アリ。

今  $1, 2, 3, \dots$  ノ如ク1ヨリ始メテ整數ヲ順次  
ニ並べ記シ、之ヲ右ヨリ左へ見行クニ、3ヨリ1引

キテ2ヲ得、2ヨリ1引キテ1ヲ得。

ナホ進ミテ1ヨリ1ヲ引ケバ0トナル。

0ヨリ1引キタルモノヲ-1(まいなす一)  
トイヒ、-1ヨリ1引キタルモノヲ-2, 又  
-2ヨリ1引キタルモノヲ-3トイフ。以  
下之ニ準ズ。

此等ヲ順次右ヨリ左へ並べ記ストキハ次ノ如  
シ。

$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

-1, -2, -3,  $\dots$  ハ0ヨリ1, 2, 3,  $\dots$  ヲ引キ  
タルモノナリ。同ジヤウニ0ヨリ  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  等ヲ引キ  
タルモノヲ  $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$  等トイフ。

カヤウニ記號-ヲ數字ノ前ニ附ケテ書  
キ表シタル數ヲ負ノ數又ハ負數トイフ。

3-5ノ如ク減數ノ方ガ被減數ヨリモ大ナルト  
キハ、引キ算ノ結果ハ負數トナル。即チ5ハ3ヨ  
リモ2ダケ大ナルガ故ニ、3-5ハ3ヨリ3ヲ引キ  
タルモノ(即チ0)ヨリ、ナホ2ヲ引キタルモノニシ  
テ、即チ-2ナリ。

一般ニ

減數ガ被減數ヨリモ大ナルトキハ、引キ算ノ結果ハ其ノ差ノ前ニ記號 $-$ ヲ附ケタル負數ナリ。

(例ヘバ攝氏3度ヲ示セル寒暖計ガ5度降ルトキハ、零下2度即チ $-2$ 度トナルガ如シ)

負數ト區別スル爲ニ、算術ニテ取扱ヘル數ヲ正數(又ハ正數)トイフ。正數ヲ書キ表スニハ數字ノ前ニ記號 $+$ ヲ附ケテ $+1, +2$ (ぶらす一、ぶらす二)ナドト書クベシ。サレド特別ニ其ノ必要ナキトキニハ記號 $+$ ヲ略スルモノトス。

代數學ニテハ正數、負數及ビ零ヲスベテ數トイフ

### 【例題】

1. 次ノ引キ算ノ結果如何。

$$7-7, \quad 7-8, \quad 7-9, \quad 0-7,$$

$$12-15, \quad \frac{1}{5}-\frac{4}{5}, \quad 1.2-2.5$$

2. 寒暖計ガ5度ヨリ7度降ルトキハ何度ヲ指スカ。

## 6. 絶對値。符號。

正數及ビ負數ハイヅレモニツノ部分ヨリ組ミ立テラレタルモノナリ。即チ其ノ一ツハ數ノ正負ヲ示セル記號 $+, -$ ニテ、之ヲ其ノ數ノ性質ノ符號(又ハ單ニ符號)トイフ。又一ツハ數字ニテ表サレタル部分ニシテ、之ヲ其ノ數ノ絶對値トイフ。

例ヘバ $+2, -2$ ノ絶對値ハイヅレモ2ナリ。

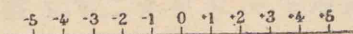
或數ノ符號ヲ變ヘルトハ、其ノ性質ノ符號ガナラバ之ヲ $-$ ニ變ヘ、 $-$ ナラバ之ヲ $+$ ニ變ヘルコトナリ。例ヘバ $-2$ ノ符號ヲ變フレバ $+2$ トナル。零ハ正數ニモアラズ、又負數ニモアラズ、即チ性質ノ符號ヲ有セズ。其ノ絶對値ハ0ナリ。

[注意] 是ヨリ後ハ正數又ハ負數ヲ(其ノ性質ノ符號ヲモコノテ)一ツノ文字ニテ表スコトトス。ヨリテ例ヘバ $a$ ハ必ズシモ正數ヲ表セルニアラズ。又 $-a$ ハ $a$ ノ符號ヲ變ヘタル數ヲ示スモノニテ、是ハ必ズシモ負數ヲ表セルニハアラズ。 $a=-2$ ナルトキハ $-a=2$ ナリ。又 $a$ ガ0ヲ表スコトモアルベシ。

## 7. 數ノ大小。

第5節ニ言ヘル如ク、正及ビ負ノ整數ト0トヲ順次ニ並べ、之ヲ一直線上ニ等距離ニ分布セル點

ニ配置シテ書クトキノ、次ノ如シ。



此ノ圖ハ數ノ大小ノ關係(左ハ小右ハ大)ヲ示セルモノナリ。即チ

スベテ正數ハ0ヨリモ大キク、負數ハ0ヨリ小ナリ。又正數ハ負數ヨリモ大ナリ。

二ツノ負數ノ大小ハ其ノ絶對値ノ大小ト相反ス。

例ヘバ  $-10$ ハ $2$ ヨリ小サク、又 $-7$ ハ $-3$ ヨリモ小ナリ。(溫度 $-10$ 度ハ $2$ 度ヨリモ低ク、 $-7$ 度ハ $-3$ 度ヨリモ低シ)

二ツノ數ノ大小ヲ示スニ、記號 $>$ 又ハ $<$ ヲ用ヒ、二ツノ數ノ中大ナル方ヲ此ノ記號ノ開キタル方ニ置クモノトス。

例ヘバ

$$7 > 5, \quad 0 > -2, \quad 2 > -10, \quad -3 > -7,$$

$$5 < 7, \quad -2 < 0, \quad -10 < 2, \quad -7 < -3$$

カヤウニ 數ノ大小ヲ示セル式ヲ不等式トイフ。

○【例題】

1. 次ノ數ノ大小ヲ不等式ニテ示セ。

$$(1) 3, -5 \quad (2) -2, -8 \quad (3) -2, -\frac{3}{2}$$

2. 次ノ數ヲ大サノ順序ニ並ベヨ。

$$-4, -9, 7, -7, 0.1, -0.2$$

3. 0ヨリモ5ダケ小ナル數ハ何カ。

4.  $-5$ ヨリモ3ダケ小ナル數ハ何カ。

5.  $-5$ ヨリモ3ダケ大ナル數ハ何カ。

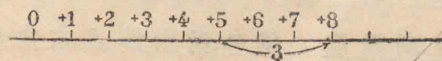
8. 加法ノ規則。

正數ヲ加フトハ其ノ絶對値ダケ増スコトヲイヒ、負數ヲ加フトハ其ノ絶對値ダケ減ラスコトヲイフ。

但ココニ増シ又ハ減ラストイフハ代數學上ノ大小ノ意味ニテイフナリ。

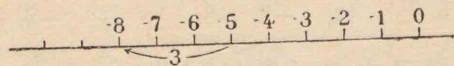
例ヘバ  $+5$ ヲ3ダケ増セバ $+8$ トナル。故ニ

$$(+5) + (+3) = +8$$



又  $-5$  を  $3$  だけ減らせば  $-8$  となる 故に

$$(-5) + (-3) = -8$$

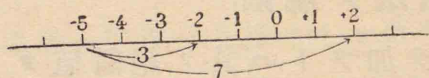


一般に

符號ノ同ジキニツノ數ノ和ヲ作ルニハ此等ノ數ノ絶對値ノ和ニ其ノ同ジ符號ヲ附ケヨ

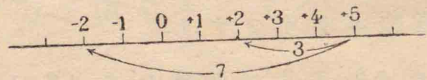
又  $-5$  を  $3$  だけ増せば  $-2$  となり、 $7$  だけ増せば  $+2$  となる。故に

$$(-5) + (+3) = -2, \quad (-5) + (+7) = +2$$



又  $+5$  を  $3$  だけ減らせば  $+2$  となり、 $7$  だけ減らせば  $-2$  となる 故に

$$(+5) + (-3) = +2, \quad (+5) + (-7) = -2$$

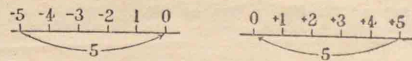


一般に

符號ノ異ナルニツノ數ノ和ヲ作ルニハ此等ノ數ノ絶對値ノ差ニ絶對値ノ大ナル方ノ數ノ符號ヲ附ケヨ

又  $-5$  を  $5$  だけ増し、又  $+5$  を  $5$  だけ減らせば  $0$  となる。故に

$$(-5) + (+5) = 0, \quad (+5) + (-5) = 0$$



絶對値ハ同ジクシテ符號ノミガ異ナルニツノ數ノ和ハ  $0$  ニ等シ。

[注意一]  $0$  を加フトハ増減セヌコトヲイフ。

[注意二] 代數學上ノ加法ハ必ズシモ元ノ數ヲ増大セシメズ。負數ヲ加フレバ却テ之ヲ減少セシム。

算術ノ加法ト區別スルガ爲ニ代數學上ノ加法ノ結果ヲ特ニ代數和トイフ。

### 【例題】

1. 次ノ數ノ和ヲ求めヨ。

(1)  $-7, -5$       (2)  $+15, -7$       (3)  $-15, +7$

(4)  $-12, +18$       (5)  $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$       (6)  $-\frac{1}{4}, +\frac{3}{4}$

2.  $-4$  ニソレゾレ次ノ數ヲ加ヘヨ。

$$6, 4, 2, 0, -2, -4$$

又此等ノ數ニソレゾレ  $-\frac{1}{2}$  ヲ加ヘヨ

## 9. 三ツ以上ノ數ノ加法.

二ツヨリ多クノ數ノ和ヲ求ムルニハ前節ニ言  
ヘルト同様ナル規則ニヨルコトヲ得. 即チ

符號ノ同ジキ數ノ和ヲ求ムルニハ,其ノ絶對  
値ノ和ニ,同ジ符號ヲ附ケ,又符號ノ異ナル數ノ  
和ヲ求ムルニハ,其ノ中ノ正數ノ和ヨリ負數ノ  
絶對値ノ和ヲ引クベシ.

【例一】  $(-3)+(-5)+(-2) = -10$

【例二】  $(+9)+(-4)+(+6)+(-10) = 15-14 = 1$

【例三】  $(-6)+(-3)+(-5)+(+8) = 8-14 = -6$

上ノ規則ニヨリテ次ノ法則ヲ得.

二ツ以上ノ數ノ代數和ヲ求ムルトキ,其  
等ノ數ノ順序ヲ如何ヤウニシテモヨシ(交  
換ノ法則).

又此等ノ數ヲ一部分ヅツ加ヘ行キテモ  
ヨシ(組合セノ法則).

又加ヘ合ハセラルル各數ノ符號ダケヲ  
變ヘルトキハ,和モ亦符號ダケガ變ル.

[注意]  $5-3$  ハ  $5$  ヨリ  $3$  ヲ引キタル殘ヲ表セドモ,

又之ヲ  $5$  ト  $-3$  トノ代數和ト見ルコトヲ得. 又  $3-7+2$   
ハ  $3, -7, 2$  ノ代數和ニ等シ.

カヤウニ幾ツカノ正數ヲ+, -ノ記號ニテ結ビ付ケ  
タル式ニテハ記號+, -ヲ其ノ次ノ數ニ附屬セル性質  
ノ符號ト見做シ,其ノ式ヲ此等ノ正數及ビ負數ノ代數  
和ト看做スコトヲ得.

## ○【例題】

次ノ數ノ和ヲ求メヨ. [1-2]

1.  $9, -7, -8, 6, -5$

2.  $-6, 7.5, -3.2, -1.5$

次ノ式ノ値ヲ求メヨ. [3-6]

3.  $8-12-2-4$       4.  $7-10+20-15$

5.  $-32-29-14$       6.  $-\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1$

## 10. 減法ノ規則.

減法ハ加法ノ逆ナリ. 即チ

正數ヲ引クトハ其ノ數ダケ減ラスコト  
ヲイヒ,負數ヲ引クトハ其ノ絶對値ダケ増  
スコトヲイフ.

又  $0$  ヲ引クトハ増減セスコトヲイフ.



例へば  $+5$  を引くと  $5$  が減らすことにて、  
是は  $-5$  を加ふるに同じ。又  $-5$  を引くと  $5$  が  
増やすことにて、即ち  $+5$  を加ふるに同じ。

ヨリテ次の規則を得。

或數ヲ減ズルニハ、其ノ符號ヲ變ヘテ加ヘ

【例】  $(+3) - (+5) = (+3) + (-5) = -2$

$$(-3) - (+5) = (-3) + (-5) = -8$$

$$(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = +8$$

$$(-3) - (-5) = (-3) + (+5) = +2$$

【注意】代數學ニテハ被減數ト減數トノ大小如何ニ  
關ラズ減法ヲ行フコトヲ得ルガ故ニ、一般ニ  $a - b$  ナ  
ト  $b$  トノ差(代數的ノ差)トイフコトアリ。

サテ上ノ第一ノ例ニテ  $+3$  ヨリ  $+5$  を引キテ  
得タル差  $-2$  ハ、被減數ヲ  $5$  が減ラシタルモノ  
ナルガ故ニ、此ノ差  $-2 = 5$  を加フレバ被減數  $+3$   
ヲ得。第二ノ例モ同様ナリ。

又第三ノ例ニテ  $+3$  ヨリ  $-5$  を引キテ得タル  
差  $+8$  ハ、被減數ヲ  $5$  が増シタルモノナルガ故  
ニ、差  $+8$  を  $5$  が減ラセバ(即チ差  $+8 = -5$  を加  
フレバ)被減數  $+3$  を得。第四ノ例モ同様ナリ

一般ニ

被減數ハ減數ト差トノ和ニ等シ。

【注意】數ノ正負如何ニ關ラズ被減數ガ減數ヨリ  
モ大ナルトキハ差ハ正數ニシテ、被減數ガ減數ヨリモ  
小ナルトキハ差ハ負數ナリ(上ノ例ヲ参照セヨ)

○【例題】

1.  $8$  ヨリソレゾレ  $2, 1, 0, -1, -2, -3$  を引ケ。

2. 次ノ各組ノ前ノ數ヨリ後ノ數ヲ引ケ。

$$12, 15; \quad 12, -15; \quad -18, 20;$$

$$-18, -20; \quad -18, -7; \quad 0, 8;$$

$$-0, -8; \quad 8, -8; \quad -8, 8;$$

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \quad \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}; \quad -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

3.  $13$  ニ如何ナル數ヲ加フレバ  $7$  トナルカ。

4.  $6$  ヨリ如何ナル數ヲ引ケバ  $10$  トナルカ。

5.  $x$  を如何ナル數トナストキ次ノ等式ハ正シ  
キカ。

$$(1) 25 + x = 13 \quad (2) x + 12 = 0$$

$$(3) -7 + x = -3 \quad (4) -7 - x = -3$$

## 11. 應用.

【例一】  $a$  度ヲ示セル寒暖計ガ  $b$  度昇ルトキハ  
何度ヲ示スカ。 答  $a+b$  度:

[解] 今  $a=-5, b=7$  トスレバ  $a+b=-5+7=2$

又  $a=-5, b=3$  トスレバ  $a+b=-5+3=-2$

此ノ計算ハ  $-5$  度ヨリ  $7$  度昇レバ  $2$  度トナ  
リ, 又  $-5$  度ヨリ  $3$  度昇レバ  $-2$  度トナルコト  
ヲ示スモノナリ

又  $a=7, b=-5$  トスレバ  $a+b=7+(-5)=2$

サテ  $-5$  ヲ加フトハ  $5$  ダケ減ラスコトナル  
ガ故ニ,  $5$  度ダケ降ルコトヲ  $-5$  度ノ昇リト言  
フコトヲ得。即チ此ノ計算ノ意味ハ溫度ガ  $7$   
度ヨリ  $5$  度降ル( $-5$  度昇ル)トキハ  $2$  度トナル  
トイフコトナリ

カヤウニ負數ヲ用フルトキハ, 始ノ溫度  $a$  及ビ  
變化セル度數  $b$  ガ正數ニテモ負數ニテモ同一ノ  
式  $a+b$  ヲ用ヒテ後ノ溫度ヲ求ムルコトヲ得ルナ  
リ

【例二】  $a$  度ノ溫度ヨリ幾度昇ルトキハ  $b$  度ト  
ナルカ 答  $b-a$  度.

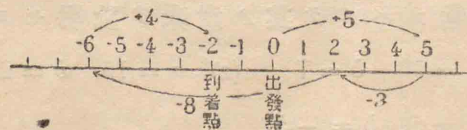
【解】 例一ノ如ク考フルトキハ此ノ答モ亦一  
般ニ通用スベシ。但  $b < a$  ナルトキニハ  $b-a$  ハ  
負數トナル。是ハ其ノ絶對値ノ度數ダケ溫度  
ノ降レルコトヲ示スモノナリ

例ハ  $a=-5, b=2$  トスレバ  $b-a=2-(-5)=7$   
ニテ, 是ハ  $7$  度昇レルコトヲ示ス。

又  $a=7, b=5$  トスレバ  $b-a=5-7=-2$  ニ  
テ, 是ハ  $2$  度ノ降リヲ示スモノナリ

【例三】 一直線上ノ一點ヨリ右へ  $5$  米進ミ, 次ニ  
左へ  $3$  米, 次ニ又左へ  $8$  米, 次ニ右へ  $4$  米進ムトキ  
ハ, 到着點ハ出發點ヨリ何レノ方ニ幾許ノ距離ニ  
アルカ。 答 左ノ方  $2$  米.

【解】 右へノ距離ヲ正數, 左へノ距離ヲ負數ニ  
テ表ストキハ, 毎回進ミタル距離ヲ表ス數ハ  
 $+5, -3, -8, +4$  ニテ, 其ノ和ハ  $5-3-8+4=-2$   
ナリ。是即チ到着點ハ出發點ヨリ左ノ方  $2$  米  
ノ處ナルコトヲ示スモノナリ。



## 【例題】

1.  $-5$ 度ナル溫度ヨリ幾度昇レバ $3$ 度トナルカ.
2. 溫度ガ零下 $8$ 度ヨリ $6$ 度昇リ,又 $7$ 度昇リ,次ニ $6$ 度降り,次ニ $3$ 度降ルトキハ,幾度トナルカ.
3. 今年 $15$ 歳ノ人ハ $n$ 年後ニハ幾歳トナルカ.  
又 $n = -7$ トスルトキ,計算ノ意味如何.
4. 東西ニ通ズル道路ヲ東ヘ $2.5$ 軒進ミ,次ニ西ヘ $4$ 軒,次ニ東ヘ $4.5$ 軒,次ニ西ヘ $3.5$ 軒進ムトキハ,出發ノ地點ニ比ベテ到着ノ地點ノ位置如何.
5. 或銀行ト預金ノ取引ヲナス人,某月中 $120$ 圓ヲ預入レ,次ニ $250$ 圓ヲ引出シ,次ニ $370$ 圓ヲ預入レ,次ニ $500$ 圓ヲ引出シタリ. 預金ノ増減幾許ナルカ.
6. 一直線上ニ於テ甲,乙ノ二點ガ一定點ヨリ右ヘソレゾレ $a$ 種, $b$ 種ノ距離ニアルトキ,甲,乙二點間ノ距離ヲ求ムル式ヲ作レ. 又其ノ式ニ次ノ數ヲ當テハメテ其ノ意味ヲ説明セヨ.  
(1)  $a = 12, b = 7$     (2)  $a = 15, b = 20$   
(3)  $a = 5, b = -5$

## 12. 乘法ノ規則.

正數ヲ乘ズルコトハ算術ニテ學ビタルト同シ.  
例ヘバ

$$(+5) \times 3 = (+5) + (+5) + (+5) = +15$$

$$(-5) \times 3 = (-5) + (-5) + (-5) = -15$$

負數ヲ乘ズトハ其ノ絶對値ヲ乘ジテ後  
符號ヲ變ヘルコトヲイフ.

例ヘバ  $(+5) \times (-3) = -15, (-5) \times (-3) = +15$

此等ノ例ヨリ次ノ規則ヲ得.

符號ノ同ジキニツノ數ノ積ヲ作ルニハ,其ノ  
絶對値ノ積ニ符號+ヲ附ケヨ.

符號ノ異ナルニツノ數ノ積ヲ作ルニハ,其ノ  
絶對値ノ積ニ符號-ヲ附ケヨ.

$$\begin{array}{l} \text{【例一】 } (+5) \times (+3) = +15 \\ \quad \quad \quad (-5) \times (-3) = +15 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (+5) \times (-3) = -15 \\ (-5) \times (+3) = -15 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{【例二】 } (+2) \times (+3) \times (+4) = (+6) \times (+4) = +24 \\ \quad \quad \quad (-2) \times (+3) \times (+4) = (-6) \times (+4) = -24 \\ \quad \quad \quad (-2) \times (-3) \times (+4) = (+6) \times (+4) = +24 \\ \quad \quad \quad (-2) \times (-3) \times (-4) = (+6) \times (-4) = -24 \end{array}$$

此ノ例ニヨリ次ノ規則ヲ得。

ニツ以上ノ數ノ累乗積(又ハ連乗積)ヲ求ムルニハ、先ツ因數ノ絶對値ノ積ヲ求メ、サテ因數ノ中ニ負數ガナキカ又ハ負數ガ偶數ダケアルトキニハ符號+ヲ附ケ、又負數ガ奇數ダケアルトキハ符號-ヲ附クベシ。

【例三】  $(-5) \times (+2) \times (-3) = +5.2.3 = +30$

$$(-7) \times (-6) \times (+8) \times (-10) = -7.6.8.10 = -3360$$

上ノ規則ニヨリ負ノ因數ガアルトキニモ、乘法ノ順序ハ積ニ影響ナキコトヲ知ルベシ。即チ

ニツ以上ノ數ノ積ヲ求ムルトキ、因數ノ順序ヲ如何ヤウニ變ヘテモヨク(交換ノ法則)、又因數ヲ適宜ニ一部分ツツ掛ケ行キテモヨシ(組合セノ法則)。

【例題】

次ノ積ヲ求メヨ。

$$(-7) \times 4, \quad 7 \times (-4), \quad (-7) \times (-4), \quad 5 \times (-1),$$

$$4 \times \left(-\frac{1}{2}\right), \quad \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{6}, \quad (-2.5) \times 1.2,$$

$$7 \times (-5) \times (-2) \times (-4), \quad (-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4)$$

### 13. 冪.

同ジ數ヲイクツモ掛ケ合ハセタル積ヲ其ノ數ノ冪トイフ。例ヘバ  $aa$  ハ  $a$  ノ二乗冪(又ハ平方)ニシテ、之ヲ  $a^2$  ト書ク。又  $aaa$  ハ  $a$  ノ三乗冪(又ハ立方)ニシテ、之ヲ  $a^3$  ト書ク。其ノ他モ之ニ準ズ。  $a$  ノ肩ニ書キタル 2, 3 等ハ因數ノ數ヲ示スモノニテ、之ヲ冪ノ指數トイフ。

$a^1$  即チ  $a$  ノ一乗冪トハ  $a$  自身スゴトナリトス。

【例】  $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = +25$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

一般ニ

正數ノ冪ハ正數ナリ。負數ノ冪ハ指數ガ偶數ナルトキハ正、指數ガ奇數ナルトキハ負ナリ

[注意] 負數ノ冪ヲ書キ表スニハ、上ノ例ノ如ク、其ノ數ヲ括弧ニ包ミテ後指數ヲ付クルコトヲ要ス。例ヘバ  $(-5)^2$  ハ  $-5^2$  トハ異ナリ。

【例題】

次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$(-7)^2, \quad (-5)^3, \quad (-1)^2, \quad (-1)^3,$$

$$(-2)^2 \times (-5)^3, \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

## 14. 除法ノ規則.

除法ハ乘法ノ逆ナリ. 即チ甲數ヲ乙數ニテ除ストハ,ソレト乙トノ積ガ甲ニ等シクナルガ如キ數ヲ求ムルコトナリ.

例ヘバ

$$(+3) \times (+5) = +15 \quad \text{故} = \frac{+15}{+3} = +5$$

$$(-3) \times (+5) = -15 \quad \text{故} = \frac{-15}{-3} = +5$$

$$(+3) \times (-5) = -15 \quad \text{故} = \frac{-15}{+3} = -5$$

$$(-3) \times (-5) = +15 \quad \text{故} = \frac{+15}{-3} = -5$$

此等ノ例ヨリ次ノ規則ヲ得.

符號ノ同ジキニツノ數ノ商ヲ作ルニハ先ツ其ノ絶對値ニツキテ除法ヲ行ヒ其ノ商ニ符號+ヲ附ケヨ.

符號ノ異ナルニツノ數ノ商ヲ作ルニハ先ツ其ノ絶對値ニツキテ除法ヲ行ヒ其ノ商ニ符號-ヲ附ケヨ.

## 【例題】

次ノ商ヲ求メヨ.

$$\frac{-28}{7}, \quad \frac{28}{-7}, \quad \frac{-28}{-7}, \quad 6 \div (-1),$$

$$(-4) \div (-8), \quad -\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{8}\right), \quad 3 \div (-2.5)$$

次ノ式ノ値ヲ求メヨ.

$$\frac{15 \times (-2)}{-6}, \quad \frac{(-20) \times (-9)}{-12}$$

3. 或數 = -1 ヲ掛ケルトキハ積ハ如何. 又或數ヲ -1 ニテ割ルトキ商ハ如何.
4. -12 ニ如何ナル數ヲ掛ケルトキ積ガ60トナルカ. 又 -60 トナルカ.
5. 18ヲ如何ナル數ニテ割ルトキ商ガ -3 トナルカ.
6.  $x$ ヲ如何ナル數トナストキ次ノ等式ハ正シキカ.

$$3x = -15, \quad -3x = 15, \quad -3x = -15.$$

$$\frac{x}{2} = -3, \quad \frac{x}{-2} = -3, \quad \frac{x}{-2} = 3$$

## 15. 零ノ四則.

此ノ節ニテハ0ニ關係セル四則ヲ一マトメニシテ説クベシ

(加法) 或數ト0トノ和ハ其ノ數自身ニ等シ  
即チ  $a$  ガ如何ナル數ナリトモ

$$a+0=0+a=a$$

(減法) 或數ヨリ0ヲ引キタル殘ハ其ノ數自身ナリ.

$$a-0=a$$

又  $a$  ヲ引クハ  $-a$  ヲ加フルニ同ジキニヨリ, 0ヨリ或數ヲ引クトキハ, 其ノ數ノ符號ヲ變ヘタル數ヲ得.

$$0-a=-a$$

(乘法) 或數ト0トノ積ハ常ニ0ニ等シ

$$0 \times a = a \times 0 = 0$$

累乗積ニテ, 因數ノ中ニ0ガアルトキハ, 積ハ0ニ等シ. 又積ガ0トナルハ, 因數ノ中ニ少クトモ一ツハ0ガアルトキニ限ル.

(除法) 0ニ等シカラザル數, 例ヘバ5ニテ0ヲ

割ルトハ, 5ト如何ナル數トノ積ガ0トナルカラ定ムルコトナリ. サテ5ニ0ヲ掛ケルトキニ限リ, 積ハ0トナル. 故ニ0ヲ5ニテ割リタル商ハ0ナリ. 一般ニ

$$\frac{0}{a} = 0 \quad (\text{但 } a \neq 0)^*$$

次ニ0ニ等シカラザル數  $a$  ヲ0ニテ割レバ如何ニトイフニ, 0ニ如何ナル數ヲ掛ケテモ積ハ0トナリ, 決シテ  $a$  トナルコトナシ 故ニ  $a$  ヲ0ニテ割ルコトヲ得ズ

又0ヲ0ニテ割レバ如何ニトイフニ, 0ニ如何ナル數ヲ掛ケテモ0トナルガ故ニ, 商ヲ定ムルコトヲ得ズ. 故ニ

0ヲ除數トシテ或數ヲ割ルコトヲ得ズ

【例題】

1.  $a=-1, b=-2, c=-3$  ナルトキ, 次ノ式ノ數値如何.

$$(a-5)(b-4)(c-3), \quad \frac{a-2b+c}{a+b+c},$$

$$-(a-b)(a-c)(b-c), \quad 6ab-2bc-3ca$$

\* 中ハ其ノ兩側ニアル數ガ等シカラザルコトヲ示ス記號ナリ.

2.  $x = \frac{3}{2}$  ナルトキ、次ノ式ノ數値如何.

$$2x^2 - x - 6$$

又  $x = -\frac{3}{2}$  ナルトキハ如何.

3. 絶對値ガ3ヨリモ大ナラザル正及ビ負ノ整數及ビ0ヲ大小ノ順序ニ從ヒテ順次ニ  $x$  ニ當テハメテ、次ノ式ノ數値ヲ求メヨ.

$$(x-2)(1+x)$$

4.  $(-a)^2$  及ビ  $-a^2$  ノ意味ヲ説明セヨ.

$a = 1$  ナルトキ此等ノ式ノ數値如何.

又  $a = -1$  ナルトキハ如何.

5. 等式  $(a+b)c = ac+bc$  ニ次ノ値ヲ當テハメテ其ノ正シキコトヲ驗セ.

$$a = 7, \quad b = -5, \quad c = 4$$

$$a = -3, \quad b = -8, \quad c = -5$$

6. 現今  $S$  圓ヲ有スル人ノ毎年ノ收入  $a$  圓、支出  $b$  圓ナルトキ、 $n$  年ノ後ノ此ノ人ノ所有金ヲ表ス式如何.

又次ノ數ヲ當テハメテ結果ヲ求メヨ.

$$(1) \quad a = 1800, \quad b = 1440, \quad S = 2400, \quad n = 10$$

$$(2) \quad a = 1600, \quad b = 1750, \quad S = 1200, \quad n = 12$$

7. 華氏寒暖計ノ度數  $f$  ヲ攝氏寒暖計ノ度數  $c$  ニ改ムル公式ハ次ノ如シ.

$$c = \frac{5(f-32)}{9}$$

是ニヨリテ次ノ華氏ノ度數ヲ攝氏ノ度數ニ改メヨ.

$$212, \quad 50, \quad 32, \quad 0, \quad -13, \quad -40$$

8. 毎時  $x$  哩ノ速サニテ進行スル列車ガ只今出發點ヲ距ルコト  $a$  哩ナル某驛ヲ通過セリ. 今ヨリ  $t$  時ノ後ニハ此ノ列車ハ出發驛ヨリ幾哩ノ距離ニアルベキカ.

次ノ數ヲ一般ノ結果ニ當テハメテ答ヲ出シ、且之ヲ解釋セヨ.

$$(1) \quad a = 50, \quad x = 15, \quad t = 2$$

$$(2) \quad a = 50, \quad x = 15, \quad t = -2$$

## 16. 代數式ノ數値ト其ノ圖解.\*

一ツノ文字ヲ含メル代數式、例ヘバ

$$2x+1$$

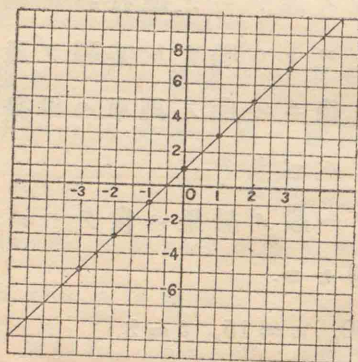
ニ於テ、 $x$  ニ種種ノ値ヲ與ヘ、之ニ對應スル式ノ數値ヲ計

\* 此ノ一節ハ省キ又ハアトマハシニテモヨシ.

算スルトキハ次ノ結果ヲ得.

$x$	..	-3	-2	-1	0	1	2	3	..
$2x+1$	..	-5	-3	-1	1	3	5	7	..

カヤウニ $x$ ノ値ト代數式 $(2x+1)$ ノ之ニ對應スル値トノ相伴ヒテ變化スル模様ヲ次ノ如ク圖ニテ示スコトヲ得.



先ヅ方眼紙上ニ横軸及ビ縦軸ヲ引キ、其ノ交點ヲ原點トス。サテ横軸上ニ於テ適宜ノ單位ヲ定メ、原點ヨリ右ヘノ距離ハ正數、又左ヘノ距離ハ負數ニテ表スコトトシ、横軸上ノ點ノ位置ニヨリテ $x$ ノ數值ヲ示ス。上ノ圖ニテハ方眼紙ノ2罫ヲ單位トシ、特ニ $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ヲ表ス點ヲ此等ノ數字ニテ示シタリ。

又縦軸上ニ於テモ適宜ノ單位(圖ニテハ方眼紙ノ1罫)

ヲ定メ、縦軸上ノ點ノ位置ニヨリテ代數式 $2x+1$ ノ數值ヲ示スコト横軸上ニ於ケルト同様ナリ。但原點ヨリノ方向ノ上下ニヨリテ數值ノ正負(上ハ正、下ハ負)ヲ區別スルモノトス。

サテ $x$ ノ或値ヲ示セル横軸上ノ點ヲ通ル縦線ト、之ニ對應スル代數式ノ値ヲ示セル縦軸上ノ點ヲ通ル横線トノ交叉點ヲ求メ、其ノ點ノ位置ニヨリテ $x$ ト代數式 $2x+1$ トノ相對應スル一組ノ値ヲ示ス。圖ニハ上ノ表ニ掲ゲタル七組ノ値ヲ示セル點ヲ特ニ標記シタリ。

前ノ圖ニ示セル線ハカヤウノ點ヲ盡ク通ルヤウニ描カレタルモノニテ、上ノ表ニ掲ゲラレザル $x$ ノ値、例ヘバ $x = \frac{1}{2}, x = \frac{3}{2}$ 等ニ對スル $2x+1$ ノ値モ、此ノ圖ヲ一見シテ知ルコトヲ得ベシ。

カヤウノ線ヲ代數式ノ圖解(ぐらふ)トイフ。

【例題】

1. 上ノ圖ニヨリテ $x = \frac{5}{2}, x = -\frac{1}{2}, x = -4$ ナルトキノ $2x+1$ ノ値ヲ求メヨ。
2. 上ノ圖ニヨリテ $2x+1$ ノ値ガ4トナルトキノ $x$ ノ値ヲ求メヨ。
3. 上ノ例ニ倣ヒテ $3-2x$ ノぐらふヲ描ケ。



## 摘 要

(正數及ビ負數ノ四則)

加法.

$a, b$  ガ正數ナルトキ

$$(+a) + (+b) = +(a+b)$$

$$(-a) + (-b) = -(a+b)$$

$a$  ガ  $b$  ヨリモ大ナルトキ

$$(+a) + (-b) = +(a-b)$$

$$(-a) + (+b) = -(a-b)$$

減法.

$$a - (+b) = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + (+b)$$

乘法.

$$(+a) \times (+b) = +ab \quad (+a) \times (-b) = -ab$$

$$(-a) \times (-b) = +ab \quad (-a) \times (+b) = -ab$$

除法.

$$\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} \quad \frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} \quad \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

(零ノ四則)

加法.

$$a + 0 = 0 + a = a$$

減法.

$$a - 0 = a \quad 0 - a = -a$$

乘法.

$$0 \times a = a \times 0 = 0$$

除法.

$$\frac{0}{a} = 0 \quad (a \neq 0)$$

0 ヲ除數トシテ或數ヲ割ルコトヲ得ズ.

## 第二編 整式ノ四則

### 第一章 整式ノ加法及ビ減法

#### 17. 整式.

例へバ

$$3ax \quad (1)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{3y}{5} \quad (3)$$

ノ如ク、文字ニテ表サレタル數ヲ除數トセル割リ算ヲ含マヌ式ヲ整式トイフ。

$$\frac{2a}{3b}, \quad \frac{x+a}{x-a}$$

ナドハ整式ニアラズ、カヤウノ式ヲ分數式トイフ。

#### 18. 項. 一項式, 多項式.

前節ニテ例ニ舉ゲタル整式(1)ノ如ク、寄セ算及ビ引キ算ヲ含マヌ整式ヲ一項式(又ハ單項式)トイフ。

$a^2$  又ハ  $-2ab$  ナドモ一項式ナリ。

又(2)ノ如ク、二ツ以上ノ一項式ノ代數和ナル整式ヲ多項式トイヒ、此等ノ一項式

ヲ多項式ノ項トイフ。

多項式ヲ其ノ項ノ數ニ因リテ二項式、三項式ナドト名ツクルコトアリ。例へバ前節ノ(3)ハ二項式ニシテ、 $\frac{x}{2}$  及ビ  $-\frac{3y}{5}$  ハ其ノ二ツノ項ナリ。

#### 19. 係數.

$3ax$  ノ 3 又ハ  $-2ab$  ノ  $-2$  ノ如ク、數字ニテ表サレタル因數ヲ其ノ項ノ係數トイフ。

$\frac{x}{2}$ ,  $-\frac{3y}{5}$  ナドハ之ヲ  $\frac{1}{2}x$ ,  $-\frac{3}{5}y$  ト書キテモヨシ。

故ニ此等ノ式ニテハ  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{3}{5}$  ヲ係數トイフ。

又  $a$  ハ  $1 \cdot a$  = 等シキガ故ニ、 $a$  ノ係數ハ 1 ナリ。

又  $-a$  ノ係數ハ  $-1$  ナリ。(係數 1, 及ビ係數  $-1$  ノ 1 ハ特ニ之ヲ書キ表サヌモノトス。)

又時トシテハ或特別ナル文字ノミニ著眼シテ、其ノ他ノ因數全體ヲ係數ト看做スコトアリ。例へバ  $3ax$  = 於ケル  $x$  ノ係數ハ  $3a$ , 又  $-5aba^2$  = 於ケル  $a^2$  ノ係數ハ  $-5ab$ ,  $(p-q)xy$  = 於ケル  $xy$  ノ係數ハ  $p-q$  ナリ。

[注意] 多項式ノ項ノ中、係數ガ正ナルモノヲ正項、係數ガ負ナルモノヲ負項トイフコトアリ。

## 20. 同類項.

例へば  $5x, -3x$

又ハ  $2ab^2, -9ab^2, -3ab^2, ab^2$

ノ如ク、文字ニテ表サレタル因數ノ同ジキ項ヲ同類項トイフ。

5, -2 ナドノ如ク數字ノミニテ表サレタル項モ、同類項ナリ。

## 21. 同類項ノ和.

$$\begin{aligned} \text{【例一】 } 5x - 3x &= (5-3)x \\ &= 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例二】 } 2ab - 9ab + ab &= (2-9+1)ab \\ &= -6ab \end{aligned}$$

同類項ノ和ヲ求ムルニハ係數ノ代數和ニ文字ノ部分ヲ附記スベシ。

$ax - bx + cx$  ノ如キ式ニテ  $a, -b, c$  ヲ係數ト看做ストキハ、上ノ規則ヲ次ノ式ニテ示スコトヲ得。

$$ax - bx + cx = (a - b + c)x$$

スベテ一ツノ多項式ノ中ニアル同類項ハ之ヲ加ヘテ一ツノ項ニマトムルヲ法トス。カヤウニスルコトヲ同類項ヲ約ムトイフ。

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } 3a^2b + 2ab^2 - 4ba^2 - 3b^2a + 2a^2b \\ &= 3a^2b - 4a^2b + 2a^2b + 2ab^2 - 3ab^2 \\ &= a^2b - ab^2 \end{aligned}$$

カヤウニ二種類以上ノ同類項ガアルトキニハ、別別ニ之ヲ約ムベシ。

【注意】 一ツノ項ノ文字因數ハ特別ノ理由ナキ限り  $abc$  順ニ書クベシ。是ハ同類項ヲ見落サヌ爲ナリ。

## 【例題】

次ノ式ノ代數和ヲ簡單ニセヨ。 [1-3]

1.  $7x, -3x, 5x, -6x$
2.  $a, -8a, 4a, -9a, -12a$
3.  $-4x^2, -6x^2, 15x^2, -5x^2$

次ノ式ノ同類項ヲ約メヨ。 [4-8]

4.  $3x - 5 - 2x + 7$
5.  $4a - x - 2a + 5x - 7a + 3a$
6.  $7xy - 5x - 3yx + 2y - 4xy$
7.  $bc - 6ab + 3cb - ba - ac$
8.  $\frac{2}{3}x^2 - x + 6 - \frac{x^2}{3} + \frac{x}{2}$

## 22. 整式ノ加法.

例へバ  $a$  と  $b-c+d-e$  とノ和ハツマリ  $a, b, -c, d, -e$  ノ代数和ナリ. 故ニ

$$a+(b-c+d-e)=a+b-c+d-e$$

ヨリテ次ノ規則ヲ得.

整式ノ和ヲ求ムルニハ、スベテノ項ヲ其ノママ並べ記スベシ. 若シ同類項アラバ之ヲ約ムベシ.

$$\begin{aligned} \text{【例】 } & (3a+7b-4c)+(5a-3b+c) \\ & = 3a+7b-4c+5a-3b+c \\ & = 8a+4b-3c \end{aligned}$$

カヤウニ同類項アル場合ニハ、次ノ如ク同類項ヲ縦ニ並べて書キテ計算シテモヨシ.

$$\begin{array}{r} 3a+7b-4c \\ +) 5a-3b+c \\ \hline 8a+4b-3c \end{array}$$

## 【例題】

次ノ整式ノ和ヲ求メヨ [1-8]

- $2a+5, a+3$
- $x+y, x-y$
- $7x+3y+5z, 2x-5y-7z$

- $a-10x, 3a+4x, 12x-5a$
- $2x+3y-5, 7y-3x, 8-5y$
- $x^2+xy+y^2, -2xy+3y^2-x^2, yx-4y^2$
- $123x+115y-102, 63x-192y+200$
- $a+\frac{b}{3}-\frac{3c}{4}, \frac{c}{4}-\frac{b}{3}-\frac{a}{2}$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. [9-14]

- $3x+(5x+12)$
- $(8a-7b)+13b$
- $(6x+7y-9)+(y+3-12x)$
- $(3x^2-5x+7)+(-a^2+x-1)+(2x^2+2+5x)$
- $(7x^2-8x)+(7x-8)+(7-8x^2)$
- $4a+(7a-9a^2)+(-12a+8a^2-a^3)$
- $x, y, z$  ナル三ツノ數アリ.  $x$  と  $y$  とノ和ヨリ  $z$  ヲ引キタル殘,  $x$  と  $z$  とノ和ヨリ  $y$  ヲ引キタル殘,  $y$  と  $z$  とノ和ヨリ  $x$  ヲ引キタル殘, 以上三ツヲ加フルトキハ、其ノ和如何.

