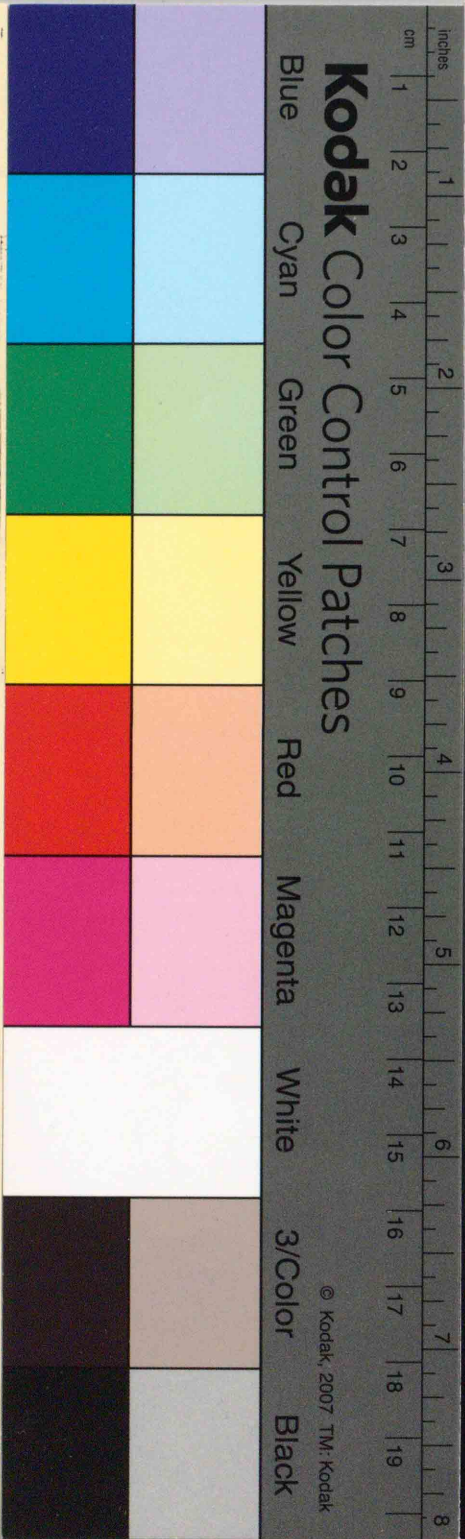


40114

教科書文庫

4
414
41-1923
20000 18196

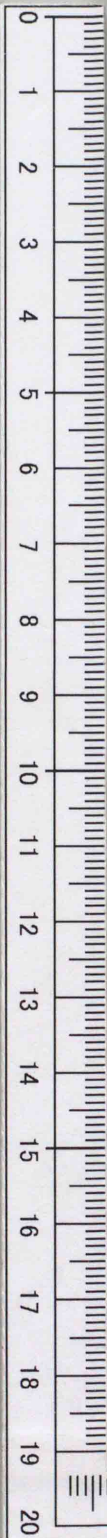


Kodak Gray Scale

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



© Kodak, 2007 TM: Kodak



TRIGONOMETRY



SHUBUNKWAN.





378.9  
H118

資 料 室

教科書文庫  
4  
414  
41-1923  
2000018196



文部省檢定濟

大正十二年八月一日 中學校數學科用

中等教育  
三角法教科書

廣島高等師範學校

附屬中學校

數學研究會著

東京



修文館發行

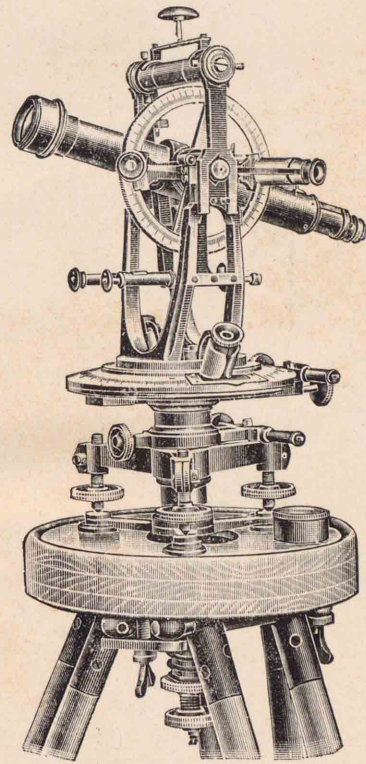


廣島大學圖書印



広島大学図書

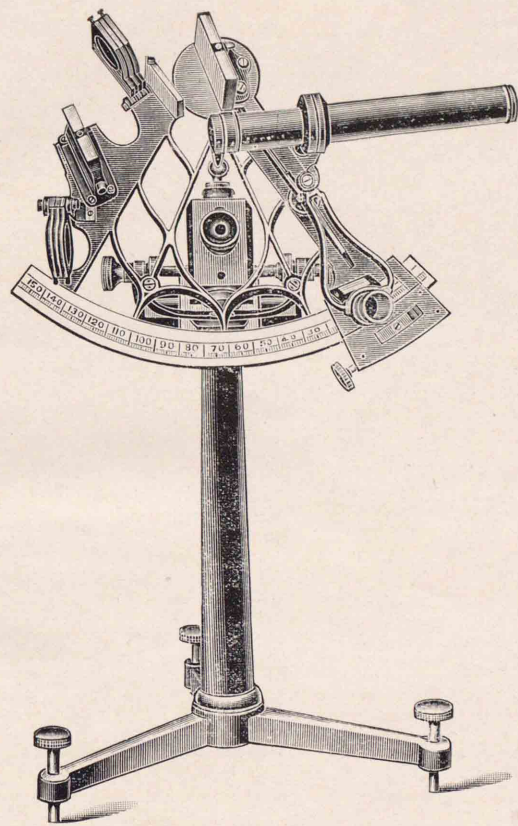
2000018196



經緯儀

(Theodolite)





六 分 儀

(Sextant)



## 緒 言

中學校五年生ノ數學教授程困難ヲ感ズルモノハナイ。生徒ハ卒業後或ハ高等學校ニ入ラントシ又或ハ專門學校ニ進マントシ又或ハ實業ニ從事セントシテ居ルノデアアル。彼等ハ己ガ進マントスルトコロニ急ナルノ餘リ中等教育ヲ受クルノ目的ヲ忘レ只ソノ必要トスル學科ノミヲ追ハントシテ居ル有様デアアル。

三角法ノ如キハ實ニ專門學校ノ要求ト高等學校ノ制度トノでいれんまニ陥ツテ居ルノデ從テ之ヲ學習スル生徒ハ統一モナク熱心モナイ教授ノ効果ノ減退セルノモ無理ハナイコトト思ハレル。