## 23. 減法.

或數ヲ引クハ其ノ符號ヲ變へテ加フルニ同ジ. 故ニ今  $a$  ヲリ  $b-c+d-e$  ヲ引クニハ、 $a$  ニ減數ノ符號ヲ變へタルモノ即チ  $-b+c-d+e$  ヲ加フレバ

ヨシ。即チ

$$a-(b-c+d-e) = a-b+c-d+e$$

ヨリテ次ノ規則ヲ得。

整式ヲ引クニハ其ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ之ヲ被減數ニ加ヘヨ。

$$\begin{aligned} \text{【例一】 } (8a+6c)-(5a-7b+8c) \\ &= 8a+6c-5a+7b-8c \\ &= 3a+7b-2c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例二】 } (6xy-4ax-7cz)-(3ax-7cz+8xy-by) \\ &= 6xy-4ax-7cz-3ax+7cz-8xy+by \\ &= -2xy-7ax+by \end{aligned}$$

又ハ始ヨリ同類項ヲ縦ニソロヘテ書キ、次ノ如クニシテ計算シテモヨシ。

$$\begin{array}{r} 6xy-4ax \quad -7cz \\ -) \quad 8xy+3ax-by-7cz \\ \hline -2xy-7ax+by \end{array}$$

○【例題】

1.  $2x$  ヨリ  $-3y$  ヲ引ケ
2.  $a$  ヨリ  $a-b$  ヲ引ケ。
3.  $0$  ヨリ  $x-y+z$  ヲ引ケ。

次ノ引キ算ヲナセ。[4-13]

4.  $(7x+5)-3$
5.  $(3a+7b)-3b$
6.  $(6x+9)-(5x+3)$
7.  $(13a+12b)-(7a+16b)$
8.  $(12-5x)-(9-13x)$
9.  $(2x-5y-7z)-(4y-8x-10z)$
10.  $(7x^2-5x-1)-(4x^2-x-2)$
11.  $(2x^3-3x-5)-(x^3-2x^2-3)$
12.  $(ab+ac-bc)-(cb-ca+ba)$
- 13.  $xy-\left(x^2+y^2+\frac{xy}{2}\right)$

次ノ各組ニテ上ノ式ヨリ下ノ式ヲ引ケ。[14-15]

14.  $-7a+3b-4c,$   
 $6a-3b+c$
15.  $18x-7y,$   
 $-7x-7y-5z$

次ノ等式ニ於テ( )ノ中ニアルベキ式ヲ求メヨ。

[16-17]

16.  $(7a-2b+6c)-( ) = 2a+8c$
17.  $(x^3+x^2-x-2)+( ) = x^3-1$
18. 甲ハ 150 圓、乙ハ 120 圓ヲ有メ、今甲ガ  $x$  圓ヲ乙ニ與フルトキハ、兩人ノ所有金ノ差ハ幾許ナルカ。

## 24. 括弧ヲハツスコト:

・ 等式

$$a+(b-c+d-e) = a+b-c+d-e \quad (1)$$

$$a-(b-c+d-e) = a-b+c-d+e \quad (2)$$

ヲ見ルニ、(1)ニテハ左邊ノ括弧ノ中ノ項ガ其ノマ  
マ右邊ニアリ。又(2)ニテハ左邊ノ括弧ノ中ノ項  
+b, -c, +d, -eガ右邊ニテハ其ノ符號ヲ變ヘテ  
-b, +c, -d, +eトナリタリ。ヨリテ次ノ規則ヲ得

十ノ次ニ來ル括弧ハ其ノママ取去リテヨシ

又一ノ次ニ來ル括弧ヲ取去ルトキハ同時ニ之

ニ包マレタル各項ノ符號ガ變ルヤウニスベシ

$$\begin{aligned} \text{【例一】 } (a+b)+(a-b) &= a+b+a-b \\ &= 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例二】 } (a+b)-(a-b) &= a+b-a+b \\ &= 2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } a-\{a-(b-c)\} &= a-\{a-b+c\} \\ &= a-a+b-c \\ &= b-c \end{aligned}$$

【説明】 先ヅ内ノ括弧ヲハツシ、次ニ外ノ括弧  
ヲハツシタルナリ。

$$\begin{aligned} \text{又ハ } a-\{a-(b-c)\} &= a-a+(b-c) \\ &= b-c \end{aligned}$$

【説明】 外ノ括弧{ }ニ包マレタル項ハ a 及  
ビ -(b-c)ナリ。故ニ外ノ括弧ヲ取去ルトキ  
-(b-c)ヲ+(b-c)ニ變ヘタリ。(b-c)ヲ一ツノ文字  
ノヤウニ取扱フベキコトニ注意スベシ。

【例題】

次ノ式ノ括弧ヲハツシテ簡單ニセヨ。 [1-12]

1.  $x+(y+z)$
2.  $x+(y-z)$
3.  $x-(y+x)$
4.  $x-(y-x)$
5.  $a+(2a-b)-(a-2b)$
6.  $(x-y)-(2y-3x+5)+(2x-3y+5)$
7.  $a-\{b-(a-c)\}$
8.  $-(x-y)-\{y-(x-z)\}$
9.  $2x-\{y-(x-2y)\}$
10.  $-\{a-(b-c)\}-\{b-(c-a)\}-\{c-(a-b)\}$
11.  $16x-5y-[9x-3y-\{4x-(4x+6y)\}]$
12.  $1-(1-a)+\{1-(a-a^2)\}-[1-\{a-(a^2-a^3)\}]$   
 $+ [1-\{a-(a^2-a^3-a^4)\}]$

【注意】 或式ヲ括弧ニテ包ム代ニ其ノ式ノ上ニ横線  
ヲ引クコトアリ。之ヲ括線トイフ。

次ノ式ヲ括弧{}ノミヲハツシテ簡單ニセヨ。

[13-15]

13.  $x - \{y - (x - y)\}$

14.  $\{a + 2(b - c)\} + \{3a - 5(b - c)\} - \{2a - 3(b - c)\}$

15.  $\{(a - b) - (b - c)\} + \{(b - c) - (c - a)\} + \{(c - a) - (a - b)\}$

16. 甲ハ  $x$  圓、乙ハ  $y$  圓ヲ有セリ。サテ甲ハ乙ニ乙ノ所有金ヨリモ  $a$  圓ダケ少キ金高ヲ與ヘ、次ニ乙ハ甲ニ其ノ時ノ甲ノ所有金ヨリモ  $a$  圓ダケ少キ金高ヲ與ヘタリ。甲乙ノ所有金ハ幾許トナレルカ。(兩人ノ間ニ金錢ノ受渡ハアリタレドモ、所有金ノ和ハ始ト異ナルコトナシ。是ニヨリテ結果ヲ驗セ)。

## 25. 括弧ニテ括ルコト。

等式

$$a + (b - c + d - e) = a + b - c + d - e$$

$$a - (b - c + d - e) = a - b + c - d + e$$

ノ右邊ヲ左邊ニ比較シテ次ノ規則ヲ得

多項式ノニツ以上ノ項ヲ其ノママ括弧ノ中ニ入レテ其ノ前ニ符號+ヲ附ケテヨシ。

又ニツ以上ノ項ノ符號ヲ變ヘテ括弧ノ中ニ入レテ其ノ前ニ符號-ヲ附ケテヨシ。

【例一】  $2x + 3y - z = 2x + (3y - z)$

又ハ  $= 2x - (-3y + z)$

【例二】  $a - 2b + 1 = a - (2b - 1)$

又ハ  $= a + (-2b + 1)$

【例題】

1. 次ノ式ノ第二項以下ヲ括弧ノ中ニ入レテ、其ノ前ニ符號+ノ附クヤウニセヨ。又符號-ノ附クヤウニセヨ。

(1)  $x + y - z - 3$       (2)  $2a - 3b + c - 5d$

2. 次ノ式ニテ、同類項ヲソレゾレ+ヲ前ニ附ケタル括弧ノ中ニ入レテ、各ノ括弧ノ中ヲ簡單ニセヨ

$$3x - a - 2x + 5a + 6x - 7a$$

3. 次ノ式ニテ、 $x$ ヲ含メル項、 $y$ ヲ含メル項及ヒ $x, y$ ヲ含マヌ項ヲソレゾレ-ヲ前置セル括弧ニテ括シ。

$$z - ax + 2y - bz - 3x - by - az$$

## 第二章 整式ノ乗法

## 26. 一項式ノ乗法.

【例一】  $3a \times 7b = 3 \times a \times 7 \times b$

$$= 3 \times 7 \times a \times b$$

$$= 21ab$$

【例二】  $8ab \times (-2ac) = 8 \times (-2) \times aabc$

$$= -16a^2bc$$

【例三】  $a^3 \times a^2 = a^5$

【説明】 是ハ  $a$  トイフ因數 3 個ト 2 個ト、都合 5 個掛ケ合ハスルナリ、故ニ積ハ  $a^5$  ニ等シ。  
一般ニ

同ジ文字ノ冪ノ積ハ、ヤハリ同ジ文字ノ冪ニシテ、其ノ指數ハ因數ノ指數ノ和ニ等シ。

即チ  $m, n, p$  ガ正ノ整數ナルトキハ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(1)

$$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$$

【例四】  $6a^2bx \times (-8ab^2) \times (-2aba^2)$

$$= 6 \times (-8) \times (-2) \times (a^2aa)(bb^2b)(xa^2)$$

$$= 96a^4b^3x^3$$

以上ノ例ニヨリテ次ノ規則ヲ得.

一項式ノ積ヲ求ムルニハ、先ヅ(符號ニ注意シテ)係數ヲ掛ケ合ハセ、次ニスベテノ文字因數ヲ並べ記スベシ 但同一ノ文字因數ハ各一ツノ冪ニマトメヨ.

次ノ二ツノ例ハ特ニ大切ナリ.

【例五】  $(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2$

$$= a^{2+2+2}$$

$$= a^{2 \times 3}$$

$$= a^6$$

一般ニ  $m, n$  ガ正ノ整數ナルトキハ

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (2)$$

【例六】  $(abc)^2 = abc \times abc$

$$= a^2b^2c^2$$

一般ニ  $n$  ガ正ノ整數ナルトキハ

$$(abc)^n = a^n b^n c^n \quad (3)$$

公式(1)(2)(3)ヲ指數ノ法則トイフ.

## 【例題】

次ノ乗法ヲナセ.

1.  $3x \times 4$

2.  $5a \times 8b$

3.  $x^2 \times x \times x^3$



4.  $(x^3)^2$       5.  $(2ab)^2$       6.  $xy \times yz \times zx$   
 7.  $\frac{2}{3}x \times 6$       8.  $-\frac{9x}{8} \times 24$       9.  $-9x \times \frac{2}{3}$   
 10.  $8x \times (-2y)$       11.  $3x \times 4y \times 2z$   
 12.  $(-2ax) \times (-3bx) \times ab$       13.  $5a^2 \times 3abc \times (-bc)^2$   
 14.  $\frac{4}{5}x^2y \times \left(-\frac{1}{4}y^2z\right) \times 10xz^2$   
 15.  $(-x)^2 \times (-y)^2 \times (-xy)^3$

## 27. 多項式ト一項式トノ乘法.

ニツ以上ノ數ノ代數和ニ或數ヲ掛ケタル積ハ、其等ノ數ニ別別ニ此ノ乘數ヲ掛ケタル積ノ代數和ニ等シ(配分ノ法則).

例ヘバ  $(a-b+c)n = an-bn+cn$

又ハ  $n(a-b+c) = na-nb+nc$

ヨリテ次ノ規則ヲ得.

多項式ニ一項式ヲ乘ズルニハ、多項式ノ各項ニ(符號ニ注意シテ)此ノ一項式ヲ乘ゼヨ.

【例一】  $4(x-y+z) = 4x-4y+4z$

【例二】  $-3(a+b+c) = -3a-3b-3c$

【例三】  $-3ax(7x-2y-1) = -21ax^2+6axy+3ax$

【例四】  $-\frac{2}{5}(5a-10b-2c)$   
 $= \left(-\frac{2}{5}\right)5a + \left(-\frac{2}{5}\right)(-10b) + \left(-\frac{2}{5}\right)(-2c)$   
 $= -2a+4b+\frac{4}{5}c$

【例五】  $\left\{\frac{3}{2}(x-1)-\frac{2}{3}(x+2)\right\} \times 6$   
 $= 9(x-1)-4(x+2)$   
 $= (9x-9)-(4x+8)$   
 $= 9x-9-4x-8$   
 $= 5x-17$

### 【例題】

次ノ積ヲ求メヨ [1-10]

1.  $3(a+b)$       2.  $(a-b+c)x$   
 3.  $(x-y-z) \times (-1)$       4.  $-2(3a-5b-c)$   
 5.  $-5a(2a-3b)$       6.  $x^2(x-x^3)$   
 7.  $-y(x^2-xy+y^2)$       8.  $(ab)^2(2a^2-b^2-3ab)$   
 9.  $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{4}\right) \times 8$       10.  $6x\left(\frac{2x}{3}-\frac{3a}{4}\right)$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ [11-15]

11.  $a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)$   
 12.  $3(2x-y)+2(y-3x)$

13.  $3(6x+15)-5(8x-10)-7(4x-7)$   
 14.  $\left\{\frac{5}{2}(x-7)-\frac{2}{3}(2x+1)-\frac{7}{6}(2-5x)\right\} \times 6$   
 15.  $\left(\frac{7x-2}{15}-\frac{x+1}{12}\right) \times 60$

## 28. 多項式ノ乘法.

多項式  $a+b$  = 或數  $p$  ヲ掛ケルトキハ

$$(a+b)p = ap+bp$$

ナリ。故ニ今  $p$  ガ多項式  $x+y-z$  ナルトキハ

$$\begin{aligned}(a+b)(x+y-z) &= a(x+y-z)+b(x+y-z) \\ &= ax+ay-az+bx+by-bz\end{aligned}$$

ヨリテ次ノ規則ヲ得.

二ツノ多項式ノ積ヲ求ムルニハ、一ツノ多項式ノ各項ヲ(符號ニ注意シテ)他ノ多項式ニ掛ケタルモノヲ加フベシ。

即チ一ツノ多項式ノ各項ト他ノ多項式ノ各項トノ積ノ代數和ヲ作ルベシ。

【例一】  $(a-b)(x+y) = ax+ay-bx-by$

【説明】 第一ノ多項式  $a-b$  ノ始メノ項  $a$  ヲ第二ノ多項式  $x+y$  = 掛ケテ  $ax+ay$  ヲ得。又  $a-b$

ノ第二ノ項  $-b$  ヲ  $x+y$  = 掛ケテ  $-bx-by$  ヲ得。此等ヲ加ヘタルナリ。

【例二】  $(x-y)(x-2y) = x^2-2xy-yx+2y^2$   
 $= x^2-3xy+2y^2$

【例三】  $(3a-b)(2a+5b) = 6a^2+15ab-2ab-5b^2$   
 $= 6a^2+13ab-5b^2$

【注意】 カヤウ = 整式ノ積ヲ單項式ノ和 = 直スコトヲ積ノ展開トイフ。

複雑ナル多項式ノ乘法、應用ノ機會少シ。是ハ第四編ニ説クベシ。

## 【例題】

次ノ積ヲ展開セヨ。 [1-16]

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| 1. $(a+b+c)(x+y)$                      | 2. $(a-b)(x-y-z)$                  |
| 3. $(a+1)(b+1)$                        | 4. $(3-x)(2-y)$                    |
| 5. $(x+3)(x+5)$                        | 6. $(x-5)(2x+1)$                   |
| 7. $(2x-3)(3x-7)$                      | 8. $(2x-y)(2y-x)$                  |
| 9. $(a-5)(2-a)$                        | 10. $(x-1)(-1-x)$                  |
| 11. $(4x-1)\left(x-\frac{1}{4}\right)$ | 12. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ |
| 13. $(x+y-z)(x-y+z)$                   | 14. $(2x-3y-5)(4x+6y-3)$           |
| 15. $x(x+1)(x+2)$                      | 16. $(a-b)(b-c)(c-a)$              |

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。 [17-20]

17.  $2y(x-1)-(2x-1)(y-1)$

18.  $(2x+7)(y-3)-2(x+1)(y-2)$

19.  $x(x-1)-(x-1)(x-2)$

20.  $(a+b)(x-y)-(a-b)(x+y)$

### 第三章 整式ノ除法

#### 29. 一項式ノ除法.

【例一】  $\frac{12ab}{3a} = 4b$

[説明]  $12 = 3 \times 4$  ナルニヨリ  $12ab = 3a \times 4b$

故ニ  $12ab$  ヲ  $3a$  ニテ割レバ商ハ  $4b$  ナリ.

【例二】  $\frac{-14a^2bc}{7ab} = -2ac$

【例三】  $\frac{a^5}{a^3} = a^2$

[説明]  $a$  トイフ因數 3 個ニナホ幾個ヲ乗ズ

ルトキハ、同ジ因數 5 個トナルカト考ヘ、商ハ  $a^{5-3}$

ト  $a^2$  ナルコトヲ知ルナリ.

一般ニ  $m, n$  ガ正ノ整數ニシテ、 $m$  ガ  $n$  ヲ

大ナルトキハ、

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

同ジ文字ノ高キ冪ヲ低キ冪ニテ除シタル商ハ、ヤハリ同ジ文字ノ冪ニテ、其ノ指數ハ被除數ノ指數ト除數ノ指數トノ差ニ等シ.

【例四】  $\frac{6x^4y^2z}{-8x^2yz} = -\frac{3}{4}x^2y$

ニツノ一項式ノ商ヲ作ルニハ、先ヅ符號ニ注意シテ係數ノ除法ヲ行ヒ、次ニ被除數ノ文字ノ因數ノ中ヨリ除數ノ文字ノ因數ヲ盡ク取り去ルベシ.

同ジ文字ノ冪ガ被除數ニモ除數ニモ合マレタルトキニハ、上ニ説キタル冪ノ除法ヲ應用スベシ.

【例五】  $\frac{12(a-b)^2xy}{3(a-b)x} = 4(a-b)y$

[説明] 被除數及ビ除數ノ因數  $(a-b)$  フーツノ文字ノヤウニ取扱ヒテ、割り算ヲ行ヒタルナリ

#### 【例題】

次ノ商ヲ求メヨ

1.  $\frac{6x}{3}$

2.  $\frac{abc}{b}$

3.  $\frac{8ab}{4a}$

4.  $\frac{x^6}{x^2}$

5.  $\frac{15x^2y}{3xy}$

6.  $\frac{-6a^2b}{9a}$

7.  $\frac{-8x^2}{4x}$

8.  $\frac{2m^2n}{-3n}$

$$9. \frac{-xyz}{3yzx} \quad 10. \frac{-9a^2bc^4}{-6abc} \quad 11. \frac{a(xy)^2}{-2xy}$$

$$12. \frac{1}{3}x^3y^2z + \frac{1}{6}x^3yz \quad 13. -\frac{4}{5}a^2b^3x^5 + \left(-\frac{4}{7}b^2x^5\right)$$

$$14. \frac{6a^2b(x-y)^3}{2a(x-y)^2} \quad 15. \frac{2ab(a+b)^2(x-c)^3}{6b(a+b)(x-c)^2}$$

## 30. 法が一項式ナル場合ノ除法.

$$\text{公式} \quad n(a-b+c) = na - nb + nc$$

ニヨリ  $na - nb + nc$  ヲ  $n$  ニテ割ルトキハ、商ハ

$a - b + c$  ナルコトヲ知ルベシ。即チ

$$\frac{na - nb + nc}{n} = a - b + c$$

ヨリテ次ノ規則ヲ得.

多項式ヲ一項式ニテ割ルニハ、符號ニ注意シ

テ多項式ノ各項ヲ其ノ一項式ニテ割ルベシ.

$$\text{【例一】} \quad \frac{6ad + 4bd - 8cd}{2d} = 3a + 2b - 4c$$

$$\text{【例二】} \quad \frac{12a - 18a^2 + 15abx}{-6a} = -2 + 3a - \frac{5}{2}bx$$

【例題】

次ノ商ヲ求メヨ。 [1-6]

$$1. \frac{8a^2 - 16ab + 8b^2}{8} \quad 2. \frac{21ab + 28a^2}{7a}$$

$$3. \frac{x^2yz + xy^2z + xyz^2}{xyz} \quad 4. \frac{18ax + 6a^2x - 24a^3x}{-12ax}$$

$$5. \frac{21mx + 9m^2 - 12m^2x}{-6m} \quad 6. \frac{9(a-b)x^2 - 15(a-b)^2x}{3(a-b)x}$$

次ノ等式ニテ( )ノ中ニアルベキ式如何。 [7-8]

$$7. ax + ay - az = a( \quad )$$

$$8. 10x^2 - 15xy - 5x^3 = -5x( \quad )$$

## 31. 整式ノ除法ト分數式.

一ツノ整式ヲ他ノ整式ニテ割ルトキ、商ガ整式トナルコトヲ割り切レルトイフ。前二節ニ説キタルハ、イツレモ割り切レル場合ナリ。

$3a$  ヲ  $2b$  ニテ割り、又ハ  $x+y$  ヲ  $x$  ニテ割ルガ如ク、割り切レル場合ニハ、商ヲ  $\frac{3a}{2b}$  又ハ  $\frac{x+y}{x}$  ノ如ク、分數式ノ形ニ書キ表スベシ。

分數式ノコト及ビ多項式ヲ除數トスル割り算ハ後ニ説クベシ。

## 雜題 I

(1)  $2-a, 2(-a)$  ノ意義ヲ説明セヨ。

又  $a$  ガ 2 及ビ  $-2$  ナルトキ、其ノ値ヲ計算セヨ。

(2) ニツノ數ノ和ハ、二數ノ中、絶對値ノ大ナルモノト  
同ジ符號ノ數ナルコトヲ説明セヨ。

(3) 次ノ數ノ大小ヲ不等式ニテ表セ。

(1) 3, 5                      (2) -3, -5

(3) -7, 4                    (4) 7, -4

(4)  $a > b$  ナルトキ、 $-a$  ト  $-b$  トイヅレが大ナルカ。

(5)  $a-b$  ガソレゾレ 5, -2, 0 ナルトキ、 $b-a$  ノ値如何。

(6)  $\frac{2(x-1)}{3-x}$  ナル式ニテ、 $x$  ノ大小ノ順序ニ從ヒテ、絶對  
値ガ 3 ヨリモ小ナル正及ビ負ノ整數及ビ 0 トナシテ、其  
ノ値ヲ計算セヨ。

(7)  $x=3, y=1$  ナルトキ、次ノ多項式ノ數值ヲ求メヨ。

$$x^3 - 7xy + 4y^2 + 2$$

(8)  $a, b, c$  ガ次ノ數值ヲ有スルトキ

$$(a-b)(b-c)(c-a)$$

ノ數值ヲ求メヨ。

(1)  $a=1, \quad b=2, \quad c=3$

(2)  $a=-3, \quad b=-2, \quad c=-1$

(3)  $a=-5, \quad b=0, \quad c=-7$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。 [9-11]

(9)  $y - 2[y - 3\{x - 4(x-y)\}]$

(10)  $(3x-1)(2-x) - 2(x+1)(-1+x)$

(11)  $(a-b)(c-d) + (a-c)(d-b) + (a-d)(b-c)$

(12)  $x=b+c-a, y=c+a-b, z=a+b-c$  ナルトキ

$$(y+z-x) + (z+x-y) + (x+y-z)$$

ヲ求メヨ。

(13)  $\frac{5x-1}{27} + \frac{x+4}{9} - \frac{2x-1}{3} = 27$  ノ掛ケテ、後ニ同類項

ヲ約メヨ。

次ノ公式ノ正シキコトヲ示セ。 [14-19]

[注意] 此等ノ公式ハ後ニ引用スルコトアルベシ。

(14)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(15)  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(16)  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

(17)  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

(18)  $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

(19)  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

(20) 問題 14, 17 ノ公式ニ於テ  $b$  ノ代ニ  $-b$  ヲ入ルル

トキハ、如何ナル公式ヲ得ルカ。

(21) 一分毎ニ甲ノ管ヨリ  $a$  立、乙ノ管ヨリ  $b$  立ノ水ヲ  
受クル桶ノ中ニ、今  $a$  立ノ水アルトキ、 $t$  分ノ後ニ至リテ、  
此ノ桶ノ中ニアルベキ水ノ量ヲ計算スル式ヲ作レ

又  $t$  を負數トスルトキハ其ノ意味如何.

(22)  $a, b$  ノ積ヲ知レルトキ, 是ヨリ  $a+1$  ト  $b+1$  トノ積ヲ得ルニハ如何ニスベキカ. 此ノ方法ニヨリ,

$$7796 \times 8534 = 66531064 \quad \text{ヲ知リテ} \quad 7797 \times 8535 \quad \text{ヲ求メヨ.}$$

(23) 三桁ノ整數ト, 其ノ三ツノ數字ノ和トノ差ヲ式ニ書キ表シ, 此ノ差ハ 9 ニテ割り切レルコトヲ示セ.

(24) ニツノ數ノ和ハ  $2a$  ニ等シク, 其ノ一ツハ  $a+x$  ナルトキハ, 他ノ一ツノ數ハ如何. 又二數ノ積ハ如何.

(25) 一邊ノ長サ  $a$  米ナル正方形ノ面積幾許ナルカ. 又此ノ正方形ノ一邊ヲ  $b$  米延バシ, 他ノ一邊ヲ  $b$  米縮メテ矩形ヲ作ルトキハ, 面積ノ増減幾許ナルカ.

(26) 直方體アリ. 縦ハ  $x$  種ニテ, 横ハ縦ヨリモ 2 種長ク, 高サハ縦ノ 2 倍ナリ. 體積及ビ表面積各幾許ナルカ.

(27) 或商品一個ノ價甲ハ 5 圓, 乙ハ 4 圓 50 錢ナリ. 甲乙合ハセテ 12 個ノ中, 甲ガ  $x$  個アルトキハ總代金幾許ナルカ. 又乙ガ  $x$  個アルトキト總代金ノ差幾許ナルカ.

(28) 或任意ノ數ヲ考ヘ, ソレニ 5 ヲ加ヘ, 其ノ和ニ 5 ヲ掛ケ, 次ニ 5 ヲ引キ, 次ニ 5 ニテ割レ. 原數ヨリ直ニ最後ノ結果ヲ得ルニハ如何ニスベキ. 又最後ノ結果ガ 12 ナルトキハ原數如何

## 第三編 一次方程式

### 第一章 一元一次方程式

#### 32. 等式ノ性質.

等式ハ其ノ兩邊ニアル數ガ相等シキコトヲ示スモノナリ. 故ニ

等式ノ兩邊ニ同ジ數ヲ加ヘ又ハ兩邊ヨリ同ジ數ヲ引キテモ等式ハ成リ立ツ.

例ヘバ  $2+3=9-4$  (1)

ナル等式ノ兩邊ヨリ 3 ヲ引ケバ

$$2=9-4-3$$
 (2)

ヲ得. 又 (1) ノ兩邊ニ 4 ヲ加フルトキハ

$$2+3+4=9$$
 (3)

ヲ得.

(1) ニテ左邊ニアリシ項  $+3$  ハ (2) ニテハ  $-3$  トナリテ右邊ニ移リ, 又 (1) ノ右邊ニアリシ項  $-4$  ハ (3) ニテハ  $+4$  トナリテ左邊ニ移レリ.

一般ニ

等式ノ一邊ニアル項ノ符號ヲ變ヘテ之ヲ他

ノ一邊ニ移シテ差支ナシ.

[注意一] スベテノ項ヲ等式ノ一邊ニ移ストキハ他ノ邊ハ0トナル. 例ヘバ等式(1)ヨリ

$$2+3-9+4=0$$

ヲ得.

等式ノ兩邊ニ同ジ數ヲ掛ケ又ハ兩邊ヲ(0ニ等シカラザル)同ジ數ニテ割リテモ,等式ハ成リ立ツ.

[注意二] 等式ノ兩邊ニ0ヲ掛ケルトキハ $0=0$ トイフ等式トナル. 又0ニテ或數ヲ割ルコトヲ得ザルニヨリ兩邊ヲ割ル數ハ0ナラザルコトヲ要ス.

等式ノ兩邊ニ $-1$ ヲ掛ケルトキハ,兩邊ノ各項ノ符號ガ變ル. 故ニ

等式ノ兩邊ノ各項ノ符號ヲ變ヘテモ等式ハ成リ立ツ.

### 33. 方程式.

例ヘバ次ノ如キ問題アリ.

或數ニ24ヲ加フルトキハ原數ノ5倍トナル.

或數トハ如何.

今求ムル未知數ヲ $x$ ニテ表ストキハ,此ノ問題

ヲ次ノ如ク式ニ書キ表スコトヲ得

$$x+24=5x$$

即チ上ノ問題ハ $x$ ヲ如何ナル數トナサバ此ノ等式ガ成リ立ツカトイフニ同ジ. カヤウニ

或未知數ヲ含メル等式ヲ方程式トイフ.

未知數 $x$ ニ或適當ナル值ヲ與ヘテ方程式ノ兩邊ノ數值ヲ相等シカラシムルコトヲ得タルトキハ,此ノ值ハ方程式ニ適合ス(又ハ方程式ヲ満足セシム)トイヒ,又此ノ值ヲ方程式ノ根トイフ.

例ヘバ上ノ方程式ニ於テ $x=6$ トスルトキハ左邊モ右邊モ共ニ30トナル. 故ニ $x=6$ ハ上ノ方程式ノ根ナリ.

根ヲ求ムルコトヲ方程式ヲ解クトイフ.

唯一ツノ未知數ヲ含メル方程式ヲ一元方程式トイヒ,二ツノ未知數ヲ含メル方程式ヲ二元方程式トイフ. 其ノ他モ之ニ準ズ.

方程式ト區別スルガ爲ニ,前二編ニ舉ゲタル公

式ノ如ク、文字ガ如何ナル數ヲ表ストモ恆ニ成リ立ツ等式ヲ特ニ恆等式トイフ。

### 34. 整式及ビ方程式ノ次數.

一項式ニ含マレタル文字ノ因數ノ數ヲ其ノ一項式ノ次數トイフ。但幕トシテ入りタル文字ハ其ノ指數ノ示セルダケ數フベキモノトス。

例ヘバ  $2xy$  ハ二次ニシテ、 $-5x^2y$  (即チ  $-5xxy$ ) ハ三次ナリ。

多項式ノ各項ノ次數ノ中ノ最大ナルモノヲ此ノ多項式ノ次數トイフ。

例ヘバ  $2x-1$  ハ一次、 $7xy+2x-5$  ハ二次ナリ

時トシテハ式ノ中ノ或特別ナル文字ノミニツキテ次數ヲイフコトアリ。例ヘバ  $ax+by+c$  ハ  $x, y$  ニツキテハ一次ナリ。又  $ax^2+bx+c$  ハ  $x$  ニツキテハ二次ナリ。

又  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1$  ハ分母ニ  $x, y$  ナル文字ヲ含マヌニヨリ、之ヲ  $x$  及ビ  $y$  ニツキテハ一次ノ整式トイフ。

方程式ノスベテノ項ヲ其ノ一邊ニ移シ

テ同類項ヲ約ムルニ、其ノ邊ガ未知數ヲ表ス文字ニツキテ整式ナルトキハ、其ノ次數ヲ方程式ノ次數トイフ。

### 35. 一元一次方程式ノ解キ方.

【例一】  $5x = x + 24$  ヲ解ケ。

【解】 右邊ノ  $x$  ノ符號ヲ變ヘテ左邊ニ移シ、

$$5x - x = 24$$

同類項ヲ約メテ  $4x = 24$

兩邊ヲ4ニテ割リ  $x = 6$  (答)

【驗】  $x = 6$  トスルトキ、

原方程式ノ左邊  $= 5 \times 6 = 30$

$$\text{右邊} = 6 + 24 = 30$$

【例二】  $2x - 17 = 23 - 3x$  ヲ解ケ。

【解】  $x$  ヲ含メル項(未知項)ヲ左邊ニ、 $x$  ヲ含マヌ項(既知項)ヲ右邊ニ移シ、

$$2x + 3x = 23 + 17$$

即チ  $5x = 40$

故ニ  $x = 8$  (答)

【驗】  $x = 8$  トスルトキ、



$$\text{原方程式ノ左邊} = 2 \times 8 - 17 = -1$$

$$\text{右邊} = 23 - 3 \times 8 = -1$$

【例三】  $4(3x-2) - 2(4x-17) = 3(4-x)$  ヲ解ケ.

[解] 括弧ヲハツシ

$$12x - 8 - 8x + 34 = 12 - 3x$$

$$\text{項ヲ移シ} \quad 12x - 8x + 3x = 12 + 8 - 34$$

$$\text{即チ} \quad 7x = -14$$

$$\text{故ニ} \quad x = -2 \quad (\text{答})$$

[驗]  $x = -2$  トスルトキ,

$$\text{原方程式ノ左邊} = 4\{3 \times (-2) - 2\} - 2\{4 \times (-2) - 17\}$$

$$= 4 \times (-) - 2 \times (-25) = 18$$

$$\text{右邊} = 3\{4 - (-2)\} = 3 \times 6 = 18$$

【例四】  $1 - \frac{3x+1}{6} - \frac{3x}{4} = 0$  ヲ解ケ.

[解] 分母 6, 4 ノ最小公倍数 12 ヲ兩邊ニ掛ケ,

$$12 - 6x - 2 - 9x = 0$$

$$\text{項ヲ移シテ約メ,} \quad -15x = -10$$

$$\text{即チ} \quad x = \frac{2}{3} \quad (\text{答})$$

[驗]  $x = \frac{2}{3}$  トスルトキ,

$$\text{原方程式ノ左邊} = 1 - \frac{3 \times \frac{2}{3} + 1}{6} - \frac{3 \times \frac{2}{3}}{4}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

此ノ例ニ示セルガ如ク、方程式ガ分數ヲ含ムトキニハ、先ツ分母ノ(最小)公倍数ヲ兩邊ニ掛ケテ方程式ヲ分數ヲ含マヌ形ニ改ムベシ。カヤウニスルコトヲ分母ヲ拂フトイフ。

以上ノ例ニヨリテ次ノ規則ヲ得。

一元一次方程式ヲ解クニハ、先ツ之ヲ整理スベシ、即チ分母ヲ拂ヒ、括弧ヲハツシ、未知項ト既知項トヲ別別ニ兩邊ニ集メテ之ヲ約ムルナリ。サテ未知數ノ係數ニテ兩邊ヲ割レバ根ヲ得。

[注意] 驗算ヲナスニハ變形セザル前ノ原ノ方程式ニヨルベシ。

【例題】

次ノ方程式ヲ解ケ

1.  $x+5=12$
2.  $x-7=3$
3.  $12-x=8$
4.  $7x+5=40$
5.  $3x-2=13$
6.  $3x-5=x+7$
7.  $x+12=33-2x$
8.  $25+6x=10x-15$
9.  $x-(3+4x)=3(x-1)$
10.  $3(2+x)-16=4(x-1)$
11.  $5x-2\{x+4(1+2x)\}=0$

12.  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = x - 5$       13.  $\frac{x}{2} + 5x + \frac{1}{4} = 4 - \frac{3}{4}x$
14.  $\frac{2}{5}(x+2) - \frac{4}{3}(x-1) = 4$       15.  $\frac{5x-2}{8} - 6 = \frac{3x-3}{5}$
16.  $\frac{3x}{5} - \frac{2x-1}{8} = \frac{x}{2} - \frac{7}{10}$
17.  $\frac{2x-5}{3} - \frac{5x-3}{8} + 2\frac{2}{3} = 0$
18.  $1.2x - 7.2 = 12.4 - 0.2x$
19.  $2(1.7x - 1) + 5.9 = 3x + 5.22$
20.  $3x + \frac{x}{5} = 2x$       21.  $4x - \frac{2}{3} = \frac{2-5x}{6} - 1$
22.  $\frac{2x-10}{3} - \frac{3x-40}{11} = 15 - \frac{57-x}{5}$
23.  $\frac{5}{6}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{4}{3}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{4}\right) = 4\frac{8}{9}$
24.  $3(2x-1) = \frac{2}{3}(2x-1) + 7$
25.  $8(x+1) - 4(x+1) + 2(x+1) = 16$
26.  $x(x+1) = (x-1)(x-2)$
27.  $(4x+17)(x-4) + (3x-10)(x+3) = 7(x+3)(x-4)$

## 36. 應用問題.

【例一】 甲ハ金 56 圓ヲ有シ、乙ハ金 12 圓ヲ有ス。  
今甲ヨリ金幾圓ヲ乙ニ與フルトキ、甲ノ所有金

ガ乙ノ所有金ノ 3 倍トナルカ。

【解】 求ムル金高ヲ  $x$  圓トス。 甲ガ乙ニ  $x$  圓  
ヲ與フルトキハ、甲ノ所有金ハ  $(56-x)$  圓トナリ、  
乙ノ所有金ハ  $(12+x)$  圓トナル。 其ノ時甲ノ所  
有金ハ乙ノ所有金ノ 3 倍トナルトイフガ故ニ  
次ノ方程式ヲ得。

$$56 - x = 3(12 + x)$$

即チ  $56 - x = 36 + 3x$

$$4x = 20$$

故ニ  $x = 5$

即チ甲ハ金 5 圓ヲ乙ニ與フベキナリ。

【驗】 
$$\left. \begin{array}{l} 56 - 5 = 51 \\ 12 + 5 = 17 \end{array} \right\} 17 \times 3 = 51$$

【例二】 金 865 圓ヲ三人ニ分配セルニ、其ノ分ケ  
前、甲ハ乙ヨリモ 45 圓多ク、乙ハ丙ヨリモ 35 圓多カ  
リシトイフ。 三人ノ取り前各幾許ナルカ。

【解】 丙ハ  $x$  圓ヲ得タリトスレバ、乙ハ  $(x+35)$   
圓ヲ、甲ハ  $(x+35+45)$  圓ヲ得タルベシ。 此ノ和  
ガ 865 圓ナルガ故ニ、次ノ方程式ヲ得。

$$x + (x+35) + (x+35+45) = 865$$

即チ  $3x + 115 = 865$

$$3x = 750$$

故ニ  $x = 250$

故ニ三人ノ取リ前ハ次ノ如シ。

丙  $250$ 圓

乙  $250$ 圓 +  $35$ 圓 =  $285$ 圓

甲  $285$ 圓 +  $45$ 圓 =  $330$ 圓

[驗]  $865$ 圓

【例三】或人資本金 $40000$ 圓ヲ二口ニ分チ、吳服店ト雜貨店トヲ開キタルニ、吳服店ニテハ二割ノ利益ヲ得、雜貨店ニテハ二割ノ損ヲナシ、差引 $2400$ 圓ノ利益ヲ得タリ。二口ノ資本金各幾許ナルカ。

[解] 吳服店ノ資本金ヲ $x$ 圓トスルトキハ、雜貨店ノ資本金ハ $(40000 - x)$ 圓ナリ。故ニ吳服店ノ利益ハ $x \times 0.2$ 圓即チ $\frac{2}{10}x$ 圓ニテ、又雜貨店ノ損失ハ $(40000 - x) \times 0.2$ 圓即チ $\frac{2}{10}(40000 - x)$ 圓ナリ。ヨリテ次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{2}{10}x - \frac{2}{10}(40000 - x) = 2400$$

兩邊ニ $10$ ヲ掛ケ、又 $2$ ニテ割リ

$$x - (40000 - x) = 12000$$

是ヨリ  $x = 26000$

故ニ吳服店ノ資本金ハ $26000$ 圓、雜貨店ノ資本金ハ $40000 - 26000 = 14000$ 圓ナルベシ。

[驗]  $26000$ 圓  $\times 0.2 = 5200$ 圓

$$14000$$
圓  $\times 0.2 = 2800$ 圓

(差引)  $2400$ 圓

【例四】甲地ヨリ乙地ニ行クニ $4$ 時間ヲ要シタリ。若シ毎時 $6$ 町ヅツ多ク行キタラバ $30$ 分早ク著キタルベシトイフ。兩地間ノ距離ヲ求メヨ。

[解] 始メニハ毎時 $x$ 町ヲ行キタリトスルトキハ、兩地間ノ距離ハ $4x$ 町ナルベシ。サテ毎時 $(x+6)$ 町ヲ行クトキハ $4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ 時間ニ同ジ距離ヲ行クベキニヨリ、次ノ方程式ヲ得。

$$4x = \frac{7}{2}(x+6)$$

即チ  $8x = 7x + 42$

$$x = 42$$

故ニ  $4x = 168$

故ニ求ムル距離ハ $168$ 町即チ $4$ 里 $24$ 町ナリ。

[驗]  $42^{\text{町}} + 6^{\text{町}} = 48^{\text{町}}$

$$\frac{168^{\text{町}}}{48^{\text{町}}} = 3\frac{1}{2} \text{ (時)}$$

上ノ例ニテハ求ムル距離ヲ直ニ未知數トセザリシコト及ビ時ヲ單位トシテ時間ヲ表シタルコトニ注意スベシ。

【例五】時計ノ二ツノ針ガ三時ト四時トノ間ニテ相重ナルハ何時ナルカ。

[解] 三時 $x$ 分ニ二ツノ針ガ相重ナルトセヨ。時計ノ盤面ノ周リハ60ニ區劃セラレ、長針ハ1分ニ1區劃ヲ進ミ、短針ハ60分ニ5區劃、即チ1分ニ $\frac{1}{12}$ 區劃ヲ進ム。故ニ三時 $x$ 分ニハ長針ハXIIヨリ $x$ 區劃ノ處ニアリ、又短針ハ $15 + \frac{x}{12}$ 區劃ノ處ニアリ。此ノ時兩針相重ナルガ故ニ、

$$x = 15 + \frac{x}{12}$$

即チ  $12x = 180 + x$

是ヨリ  $x = 16\frac{4}{11}$

ヲ得。即チ求ムル時刻ハ3時 $16\frac{4}{11}$ 分ナルベシ。

[驗]  $16\frac{4}{11}$ 分間即チ $\frac{180}{11}$ 分間ニ短針ハ $\frac{1}{12} \times \frac{180}{11}$ 即チ $1\frac{4}{11}$ 區劃ヲ進ム。故ニ3時 $16\frac{4}{11}$ 分ニハ短針ハXIIヨリ $15 + 1\frac{4}{11}$ 即チ $16\frac{4}{11}$ 區劃ノ處ニアリテ丁度長針ト重ナル。

## 問題 第一

(1) 或數ノ4倍ニ35ヲ加フルトキハ、其ノ數ノ9倍トナル。或數トハ如何。

(2) 或數ノ7倍ニ28ヲ加フルトキハ、此ノ數ノ12倍ヨリ22ダケ少クナル。或數トハ如何。

(3) 二ツノ數ノ和ハ64ニテ、大ナル方ハ小ナル方ノ2倍ヨリモ17ダケ少シ。此等ノ數ヲ求メヨ

(4) 東ノ倉ニ120俵西ノ倉ニ98俵ノ米アリ。二ツノ倉ノ俵數ヲ相等シクスルニハ、東ノ倉ヨリ西ノ倉へ幾俵ヲ送ルベキカ。

(5) 米若干斗ヲ買ヒテ代金30圓ヲ拂ヘリ。此ノ中半分ハ一升ニツキ40錢、四分ノ一ハ36錢、殘ハ34錢ナリ。米幾許ヲ買ヒタルカ。

(6) 4年前ニハ弟ノ年齡ハ兄ノ年齡ノ三分ノ一ナリシガ、今年ハ半分ナリ。兄弟ノ今年ノ年齡各幾許ナルカ。

(7) 周圍ハ160間ニテ、間口ハ奥行ノ $\frac{3}{7}$ ナル矩形ノ宅地ノ面積幾許ナルカ。

(8) 或會社ノ資本金、今年ハ昨年ヨリモ50萬圓

ヲ増シタリ。然ルニ利益ノ歩合、昨年ハ1割、今年ハ8分ニシテ、今年ノ利益ハ昨年ヨリモ1萬圓ダケ少シトイフ。現在ノ資本金幾許ナルカ。

(9) 80ヲ甲乙二部ニ分ケ、甲ノ $\frac{5}{6}$ ガ乙ノ $\frac{3}{4}$ ヨリモ16ダケ大キクナルヤウニセヨ。

(10) 甲乙二人ノ歳入相等シ。サテ甲ハ毎年其ノ歳入ノ五分ノ一ヲ貯蓄シ、乙ハ毎月甲ヨリモ40圓ツツ多ク費シタレバ、乙ハ三年ノ終ニ240圓ノ負債ヲ生ゼリ。歳入ヲ求メヨ。

(11) 金ト銅トノ合金アリ、其ノ中ニ含マルル金ハ全量ノ $\frac{5}{6}$ ヨリモ2瓦多ク、銅ハ全量ノ $\frac{1}{5}$ ヨリモ4瓦少シトイフ。合金ノ目方幾許ナルカ。

(12) 甲一人ナレバ20日、乙一人ナレバ30日ニテ成就スル仕事ヲ、始メニ甲一人ニテ若干日ナシ、乙ハ其ノ残ヲ一人ニテ引受ケ、甲ヨリモ10日多ク働キテ仕上ゲタリ。甲ハ幾日働キタルカ。