然シ乍ラ又一面カラ考ヘテ見テ果シテ從來ノ三角法ニハ何等改善ノ餘地ハナイモノデセウカ。

1. 徒ニ公式ヲ多クシテ之ガ器械的ノ運用ヲ強フルコト
2. 幾何代數トノ連絡ヲ圖ラズ重複セル部分ノ多イコト



3. 餘リ専門的ニナツテ興味ノ薄イコト  
等ハ第一改メナクテハナラナイコトデアリマ  
スマイカ。

本會ハ多年ノ教授ノ結果ニ鑑ミマシテ此缺陷  
ヲ補ヒソノでいれんまヲ脱却シヤウト思ヒマシテ  
次ノ如キ方法ヲトリマシタ。即

1. 公式ヲ極メテ少クシテ思考ニ訴ヘル部分  
ヲ多クシ公式ノ器械的運用ヲ避ケ
2. 三角法ヲ孤立セルモノトシナイデ代數幾  
何トノ連絡ヲ圖ツテ重複セル部分ヲ避ケ
3. 挿圖ヲ多クシ専門的ノ部分ヲ除去シ興味  
ノ多イモノトナラシムルコト

ニ努力シマシタ。蓋シ本邦ニ行ハルル此種ノ教  
科書中最モ頁數ノ少イ簡要ナモノト思ヒマス。

本書ハ勿論完全ナモノトハイヘマセン全ク未  
成品デアリマス。而シ乍ラ教授諸賢ノ御熱心ナ  
御批正ヲ仰ギ吾々が努力ヲ續ケマシタナラハ或  
ハ完璧ナモノニ近クナリハシマスマイカト思ヒ  
マス。終リニ本書校閲ノ勞ヲトツテ下サツタ高  
橋豊夫先生ニ厚クオ禮ヲ申シ上ゲマス。

## 中等教育

### 三角法教科書

#### 目次

### 三角函數

#### 第一章 函 數

1 代數函數.....	1
2 三角函數.....	4
3 三角函數ノ値ノ變化及三角函數相互 ノ關係.....	9
4 三角函數ノ對數表.....	17

#### 第二章 二角ノ和又ハ

#### 差ノ三角函數

5 二角ノ和ノ正弦及餘弦.....	24
6 二角ノ差ノ正弦及餘弦.....	26



4

7	二角ノ和及差ノ正切 .....	28
8	倍角及半角ノ三角函數 .....	30

### 第三章 正弦餘弦ノ 和及差ト積

9	正弦餘弦ノ積ヲ和及差ニ直スコト .....	34
10	正弦餘弦ノ和及差ヲ積ニ直スコト .....	35

### 第四章 三角形ノ性質 及ソノ應用

11	正弦法則 .....	38
12	餘弦法則 .....	40
13	正切法則 .....	42
14	三邊ヨリ角ヲ求ムル公式(半角法則) .....	44
15	三角形ノ面積 .....	48
16	測量問題 .....	51
	摘要 .....	57
	雜題 .....	60

### 附 錄

1	弧度法 .....	66
---	-----------	----



## 三角函數

### 第一章 函 數

#### 1. 代數函數

一ツノ代數式ニ於テ任意ニ其値ヲ變ジ得ル數ヲ變數トイヒ値ノ常ニ變ゼザル數ヲ常數トイフ。  
例ヘバ

(1) 攝氏ニテ  $x$  度ヲ示ス溫度ハ華氏ノ度數ニテハ

$$\frac{5}{9}x + 32$$

ナル式ニテ示サレ、 $x$ ハ變數、 $\frac{5}{9}$ 、 $32$ ハ常數ナリ。

(2) 半徑  $r$  ナル圓ノ面積ハ

$$\pi r^2$$

ナル式ニテ示サレ、 $r$ ハ變數、 $\pi$ ハ常數ナリ。

而シテ  $\frac{5}{9}x + 32$  及  $\pi r^2$  ノ値ハ  $x$  及  $r$  ノ値ノ變化ニ伴ヒテ變化ス。

カクノ如ク



一ツノ代數式ノ數値ガソノ中ニ含マルル變數ノ値ノ變化ニ伴ヒテ變ズルトキハ此代數式ヲソノ變數ノ函數トイヒ此代數式ガ有理整式ナルトキハ變數ノ最高次數ガ一次,二次…………ナルニ從テ一次函數,二次函數…………等トイフ。例ヘバ

(1)ハ $x$ ノ一次函數,(2)ハ $r$ ノ二次函數ナリ。

又上ノ如キ代數式ヲ他ノ一數ニ等シトシテ

$$y = \frac{2}{3}x + 32, \quad s = \pi r^2$$

ノ如ク書表セバ $y$ ヲ $x$ ノ函數, $s$ ヲ $r$ ノ函數トイフ。

函數ノ變化ハ之ヲ「グラフ」ヲ以テ示ストキハ一層明瞭ナラシムルコトヲ得ルハ既ニ屢學ビタルトコロナリ。

又或文字例ヘバ $x$ ノ函數ヲ表スニ $f(x)$ 又ハ $F(x)$ ノ如キ記號ヲ用フルコトアリ。

例ヘバ  $f(x) = \frac{2}{3}x + 32$

$$F(x) = x^2 + 4x + 5 \quad \text{ノ如シ。}$$

而シテ $x$ ニ或一定ノ値例ヘバ3ヲ代入シタル函數ノ數値ヲ $f(3)$ 又ハ $F(3)$ ノ如ク書表スモノトス。

$$F(3) = 3^2 + 4 \times 3 + 5 = 26$$

## 問題

1.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

$$F(x) = 2x^2 - 5$$

ナルトキ

$F(5) - f(2)$ ノ値如何。

2.  $l, m, P, Q,$ ノ間ニ

$$P = Q \left( \frac{2l}{m+n} - 1 \right) \text{ナル}$$

關係アルトキ $l$ 又ハ $m$ ヲ其他ノ文字ヲ以テ表セ。

3. 
$$\begin{cases} y + yz + z = 11 \\ z + zx + x = 23 \end{cases}$$

ヨリ $z$ ヲ消去シ, $y$ ヲ $x$ ノ函數トシテ表セ。

4.  $3x + 2$ ヲ圖示セヨ。

5.  $y = x^2 - 5$ ノ「グラフ」ヲ作レ。

(1)  $f(y) = y^2 + 2y + 5$

$$F(y) = y^2 - 3y + 2$$

ナルトキ  $\frac{f(4)}{F(0)}$  及

$f(2) - F(-1)$ ノ値如何。

(2) 
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 \\ -2x - 2y - 15 = 0 \end{cases}$$

ナルトキ $y$ ヲ $x$ ノ函數トシテ表セ。

(3) 
$$\begin{cases} xy + yz + zx = 26 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 29 \end{cases}$$

ヨリ $z$ ヲ消去シ, $y$ ヲ $x$ ノ函數トシテ表セ。

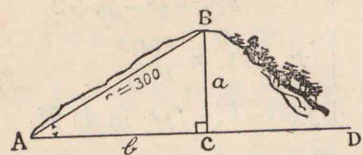
(4)  $y = 2x - 3$ ノ「グラフ」ヲ作レ。

(5)  $6 + 2x - x^2$ ヲ圖示セヨ。



## 2. 三角函數

例一 或山麓ノ一點 A ヨリ頂上 B マデ一直線ノ道路ガ\* 水平線 AD ト 30° ノ角ヲナス。道路ノ長サヲ三百米トセバ山ノ高サ何程ナルカ。



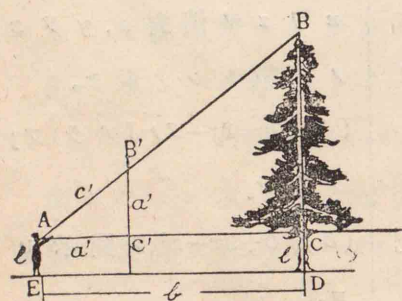
解 頂上 B ヨリ水平線 AD ニ下シタル垂線ヲ BC トス。

直角三角形 ABC ニ於テ  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB = c = 300$ ,

$BC = a$  ノ長サ如何。

$$a = \frac{1}{2}c = \frac{300}{2} = 150 \quad \text{答 } 150 \text{ 米}$$

例二 平地ノ上ニ BD ナル樹木直立ス。ソノ根下ノ點 D ヨリ b 米ハナレタル地點 E ニ立テテ此



木ノ頂上 B ヲ見タルニ眼 A ト木ノ頂 B トヲ結ブ線ハ水平線 AC ト 36° ノ角ヲナセリ。立木ノ高サ如何。但眼ノ高サヲ l 米トス。

\*2 頁ヲ見ヨ。

例一ノ如ク  $\angle BAC$  ガ  $30^\circ$  又ハ  $45^\circ, 60^\circ$  等ノ如ク特別ナル角ナルトキハソレト  $AB$  ノ長サトヲ知レバ容易ニ  $BC$  ノ長サヲ求ムルコトヲ得レドモソレ以外ノ角ナルトキハ他ノ方法ニヨラザルベカラズ。

### 1. 比例ニヨル方法

$AC$  線上 A ヨリ  $b'$  米ノ距離ニ在ル點  $C'$  ニ棒ヲ立テ  $AB$  ト棒トノ交點ヲ  $B'$  トセバ

$$\triangle B'C'A \sim \triangle BCA$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'} \quad \text{故 } = \frac{x}{b} = \frac{a'}{b'}$$

$$x = \frac{a'}{b'} b$$

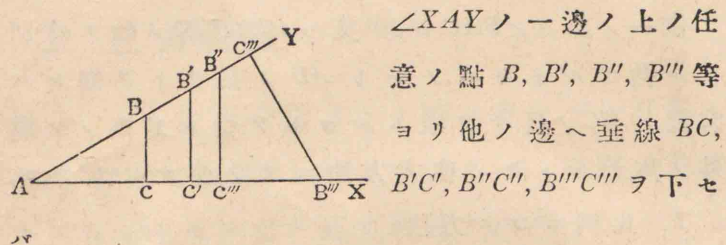
$$\text{高サ } x + l = \frac{a'b}{b'} + l$$

### 2. 角ノ大サヨリ $\frac{BC}{AC}$ ヲ知ル方法

モシ他ノ方法ニテ  $\frac{a'}{b'}$  ノ値即チ  $\frac{a}{b}$  ノ値ヲ知ルコトヲ得レバ棒ヲ用ヒズシテ  $x$  ヲ求ムルコトヲ得。

而シテ  $\frac{BC}{AC}$  ノ値ハ  $\angle A$  ノ大サガ一定ナルトキハ又一定ナルモノニシテ  $\angle A$  ノ大サニ對シテ  $\frac{BC}{AC}$  ハ如何ナル値ヲトルカハ次ニ述ブルガ如キ三角函數ノ眞數表ヨリ求ムルモノトス。





∠XAYノ一辺ノ上ノ任意ノ點 B, B', B'', B'''等ヨリ他ノ邊へ垂線 BC, B'C', B''C'', B'''C'''ヲ下セ

$$\triangle ABC \sim \triangle AB'C' \sim \triangle AB''C'' \sim \triangle AB'''C'''$$

ニシテ各三角形ニツイテ次ノ六ツノ比ヲ得。

$$\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} \quad \text{此比ヲ角 } A \text{ ノ正弦トイヒ *Sin } A \text{ ト書ク。}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AC'}{AB'} \quad \text{〃 餘弦 〃 } \cos A \quad \text{〃}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'} \quad \text{〃 正切 〃 } \tan A \quad \text{〃}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AC'}{B'C'} \quad \text{〃 餘切 〃 } \cot A \quad \text{〃}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} \quad \text{〃 正割 〃 } \sec A \quad \text{〃}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AB'}{B'C'} \quad \text{〃 餘割 〃 } \operatorname{cosec} A \quad \text{〃}$$

此ノ六ツノ比ヲ三角函數トイヒ、ソノ値ハ∠Aガ一定ナル限り一定ナルモノナリ。コレ等ノ値ヲ表ニセルモノヲ三角函數ノ眞數表トイフ。

\*sin. cos. tan. cot. sec. cosec. ハ夫々 sine, cosine, tangent, cotangent, secant, cosecant ノ略ナリ。

問題

1. 30°及60°ノ角ノスベテノ三角函數ヲ算出セヨ。

2. 直角三角形 ABC ノ∠Cヲ直角ナリトセバ

$$\sin A = \cos B$$

$$\tan A = \cot B$$

ナルコトヲ證セヨ。

3. △ABCノ三邊BC, CA, ABヲ夫々 a cm. b cm. c cm.

$$\text{トシ } a^2 + b^2 = c^2, a = 2b$$

ナルトキ∠Aノ六ツノ三角函數ノ正ノ値如何。

4. △ABCニ於テ

$$\angle A = 46^\circ,$$

$$AB = 23 \text{ 檜}$$

$$AC = 26.4 \text{ 檜}$$

ナラバ△ABCノ面積如何。

(1) 45°ノ角ノスベテノ三角函數ヲ算出セヨ。

(2) 直角三角形 ABC ノ∠Cヲ直角ナリトセバ

$$\cot A = \tan B$$

$$\operatorname{cosec} A = \sec B$$

ナルコトヲ證セヨ。

(3) 3ニ於テ

$$a = 2b \text{ ノ代リニ}$$

$$a = \frac{2}{3}c \text{ トセバ如何。}$$

(4) △ABCニ於テ

$$AB = 20 \text{ 檜}$$

$$AC = 26 \text{ 檜}$$

$$\angle A = 40^\circ$$

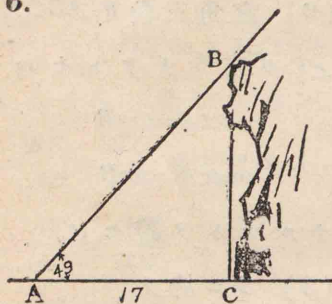
ナラバ

C及ビBヨリ對邊へ下セル垂線ノ長サ如何。



5. 等邊ガ12糧, 底角ガ25°ナル二等邊三角形ノ底邊如何。

6.