(13) 或地ヨリ或停車場ニ行クニ、毎時6哩ノ速サノ馬車ニ乗レバ、汽車ノ發車時刻ヨリモ6分後ルベク、又毎時10哩ノ速サノ自動車ニ乗レバ、發車前10分ニ到着スベシトイフ。此ノ地ヨリ停車場

マデノ距離幾許ナルカ。

(14) 鶴ト龜ト若干頭ノ足數合ハセテ40本ニテ、鶴ハ龜ヨリモ2頭多シトイフ。各幾頭ナルカ。

(15) 連続セル三ツノ整数ノ和ガ78ナルトキ、此等ノ數如何。

(16) 八時ト九時トノ間ニテ時計ノ兩針ガ重ナル時刻如何。

(17) 十一時ト十二時トノ間ニテ時計ノ兩針ガ正反對ノ方向ニナル時刻ヲ求メヨ。

(18) 甲ガ五十歩進メル後ヲ乙ガ追ヒ行クニ、甲ノ四歩スル間ニ乙ハ三步シ、甲ガ三步ニテ行ク所ヲ乙ハ二歩ニテ行ク。乙ハ幾歩シテ甲ニ追ヒツクベキカ。

(19) 或商人、初年ニ其ノ資本ト同額ナル利益ヲ得其ノ中生活費ニ1500圓ヲ費シ、残ヲ資本ニ加ヘ、次年ニモ亦資本ト同額ナル利益ヲ得テ、生活費ニ1800圓ヲ費シ、結局殘金ガ正ニ當初ノ資本金ノ二倍トナレリ。當初ノ資本金ヲ求メヨ。

(20) 甲ノ所有金ハ乙ノ所有金ヨリモ6圓多シ。サテ始メニ甲ハ乙ノ所有金ニ等シキ金高ヲ乙ニ

與へ、次ニ乙ハ甲ノ所有金ニ等シキ金高ヲ甲ニ與へ、次ニ甲ハ又乙ノ所有金ニ等シキ金高ヲ乙ニ與へタルニ、兩人ノ所有金同額トナレリ。兩人ノ所有金合ハセテ幾許ナルカ。

(21) 金若干圓ヲ三人ニ分配スルニ、甲ハ先ツ10圓ト殘ノ $\frac{1}{4}$ トヲ取り、次ニ乙ハ20圓ト殘ノ $\frac{1}{4}$ トヲ取り、丙ハ其ノ殘ヲ悉ク取リテ丁度全額ノ $\frac{1}{3}$ ヲ得タリ。分配セラレタル金高幾許ナルカ。

(22) 滿洲、朝鮮ヲ回遊スル人、奉天ニ到着スルマデニ所持金ノ $\frac{3}{4}$ ヲ費シ、同所ニテ60圓ノ爲替ヲ受取り、朝鮮旅行中ニ所持金ノ $\frac{2}{7}$ ト20圓トヲ費シ、歸途ニ又殘金ノ $\frac{3}{5}$ ヲ費シ、旅費合計348圓ヲ費セリ。此ノ人出發ノ際、幾許ノ旅費ヲ持チタリシカ。

## 第二章 聯立一次方程式

### 37. 聯立方程式.

例へバ  $x+y=5$  (1)

ノ如クニツノ未知數  $x, y$  ヲ含メルーツノ方程式ニ適合スベキ未知數  $x, y$  ノ値ハ、幾組ニテモ求メ

得ベシ。即チ上ノ方程式ニテ  $x$  ヲ右邊ニ移シテ

$$y = 5 - x \quad (1^a)$$

ヲ得。此ノ方程式ニ於テ  $x$  ニ任意ノ値ヲ與へテ右邊ノ式ノ數值ヲ計算スルトキハ、 $x$  ノ其ノ値ニ應ズル  $y$  ノ値ヲ得ベシ。例へバ

$$\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

等ノ如シ。

同ジャウニ方程式

$$2x - y = 4 \quad (2)$$

ヲ満足セシムベキ  $x, y$  ノ値モ亦幾組ニテモ求メ得ベシ。即チ上ノ方程式ヨリ、項ヲ移シテ

$$y = 2x - 4 \quad (2^a)$$

ヲ得。是ヨリ上ノ如クニシテ

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$$

等ヲ得。

サテニツノ方程式(1),(2)ヲ同時ニ満足セシムルニハ、(1<sup>a</sup>), (2<sup>a</sup>)ニ於テ、 $x$ ニ或適當ナル値ヲ與へテ、之

ニ應ズル  $y$  ノ値ガ相等シクナルヤウニスルコトヲ要ス。即チ

$$5-x = 2x-4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{故ニ} \\ \text{隨テ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array}$$

カヤウニ未知數ノ同ジ値ニヨリテ満足セシメラルベキ一組ノ方程式ヲ聯立方程式トイヒ、其ノ未知數ノ値ヲ聯立方程式ノ根又ハ解トイフ。上ノ例ニテハ聯立方程式

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y = 5 \\ 2x-y = 4 \end{array} \right.$$

ヲ解キテ、根

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array} \right.$$

ヲ得タルナリ。

一般ニ

一ツノ方程式ガ二ツノ未知數ヲ含ムトキハ、此ノ方程式ハ未知數相互ノ關係ヲ定ムルニ止リ、未知數ノ値ヲ確定スルコトヲ

得ズ。

二ツノ未知數ノ値ヲ定ムルニハ、此等ノ未知數ヲ含ム方程式二ツアルコトヲ要ス

### 38. 聯立二元一次方程式ノ解キ方。(其ノ一)

【例】次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x+3y = 18 \quad (1) \\ 6x-7y = 4 \quad (2) \end{array} \right.$$

【解】此ノ聯立方程式ハ前節ノ例ニ示セル通りニシテ解クコトヲ得。

$$\text{先ツ(1)ヨリ} \quad 3y = 18-4x$$

$$\text{即チ} \quad y = \frac{18-4x}{3} \quad (1^a)$$

$$\text{又(2)ヨリ} \quad 7y = 6x-4$$

$$\text{即チ} \quad y = \frac{6x-4}{7} \quad (2^a)$$

(1<sup>a</sup>) (2<sup>a</sup>)ノ右邊ヲ相等シト置キテ

$$\frac{18-4x}{3} = \frac{6x-4}{7}$$

ヲ得。此ノ方程式ハ未知數  $y$  ヲ含マヌガ故ニ、是ヨリ  $x$  ヲ求ムルコトヲ得。即チ分母ヲ拂ヒ、

$$126-28x = 18x-12$$

項ヲ移シ

$$-28x - 18x = -12 - 126$$

即チ

$$-46x = -138$$

故ニ

$$x = 3$$

サテ此ノ $x$ ノ値ヲ(1<sup>a</sup>)又ハ(2<sup>a</sup>)ノ中何レカーツニ代入シテ $y$ ヲ求ムベシ。今(1<sup>a</sup>)ヲ用フレバ

$$y = \frac{18 - 4 \times 3}{3} = 2$$

故ニ求ムル根ハ次ノ如シ。

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

[驗]

$$4 \times 3 + 3 \times 2 = 18$$

$$6 \times 3 - 7 \times 2 = 4$$

此ノ解キ方(等置法)ノ要點ハ次ノ如シ。

各方程式ヨリシテ未知數ノ中ノ一ツ、例ヘバ $y$ ヲ、他ノ未知數 $x$ ノミヲ含メル式ニテ表シ、此等ノ式ヲ相等シト置キテ $x$ ノミヲ含メル方程式ヲ得。是ヨリ $x$ ヲ求メ、其ノ値ヲ用ヒ、先ニ求メタル式ニヨリテ $y$ ヲ求ムベシ。

カヤウニ一組ノ方程式ヨリ或未知數ヲ含マス方程式ヲ導キ出スコトヲ其ノ未知數ヲ消去ストイフ。

上ノ方程式ハ又次ノヤウニシテ解クコトヲ得。

② [解] 先ヅ方程式(1)ヨリ上ノ如ク

$$y = \frac{18 - 4x}{3} \quad (1^a)$$

ヲ得。之ヲ方程式(2)ニ代入シテ

$$6x - \frac{7(18 - 4x)}{3} = 4$$

ヲ得。此ノ方程式ハ未知數 $x$ ノミヲ含メリ分母ヲ拂ヒ、

$$18x - 126 + 28x = 12$$

是ヨリ

$$x = 3$$

ヲ得。ヨリテ前ノ如ク(1<sup>a</sup>)ニ代入シテ

$$y = 2$$

ヲ得。

此ノ解キ方(代入法)ノ要點ハ次ノ如シ。

先ヅ二ツノ方程式ノ中ノ一ツニヨリテ、未知數ノ中ノ一ツ、例ヘバ $y$ ヲ、他ノ未知數



$x$ ノミヲ含メル式ニテ表シ、此ノ式ヲ他ノ方程式ノ $y$ ニ代入シテ $x$ ノミヲ含メル方程式ヲ得。是ヨリ $x$ ヲ求メ、其ノ値ヲ用ヒ先ニ求メタル式ヨリ $y$ ヲ求ムベシ。

### 39. 聯立二元一次方程式ノ解キ方。(其ノ二)

上ニ示セル解キ方ニテハ、通常分數ガ入り來リテ、計算ガ煩ハシクナルニヨリ、一般ニハ次ノ如キ解キ方ニヨルベシ。

$$4x+3y=18 \quad | \quad 7 \quad | \quad 6 \quad 3 \quad (1)$$

$$6x-7y=4 \quad | \quad 3 \quad | \quad 4 \quad 2 \quad (2)$$

(1)ノ兩邊ニ7ヲ、又(2)ノ兩邊ニ3ヲ掛ケルトキハ、二ツノ方程式ニ於ケル $y$ ノ係數ガ符號ノミ異ナル數トナル。即チ

$$28x+21y=126$$

$$18x-21y=12$$

ヨリテ邊邊相加ヘテ $y$ ヲ消去シ、

$$46x=138$$

即チ

$$x=3$$

又先ツ $x$ ヲ消去シテ $y$ ヲ求メント欲セバ、(1)ノ兩邊ニハ6、(2)ノ兩邊ニハ4ヲ掛ケテ後、邊邊相減ズベシ。6、4ノ代ニ之ヲ2ニテ割リタル3、2ヲ掛ケテモヨシ。即チ

$$12x+9y=54$$

$$12x-14y=8$$

引キテ  $23y=46$

即チ  $y=2$

此ノ解キ方(加減消去法)ノ要點ハ次ノ如シ。

先ヅ方程式ヲ整理シテ未知項ト既知項トヲ別別ニ兩邊ニ集メ、サテ兩邊ニ適當ナル數ヲ掛ケテ二ツノ方程式ニ於ケル $x$ ノ未知數ノ係數ヲ絶對値ノ等シキ數トナシテ後、加法又ハ減法ニヨリテ此ノ未知數ヲ消去シテ、今一ツノ未知數ヲ定ム。

[注意一] 上ノ例ニテ二ツノ方程式ニ3、2ヲ掛ケテ後減法ヲ行フ代ニ3、-2ヲ掛ケテ加法ヲ行ヒテモヨシ。

[注意二] 上ノ例ニテ $x=3$ ヲ求メタル後、(1)、(2)ノ中何レカ一ツニ此ノ値ヲ代入シテ $y$ ヲ求ムルコトヲ得。

例ヘバ(1)ヨリ、

$$4x + 3 + 3y = 18$$

即チ  $3y = 18 - 12 = 6$

故ニ  $y = 2$

【例】次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{2x+3y}{5} = 10 - \frac{y}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3x}{4} + \frac{3x-4y}{6} + 1 = 0 \quad (2)$$

[解] (1)ノ兩邊ニ15ヲ掛ケテ分母ヲ拂ヒ,

$$3(2x+3y) = 150 - 5y$$

整理シテ

$$6x + 14y = 150$$

兩邊ヲ2ニテ割リ,

$$3x + 7y = 75 \quad (1')$$

ヲ得.

又(2)ノ兩邊ニ12ヲ掛ケテ分母ヲ拂ヒ,

$$9x + 2(3x - 4y) + 12 = 0$$

即チ  $15x - 8y = -12 \quad (2')$

ヲ得.

サテ(1'), (2')ヨリ  $x, y$ ヲ求ムルニ、此ノ場合ニハ先ツ $x$ ヲ消去スルガ便利ナリ。即チ(1')ノ兩

邊ニ5ヲ掛ケテ(2')ヲ引キ,

$$43y = 387$$

即チ  $y = 9$

ヲ得. 之ヲ(1')ニ代入シテ

$$3x + 63 = 75$$

故ニ  $x = 4$

ヲ得. 即チ根ハ

$$x = 4, y = 9$$

ナリ.

【驗】此ノ値ヲ原方程式(1),(2)ニ代入シテ驗算スルコト次ノ如シ.

$$(1)ノ左邊 = \frac{2 \times 4 + 3 \times 9}{5} = \frac{8 + 27}{5} = 7$$

$$右邊 = 10 - \frac{9}{3} = 7$$

$$(2)ノ左邊 = \frac{3 \times 4}{4} + \frac{3 \times 4 - 4 \times 9}{6} + 1 = 3 - 4 + 1 = 0$$

【例題】

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

1.  $x + y = 25$

2.  $3x - y = 5$

$x - y = 13$

$2x + 5y = 9$

3.  $5x+3y=21$   
 $3x+2y=13$
4.  $3x-7y=42$   
 $7x+2y=43$
5.  $4x+y=6$   
 $8x+3y+8=0$
6.  $3x+4y=10$   
 $6x+12y=84$
7.  $3x-4y+3=0$   
 $2x+8y-6=0$
8.  $y=3x-2=7x+6$
9.  $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=8$
10.  $2x=7-y$   
 $3x+4y=18$
11.  $\frac{x}{3}-y=6+8y$   
 $\frac{x}{2}-y=9+2y$
12.  $3x=2(y+11)$   
 $\frac{x}{3}+\frac{3}{4}y=18$
13.  $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=4$   
 $\frac{7y}{2}=11+\frac{3x}{2}+y$
14.  $2x=\frac{y-3}{5}+\frac{5x-2}{2}$   
 $2y=\frac{x-5}{3}+\frac{7y-7}{2}$
15.  $7x+1.2y=35.4$   
 $2.1x+3.3=0.8y$
16.  $\frac{x+y}{4}+\frac{x-y}{6}=5$   
 $\frac{x+y}{4}-\frac{x-y}{3}=8$
17.  $\frac{x+y}{5}=20-y$   
 $\frac{x-y}{5}=9-x$
18.  $x(y+3)=8-(2-x)y$   
 $\frac{2x+1}{5}=1+\frac{3}{4}(y-1)$

## 40. 聯立三元一次方程式ノ解キ方.

【例】次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$x+5y+2z=12 \quad \begin{array}{|l} -1 \\ 1 \\ -1 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 3 \\ \\ -1 \end{array} \quad (1)$$

$$x+9y-2z=8 \quad \begin{array}{|l} \\ 1 \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{|l} \\ \\ \\ \end{array} \quad (2)$$

$$3x+2y-5z=1 \quad \begin{array}{|l} \\ \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{|l} \\ \\ -1 \end{array} \quad (3)$$

【解】先ヅ(1)ト(2)トヨリ  $x$ ヲ消去シテ,

$$(2)-(1) \quad 4y-4z=-4$$

$$\text{即チ} \quad y-z=-1 \quad (4)$$

又(1)ト(3)トヨリ  $x$ ヲ消去シテ,

$$(1) \times 3 - (3) \quad 13y+11z=35 \quad (5)$$

次(4)(5)ヨリ  $y$ ヲ消去シテ,

$$(4) \times (-13) + (5) \quad 24z=48$$

$$\text{故ニ} \quad z=2$$

之ヲ(4)ニ代入シテ  $y=1$ 又  $y=1, z=2$ ヲ(1)ニ代入シテ,

$$x=3$$

故ニ根ハ次ノ如シ.

$$x=3, y=1, z=2$$

$$\text{【驗】} \quad 3+5 \times 1+2 \times 2=3+5+4=12$$

$$3+9 \times 1-2 \times 2=3+9-4=8$$

$$3 \times 3 + 2 \times 1 - 5 \times 2 = 9 + 2 - 10 = 1$$

聯立三元一次方程式ヲ解クニハ、三ツノ方程式ノ中ノ一ツト、他ノ二ツトヲ各組ミ合ハセテ、一ツノ未知數ヲ消去スベシ。カヤウニシテ他ノ二ツノ未知數ノミヲ含メル二ツノ方程式ヲ得。此ノ聯立二元方程式ヨリ二ツノ未知數ヲ求メ、其ノ値ヲ原ノ方程式ノ中ノ一ツニ代入シテ、他ノ一ツノ未知數ヲ求ムベシ。

四元以上ノ聯立一次方程式ノ解キ方モ之ニ準ズ。

## 【例題】

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

- |                 |               |
|-----------------|---------------|
| 1. $x+y+z=12$   | 2. $2x-y+z=5$ |
| $x+2y-z=5$      | $x-2y+z=2$    |
| $2x+y-z=6$      | $x-y+2z=9$    |
| 3. $2x+3y+5z=3$ | 4. $y+z-x=9$  |
| $2x+3y=10z$     | $x+x-y=1$     |
| $6x-9y+5z=1$    | $x+y-z=5$     |

- |  |                       |
|--|-----------------------|
| 5. $z=5x+2y$                                       | 6. $2x+y-2z=20$       |
| $3x+2y+4z=29$                                      | $3x-\frac{y}{2}+z=10$ |
| $7x-y-3z=4$  | $5x+y-\frac{z}{3}=20$ |
| 7. $x+y-2z=9$                                      | 8. $x+y=6$            |
| $3(x+y)-5z=29$                                     | $x+z=5$               |
| $\frac{2x}{3}-\frac{4y}{7}=1-\frac{z}{2}$          | $y+z=4$               |
| 9. $5(x+y)-3(x+z)=43$                              | 10. $x+y+z=15$        |
| $2(x+y)-5(y+z)=10$                                 | $x-1=y-2=z-3$         |
| $4(x+z)-3(y+z)=58$                                 |                       |
| 11. $\frac{2x-y}{3}=\frac{3y+2z}{4}=\frac{x+z}{2}$ |                       |
| $2x-y+5z=7$  |                       |
| 12. $x+y+z=x-y+z=x+y-z=1$                          |                       |
| 13. $2x+y-z-2u=6$                                  | 14. $x+y+z=12$        |
| $x-2y+z+u=4$                                       | $x+y+u=10$            |
| $x-3y+2z+2u=9$                                     | $x+z+u=14$            |
| $2x+2y-2z-u=11$                                    | $y+z+u=15$            |
| 15. $7x-3y=19x-3u=4z-7y=11z-7u=2$                  |                       |

## 41. 應用問題.

【例一】 甲乙二種ノ茶、一斤ノ價甲ハ45錢、乙ハ36錢ナルヲ合ハセテ30斤買ヒ、代金12圓60錢ヲ拂ヘリ。兩種各、幾斤ヲ買ヒタルカ。

【解】 甲  $x$  斤、乙  $y$  斤ヲ買ヒタリトスレバ、

$$x+y=30 \quad (1)$$

次ニ甲  $x$  斤ノ價ハ  $45x$  錢、乙  $y$  斤ノ價ハ  $36y$  錢ニシテ、其ノ合計ガ1260錢ニ等シキニヨリ、

$$45x+36y=1260$$

兩邊ヲ9ニテ割リ

$$5x+4y=140 \quad (2)$$

(1),(2)ヲ組ミ合ハセテ解クガ爲ニ(1)ノ兩邊ニ4ヲ掛ケテ(2)ヨリ引キ、

$$x=20$$

ヲ得。 (1)ニ代入シテ、

$$y=10$$

ヲ得。

答 甲20斤乙10斤

$$\begin{array}{r} \text{[驗]} \quad 20+10=30 \\ 45 \times 20 = 900 \\ 36 \times 10 = 360 \\ \hline 1260 \end{array}$$

【例二】 矩形アリ 其ノ縦ヲ3米延バシ、横ヲ2米縮ムルトキハ、面積ハ變ラズ 又縦ヲ2米延バシ、横ヲ3米縮ムルトキハ、面積27平方米ヲ減ズベシトイフ。此ノ矩形ノ面積幾許ナルカ。

【解】 縦ヲ  $x$  米、横ヲ  $y$  米トスルトキハ、次ノ方程式ヲ得。

$$(x+3)(y-2)=xy \quad (1)$$

$$(x+2)(y-3)=xy-27 \quad (2)$$

$$(1) \text{ヨリ} \quad xy-2x+3y-6=xy$$

$$\text{即チ} \quad 2x-3y=-6 \quad (3)$$

$$\text{又}(2) \text{ヨリ} \quad xy-3x+2y-6=xy-27$$

$$\text{即チ} \quad 3x-2y=21 \quad (4)$$

$$(3),(4) \text{ヨリ} \quad x=15, \quad y=12$$

故ニ求ムル面積ハ  $15 \times 12$  即チ 180 平方米ナリ。(驗ヲ行ヘ)

【例三】 三種ノ金塊合ハセテ90斤アリ。其ノ品位甲ハ0.9、乙ハ0.8、丙ハ0.72ナリ 甲乙兩種ヲ熔和スルトキハ品位0.84ノ金塊ヲ得ベク、甲丙兩種ヲ熔和スルトキハ品位0.78ノ金塊ヲ得ベシ。三種ノ金塊ノ目方各、幾許ナルカ。

[解] 甲,乙,丙ノ目方ヲソレゾレ  $x$  斤,  $y$  斤,  $z$  斤トセヨ. 然ラバ

$$x+y+z=90 \quad (1)$$

サテ甲,乙,丙ノ中ニ含マルル純金ノ量ハソレゾレ

$$x \times 0.9, \quad y \times 0.8, \quad z \times 0.72$$

斤ニシテ,又甲乙ニハ合ハセテ  $(x+y) \times 0.84$  斤, 甲丙ニハ合ハセテ  $(x+z) \times 0.78$  斤ノ純金ガ含マル. 故ニ

$$x \times 0.9 + y \times 0.8 = (x+y) \times 0.84 \quad (2)$$

$$x \times 0.9 + z \times 0.72 = (x+z) \times 0.78 \quad (3)$$

(2)ノ兩邊ニ100ヲ掛ケ

$$90x + 80y = 84(x+y)$$

即チ  $6x = 4y$

$$3x = 2y \quad (2^a)$$

又(3)ヨリ

$$90x + 72z = 78(x+z)$$

即チ  $12x = 6z$

$$2x = z \quad (3^a)$$

サテ(1),(2<sup>a</sup>),(3<sup>a</sup>)ヨリ  $x, y, z$ ヲ求ムルコト次ノ如シ.

(3<sup>a</sup>)ヨリ(1)ノ  $z = 2x$ ヲ代入シテ

$$3x + y = 90$$

(2<sup>a</sup>)ヨリ此ノ方程式ノ  $3x = 2y$ ヲ代入シテ

$$3y = 90$$

即チ  $y = 30$

故ニ(2<sup>a</sup>)ヨリ  $x = 20$

随テ(3<sup>a</sup>)ヨリ  $z = 40$

ヲ得. 即チ求ムル目方ハ甲20斤,乙30斤,丙40斤ナリ

[驗]  $20 + 30 + 40 = 90$

$$\frac{20 \times 0.9 + 30 \times 0.8}{20 + 30} = \frac{18 + 24}{50} = 0.84$$

$$\frac{20 \times 0.9 + 40 \times 0.72}{20 + 40} = \frac{18 + 28.8}{60} = 0.78$$

## 問題 第二

(1) ニツノ數ノ和ハ145ニシテ,甲ノ  $\frac{2}{3}$ ト乙ノ  $\frac{5}{7}$ トハ相等シ 此等ノ數ヲ求メヨ.

(2) 甲乙二種ノ茶,一斤ノ價,甲ハ1圓,乙ハ90錢ナルヲ合ハセテ35斤買ヒタルニ,平均一斤96錢ニ當レリトイフ 各,幾斤ヲ買ヒタルカ

(3) シャツ2枚ト靴下5組トノ價合ハセテ10圓95錢ニシテ、シャツ3枚ノ價ハ靴下14組ノ價ヨリモ30錢高シ。各單價幾許ナルカ。

(4) 今ヨリ十二年前ニハ、父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ七倍ナリシガ、今ヨリ十三年後ニハ、父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ二倍トナルベシ。父子現在ノ年齢ヲ求メヨ。

(5) 二人ノ所有金合ハセテ43圓ナリシニ、甲ハ所有金ノ七分ノ三ヲ費シ、乙ハ所有金ノ三分ノ二ヲ費シタルガ爲ニ、二人ノ所有金合ハセテ21圓トナレリ。初ノ所有金各、幾許ナリシカ。

(6) 或會ノ費用ヲ會員若干人ニ割リ當ツルニ、若シ會員ノ數ガ三人ダケ多カリシナラバ、一人ノ負擔額ハ二圓ヅツ減ズベク、又會員ガ二人ダケ少カリシナラバ、一人ノ負擔額ハ二圓ヅツ増スベシトイフ。費用ノ總額幾許ナルカ。

(7) 甲乙ニツノ矩形アリ、其ノ周圍ハイヅレモ108米ナリ。甲ノ一ツノ邊ハ乙ノ一ツノ邊ヨリモ4米長ク、面積ハ40平方米大ナリ。甲ノ矩形ノ兩邊ノ長サ各、幾許ナルカ。

(8) 五年前ニハ125圓ニテ出來上リシ物ガ、材料ハ七割五分、賃錢ハ十割騰貴シタル今日ニテハ、230圓ヲ要ストイフ。原料及ビ賃錢ハ現今幾許ナルカ。

(9) 二組ノ人夫アリ。乙組ヨリ50人ヲ甲組ニ移セバ、甲組ノ人數ハ乙組ノ人數ノ3倍トナリ、甲組ヨリ25人ヲ乙組ニ移セバ、甲9人ニ對シ乙7人ノ割合トナル。二組ノ人數各、幾許ナルカ。

(10) 金3600圓ヲ二口ニ分ケ、甲ヲ年6分、乙ヲ年4分8厘ニテ貸シタルニ、平均5分6厘ノ利廻リトナレリ。二口ノ金高各、幾許ナルカ。

(11) 金若干圓ヲ二口ニ分ケ、甲ヲ年5分、乙ヲ年4分5厘ニテ貸シ、一年間ニ利息284圓40錢ヲ得タリ。若シ甲乙ノ利率ヲ取換フレバ、利息ハ4圓50錢ダケ減ズベシ。貸金ノ合計幾許ナルカ。

(12) 二種ノあるこゝる溶液ヲ等分ニ混合スレバ比重0.87トナリ、之ヲ5:7ノ比ニ混合スレバ比重0.875トナル。兩種ノ比重各、幾許ナルカ。

[注意] 比重 $\alpha$ トハーりとするノ目方 $\alpha$ キろぐらむトイフニ同ジ。

(13) 二十二金、十八金ノ金塊合ハセテ28ぐらむ  
ノ中ニ含マルル純金ノ量22ぐらむナリ。二種ノ  
金塊ノ目方各、幾許ナルカ。

[注意] 二十二金、十八金トハ金ノ品位ヲ示ス語ニテ、  
目方二十四ノ中ニ二十二又ハ十八ノ純金ヲ含ムコト  
ヲ示スモノナリ。

(14) 米25俵、麥30俵ヲ482圓ニテ買ヒ、之ヲ545  
圓60錢ニ賣リ、米ハ1割2分、麥ハ1割5分ノ利ヲ  
得タリ。一俵ノ買價各、幾許ナルカ。

(15) 三錢ノ郵便切手ト一錢五厘ノはがきトヲ  
各若干枚買ハシメントテ、代金2圓40錢ヲ渡シタ  
ルニ、切手トはがきトノ枚數ヲ彼是取り替ヘタル  
ガ爲ニ30錢餘リタリ。各幾枚ヲ買フ筈ナリシカ。

(16) 甲市ヨリ乙市ヲ經テ丙市マデ82里、乙ヨリ  
丙ヲ經テ甲マデ97里、丙ヨリ甲ヲ經テ乙マデ89里  
ナリ。三市相互ノ距離ヲ求メヨ。

(17) 50錢、20錢、10錢ノ貨幣若干個ヲ以テ9圓40  
錢ヲ拂ヒタルニ、50錢貨幣ノ金高ハ10錢貨幣ノ金  
高ノ3倍ニ等シク、又20錢貨幣ノ金高ノ5倍ヨリ  
モ1圓少シ。三種ノ貨幣各、幾個ナルカ。

(18) 長サ232 種ノ直線ヲ甲乙丙ノ三部ニ分チ、  
甲ニ乙、丙ノ和ノ半分ヲ加ヘテモ、又乙ニ甲、丙ノ和  
ノ三分ノ一ヲ加ヘテモ、又丙ニ甲、乙ノ和ノ四分ノ  
一ヲ加ヘテモ、同ジ長サトナルヤウニセヨ

(19) 金若干圓ヲ甲乙丙ノ三人ニ分ツニ、甲ノ取  
リ前ハ乙、丙ノ取り前ノ和ノ $\frac{4}{7}$ ヨリモ30圓多ク、  
乙ノ取り前ハ甲、丙ノ取り前ノ和ノ $\frac{3}{8}$ ヨリモ30圓  
多ク、又丙ノ取り前ハ甲、乙ノ取り前ノ和ノ $\frac{1}{10}$ ヨリ  
モ30圓多シ。三人ノ取り前各、幾許ナルカ。

(20) 三桁ノ整數アリ。此ノ數ハ其ノ數字ノ和  
ノ26倍ニ等シク、此ノ數ニ198ヲ加フルトキハ  
數字ガ逆ノ順序ニナリ、又兩端ノ數字ノ和ハ中ノ  
數字ノ2倍ニ等シ。此ノ數ヲ求メヨ。

(21) 甲乙兩地間ノ距離24 秆ナリ。或人之ヲ往  
復スルニ、往ニハ4時50分、復ニハ5時間ヲ費セリ  
其ノ脚力ヲ計ルニ、上リハ速サ毎時4 秆、下リハ每  
時6 秆、平地ニテハ毎時5 秆ナリ。兩地間ノ平坦  
ナル道路ノ里程ヲ求メヨ。

(22) 三個ノ金塊アリ。其ノ目方甲ハ10 斤、乙ハ  
20 斤、丙ハ30 斤ナリ。甲ト乙トヲ熔和スルトキハ、



品位0.8ノ金塊ヲ得、乙ト丙トヲ熔和スルトキハ、品位0.78ノ金塊ヲ得、又甲ト丙トヲ熔和スルトキハ、品位0.825ノ金塊ヲ得。各金塊ノ品位ヲ求メヨ。

## 42. 負根ノ解釋.

【例】 父ハ今年37歳、子ハ9歳ナリ。幾年ノ後父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ5倍トナルカ。

【解】  $x$ 年ノ後父ノ年齢  $37+x$  ガ子ノ年齢  $9+x$ ノ5倍トナルトスレバ、次ノ方程式ヲ得。

$$37+x = 5(9+x) \quad (1)$$

之ヲ解キテ、

$$x = -2$$

サテ、是ハ何事ヲ示スカ。今ヨリ「-2年後」トハ、實ハ「2年前」トイフコトナリ。之ヲ驗スニ

$$37-2 = 35 \quad 9-2 = 7$$

即チ2年前ニハ父ノ年齢ハ35、子ノ年齢ハ7ニシテ、35ハ7ノ5倍ナリ。

【注意】 若シ問題ノ末段「幾年ノ後」トアルヲ改メテ「今ヨリ幾年前」トナサバ、此ノ年數ヲ $x$ トシテ次ノ方程式ヲ得ベシ

$$37-x = 5(9-x) \quad (2)$$

之ヲ解キテ

$$x = 2$$

上ノ方程式(1)ノ $x$ ノ符號ヲ變へタルモノガ即チ(2)ナルガ故ニ、(1)ニテ $x = -2$ トナスモ、又ハ(2)ニテ $x = 2$ トナスモ、結果ハ同ジコトナリ。即チ $x = -2$ ガ、(1)ニ適合スルトキハ、 $x = 2$ ハ(2)ニ適合スベキナリ。

## 43. 不可能ナル問題.

【例一】 甲乙二種ノ茶、一斤ノ價、甲ハ85錢、乙ハ80錢ナリ。兩種ハセテ17斤ノ代金13圓ナルトキ、各種ノ斤數ヲ求メヨ。

【解】 甲ヲ $x$ 斤、乙ヲ $y$ 斤トスルトキハ次ノ方程式ヲ得。

$$x+y = 17 \quad (1)$$

$$85x+80y = 1300 \quad (2)$$

$y$ ヲ消去スルガ爲ニ(1)ノ兩邊ニ80ヲ掛ケ、

$$80x+80y = 1360 \quad (1')$$

ヲ得。(2)ヨリ引キテ

$$5x = -60$$

故ニ

$$x = -12$$

サテ甲茶-12斤トハ意味ナキコトナリ。即

テ此ノ問題ニ適スル答ナキナリ。

[注意] 上ノ方程式(1)ノ兩邊ニ80ヲ掛ケテ得タル(1')  
ノ右邊1360ガ(2)ノ右邊1300ヨリモ大ナルガ爲ニ $x$ ハ  
負數トナレリ サテ方程式(1')ハ價ノ安キ乙種ノ茶ノ  
ミ17斤ニテ其ノ價既ニ13圓ヲ超過スルコトヲ示スモ  
ノナリ。故ニ問題ノ不可能ナルコト明ナリ。

又(1)(2)ヨリ $x$ ヲ消去シテ $y$ ヲ求ムレバ $y=29$ ヲ得。  
(此ノ計算ヲ實行セヨ)。サレドモ兩種ノ茶合ハセテ17  
斤ノ中ニ乙種ノ茶ガ29斤アルコトヲ得ザルニヨリ問  
題ノ不可能ナルコト明ナリ。

【例二】 二組ノ學級アリ。甲組ハ45人、乙組ハ40  
人ナリ。今甲組ヨリ幾人ヲ乙組ニ編入スルトキ  
ハ、二組ノ人數ガ相等シクナルカ。

【解】 甲組ヨリ乙組ニ編入スベキ人數ヲ $x$ ト  
スルトキハ、次ノ方程式ヲ得

$$45-x=40+x$$

之ヲ解キテ

$$x=2\frac{1}{2}$$

サレド人數ハ分數タルコトヲ得ズ。故ニ此  
ノ問題ニ適スル答ナシ。

上ノ例一ニテハ、求ムル數ガ正數ナルコトヲ要

シ、又例二ニテハ、整數ナルコトヲ要スルガ如ク、方  
程式ニハ書キ表サレザル或條件(制限)ガ、問題ノ中  
ニ含マルルガ爲ニ、方程式ノ根ガ問題ニ適合セザ  
ルコトアリ。

### 【例題】

1. 連続セル四ツノ整數ノ和60ナリ 此等ノ整  
數ヲ求メヨ。
2. 今年父ハ30歳、子ハ4歳ナリ。父ノ年齢ガ子  
ノ年齢ノ4倍トナルハ何時ナルカ。
3. 今年父ハ45歳、子ハ19歳ナリ。父ノ年齢ガ子  
ノ年齢ノ3倍トナルハ何時ナルカ。
4. 一斤35錢ト30錢トノ砂糖合ハセテ6斤ヲ買  
ヒ、2圓50錢ヲ拂ヘリ 各、幾斤ヲ買ヒタルカ。
5. 甲ハ金70圓ヲ有シ、乙ハ金65圓ヲ有ス。今甲  
ガ幾圓ヲ乙ニ與フルトキハ、乙ノ所有金ガ甲ノ  
所有金ノ $\frac{4}{5}$ トナルカ。
6. 金若干圓ヲ若干人ニ分配スルニ一人ニツキ  
5圓ヅツ與フルトキハ25圓餘リ、又一人ニツキ  
7圓ヅツ與フルトキハ12圓餘ルトイフ。分配  
スベキ金高ヲ求メヨ。

## 雑題 II

(1)  $b = c$  ナルトキ

$$a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$$

ヲ簡單ニセヨ

(2)  $x = a+b, y = a+c, z = b+c$  ナルトキ

$$\{2x-3(y-z)\} + \{x-2(y-z)\} - 2\{x-3(y-z)\}$$

ノ値如何

(3)  $a < b < c$  ナルトキ  $(a-b)(a-c)(b-c)$  ノ符號如何

次ノ方程式ヲ解ケ。[4-9]

(4)  $\frac{7x-4}{8} + 2\frac{2}{3} + \frac{4-7x}{4} = x - \frac{7}{12}$

(5)  $(x+2)(x-3) - (2-x)(x+3) - (7-2x)(5-x) = 0$

(6)  $\frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5, \quad \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 4$

(7)  $77x - 84y = 135, \quad 56x + 108y = 205$

(8)  $7x + 5y + z + 74 = 0$  (9)  $x + y + z = 9$

$2x - 4y - z - 20 = 0$   $3x + 2y + 7z = 8$

$3x - 3y + z + 18 = 0$   $5x - 8y - z = 7$

(10)  $x =$  如何ナル値ヲ與フルトキ、次ノ二ツノ式

$1.5x - 6, \quad 1.35x - 3$

ノ數値ガ相等シクナルカ

(11)  $\frac{2x-3y+1}{5} = \frac{3(x+3y)-11}{4} = x+2y-6$

ナルトキ、此等ノ相等シキ式ノ數値如何。

(12)  $x = \frac{5+3k}{2} = \frac{1+15k}{9}$  ナラバ  $x$  ノ値如何。

(13) 十二時ノ直前ニテ、時計ノ長針ト短針トガ直角ヲナスハ何時ナルカ。

(14) 或鐵道ノ兩端驛ノ間ヲ通常列車ハ 22 時間、急行列車ハ 16.5 時間ニテ通過ス。此ノ二ツノ列車ガ同時ニ兩端驛ヲ發シ、相向ヒテ走ルトキハ、其ノ出遇フハ何時ナルカ。

(15) 基石若干個ヲ四重ノ中空方形ニ竝ベタルニ、26 個餘リタレバ内部ニ今一重竝ベントシタルニ、18 個不足セリ。基石ノ數ヲ求メヨ。

(16) 米ナラバ 9 石、麥ナラバ 15 石ヲ買ヒ得ベキ金高ニテ米麥合ハセテ 13 石 2 斗ヲ買ヘリ。各、幾許ヲ買ヒタルカ。

(17) 或試験ノ受験者 260 人ニテ、受験者全體ノ平均點數 64、合格者ノ平均點數 67、不合格者ノ平均點數 57 ナリ。合格及ビ不合格各、幾人ナルカ。

(18) 甲乙丙丁ノ四人アリ。乙ガ其ノ所有金ノ半分ヲ甲ニ與ヘ、丙ガ其ノ所有金ノ  $\frac{1}{3}$  ヲ乙ニ與ヘ、丁ガ其ノ所有金ノ  $\frac{1}{4}$  ヲ丙ニ與ヘ、又甲ガ其ノ當初ノ所有金ノ  $\frac{1}{5}$  ヲ丁ニ與ヘタルニ、四人ハイヅレモ 23 圓ヲ所有スルコトト

ナレリ。四人ノ最初ノ所有金ヲ求メヨ。

- (19) 使用ニ分配セル賞與金、上半期ハ一人ニ付キ33圓ナリシガ、下半期ニハ四人ニ付キ125圓ノ割トスレバ賞與金ノ總額ハ上半期ト等シクナル。又下半期ノ使用人ハ上半期ヨリモ7人ダケ多シ。各期ノ使用人ノ數ヲ求メヨ。

- (20) 三位ノ整數アリ、數字ノ和ハ15ニシテ、一ノ位ノ數字ト百ノ位ノ數字トノ差ハ5ナリ、又此ノ三ツノ數字ヲ逆ノ順序ニ排列シテ得ベキ數ハ原ノ數ノ3倍ヨリモ39ダケ小ナリ。原ノ數ヲ求ム。

- (21)  $ax+b$ ナル式ニ於テ、 $x=2$ トスレバ此ノ式ノ値ハ1トナリ、又 $x=3$ トスレバ此ノ式ノ値ハ4トナルトイフ。 $a$ 及ビ $b$ ノ値ヲ定メヨ。

- (22)  $px+q$ ニ於テ $x$ ヲ3及ビ5トスレバ、此ノ式ノ値ハソレゾレ14及ビ30トナルトイフ。今此ノ式ノ値ヲ0ナラシムルニハ、 $x$ ニ如何ナル値ヲ與フベキカ。

- (23) 彈性ノ絲アリ、其ノ長サハ $a+bx$ ヲ以テ表サル。但シ $x$ ハ索引力、 $a$ 及ビ $b$ ハ一定ノ數ヲ表ス。今此ノ絲ノ一端ヲ支持シ、他ノ端ニ重サ8ぐらむヲ懸クルトキハ長サ13.6種トナリ、又20ぐらむヲ懸クルトキハ18.4種トナルトイフ。重サヲ懸ケザルトキ及ビ12ぐらむヲ懸クルトキノ絲ノ長サヲ求メヨ。

- (24)  $ax+by+cz$ ナル式ノ値ガ $x=1, y=1, z=1$ ナルトキ、 $x=8, y=3, z=-6$ ナルトキ、及ビ $x=4, y=1, z=-1$ ナルトキ、イヅレモ1トナルトイフ。 $a, b, c$ ノ値ハ如何。

- (25)  $x^2+y^2+gx+fy+c$ ナル式ガ $x, y$ ノ次ノ三組ノ値

$$\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$$

ニ應ジテ0トナルガ爲ニハ $g, f, c$ ノ値ヲ如何ニ定ムレバヨキカ。

## 第四編 整式ノ續キ

### 第一章 乘法公式

#### 44. 二項式ノ平方.

$$\left. \begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2 \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

[注意] 第一ノ公式ニテ、 $b$ ヲ $-b$ ニ代フルトキハ、第二ノ公式ヲ得.

即チ.

二ツノ數ノ和ノ平方ハ、此等ノ數ノ平方ノ和ニ此等ノ數ノ積ノ二倍ヲ加ヘタルモノニ等シ.

又二ツノ數ノ差ノ平方ハ、此等ノ數ノ平方ノ和ヨリ、此等ノ數ノ積ノ二倍ヲ減ジタルモノニ等シ.

【例一】  $(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$   
 $= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

【例二】  $(ay-bx)^2 = (ay)^2 - (2ay)(bx) + (bx)^2$   
 $= a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2$

【例三】  $(a+b+c)^2 = \{(a+b)+c\}^2$   
 $= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$   
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

#### 【例題】

公式ヲ應用シテ、次ノ式ノ平方ヲ作レ.

- |                     |                      |             |
|---------------------|----------------------|-------------|
| 1. $a+1$            | 2. $x-1$             | 3. $x+2y$   |
| 4. $2-x$            | 5. $2a-5b$           | 6. $3a-4$   |
| 7. $2x-1$           | 8. $-x-a$            | 9. $-4x+3y$ |
| 10. $a+\frac{1}{2}$ | 11. $2x-\frac{1}{2}$ | 12. $x^2-x$ |
| 13. $-2nx-my$       | 14. $x-y-z$          |             |
| 15. $x-y+2z$        | 16. $x^2-xy+y^2$     |             |

#### 45. 二ツノ數ノ和ト差トノ積.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (II)$$

即チ

二ツノ數ノ和ト差トノ積ハ、此等ノ數ノ平方ノ差ニ等シ.

【例一】  $(2ax+3b)(2ax-3b) = (2ax)^2 - (3b)^2$   
 $= 4a^2x^2 - 9b^2$

$$\text{【例二】 } (x+y+z)(x+y-z) = \{(x+y)+z\}\{(x+y)-z\}$$

$$= (x+y)^2 - z^2$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - z^2$$

$$\text{【例三】 } (x-y+z)(x+y-z) = \{x-(y-z)\}\{x+(y-z)\}$$

$$= x^2 - (y-z)^2$$

$$= x^2 - y^2 + 2yz - z^2$$

## 【例題】

公式ヲ應用シテ、次ノ掛算ノ結果ヲ書ケ。

1.  $(a-1)(a+1)$

2.  $(x+2)(x-2)$

3.  $(5a-2b)(5a+2b)$

4.  $(ax-by)(ax+by)$

5.  $(ab-x)(ab+x)$

6.  $\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{3}n\right)\left(\frac{1}{2}m - \frac{1}{3}n\right)$

7.  $(a-b)(-a-b)$

8.  $(a-b+c)(a-b-c)$

9.  $(a+b+c)(a-b-c)$

10.  $(a+b-c)(a-b-c)$

11.  $(x+y)^2(x-y)^2$

12.  $(x-a)(x+a)(x^2+a^2)$

13.  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

14.  $(a-b+c-d)(a+b-c+d)$

## 46. 二項式ノ積.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (\text{III})$$

$$\text{【例一】 } (x+3)(x+2) = x^2 + (3+2)x + 3 \times 2$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

$$\text{【例二】 } (a-3)(a-2) = a^2 + (-3-2)a + (-3)(-2)$$

$$= a^2 - 5a + 6$$

$$\text{【例三】 } (a-3b)(a+2b) = a^2 + (-3b+2b)a + (-3b) \times 2b$$

$$= a^2 - ab - 6b^2$$

## 【例題】

公式ヲ應用シテ、次ノ掛算ノ結果ヲ書ケ。

1.  $(x+4)(x+5)$

2.  $(x-4)(x-6)$

3.  $(x+6)(x-10)$

4.  $(x-3)(x+7)$

5.  $(a+2b)(a+b)$

6.  $(x-5a)(x+8a)$

7.  $(2a+5b)(2a-6b)$

8.  $(3-7x)(4-7x)$

9.  $(ab+1)(ab-2)$

10.  $(a+b+2c)(a+b-3c)$

11.  $(2x-1)(2x-3)$

12.  $(x^2-2a^2)(x^2-7a^2)$

## 47. 二項式ノ立方.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

〔注意〕 第一ノ公式ニテ  $b$  ノ代ニ  $-b$  ヲ入ルルトキ

ハ第二ノ公式ヲ得.

## 【例題】

公式ヲ應用シテ次ノ式ノ立方ヲ求メヨ。

1.  $a+1$
2.  $x-2a$
3.  $a+b+a$
4.  $x-a-1$

## 第二章 因數分解

## 48. 整式ノ因數分解.

$x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$  ノ如ク、一ツノ整式ヲ  
ニツ以上ノ整式ノ積ノ形ニ書キ表スコト  
ヲ其ノ整式ヲ因數ニ分解スルトイフ。

次ニ整式ノ因數分解ノ簡單ナル場合ヲ示スベシ。

## 49. 一項因數.

公式

$$na - nb + nc = n(a - b + c)$$

ニヨリ、整式ノ各項ニ共通ナル因數ガアルトキハ、  
之ヲ其ノ式ノ因數トシテ括リ出スコトヲ得。

【例一】  $2a^2b - 2ab^2 = 2ab(a - b)$

【說明】 各項ニ共通ナル  $2ab$  ヲ因數トシテ括  
レルナリ。

【例二】  $(x-a)^2 + 2a(x-a) = (x-a)\{(x-a) + 2a\}$   
 $= (x-a)(x+a)$

【說明】  $(x-a)$  ヲ一ツノ文字ノヤウニ取扱ヒテ、  
例一ノ如クセルナリ。

【例三】  $ax + by + bx + ay = (ax + bx) + (ay + by)$   
 $= x(a + b) + y(a + b)$   
 $= (a + b)(x + y)$

【說明】 是ハ原式ニテ  $x$  ヲ含メル項ト  $y$  ヲ含  
メル項トヲ別別ニ括リテ見テ、例二ノ如キ形ニ  
導クコトヲ得タルナリ。

又  $a$  ヲ含メル項ト  $b$  ヲ含メル項トヲ別別ニ  
括リテ見レバ次ノ如シ。

$$ax + by + bx + ay = (ax + ay) + (bx + by)$$

$$= a(x + y) + b(x + y)$$

$$= (x + y)(a + b)$$

## 【例題】

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

1.  $2a - 2b$
2.  $4x - 6a$

- |                                       |                             |
|---------------------------------------|-----------------------------|
| 3. $ax - bx$                          | 4. $ax - a$                 |
| 5. $x^2 - x$                          | 6. $a^2 + ab + ac$          |
| 7. $x^2 - x^3 + x^3$                  | 8. $3a^2b + 3ab^2$          |
| 9. $-6x^3 - 8x^2y$                    | 10. $a^2bc + ab^2c + abc^2$ |
| 11. $a(x+a) + b(x+a)$                 | 12. $2(x+1)^2 - 3(x+1)$     |
| 13. $a(x+3) - 2(3+x)$                 | 14. $a(a-b) + b(b-a)$       |
| 15. $2x(x-a) - 3(a-x)$                | 16. $x(a-1) - a + 1$        |
| 17. $(2a+b)(x-y) - (a+2b)(y-x)$       |                             |
| 18. $ax - bx + ay - by$               | 19. $x^3 + x^2 + x + 1$     |
| 20. $x^2 + ax + bx + ab$              | 21. $x^2 - ax - bx + ab$    |
| 22. $x^2 - ab - ax + bx$              | 23. $ab - cd - bc + ad$     |
| 24. $a^2 + 2ab - 3ac - 6bc$           | 25. $2x^2 - 2ab + ax - 4bx$ |
| 26. $6x^2 - 6ab + 4ax - 9bx$          | 27. $x^3 - 2ax^2 - 2x + 4a$ |
| 28. $a^2b(x^2 - xy) + ab^2(y^2 - xy)$ |                             |

## 50. 公式(I)ノ應用.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

即チ

三項式ノニツノ項ガソレゾレ或ニツノ

數ノ平方ニ等シク,他ノ一ツノ項ガ此ノ二數ノ積ノ二倍又ハ其ノ符號ヲ變ヘタルモノニ等シキトキハ,其ノ三項式ハ此等二數ノ和又ハ差ノ平方ニ等シ.

$$\begin{aligned} \text{【例一】 } x^2 + 6xy + 9y^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3y + (3y)^2 \\ &= (x + 3y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例二】 } 9a^2 - 30a + 25 &= (3a)^2 - 2 \times 5 \times 3a + 5^2 \\ &= (3a - 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } 60a^2xy - 20a^2x^2y^2 - 45a^2 &= 5a^2(12xy - 4x^2y^2 - 9) \\ &= -5a^2(4x^2y^2 - 12xy + 9) \\ &= -5a^2(2xy - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例四】 } x^2 + a^2 + b^2 + 2ab + 2ax + 2bx &= x^2 + (2ax + 2bx) + (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= x^2 + 2(a+b)x + (a+b)^2 \\ &= (x+a+b)^2 \end{aligned}$$

## 【例題】

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ

- |                   |                              |
|-------------------|------------------------------|
| 1. $x^2 + 2x + 1$ | 2. $a^2 - 4a + 4$            |
| 3. $9 + 6x + x^2$ | 4. $a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$ |



5.  $25a^2 + 9b^2 + 30ab$       6.  $2a^2x^2 - 16ax + 32$   
 7.  $2xy - x^2 - y^2$       8.  $x^2 - x + \frac{1}{4}$   
 9.  $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} + \frac{1}{9}$       10.  $x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{9}{100}$   
 11.  $4a^2x^2 + 4abx + b^2$   
 12.  $36x^3y^3 - 12x^5y - 27xy^2$   
 13.  $(a-b)^2 - 4(a-b)c + 4c^2$   
 14.  $(x+a)^2 - 2(x+a)(y+a) + (y+a)^2$   
 15.  $x^2 - 4a(x-a)$   
 16.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac$

## 51. 公式(II)ノ應用.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

二數ノ平方ノ差ハ此ノ二數ノ和ト差トノ積ニ分解スルコトヲ得.

【例一】  $4a^2 - 1 = (2a)^2 - 1^2 = (2a+1)(2a-1)$

【例二】  $a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$   
 $= (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$

【例三】  $x^2 - (2y-z)^2 = \{x+(2y-z)\}\{x-(2y-z)\}$   
 $= (x+2y-z)(x-2y+z)$

【例四】  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)$   
 $= a^2 - (b-c)^2$   
 $= \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$   
 $= (a+b-c)(a-b+c)$

## 【例題】

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1.  $a^2 - 64$       2.  $4x^2 - 9$       3.  $1 - x^2$   
 4.  $a^2b^2 - 4x^2$       5.  $50 - 8a^2$       6.  $-4 + 4x^2$   
 7.  $\frac{1}{4}a^2x^2 - y^4$       8.  $x^3y - xy^3$       9.  $x^2y^3 - 9xy$   
 10.  $x^4 - 1$       11.  $a^6b^2 - a^2b^6$       12.  $x^6 - 16a^6$   
 13.  $(x+y)^2 - z^2$       14.  $(a^2+b^2)^2 - a^2b^2$   
 15.  $(2a+b)^2 - (a+2b)^2$       16.  $25(a+b)^2 - 9(a-b)^2$   
 17.  $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$       18.  $2ab - a^2 - b^2 + c^2$   
 19.  $1 - 4x^2 - 4xy - y^2$       20.  $x^8 - a^8$   
 21.  $x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1$       22.  $1 - 4x - 4xy - y^2$

## 52. 公式(III)ノ應用.

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

此ノ公式ニヨリテ  $x^2 + px + q$  ノ如キ式ニテ  $q$  ヲ正又ハ負ノ因數  $a, b$  ニ分解シ、其ノ

代數和  $a+b$  ガ丁度  $p$  ニ等シクナルヤウニスルコトヲ得ルトキハ、此ノ式ヲ  $x+a, x+b$  ナルニツノ因數ニ分解スルコトヲ得ベシ。

【例一】  $x^2+7x+12 = (x+3)(x+4)$

【説明】 是ハ  $ab=12, a+b=7$  トナルヤウニ、 $a, b$  ヲ求メタルナリ。即チ

$$\begin{array}{l} 12 = 1 \times 12 \\ 1+12 = 13 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 12 = 2 \times 6 \\ 2+6 = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12 = 3 \times 4 \\ 3+4 = 7 \end{array}$$

ノ中ニテ、最後ノ一組ヲ取ルナリ。

【例二】  $x^2-8x+12 = (x-2)(x-6)$

【説明】 正數 12 ヲニツノ因數ニ分チ、其ノ和ガ負數  $-8$  トナルヤウニスルコトヲ要ス。因テ 12 ヲニツノ負ノ因數ニ分ケテ見ルニ

$$12 = (-2) \times (-6), \quad (-2) + (-6) = -8$$

ニテ丁度宜シ。故ニ因數  $(x-2)(x-6)$  ニ分解スルコトヲ得タルナリ。

【例三】  $x^2-3x-10 = (x-5)(x+2)$

【説明】 積ガ  $-10$ 、和ガ  $-3$  トナル如キ二數ヲ求ムルコトヲ要ス。サテ 10 ヲ因數 2, 5 ニ分テ

バ、其ノ差ガ 3 ナル故、大ナル方ノ 5 = 符號 - ヲ附クルトキハ

$$-10 = -5 \times 2, \quad -5 + 2 = -3$$

トナリテ丁度宜シ。故ニ因數  $x-5$  ト  $x+2$  トヲ得タルナリ

【例四】  $x^2+4xy-5y^2 = (x+5y)(x-y)$

【説明】  $-5y^2 = (5y)(-y), \quad 5y + (-y) = 4y$  ナルガ故ニ、上ノ因數分解ヲ得。

【例五】  $(x^2+4x)^2 - 2(x^2+4x) - 15$   
 $= \{(x^2+4x)-5\} \{(x^2+4x)+3\}$   
 $= (x^2+4x-5)(x^2+4x+3)$   
 $= (x-1)(x+5)(x+1)(x+3)$

【注意】 二次式ヲ因數ニ分解スル一般ノ方法ハ後ニ説クベシ(第八編)。

【例題】

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ

1.  $x^2+5x+6$
2.  $x^2+9x+14$
3.  $x^2-7x+6$
4.  $x^2-11x+28$
5.  $a^2-11a+24$
6.  $x^2+x-2$
7.  $x^2-x-2$
8.  $a^2+2a-24$
9.  $y^2+7y-18$
10.  $x^2-11x-60$

11.  $x^2 + 8xy + 15y^2$       12.  $2a^2 - 24ax + 64x^2$   
 13.  $x^2y^2 + 5xy - 24$       14.  $1 - 3a - 18a^2$   
 15.  $6a^2 - 4ax - 2x^2$       16.  $x^2y + xy - 72y$   
 17.  $x^2 - 64y^2 - 12xy$       18.  $x^4 - 13a^2x^2 + 36a^4$   
 19.  $(x^2 + 3x)^2 - 8(x^2 + 3x) - 20$   
 20.  $(x^2 + 6)^2 - 12(x^2 + 6)x + 35x^2$

53. 立方ノ和及ビ差.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

右邊ノ積ヲ展開シテ此等ノ公式ノ正シキコトヲ知ルベシ。(第一ノ公式ニ於テ $b$ ノ代ニ $-b$ ヲ入ルルトキハ第二ノ公式ヲ得).

此ノ公式ニヨリテニツノ數ノ立方ノ和又ハ差ヲ因數ニ分解スルコトヲ得.

【例一】  $x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3$   
 $= (x - 2y)\{x^2 + x(2y) + (2y)^2\}$   
 $= (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$

【例二】  $(x + y)^3 + z^3 = \{(x + y) + z\}\{(x + y)^2 - (x + y)z + z^2\}$   
 $= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - xz - yz)$

【例三】  $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$   
 $= (x - y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

## 【例題】

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1.  $x^3 - 1$       2.  $1 + a^3$       3.  $8x^3 + y^3$   
 4.  $64 - a^6$       5.  $54m^3 + 16n^3$       6.  $(a + b)^3 - 8b^3$   
 7.  $(2x + y)^3 + (x - 2y)^3$       8.  $a^3 - 8b^3 - 6a^2b + 12ab^2$

## 問題 第三

公式ヲ應用シテ次ノ式ヲ簡單ニセヨ. [1-9]

- (1)  $(a + b)^2 + (a - b)^2$       (2)  $(a + b)^2 - (a - b)^2$   
 (3)  $(x + y)^2(x - y)^2$       (4)  $(2x + 2)(3x - 3)$   
 (5)  $(x - 2)(x - 1)(x + 1)(x + 2)$   
 (6)  $(x + 1)(x - 2)(x + 3)(x - 4)$   
 (7)  $(a + b + c)(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c)$   
 (8)  $(a + b + c + d)(a - b - c + d)$   
 $- (a + b - c - d)(a - b + c - d)$   
 (9)  $(a + b + c)^2 + (b + c - a)^2 + (c + a - b)^2 + (a + b - c)^2$

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ [10-24]

(10)  $(x + 1)^2 - 2(x + 1) + 1$

- (11)  $(x^2+1)^2-4x(x^2+1)+4x^2$   
 (12)  $a^2x^2+b^2y^2-(a^2y^2+b^2x^2)$   
 (13)  $(2m+n)^2+(2m-5n)^2$   
 (14)  $a^2+b^2-c^2-d^2-2(ab+cd)$   
 (15)  $(a+b)^2-4ab$  (16)  $x^4+4yz(yz-x^2)$   
 (17)  $4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2$  (18)  $1+(1-a^2)x^2-ax^3$   
 (19)  $x^3-x^4-x^3+x$   
 (20)  $(x+a)(x+b)-(y+a)(y+b)$   
 (21)  $(a-3b)a^2-(b-3a)b^2$   
 (22)  $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)$   
 (23)  $x^6+7x^3-8$  (24)  $x^{12}-1$

次ノ式ヲニツノ平方ノ差ノ形ニ書キ表シテ因  
 數ニ分解セヨ。 [25-29]

- (25)  $x^4+x^2+1$  (26)  $a^8+a^4b^4+b^8$   
 (27)  $x^4-3x^2+1$  (28)  $x^4+7x^2y^2+16y^4$   
 (29)  $x^4+4$

(30) 二ツノ連続セル整数ノ平方ノ差ハ、此等ノ  
 數ノ和ニ等シ。之ヲ證明シ、且例ヲ舉ゲヨ。

(31) 二數ノ差ハ4ニシテ其ノ平方ノ差ハ64ナ  
 リ。此ノ二ツノ數ヲ求メヨ。

(32) 周圍 $4a$ ナル矩形ノ中、正方形ノ面積ガ最大  
 ナルコトヲ證明セヨ。(矩形ノ一邊ヲ $a-x$ ト置ケ)

### 第三章 最大公約數及ビ 最小公倍數

#### 54. 約數. 公約數.

整式 $A$ ガ整式 $M$ ニテ割リ切レルトキハ、  
 $M$ ヲ $A$ ノ約數トイフ。

例ヘバ、 $ax$ ハ $abxy$ ノ約數、又 $x-a$ ハ $x^2-a^2$ ノ約數  
 ナリ。

整式 $A, B$ 等ガ各、整式 $M$ ニテ割リ切レル  
 トキ、即チ $M$ ガ $A, B$ 等ニ共通ナル約數ナル  
 トキハ、 $M$ ヲ $A, B$ 等ノ公約數トイフ。

例ヘバ、 $ax$ ハ $abxy$ ト $acxz$ トノ公約數ナリ。

#### 55. 最大公約數.

例ヘバ $a^2b^3, a^3b^2$ ナル二ツノ一項式ニ共通  
 ナル因數ハ $a$ ニツト $b$ ニツトナリ。此等  
 ノ因數ヲ盡ク採リテ作レル積 $a^2b^2$ ハーツ

ノ公約數ニシテ、且スベテノ公約數ノ中、因數ノ數ノ最大ナルモノナリ。之ヲニツノ式ノ最大公約數 (略語 G. C. M.) トイフ。

【例一】  $a^3b^2c$ ,  $a^2bd$ ,  $a^2b^2cd$  ノ最大公約數ヲ求メヨ。

[解] 各式ニ共通ナル因數ハ  $a$  ニツト  $b$  一ツトナリ。此等ノ因數ノ積  $a^2b$  ハ即チ衆ムル最大公約數ナリ。

【例二】  $36x^2y^5z^3$ ,  $48x^3y^5z^3$  ノ最大公約數ヲ求メヨ。

[解] 先ヅ係數  $36, 48$  ノ最大公約數ハ  $12$  ナリ。  
次ニ文字ノ部分ニ移ルニ、共通ノ因數ハ  $x$  四ツ、 $y$  五ツ、 $z$  三ツナリ。此等ノ因數ヲ悉ク集メ、ナホ係數ノ最大公約數  $12$  ヲ掛ケテ、

$$12x^4y^5z^3$$

ヲ得。是即チ求ムル最大公約數ナリ。

[注意] 整式ニテ割リ切レルトイフコトハ文字ノ部分ノミニワキテノコトナルガ故ニ、最大公約數ノ係數ハ附ケズトモヨシ。サレド上ノヤウニスルガ應用上便利ナリ。

ニツ以上ノ一項式ノ最大公約數ヲ求ムルニハ、スベテノ式ニ共通ナル文字因數ノ積ニ係數

ノ最大公約數ヲ乘ズベシ。

【例三】  $4x^2(x-3)$ ,  $6x(x+1)(x-3)$  ノ最大公約數ヲ求メヨ。

[解] 括弧ニ包マレタル因數ヲ一ツノ文字ノヤウニ取扱ヒテ、求ムル最大公約數

$$2x(x-3)$$

ヲ得。

【例四】  $x^3+8$ ,  $2x^2-8$ ,  $x^2-x-6$  ノ最大公約數ヲ求メヨ。

$$[解] \quad x^3+8 = (x+2)(x^2-2x+4)$$

$$2x^2-8 = 2(x+2)(x-2)$$

$$x^2-x-6 = (x+2)(x-3)$$

最大公約數  $x+2$

ニツ以上ノ多項式ノ最大公約數ヲ求ムルニハ、先ヅ此等ノ式ヲ因數ニ分解シテ後、スベテノ式ニ共通ナル因數ノ積ニ係數ノ最大公約數ヲ乘ズベシ。

[注意] 整數ノ最大公約數ヲ求ムルニハ、此等ノ整數ヲ素因數ニ分解シ、相異ナル素數ヲ相異ナル文字ノヤウニ取扱ヒテ、上ノ規則ヲ適用スベシ。例ヘバ

$$396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{最大公約數} = 2^2 \times 3 = 12$$

算術ニテ學ビタル演算ノ仕方ハ、ツマリ上ノ手續ヲ  
幾分カ約メタルモノナリ。

## 【例題】

次ノ式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

1.  $a^2bc, ab^2c, abc^2$
2.  $144a^2bx, 216ab^2y$
3.  $4a^3b^2(x^2-y^2), 6a^2b^3(x-y)^2$
4.  $a(a-b), b(b-a)$
5.  $x^3+y^3, 2x^2-2xy+2y^2$
6.  $x^2-25, x^2+2x-15$
7.  $(x-1)^2, 1-x^2, x^3-1$

## 50. 倍數. 公倍數.

整式  $M$  が整式  $A$  ニテ割り切レルトキ、即チ  $M$  が  $A$  ト他ノ整式トノ積ニ等シキトキハ、 $M$  ヲ  $A$  ノ倍數トイフ。

例ヘバ、 $abxy$  ハ  $ax$  ノ倍數、又  $x^2-a^2$  ハ  $x-a$  ノ倍數ナリ。

整式  $M$  が整式  $A, B$  等ノ各ノ倍數ナルトキハ、 $M$  ヲ  $A, B$  等ノ公倍數トイフ。

例ヘバ  $abxy$  ハ  $ax$  及ビ  $ay$  ノ公倍數ナリ

## 57. 最小公倍數.

例ヘバ  $a^3bc^2$  ト  $a^2b^2d$  トノ公倍數ハ、必ズ此等ノ二ツノ式ニ含マレタル、フベテノ因數ヲ含ムコトヲ要ス。即チ少クトモ  $a$  ヲ三ツ、 $b$  ヲ二ツ、 $c$  ヲ二ツ、 $d$  ヲ一ツ含ムベシ。然ルニ此等ノ因數ノ積  $a^3b^2c^2d$  ハ既ニ  $a^3bc^2$  ト  $a^2b^2d$  トノ公倍數ナリ 故ニ  $a^3b^2c^2d$  ハ  $a^3bc^2$  ト  $a^2b^2d$  トノ公倍數ノ中ニテ、因數ノ數最小ナルモノナリ。故ニ之ヲ與ヘラレタル二ツノ式ノ最小公倍數(略語 L. C. M.)トイフ。

上ノ例ニテ最小公倍數  $a^3b^2c^2d$  ノ中ニ含マレタル  $a^3, b^2, c^2, d$  ハ  $a^3bc^2$  ト  $a^2b^2d$  トノ中、少クトモ一方ニ含マレタル文字ノ羈ニシテ、且此等ノ式ノ中ニテ最大ナル指數ヲ有スルモノナルコトニ注意スベシ。

【例一】  $8x^2yz, 12x^3y^2z, 16xy^2z$  ノ最小公倍數ヲ求メヨ。

[解] 先ツ係數 8, 12, 16 ノ最小公倍數ハ 48 ナリ。又三ツノ式ニ含マレタル  $x$  ノ最高羈ハ  $x^3, y$  ノ最高羈ハ  $y^2, z$  ノ最高羈ハ  $z$  ( $z$  ノ一乗羈) ナリ

此等ノ因數ヲ悉ク掛ケ合ハセテ、求ムル最小公倍数

$$48x^3y^2z$$

ヲ得.

ニツ以上ノ一項式ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ、此等ノ式ノ中ニアル各ノ文字ノ最高累ノ積ニ係數ノ最小公倍数ヲ乘ズベシ.

【例二】  $4a^2(a-b)^2$ ,  $6ab(a^2-b^2)$  ノ最小公倍数ヲ求メヨ.

【解】 第二ノ式ヲ因數ニ分解シ

$$6ab(a-b)(a+b)$$

ヲ得. ヨリテ括弧ニ包マレタル因數ヲ一ツノ文字ノヤウニ取扱ヒテ、最小公倍数

$$12a^2b(a-b)^2(a+b)$$

ヲ得.

【例三】  $xy-x^2$ ,  $xy+y^2$ ,  $x^2-y^2$  ノ最小公倍数ヲ求メヨ.

【解】  $xy-x^2 = -x(x-y)$

$$xy+y^2 = y(x+y)$$

$$x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$$

ヨリテ最小公倍数ハ次ノ如シ.

$$xy(x+y)(x-y)$$

ニツ以上ノ多項式ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ、先ヅ此等ノ式ヲ因數ニ分解シ、各ノ因數ヲ一ツノ文字ノヤウニ取扱ヒテ、一項式ノ最小公倍数ヲ求ムルヤウニスベシ.

【注意】 整数ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ、先ヅ與ヘラレタル整数ヲ素因數ニ分解シ、相異ナル素數ヲ相異ナル文字ノヤウニ取扱ヒテ上ノ規則ヲ適用スベシ. 例

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\text{最小公倍数} = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$$

### 【例題】

次ノ式ノ最小公倍数ヲ求メヨ.

1.  $ab, bc, ca$
2.  $a^2bc, ab^2c, abc^2$
3.  $8a^2, 12ab, 6b^2$
4.  $6ab^2(x+y), 8a^2b(a^2-y^2)$
5.  $3a-3, a^2+a+1, 2-2a^3$

- 6.  $6(a^2+ab), 8(ab-b^2), 10(a^2-b^2)$
- 7.  $x^2-3x+2, x^2-5x+6, x^2-4x+3$
- 8.  $(a-b)(a-c), (b-a)(b-c), (c-a)(c-b)$

第四章 多項式ノ乘法及ビ除法  
ノ續キ

58. 昇羈及ビ降羈.

或文字ニツキテノ整式ニ於テ、其ノ項ヲ最高次ノモノヨリ始メテ次數ノ大サノ順序ニ竝ブルコトヲ其ノ文字ノ降羈ニ排列ストイヒ、其ノ逆ノ順序ニ竝ブルコトヲ昇羈ニ排列ストイフ。

例ヘバ

$$x^3-3x^2+3x-1$$

ハ  $x$  ノ降羈ニ排列セラレ、

$$3-7y^2+5y^3$$

ハ  $y$  ノ昇羈ニ排列セラル。又

$$x^3+2y^3-3axy^2$$

$x$  ニツキテモ、 $y$  ニツキテモ、不規則ニ排列セラ

レタルガ、今項ノ順序ヲ變ヘテ、

$$x^3-3axy^2+2y^3$$

トスルトキハ、此ノ式ハ  $x$  ノ降羈ニ排列セラレ、同時ニ  $y$  ノ昇羈ニ排列セラル。

ニツ以上ノ文字ニツキテノ整式ノ各項ノ次數ガ同一ナルトキハ、其整式ヲ此等ノ文字ニツキテ齊次ナリトイフ。

上ノ整式  $x^3-3axy^2+2y^3$  ハ  $x$  及ビ  $y$  ニツキテハ齊次ノ三次式ナリ。

ニツノ文字ノ齊次式ヲ其ノ一ツノ文字ノ降羈ニ排列スルトキハ、此ノ式ハ同時ニ他ノ文字ノ昇羈ニ排列セラルルコト上ノ例ノ如シ。

59. 多項式ノ乘法.

【例一】  $3x^2+2xy+5y^2 = x+2y$  ヲ掛ケヨ。

[演算]  $3x^2+2xy+5y^2$

$$\begin{array}{r} x+2y \\ 3x^2+2xy+5y^2 \dots\dots\dots (3x^2+2xy+5y^2) \times x \\ \hline 6x^2y+4xy^2+10y^3 \dots\dots (3x^2+2xy+5y^2) \times 2y \\ \hline 3x^3+8x^2y+9xy^2+10y^3 \end{array}$$

【説明】 先ヅ被乗數及ビ乗數ヲ  $x$  ノ降羈ニ排列シ、被乗數ノ下ニ乗數ヲ書キ、其ノ下ニ横線ヲ



引ク。乗數ノ左端ノ項  $x$  フ被乘數ニ掛ケタル積ヲ横線ノ下ニ書キ、次ニ乗數ノ第二ノ項  $2y$  フ被乘數ニ掛ケタル積ヲ一ツツ右へ下ゲテ書キ、同類項ガ縦ニ竝ブヤウニシテ最後ニ此等ノ部分積ノ和ヲ求メタルナリ。

【例二】  $x^3 - 2x + 1 = x^3 - 4x - 2$  フ掛ケヨ。

[演算]

$$\begin{array}{r} x^3 \quad -2x + 1 \\ x^3 - 4x - 2 \\ \hline x^3 \quad -2x^3 + x^2 \\ \quad -4x^3 \quad + 8x^2 - 4x \\ \quad \quad -2x^3 \quad + 4x - 2 \\ \hline x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 9x^2 \quad -2 \end{array}$$

上ノ例ニテ被乘數ニ二次ノ項ガ缺ケタルニヨリ、其ノ位置ヲ空ケタルコトニ注意スベシ。

[注意] 上ノ如キ方法ニテ掛ケ算ヲ行フトキニハ、先ヅ因數ヲ或文字ノ降冪(又ハ昇冪)ニ排列シテ後、計算ヲ始ムルコト肝要ナリ。

【例題】

次ノ積ヲ展開セヨ

1.  $(2x-1)(4x^2+2x+1)$
2.  $(x^3+x^2+x-1)(x^2-x-1)$
3.  $(1+4x-10x^2)(1-6x+3x^2)$

4.  $(x^3-1-2x)(1+x+x^2)$
5.  $(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4)(x+y)$
6.  $(x-1)(x-3)(3+x)(5+x)$
7.  $(x^2+1-x)(x^2+1+x)(1-x^2+x^4)$
8.  $(a+b)^4$

60. 多項式ノ除法。

【例一】  $2a^2+3ab+b^2$  フ  $a+b$  ニテ割レ。

[演算]

$$\begin{array}{r} 2a + b \quad \text{商} \\ a+b \overline{) 2a^2+3ab+b^2} \\ \underline{2a^2+2ab} \dots\dots\dots (a+b)2a \\ \quad ab+b^2 \\ \quad \underline{ab+b^2} \dots\dots\dots (a+b)b \end{array}$$

[説明] 先ヅ實及ビ法ヲ  $a$  ノ降冪ニ排列シテ之ヲ算術ノ割リ算ノヤウニ竝ベ書ク。サテ實ノ左端ノ項  $2a^2$  フ、法ノ左端ノ項  $a$  ニテ割リ、 $2a$  フ得。是即チ商ノ第一項ナリ。之ヲ法  $(a+b)$  ニ掛ケテ、其ノ積ヲ實ヨリ引キ、殘  $ab+b^2$  フ得。次ニ此ノ殘ノ左端ノ項  $ab$  フ法ノ左端ノ項  $a$  ニテ割リ、 $b$  フ得。是即チ商ノ第二項ナリ。之ヲ法  $(a+b)$  ニ掛ケテ、其ノ積ヲ第一段ノ殘ヨリ引クニ殘ナシ。



例へバ、上ノ例ニテ除數ハ $x$ ニツキテ二次、剩餘ハ一次ナリ。

一般ニ、整式 $A$ ヲ整式 $B$ ニテ割リ、商ノ整式ノ部分 $Q$ 及ビ剩餘 $R$ ヲ得タリトスルトキハ、

$$A = BQ + R$$

此ノ式ニヨリテ割リ算ノ結果ヲ驗スコトヲ得。

【注意】上ニ言ヘルコトハ、除數ヲ或文字ノ降冪ニ排列シテ割リ算ヲ行フ場合ニノミ通用スベキモノナリ。例へバ上ノ例ノ二ツノ整式ヲ $x$ ノ昇冪ニ排列シテ割ルトキハ、商モ剩餘モ、ヤハリ $x$ ノ昇冪ニ排列セラレ、演算ノ進行スルニ從ヒテ、剩餘ノ次數ハ高マリ行クベシ。

#### 【例題】

次ノ問題ニテ前ノ式ヲ後ノ式ニテ割レ。 [1-7]

1.  $a^2 + 3ab + 2b^2$ ,  $a + b$
2.  $2x^2 + 3x - 35$ ,  $2x - 7$
3.  $42a^2 - 25a - 1$ ,  $6a - 1$
4.  $x^3 + 2xy^2 + 2y^3$ ,  $x - y$
5.  $10x^2 + 13ax - 5a^2$ ,  $2x + 3a$
6.  $x^5 - y^5$ ,  $x + y$
7.  $60x^2 - 46x + 15$ ,  $3 - 5x$

8.  $2x^3 - 7xy^2 + 3y^3$  ヲ  $x + y$  ニテ、始ハ  $x$  ノ降冪ニ排列シ、次ニハ  $y$  ノ降冪ニ排列シテ割リ、イヅレモ商ノ整式ノ部分及ビ剩餘ヲ求メヨ。

### 第五章 最大公約數及ビ最小公倍數ノ續キ

#### 61. 多項式ノ最大公約數ヲ求ムル一般ノ方法。

【例一】次ノ二ツノ多項式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

$$(A) 4x^3 - 8x^2 - 19x + 21, (B) x^2 - 4x + 3$$

【演算】

$$\begin{array}{r} 4x + 8 \\ x^2 - 4x + 3 \overline{) 4x^3 - 8x^2 - 19x + 21} \\ \underline{4x^3 - 16x^2 + 12x} \phantom{+ 21} \\ 8x^2 - 31x + 21 \\ \underline{8x^2 - 32x + 24} \phantom{+ 21} \\ x - 3 \\ \underline{x - 3} \\ 0 \end{array}$$

【説明】先ヅ二ツノ多項式 $A, B$ ヲ共ニ $x$ ノ降冪ニ整頓シ、次數ノ低キ方ノ $B$ ニテ $A$ ヲ割リ、剩餘 $x - 3$ ヲ得。此ノ剩餘ニテ前ノ除數 $B$ ヲ割ル

ニ、割り切レタリ。ヨリテ $x-3$ ヲ求ムル最大公約數トス。

$$[驗] \quad 4x^3 - 8x^2 - 19x + 21 = (x-3)(4x^2 + 4x - 7)$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

或文字ノ降幕ニ排列セラレタルニツノ多項式最大公約數ヲ求ムルニハ、次ノ規則ニヨルベシ。

ニツノ多項式 $(A, B)$ ノ最大公約數ヲ求ムルニハ、先ツ次數ノ低カラヌ方 $(A)$ ヲ他ノ式 $(B)$ ニテ割ルベシ。割り切レタルトキハ、第二ノ式 $(B)$ ハ求ムル最大公約數ナリ。又割り切レザルトキハ、此ノ割り算ノ剰餘 $(C)$ ニテ前回ノ除數 $(B)$ ヲ割り、此ノ割り算ノ剰餘 $(D)$ ニテ更ニ前回ノ剰餘 $(C)$ ヲ割り、次第ニカヤウニシテ終ニ割り切レタルトキハ、最後ニ除數トナシタル式ハ、即チ求ムル最大公約數ナリ。

上ノ規則ハ次ノ定理ニ基ツク。

$M$ ガ整式 $A, B$ ノ公約數ナルトキハ $M$ ハ $A, B$ ノ倍數ノ代數和 $pA+qB$ ノ約數ナリ。

[證]  $M$ ハ $A, B$ ノ公約數ナリトイフガ故ニ、 $A,$

$B$ ハ $M$ ニテ割り切レル。其ノ商ヲソレヅレ $a, b$ トスルトキハ

$$A = aM, \quad B = bM$$

ニシテ、 $a, b$ ハイツレモ整式ナリ。

ヨリテ

$$pA + qB = paM + qbM = (pa + qb)M$$

故ニ $pA + qB$ ハ $M$ ニテ割り切レ、其ノ商ハ整式 $pa + qb$ ナリ。即チ $M$ ハ $pA + qB$ ノ約數ナリ。

此ノ定理ヲ用ヒテ最大公約數ヲ求ムル規則ヲ説明スルコト次ノ如シ。

先ツ $A$ ヲ $B$ ニテ割り、商 $p$ 、剰餘 $C$ ヲ得タリトセヨ。然ラバ

$$A = pB + C \quad \text{隨ツテ} \quad C = A - pB$$

第二ノ等式ヨリ、上ノ定理ニヨリ $A, B$ ノ公約數ハ $C$ ノ約數ナルコトヲ知ル。故ニ $A, B$ ノ公約數ハスベテ $B, C$ ノ公約數ナリ。

又第一ノ等式ヨリ、 $B, C$ ノ公約數ハ $A$ ノ約數ナルコトヲ知ル。故ニ $B, C$ ノ公約數ハスベテ又 $A, B$ ノ公約數ナリ。

此ノ故ニ $A, B$ ノ公約數ハ全體ニ於テハ $B, C$ ノ

公約數ト同ジコトナリ。特ニ  $A, B$  ノ最大公約數ハ即チ  $B, C$  ノ最大公約數ナリ。

サテ次ニ  $B$  ヲ  $C$  ニテ割リ商  $q$ , 餘剰  $D$  ヲ得タリトセヨ。然ラバ前ト同ジャウニ,  $B, C$  ノ最大公約數ハ即チ  $C, D$  ノ最大公約數ナリ。

次ニ  $C$  ヲ  $D$  ニテ割ルニ商  $r$  ヲ得テ割リ切レタリトセヨ。然ラバ  $D$  ハ即チ  $C, D$  ノ最大公約數ナリ。随ツテ  $D$  ハ  $B, C$  ノ最大公約數。随ツテ又  $A, B$  ノ最大公約數ナリ。

【注意】 整式ノ最大公約數ニテハ數字因數ハ度外ニ措キテヨキガ故ニ上ニ示セル演算中ニテ商ノ係數ガ分數トナルコトヲ避クルガ爲ニ適當ナル數字因數ヲ被除數ニ掛ケ又ハ除數ヲ數字因數ニテ割リテモヨシ。

【例二】  $4x^4 + 2x^3 - x - 1, 6x^3 + 4x^2 - 3x - 2$  ノ最大公約數ヲ求メヨ。

【演算】

$$\begin{array}{r}
 2x - 1 \\
 6x^3 + 4x^2 - 3x - 2 \quad 4x^4 + 2x^3 - x - 1 \quad (\times 3) \\
 \underline{12x^3 + 6x^2 - 6x - 4} \\
 12x^3 + 8x^2 - 6x^2 - 4x \\
 \underline{-2x^3 + 6x^2 + x - 3 \quad (\times 3)} \\
 -6x^3 + 18x^2 + 3x - 9 \\
 \underline{-6x^3 - 4x^2 + 3x + 2} \\
 22x^2 - 11 \quad (\div 11) \\
 \underline{2x^2 - 1}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3x + 2 \\
 2x^2 - 1 \quad 6x^3 + 4x^2 - 3x - 2 \\
 \underline{6x^3 \phantom{+ 4x^2} - 3x} \\
 4x^2 - 2 \\
 \underline{4x^2 - 2}
 \end{array}$$

最大公約數  $2x^2 - 1$

ニツノ整數ノ最大公約數ヲ求ムルトキニモ上ノ規則 (136 頁) ヲ適用スルコトヲ得。

【例三】 2261 ト 7854 トノ最大公約數ヲ求メヨ。

【演算】

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 2261 \overline{) 7854} \\
 \underline{6783} \phantom{0} \\
 1071 \overline{) 2261} \\
 \underline{2142} \phantom{0} \\
 119 \overline{) 1071} \\
 \underline{1071}
 \end{array}$$

【説明】 先ツ 7854 ヲ 2261 ニテ割リ、餘剰 1071 ヲ得。此ノ餘剰 1071 ニテ 2261 ヲ割リ、餘剰 119 ヲ得。119 ニテ前回ノ餘剰 1071 ヲ割ルニ餘剰ナシ。故ニ求ムル最大公約數ハ 119 ナリ。

三ツノ多項式  $A, B, C$  ノ最大公約數ヲ求ムルニハ、先ツ  $A$  ト  $B$  トノ最大公約數  $M$  ヲ求メ、次ニ  $M$  ト  $C$  トノ最大公約數  $G$  ヲ求ムベシ。  $G$  ハ即チ  $A, B, C$  ノ最大公約數ナリ。四ツ以上ノ多項式ノ場合モ之ニ準ズ。

## 【例題】

次ノ數ノ最大公約數ヲ求メヨ。 [1-3]

1. 493, 1073                      2. 2737, 3151  
3. 4446, 4959, 5187

次ノ多項式ノ最大公約數ヲ求メヨ。 [4-7]

4.  $2x^2+5x+2$ ,  $2x^3+3x^2-x-1$   
5.  $x^3-2x-1$ ,  $x^3-2x^2+1$   
6.  $x^4-x^2-2x-1$ ,  $x^5-2x^2-3x-1$   
7.  $x^3-3x^2-6x+8$ ,  $2x^3-7x^2-7x+12$ ,  $x^3-22x+24$   
8. 整式  $A$  ヲ整式  $B$  ニテ割リ、商  $p$ 、剩餘  $O$  ヲ得、 $B$  ヲ  $C$  ニテ割リ、商  $q$ 、剩餘  $D$  ヲ得、 $C$  ヲ  $D$  ニテ割リ、商  $r$  ヲ得テ剩餘ナシトスルトキハ、

$$A = (pqr + p + r)D$$

$$B = (qr + 1)D$$

$$D = (pq + 1)B - qA$$

ナルコトヲ示セ。

## 62. 多項式ノ最小公倍数

三ツノ多項式  $A, B$  ヲ其ノ最大公約數  $G$  ニテ割リ、得ル商ヲ  $p, q$  トスレバ、 $p, q$  ハ公約數ヲ存セズ。

サテ

$$A = pG, \quad B = qG$$

ナルニヨリ、 $A, B$  ノ最小公倍数ハ

$$pqG \quad \text{即チ} \quad \frac{AB}{G}$$

ニ等シ。ヨリテ次ノ規則ヲ得。

二ツノ多項式ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ、此等ノ式ノ積ヲ其ノ最大公約數ニテ割レ。

【例】  $4x^3-8x^2-19x+21$ ,  $x^2-4x+3$  ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

【解】 此二ツノ式ノ最大公約數ハ  $x-3$  ナリ(第61節ノ例一参照)。

ヨリテ、求ムル最小公倍数ハ

$$\frac{(4x^3-8x^2-19x+21)(x^2-4x+3)}{x-3}$$

$$= (4x^3-8x^2-19x+21)(x-1)$$

$$= 4x^4-12x^3-11x^2+40x-21$$

ナリ。

三ツノ多項式  $A, B, C$  ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ、先ツ  $A$  ト  $B$  トノ最小公倍数  $M$  ヲ求メ、次ニ  $M$  ト  $C$  トノ最小公倍数  $L$  ヲ求ムベシ。  $L$  ハ即

チ  $A, B, C$  ノ最小公倍数ナリ。四ツ以上ノ多項式ノ場合モ之ニ準ズ。

[注意] 素因数ニ分解シ難キ整数ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ、本節ニ説明セル方法ニヨルベシ。

## 【例題】

次ノ整数及ビ整式ノ最小公倍数ヲ求メヨ。

[1-5]

1. 1517, 3444

2. 221, 323, 247

3.  $x^2 - 4x + 3$ ,  $4x^3 - 9x^2 - 15x + 18$

4.  $x^2 - 2x^3 + x^2 - x - 2$ ,  $x^3 - x^2 + x^2 - 1$

5.  $6x^2 - xy - y^2$ ,  $6x^2 + 5xy + y^2$ ,  $9x^2 + 6xy + y^2$

197-6. 整式  $A, B$  ノ最小公倍数ヲ  $L$ 、最大公約數ヲ  $G$

トスルトキ、最小公倍数  $L$  ヲ  $A, B$  ニテ割レバ、如何ナル商ヲ得ルカ。又此等ノ商ハ公約數ヲ有セザルコトヲ説明セヨ。

## 雑題 III

次ノ式ヲ因数ニ分解セヨ。 [1-2]

(1)  $81x^4 - 24xy^3$  (2)  $x^2 - 4(y^2 - z^2 - xz)$

(3)  $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$  ヲ  $a$  ノ降冪ニ排列シテ、之ヲ因数ニ分解セヨ。

(4)  $a^4 + b^4 + c^4 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2$  ヲ因数ニ分解セヨ。

(5)  $(a+b+c)^2 - (b+c)^2 - (c+a)^2 - (a+b)^2 + a^2 + b^2 + c^2$  ヲ簡單ニセヨ。

(6)  $(a+b+c)^3 - (b+c-a)^3 - (c+a-b)^3 - (a+b-c)^3$  ヲ簡單ニセヨ。

(7)  $x = b-c, y = c-a, z = a-b$  ナルトキ  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$  ヲ簡單ニセヨ。

(8)  $a = x^2 - yz, b = y^2 - zx, c = z^2 - xy$  ナルトキハ

$$ax + by + cz = (x+y+z)(a+b+c)$$

ナルコトヲ示セ。

(9)  $a^2 - 3b^2 - 3c^2 + 10bc - 2ca - 2ab$  ヲ  $a$  ヲ含ム式ノ平方ト、 $a$  ヲ含マザル式ノ平方トノ差ニ變形シテ、之ヲ因数ニ分解セヨ。

(10)  $a+b+c = 2s$  ナルトキ、次ノ等式ノ正シキコトヲ證明セヨ。

$$(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) = 8(s-a)(s-b)(s-c)$$

(11) 次ノ積ヲ  $x$  ノ降幕ニ排列セヨ

$$(x^2-2x+3)(x^2+ax+b)$$

又  $a, b$  = 如何ナル數値ヲ與フルトキ、積ニ於ケル  $x$  及  
 $x^2$  ノ項ガ消失スルカ。

(12)  $3x^2-7x+k$  ガ  $x-3$  ニテ割り切レルヤウニ  $k$  ノ値  
 ヲ定メヨ。

(13) 次ノ二ツノ多項式ノ最大公約數ヲ求メヨ。

$$3x^4+2x^3+5x^2+7x-3,$$

$$3x^4-4x^3-5x^2-x+1$$

(14)  $2x^3-ax^2-a^3$  ト  $3x^4-5ax^3+a^2x^2+a^4$  トノ最大公約數  
 ヲ求メヨ。

(15)  $x^3+y^3+z^3-3xyz$  ヲ  $x+y+z$  ニテ割レ。

(16) 1275, 1695, 2850 ノ何レヲ割リテモ、剩餘15ヲ得  
 ルガ如キ除數ノ中、最大ナルモノヲ求メヨ。

(17) 乗法ノ公式ヲ應用シテ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$102^2, 99^2, 12^3, 32 \times 28, 51^2-49^2$$

(18) 三ツノ連続セル整數ノ中ニテ、兩端ノ二ツノ數ノ  
 平方ノ差ハ中間ノ數ノ4倍ニ等シキコトヲ證明シ、且  
 $21^2-19^2$  ヲ計算シテ驗セ。

(19) 或六桁ノ數ノ左ノ端ノ數字ハ1ニシテ、之ヲ右ノ  
 端ニ移ストキハ、モトノ數ノ3倍ナル數ヲ得ベシトイフ。  
 此ノ數ヲ求メヨ。

(20) 甲、乙、丙三人ノ所有金ノ各4倍、5倍、6倍ハ相等シ  
 ク、乙ノ所有金ノ4倍ハ甲ノ所有金ノ3倍ヨリモ15圓多  
 シ。丙ノ所有金ヲ求メヨ。

(21) 甲ノ桶ニハ酒精3、水2ノ混合液、乙ノ桶ニハ酒精  
 2、水3ノ混合液アリ。今此ノ二種ノ液ヲ混ジテ酒精8、  
 水7ノ混合液30立ヲ得ントス。二ツノ桶ヨリ汲ミ取ル  
 ベキ分量ヲ求メヨ。

(22) 毎時30哩ノ平均速度ニテ甲驛ヲ發シタル汽車ガ  
 6時間ヲ經過シタル後積雪ノ爲ニ平均速度毎時20哩ニ  
 減ジ豫定時刻ヨリ1時間遅レテ乙驛ニ達シタリトイフ  
 甲乙兩驛間ノ距離ヲ求ム。

(23) 甲乙二種ノ商品アリ、甲ヲ一割五分引、乙ヲ一割二  
 分引ニテ購ヒ、合計69圓44錢ヲ拂ヒテ平均一割三分二  
 厘引ニ當レリトイフ。甲乙各ノ買價幾許ナリシカ。



第五編 分數式

63. 分數式.