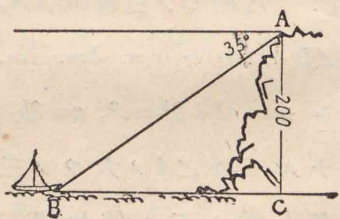
崖ノ直下ノ點Cヨリ17米ハナレタル水平線上ノ一點Aヨリ崖ノ上ノ點ヲ見タルニ $\angle CAB$ ハ49°ナリト。崖ノ高サ如何。

7. 一邊ガ6糧ナル正十二邊形ノ内切圓ノ半徑如何。

(5) 半徑a糧ナル圓ニ内接スル正九邊形ノ一邊ノ長サ如何。

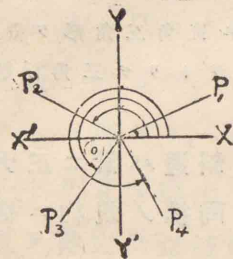
(6) 底邊ガ12糧頂角ガ70°ナル二等邊三角形ノ高サ及ビ面積如何。

(7)



海岸ニ竝立セル高サ200米ノ崖ノ端Aニ立チテ沖合ニアル舟Bヲ見タルニ $AB$ 線ハ水平線ト35°ノ角ヲナセリ。Aノ直下ト舟トノ距離如何。

### 3. 三角函數ノ値ノ變化及三角函數相互ノ關係



今直角ニ交ル直線 $XOX'$ ,  $YOY'$ ヲトリ, 角ノ頂點ハ $O$ ニ重リ一邊ハ(首線) $OX$ ニ重ルトシ他ノ一邊(廻轉線)ガ $O$ ノ周リヲ時計ノ針ト反對ノ方向ニ廻轉スルモノト考フ。

他ノ一邊 $OP_1$ ガ $\angle XOY$ 内ニ在ルトキハ $\angle XOP_1$ ハ $0^\circ$ ヨリ大ニシテ $90^\circ$ ヨリ小ナリ。

カ、ル角ヲ第一象限内ノ角ナリトイフ。

又他ノ一邊ガ $OP_2$ ノ如ク $\angle YOY'$ 内ニ在ルトキハ $\angle XOP_2$ ハ $90^\circ$ ヨリ大ニシテ $180^\circ$ ヨリ小ナリ。

カ、ル角ノ第二象限内ノ角ナリトイフ

他ノ一邊ガ $\angle X'OY'$ 内ニアル角ヲ第三象限内ノ角トイヒ,  $\angle Y'OX$ 内ニ在ル角ヲ第四象限内ノ角ナリトイフ。

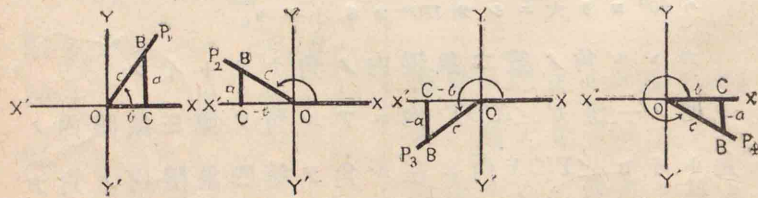
時計ノ針ト同方向ニ廻轉シテ生ジタリト考へタル角ヲ負角トイヒ, 負角ニ對シテ上ニ述べタルガ如キ角ヲ正角トイフ。



角ガ $0^\circ$ ヨリ大ニシテ $90^\circ$ ヨリ小ナル場合ニ於テハ第2節ニナシタルガ如クニシテ直角三角形ヲ作リテ三角函数ヲ表スコトヲ得レドモ角ガ $90^\circ$ ヨリ大ニ $360^\circ$ ヨリ小ナル場合ニ於テハ一邊上ノ點ヨリ他ノ邊又ハソノ延長ニ垂線ヲ下ストキハソノ角ヲ含マザル直角三角形ヲ得。此場合ニ於テモ矢張り二邊ツツノ比ヲトリテ三角函数ヲ表スモノトス。

而シテ此直角三角形ニ於テハ斜邊ハ常ニ正ナリトシ他ノ二邊ハ坐標ノ正負ト同様ノ規約ニ従フモノトス。

廻轉線 $OP$ 上ノ一點 $B$ ヨリ首線 $OX$ 又ハソノ延長 $OX'$ ノ上ニ下シタル垂線ヲ $BC$ トシ第一象限ニ於テ $BC=a$ ,  $OC=b$ ,  $OB=c$ トス。之ヲ圖ヲ以テ表セバ次ノ如シ。

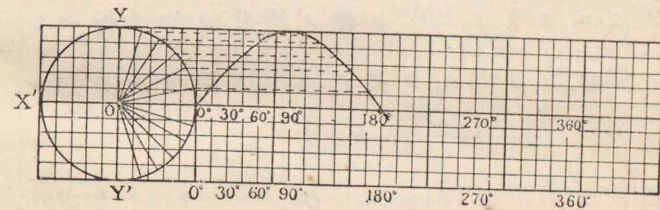


問一  $\angle XOP = \alpha^\circ$  トシ、各象限ニ於ケル  $\sin \alpha^\circ$ ,  $\cos \alpha^\circ$ ,  $\tan \alpha^\circ$ ,  $\cot \alpha^\circ$  ノ正負ヲイヘ。

三角函数ハ角ヲ變數トセル函数ニシテ角ガ $0^\circ$ ヨリ $360^\circ$ マデ連続シテ變化スル時ハソノ三角函数ノ値モ連続シテ變化スルモノナリ。

今此函数ノ變化ヲ「グラフ」ニヨリテ示サン  
 $\sin x^\circ$ ノ變化

$\sin \alpha^\circ \frac{a}{c}$ ニ於テ $c$ ヲ一定ナル如クスレバ $\frac{a}{c}$ ノ値ノ變化ハ只 $a$ ノ値ノ變化ニヨリテノミ見ルコトヲ得。之ガタメニハ圖ノ如ク半径 $c$ ナル圓ヲ考フレバ可ナリ。而シテ $OX$ ノ延長上ニ角 $\alpha$ ノ大サヲトリ、縦座標上ニ $\sin \alpha^\circ$ ノ値ヲトレバ次ノ如キ曲線ヲ得之ヲ正弦曲線トイフ。



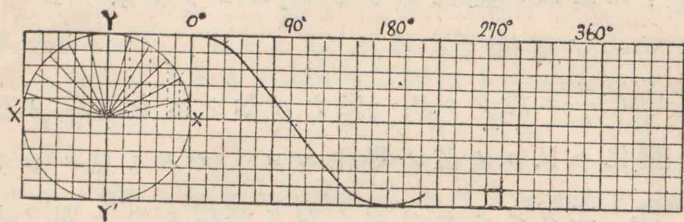
問一 曲線ノ缺ケタル部分ヲ畫ケ。

問二 異リタル角ニテ其函数ノ値ノ等シキモノハ何か。

$\sin x$ ノ値ノ變化ヨリ考ヘテ容易ニ次ノ式ノ正シキコトヲ知ルコトヲ得。

$\sin 0^\circ$	$= 0$
$\sin 90^\circ$	$= 1$
$\sin(-x^\circ)$	$= -\sin x^\circ$
$\sin(180^\circ - x^\circ)$	$= \sin x^\circ$
$\sin(x^\circ \pm 360^\circ)$	$= \sin x^\circ$



 $\cos x^\circ$  の変化

$\cos x^\circ = \frac{b}{c}$  ニシテ  $c$  ヲ一定ニスレバ只  $b$  ノ大サノ變化ノミニヨリテ  $\cos x^\circ$  ノ値ノ變化ヲ知リ得ベシ。  
 値ノ變化ヨリ考ヘテ次ノコトノ真ナルヲ知ル。

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\cos(-x^\circ) = \cos x^\circ$$

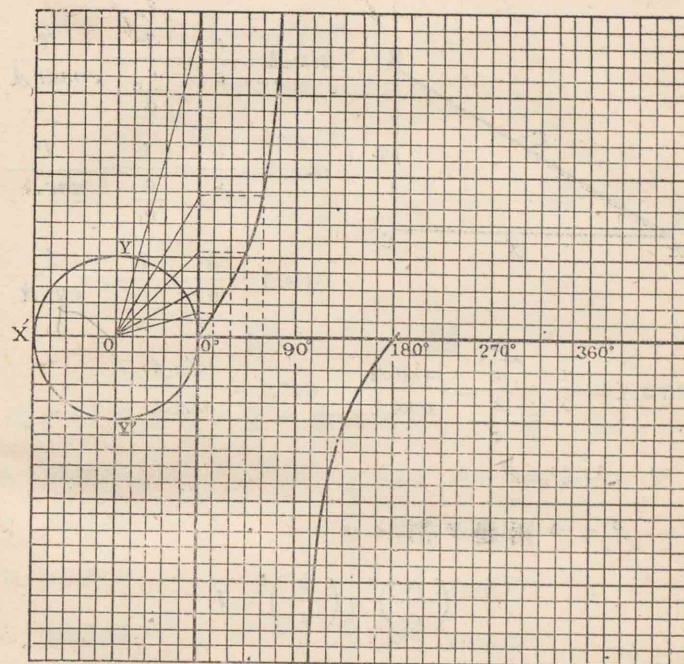
$$\cos(180^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$$

$$\cos(x^\circ \pm 360^\circ) = \cos x^\circ$$

又次ノコトノ真ナルコトモ容易ニ證明スルコトヲ得。

$$\sin(90^\circ - x^\circ) = \cos x^\circ$$

$$\cos(90^\circ - x^\circ) = \sin x^\circ$$

 $\tan x^\circ, \cot x^\circ$  の変化

$\tan x^\circ, \cot x^\circ$  の変化ヨリ考ヘテ次ノコトヲ知ル。

$$\tan 0^\circ = 0$$

$$\cot 0^\circ = \infty$$

$$\tan 90^\circ = \infty$$

$$\cot 90^\circ = 0$$

$$\tan(-x^\circ) = -\tan x^\circ$$

$$\cot(-x^\circ) = -\cot x^\circ$$

$$\tan(180^\circ - x^\circ) = -\tan x^\circ$$

$$\cot(180^\circ - x^\circ) = -\cot x^\circ$$

$$\tan(90^\circ - x^\circ) = \cot x^\circ$$

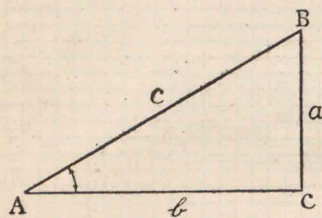
$$\cot(90^\circ - x^\circ) = \tan x^\circ$$

$$\tan(x^\circ \pm 360^\circ) = \tan x^\circ$$

$$\cot(x^\circ \pm 360^\circ) = \cot x^\circ$$



三角函数相互ノ間ニハ尙重要ナル關係アリ。



$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{1}{\frac{c}{a}} = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} = \frac{1}{\frac{c}{b}} = \frac{1}{\operatorname{sec} A}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{1}{\operatorname{cot} A}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin A}{\cos A} \quad \operatorname{cot} A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

又  $a^2 + b^2 = c^2$

$c^2$ ニテ兩邊ヲ割レバ

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1$$

故ニ  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

同様ニシテ  $1 + \tan^2 A = \operatorname{sec}^2 A$

$$1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$$

ノ眞ナルコトヲ證スルコトヲ得。

$\angle A$ ガ第二, 第三, 第四象限内ニ在ル場合ニ於テモ是等ノ式ノ正シキコトヲ證スルコトヲ得。

\* $(\sin A)^2, (\sin A)^3$ 等ト書クベキヲ  $\sin^2 A, \sin^3 A$ 等ト書ク他モ之ニ同ジ。

例一  $\cos 225^\circ$ ノ値ヲ求メヨ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \cos 225^\circ &= \cos\{180^\circ - (-45^\circ)\} \\ &= -\cos(-45^\circ) \\ &= -\cos 45^\circ \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{答} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

### 問題

次ノ三角函数ノ値ヲ求メヨ。 1—(5)

- |                       |                                      |
|-----------------------|--------------------------------------|
| 1. $\sin 135^\circ$   | (1) $\sin(-60^\circ)$                |
| 2. $\tan 120^\circ$   | (2) $\cot 210^\circ$                 |
| 3. $\sin 315^\circ$   | (3) $\cos 330^\circ$                 |
| 4. $\sec 210^\circ$   | (4) $\operatorname{cosec} 225^\circ$ |
| 5. $\tan(-240^\circ)$ | (5) $\cot(-270^\circ)$               |

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

- |   |  |
|---|--|
| 6. $\sin(180^\circ + A)\cos(90^\circ - A)$  | (6) $\cos(180^\circ - A)\sin(90^\circ + A)$                |
| 7. $\cot(180^\circ + A)\sec(180^\circ - A)$ | (7) $\tan(90^\circ - A)\operatorname{cosec}(90^\circ + A)$ |

次ノ式ヲ證セヨ。

8.  $\cos 150^\circ \cos 60^\circ + \sin 330^\circ \sin 360^\circ = 0$

(8)  $\sin 60^\circ \sin 120^\circ + \cos(-60^\circ)\sin(-30^\circ) = 1$



例二  $\frac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \tan\theta$  ナルコトヲ證セヨ。