整式  $A$  ヲ整式  $B$  ニテ除シタル商ヲ

$$\frac{A}{B}$$

ト書ク. 之ヲ分數式トイヒ, 被除數  $A$  ヲ其ノ分子, 除數  $B$  ヲ分母トイフ.

又分母ト分子トヲ分數式ノ項トイフ

$\frac{A}{B}$  ハ  $A$  ヲ  $B$  ニテ除シタル商ヲ表スモノナルガ

故ニ,  $\frac{A}{B}$  ト  $B$  トノ積ハ  $A$  ニ等シ. 即チ

$$\frac{A}{B} \times B = A$$

故ニ  $\frac{A}{B}$  ヲ  $Q$  ト書クトキハ,

$$\frac{A}{B} = Q, \quad A = BQ$$

ニシテ, 此ノ二ツノ等式ハ, ツマリ同ジ事ヲ表セリ.

[注意] スベテ整式ハ分母ガ1ナル分數式ト見做スコトヲ得.

64. 分數式ノ變形.

今  $\frac{A}{B} = Q$

ト置クトキハ  $A = QB$

ヨリテ  $AM = QBM$  (1)

故ニ  $\frac{AM}{BM} = Q$  (2)

即チ  $\frac{AM}{BM} = \frac{A}{B}$

分數式ノ分母及ビ分子ニ同ジ數ヲ乘ジテモ, 分數式ノ値ハ變ラズ.

故ニ又分數式ノ分母及ビ分子ヲ同ジ數ニテ除シテモ, 分數式ノ値ハ變ラズ.

[注意一] 勿論分母及ビ分子ニ乘除スベキ數ハ0ニ等シカラザルコトヲ要ス.  $M$ ガ0ニ等シキトキニハ上ノ(1)ハ $Q=0$ トナリ, (2)ヨリ(2)ヲ導キ出スコトヲ得ズ.

[注意二] 符號ヲ變ズルハ,  $-1$ ヲ掛クルニ同ジキニヨリ,

$$\frac{-A}{-B} = \frac{A}{B}$$

又除法ニ於ケル符號ノ規則ニヨリ,

$$\frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}, \quad \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$$

$$\text{【例一】 } \frac{x-a}{x-b} = \frac{-(a-x)}{-(b-x)} = \frac{a-x}{b-x}$$

$$\text{【例二】 } \frac{b-a}{a-b} = \frac{-(a-b)}{a-b} = -\frac{a-b}{a-b} = -1$$

## 65. 約分.

分數式ノ分母及ビ分子ヲ共通ノ因數ニテ除シテ之ヲ簡單ニスルコトヲ約分トイフ.

$$\text{【例一】 } \frac{12a^3b^2x}{8a^2b^3y} = \frac{3ax}{2by}$$

【解】 左邊ノ分數式ノ分母及ビ分子ヲ共通ノ因數  $4a^2b^2$  ニテ割リテ約分シ、右邊ノ分數式ヲ得。右邊ノ分數式ノ分母、分子ニハ共通ノ因數ナシ。

$$\text{【例二】 } \frac{x^2+10x+21}{x^2-2x-15} = \frac{(x+3)(x+7)}{(x+3)(x-5)}$$

【解】 カヤウニ與ヘラレタル分數式ノ分母、分子ガ多項式ナルトキハ、之ヲ因數ニ分解シテ後(又ハ分母ト分子トノ最大公約數ヲ求メテ)、約分スベシ。

分數式ノ分母及ビ分子ニ共通ノ因數ナキモノヲ既約分數トイフ。

スベテ、分數式ハ分母及ビ分子ヲ其ノ最大公約數ニテ割リ、之ヲ既約分數ニ改ムルコトヲ得。(カヤウニスルコトヲ通例單ニ約分トイフ)

## 【例題】

次ノ分數式ヲ約分セヨ。

1.  $\frac{ax}{bx}$

2.  $\frac{4ax}{8ab}$

3.  $\frac{xy^2z}{x^2yz}$

4.  $\frac{a^3b^2x}{a^2b^3y}$

5.  $\frac{92m^2nx^2}{115mn^2x}$

6.  $\frac{2a^2-8b^2}{4a+8b}$

7.  $\frac{x^2-a^2}{(a-x)^2}$

8.  $\frac{9-x^2}{x^3-27}$

9.  $\frac{5ab(x^2-y^2)}{15(abx+aby)}$

10.  $\frac{2-2x^2}{(x+1)^2}$

11.  $\frac{(x^6-1)(x-1)}{(x^3-1)(x^2-1)}$

12.  $\frac{a^2-(b+c)^2}{(a+b)^2-c^2}$

13.  $\frac{x^2+9x+14}{x^2+12x+35}$

14.  $\frac{x^2+x-6}{x^2-2x-15}$

15.  $\frac{6x-x^2-5}{x^2-9x+8}$

## 66. 通分.

分數式  $\frac{A}{B}$  ヲ分母ガ  $BM$  ナル分數式ニ改ムルニハ、與ヘラレタル分數式ノ分母及ビ分子ニ  $M$  ヲ乗ズレバヨシ。即チ

$$\frac{A}{B} = \frac{AM}{BM}$$

一般ニ整式  $D$  ガ  $\frac{A}{B}$  ノ分母  $B$  ノ倍数ナルトキハ、  
 $\frac{A}{B}$  フ分母ガ  $D$  ナル分數式ニ改ムルコトヲ得。(即チ  $D$  フ  $B$  ニテ割リタル商ヲ分母及ビ分子ニ乗ズレバヨシ)。

故ニ又ニツ以上ノ分數式  $\frac{A}{B}, \frac{A'}{B'}, \dots$  ガ與ヘラレタルトキ、分母  $B, B', \dots$  ノ公倍数  $D$  フ求め、此等ノ分數式ヲイツレモ  $D$  フ分母トスル分數式ニ改ムルコトヲ得。カヤウニスルコトヲ通分トイヒ共通ノ分母  $D$  フ公分母トイフ。

公分母ノ中ニテ最モ簡單ナルモノハ各分數式ヲ既約分數ニ改メタルトキノ分母ノ最小公倍数ナルベシ。之ヲ最小公分母トイフ。通例單ニ通分トイフハ最小公分母ニ通分スルコトナリ。

【例一】  $\frac{3}{4x}, \frac{5}{8x^2}$  フ通分セヨ。

【解】 ココニテハ  $8x^2$  フ公分母トナスコトヲ得。

$$\frac{3}{4x} = \frac{6x}{8x^2}, \quad \frac{5}{8x^2} = \frac{5}{8x^2}$$

【例二】  $\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}$  フ通分セヨ。

【解】  $(a-b)(a+b)$  即チ  $a^2-b^2$  フ公分母トシ、

$$\frac{a}{a-b} = \frac{a(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2+ab}{a^2-b^2}$$

$$\frac{b}{a+b} = \frac{b(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab-b^2}{a^2-b^2}$$

【例三】  $\frac{x+3}{x^2-3x+2}, \frac{x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x+1}{x^2-5x+6}$  フ通分セヨ。

【解】 各分數式ノ分母ヲ因數ニ分解スルトキハ、

$$\frac{x+3}{(x-1)(x-2)}, \frac{x+2}{(x-1)(x-3)}, \frac{x-1}{(x-2)(x-3)}$$

ヲ得。  $(x-1)(x-2)(x-3)$  フ公分母トシテ通分シ、

$$\frac{x^2-9}{(x-1)(x-2)(x-3)}, \frac{x^2-4}{(x-1)(x-2)(x-3)}, \frac{x^2-1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

ヲ得。

【例題】

次ノ分數式ヲ通分セヨ。

1.  $\frac{1}{4a}, \frac{3}{8a}, \frac{7}{12a}$       2.  $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}$

3.  $\frac{3a+5b}{6}, \frac{2a-3b}{9}$       4.  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$

5.  $\frac{2x}{x+y}, \frac{3x}{x^2-y^2}$       6.  $\frac{x}{yz}, \frac{y}{zx}, \frac{z}{xy}$

7.  $x+1, \frac{x^2}{x-1}$       8.  $\frac{3}{2x-2y}, \frac{2}{3y-3x}$
9.  $\frac{5}{3a-3}, \frac{7}{4a+4}, \frac{8}{1-a^2}$
10.  $\frac{1}{(a-b)(a-x)}, \frac{1}{(b-a)(b-x)}$
11.  $\frac{1}{(a-b)(a-c)}, \frac{1}{(b-a)(b-c)}, \frac{1}{(c-a)(c-b)}$
12.  $\frac{a-3b}{a^2+ab-2b^2}, \frac{a-b}{a^2+5ab+6b^2}$

## 67. 加法及ビ減法.

分數式ノ加法及ビ減法ハ次ノ公式ニ基ツク.

$$\frac{A}{D} + \frac{B}{D} = \frac{A+B}{D}$$

$$\frac{A}{D} - \frac{B}{D} = \frac{A-B}{D}$$

**[證]**  $\left(\frac{A}{D} + \frac{B}{D}\right) \times D = \frac{A}{D} \times D + \frac{B}{D} \times D$   
 $= A + B$

故ニ  $\frac{A}{D} + \frac{B}{D} = \frac{A+B}{D}$

Bノ代ニ -Bト置クトキハ第二ノ公式ヲ得.

**[例一]**  $\frac{am+bn}{2mn} + \frac{am-bn}{2mn} = \frac{(am+bn)+(am-bn)}{2mn}$   
 $= \frac{2am}{2mn} = \frac{a}{n}$

**[例二]**  $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} = \frac{a(a+b)-b(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

**[解]** 分數式ノ分母ガ同ジカラザルトキハ、其分數式ヲ通分シテ後、例一ノ如クニスルナリ.

**[例三]**  $m+n - \frac{m^2+n^2}{m+n} = \frac{(m+n)^2}{m+n} - \frac{m^2+n^2}{m+n} = \frac{2mn}{m+n}$

分數式ノ和又ハ差ヲ求ムルニハ、先ツ各分數式ヲ通分シテ、其ノ公分母ヲ分母トシ、通分シテ求メタル分子ノ和又ハ差ヲ分子トスベシ.

**[注意]** スベテ結果ハ必ズ既約分數ニテ表セ.

## 問題 第四

次ノ加法及ビ減法ノ結果ヲ求メヨ.

(1)  $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}$

(2)  $\frac{4x-3y}{a} - \frac{3x-4y}{a}$

(3)  $\frac{x-y}{3a} + \frac{2x+y}{6a} - \frac{x-2y}{12a}$

(4)  $a - \frac{a-b}{2}$

(5)  $\frac{4m-5}{8} - \frac{3m+7}{12} - \frac{6-m}{18}$

(6)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

(7)  $\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc}$

(8)  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}$

(9)  $\frac{a}{1-a} + \frac{a}{1+a} + \frac{a}{a^2-1}$

$$(10) \frac{x}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{(x-y)^2} \quad (11) 1 - \frac{a-b}{a+b}$$

$$(12) \frac{x^2-x+1}{x-1} + \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

$$(13) \frac{3x-1}{2x-1} - \frac{4x-2}{3x-2} - \frac{1}{6}$$

$$(14) \frac{x-z}{(x+y)^2-z^2} - \frac{x-y}{(x+z)^2-y^2}$$

$$(15) a-b - \frac{a^2+b^2}{a-b}$$

$$(16) \frac{x+4}{x^2+2x-15} + \frac{x+3}{x^2+x-20}$$

$$(17) \frac{5}{a^2-8a+15} - \frac{3}{a^2-6a+5} - \frac{2}{a^2-4a+3}$$

$$(18) \frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a} \quad (19) \frac{a}{x(a-x)} + \frac{x}{a(x-a)}$$

$$(20) \frac{b+c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$$

## 68. 乗法.

分數式  $\frac{A}{B}$  と  $\frac{C}{D}$  とノ積ヲ求ムルガ爲ニ、先ヅ

$$\frac{A}{B} = p, \quad \frac{C}{D} = q$$

ト置クトキハ

$$A = pB, \quad C = qD$$

故ニ

$$AC = pB \times qD$$

即チ

$$AC = pq \times BD$$

故ニ

$$pq = \frac{AC}{BD}$$

即チ

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

同ジヤウニシテ

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times \frac{E}{F} = \frac{ACE}{BDF}$$

分數式ヲ掛ケ合ハスルニハ、各分數式ノ分母、

分子ヲ別別ニ掛ケ合ハセヨ。

$$\text{【例一】} \quad \frac{3a}{4b} \times \frac{8c}{9a} = \frac{3a \times 8c}{4b \times 9a} = \frac{2c}{3b}$$

$$\text{【例二】} \quad \frac{2a^2}{(a+b)^2} \times \frac{3(a^2-b^2)}{2ab} = \frac{2a^2 \times 3(a^2-b^2)}{2ab(a+b)^2} = \frac{3a(a-b)}{b(a+b)}$$

$$\text{【例三】} \quad \frac{8a}{9b} \times 3b = \frac{8a \times 3b}{9b} = \frac{8a}{3}$$

カヤウニ整式ト分數式トヲ掛ケ合ハスルニハ

其ノ整式ヲ分數式ノ分子ニ掛ケルナリ。

$$\text{【例四】} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$$

$$\text{一般ニ} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

## 【例題】

次ノ乗法ノ結果ヲ求メヨ。

1.  $\frac{a}{bc} \times b$

2.  $a \times \frac{x}{a}$

3.  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}$

4.  $\frac{x}{y} \times \frac{y}{z} \times \frac{z}{x}$

5.  $\frac{2a}{3b} \times \frac{9b^2}{6a^2}$

6.  $\frac{-3cd^2}{5a^2b} \times \frac{10ab^2}{6c^2d}$

7.  $\frac{x^3}{yz} \times \frac{y^3}{zx} \times \frac{z^3}{xy}$

8.  $\frac{-x+y}{x^2+xy} \times \frac{x+y}{x^2-xy}$

9.  $\frac{m^3-n^3}{m^3+n^3} \times \frac{(m+n)^2}{(m-n)^2}$

10.  $\frac{a^2+ab}{a-b} \times \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$

11.  $\frac{a^2-16}{b^2+6b} \times \frac{36-b^2}{4a-a^2}$

12.  $\frac{x-4}{x^2+x-56} \times \frac{x+8}{x^2+5x-36}$

13.  $\left(\frac{-b}{2a}\right)^2$

14.  $\left(\frac{a^2x^3}{b^2y^3}\right)^2 \times \left(\frac{by^2}{ax^2}\right)^3$

15.  $\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{6}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)$

## 69. 除法.

分數式  $\frac{A}{B}$  ヲ  $\frac{C}{D}$  ニテ割リタル商ハソレニ  $\frac{C}{D}$  ヲ掛ケルトキ  $\frac{A}{B}$  トナルベキモノナリ。故ニ此ノ商ヲ  $x$  トスレバ

$$x \times \frac{C}{D} = \frac{A}{B}$$

兩邊ニ  $\frac{D}{C}$  ヲ掛ケ

$$x \times \frac{C}{D} \times \frac{D}{C} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

即チ 
$$x = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

故ニ 
$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

分數式ニテ或式ヲ除スルニハ、其分母、分子ヲ置キ換ヘタル分數式ヲ此ノ式ニ乗ゼヨ。

【例一】 
$$\frac{2c}{3b} \div \frac{3a}{4b} = \frac{2c \times 4b}{3b \times 3a} = \frac{8c}{9a}$$

【例二】 
$$\frac{3a(a-b)}{b(a+b)} \div \frac{3(a^2-b^2)}{2ab} = \frac{3a(a-b) \times 2ab}{b(a+b) \times 3(a^2-b^2)} = \frac{2a^2}{(a+b)^2}$$

【例三】 
$$\frac{8a}{3} \div 4b = \frac{8a}{3} \times \frac{1}{4b} = \frac{8a}{3 \times 4b} = \frac{2a}{3b}$$

カヤウニ整式ニテ分數式ヲ割ルニハ、分母ニ其ノ整式ヲ掛クレバヨシ。

## 70. 逆數.

ニツノ數ノ積ガ1ニ等シキトキハ、此等ノ數ヲ各、他ノ逆數トイフ。

サテ.  $a \times \frac{1}{a} = 1, \quad \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

故ニ.  $a$  ノ逆數ハ  $\frac{1}{a}$  ニシテ, 又  $\frac{a}{b}$  ノ逆數ハ  $\frac{b}{a}$  ナリ.

ヨリテ. 除法ノ規則ヲ次ノ如クニ述ブルコトヲ

得.

或數ニテ除スルハ, 其ノ逆數ヲ乘ズルニ同ジ.

【例題】

次ノ除法ノ結果ヲ求メヨ.

1.  $\frac{a}{b} \div a$       2.  $a \div \frac{a}{b}$       3.  $1 \div \frac{1}{a}$

4.  $\frac{a}{x} \div \frac{a}{y}$       5.  $\frac{a}{b} \div \frac{b}{c}$       6.  $\frac{1}{a} \div \frac{1}{b}$

7.  $\frac{8m^2}{9n^2} \div \frac{4m}{3n}$       8.  $\frac{5a^2b}{6xy^2} \div \frac{3ab^2}{4x^2y}$

9.  $\left(\frac{2ab}{xy}\right)^2 \div \left(\frac{ax}{2by}\right)^2$       10.  $\frac{x+y}{x-y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+xy}$

11.  $\frac{m^2-n^2}{-xz+yz} \div \frac{n-m}{z}$       12.  $\frac{5y}{4x^2-1} \div \frac{7yz}{1+2x}$

13.  $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \div \frac{(y-x)^2}{y^2-x^2}$       14.  $\frac{x^6-1}{x^4-1} \div \frac{x^2+x+1}{x^2-1}$

15.  $\left(\frac{x^2}{8} - \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{x}{10} + \frac{1}{5}\right)$

71. 繁分數式.

$A$  又ハ  $B$  ガ分數式ナルトキニモ  $\frac{A}{B}$  ハ  $A$  ヲ  $B$  ニテ除シタル商ヲ示スモノトス. カヤウノ式ヲ繁分數式トイフ.

繁分數式ハ次ノ例ノヤウニシテ, 之ヲ通常ノ分數式ニ改ムルコトヲ得.

【例一】  $\frac{\frac{a^2b^2}{x^2-y^2}}{\frac{ab}{x-y}} = \frac{a^2b^2}{x^2-y^2} \div \frac{ab}{x-y} = \frac{ab}{x+y}$

【例二】  $\frac{x - \frac{x-a}{1+ax}}{1 + \frac{x(x-a)}{1+ax}} = \left(x - \frac{x-a}{1+ax}\right) \div \left(1 + \frac{x(x-a)}{1+ax}\right)$

$$= \frac{a(x^2+1)}{1+ax} \div \frac{1+x^2}{1+ax}$$

$$= \frac{a(x^2+1)(1+ax)}{(1+ax)(1+x^2)} = a$$

又ハ與ヘラレタル繁分數式ノ分母及ビ分子ノ双方ニ  $1+ax$  ヲ掛ケテ, 次ノ如クシテモヨシ.

上ノ式  $= \frac{x(1+ax) - (x-a)}{1+ax+x(x-a)}$

$$= \frac{ax^2+a}{1+x^2} = a$$

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } 1 + \frac{a}{1+a+\frac{2a^2}{1-a}} &= 1 + \frac{a(1-a)}{(1+a)(1-a)+2a^2} \\ &= 1 + \frac{a-a^2}{1+a^2} = \frac{1+a}{1+a^2} \end{aligned}$$

## 問題 第五

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}} & \quad (2) \quad \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \\ (3) \quad \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{a+x}}{\frac{1}{a-x} - \frac{1}{a}} & \quad (4) \quad \frac{a}{a - \frac{1}{a - \frac{1}{a}}} \\ (5) \quad \frac{5x^2 - \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5x}} & \quad (6) \quad \frac{\frac{a^2}{x^2} + \frac{x^2}{a^2} - 2}{\frac{a^2}{x^2} - \frac{x^2}{a^2}} \\ (7) \quad \frac{\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}}{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}} \left( q = \frac{1}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}} \right) \left( p = \frac{1}{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} \right) & \\ (8) \quad \frac{\frac{2x}{x+y} - \frac{y}{y-x} - \frac{y^2}{x^2-y^2}}{\frac{x^2-xy+y^2}{-3+y^2} - \frac{x}{y^2-x^2}} & \end{aligned}$$

$$(9) \quad \frac{\frac{x^3}{y^3} + \frac{y^3}{x^3} - 3\left(\frac{x^2}{y^3} - \frac{y^2}{x^3}\right) + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$$

## 72. 分數式ノ數値.

分數式ノ分母及ビ分子ニ含マレタル文字ニ定マレル數値ヲ與フルトキハ、分數式モ亦一般ニ定マレル數値ヲ取ル。

$$\text{例ヘバ} \quad \frac{3x-2y+1}{x+y-1} \quad (A)$$

ニテ、 $x=1, y=1$  トスルトキハ、

$$(A) = \frac{3-2+1}{1+1-1} = 2$$

$x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{2}$  トスルトキハ、

$$(A) = \frac{2-1+1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 1} = 12$$

又  $x=1, y=2$  トスルトキハ、

$$(A) = \frac{0}{2} = 0$$

$x=2, y=-1$  トスルトキハ、

$$(A) = \frac{9}{0}$$



トナル。サテ如何ナル數ニ0ヲ掛ケテモ9トナルコトナキガ故ニ、此ノ場合ニハ分數式(4)ニ數值ナシ。(第15節參照)。

ナホ  $x = \frac{1}{5}$ ,  $y = \frac{4}{5}$  トスルトキハ、

$$(4) = \frac{0}{0}$$

トナル。0ニ如何ナル數ヲ掛ケテモ積ハ0トナルガ故ニ、 $\frac{0}{0}$ ニモ意義ナシ。(第15節參照)。

分子ガ0トナリテ、分母ガ0トナラザルトキハ、分數式ノ數值ハ0ナリ。又分子ノ如何ニ關セズ、分母ガ0トナルトキハ、分數式ニ數值ナシ。

## 【例題】

1.  $x, y$ ニ次ノ値ヲ與フルトキ、分數式

$$\frac{x+2y-1}{x^2+y^2-1}$$

ノ值如何。

(1)  $x=3, y=2$

(2)  $x=3, y=-1$

(3)  $x = \frac{5}{13}, y = \frac{12}{13}$

(4)  $x = \frac{-3}{5}, y = \frac{4}{5}$

2. 分數式  $\frac{8x-6}{(x-1)^2}$  ノ數值ヲ0トスルニハ  $x$ ニ如何

ナル數值ヲ與フルコトヲ要スルカ

3. 分數式  $\frac{x+y-5}{x^2+1}, \frac{x-y-1}{y^2+3}$  ノ數值ヲ同時ニ

0トスルニハ、 $x$ 及ビ  $y$ ニ如何ナル數值ヲ與フルコトヲ要スルカ。

## 問題 第六

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。 [1-12]

(1)  $\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} - \frac{2a}{x^2+a^2} - \frac{4a^3}{x^4+a^4}$

(2)  $\frac{2}{12+3a^2} + \frac{3}{4+2a} - \frac{3}{2a-4}$

(3)  $\frac{(x+y)^2+z^2-2(x+y)z}{(x+y)^2-z^2}$

(4)  $\frac{y+z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z+x}{(y-z)(y-x)} + \frac{x+y}{(z-x)(z-y)}$

(5)  $\frac{4x+5}{1+x+x^2} - \frac{1}{x-1} - \frac{3x^2-5}{x^3-1}$

(6)  $\frac{x-3}{x^2+4x+3} - \frac{2x-3}{x^2+x-6} + \frac{x-5}{x^2-x-2}$

(7)  $\frac{a^3(x-a) + ax(x^2-a^2) - b(x^3-a^3)}{(a-b)(x-a)}$

$$(8) \left( \frac{x}{a} - \frac{a}{x} + \frac{y}{b} - \frac{b}{y} \right) \left( \frac{x}{a} - \frac{a}{x} - \frac{y}{b} + \frac{b}{y} \right)$$

$$(9) \left( \frac{a}{bc} - \frac{b}{ca} - \frac{c}{ab} - \frac{2}{a} \right) \left( 1 - \frac{2c}{a+b+c} \right)$$

$$(10) \frac{x + \frac{1}{x} - 2}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$(11) \frac{\frac{1}{a} - \frac{a}{b^2}}{\frac{1}{b} + \frac{b}{a^2}} \left( 1 - \frac{1}{a} \right) \left( 1 - \frac{1}{b} \right)$$

$$(12) \left\{ \frac{3}{x+1} - \frac{2x-1}{x^2 + \frac{x-1}{2}} \right\} \div \left\{ x - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \right\}$$

(13)  $x = \frac{n}{n+1}$  ナルトキ、次ノ式ノ値如何。

$$\frac{2x + \frac{1}{2x} + 1}{4x - \frac{1}{2x^2}}$$

(14)  $x = \frac{m+1}{mn+1}$ ,  $y = \frac{m(n+1)}{mn+1}$  ナルトキ

$\frac{x+y-1}{x-y+1}$  及ビ  $\frac{y-x+1}{x-y+1}$  ノ値ヲ求メヨ。

## 摘 要

整式及ビ分數式ノ四則)

基本的公式

$$a + (b+c) = a+b+c, \quad a + (b-c) = a+b-c$$

$$a - (b+c) = a-b-c, \quad a - (b-c) = a-b+c$$

$$a + (b-c+d-e) = a+b-c+d-e$$

$$a - (b-c+d-e) = a-b+c-d+e$$

$$n(a+b) = na+nb, \quad n(a-b) = na-nb$$

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

$$(a-b)(c-d) = ac-ad-bc+bd$$

$$\frac{am}{bm} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}, \quad \frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

記憶スベキ公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

## 第六編 一次方程式ノ續キ

### 73. 分數方程式.

方程式ガ分數式ヲ含ミ、且其ノ分數式ガ分母ニ未知數ヲ含ムトキハ、此ノ方程式ヲ分數方程式トイフ。

分數方程式ニ對シテ、第三編ニテ説キタルガ如キ分數式ヲ含マザル方程式又ハ分母ニ未知數ヲ含マザル方程式ヲ整方程式トイフコトアリ。

【例一】次ノ分數方程式ヲ解ケ。

$$\frac{3x-2}{x-1} - \frac{3x-10}{x-3} = 0$$

[解] 分母ノ最小公倍數  $(x-1)(x-3)$  ヲ兩邊ニ乘ジテ分母ヲ拂ヒ、

$$(3x-2)(x-3) - (x-1)(3x-10) = 0$$

整頓シテ

$$2x-4 = 0$$

故ニ  $x = 2$

[驗]  $x=2$  トスルトキハ、原方程式ノ

$$\text{左邊} = \frac{3 \times 2 - 2}{2-1} - \frac{3 \times 2 - 10}{2-3} = 4 - 4 = 0$$

【例二】  $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$  ヲ解ケ.

[解] 分母ノ最小公倍数  $x^2-1$  ヲ兩邊ニ掛ケ,

$$x+1 = 2$$

故ニ  $x = 1$

○サテ原方程式ニ於テ  $x=1$  トスルトキハ、兩邊ノ分數式ノ分母ガ0トナリ、意味ナキ記號トナル。故ニ  $x=1$  ハ原方程式ノ根ニアラズ。即チ原方程式ヲ満足セシムベキ  $x$  ノ値ナシ。

分數式ヲ含メル方程式ヲ解クニハ、兩邊ニ分母ノ最小公倍数ヲ乘ジテ得タル方程式ヨリ未知數ノ値ヲ定ムベシ。其ノ値ガ原ノ方程式ニ含マレタル分數式ノ分母ヲ0トナラシメザルトキハ、是即チ求ムル根ナリ\*。

【例三】  $\frac{x-4}{x-1} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{x-5}{x-2} - \frac{x-2}{x+1}$  ヲ解ケ.

[解] 分母ノ最小公倍数ヲ兩邊ニ掛ケルトキハ計算ガ煩ハシクナル。故ニ先ヅ各邊ヲ一ツノ分數式ニマトメテ見ルトキハ次ノ如シ。

\* 分數方程式ニ關スル詳細ハ第八編(下卷)及ビ附録ニ譲ル。

$$\frac{-9}{(x-1)(x+2)} = \frac{-9}{(x-2)(x+1)}$$

故ニ

$$(x-1)(x+2) = (x-2)(x+1)$$

整頓シテ  $x-2 = -x-2$

故ニ  $x = 0$

[驗]  $x=0$  トスルトキ原方程式ノ

$$\text{左邊} = \frac{-4}{-1} - \frac{-1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{右邊} = \frac{-5}{-2} - \frac{-2}{1} = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

【例題】

次ノ方程式ヲ解ケ.

1.  $\frac{x-2}{x+1} = 0$

2.  $\frac{x-4}{x-6} = 3$

3.  $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2x+5}$

4.  $\frac{2x+6}{3x+10} = \frac{5}{8}$

5.  $\frac{x-2}{x-6} = \frac{x-7}{x+9}$

6.  $\frac{5}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{8}{x}$

7.  $\frac{7}{x^2-4} = \frac{8}{x+2} + \frac{9}{x-2}$

8.  $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-2} = \frac{1}{x-1}$

9.  $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x-1} = \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3}$

$$10. \frac{2}{x^2-1} = \frac{x}{x-1} - 1$$

## 74. 聯立方程式.

【例一】次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{2x-1}{2y} \quad (1)$$

$$\frac{3x+5}{x+1} = \frac{3(y+2)}{y+1} \quad (2)$$

【解】(1)ノ兩邊 =  $2y(y-1)$ ヲ掛ケテ分母ヲ拂ヒ,

$$2y(x-1) = (2x-1)(y-1)$$

整頓シテ,  $2xy - 2y = 2xy - 2x - y + 1$ 

$$\text{即チ} \quad 2x - y = 1 \quad (3)$$

又(2)ノ兩邊 =  $(x+1)(y+1)$ ヲ掛ケテ分母ヲ拂ヒ,

$$(3x+5)(y+1) = 3(x+1)(y+2)$$

整頓シテ,

$$3xy + 3x + 5y + 5 = 3xy + 6x + 3y + 6$$

$$\text{即チ} \quad 3x - 2y = -1 \quad (4)$$

ヲ得. (3)(4)ヨリ  $y$ ヲ消去シ,

$$(3) \times 2 - (4) \quad x = 3$$

(3)ニ代入シテ

$$-y = 5$$

ヲ得. 此ノ  $x, y$ ノ値ハ, 方程式(1)(2)ニ含マレタル分數式ノ分母ヲ0トナラシメズ.故ニ解ハ  $x=3, y=5$ ナリ. (驗ヲ行ヘ).

【例二】次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{6}$$

【解】 $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ ヲ未知數ト看做シ,

$$\frac{1}{x} = u, \quad \frac{1}{y} = v$$

ト置クトキハ, 上ノ方程式ヲ次ノ如ク書クコトヲ得.

$$3u - 4v = \frac{1}{12}$$

$$\frac{u}{3} + \frac{v}{2} = \frac{1}{6}$$

之ヲ解キテ

$$u = \frac{1}{4}, \quad v = \frac{1}{6}$$

ヲ得. 故ニ

$$x = 4, \quad y = 6$$

(驗ヲ行ヘ).

【注意】 勿論  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$  ナ其ノ儘未知數ト看做シ、方程式ヲ書キ換ヘズシテ計算シテヨシ。但分母ヲ拂フトキハ解ハムツカシクナル。

## 【例題】

次ノ方程式ヲ解ケ。

$$1. \frac{x+1}{y+1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{2}$$

$$3. \frac{x-7}{2y} = 4$$

$$\frac{x}{6y} + \frac{11}{10} = \frac{2x-5y}{5y}$$

$$5. \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{15}{x} + \frac{22}{y} = 16$$

$$7. \frac{3x-2y}{2z-5} = 1$$

$$\frac{5z-3y}{2x-3z} = -3$$

$$\frac{x-2(z-1)}{3(x+1)-2y} = \frac{3}{4}$$

$$2. \frac{x+7}{y-1} = \frac{x+1}{y-2}$$

$$\frac{2x}{2x-1} = \frac{3y+1}{3y}$$

$$4. \frac{x+1}{y-1} = \frac{x+5}{y}$$

$$\frac{x}{y+1} = \frac{2x-1}{2y+1}$$

$$6. \frac{12}{x-3} + \frac{8}{y-1} = 8$$

$$\frac{27}{x-3} - \frac{12}{y-1} = 3$$

$$8. \frac{3}{5x} - \frac{1}{2y} + \frac{2}{3z} = 1$$

$$\frac{5}{2y} + \frac{4}{3z} - \frac{6}{5x} = 5$$

$$\frac{9}{5x} + \frac{7}{2y} - \frac{8}{3z} = 6$$

## 75. 應用問題.

【例一】 或商品一個ノ價、甲種ハ乙種ヨリモ2錢高く、乙種ハ丙種ヨリモ3錢高シ。サテ甲ヲ6圓、丙ヲ3圓ダケ買ヒテモ又ハ全額ヲ以テ乙ノミヲ買ヒテモ同數ヲ得ベシトイフ。一個ノ價各、幾許ナルカ。

【解】 一個ノ價、甲ヲ  $x$  錢トスレバ乙ハ  $x-2$  錢、丙ハ  $x-5$  錢ナリ。ヨリテ次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{600}{x} + \frac{300}{x-5} = \frac{900}{x-2}$$

兩邊ヲ300ニテ割リテ後分母ヲ拂ヒ、

$$2(x-5)(x-2) + x(x-2) = 3x(x-5)$$

$$\text{即チ } 2x^2 - 14x + 20 + x^2 - 2x = 3x^2 - 15x$$

$$\text{約メテ } x = 20$$

答 甲20錢、乙18錢、丙15錢。

$$\text{【驗】 } \frac{600}{20} + \frac{300}{15} = 30 + 20 = 50$$

$$\frac{900}{18} = 50$$

【例二】 坂道ニ沿ヒテ甲、乙、丙ノ三驛アリ。甲ヨリ乙マデハ上リ、乙ヨリ丙マデハ下リニテ、下リハ

上リヨリモ12斤ダケ遠シ。サテ甲丙ノ間ヲ往復スルニ、往ニハ7時間、復ニハ8時間ヲ要セリトイフ。進行ノ速サ、下リハ上リノ一倍半ナリトシテ、甲乙、乙丙間ノ距離ヲ計算セヨ。

[解] 甲乙ノ距離ヲ $x$ 斤トスルトキハ、乙丙ノ距離ハ $(x+12)$ 斤ナリ。又速サ上リハ毎時 $2y$ 斤、下リハ毎時 $3y$ 斤トスルコトヲ得。ヨリテ次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{x}{2y} + \frac{x+12}{3y} = 7 \quad (1)$$

$$\frac{x+12}{2y} + \frac{x}{3y} = 8 \quad (2)$$

(2)ヨリ(1)ヲ引キテ

$$\frac{6}{y} - \frac{4}{y} = 1$$

ヲ得。是ヨリ

$$y = 2$$

(1)ニ代入シテ

$$x = 12$$

即チ甲乙ノ間ハ12斤、乙丙ノ間ハ $12+12=24$ 斤ナリ。(驗ヲ行ヘ)。

## 問題 第七

(1)  $\frac{3}{7}$ ノ分母ト分子トニ同ジ數ヲ加ヘテ作レル分數ノ値 $\frac{2}{3}$ ニ等シ。如何ナル數ヲ加ヘタルカ。

(2) 或仕事ヲ仕上グルニ、乙ハ甲ノ一倍半、丙ハ甲ノ二倍ノ時間ヲ費シ、三人共ニ働クトキハ、此ノ仕事ヲ12時間ニテ仕上グベシ。各、一人ニテハ幾時間ヲ要スルカ。

(3) 砂糖若干斤ヲ5圓40錢ニテ買ヘリ。若シ砂糖ノ値段ガ一割下落セバ、同ジ金高ニテ2斤ダケ多ク買ヒ得ベシトイフ。一斤ノ價現在幾許ナルカ。

(4) 240海里ヲ隔テタル港ニ向ヒテ進行セル汽船ガ、目的地ヨリ48海里手前ノ所ニテ機關ニ損所ヲ生ジタルガ爲ニ、速度ヲ10の $\frac{1}{4}$ と少クシテ航海ヲ續ケ、丁度始ヨリ4の $\frac{1}{4}$ とダケ少キ速度ニテ全航路ヲ進ミタルト同ジ時間ヲ費シテ、入港シタリトイフ。始ノ速度ヲ求メヨ

(5) 甲乙二種ノ茶アリ。甲ヲ16圓、乙ヲ18圓ダケ買ヒタルニ、平均一斤ノ價ハ甲ヨリモ15錢安ク、

乙ヨリモ10錢高クツケリ。兩種一斤ノ價各、幾許ナルカ。

(6) 或仕事ヲナスニ乙ハ甲ヨリモ6日長クカカル。甲ガ4日働キタル後、乙ガ甲ニ代リタルニ、丁度甲ガ全體ヲ仕上グルニ要スルダケノ日數ヲ經テ出來上レリ。各一人ニテハ幾日ニテ此ノ仕事ヲナスベキカ。

(7) 或分數ノ兩項ニ1ヲ加フルトキハ $\frac{2}{3}$ ニ等シキ分數ヲ得、又兩項ヨリ1ヲ引クトキハ $\frac{5}{8}$ ニ等シキ分數ヲ得トイフ。此ノ分數ヲ求メヨ。

(8) 或仕事ヲナスニ、甲8日間、乙5日間共ニ働キテモ、甲6日間、丙9日間共ニ働キテモ、又ハ乙10日間、丙6日間共ニ働キテモ、出來上ル。甲、乙、丙一人ヅツニテハ、各、幾日間ニテ出來上ルカ。

(9) ニツノ管ヲ同時ニ開クトキハ、30分ニテ水槽ヲ充タスベシ。或時ニツノ管ヲ開キテヨリ18分ノ後、一方ノ管塞ガリタルガ爲ニ、8分後レタリトイフ。各管一ツヅツニテハ、其ノ水槽ヲ充タスニ幾時間ヲ要スルカ。

(10) 或水夫、4籽漕ギ上リテ8籽漕ギ下ルニハ

2時48分ヲ費シ、又8籽漕ギ上リテ4籽漕ギ下ルニハ4時24分ヲ費ス。靜水ニテ此ノ水夫ノ漕グ速サト水流ノ速サトヲ計算セヨ。

(11) 或果物ノ値段一圓ニツキ中ハ上ヨリモ5箇、下ハ中ヨリモ10箇ダケ安シ。又上5箇、下4箇ノ價ハ中9箇ノ價ニ等シ。一圓ニツキ各、幾箇ヲ買ヒ得ベキカ。

(12) 或港ニ向ヒテ航海セル汽船ガ航路ノ $\frac{2}{3}$ ヲ進ミタルトキ機關ニ故障ヲ生ジ、速度 $\frac{1}{4}$ ヲ減ジタルガ爲ニ2時間延著セリ。若シ故障ガ48哩先ニテ起リタランニハ速度 $\frac{1}{3}$ ヲ減ジテモ、尙之ヨリハ1時間早ク到着シタルベシトイフ。航路ノ長サ幾許ナルカ。

## 76. 既知數ガ文字ニテ表サレタル方程式(文字方程式).

【例一】  $a(x-a) = b(x-b)$  ヲ解ケ。

【解】 此ノ問題ニテハ、 $a, b$ ヲ既知數ト看做シ、未知數 $x$ ヲ $a$ 及ビ $b$ ヲ含メル式ニテ表サント



スルナリ。

兩邊ノ括弧ヲハツシ、項ヲ移シテ、

$$ax - bx = a^2 - b^2$$

即チ  $(a-b)x = a^2 - b^2$

$x$ ノ係數 $(a-b)$ ニテ兩邊ヲ割リ、

$$x = a + b$$

[驗]  $x = a + b$ トスルトキ、原方程式ノ

$$\text{左邊} = a(a+b-a) = ab$$

$$\text{右邊} = b(a+b-b) = ab$$

【例二】  $\frac{a}{x-a} - \frac{b}{x-b} = \frac{a-b}{x}$ ヲ解ケ

[解] 兩邊ニ  $x(x-a)(x-b)$ ヲ掛ケテ分母ヲ拂ヒ、

$$ax(x-b) - bx(x-a) = (a-b)(x-a)(x-b)$$

即チ  $ax^2 - bx^2 = (a-b)\{x^2 - (a+b)x + ab\}$

又ハ  $(a-b)\{(a+b)x - ab\} = 0$

$a-b$ ニテ兩邊ヲ割リ、

$$(a+b)x - ab = 0$$

是ヨリ

$$x = \frac{ab}{a+b}$$

[驗] 此ノ値ヲ原方程式ニ代入スレバ

$$\text{左邊} = \frac{a}{\frac{ab}{a+b} - a} - \frac{b}{\frac{ab}{a+b} - b} = \frac{a(a+b)}{ab - a(a+b)} - \frac{b(a+b)}{ab - b(a+b)}$$

$$= -\frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b} = \frac{(a+b)(a-b)}{ab}$$

$$\text{右邊} = \frac{a-b}{\frac{ab}{a+b}} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab}$$

[注意] 此ノ $x$ ノ値ハ一般ニハ與ヘラレタル方程式ニ含マレタル分數式ノ分母ヲ0トナラシメズ。

【例三】 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$\frac{x}{a-b} + \frac{y}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

$$\frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = 1$$

[解] 分母ヲ拂ヒ、

$$(a+b)x + (a-b)y = a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$(a-b)x + (a+b)y = a^2 - b^2 \quad (2)$$

(1),(2)ヨリ $y$ ヲ消去シ、 $[(1) \times (a+b) - (2) \times (a-b)]$

$$\{(a+b)^2 - (a-b)^2\}x = (a^2+b^2)(a+b) - (a^2-b^2)(a-b)$$

即チ  $4abx = 2a^2b + 2ab^2$

故ニ  $x = \frac{a+b}{2}$

又(1),(2)ヨリ  $x$ ヲ消去シ, [(2)×(a+b)-(1)×(a-b)]

$$\{(a+b)^2 - (a-b)^2\}y = (a^2 - b^2)(a+b) - (a^2 + b^2)(a-b)$$

即チ  $4aby = 2a^2b - 2ab^2$

故ニ  $y = \frac{a-b}{2}$

即チ  $x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a-b}{2}$

(驗ヲ行ヘ).