解  $\frac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \frac{\sin\theta(1 - 2\sin^2\theta)}{\cos\theta(2\cos^2\theta - 1)}$   
 $= \tan\theta \frac{(\sin^2\theta + \cos^2\theta) - 2\sin^2\theta}{2\cos^2\theta - (\cos^2\theta + \sin^2\theta)}$   
 $= \tan\theta \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta - \sin^2\theta}$   
 $= \tan\theta$

次ノ式ヲ證セヨ。

1.  $\frac{\cos^2 A}{1 + \sin A} = 1 - \sin A$       (1)  $\frac{1 - \cos^2 A}{\cos A} = \sin A \tan A$

2.  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha$

(2)  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha$

3.  $\frac{1 + 2\sin^2 A}{\cos^2 A} = 1 + 3\tan^2 A$       (3)  $\frac{\tan^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 B \sin^2 A$

4.  $\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} + \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} - \frac{2}{\sin\theta} = 0$

(4)  $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = 2\cos^2 A - 1$

5.  $\tan A + \tan(90^\circ - A) = \sec A \sec(90^\circ - A)$

(5)  $\sin(-270^\circ) + \tan^2(180^\circ - \alpha) - \operatorname{cosec}^2(90^\circ - \alpha) = 0$

#### 4. 三角函數ノ對數表

三角函數ニヨル計算ハ一般ニ複雑ナルモノナレバ對數計算ニヨル方ガ便ニシテ眞數表ヲ用ヒテ計算スル場合ハ極メテ尠シ。從テ三角函數ノ計算ニ於テハソノ對數表ノ使用法ヲ知ラザルベカラズ。

本書ニハ $0^\circ$ ヨリ $90^\circ$ 迄ノ角ノ Sine, Cosine, Tangent, Cotangent ノ三角函數ノ $10'$ 置四桁ノ對數表ヲアゲタリ。但三角函數ノ眞數ノ絶對值ハ多クハ $1$ ヨリ小ナルヲ以テスベテノ對數 $= 10$ ヲ加ヘテ指標ヲ正ナル様ニセリ。

例ヘバ  $\log \sin 60^\circ = \log \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $= \frac{1}{2} \log 3 - \log 2$   
 $= 0.2385 - 0.3010$   
 $= \bar{7}.9375$       ナレドモ

表ニハ  $9.9375$       トアリ

之ハ  $\log \sin 60^\circ = 9.9375 - 10$  即  $\bar{7}.9375$  ノコトナリ。

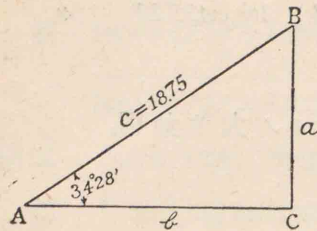
三角函數ノ對數ノ使用法ハ自然數ノ對數ノ使用法ト大差ナシ。例ヲアゲテ之ヲ示サン。







例四 三角形ABCニ於テ  $\angle C=90^\circ, \angle A=34^\circ 28'$



$c=18.75$  cmナリ。  $\angle B, a, b$ ノ大サヲ求ム。

解.

$$\angle B = 90^\circ - 34^\circ 28' = 55^\circ 32'$$

$$\frac{a}{c} = \sin A, \quad a = c \sin A, \quad \log a = \log c + \log \sin A$$

$$\frac{b}{c} = \cos A, \quad b = c \cos A, \quad \log b = \log c + \log \cos A$$

$\log 18.75 = 1.2730$	$\log 18.75 = 1.2730$
$\log \sin 34^\circ 28' = 7.7527$	$\log \cos 34^\circ 28' = 7.9162$
$\frac{1.0257}{106 \dots \dots \dots 0253}$	$\frac{1.1892}{154 \dots \dots \dots 1875}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{17}$
$a = 10.61$	$b = 15.46$

答  $\angle B = 55^\circ 32'$   
 $a = 10.61$  cm,  $b = 15.46$  cm

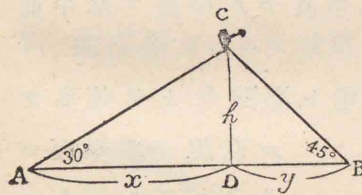
問題

$\angle C$ ヲ直角トセル直角三角形ABCニ於テ次ノ部分ヲ知リテ他ノ部分ヲ求メヨ。

- |                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $c=2280$ 米, $\angle A=28^\circ 5'$ | (1) $b=4$ 米, $\angle A=37^\circ 56'$ |
| 2. $c=9.35$ cm, $a=8.49$ cm           | (2) $a=13.69$ cm,<br>$b=16.92$ cm.   |

- |   |   |
|---|---|
| 3. $c=27$ 米, $\angle B=44^\circ 4'$                     | (3) $b=9.32$ 米, $\angle B=34^\circ 44'$                   |
| 4. 二邊ガ15間ト34間, 夾角ガ $78^\circ 35'$ ナル三角形ノ畑ノ面積如何。         | (4) 底角ガ $50^\circ$ 底邊ガ2尺7寸ナル二等邊三角形ノ面積如何                   |
| 5. 相隣レル二邊ガ5 種ト6種トニシテソノ 夾角ガ $82^\circ 45'$ ナル平行四邊形ノ面積如何。 | (5) 上底ガ8 檜, 下底ガ14 檜, 下底ノ兩端ノ角ガ $68^\circ 24'$ ナル等脚梯形ノ面積如何。 |

例五



同一水平面上ノA, B 兩地ニテAB線ノ真上Cノ位置ニアル飛行機ヲ見タルニAニテハ  $30^\circ$ , Bニテハ  $45^\circ$ ノ高サニ見エタ

リ。ABヲ500米トセバ飛行機ノ高サ如何。

解. 高サCDヲ  $h$  トシ, ADヲ  $x$ , BDヲ  $y$  トセバ

$$\frac{h}{x} = \tan A = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{即} \quad h\sqrt{3} = x$$

$$\frac{h}{y} = \tan B = \tan 45^\circ = 1 \quad h = y$$

$$x + y = 500 = h\sqrt{3} + h$$

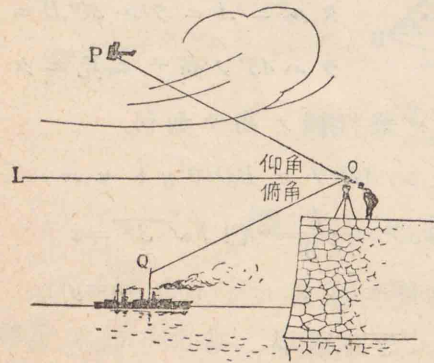
$$h = \frac{500}{\sqrt{3} + 1} = 250(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 250 \times 0.732 (\text{約}) = 183. \quad \text{答 約} 183 \text{ 米}$$



三角法ニ於テハ測量上ノ問題ヲ取扱フヲ以テ屢之ニ關スル術語ヲ用フ。今ソノ重ナルモノヲ舉グベシ。

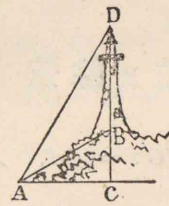
- (1) 鉛直線 地球ノ中心ニ向フ直線(重力ノ方向ト一致セル直線)ヲ鉛直線(鉛垂線)トイフ。
- (2) 鉛直面 鉛直線ヲ含ム平面ヲ鉛直面(鉛垂面)トイフ。
- (3) 水平線 鉛直線ニ垂直ナル直線ヲ水平線トイフ。
- (4) 水平面 鉛直線ニ垂直ナル平面ヲ水平面トイフ。
- (5) 仰角俯角 一點 $P(Q)$ ト測點 $O$ トヲ連ネタル直線ガ水平面ヨリ上ニアルトキハ此直線ト水平面トノナス角ヲ仰角又ハ高度トイヒ、下ニアルトキハ水平面トナス角ヲ俯角トイフ。



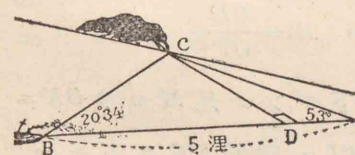
- (6) 距角 測點ト他ノ二點ノ各トヲ連ネタル二直線ガ測點ニ張ル角ヲ後ノ二點ノ距角トイフ。

6. 巨巖  $BC$  上ニ  $BD$  ナル燈臺アリ。點  $A$  ニ於テ  $B, D$  ノ仰角ヲ測リタルニ夫々  $30^\circ, 60^\circ$  アリタリ。

燈臺ノ高サハ巨巖ノ高サノ2倍ナルコトヲ證セヨ。



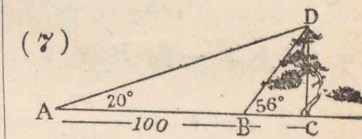
7. 或汽船ガ  $A$  ニテ或島ヲ見タルニソノ進ム方



向ト  $53^\circ$  ノ角ヲナセリ。今5哩進ミテヨリ同島ヲ見タルニ進來リシ方向ト  $20^\circ 34'$  ノ角ヲナセリ。島ニ最モ近カリシ時ノ距離  $CD$  如何。

(6) 崖  $BC$  上ニ  $BD$  ナル旗竿立テリ。地點  $A$  ニテ  $B$

及  $D$  ノ仰角ヲ測リタルニ夫々  $30^\circ, 45^\circ$  ヲ得タリ。  $BC$  ヲ15米トセバ  $AC$  ノ距離及旗竿ノ長サ如何。

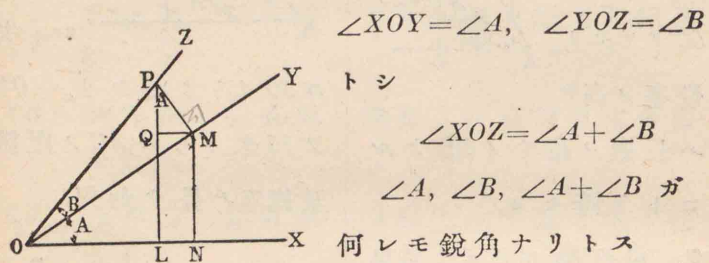


100尺隔リタル  $A, B$  地點ニテ  $AB$  ト一直線上ノ點  $C$  ニ立テル立木ノ頂上ノ仰角ヲ測リタルニ夫々  $20^\circ, 56^\circ$  ヲ得タリ。木ノ高サ如何。但眼ノ高サヲ5尺トス。



第二章 二角ノ和又ハ  
差ノ三角函數

5. 二角ノ和ノ正弦及餘弦



$\angle XOY = \angle A, \angle YOZ = \angle B$

トシ

$\angle XOZ = \angle A + \angle B$

$\angle A, \angle B, \angle A + \angle B$  ガ

何レモ銳角ナリトス

OZ 上ニ一點 P フトリ OX ニ垂線 PL フ下セバ

$$\sin(A+B) = \frac{PL}{OP}, \cos(A+B) = \frac{OL}{OP}$$

P ヨリ OY ニ垂線 PM フ下シ、ソノ足 M ヨリ OX ニ

垂線 MN フ下シ又 M ヨリ PL ニ垂線 MQ フ下セバ

$$\angle MPQ = \angle A, PL = PQ + QL = PQ + MN$$

$$OL = ON - LN = ON - QM$$

$$\text{故ニ } \sin(A+B) = \frac{PQ + MN}{OP}$$

$$= \frac{PQ}{OP} + \frac{MN}{OP}$$

$$\text{然ルニ } PQ = PM \cos A, MN = OM \sin A$$

$$\sin(A+B) = \frac{PM \cos A}{OP} + \frac{OM \sin A}{OP}$$

$$= \sin B \cos A + \cos B \sin A$$

$$\text{即 } \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \dots (1)$$

$$\text{又 } \cos(A+B) = \frac{ON - QM}{OP}$$

$$\text{然ルニ } ON = OM \cos A, QM = PM \sin A$$

$$\text{故ニ } \cos(A+B) = \frac{OM \cos A}{OP} - \frac{PM \sin A}{OP}$$

$$= \cos B \cos A - \sin B \sin A$$

$$\text{即 } \cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \dots (2)$$

(1) 及 (2) フ正弦及餘弦ノ加法定理トイフ。

$\angle A, \angle B$  ガ正負ノ如何ナル値フトリタル場合ニモ上ノ定理ノ成立ツコトヲ一般ニ證明シ得レドモコゝニハ之ヲ省ク。

問題

1.  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

ヲ證セヨ。

2.  $\sin 105^\circ, \cos 105^\circ$  ノ値ヲ

算出セヨ。

3.  $\cos(90^\circ + A) = -\sin A$

ヲ證セヨ。

(1)  $\cos 75^\circ$  ノ値ヲ算出

セヨ。

(2)  $\sin 135^\circ, \cos 135^\circ$  ノ値

ヲ算出セヨ。

(3)  $\sin(90^\circ + A) = \cos A$

ヲ證セヨ。



### 6. 二角ノ差ノ正弦及餘弦

(7)  $\angle A, \angle B$ ヲ與ヘラレタル二角,  $(\angle A - \angle B)$ ヲソノ差トス。

$$\sin(A-B) = \sin\{A+(-B)\}$$

加法定理ニヨリ

$$\begin{aligned} \sin(A-B) &= \sin A \cos(-B) + \cos A \sin(-B) \\ &= \sin A \cos B - \cos A \sin B \end{aligned}$$