又ハ次ノヤウニスレバ一層簡單ナリ.

(1),(2)ヨリ, 寄セ算及ビ引キ算ニヨリテ,

$$2ax + 2ay = 2a^2$$

$$2bx - 2by = 2b^2$$

即チ  $x + y = a$

$$x - y = b$$

是ヨリ再ビ寄セ算及ビ引キ算ニヨリテ,

$$x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a-b}{2}$$

ヲ得.

【例題】

次ノ方程式ヲ解ケ.

1.  $ax - b = bx - a$

2.  $a(x-b) - b(x-a) = a^2 - b^2$

3.  $(x-a)(x-b) = (x-a-b)^2$

4.  $\frac{x-a}{a-b} - \frac{x+a}{a+b} = \frac{2ax}{a^2-b^2}$

5.  $\frac{x-b}{x-a} = \frac{2(x-b)}{x} - 1$

6.  $\frac{p}{x-a} + \frac{q}{x+a} = \frac{p+q}{x}$

7.  $\frac{a}{x-a} - \frac{b}{x-b} = \frac{a-b}{x-c}$

8.  $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-a}{x-c} = 2$

9.  $x+ay = a^2$   
 $x+by = b^2$

10.  $x+y = 2a$

$ax-by = bx+ay$

11.  $a(x+y) - b(x-y) = a^2 - b^2$   
 $a(x-y) + b(x+y) = 2ab$

12.  $(a+h)x + (b-h)y = (b+k)x + (a-k)y = c$

13.  $\frac{x-a}{p-a} + \frac{y-b}{p-b} = 1$

14.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c+d$

$\frac{x+a}{p} + \frac{y-a}{a-b} = \frac{a}{p}$

$\frac{x}{c} + \frac{y}{d} = a+b$

15.  $y+z-x = a$   
 $z+x-y = b$   
 $x+y-z = c$

16.  $cy + bz = az + cx = bx + ay = abc$

## 77. 應用問題.

【例一】今年甲ハ  $a$  歳、乙ハ  $b$  歳ナリ。甲ノ年齢ガ乙ノ年齢ノ  $n$  倍トナルハ、何時ナルカ。

【解】 求ムル時ヲ今ヨリ  $x$  年後トスレバ、其ノ時ノ甲ノ年齢  $a+x$  ガ其ノ時ノ乙ノ年齢  $b+x$  ノ  $n$  倍トナルトイフガ故ニ、次ノ方程式ヲ得。

$$a+x = n(b+x)$$

即チ  $(n-1)x = a-nb$

故ニ  $x = \frac{a-nb}{n-1}$

【驗】 今ヨリ  $\frac{a-nb}{n-1}$  年後ノ年齢

甲ハ  $a + \frac{a-nb}{n-1}$  即チ  $\frac{n(a-b)}{n-1}$

乙ハ  $b + \frac{a-nb}{n-1}$  即チ  $\frac{a-b}{n-1}$

歳ニテ、甲ハ乙ノ  $n$  倍ニ等シ。

【注意】 次ノ數ヲ用ヒテ、一問題ヲ言明シ、上ニ得タル公式ニヨリテ、答ヲ出シ見ルベシ。

(1)  $a=50, b=18, n=2$

(2) 一般ニ  $n=2$  ナルトキ。

(3)  $a=50, b=29, n=4$

(4) 一般ニ  $a$  ガ  $nb$  ヨリモ小ナルトキハ如何。(前)

【例二】 第  $n$  時ト第  $n+1$  時トノ間ニテ時計ノ長針ト短針トガ重ナル時刻ヲ求メヨ。

【解】 XII ヨリ  $x$  區劃ノ處ニテ長針ト短針トガ重ナレリトセヨ。

短針ハ一區劃ヲ行クニ 12 分ヲ要スルガ故ニ、 $x$  區劃ヲ行クニハ 12 $x$  分ヲ要ス。此ノ間ニ長針ハ時計面ヲ  $n$  回廻リ且 XII ヨリ  $x$  區劃ノ處マデ來ルベキガ故ニ、此ノ時間ハ  $(60n+x)$  分ナリ。ヨリテ次ノ方程式ヲ得。

$$12x = 60n + x$$

之ヲ解キテ、

$$x = \frac{60n}{11}$$

ヲ得。

今例ヘバ  $n=1$  トスルトキハ、 $x = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$  ヲ

得。即チ一時五分十一分ノ五ニ兩針ハ重ナル。

又  $n=2$  トスルトキハ、 $x = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11}$  ヲ得。

即チ二時十分十一分ノ十ニ兩針ハ再ビ重ナル。

( $n=11$  及ビ  $n=0$  トナシテ、結果ヲ解釋セヨ)。

## 【例題】

1. ニツノ數ノ和ハ  $s$  ニシテ、其ノ差ハ  $d$  ナリ。

此ノニツノ數ヲ求メヨ。

2. 鶴龜合ハセテ  $a$ 、其ノ足數合ハセテ  $b$  ナリ。

鶴ト龜トノ數ヲ求メヨ。

次ノ數ヲ用ヒテ、一問題ヲ言明シ、且答ヲ出セ。

$$(1) a = 10, b = 30 \quad (2) b = 2a + c$$

3. 攝氏寒暖計ノ  $c$  度ハ華氏ノ  $f$  度ニ當ルトスルトキハ、

$$\frac{c}{5} = \frac{f - 32}{9}$$

是ヨリ  $c$  ヲ知リテ  $f$  ヲ求ムル公式ヲ作レ。

4. 長サ  $a$  (米) ナル直線ヲニツノ部分ニ分テ、其ノ各部分ヲ一邊トセル正方形ノ面積ノ差ヲ  $b$  (平方米) ニ等シカラシメントス。各部分ノ長サヲ求メヨ。

又次ノ數ヲ當テハメテ結果ヲ求メヨ。

$$(1) a = 16, b = 8$$

$$(2) a = 8, b = 12$$

(3) 一般ニ  $b$  ガ  $a$  ヲリモ大ナルトキ、根ノ

+v.

解釋如何。

5. 二十金ト十四金トノ金塊ヲ熔和シテ、十八金ノ金塊  $a$  瓦ヲ得ントス。各、幾瓦ヲ要スルカ。
6. 三ツノ數ヲニツツ合ハセタル和ガソレゾレ  $a, b, c$  ナルトキ、此等ノ三ツノ數ヲ求メヨ。

## 78. 方程式ノ不可能。

【例一】次ノ方程式ヲ解ケ。

$$14x + 3\{x - 5(x + 1)\} = 2x - 9$$

[解] 左邊ヲ整頓シ

$$2x - 15 = 2x - 9$$

未知項ト既知項トヲ別別ニ兩邊ニ集ムルトキハ、未知項ハ消滅シ、

$$0 = 6$$

ヲ得。是上ノ方程式ハ  $x$  ヲ如何ナル數トナストモ、満足セシメラレザルコトヲ示スモノナリ。實際上ノ方程式ノ左邊ハ  $2x - 15$  ニ等シク、即チ右邊ヨリ  $6$  ヲ減ジタルモノナリ。即チ上ノ方程式ハ根ヲ有セズ。

カヤウノ方程式ハ不可能ナリトイフ。

【例二】次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$6x - 9y = 6 \quad (1)$$

$$8x - 12y = 7 \quad (2)$$

[解]  $y$ ヲ消去スルガ爲ニ(1)ノ兩邊ニ4ヲ、(2)ノ兩邊ニ3ヲ掛ケ

$$24x - 36y = 24$$

$$24x - 36y = 21$$

サテ引キ算ヲナストキハ、 $y$ ト同時ニ $x$ モ消去セラレ、

$$0 = 3$$

ヲ得。故ニ上ノ聯立方程式ハ不可能ナリ。

[注意] 上ノ二ツノ方程式ヲ一ツツツ離シテ考フルトキハ、之ヲ満足セシムベキ $x, y$ ノ値ハ各、幾通りニテモアリ(第37節参照)。サレド二ツノ方程式ヲ同時ニ満足セシムル $x, y$ ノ値ハナキナリ。

## 79. 方程式ノ不定.

【例一】次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\frac{7x-5}{3} - \frac{11}{6}x = \frac{x-5}{2} + \frac{5}{6} \quad (1)$$

[解] 分母ヲ拂ヒ、整頓シテ、未知項ト既知項トヲ各兩邊ニ集ムルニ、既知項モ未知項モ共ニ消

滅シテ、

$$0 = 0$$

ヲ得。是方程式(1)ノ兩邊ハ $x$ ヲ如何ナル數トナストモ恆ニ同ジ數値ヲ有スルコトヲ示スモノナリ。實際、(1)ノ左邊モ右邊モ共ニ $\frac{3x-10}{6}$ ニ等シ。即チ(1)ハ恆等式ナリ。

カヤウニ方程式ヲ満足セシムル數ガ無限ニアルトキニハ、此ノ方程式ハ不定ナリトイフ。

【例二】次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$6x - 9y = 15$$

$$8x - 12y = 20$$

[解]  $y$ ヲ消去スルガ爲ニ、第一ノ方程式ノ兩邊ニ4ヲ、又第二ノ方程式ノ兩邊ニ3ヲ掛ケテ、引キ算ヲナストキハ、 $x$ モ同時ニ消去セラレ、且既知項モ同時ニ消滅シテ、

$$0 = 0$$

ヲ得。是第一ノ方程式ノ兩邊ニ4ヲ掛ケ、又第二ノ方程式ノ兩邊ニ3ヲ掛クルトキハ、全ク同一ナル方程式

$$24x - 36y = 60$$

ヲ得ルガ故ナリ。即チ實際ハニツノ未知數  $x$ ,  $y$  ヲ含メル唯一ツノ方程式ガ與ヘラレタルニ異ナラズ。故ニ上ノ聯立方程式ヲ満足セシムベキ  $x, y$  ノ値ハ幾通リニテモアリ(第37節参照)。即チ上ノ聯立方程式ハ不定ナリ。

### 80. 聯立二元一次方程式ノ根ノ公式。

聯立二元一次方程式ハ、之ヲ整頓シテ、一般ニ次ノ如キ形トナスコトヲ得。

$$\begin{cases} ax+by=c & (1) \\ a'x+b'y=c' & (2) \end{cases}$$

之ヲ解クニハ、次ノ如クニスベシ。

$y$  ヲ消去スルガ爲ニ、(1)ノ兩邊ニ  $b'$ , (2)ノ兩邊ニ  $-b$  ヲ掛ケテ、加ヘ合ハセ、

$$(ab'-a'b)x = cb'-c'b \quad (3)$$

ヲ得。ヨリテ

$$x = \frac{cb'-c'b}{ab'-a'b}$$

又  $x$  ヲ消去スルガ爲ニ、(1)ノ兩邊ニ  $-a'$ , (2)ノ兩邊ニ  $a$  ヲ掛ケテ、加ヘ合ハセ、

$$(ab'-a'b)y = ac'-a'c \quad (4)$$

ヲ得。ヨリテ

$$y = \frac{ac'-a'c}{ab'-a'b}$$

即チ根ハ次ノ如シ。

$$\left. \begin{aligned} \textcircled{1} x &= \frac{cb'-c'b}{ab'-a'b} \\ \textcircled{2} y &= \frac{ac'-a'c}{ab'-a'b} \end{aligned} \right\}$$

是即チ聯立二元一次方程式ノ根ノ公式ナリ。

$$\text{[驗]} \quad a \frac{cb'-c'b}{ab'-a'b} + b \frac{ac'-a'c}{ab'-a'b} = \frac{acb'-ba'c}{ab'-a'b} = c$$

$$a' \frac{cb'-c'b}{ab'-a'b} + b' \frac{ac'-a'c}{ab'-a'b} = \frac{-a'c'b+b'ac'}{ab'-a'b} = c'$$

【注意】  $ab'-a'b=0$  ナルトキハ、(3)及ビ(4)ノ左邊ハ0トナル。此ノ場合ニハ、上ノ公式ハ通用セズ。是即チ聯立方程式(1),(2)ガ不可能又ハ不定ナル場合ナリ。

#### 【例題】

次ノ方程式ヲ解ケ。 [1-7]

1.  $2(x+4)+3(7-x)=8-x$

2.  $(x+1)^2-(x-1)^2=4x$

$$3. \quad 2(x+y)-(x-y) = 5 \\ 2x+6y = 7$$

$$4. \quad 4(x+1)-2(y+1) = 2 \\ y = 2x$$

$$5. \quad 5(x+2y)-3(x+3y) = 2x+y-5. \\ 3x-7y+1 = x+3y-1$$

$$6. \quad x+y = a \\ x+z = b \\ y-z = c$$

7. 或矩形ノ地所ノ間口及ビ奥行ヲ10米ヅツ縮ムルトキハ、面積ハ10あゝる減ジ、又間口及ビ奥行ヲ各、10米ヅツ延バストキハ、面積ハ12あゝる増ス。此ノ地所ノ周圍幾間ナルカ。

又末段12あゝるトアルヲ、10あゝるト改ムルトキハ如何。

8. 或二桁ノ整数ヲ2倍シテ36ヲ加フルモ、又ハ其ノ數字ヲ置キ換ヘテ後、2倍シテ36ヲ引クモ、結果ハ同ジ。又此ノ數ノ十ノ位ノ數字ハ一ノ位ノ數字ヨリモ4ダケ少シ。此ノ數ヲ求メヨ。

## 雜題 IV

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。 [1-4]

$$(1) \quad (ac+bd)^2 - (ad+bc)^2$$

$$(2) \quad x(y^2-z^2)+y(z^2-x^2)+z(x^2-y^2)$$

$$(3) \quad 2xy-6x+3y-9$$

$$(4) \quad xy^2-2xy-y^2+x+2y-1$$

次ノ方程式ヲ解ケ。 [5-11]

$$(5) \quad (a+b-x)(a-b+x) = (a+b+x)(a-b-x)$$

$$(6) \quad \frac{x-a-1}{x-a} - \frac{x-a}{x-a+1} = \frac{x-b-1}{x-b} - \frac{x-b}{x-b+1}$$

$$(7) \quad \frac{2x+3}{x+1} = \frac{4x+5}{4x+4} + \frac{3x+3}{3x+1}$$

$$(8) \quad \frac{x}{a+c} + \frac{y}{b+c} = \frac{x}{a-c} + \frac{y}{b-c} = 1$$

$$(9) \quad x+y = m, \quad \frac{x+n}{y+m} = \frac{m}{n}$$

$$(10) \quad x+ay+a^2z = a^3 \quad (11) \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = l$$

$$x+by+b^2z = b^3 \quad \frac{a}{x} - \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = m$$

$$x+cy+c^2z = c^3 \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} - \frac{c}{z} = n$$

$$(12) \quad x+y+z = 0 \quad \text{ナルトキハ}$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)^2 \quad \text{ナルコトヲ示セ。}$$

右辺解クナレ 0... ナルコトヲ示セ。

$$(13) \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \text{ ナルトキハ}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ ナルコトヲ示セ.}$$

(14) 等式

$$(a^2+b^2+c^2)-(ab+ac+bc) = \frac{1}{2} \{(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2\}$$

ノ正シキコトヲ示シ、是ニヨリテ  $a, b, c$  ノ値ノ如何ナルニ拘ハラズ、 $a^2+b^2+c^2$  ハ  $ab+ac+bc$  ヨリモ小ナラザルコトヲ説明セヨ。

(15)  $\frac{3x-1}{2x+4}$  ト  $\frac{6x+7}{4x-5}$  トノ數値ガ相等シキトキ、其ノ數値如何。

(16)  $x > 0$  ナルトキ、次ノ式ノ値ノ大小ヲ比較セヨ。

$$\frac{x+1}{x}, \quad \frac{x+2}{x+1}$$

(17) 或人株式若干ヲ2625圓ニテ買ヒ、其ノ後相場ガ4割上レルトキ、7株ヲ殘シテ、其ノ餘ヲ2646圓ニテ賣レリ。此ノ人ハ初ニ幾株ヲ買ヘルカ。

(18) 太郎ハ今年16歳ニテ、太郎ガ今年ノ次郎ノ齡ナリシトキニハ次郎ノ齡ハ其ノ時ノ太郎ノ齡ノ半分ヨリモ一ツ少カリシトイフ。次郎ハ今年幾歳ナルカ。

(19) 或人電車路ニ沿ヒ、毎時4哩ノ速サニテ歩行セシニ、8分24秒毎ニ電車ニ追越サレ、又6分毎ニ電車ニ行逢ヒタリトイフ。電車ノ速サハ毎時何哩ナルカ。但電車

ハ等シキ時間ヲ隔テテ双方ノ起點ヨリ發車シ、途中停留セザルモノトス。

(20) ニツノ列車ガ同ジ方向ニ駛ルトキハ、一方ガ他ノ一方ヲ追ヒ越スニ  $t$  秒ヲ費シ、又相向ヒテ駛ルトキハ、 $t'$  秒ニテ全ク行き違フトイフ。ニツノ列車ノ速度ノ關係如何。又列車ノ長サヲ  $a$  呎及ビ  $a'$  呎トシテ、各ノ速度ヲ求メヨ。

(21) 風速毎秒20米ノ順風ナルトキハ、打杭工事ノ打込ヲ目撃シテヨリ  $1\frac{3}{5}$  秒、同風速ノ逆風ナルトキハ  $1\frac{4}{5}$  秒ヲ隔テテ音響ヲ聞ク。然ラバ無風ノトキハ幾秒ノ後音響ヲ聞クベキカ。

(22) 甲乙二人同時ニ兩地ヲ出發シ相向ヒテ進ムコト5時間ニシテ出會ヘリ。若シ乙ガ1時間早く出發シ、甲ガ毎時1軒ヅツ多ク歩ムトモ、或ハ又甲ガ1時間遅ク出發シ、乙ガ毎時1軒ヅツ少ク歩ムトモ、ナホ前ト同ジ場所ニテ出會フベシトイフ。兩地ノ距離ヲ計算セヨ。

(23) 甲乙二人  $A, B$  ナル兩地間ヲ往復ス。甲ハ乙ヨリモ30分遅ク出發シ、 $B$  ヨリ半里手前ニテ乙ヲ追ヒ越シ、ソレヨリ16分ヲ經テ、復リニ乙ニ遇ヒ、終ニ  $A$  ニ著キタル時、乙ハナホ1里後ニアリ。  $A, B$  間ノ距離ヲ求メヨ。

(24) 相距ルコト12里ナル  $A, B$  兩地間ヲ甲乙二人自轉車ニテ往復セントシ、午前11時甲ハ  $A$  ヨリ乙ハ  $B$  ヨリ相



向ヒテ出發シ、途中  $C$  ニ於テ相會セリ。甲ハ  $B$  ニ於テ48分間、乙ハ  $A$  ニ於テ30分間休息シタル後、各歸途ニ就キ、午後3時40分  $A$  ヨリ4里24町隔リタル  $D$  ニ於テ再ビ相會セリ。 $A, C$  間ノ距離及ビ  $C$  ニ於テ甲乙相會セシ時刻各如何。

(25) 甲ハ2200尺隔リタル的ニ向ツテ射撃セシニ、發射後  $3\frac{3}{8}$  秒ヲ經テ銃丸ノ的ニ中リタル音ヲ聞キ、又乙ハ甲ヨリ1800尺、的ヨリ1250尺隔リタル處ニアリテ銃聲ヲ聞キニ後、 $\frac{7}{8}$  秒ヲ經テ丸ノ的ニ中リタル音ヲ聞キタリトイフ。音及ビ銃丸ハソレゾレー様ノ速サニテ進ムト假定シ、兩者ノ速度ヲ求メヨ。

(26) 五時ト六時トノ間ニテ時計ノ二ツノ針ガ  $VI$  ヲ挾ミテ之ト相等シキ角ヲナス時刻ヲ求メヨ。

(27) 7.7 圓ノ買物ヲナシ、十圓紙幣ヲ出シテつり錢ヲ取りタルニ、二十錢、十錢、五錢ノ三種ノ貨幣合ハセテ24枚ヲ得タリ。此ノ中五錢白銅貨ノ數ハ二十錢銀貨ノ數ノ2倍アリタリトイフ。つり錢ノ勘定ニ誤ナカリシカ。

(28) 活栓ヲ具ヘタル甲、乙二ツノ桶ニ水ヲ入レタリ。其ノ水ノ量甲ハ  $V$ 、乙ハ  $v$  ナリ。二ツノ桶ノ活栓ヲ開ケバ、一分毎ニ甲ヨリハ  $A$  ダケノ水流レ出テ、乙ヨリハ  $a$  ダケノ水流レ出ヅ。今同時ニ活栓ヲ開クトキハ、幾分ノ後ニ至リテ甲ノ水ノ分量ガ乙ノ水ノ分量ノ  $n$  倍トナルカ。

(1)  $V$  ヲ120立、 $v$  ヲ80立、 $A$  ヲ8立、 $a$  ヲ5立、 $n$  ヲ2トシテ、答ヲ出セ。

(2)  $V, v$  ハ前ノ通りニテ、 $A$  ヲ2立、 $a$  ヲ6立、 $n$  ヲ1トスレバ如何。

(3) 活栓ヨリ水ヲ流出セシムル代リニ、管ヨリ毎分  $A$  及ビ  $a$  ダケノ水ヲ入ルルコトトスレバ如何。

## 摘要

(一次方程式)

スベテ方程式ヲ解クニハ、先ヅ之ヲ整頓スベシ  
即チ分母ヲ拂ヒ、括弧ヲハツシ、項ヲ移シ、未知項ト  
既知項トヲ別別ニ兩邊ニ集メテ、之ヲ約スルナリ  
一元一次方程式ヲ整頓スルトキハ、一般ニ

$$ax = b$$

ノ如キ形トナリ、根ハ唯一ツアリ。即チ

$$x = \frac{b}{a}$$

若シ未知項ガ消滅シ、既知項ハ消滅セザルトキ  
( $0 = b$ )ハ、方程式ハ不可能ナリ。又既知項モ共ニ  
消滅スルトキ ( $0 = 0$ )ハ、方程式ハ不定ナリ。

聯立二元一次方程式ヲ整頓スルトキハ、一般ニ

$$ax + by = c$$

$$a'x + b'y = c'$$

ノ如キ形トナル。之ヲ解クニハ、兩邊ニ適當ナル  
數ヲ乘ジテ、各方程式ニ於ケル一ツノ未知數ノ係  
數ノ絶對値ガ相等シクナルヤウニシ、サテ寄セ算  
又ハ引キ算ヲナシテ其ノ未知數ヲ消去スベシ。

根ノ公式ハ次ノ如シ。

$$x = \frac{cb' - c'b}{ab' - a'b} \quad y = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}$$

若シ、一ツノ未知數ヲ消去スルトキ、他ノ未知數  
モ同時ニ消去セラレ、既知項ハ消去セラレズシテ、  
 $0 = d$ ノ如キ形ノ式ヲ生ズル場合ニハ、聯立方程式  
ハ不可能ナリ。又既知項モ共ニ消去セラレテ  
 $0 = 0$ ノ如キ形ノ式ヲ生ズル場合ニハ、二ツノ方程  
式ハ實際同一トナリ、聯立方程式ハ不定ナリ。

分數式ヲ含メル方程式ヲ解クニハ、兩邊ニ分母  
ノ最小公倍數ヲ乘ジテ分母ヲ拂ヒ、カヤウニシテ  
得タル方程式ヨリ未知數ノ値ヲ求ムベシ。其ノ  
値ヲ原方程式ニ當テハメテ、分數式ノ分母ガ0ト  
ナラザルトキハ、是即チ求ムル根ナリ。又分數式  
ノ分母ノ中ニ0トナルモノアルトキハ、此ノ値ハ  
原方程式ノ根ニアラズ。故ニ之ヲ棄ツベシ。

方程式ヲ應用シテ問題ヲ解クトキ、方程式ガ不  
可能ナラバ、問題ハ不可能ナリ。方程式ガ不定ナ  
ラバ、問題ノ解答ハ幾通りモアリ。又方程式ニ根  
ハアリテモ、其ノ根ガ問題ニ適セザルコトモアリ。



例へば  $3^2 = 9$ , 又  $(-3)^2 = 9$ . 故に  $3$  と  $-3$  とハ共  
ニ  $9$  ノ平方根ナリ.

又  $2^3 = 8$ ,  $(-2)^3 = -8$ . 故に  $2$  ハ  $8$  ノ立方根ニシ  
テ,  $-2$  ハ  $-8$  ノ立方根ナリ.

[注意一] カヤウニ正數ノ平方根(一般ニ偶數乗根)ハ  
正ナルモノト負ナルモノトニツアレドモ, 其ノ絶對値  
ハ相等シ. 又立方根(一般ニ奇數乗根)ハ原數ノ符號ヲ  
變ヘルトキ其ノ符號ノミガ變ル. ヨリテ本編ニ於テ  
ハ正數ノ冪根ノ正ノ値ノミニツキテ述ブベシ.

或數ノ  $n$  乗根ヲ求ムルコトヲ其ノ數ヲ  
 $n$  乗ニ開クトイヒ, 其ノ計算ヲ開法トイフ.  
特ニ平方根, 立方根ヲ求ムル計算ヲ開平, 開  
立トイフ.

或數  $a$  ノ  $n$  乗根ヲ示スニハ記號

$$\sqrt[n]{a}$$

ヲ用フ. 記號  $\sqrt{\quad}$  ヲ根號トイヒ, 指數  $n$  ヲ根指數  
トイフ. 但平方根ニ限リ特ニ根指數ヲ略ス. 即  
チ  $a$  ノ平方根ヲ  $\sqrt{a}$  ト書クナリ.

[注意二] 正數  $a$  ノ平方根ノ中, 正ナルモノヲ上ノ記  
號  $\sqrt{a}$  ニテ表シ, 負ナルモノハ其ノ前ニ符號  $-$  ヲ附ク

ルモノトス 四乗根, 六乗根等, 偶數乗根ノ場合モ之ニ  
準ズ.

例へば  $\sqrt{9} = 3$ ,  $-\sqrt[4]{16} = -2$

### 83. 冪根ニ關スル定理.

前節ニ斷リタル通り, 本編ニ於テハ根號ノ下ニ  
アル文字又ハ式ハスベテ正數ヲ表スモノトス.  
又指數ヲ示スガ爲ニ用フル文字  $m, n$  等ハ勿論正  
ノ整數ヲ表スモノトス.

△(一) ニツ以上ノ數ノ積ノ  $n$  乗根ハ各因  
數ノ  $n$  乗根ノ積ニ等シ.

$$\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c}$$

$$[\text{證}] (\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c})^n = (\sqrt[n]{a})^n (\sqrt[n]{b})^n (\sqrt[n]{c})^n$$

$$= abc$$

$$\text{故ニ} \quad \sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c}$$

$$[\text{例一}] \sqrt{9 \times 25} = \sqrt{9} \times \sqrt{25} = 3 \times 5 = 15$$

$$[\text{例二}] \sqrt{36a^2x^4} = \sqrt{36} \sqrt{a^2} \sqrt{x^4} = 6ax^2$$

$$[\text{例三}] \sqrt[3]{27a^3} = \sqrt[3]{27} \sqrt[3]{a^3} = 3a$$

(二) 分數ノ  $n$  乗根ハ其ノ分母及ビ分子  
ノ  $n$  乗根ヲソレゾレ分母及ビ分子トセル

分數ニ等シ.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

[證]  $\left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n = \frac{(\sqrt[n]{a})^n}{(\sqrt[n]{b})^n} = \frac{a}{b}$

故ニ  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

【例四】  $\sqrt{\frac{36a^2}{49b^2}} = \frac{\sqrt{36a^2}}{\sqrt{49b^2}} = \frac{6a}{7b}$

【例五】  $\sqrt[3]{\frac{-x^6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{-x^6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{-x^2}{2} = -\frac{x^2}{2}$

(三) 或數ノ  $m$  乗冪ノ  $n$  乗根ハ其ノ數ノ  $n$  乗根ノ  $m$  乗冪ニ等シ.

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

[證]  $\sqrt[n]{a^m}$  ハ  $a$  ナル因數  $m$  個ノ積ノ  $n$  乗根ナルガ故ニ、 $(-)$ ニヨリテ  $\sqrt[n]{a}$ ヲ  $m$  個掛ケ合ハセタル積即チ  $(\sqrt[n]{a})^m$ ニ等シ.

例ヘバ  $\sqrt[5]{9^5} = (\sqrt[5]{9})^5 = 3^5 = 243$

(四) 或數ノ冪ノ冪根ハ冪指數ト根指數トニ同ジ整數ヲ掛ケテモ其ノ値ヲ變ゼズ.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[mp]{a^m}$$

[證]  $(\sqrt[n]{a^m})^{np} = [(\sqrt[n]{a^m})^n]^p = [a^m]^p = a^{mp}$

故ニ  $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[mp]{a^m}$

逆ニ冪指數ト根指數トニ公約數アルトキハ、双方ヲ其ノ公約數ニテ割リテモヨシ. 特ニ

$$\sqrt[p]{a^{mp}} = a^m$$

【例題】

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. [1-10]

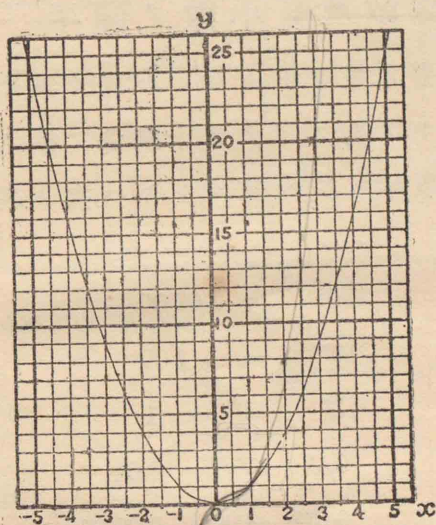
1.  $\sqrt{a^2}$
2.  $\sqrt{25x^2}$
3.  $\sqrt{4a^4b^4}$
4.  $\sqrt{\frac{a^2x^4}{16}}$
5.  $\sqrt{\frac{81}{64}}$
6.  $2ax\sqrt{\frac{49x^2}{16a^2}}$
7.  $\sqrt{a^{2n}}$
8.  $\sqrt[3]{8a^6x^6}$
9.  $\sqrt[4]{(ab)^6}$
10.  $(\sqrt[3]{a})^4$
11. 或數ノ  $m$  乗根ノ  $n$  乗根ハ其ノ數ノ  $mn$  乗根ニ等シキコトヲ示セ.
12. 64ノ6乗根ヲ求メヨ.

## 84. 平方及ビ立方ノ表.

### 平方ノ圖解.

次ニ 100 未滿ノ整數ノ平方及ビ立方ノ表ヲ掲ゲ、又平方ノ圖解ヲ示スベシ.

$x$	$x^2$	$x^3$	$x$	$x^2$	$x^3$	$x$	$x^2$	$x^3$
1	1	1	34	1156	39304	67	4489	300763
2	4	8	35	1225	42875	68	4624	314432
3	9	27	36	1296	46656	69	4761	328509
4	16	64	37	1369	50653	70	4900	343000
5	25	125	38	1444	54872	71	5041	357911
6	36	216	39	1521	59319	72	5184	373248
7	49	343	40	1600	64000	73	5329	389017
8	64	512	41	1681	68921	74	5476	405224
9	81	729	42	1764	74088	75	5625	421875
10	100	1000	43	1849	79567	76	5776	438976
11	121	1331	44	1936	85184	77	5929	456533
12	144	1728	45	2025	91125	78	6084	474552
13	169	2197	46	2116	97386	79	6241	493039
14	196	2744	47	2209	103823	80	6400	512000
15	225	3375	48	2304	110592	81	6561	531441
16	256	4096	49	2401	117649	82	6724	551368
17	289	4913	50	2500	125000	83	6889	571787
18	324	5832	51	2601	132651	84	7056	592704
19	361	6859	52	2704	140608	85	7225	614125
20	400	8000	53	2809	148877	86	7396	636056
21	441	9261	54	2916	157464	87	7569	658503
22	484	10648	55	3025	166375	88	7744	681472
23	529	12167	56	3136	175616	89	7921	704969
24	576	13824	57	3249	185193	90	8100	729000
25	625	15625	58	3364	195112	91	8281	753571
26	676	17576	59	3481	205379	92	8464	778688
27	729	19683	60	3600	216000	93	8649	804357
28	784	21952	61	3721	226981	94	8836	830584
29	841	24389	62	3844	238328	95	9025	857375
30	900	27000	63	3969	250047	96	9216	884736
31	961	29791	64	4096	262144	97	9409	912673
32	1024	32768	65	4225	274625	98	9604	941192
33	1089	35937	66	4356	287496	99	9801	970299



此ノ圖ハ  $x = -5$  ヨリ  $x = 5$  マデノ區域ニ於ケル  $y = x^2$  ノ變動ヲ示スモノナリ。此ノ圖ヨリ上ノ區域ニ於ケル  $x$  ノ任意ノ値ニ對スル  $x^2$  ノ(概略ノ)値ヲ見取ルコトヲ得ルノミナラズ、又  $y = 0$  ヨリ  $y = 25$  マデノ區域内ニ於ケル  $y$  ノ任意ノ値ニ對スル  $\sqrt{y}$  (即チ  $x$ ) ノ値ヲ見取ルコトヲ得。例ヘバ15ノ平方根ハ約±3.9ナルガ如シ。

$y$  ノ任意ノ値ニ對スル  $x$  ノ値ガ符號ノミ異ナルニツノ數ナルニヨリ、此ノ曲線ハ縦軸  $Oy$  ニ對シテ對稱ナリ。又  $x$  ノ絶對値ノ増大ニ伴ヒテ  $y$  ノ値ハ限ナク増大スルガ故ニ、曲線ハ限ナク左右上方ニ擴ガルベシ。此ノ曲線ハ所謂拋物線ニシテ、 $O$  ヲ其ノ頂點、 $Oy$  ヲ其ノ軸トイフ。

### 85. 整数及び小数ノ開平.

或數ノ平方根ヲ求ムルニハ、先ヅ其ノ最高位ヲ定ムルコトヲ要ス。サテ十進法ノ各ノ位ノ平方ヲ大サノ順序ニ並べ見ルトキハ、次ノ表ヲ得。

.....	.....
$100^2$	$= 10000$
$10^2$	$= 100$
$1^2$	$= 1$
$0.1^2$	$= 0.01$
$0.01^2$	$= 0.0001$
.....	.....

サテ數ノ大小ト其ノ平方根ノ大小トハ相伴フガ故ニ、10000ト100トノ間ニアル數、即チ整数部分ニ三桁又ハ四桁ノ數字ヲ有スル數ノ平方根ハ100ト10トノ間ノ數、即チ整数部分ニ二桁ノ數字ヲ有スル數ナリ。又0.01ト0.0001トノ間ニアル數、即チ小数第三位又ハ第四位ヨリ始マル數ノ平方根ハ0.1ト0.01トノ間ノ數、即チ小数第二位ヨリ始マル數ナリ。カヤウニシテ或數ノ最高位ト其ノ平方根ノ最高位トヲ對照スルトキハ次ノ如シ。

原 數	千 百 萬	十 萬	千 百	十	十 分 ノ 一	一 萬 分 ノ 一	十 百 萬 分 ノ 一	千 一 億 分 ノ 一
平方根	千	百	十	一	十 分 ノ 一	百 分 ノ 一	千 分 ノ 一	一 萬 分 ノ 一

【例一】 1369ノ平方根ヲ求メヨ

[演算]

$$\begin{array}{r}
 37 \text{ (答)} \\
 13 \overline{)69} \\
 \underline{9} \phantom{0} \\
 67 \phantom{0} \\
 \underline{469} \\
 469
 \end{array}$$

9x2=6.

【説明】 (第一段). 先ヅ『平方根ノ最高位』ヲ定ムルガ爲ニ、13|69ト、一ノ位ヨリ左へ二桁毎ニ區切ヲナシ此ノ區切ヲ一、十ト讀ミ、平方根ハ十ノ位ヨリ始マルコトヲ知ル。

『平方根ノ十ノ位ノ數字』ヲ定ムルニハ、左端ノ區切ノ數字13ノミヲ用フ。一桁ノ整数1, 2, 3, ..., 9ノ平方ノ中、13ヲ超ニザル最大ノモノハ3<sup>2</sup>即チ9ナリ。(故ニ30<sup>2</sup>即チ9|00ハ13|69ヨリモ小、40<sup>2</sup>即チ16|00ハ13|69ヨリモ大ナリ)。ヨリテ平方根ノ十ノ位ノ數字3ヲ得。

13ヨリ  $3^2$  即チ 9ヲ引キタル残 4ノ右ニ次ノ  
 區切ノ數字 69ヲオロシ、469ヲ得。是ハ原數  
 1369ヨリ  $30^2$ ヲ引キタル残ナリ。

。(第二段)『平方根ノ一ノ位ノ數字』ヲ  $x$  トシ、  
 (ヤアノクテモヨシ)  $\sqrt{1369} = 30 + x$

ト置キ、是ヨリ  $x$ ヲ求メントス。

兩邊ヲ平方シテ  $(30+x)^2$   
 $1369 = 900 + 2 \times 30x + x^2$

ヨリテ  $469 = 60x + x^2$  (I)

又ハ  $\frac{469}{60} = x + \frac{x^2}{60}$

此ノ式ノ左邊ノ商ノ整數部分ハ 7ナリ。故  
 ニ  $x$ ハ 8ヨリモ小ナルコトヲ知ル。故ニ根ノ  
 一ノ位ハ多クトモ 7ナリ。ヨリテ先ヅ試ニ  $x$   
 ヲ 7トナシテ (I)ノ右邊ヲ計算シ、之ヲ左邊ト比  
 較セントス。

サテ (I)ノ右邊ハ、 $60x + x^2$  即チ  $(60+x)x$ ニシテ、  
 $x$ ヲ 7トスルトキハ、其ノ値ハ  $67 \times 7$  即チ 469ト  
 ナリ、丁度 (I)ノ左邊ニ等シ。是ニヨリテ求ムル  
 平方根ハ 37ナルコトヲ知ル。(驗ヲ行へ)。

實際ノ演算ニテハ根ノ第一ノ數字 3ノ 2倍

6ニテ第一段ノ残 469ノ右端ノ數字ヲ省キタ  
 ル 46ヲ割リテ根ノ第二ノ數字 7ヲ求メ、前ノ 6  
 ノ右ニ此ノ 7ヲ書キ添ヘテ 67トシ、其ノ下ニ 7  
 ヲ書キ、積  $67 \times 7$  即チ 469ヲ第一段ノ残ノ下ニ書  
 キテ引クナリ。

【例二】 141327ノ平方根ヲ求メヨ。

[演算]

	$\frac{375}{14 1327}$
(1)	$\frac{9}{9}$
(2)	$\frac{513}{513}$
(3)	$\frac{67}{7}$
(4)	$\frac{469}{469}$
(5)	$\frac{4427}{4427}$
(6)	$\frac{745}{745}$
(7)	$\frac{3725}{3725}$
(8)	$\frac{702}{702}$

答 { 平方根ノ整數部分 375  
 開平ノ殘 702

	$\frac{a+b+c}{\sqrt{N}}$
(1)	$\frac{a^2}{a^2}$
(2)	$\frac{N-a^2}{N-a^2}$
(3)	$\frac{2a+b}{b}$
(4)	$\frac{(2a+b)b}{(2a+b)b}$
(5)	$\frac{N-(a+b)^2}{N-(a+b)^2}$
(6)	$\frac{2(a+b)+c}{2(a+b)+c}$
(7)	$\frac{\{2(a+b)+c\}c}{\{2(a+b)+c\}c}$
(8)	$\frac{N-(a+b+c)^2}{N-(a+b+c)^2}$

【説明】 (第一段、第二段) 例一ト同ジャウニシ  
 テ左ノ二ツノ區切 14|13ヲ用ヒテ平方根ノ首二



桁ノ數字37ト殘44ヲ得. 其ノ右ニ次ノ區切ノ  
 數字27ヲオロシ, 4427ヲ得. 是即チ原數 141327  
 ヨリ  $370^2$ ヲ引キタル殘ナリ.

(第三段) 例一ニ説明セル理由ニヨリ, 此ノ殘  
 4427ノ右ノ端ノ數字7ヲ省キタル 442ヲ $37 \times 2$   
 即チ74ニテ割りテ根ノ第三ノ數字ハ5ナルコ  
 トヲ推知シ, 74ノ右ニ5ヲ添ヘテ 745トシ, 其ノ  
 下ニ5ヲ書キテ, 其ノ積  $745 \times 5$  即チ 3725ヲ前段  
 ノ殘ヨリ引キ, 702ヲ得

實際ノ演算ニテ $37 \times 2$ 即チ74ヲ求ムルニハ, 第  
 二段ニテ用ヒタル數67及ビ7ヲ加フレバヨシ.  
 67ハ30ノ2倍ニ7ヲ加ヘテ出來タル數ナルガ  
 故ニ7ヲ加フレバ丁度37ノ2倍トナルナリ.

第二段マデニ原數ヨリ引キタルハ  $370^2$ ニテ,  
 第三段ニテ引キタルハ

$$(2.370 + 5)5 = 2.370.5 + 5^2$$

ナリ. 故ニ全體ニテ  $370^2 + 2.370.5 + 5^2$  即チ  $375^2$   
 ヲ原數ヨリ引キテ, 殘 702ヲ得タルナリ. 故ニ

$$141327 = 375^2 + 702$$

(驗ヲ行ヘ).

上ノ演算ニテ計算ノ筋道ヲ明ニスルガ爲ニ  
 逐次算出スル數ニ番號ヲ附ケ, 又別ニ文字ヲ用  
 ヒテ此等ノ數ヲ表シ, 其ノ成立ヲ示シタリ.

[注意一] ナホ進ミテ平方根ノ小數部分ヲ求ムルニ  
 ハ, 第三段ノ殘 702ノ右ニ00ヲ添ヘテ第四段ニ移リ, 前  
 ノ如クニシテ平方根ノ小數第一位ノ數字ヲ求ムベシ.  
 次第ニカヤウニシテ平方根ヲ幾桁ニテモ求ムルコト  
 ヲ得.

[注意二] 原數ニ小數部分ガアルトキニハ, 小數點ヨ  
 リ右ヘモ二桁毎ニ區切ヲ附ケ(右端ノ區切ノ數字ガー  
 ヲナラバ0ヲ添ヘ), 次々ニ區切ノ數字ヲオロシテ演算  
 ヲ繼續スベシ.

【例三】 0.0000074ノ平方根ヲ求メヨ(小數第七位  
 マデ).

[演算]

	0.0027202 (答)
	0.00 00 07 40 00 00 00
	4
47	340
7	329
542	1100
2	1084
54402	160000
	108804
	51196

[説明] 先ツ一ノ位ヨリ右へ二桁毎ニ區切ヲ附ケ、第三ノ區切ニテ始メテ0ナラザル數字ヲ得。故ニ平方根ハ小數第三位ヨリ始マル。

根ノ數字ヲ求ムル方法ハ例ニト同ジ。

第二段ニ於テ34ヲ4ニテ割レバ商8ヲ得レドモ、根ノ第二ノ數字ヲ8トシテ $48 \times 8$ ヲ計算スレバ384ヲ得テ、340ヨリモ大キクナル。故ニ根ノ第二ノ數字ヲ7ニ改メタルナリ。

又第四段ニテ160ハ544ヨリモ小ナルガ故ニ、根ノ四番目ノ數字ハ0ナリ。ヨリテ1600ノ右ニナホ00ヲ附ケ、544ノ右ニハ0ヲ附ケ、160000ヲ5440ニテ割リテ根ノ五番目ノ數字2ヲ得。5440ノ右ニ此ノ2ヲ添ヘ、ソレニ2ヲ掛ケテ160000ヨリ引クナリ。

## 86. 分數ノ開平.

分數ノ開平ハ次ノ公式ニ基ツク。(第83節ニ)

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (\text{但 } a > 0, b > 0)$$

【例一】  $\sqrt{\frac{845}{1125}} = \sqrt{\frac{169}{225}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{225}} = \frac{13}{15}$

[説明] 先ツ原分數ヲ既約分數ニ直シタルトニ注意スベシ。

【例二】  $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$

分母ガ開キ切レヌトキニハ上ノ如キ方法ハ不便ナルガ故ニ、次ノ例ノ如クスベシ。

【例三】  $\frac{7}{12}$ ノ平方根ヲ小數第三位マデ求メヨ

○ [解一]  $\sqrt{\frac{7}{12}} = \sqrt{0.583333\dots} = 0.763\dots$

[説明] カヤウニ原分數 $\frac{7}{12}$ ヲ小數ニ改メテ後平方根ヲ小數第三位マデ求ムルニハ、原分數ノ小數部分ヲ其ノ二倍ノ桁數ダケ、即チ小數第六位マデ計算シテ後開平ヲ行フコトヲ要ス

○ [解二]  $\sqrt{\frac{7}{12}} = \sqrt{\frac{7 \times 3}{12 \times 3}} = \sqrt{\frac{21}{36}} = \frac{\sqrt{21}}{6}$   
 $= \frac{4.582\dots}{6} = 0.763\dots$

[説明]  $\frac{7}{12}$ ノ分母ヲ平方ニスルガ爲ニ分母ト分子トニ3ヲ掛ケ、次ニ新分子21ヲ小數第三位マデ開キテ、之ヲ新分母ノ平方根6ニテ割ルナリ。

問題 第八

次ノ數ノ平方根ヲ計算セヨ(開キ切レヌトキハ根ノ數字五桁ヲ出セ). [1-12]

- (1) 144      (2) 289      (3) 6084
- (4) 56169    (5) 15681600    (6) 7845601
- (7) 21.6225    (8) 6.4032    (9) 0.8112
- (10) 0.025    (11)  $\frac{7}{16}$     (12)  $\frac{5}{11}$

(13)  $\sqrt{5}$ ヲ小數第四位マデ求メ,第五位以下四捨五入セヨ.

(14) 130321ノ四乗根ヲ求メヨ.

(15)  $\sqrt[3]{13}$ ヲ小數第二位マデ計算セヨ.

(16) 縦ハ横ノ3倍ニ等シキ或矩形ノ面積3468平方米ナリ. 縦横各,幾許ナルカ.

(17) 直角三角形ノ斜邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シ. 直角ヲ挾メル二邊ガソレゾレ85種及ビ132種ナル直角三角形ノ斜邊ノ長サヲ求メヨ.

(18) 對角線ガ5米ナル正方形ノ邊ノ長サヲ耗ノ位マデ求メヨ.

87. 開立.

開立ノ演算ハ開平ヨリモ稍複雑ナレドモ,其ノ趣向ハ開平ト同様ナリ.

先ヅ或數ノ立方根ノ最高位ヲ定ムル規則ヲ得ンガ爲ニ, 100, 10, 1, 0.1, 0.01 等ノ立方ヲ大サノ順序ニ並ブルトキハ次ノ如シ.

.....	.....
$100^3$	= 1 000 000
$10^3$	= 1 000
$1^3$	= 1
$0.1^3$	= 0.001
$0.01^3$	= 0.000 001
.....	.....

ヨリテ開平ノ場合ト同ジャウニ,或數ト其ノ立方根トノ最高位ヲ對照スルトキハ次ノ表ヲ得ベシ.

原 數	億 千 百 萬	十 萬 千	百 十	十 百 千 分 分 分	一 十 百 萬 分 分 分	千 一 十 億 分 分 分
立方根	百	十	一	十 分 ノ 一	百 分 ノ 一	千 分 ノ 一

[注意一] 1ヨリ9マデノ整数ノ立方ハ次ノ如シ.  
此ノ表ハ譜記スルコトヲ要ス.

原 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
立 方	1	8	27	64	125	216	343	512	729

[注意二] 次ニ示ス開立ノ演算ヲ理解スルニハ、二項式ノ立方ノ公式

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ヲ記憶スルコト肝要ナリ.

○[例一] 79507ノ立方根ヲ求メヨ.

[演算]

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l} (4) \ 79507 \\ (3) \ 4800 \\ (5) \ 369 \\ (6) \ 5169 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{l} (1) \ 64 \\ (2) \ 15507 \\ (7) \ 15507 \end{array}
 \end{array}$$

答 43

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l} (4) \ 3a+b \\ (5) \ (3a+b)b \\ (6) \ 3a^2+3ab+b^2 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{l} (1) \ a^3 \\ (2) \ N-a^3 \\ (7) \ 3a^2b+3ab^2+b^3 \\ N-(a+b)^3 \end{array}
 \end{array}$$

[説明] ココニテモ逐次算出スベキ數ニ番號ヲ附ケ、又別ニ文字ヲ用ヒテ此等ノ數ノ成立ヲ示シタリ.

(第一段) 原數  $N = 79507$  ヲ一ノ位ヨリ左へ三桁目毎ニ區切り、立方根ノ首位ハ十ノ位ナルコトヲ知ル.

又第一ノ區切79ハ  $4^3 = 64$  ト  $5^3 = 125$  トノ間ニアルニヨリ、立方根ノ十ノ位ノ數字ハ4ナルコトヲ知ル.

$N = 79507$  ヲリ  $a = 40$  ノ立方、即チ

$$a^3 = 64000 \quad (1)$$

ヲ引キテ、殘

$$N - a^3 = 15507 \quad (2)$$

ヲ得.

(第二段) 立方根ノ一ノ位ノ數字ヲ求ムルガ爲ニ

$$\sqrt[3]{N} = a + x$$

ト置クトキハ

$$(\sqrt[3]{N} = a + x) = (\sqrt[3]{N})^3 = (a + x)^3$$

$$N = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$$

$$\text{故ニ} \quad \frac{N - a^3}{3a^2} = x + \frac{x^2}{a} + \frac{x^3}{3a^2}$$

$$\text{サテ} \quad N - a^3 = 15507 \quad (2)$$

$$\text{ヲ} \quad 3a^2 = 4800 \quad (3)$$

ニテ割り、商ノ整数部分トシテ3ヲ得.

即チ

$$3 \dots \dots = a + \frac{x^2}{40} + \frac{x^3}{4800}$$

故ニ  $a$  ハ 4 ヨリモ小隨テ立方根ノ一ノ位ノ數字ハ 3 ヨリモ大ナラザルコトヲ知ル。

ヨリテ

$$b = 3$$

ト置キ,  $(a+b)^3$  即チ  $43^3$ ヲ求メ,之ヲ原數  $N$ ト比較センガ爲ニ,順次(4)ヨリ(7)マデノ數ヲ算出スルナリ。

即チ先ヅ(4)ヲ求メ,之ニ  $b=3$ ヲ掛ケテ(5)ヲ得,(3)ト(5)トヲ加ヘテ(6)ヲ得,(6)ニ  $b=3$ ヲ掛ケテ(7)ヲ得。即チ

$$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 15507 \quad (7)$$

ナリ。サテ此ノ數ハ丁度(2)即チ  $N - a^3 = 15507$

ト一致スルガ故ニ,

$$N - a^3 = 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{即チ } N = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$$

ヨリテ  $a+b=43$ ノ立方ハ原數  $N=79507$ ニ等シク,即チ求ムル立方根ハ 43ナリ。

(驗ヲ行ヘ)

【注意】 根ノ第二ノ數字ガ大キ過ギタルトキ(即チ(7)ガ(2)ヨリモ大ナルトキ)ニハ順次1ヅツ小キ數字ヲ用ヒテ試ムベシ。一般ニ,(2)ヲ(3)ニテ割リタル商ハ根ノ第二ノ數字トシテハ大キ過グルコト多シ。

【例二】 16220329ノ立方根ヲ求メヨ。

〔演算〕

		2 5 3
		16 220 329
	(1)	8
	(2)	8220
	(7)	7625
	(8)	595329
	(13)	569277
	(14)	26052

(4)	65	(3)	1200	
	5	(5)	325	
	5	(6)	1525	
		(9)	187500	
(10)	753	(11)	2259	
		(12)	189759	

Handwritten notes: 3倍, 2倍, 乗, 定

答 { 立方根ノ 整数部分 253  
開立ノ 殘 26052

		$\frac{a+b+c}{N}$			
	(1)	$a^3$			
	(2)	$N - a^3$			
(4)	$3a+b$	(3)	$3a^2$	(7)	$3a^2b + 3ab^2 + b^3$
		(5)	$(3a+b)b$	(8)	$N - (a+b)^3$
		(6)	$3a^2 + 3ab + b^2$	(13)	$3(a+b)^2c + 3(a+b)c^2 + c^3$
			$l^2$	(14)	$N - (a+b+c)^3$
		(9)	$3(a+b)^2$		
(10)	$3(a+b)+c$	(11)	$\{3(a+b)+c\}c$		
		(12)	$3(a+b)^2 + 3(a+b)c + c^2$		

【説明】 第一段,第二段ハ例一ト同ジヤウニシテ,立方根ノ百ノ位及ビ十ノ位ノ數字 ( $a = 200$ ,

b = 50)ヲ決定シ、(2)ヨリ(7)ヲ引キ

N - (a + b)^3 = 595329 (8)

ヲ得.

第三段ニ於テ、一ノ位ノ數字ヲ求ムルニハ、

N - (a + b)^3 (8)

ヲ 3(a + b)^3 (9)

ニテ割ルコトヲ要ス. 此ノ數(9)ハ既出ノ數(5)

(6)ト b^2 = 2500 トヲ加ヘ合ハセテ求メラル. サ

テ(8)ヲ(9)ニテ割リ、

c = 3

ナルコトヲ推察シ、

N - (a + b + c)^3

ヲ求ムルガ爲ニ、順次(10)ヨリ(13)マデノ數ヲ算出

スルコト、第二段ト同様ナリ. 但(10)ニ於テ

3(a + b)ヲ求ムルニハ、(4)即チ 3a + b = 2bヲ加フ

レバヨシ.

第二段ノ殘(8)ヨリ(13)ヲ引クトキハ、

N - (a + b + c)^3 = 26052 (14)

ヲ得.

以上ノ計算ニヨリテ、

16220329 - (253)^3 = 26052

ナルコトヲ知リ得タリ. 即チ『立方根ノ整數部  
分ハ 253』(開立ノ殘ハ 26052)ナリ.

[注意] ナホ進ミテ根ノ小數部分ヲモ求メント欲  
ハ、第四段ニ移リ、第三段ト同様ナル計算ヲナスベシ.  
此ノ演算ヲ繼續シテ、立方根ヲ如何程ニテモ精密ニ(小  
數點以下幾桁ニテモ)計算スルコトヲ得ベシ.

【例三】 0.0278 ノ立方根ヲ求メヨ(小數第五位マ  
デ).

[演算]

0. 3 0 2 9 3 (答)  
0.027|800|000|000|000|  
27  
270000  
1804 }  
271804 }  
2 }  
27361200  
81621 }  
9069 }  
27442821 }  
9 }  
2752452300  
90873 }  
272619 }  
2752724919 }  
800000  
543608  
256392000  
246985389  
9406611000  
8258174757  
1148436243

[説明] 一ノ位ヨリ(右へ)三桁目毎ニ區切ヲ附  
ケ、立方根ノ最高位ハ小數第一位ナルコトヲ知  
ル. 根ノ數字ヲ求ムル方法ハ例二ニ同ジ.

但第二段ノ殘 800 ヲ  $3 \times 30^2$  即チ 2700 ニテ割ルニ、商ハ 1 ニ達セズ。故ニ根ノ第二ノ數字ハ 0 ナリ。サテ 800 ノ右ニ 000 ヲ附ケ、2700 ノ右ニハ 00 ヲ附ケテ、根ノ第三ノ數字ヲ求ムベシ。根ノ第三ノ數字ハ 2 ナリ。故ニ 30 ノ 3 倍 90 ノ右ニ 2 ヲ書キ添ヘテ 902 ヲ得、是ニ 2 ヲ掛ケテ 1804 トナシ、以下前ノ例ニヨル。

【例四】  $\frac{2}{3}$  ノ立方根ヲ小數第三位マデ求メヨ。

【解一】  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{0.666666666\dots} = 0.873\dots$

【説明】 立方根ヲ小數第三位マデ計算スルニハ、 $\frac{2}{3}$  ノ小數部分ヲ其ノ三倍ノ桁數ダケ、即チ小數第九位マデ求ムルコトヲ要ス。

【解二】  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 3^2}{3 \times 3^2}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3} = \frac{2.620\dots}{3} = 0.873\dots$

【説明】 開平ノトキト同ジヤウニ、 $\frac{2}{3}$  ノ分母ト分子トニ  $3^3$  ヲ掛ケテ分母ガ立方ニナルヤウニシテ後、開キタルナリ。

【注意】 開平及ビ開立ハ、後ニ説明スル對數ヲ用フルトキハ甚ダ簡單ナリ(第十一編)。

### 問題 第九

次ノ數ノ立方根ヲ求メヨ。 [1-6]

(1) 3375      (2) 12167      (3) 112678587

(4)  $\sqrt[3]{0.8}$  (小數第三位マデ)

(5)  $\sqrt[3]{730}$  (小數第四位マデ)

(6)  $\sqrt[3]{\frac{2}{7}}$  (小數第三位マデ)

(7) 體積ガ 1 升 (64827 立方分) = 等シキ立方體ノ稜ノ長ヲ求メヨ(厘位未滿四捨五入)。

(8) 立方體ノ體積ヲ 2 倍スルニハ、其ノ稜ヲ幾倍ニスベキカ(小數第二位未滿四捨五入)。(1-スル)

### 88. 多項式ノ開平、開立。

多項式ノ開法ハ應用ノ機會極メテ稀ナリ。其ノ方法ハ數ノ開法ト同様ナリ。

【例一】  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$  ノ平方根ヲ求メヨ。

【演算】

$$\begin{array}{r} x^2 + x + 1 \text{ (平方根)} \\ \sqrt{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1} \\ \underline{x^4} \phantom{+ 2x^3} \phantom{+ 3x^2} \phantom{+ 2x} \phantom{+ 1} \\ 2x^3 + x \phantom{+ 1} \\ \underline{2x^3 + 3x^2} \phantom{+ 2x} \phantom{+ 1} \\ 2x^2 + 2x + 1 \\ \underline{2x^2 + 3x^2} \phantom{+ 2x} \phantom{+ 1} \\ 2x^2 + 2x + 1 \\ \underline{2x^2 + 2x + 1} \\ 0 \end{array}$$

○【例二】  $x^6 + 6x^5 + 18x^4 + 32x^3 + 36x^2 + 24x + 8$  ノ立方根

ヲ求メヨ.

【演算】

$3x^2 + 2x$	$3x^3$	$6x^3 + 4x^2$	$x^2 + 2x + 2$ (立方根)
$2x$		$3x^4 + 6x^3 + 4x^2$	$x^6 + 6x^5 + 18x^4 + 32x^3 + 36x^2 + 24x + 8$
$2x$		$4x^2$	$3x^3$
$3x^2 + 6x + 2$		$3x^4 + 12x^3 + 12x^2$	$6x^5 + 18x^4 + 32x^3$
		$6x^2 + 12x + 4$	$6x^5 + 12x^4 + 8x^3$
		$3x^4 + 12x^3 + 18x^2 + 12x + 4$	$6x^4 + 24x^3 + 36x^2 + 24x + 8$
			$6x^4 + 24x^3 + 36x^2 + 24x + 8$

【例題】

1. 次ノ式ノ平方根ヲ求メヨ.

(1)  $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$     (2)  $4x^4 - 4x^3 + 9x^2 - 4x + 4$

2. 次ノ式ノ立方根ヲ求メヨ.

$x^6 - 3x^5 + 6x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 3x + 1$

## 第二章 根數及ビ根式

### 89. 不盡根數及ビ根式.

整數ノ平方ハ勿論整數ニシテ、又分數ノ平方ハ (之ヲ既約分數トスレバ) 分母モ分子モ共ニ或整數ノ平方ニ等シ. 例ヘバ

$$\left(\frac{8}{15}\right)^2 = \frac{8^2}{15^2} = \frac{64}{225}$$

カヤウニ

或整數又ハ分數ノ平方ニ等シキ數ヲ完全ナル平方トイフ.

立方又ハ高次ノ冪ノ場合モ之ニ準ズ.

$\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{5}$  ノ如ク、開キ切レザル冪根ヲ不盡根數トイフ.

不盡根數ハ小數トシテ精密ニ表スコトヲ得ズ. サレド、如何程ニテモ望ミ通り之ニ近キ小數ヲ求ムルコトヲ得ベシ. 例ヘバ、

$$\sqrt{2} = 1.414213\dots, \quad \sqrt[3]{5} = 1.709975\dots$$

此等ノ小數ノ第六位未滿ヲ切捨テタル

$$1.414213, \quad 1.709975$$

ハ  $\sqrt{2}$  又ハ  $\sqrt[3]{5}$  ニ等シカラズ. サレド、其ノ誤差ハイヅレモ 0.000001 即チ百萬分ノ一ヨリモ小ナリ. カヤウノ數ヲ不盡根數ノ近似値トイフ.

不盡根數ニ四則ヲ施スニハ、其ノ近似値ニ同一ノ算法ヲ施スベシ. 採リタル近似値ガ愈精密ナルニ隨ヒテ、結果モ亦愈精密トナル.

例ヘバ  $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$  ヲ求メントスルニ、ニツノ根數ヲ小數第四位マデ採リテ加フルトキハ、3.1241ヲ得、又小數第六位マデ採リテ加フルトキハ、



3.124188ヲ得. 此等ハイヅレモ  $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$  ノ近似  
 値ニシテ, 後者ハ前者ヨリモ一層精密ナリ.

[注意]  $\sqrt{2} + \sqrt[3]{5}$  ノ近似値 3.124188 ハ眞ノ値ヨリモ  
 小ニシテ, 誤差ハ小數第六位ノ 2 ニハ達セズ, サレド小  
 數第六位ノ 1 ヨリ大ナルカモ知レズ.

又  $\sqrt[3]{5} - \sqrt{2}$  ノ近似値トシテ

$$1.709975 - 1.414213 = 0.295762$$

ヲ探ルトキハ, 誤差ハ小數第六位ノ 1 ニ達セズ, サレド  
 此ノ近似値ハ眞ノ値ヨリモ大ナルカ又ハ小ナルカ明  
 ナラズ.

$\sqrt{a}$ ,  $\sqrt{a^2+b^2}$ ,  $\sqrt[3]{a^2-ab+b^2}$  ノ如ク, 根號ノ下

ニ文字ヲ含メル式ヲ根式トイフ.

根式ノ數値ハ必ズシモ不盡根數ニアラズ. 例

ハ  $a=3, b=4$  ナルトキハ  $\sqrt{a^2+b^2}$  ノ數値ハ  $\sqrt{9+16}$

即チ 5 = 等シ.

又  $2x^2-4x+2$  ハ  $2(x-1)^2$  = 等シク, 隨テ其ノ平方根  
 士  $\sqrt{2}(x-1)$  ハ  $x$  ニツキテノ整式ナリ. 故ニ原式

ヲ ( $x$  ニツキテノ) 完全ナル平方トイフ. 一般ニ  $n$   
 乗冪ノ場合モ之ニ準ズ.

次ニ 1 ヨリ 99 マデノ整數ノ平方根及ビ立方根  
 (小數第三位未滿四捨五入) ノ表ヲ掲グ.

x	$\sqrt{x}$	$\sqrt[3]{x}$	x	$\sqrt{x}$	$\sqrt[3]{x}$	x	$\sqrt{x}$	$\sqrt[3]{x}$
1	1.000	1.000	34	5.831	3.240	67	8.185	4.062
2	1.414	1.260	35	5.916	3.271	68	8.246	4.082
3	1.732	1.442	36	6.000	3.302	69	8.307	4.102
4	2.000	1.587	37	6.083	3.332	70	8.367	4.121
5	2.236	1.710	38	6.164	3.362	71	8.426	4.141
6	2.449	1.817	39	6.245	3.391	72	8.485	4.160
7	2.646	1.913	40	6.325	3.420	73	8.544	4.179
8	2.828	2.000	41	6.403	3.448	74	8.602	4.198
9	3.000	2.080	42	6.481	3.476	75	8.660	4.217
10	3.162	2.154	43	6.557	3.503	76	8.718	4.236
11	3.317	2.224	44	6.633	3.530	77	8.775	4.254
12	3.464	2.289	45	6.708	3.557	78	8.832	4.273
13	3.606	2.351	46	6.782	3.583	79	8.888	4.291
14	3.742	2.410	47	6.856	3.609	80	8.944	4.309
15	3.873	2.466	48	6.928	3.634	81	9.000	4.327
16	4.000	2.520	49	7.000	3.659	82	9.055	4.344
17	4.123	2.571	50	7.071	3.684	83	9.110	4.362
18	4.243	2.621	51	7.141	3.708	84	9.165	4.380
19	4.359	2.668	52	7.211	3.733	85	9.220	4.397
20	4.472	2.714	53	7.280	3.756	86	9.274	4.414
21	4.583	2.759	54	7.348	3.780	87	9.327	4.431
22	4.690	2.802	55	7.416	3.803	88	9.381	4.448
23	4.796	2.844	56	7.483	3.826	89	9.434	4.465
24	4.899	2.884	57	7.550	3.849	90	9.487	4.481
25	5.000	2.924	58	7.616	3.871	91	9.539	4.498
26	5.099	2.962	59	7.681	3.893	92	9.592	4.514
27	5.196	3.000	60	7.746	3.915	93	9.644	4.531
28	5.292	3.037	61	7.810	3.936	94	9.695	4.547
29	5.385	3.073	62	7.874	3.958	95	9.747	4.563
30	5.477	3.107	63	7.937	3.979	96	9.798	4.579
31	5.568	3.141	64	8.000	4.000	97	9.849	4.595
32	5.657	3.175	65	8.062	4.021	98	9.899	4.610
33	5.745	3.208	66	8.124	4.041	99	9.950	4.626

## 90. 根數及ビ根式ノ變形.

(第一) 根式又ハ根數ハ根號ノ中ヨリ開キ切レル因數ヲ出シテ之ヲ簡單ニスルコトヲ得.

$$【例一】^* \sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

$$【例二】 \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$【例三】 \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{2^3 \times 6} = 2\sqrt[3]{6}$$

(第二) 根號ノ下ニ分數ヲ含メル根式ヲ變形シテ分母ガ根號ヲ含マヌヤウニスルコトヲ得.

$$【例四】 \sqrt{\frac{3}{37}} = \sqrt{\frac{3 \times 37}{37^2}} = \frac{\sqrt{111}}{37}$$

$$【例五】 \sqrt{\frac{5}{12}} = \sqrt{\frac{5}{3 \times 2^2}} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$【例六】 \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 3^2}{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3}$$

[注意] 分數ノ平方根又ハ立方根ヲ計算スルニ例四乃至例六ニ示セル變形ヲ應用スルコトヲ得ベシ.

(第三) 根式ノ係數ヲ根號ノ中ニ組ミ入ルルコトヲ得.

$$【例七】 a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$$

$$【例八】 2\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{48}$$

\*  $a, b$  ハイヅレモ正數ナリトス. 以下之ニ倣フ(第82頁注意一参照).

△(第四) ニツ以上ノ根式ヲ同一ノ根指數ヲ有スル根式ニ直スコトヲ得.

$$【例九】 \sqrt{5} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{125}$$

$$\sqrt[3]{12} = \sqrt[6]{12^2} = \sqrt[6]{144}$$

[注意] 是ニヨリテ上ノニツノ根數ノ大小ヲ比較スルコトヲ得. 即チ  $125 < 144$  ナルニヨリ.

$$\sqrt{5} < \sqrt[3]{12}$$

【例題】

1. 次ノ式ノ根號ノ下ヲ簡單ニセヨ.

$$(1) \sqrt{16a} \quad (2) \sqrt{8a^3x^2} \quad (3) \sqrt[3]{54a^4b}$$

$$(4) \sqrt{75} \quad (5) \sqrt{80} \quad (6) \sqrt{3.75}$$

$$(7) \sqrt{\frac{125}{32}} \quad (8) \sqrt{3\frac{5}{9}} \quad (9) \sqrt[3]{0.048}$$

2. 次ノ式ヲ分母ガ根號ヲ含マヌ形ニ改メヨ.

$$(1) \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (2) \sqrt{\frac{x}{ab}} \quad (3) \sqrt{\frac{68}{75}}$$

3. 次ノ各組ノ數ノ大小ヲ比較セヨ.

$$(1) 3\sqrt{5}, 4\sqrt{3} \quad (2) 2\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{20}$$

4. 次ノ式ヲ小數第三位マデ計算セヨ.\*

$$(1) \sqrt{\frac{17}{25}} \quad (2) \sqrt{\frac{7}{8}} \quad (3) \frac{6\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}$$

\* 227頁ノ表ヲ用ヒヨ. 以下之ニ倣フ.

## 91. 同類根數ノ加法及ビ減法.

例へバ

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}, \quad \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

ノ如ク,

同一ノ不盡根數ト整數又ハ分數トノ積ナル數ヲ同類根數トイフ.

同類根數ノ加法減法ハ次ノ例ニヨルベシ.

$$\text{【例一】 } \sqrt{18} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (3+5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

[注意]  $\sqrt{18} + \sqrt{50}$ ノ如キ和ヲ計算スルトキ、ニツノ根數ヲ別別ニ計算シテ後ニ加フルヨリモ、先ヅ上ノ如ク變形シテ後計算スル方遙ニ便利ナリ.

$$\begin{aligned} \text{【例二】 } 2\sqrt[3]{4} + 5\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{108} \\ = 2\sqrt[3]{4} + 10\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{4} = 9\sqrt[3]{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } \frac{5}{\sqrt{18}} - \frac{3}{\sqrt{8}} &= \frac{5\sqrt{18}}{18} - \frac{3\sqrt{8}}{8} \\ &= \frac{5 \times 3\sqrt{2}}{18} - \frac{3 \times 2\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{2}}{4} \\ &= \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right)\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{12} \end{aligned}$$

## 【例題】

1. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$(1) \sqrt{12} + \sqrt{75} \quad (2) \sqrt{63a} + \sqrt{28a} - \sqrt{112a}$$

$$(3) \sqrt{20} - \sqrt{3\frac{1}{5}} - \sqrt{7\frac{1}{5}}$$

$$(4) 3\sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{96} + 5\sqrt[3]{36 \times 9}$$

2. 次ノ數ヲ小數第三位マデ計算セヨ.

$$(1) \sqrt{490} + 4\sqrt{40} - 4\sqrt{90} \quad (2) \sqrt{96} - \frac{73}{\sqrt{96}}$$

## 92. 根數及ビ根式ノ乘法及ビ除法.

$$\text{【例一】 } 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 10\sqrt{12} = 20\sqrt{3}$$

$$\text{【例二】 } \sqrt[3]{2} \times \sqrt{3} = \sqrt[6]{2^2} \times \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{108}$$

$$\begin{aligned} \text{【例三】 } (1 + \sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) \\ = 3 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 4 = \sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{【例四】 } \frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{15}\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{90}}{3} = \sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} \text{【例五】 } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{\sqrt{12} + 2}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{3} + 2}{4} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【例六】 } \frac{c+d\sqrt{m}}{a+b\sqrt{m}} &= \frac{(c+d\sqrt{m})(a-b\sqrt{m})}{(a+b\sqrt{m})(a-b\sqrt{m})} \\ &= \frac{(ac-bdm)+(ad-bc)\sqrt{m}}{a^2-b^2m} \end{aligned}$$

【注意】例四乃至例六ニ示セルガ如ク、分母ガ根數ヲ含メル分數ハ、分母及ビ分子ノ双方ニ適當ナル數ヲ掛ケテ分母ニ根號ノナキ形ニ改ムルコトヲ得。カヤウニスルコトヲ分母ヲ有理化ストイフ。複雑ナル根數ノ計算ニテハ、必ズ先ヅカヤウニ變形シテ後、開法ヲ行フベシ。

## 【例題】

1. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

- (1)  $\sqrt{6} \times \sqrt{24}$  (2)  $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2}$   
 (3)  $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$  (4)  $(8+\sqrt{5})(2\sqrt{5}-3)$   
 (5)  $(1+\sqrt{7}+\sqrt{8})(1+\sqrt{7}-\sqrt{8})$   
 (6)  $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$

2. 次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ。

- (1)  $\frac{\sqrt{40}}{3\sqrt{5}}$  (2)  $\frac{4\sqrt[3]{7}}{5\sqrt[3]{2}}$   
 (3)  $\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  (4)  $\frac{a-b\sqrt{d}}{a+b\sqrt{d}}$   
 (5)  $\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

3. 次ノ數ヲ小數第三位マデ計算セヨ。

- (1)  $\frac{3}{\sqrt{10}}$  (2)  $\sqrt{10} \times \sqrt{14}$  (3)  $\frac{25}{3\sqrt{11}-7}$

## 問題 第十

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。 [1-8]

- (1)  $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2$  (2)  $(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})^2$   
 (3)  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^4 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^4$   
 (4)  $\sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{x}{a}} \times \sqrt{\frac{b}{x}}$   
 (5)  $\sqrt{4a+4b} \sqrt{ax^2+bx^2}$   
 (6)  $(x-\sqrt{2x}+1)(x+\sqrt{2x}+1)$   
 (7)  $(a+\sqrt{ab}+b)(\sqrt{a}-\sqrt{b})$   
 (8)  $(\sqrt{15}-\sqrt{3})(\sqrt{12}+\sqrt{60})$

次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ。 [9-12]

- (9)  $\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$  (10)  $\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$   
 (11)  $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$  (12)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

次ノ式ヲ小數第三位マデ計算セヨ。 [13-14]

- (13)  $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$  (14)  $\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}}$

次ノ一次方程式ヲ解キ根ヲ小數第三位マデ求

メヨ. [15-16]

$$(15) (7x-5)\sqrt{6} = (5x-7)\sqrt{3}$$

$$(16) 3\sqrt{10}(x-1) = 4(x+1)$$

### 雜題 V

(1)  $2s = a+b+c$ ナルトキ、次ノ等式ノ正シキコトヲ示セ.

$$(1) s^2 + (s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$(2) s(s-b)(s-c) + s(s-c)(s-a)$$

$$+ s(s-a)(s-b) - (s-a)(s-b)(s-c) = abc$$

次ノ等式ノ正シキコトヲ示セ. [2-4]

$$(2) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0$$

$$(3) \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} = 0$$

$$(4) \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} = 1$$

(5) 次ノ式ガ恒等式トナルヤウニ數字係數  $a, b, c$ ヲ定メヨ.

$$x^2 - 6x - 15 = ax(x+1) + b(x-1)(x+1) + c(x-3)(x+2)$$

[注意] 右邊ヲ展開シテ  $x$ ノ降冪ニ排列シ、左右兩邊ニ於ケル  $x^2$ ノ係數、 $x$ ノ係數及ビ  $x$ ヲ含マヌ項ヲ別別ニ相等シト置キテ  $a, b, c$ ヲ求ムベシ。カヤウニシテ未知ノ係數ヲ求ムル方法ヲ未定係數ノ法トイフ

(6)  $p, q$ ガ如何ナル値ヲ有スルトキ、次ノ式ハ完全ナ

ナレ平法式トナル  $4x^4 - 12x^3 + px^2 - 24x + q$

[注意] 平方根ノ初メノ二項ハ  $2x^2 - 3x$  ナルニヨリ, 上ノ式ヲ  $(2x^2 - 3x + m)^2 =$  等シト置キテ, 未定係數ノ法ヲ用ヒヨ.

(7)  $m$  が如何ナル値ヲ有スルトキ, 次ノ式ヲ  $x, y$  ニツキテノ二ツノ一次因數ニ分解スルコトヲ得ルカ.

$$x^2 - 5xy + 6y^2 - x + y + m$$

(8)  $x^2 + \frac{b}{a}x$  ニ如何ナル數ヲ加フルトキハ, 此ノ式ガ  $x$  ニツキテノ一次式ノ平方トナルカ.

(9)  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^3 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^3$  ヲ簡單ニセヨ

(10)  $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}, z = 2\sqrt{6}$  ナルトキ, 下式ノ値ヲ計算セヨ. (小數第三位未滿四捨五入).

$$x^2 + y^2 + z^2 + yz - zx - xy$$

(11)  $x = 1 + \sqrt{3}$  ナルトキ, 次ノ式ノ値ヲ求メヨ.

$$x^3 - x^2 + x - 1$$

(12)  $a = 1 + \sqrt{5}, b = 1 - \sqrt{5}$  ナルトキハ,

$$4(a^n - b^n)^2 + (a^{n+1} - b^{n+1})^2 = 2\sqrt{5}(a^{2n+1} - b^{2n+1})$$

ナルコトヲ證明セヨ.

(13)  $x = y + z = \sqrt[3]{4}$  ナルトキ,

$$x^3 + 2(y^3 + z^3) + 6xyz$$

ノ値ヲ求メヨ.

(14)  $\sqrt[3]{13}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{3}$  ヲ大小ノ順ニ並べヨ.

(15)  $a, b$  が正數,  $n$  ハ正ノ整數ニシテ,  $a < b$  ナルトキハ,  
 $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$  ト  $\sqrt[n+1]{\frac{a}{b}}$  トハイツレが大ナルカ

次ノ式ヲ簡單ニセヨ [16-18]

$$(16) (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})(2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{6})$$

$$(17) \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$(18) \frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{-1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$+ \frac{1}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

(19)  $p\sqrt{5} + q = q\sqrt{5} - p = 6$  ナルトキ,  $p, q$  ノ値如何.

(20) 正方形  $ABCD$  ノ邊  $AD$  ノ中點ヲ  $E$  トシ,  $EA$  ノ延長ノ上ニ  $EB =$  等シク  $EF$  ヲ取り,  $AF$  ノ上ニ正方形  $AFGH$  ヲ作ルトキ,  $AB$  ノ長サヲ  $a$  トシ,  $AH, HB$  ノ長サヲ求メ,

$$\overline{AH}^2 = AB \cdot HB$$

ナルコトヲ示セ.

## 附 録

## 補充雜題 上

(1)  $x = a - (b - c)$ ,  $y = b - (c - a)$ ,  $z = c - (a - b)$  ナルトキ、次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$3x - \{3y - (z - 2y) - 4z\} - \{2x - 4y - (2y - z) + 3z\}$$

(2)  $x = mn$ ,  $y = \frac{m^2 - n^2}{2}$ ,  $z = \frac{m^2 + n^2}{2}$

ナルトキハ、

$$x^2 + y^2 = z^2$$

ナルコトヲ示セ。

(3) 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$(x+2)(x-3) - (2-x)(x+3) = (7-2x)(5-x)$$

(4) 或山ヲ上下スルニ5時20分ヲ費シタリ。毎時上リハ2軒、下リハ6軒ノ速サニテ歩キタリトスレバ、山路ノ道程幾許ナルカ。

(5) 6圓ニテ雜記帳15冊ヲ買ハントスルニ、9冊ヲ大形ノモノ、其ノ他ヲ小形ノモノニスルニハ、15錢不足ナリ。ヨリテ7冊ヲ大形ノモノ、其ノ他ヲ小形ノモノトシタルニ、5錢餘レリトイフ。一冊ノ價大形小形各、幾許ナルカ。

X (6)  $a = mb$  ナルトキ、次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$m(a^3 - mb^3) + ab(a - m^3b)$$

(7)  $x+y+z=0$  ナルトキハ、

$$x^2-yz = y^2-zx = z^2-xy$$

ナルコトヲ示セ。

(8) 米 150 俵、麥 75 俵ヲ 2400 圓ニテ買入レ、之ヲ 2616 圓ニテ賣リ、米ハ 8 分、麥ハ 1 割 2 分ノ利益ヲ得タリトイフ一俵ノ賣價各、幾許ナルカ。

(9) 列車ノ通ルヲ見タルニ、線路ニ沿ウテ立テル一電柱ヲ全ク通過スルニ 4 秒ヲ費シ、又長サ 528 呎ノ鐵橋ヲ全ク通過スルニ 20 秒ヲ要セリ。列車ノ長サ、及ビ一時間ニ走ル哩數ヲ求メヨ。但 1 哩ハ 5280 呎ナリ。

(10) 250 ヲ四部ニ分チ、甲ニ 4 ヲ加ヘテモ、乙ヨリ 4 ヲ引キテモ、丙ヲ 4 倍シテモ、丁ヲ 4 分シテモ同ジ數ヲ得ルヤウニセヨ。

X (11) 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{3} - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} = \frac{x}{5} - \frac{1}{5} - \frac{x}{6} + \frac{1}{6}$$

X (12) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$77x - 84y = 135, \quad 56x + 108y = 205$$

(13)  $2x = a+b$  ナルトキ、次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(a-x)^2 + 2x^2 + (x-b)^2$$

(14) 次ノ二ツノ方程式ガ共通ノ根ヲ有スルトキ、 $k$ ノ

値如何。

$$7x + \frac{5k+9x}{11} = 17$$

$$9x + \frac{11k+9x}{17} = 2$$

(15) 或地ニ行クニ、半分ハ馬車ニ乘リテ毎時 8 軒ヲ走リ、半分ハ徒歩ニテ毎時 4 軒ヲ行キタリ。若シ全距離ヲ毎時 6 軒ヲ走ル人力車ニ乘リテ行キタランニハ、25 分早ク著クコトヲ得タルベシトイフ。此ノ里程幾許ナルカ。

(16) 次ノ等式ノ正シキコトヲ示セ。

$$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc = \left(a - \frac{b+c}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{b-c}{2}\right)^2$$

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。 [17-18]

X (17)  $a^2 - 2a - b^2 + 1$

X (18)  $2x^3 - x^2 + 8x - 4$

(19)  $x = 2a-3, y = 3a-4, z = 2a+2$  ナルトキ

$$x(y-z) + y(z-x)$$

ノ値ヲ求メヨ。

(20) (或數ト其ノ平方トノ和ノ半分ノ平方ヨリ) 其ノ數ト其ノ平方トノ差ノ半分ノ平方ヲ引クトキハ、殘ハ原數ノ立方ニ等シキコトヲ示セ。

Handwritten notes and calculations in the bottom right corner, including a vertical list of numbers: 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18.



次ノ方程式ヲ解ケ. [21-22]

$$(21) \frac{x}{a+c} + \frac{y}{b+c} = \frac{x}{a-c} + \frac{y}{b-c} = 1$$

$$(22) 4 + \frac{2}{3 - \frac{1}{3-x}} = 5$$

(23)  $x$  = 如何ナル値ヲ與フルトキ,  $(2-x)(x-5)$  ノ値ガ 正ナルカ.

(24)  $m$  ガ如何ナル値ヲ有スルトキ, 次ノ聯立方程式ヲ満足セシムル  $x$  及ビ  $y$  ノ値ノ和ガ 2 = 等シキカ.

$$2x+3y = m, \quad 3x+5y = m+2$$

(25) 大人ト子供ト合ハセテ 80 人 = 若干個ノ餅ヲ分配スルニ, 大人ニハ一人 = 3 個ヅツ與フルコトトスレバ, 子供ニハ三人 = 1 個ヅツシテモ 5 個不足ナリ. 若シ大人ニハ一人 = 2 個ヅツスレバ, 子供ニハ二人 = 1 個ヅツシテモ 5 個餘ルトイフ. 餅ノ數ヲ求メヨ.

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ. [26-27]

$$(26) x^2 - 2x^2 + x^2 - 1$$

$$(27) (x^2-1)(x+2) - (x^2+2x)(x+1)$$

(28) 次ノ積ヲ展開セヨ.

$$(x^3-x^2+2x+1)(x^3+x^2+2x-1)$$

(29) 次ノ方程式ガ  $x=2, y=3$  又ハ  $x=3, y=4$  ナルトキ

満足セシメラルトスレバ  $p, q$  ノ値如何.

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

(30) 九時ト十時トノ間ニテ, 時計ノ二ツノ針ノ間ノ角ガ 10 分後ニ於ケル角ト等シキ時刻ヲ求メヨ.

次ノ方程式ヲ解ケ. [31-32]

$$(31) \frac{x-8}{x-10} + \frac{x-4}{x-6} = \frac{x-5}{x-7} + \frac{x-7}{x-9}$$

[注意] 先ヅ各分數ヨリ 1 ヲ引ケ.

$$(32) x+y+z = \frac{a+b+c}{2}$$

$$x+a = y+b = z+c$$

(33) 公式ヲ用ヒテ,  $2x^2+8, x+2, 3x-6$  ノ積ヲ求メヨ.

(34)  $x, y, z$  ハ正數ニシテ,

$$y^2+yz+z^2 = z^2+zx+x^2 = x^2+xy+y^2$$

ナルトキハ,  $x=y=z$  ナルコト示セ.

(35) 四ツノ數アリ, 其ノ中一ツヅツヲ除キタル餘リノ三ツノ和ハ, 204, 198, 193, 188 ナリ. 此等四ツノ數ヲ求メヨ.

(36) 次ノ等式ノ正シキコトヲ示セ.

$$(a+b+c)(bc+ca+ab) - abc = (a+b)(a+c)(b+c)$$

(37) 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

$$a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc$$

(38) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{x^2+x-2}{x+2} + \frac{x^2-25}{x+5} - \frac{x^2-8x+16}{x-4}$$

(39)  $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc$  ヲ  $a-b-c$  ニテ割レ.

(40) 或列車ガ竝行セル線路ヲ反對ノ向ニ走レル電車ト全ク行キ違フニ6秒ヲ要シ、又同ジ向ニ走レル電車ヲ全ク追ヒ越スニ54秒ヲ要セリ。電車ノ長サハイヅレモ10ヤ1ド、其ノ速サハ毎時20哩トスレバ、列車ノ長サ及ビ速サ如何。但一哩ハ1760ヤ1ドナリ。

(41) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$\frac{5x-64}{x-13} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{4x-55}{x-14} + \frac{2x-11}{x-6}$$

(42) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{x}{b-1} + \frac{y}{a-1} = \frac{a-b}{7}, \quad \frac{x}{a+1} - \frac{y}{b+1} = a+b-2$$

(43) 次ノ積ヲ展開シテ  $x$  ノ昇冪ニ排列スルトキ、其ノ最初ノ四項如何.

$$(1-2x+3x^2+x^3)(1+3x^2-x^3+2x^4)$$

(44)  $A = a+b+c, \quad B = a-(b+c),$

$$C = a+b-c, \quad D = a-(b-c)$$

ナルトキ、 $(A^2-B^2)(C^2-D^2)$  ノ値ヲ求メヨ.

(45) 800米ノ競走ニテ、乙ハ甲ニ4秒負ケタリ。若シ甲ヲ20米ダケ後方ヨリ断ケ出サシメシナラバ、丁度同時ニ決勝線ニ達セシナラントイフ。一分間ノ平均速度各、幾許ナルカ。

(46) 次ノ式ノ最大公約數ヲ求メヨ.

$$3x^3 - 13x^2 + 23x - 21$$

$$6x^2 + x^2 - 44x + 21$$

次ノ式ヲ因数ニ分解セヨ. [47-48]

$$(47) (x-2a)^2 - 2(x-2a+2) - 4$$

$$(48) 4a^2 - (1+a^2-x^2)^2$$

(49) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$(b-c)(x-a) + (c-a)(x-b) + (a-b)(x-c) = d$$

(50) 東京ヨリ下關ニ至ル鐵道幹線ノ哩程ヲ見ルニ、東京名古屋間ハ全距離ノ  $\frac{9}{28}$  ヨリモ8.7哩長ク、名古屋大阪間ノ2倍ヨリモ2.6哩短シ。又大阪ハ東京下關ノ中央ヨリ1.8哩ダケ下關ニ近シ。東京名古屋間、名古屋大阪間、大阪下關間ノ哩程各、幾許ナルカ。

(51) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{(ac+bd)^2 - (ad+bc)^2}{(a-b)(c-d)} - \frac{(ac+bd)^2 + (ad+bc)^2}{(a+b)(c+d)}$$

可  
約  
最  
大

(52) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{c+a} + \frac{x-c}{a+b} = \frac{3x}{a+b+c}$$

(53)  $\frac{3x}{y} \left( 2 + \frac{3x}{y} \right) + \frac{y}{x} \left( 1 + \frac{y}{4x} \right) + 4.$

ハ完全ナル平方式ナルコトヲ示セ.

(54) 三人ノ所持金合ハセテ16圓ニシテ,甲ノ所持金ノ2倍ヨリ3圓ヲ取り去ルモ,又ハ乙ノ所持金ノ3倍ヨリ4圓ヲ取り去ルモ,又ハ丙ノ所持金ノ4倍ヨリ5圓ヲ取り去ルモ,同ジ金高トナルトイフ. 所持金各,幾許ナルカ.

(55) 二桁ノ整數アリ. 其ノ數字ヲ轉換シテ書キ表セル數ハ原數ノ3倍ヨリモ2ダケ少ク,又二ツノ數字ノ差ハ6ニ等シトイフ. 此ノ整數ヲ求メヨ.

(56)  $x+y=a, x-y=b$  ナルトキ,

$$x^2 + x^2y^2 + y^2$$

ノ値ヲ求メヨ.

(57) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$\frac{x+y+1}{y-x+3} = \frac{5(x+2y-1)-(x+6y)}{4y+3-4(x-2)}$$

$$\frac{2y+1}{y+1} = \frac{2z+3}{z+2}, (3x-8)(z+1) = (x-2)(3z+1)$$

X (58) 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

$$12(x^2-ab) - x(16a-9b)$$

$\frac{y}{x+1.5} = \frac{y}{2} - \frac{3}{50}$   
補 = 充 雜 題 (3)

(59) 或地ヘ行クニ若干時間ヲ費セリ. 若シ速サヲ毎時1.5 軒増サバ1時36分ダケ早く到着シタルベク,又速サヲ毎時1.5 軒ヅツ減ズレバ,1時間長クカカリテ漸ク7.5 軒手前ノ處ニ達シ得ベシトイフ. 距離ヲ求メヨ.

(60) 商人アリ. 二種ノ商品ノ中,甲ニテハ5割,乙ニテハ3割ノ利益ヲ見込ミテ賣價ヲ定メ,合計1050圓ノ利益ヲ得ル豫定ナリシガ,物價下落ノ爲ニ,甲ハ賣價ノ3割引,乙ハ同2割引ニテ賣拂ヒタリ. サレド,ナホ120圓ノ利益ヲ残シタリトイフ. 兩種ノ商品ノ原價ハ各,幾許ナリシカ.

(61)  $x$ ニツキテノ一次式アリ.  $x=33$  ナルトキハ其ノ値51.85, 又  $x=34$  ナルトキハ其ノ値53.15ナリ.  $x=33.7$  ナルトキ,此ノ一次式ノ値如何.

(62) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$x+y+z+w = 14, 2(x-z+1) = w-y,$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} + \frac{w}{2} = 4, 2(z+w) = 19-3x+y$$

(63)  $y = \frac{x-17}{26}, x = \frac{17-y}{14}$  ナルトキ,  $\frac{x+y}{x-y}$  ノ値ヲ求

メヨ.

(64) 或商人石炭200噸ヲ一噸20圓ノ割ニテ賣込ミ,某日マデニ引渡ス契約ヲ結ビ,其ノ日マデニ,豫テ一噸15圓

ニテ買入レタル石炭ガ到着スベキ見込ナリシニ、期日ニ至リテ所要ノ噸數ダケ到着セザリシニヨリ、止ムヲ得ズ、不足ノ分ヲ一噸22圓ニテ買入レテ契約ヲ履行セリ。其ノ爲ニ此ノ商人ノ利益ハ豫定ノ2割8分ダケ減ゼリトイフ。不足ノ石炭ハ幾噸ナリシカ。

(65) 甲乙二人射的ヲナセルニ、乙ノ發射數ハ甲ノ2倍ニシテ、又總數ニ於テ命中ノ數ハ不命中ノ數ノ2倍ナリ。乙ハ甲ヨリモ4發多ク命中シタレド、甲ト同ジ成績ヲ得ルニハ尙6發ダケ多ク命中スルコトヲ要ストイフ。各ノ發射數幾許ナルカ。

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。 [66-67]

$$(66) \quad 4(a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd) - (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)^2$$

$$(67) \quad 4a^2(x^3 + 18ab^2) - (32a^2 + 9b^2x^3)$$

(68) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\frac{x + 4\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} - 20} \div \frac{1}{1 - \frac{5}{\sqrt{x}}}$$

(69) 甲地ヨリ乙地マデ40軒ノ中、初メ10軒ハ平地ニテ、次ノ16軒ハ上リ、其ノ残ハ平地ナリ。甲ヨリ乙マデヲ4時間ニ走リタル自轉車乗ガ、出發ヨリ2時間ノ後ニ甲乙ノ中央ヨリ $\frac{2}{3}$ 軒ノ距離ニアリタリトイフ。平地及ビ坂路ヲ走ル速サ毎時幾許ナルカ。

(70) 甲乙二人アリ。甲ハ所持金4萬圓ト他ヨリ借入レタル金1萬5千圓トヲ出シ、乙ハ所持金2萬5千圓ト借入金2萬圓トヲ出シテ共ニ商業ヲ營ミ、一ケ年ノ後、利益ヲ出資ノ高ニ應ジテ分配シタルニ、甲ハ借入金ノ利子ヲ差引キテ尙9950圓残り、乙ハ借入金ノ利子ヲ差引キテ7400圓殘レリ。又乙ノ借入金ノ利率ハ甲ノヨリモ年1分ダケ高カリシトイフ。資金100圓ニツキ利益配當幾許ナリシカ。

(71) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$\frac{\frac{1}{x^3} \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{y^3} \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{z^3} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)}{\frac{1}{x} \left( \frac{1}{y^2} - \frac{1}{z^2} \right) + \frac{1}{y} \left( \frac{1}{z^2} - \frac{1}{x^2} \right) + \frac{1}{z} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right)}$$

(72) 次ノ三ツノ方程式ヲ同時ニ満足セシムル $x, y$ 値アルカ。

$$2x - 3y = 44 - 5k$$

$$3x + 9y = 47 + 4k$$

$$x + 2y = 15 + k$$

(73)  $x = \sqrt{\frac{a+1}{a-1}}$  ナルトキ、 $\left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2$  ヲ簡單ニセヨ。

(74) 各、一樣ノ速サニテ運動スル二ツノ點ガ一定ノ距

離ヲ通過スルニ要スル時間ノ差ハ、其ノ二ツノ點ノ速サヲ双方共ニ同ジク増ストキニ、増大スルカ、又ハ減少スルカ。

(75) A列車ハ午前7時15分、B列車ハ午前8時30分ニ甲驛ヲ發シテ乙驛ニ向ヒ、Aハ午前10時35分ニ、Bハ午前11時25分ニ、前方ヨリ來レルC列車ニ出會ヘリ。A、Bノ速サガ毎時ソレゾレ20哩、18哩ナルトキハ、CガA及ビBヨリ相等シキ距離ニアリシハ何時ナリシカ。

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。 [76-77]

$$(76) 4x^4 + 1$$

$$(77) 4x^4 - 4x^2 + 4x - 1$$

(78) 分母及ビ分子ガ $x$ ノ一次式ナル分數式アリ。  
 $x=3, x=8, x=18$ ナルトキ、其ノ値ガソレゾレ $\frac{1}{3}, \frac{4}{7}, \frac{2}{8}$ ナリ。此ノ分數式ヲ求メヨ。

(79) 或人停車場へ出迎ノ馬車ニテ歸宅スル豫定ナリシガ、汽車ガ15分延著シ、又馬車モ來テ居ラザリシ故、徒歩ニテ歸途ニ就キタルニ、家ヨリ10軒手前ノ處ニテ出迎ノ馬車ニ出會ヒ、ソレニ乘リテ豫定ヨリモ40分遅ク歸宅セリ。馬車ハ1.5時間後ニ到着スル次ノ列車ニ丁度間ニ合フヤウニ出迎ニ來レルナリトイフ。停車場ヨリ家マデノ距離幾許ナルカ。但、徒歩ノ速サハ毎時6軒

ナリトス。

(80) 第 $n$ 時ト第 $n+1$ 時トノ間ニテ時計ノ二ツノ針ガ反對ノ向ニナル時刻ヲ求メヨ。

(81) 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\frac{a}{x-b} + \frac{b}{x-a} = \frac{2p}{x-p}$$

但、 $2p = a+b$ ナリ。

(82) 或選舉ニ於テ、議員二人ニ對シ候補者三人アリ。投票總數2584ニシテ、甲乙二人當選セリ。乙ノ得票ハ丙ヨリモ52票多カリシガ、若シ甲ノ得票ノ $\frac{1}{20}$ ダケガ丙ニ轉ゼシナラバ、乙ハ2票ノ差ニテ落選シタルベシトイフ。三人ノ得票各、幾許ナリシカ

(83) 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ  $x^4(x^2-1) = (x^2-1)$   
 $x^7 - x^4 - x^3 + 1 = (x^2-1)(x^5-1)$

(84) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\left( \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} \right)^2$$

(85) 同一直線上ヲ同ジ向ニ各、一樣ノ速サニテ運動スル二ツノ點アリ。其ノ速サノ差ハ一分毎ニ2米ナリ。此等二點ノ距離今ハ6分前ノ2倍ナリトセバ此ノ距離ハ幾許ナルカ。

次ノ計算ノ結果如何 [86-87]

(86)  $\sqrt[3]{96059601}$

(87)  $\sqrt[3]{885842380864}$

(88)  $p, q, r$  が如何ナル値ヲ有スルトキ、次ノ等式ハ正シキカ。

$$x^2 + xy - 2y^2 - x - 5y + 7 = (x - y + p)(x + 2y + q)$$

(89) 静水ニ於ケル舟ノ速サヲ毎時  $u$ 、水流ノ速サヲ毎時  $v$  トスルトキ、此ノ流ノ上ニテ  $a$  ナル距離ヲ上リ又下ルニ要スル時間ノ和ハ、静水ニテ  $2a$  ナル距離ヲ行クニ要スル時間ヨリモ大ナルカ又ハ小ナルカ。

(90) 甲ガ或地ニ向ヒテ出發セル後40分ヲ經テ、乙ハ甲ガ忘レ物ヲナシタルニ氣付キテソノ跡ヲ追ヒ行キタルニ、甲ハ目的地ヨリ 2.5 里手前ノ處マデ來リテ忘レ物ニ氣付キ引返シテ乙ニ出會ヒ、ソレヲ受取リテ目的地ニ向ヒ、豫定ヨリモ24分後レテ到着シタリ。若シ甲ガ途中ヨリ引返サザリシナラバ乙ハ目的地ヨリ 0.5 里手前ニテ漸ク甲ニ追付キタルベシトイフ。目的地マデノ距離幾許ナルカ。但、乙ノ速サハ甲ノ 1.5 倍ナリトシテ計算セヨ。

(91) 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

$$x^2 - 2^{2n}x - 2^{2n} + 1$$

(92) 次ノ式ノ平方根ヲ求メヨ。

$$x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 2x + 1$$

(93)  $x = \sqrt[3]{b + \sqrt{a^2 + b^2}} + \sqrt[3]{b - \sqrt{a^2 + b^2}}$  ハ、方程式

$$x^3 + 3ax - 2b = 0$$

ヲ満足セシムルコトヲ示セ。

(94)  $(a+1)^2 > N > a^2$  ナルトキハ、

$$a + \frac{N - a^2}{2a} > \sqrt{N} > a + \frac{N - a^2}{2a + 1}$$

ナルコトヲ示セ。

(95) 同一圓周上ヲ各一様ノ速サニテ同ジ向ニ運動スル甲乙二點アリ。圓周上ヲ一周スルニ要スル時間、甲ハ  $t$ 、乙ハ  $t'$  ニシテ、甲ハ時間  $t''$  毎ニ乙ヲ追ヒ越ストイフ。然ラバ  $t, t', t''$  ノ間ニ如何ナル關係アルカ。

又 (1)  $t$  ガ 1 時間、 $t'$  ガ 12 時間ナルトキハ  $t''$  ノ値如何。

(2)  $t'$  ガ 365 日、 $t''$  ガ 30 日ナラバ  $t$  ハ如何。

## 答

答ハ参考ノ爲ニ掲ゲタレドモ、之ニ信賴セズ、  
驗算ニヨリテ充分結果ヲ確ムルコトヲ要ス。

- 頁 45. 【例題】 10.  $-a-b-c$  11.  $7x-8y$   
12.  $1+a^2+a^4$
- 頁 46. 13.  $2x-2y$  14.  $2a$  15. 0
- 頁 51. 【例題】 11. 0 12.  $-y$
- 頁 52. 13.  $-50x+144$  14.  $42x-123$  15.  $23x-13$
- 頁 53. 【例題】 15.  $x^3+3x^2+2x$   
16.  $-2b-l^2c-c^2a+ab^2+bc^2+ca^2$
- 頁 54. 17.  $2x-y-1$  18.  $-2x+5y-17$  19.  $2x-2$   
20.  $2bx-2ay$
- 頁 58 雜題 I (1) 0, -4, 4, 4  
(3) (1)  $3 < 5$  (2)  $-3 > -5$  (3)  $-7 < 4$  (4)  $7 > -4$   
(4)  $-a < -b$  (5) 5, 2, 0  
(6) 2, 0,  $-\frac{2}{3}$ , -1,  $-\frac{6}{5}$   
(7) 12 (8) (1) 2 (2) 2 (3) 70
- 頁 59. (9)  $-18x+23y$  (10)  $7x-5x^2$  (11) 0  
(12)  $a+b+c$  (13)  $-10x+20$   
(20)  $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ ,  $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$   
(21)  $a+(u+v)t$
- 頁 60. (22)  $ab = a+b+1$  ナ加 7, 66547395

- 頁 60. (23)  $(100x+10y+z)-(x+y+z)$ , 之ヲ簡單ニスレバ  $9(11x+y)$   
ナルガ故ニ 9 ニテ割リ切レル.
- (24)  $a-x$ ,  $a^2-x^2$  (25)  $a^2$  平方米,  $b^2$  平方米減
- (26)  $(2x^3+4x^2)$  立方糶,  $(10x^2+12x)$  平方糶.
- (27)  $(0.5x+54)$  圓,  $(x-6)$  圓. (28) 原數+4, 8
- 頁 68. 【例題】 20. 0 21. 0  
22. 17 23. 5 24. 2  
25.  $1\frac{2}{3}$  26.  $\frac{1}{2}$  27. 2
- 頁 73. 問題第一 (1) 7 (2) 10  
(3) 37, 27 (4) 11 俵. (5) 8 斗.  
(6) 16, 8 (7) 1344 坪. (8) 300 萬圓.
- 頁 74. (9) 48, 32 (10) 2000 圓. (11) 60 瓦.  
(12) 8 日. (13) 4 哩.
- 頁 75. (14) 鶴 8, 龜 6. (15) 25, 26, 27  
(16) 8 時  $43\frac{7}{11}$  分. (17) 11 時  $27\frac{8}{11}$  分.  
(18) 300 步. (19) 2400 圓. (20) 16 圓.
- 頁 76. (21) 90 圓. (22) 320 圓.
- 頁 86. 【例題】 11. 18, 0 12. 18, 16  
13. 6, 8 14. 2, 3 15. 3, 12  
16. 9, 15 17. 10, 15 18. 2, 1
- 頁 89. 【例題】 11. 9, 6, -1 12. 1, 0, 0  
13.  $x=8$ ,  $y=9$ ,  $z=9$ ,  $u=5$   
14.  $x=2$ ,  $y=3$ ,  $z=7$ ,  $u=5$   
15.  $x=8$ ,  $y=18$ ,  $z=32$ ,  $u=50$
- 頁 93 問題第二 (1) 甲 75, 乙 70. (2) 甲 21 斤, 乙 14 斤.

- 頁 94. (3) 靴下 75 錢, シャツ 3 圓 60 錢,  
(4) 父 47 歳, 子 17 歳. (5) 甲 28 圓, 乙 15 圓.  
(6) 120 圓. (7) 24 米, 30 米.
- 頁 95 (8) 原料 140 圓, 賃錢 90 圓.  
(9) 甲 250 人, 乙 150 人.  
(10) 甲 2400 圓, 乙 1200 圓.  
(11) 5940 圓. (12) 0.84, 0.9
- 頁 96. (13) 二十二金 6 瓦, 十八金 22 瓦.  
(14) 米 11.6 圓, 麥 6.4 圓.  
(15) 切手 60 枚, はがき 40 枚.  
(16) 甲乙間 37 里, 乙丙間 45 里, 甲丙間 52 里.  
(17) 50 錢貨幣 12 個, 20 錢貨幣 7 個, 10 錢貨幣 20 個
- 頁 97. (18) 甲 40 糶, 乙 88 糶, 丙 104 糶.  
(19) 甲 110 圓, 乙 90 圓, 丙 50 圓.  
(20) 234 (21) 10 籽.  
(22) 甲 0.9, 乙 0.75, 丙 0.8
- 頁 102. 雜題 II (1) 0 (2)  $2a$   
(3) 頁. (4) 2 (5)  $2\frac{13}{17}$   
(6)  $18\frac{1}{2}$ ,  $9\frac{1}{2}$  (7)  $2\frac{96}{217}$ ,  $\frac{235}{372}$   
(8)  $-5\frac{9}{17}$ ,  $-4\frac{4}{17}$ ,  $-14\frac{2}{17}$   
(9) 5, 7, -3 (10) 20 (11)  $5\frac{1}{2}$
- 頁 103. (12) 24 (13) 11 時  $43\frac{7}{11}$  分.  
(14) 9 時  $25\frac{5}{7}$  分後. (15) 282 個.  
(16) 米 2 石 7 斗, 麥 10 石 5 斗  
(17) 182 人. 78 人.



頁 103. (18) 甲 10 圓, 乙 30 圓, 丙 24 圓, 丁 28 圓.

頁 104. (19) 上半期 125 人, 下半期 132 人.

(20) 267 (21)  $a = 3, b = -5$

(22)  $\frac{5}{4}$  (23) 10.4 種, 15.2 種.

頁 105. (24)  $a = \frac{4}{17}, b = \frac{7}{17}, c = \frac{6}{17}$

(25)  $g = -\frac{9}{5}, f = -\frac{1}{5}, c = -\frac{18}{5}$

頁 112. 【例題】 23.  $(a-c)(b+d)$

24.  $(a+2b)(a-3c)$  25.  $(2x+a)(x-2b)$

26.  $(3x+2a)(2x-3b)$  27.  $(x^2-2)(x-2a)$

28.  $ab(x-y)(ax-by)$

頁 114. 【例題】 12.  $-3xy(2x^2-3y^2)^2$

13.  $(a-b-2c)^2$  14.  $(x-y)^2$

15.  $(x-2a)^2$  16.  $(a+b-c)^2$

頁 115. 【例題】 20.  $(x^2+a^2)x^2+a^2(x+a)(x-a)$

21.  $(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$  22.  $(1+y)(1-y-4x)$

頁 118. 【例題】 18.  $(x+3a)(x-3a)(x+2a)(x-2a)$

19.  $(x+1)(x+2)(x-2)(x+5)$  20.  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-6)$

頁 119. 【例題】 8.  $(a-2b)^3$

問題第三

(1)  $2(a^2+b^2)$

(2)  $4ab$  (3)  $x^4-2x^2y^2+y^4$

(4)  $6(x^2-1)$  (5)  $x^4-5x^2+4$

(6)  $x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

(7)  $2b^2c^2+2c^2a^2+2a^2b^2-a^4-b^4-c^4$

(8)  $4(ad-bc)$  (9)  $4(a^2+b^2+c^2)$

(10)  $x^2$

頁 120. (11)  $(x-1)^4$  (12)  $(a+b)(a-b)(x+y)(x-y)$

(13)  $4(m-n)(4m^2-8mn+31n^2)$  (14)  $(a-b+c+d)(a-b-c-d)$

(15)  $(a-b)^2$  (16)  $(x^2-2yz)^2$

(17)  $(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$

(18)  $(1-ax)(1+ax+x^2)$  (19)  $x(x+1)(x-1)^2(x^2+x+1)$

(20)  $(x-y)(x+y+a+b)$  (21)  $(a-b)^3$

(22)  $(b-a)(ab+c^2)$

(23)  $(x-1)(x^2+x+1)(x+2)(x^2-2x+4)$

(24)  $(x+1)(x-1)(x^2+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)$

(25)  $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(26)  $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

(27)  $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$  (28)  $(x^2+xy+4y^2)(x^2-xy+4y^2)$

(29)  $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

(30) 二ツノ連続セル整数ヲ  $x, x+1$  トセヨ.

(31) 10, 6

頁 143. 難題 III (1)  $3x(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

(2)  $(x+2y+2z)(x-2y+2z)$  (3)  $(b-c)(a-b)(a-c)$

(4)  $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(a-b-c)$

(5) 0 (6)  $24abc$  (7) 0

(9)  $(a-b-c)^2 - \{2(b-c)\}^2 = (a+b-3c)(a-3b+c)$

頁 144. (11)  $x^4-(2-a)x^3+(3-2a+b)x^2+(3a-2b)x+3b, a=6, b=9$

(12) -6 (13)  $3x-1$  (14)  $x-a$

(15)  $x^2+y^2+z^2-yz-zx-xy$  (16) 105

(17) 10404, 9801, 1728, 896, 200 (19) 142857

頁 145. (20) 50 圓. (21) 甲ヨリ 20 立, 乙ヨリ 10 立.

- 頁 145. (22) 210 哩. (23) 27 圓 20 錢, 42 圓 24 錢.
- 頁 153. 問題第四 (1)  $a$  (2)  $\frac{x+y}{a}$
- (3)  $\frac{7x}{12a}$  (4)  $\frac{a+b}{2}$  (5)  $\frac{22m-111}{72}$
- (6)  $\frac{ad+bc}{bd}$  (7)  $\frac{a-c}{ac}$  (8)  $\frac{2a}{a^2-b^2}$
- (9)  $\frac{a}{1-a^2}$
- 頁 154. (10)  $\frac{-y(3x+y)}{(x+y)(x-y)^2}$  (11)  $\frac{2b}{a+b}$
- (12)  $\frac{2x^3}{x^2-1}$  (13)  $\frac{x-2}{6(2x-1)(3x-2)}$
- (14)  $\frac{(y-z)(y+z-x)}{(x+y+z)(x-y+z)(x+y-z)}$
- (15)  $-\frac{2ab}{a-b}$  (16)  $\frac{2x^2-25}{(x+5)(x-4)(x-3)}$
- (17)  $\frac{14}{(a-5)(a-3)(a-1)}$  (18)  $a+b$
- (19)  $\frac{a+x}{ax}$  (20) 0
- 頁 160. 問題第五 (1)  $\frac{1}{a+1}$  (2)  $-\frac{a-b}{a+b}$
- (3)  $\frac{a-x}{a+x}$  (4)  $\frac{a^2-1}{a^2-2}$  (5)  $x(5x-1)$
- (6)  $\frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}$  (7)  $-\frac{p^2q^2}{p^2+q^2}$  (8)  $x$
- 頁 161. (9)  $\frac{x^4-3x^3y+3xy^3+y^4}{x^2y^2}$
- 頁 163. 問題第六 (1)  $\frac{8a^7}{x^8-a^8}$  (2)  $-\frac{16(a^2+2)}{3(a^4-16)}$
- (3)  $\frac{x+y-z}{x+y+z}$  (4) 0 (5)  $\frac{1}{1-x^3}$
- (6)  $-\frac{6}{(x-2)(x+3)}$  (7)  $x^2+ax+a^2$

- 頁 164. (8)  $\frac{b^2x^4y^2+a^4b^2y^2-a^2x^2y^4-a^2b^4y^2}{a^2b^2x^2y^2}$
- (9)  $\frac{a^2-b^2+c^2-2ac}{abc}$  (10)  $x-1$
- (11)  $-\frac{a^2}{a^2+b^2}$  (12)  $\frac{1}{x^2}$
- (13)  $\frac{n}{n-1}$  (14)  $m, mn$
- 頁 172. 【例題】 6.  $x=6, y=3$
7.  $x=7, y=10, z=3$  8.  $x=\frac{3}{5}, y=\frac{1}{2}, z=\frac{2}{3}$
- 頁 175. 問題第七 (1) 5
- (2) 甲 26 時間, 乙 39 時間, 丙 52 時間.
- (3) 30 錢. (4) 16 の っ と
- (5) 甲 1 圓, 乙 75 錢.
- 頁 176. (6) 甲 12 日, 乙 18 日. (7)  $\frac{11}{17}$
- (8) 甲 12 日, 乙 15 日, 丙 18 日.
- (9) 1 時 15 分, 50 分. (10) 每時 6 籽, 4 籽.
- 頁 177. (11) 上 25 箇, 中 30 箇, 下 40 箇. (12) 216 滯.
- 頁 181. 【例題】 11.  $x=\frac{a+b}{2}, y=\frac{a-b}{2}$
12.  $x=y=\frac{c}{a+b}$  13.  $x=p, y=b$
14.  $x=ac, y=bd$
15.  $x=\frac{b+c}{2}, y=\frac{c+a}{2}, z=\frac{a+b}{2}$
16.  $x=\frac{1}{2}a(-a+b+c), y=\frac{1}{2}b(a-b+c), z=\frac{1}{2}c(a+b-c)$
- 頁 185. 【例題】 5. 二十金  $\frac{2}{3}a$  瓦, 十四金  $\frac{1}{3}a$  瓦.
6.  $\frac{1}{2}(-a+b+c), \frac{1}{2}(a-b+c), \frac{1}{2}(a+b-c)$

- 頁 190. 【例題】 7. 220米, 不可能.  
8. 15, 26, 37, 48, 59
- 頁 191. 雜題 IV (1)  $(a+b)(a-b)(c+d)(c-d)$   
(2)  $(y-x)(z-x)(x-y)$  (3)  $(2x+3)(y-3)$   
(4)  $(x-1)(y-1)^2$  (5) 0  
(6)  $\frac{a+b-1}{2}$  (7) 5  
(8)  $x = \frac{a^2-c^2}{a-b}, y = \frac{c^2-b^2}{a-b}$   
(9)  $x = \frac{2m^2-n^2}{m+n}, y = \frac{-m^2+mn+n^2}{m+n}$   
(10)  $x = abc, y = -(ab+ac+bc), z = a+b+c$   
(11)  $x = \frac{2a}{m+n}, y = \frac{2b}{l-m}, z = \frac{2c}{l-n}$
- 頁 192. (15)  $-\frac{23}{57}$  (16)  $\frac{x+1}{x} > \frac{x+2}{x+1}$   
(17) 25株. (18) 10歳.  
(19) 24哩.
- 頁 193. (20) 速度ノ比 =  $\frac{t+t'}{t-t'}, \frac{(a+a')(t+t')}{2tt'}, \frac{(a+a')(t-t')}{2tt'}$   
(21)  $1\frac{59}{85}$ 秒. (22) 50斤.  
(23) 7.5里. (24) 6里24町, 午後0時20分.
- 頁 194. (25) 毎秒1100尺, 1600尺.  
(26) 5時 $32\frac{4}{13}$ 分. (27) 誤アリ.  
(28)  $\left(\frac{V-nv}{A-na}\right)$ 分後. (i) 中途ニテ水ガナクナル.  
(2) 10分前. (3)  $\frac{nv-V}{A-an}$ 分後.
- 頁 199. 【例題】 9.  $n$ ガ偶數ナラバ0,  $n$ ガ奇數ナ  
ラバ2. 10. 正, 正又ハ0, 正又ハ0,  
 $a=b=c$ ナルトキハ0.

- 頁 214. 問題第八 (1) 12 (2) 17  
(3) 78 (4) 237 (5) 3960  
(6) 2801 (7) 4.65 (8) 2.5304  
(9) 0.90066 (10) 0.15811 (11) 0.66143  
(12) 0.67419 (13) 2.2861 (14) 19  
(15) 1.89 (16) 縦102米, 横34米  
(17) 157種. (18) 3535耗.
- 頁 223. 問題第九 (1) 15 (2) 23  
(3) 483 (4) 0.928 (5) 0.90041  
(6) 0.658 (7) 402厘弱. (8) 1.26倍弱.
- 頁 224. 【例題】 1. (i)  $x^2-x+1$  (2)  $2x^2-x+2$   
2.  $x^2-x+1$
- 頁 229. 【例題】 4. (1) 0.924 (2) 0.935 (3) 1.549
- 頁 231. 【例題】 2. (1) 9.487 (2) 2.449
- 頁 233. 問題第十 (1)  $x+2+\frac{1}{x}$  (2)  $2+2\sqrt{1-x^2}$   
(3)  $8\sqrt{xy}(x+y)$  (4) 1 (5)  $2x(a+b)$   
(6)  $x^2+1$  (7)  $a\sqrt{a-b}\sqrt{b}$  (8) 24  
(9)  $17+12\sqrt{2}$  (10)  $\sqrt{2}+1$   
(11)  $\frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}$  (12)  $\frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$   
(13) 0.586 (14) 1.118
- 頁 234. (15) 0.014 (16) 2.458
- 頁 235. 雜題 V (5)  $a=-4, b=3, c=7$   
(6)  $p=25, q=16$
- 頁 236. (7) -2 (8)  $\frac{b^2}{4a^2}$  (9)  $2\sqrt{y}(3x+y)$   
(10) 28.108 (11)  $6+5\sqrt{3}=14.660$

- 頁 236. (13) 12 (14)  $\sqrt[3]{3} > \sqrt[3]{13} > \sqrt[3]{5}$   
 頁 237. (15)  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} < \sqrt[n+1]{\frac{a}{b}}$  (16)  $1+6\sqrt{2}-2\sqrt{3}+7\sqrt{6}$   
 (17) 0 (18)  $\frac{1}{2}(2+\sqrt{2}+\sqrt{6})$   
 (19)  $p = \sqrt{5}-1, q = \sqrt{5}+1$   
 (20)  $AH = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}, HB = \frac{a(3-\sqrt{5})}{2}$

## 附錄 補充雜題 上

- 頁 1. (1)  $a+b+c$  (3)  $\frac{47}{17}$  (4) 8 籽.  
 (5) 45 錢, 35 錢. (6) 0  
 頁 2. (8) 12.96 圓, 8.96 圓. (9) 132 呎, 22.5 哩.  
 (10) 36, 44, 10, 160 (11) 1  
 (12)  $\frac{530}{217}, \frac{235}{372}$  (13)  $a^2+b^2$  (14) -3  
 頁 3. (15) 20 籽. (17)  $(a-b-1)(a+b-1)$   
 (18)  $(2x-1)(x^2+4)$  (19)  $2a^2-2$   
 頁 4. (21)  $\frac{a^2-c^2}{a-b}, \frac{b^2-c^2}{b-a}$  (22) 2  
 (23)  $5 > x > 2$  (24) 4 (25) 75  
 (26)  $(x^2-x-1)(x^2-x+1)$  (27)  $-(x+1)(x+2)$   
 (28)  $2^5-3x^4+6x^2-1$  (29)  $p = -1, q = 1$   
 頁 5. (30) 9 時 44  $\frac{1}{11}$  分. (31) 8  
 (32)  $\frac{-a+b+c}{2}, \frac{a-b+c}{2}, \frac{a+b-c}{2}$   
 (33)  $6(x^2-16)$  (35) 57, 63, 68, 73  
 (37)  $(a+b)(a+c)(b+c)$   
 頁 6. (38)  $x-2$  (39)  $a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc$

- 頁 6. (40) 122 呎, 25 哩. (41) 10  
 (42)  $(a+1)(b-1), (1-a)(b+1)$   
 (43)  $1-2x+3x^2-4x^3$  (44)  $16a^2(b^2-c^2)$   
 頁 7. (45) 300 米, 292  $\frac{28}{41}$  米. (46)  $3x-7$   
 (47)  $(x-2a-4)(x-2a+2)$   
 (48)  $-(x+a+1)(x+a-1)(x-a+1)(x-a-1)$   
 (49) 不可能 ( $d=0$  十  $\lambda$  不定)  
 (50) 234.6 哩, 118.6 哩, 349.6 哩.  
 (51)  $2(ac+bd)(ad+bc)$   
 頁 8. (52)  $a+b+c$  (54) 甲 7 圓, 乙 5 圓, 丙 4 圓.  
 (55) 28 (56)  $\frac{3a^4+10a^2b^2+3b^4}{16}$   
 (57) 5, 3, 2 (58)  $(3x-4a)(4x+3b)$   
 頁 9. (59) 48 籽. (60) 1200 圓, 1500 圓.  
 (61) 52.76 (62) 3, 4, 5, 2  
 (63)  $\frac{7}{20}$  (64) 40 噸.  
 頁 10. (65) 12, 24  
 (66)  $(a+b+c+d)(a-b-c+d)(a+b-c-d)(b-c-a+d)$   
 (67)  $(2a-3b)(2a+3b)(x-2a)(x^2+2ax+4a^2)$   
 (68) 1 (69) 12 籽, 8 籽.  
 頁 11. (70) 20 圓. (71)  $-\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$   
 (72)  $x = 15, y = 2 (k = 4)$  (73)  $2a^2-a-1+(2a-1)\sqrt{a^2-1}$   
 (74) 減少.  
 頁 12. (75) 10 時 59  $\frac{11}{36}$  分. (76)  $(2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$   
 (77)  $(2x^2+2x-1)(2x^2-2x+1)$  (78)  $\frac{3x-4}{4x+3}$   
 (79) 15 籽.

頁 13 (80)  $n = 0, 1, \dots, 5$  ナラバ  $\frac{60(n+6)}{11}$  分,  $n = 6, \dots, 11$  ナラ

$\frac{60(n-6)}{11}$  分 (81)  $a+b$

(82) 1080, 778, 726 (83)  $(x-1)^2(x+1)(x^2+1)(x^2+x+1)$

(84)  $a+\sqrt{b}$  (85) 8 米, 4 米 又  $\wedge$  24 米, 12 米

頁 14 (86) 99 (87) 98

(88)  $p=-2, q=1, r=-2$  (89) 大

(90) 4.5 里 (91)  $(x-2^{n+1})(x+2^n)$

頁 15 (92)  $x-a+1$

(95)  $\frac{1}{t} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$  (1)  $\frac{12}{11}$  時. (2) 27 日 餘.

大正十四年度臨時定價  
全圖拾七錢

新式代數教科書 上卷

定價金 六拾五錢



著作權所有

禁問題轉載

明治三十七年十二月二十七日印刷 別 明治三十七年十二月三十日發行  
明治三十八年三月十四日訂正再版發行 明治四十三年三月十一日訂正七版發行  
明治四十五年一月二十五日修正八版發行 明治四十五年三月十二日訂正九版發行  
大正五年十月二十四日修正十版發行 大正五年十一月十七日訂正十一版發行  
大正十一年十一月二十二日修正十二版印刷 大正十一年十一月二十五日修正十二版發行  
大正十一年十二月廿九日訂正十三版印刷  
大正十二年一月一日訂正十三版發行

著 作 者 高 木 貞 治

東京市小石川區小日向水道町八十四番地

發 行 者 株式會社 東 京 開 成 館

代表者 渡 邊 良 助

東京府荏原郡世田谷字下町五十番地

印 刷 者 大 久 保 秀 次 郎

東京市小石川區小日向水道町八十四番地

發 行 所 株式會社 東 京 開 成 館

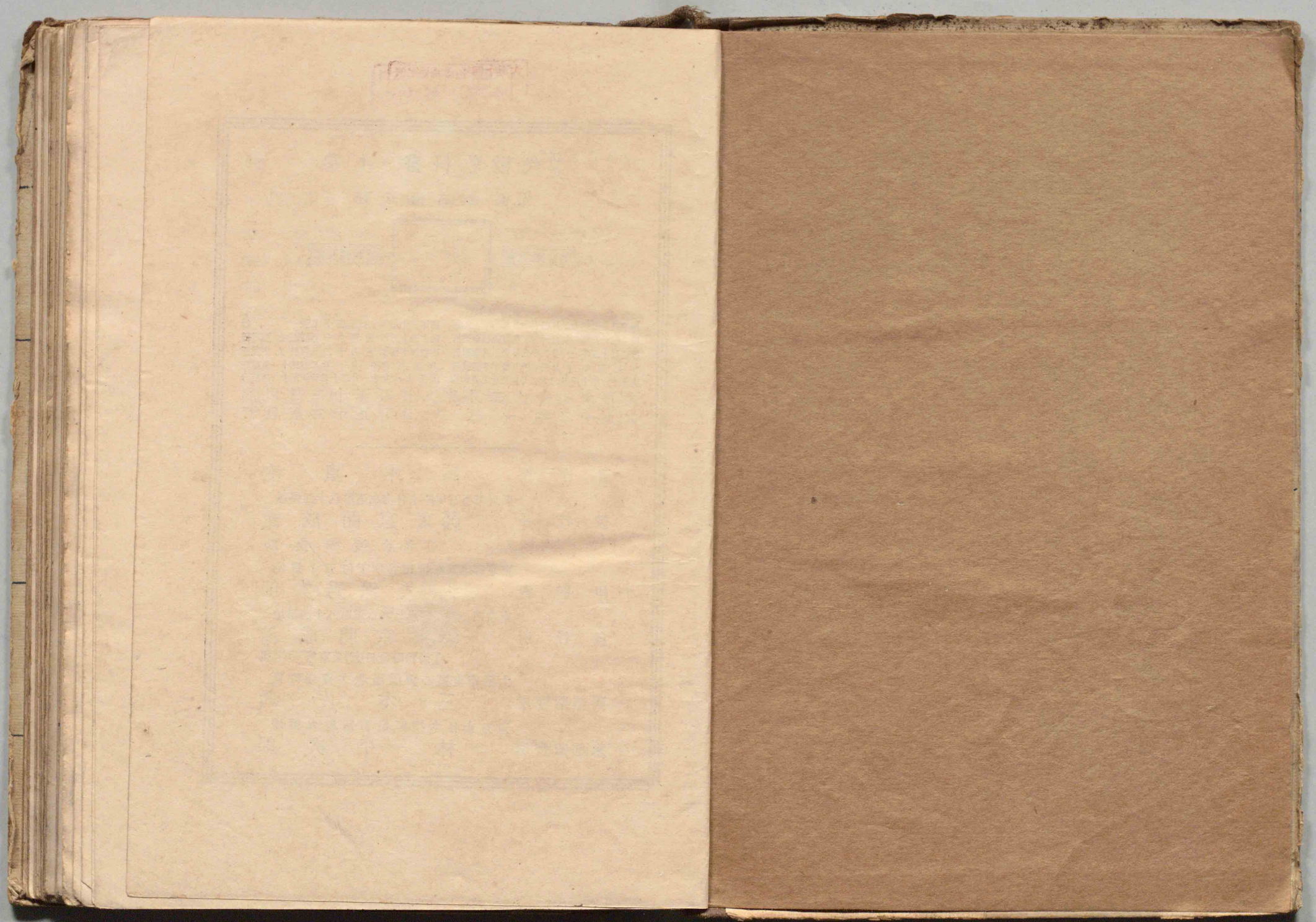
【振替貯金口座】東京第 5322 番

大阪市東區心齋橋通北久寶寺町角

西 部 販 賣 所 三 木 佐 助

東京市日本橋區數寄屋町九番地

東 部 販 賣 所 林 平 次 郎



山口縣師範學校

廣業武義

本館印

廣業武義所有

一年一組

廣業武義





山口師範學校習習生  
本村第一號第... 廣兼武...