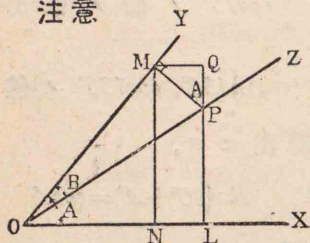
即  $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \dots (3)$

又  $\cos(A-B) = \cos\{A+(-B)\}$   
 $= \cos A \cos(-B) - \sin A \sin(-B)$   
 $= \cos A \cos B + \sin A \sin B$

即  $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \dots (4)$

(3), (4)ヲ正弦及餘弦ノ減法定理トイフ。

注意



本定理モ前定理ノ如ク圖ニヨリテ證明スルコトヲ得。

### 問題

次ノ式ヲ證セヨ。 1-(3)

1.  $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(1)  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2.  $\sin(A+45^\circ) = \frac{\sin A - \cos A}{\sqrt{2}}$

(2)  $\cos(A-45^\circ) = \frac{\cos A + \sin A}{\sqrt{2}}$

3.  $\sin(A+45^\circ)\sin(A-45^\circ) = \frac{1}{2}(\sin^2 A - \cos^2 A)$

(3)  $\cos(A+45^\circ)\cos(A-45^\circ) = \frac{1}{2} - \sin^2 A$

4.  $\angle A, \angle B$ ガ共ニ  $90^\circ$ ヨ

(4)  $\angle A, \angle B$ ガ共ニ  $90^\circ$ ヨ

リ小ナル正角ニシテ

リ小ナル正角ニシテ

$\cos A = \frac{40}{41}, \cos B = \frac{60}{61}$

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ナルトキハ  $\sin(A+B)$ ノ値如何。

ナルトキハ  $\sin(A-B)$ ノ値如何。

5.  $\sin 23^\circ \cos 7^\circ + \cos 23^\circ \sin 7^\circ$

(5)  $\cos 83^\circ \cos 23^\circ$ ト

ハ  $\frac{1}{2}$ ニ等シキコトヲ證セヨ。

$\sin 83^\circ \sin 23^\circ$ トノ和ハ  $\frac{1}{2}$ ニ等シキコトヲ證セヨ。



### 7. 二角ノ和及差ノ正切

二角ヲ  $\angle A, \angle B$  トシ  $\tan(A+B), \tan(A-B)$  ヲ求メン  
トス。

$$\begin{aligned} \tan(A+B) &= \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} \\ &= \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B - \sin A \sin B} \end{aligned}$$

分母子ニ於ケル sine, cosine ヲスベテ tangent ニス  
ルタメ  $\cos A \cos B$  ニテ割ラバ

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{\sin A \cos B}{\cos A \cos B} + \frac{\cos A \sin B}{\cos A \cos B}}{1 - \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B}} \\ &= \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \end{aligned}$$

即

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \dots\dots (5)$$

同様ニシテ

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} \dots\dots (6)$$

(5), (6) ヲ正切ノ加法及減法定理トイフ。

### 問題

次ノ式ノ正シキコトヲ證セヨ。 1-(5)

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\cot(A+B)$<br>$= \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B}$      | (1) $\cot(A-B)$<br>$= \frac{\cot A \cot B + 1}{\cot B - \cot A}$      |
| 2. $\tan(45^\circ + A)$<br>$= \frac{1 + \tan A}{1 - \tan A}$         | (2) $\tan(45^\circ - A)$<br>$= \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$         |
| 3. $\tan(180^\circ + A) = \tan A$                                    | (3) $\tan(90^\circ + A) = -\cot A$                                    |
| 4. $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$                                    | (4) $\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$                                    |
| 5. $\tan 15^\circ + \tan 30^\circ + \tan 15^\circ \tan 30^\circ = 1$ | (5) $\tan 75^\circ - \tan 30^\circ - \tan 75^\circ \tan 30^\circ = 1$ |

- |   |   |
|---|---|
| 6. $\tan x = \frac{5}{6}, \tan y = \frac{1}{11}$<br>ナラバ $x+y$ ハ何度ナル<br>カ。 | (6) $\tan x = a, \tan y = \frac{1}{a}$ ナ<br>ラバ $x+y$ ハ $90^\circ$ ニ等シキ<br>コトヲ加法定理ニヨリ<br>テ證セヨ。 |
|---|---|



### 8. 倍角及半角ノ三角函數

正弦ノ加法定理

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

ニ於テ  $B=A$  トセバ

$$\sin 2A = \sin A \cos A + \cos A \sin A$$

即  $\sin 2A = 2 \sin A \cos A \dots\dots\dots (7)$

餘弦ニツイテモ同様ニシテ

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$\left. \begin{aligned} &= 2\cos^2 A - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 A \end{aligned} \right\} \because \sin^2 A + \cos^2 A = 1 \dots\dots\dots (8)$$

是等ノ公式ヨリ一角ノ正弦及餘弦ヲ知ラバソ  
倍角ノ正弦餘弦ヲ知ルコトヲ得。

又正切ニ於テハ

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \dots\dots\dots (9)$$

(8)ニ於テ

$$2A = \alpha \quad \text{トセバ}$$

$$A = \frac{\alpha}{2} \quad \text{ニシテ}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \\ \cos \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \\ \tan \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

即或角ノ餘弦ヲ知ラバソノ半分ノ角ノ正弦、餘  
弦、正切ヲ知リ、從テ他ノ三ツノ三角函數ヲモ知ル  
コトヲ得。根號ノ前ノ符號ハ角ノ大サニヨリテ  
適當ナルモノヲトルベシ。

### 問 題

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\sin A = \frac{1}{3}$ ナルトキ<br>$\cos 2A, \sin 2A$ ノ値ヲ求<br>メヨ。       | (1) $\cos A = \frac{3}{5}$ ナルトキ<br>$\cos 2A, \sin 2A$ ノ値ヲ求メ<br>ヨ。           |
| 2. $\cos A = \frac{1}{3}$ ナルトキ<br>$\tan 2A$ ノ値ヲ求メヨ。                    | (2) $A$ ガ鋭角ニシテ<br>$\cos A = \frac{1}{3}$ ナルトキ $\tan \frac{A}{2}$<br>ノ値ヲ求メヨ。 |
| 3. $x$ ガ第二象限内ノ角<br>ニシテ $\tan x = -\frac{4}{3}$ ナラ<br>バ $\sin 2x$ ノ値如何。 | (3) $\tan 22.5$ 及 $\sin 22.5$ ノ<br>値ヲ求ム。                                    |

注意  $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$



例一  $\sin 18^\circ$  の値ヲ求メヨ。

解  $18^\circ \times 5 = 90^\circ$

$$18^\circ \times 2 = 90^\circ - 18^\circ \times 3$$

$$\sin(18^\circ \times 2) = \sin(90^\circ - 18^\circ \times 3) = \cos(18^\circ \times 3)$$

$$2\sin 18^\circ \cos 18^\circ = \cos 18^\circ \cos(18^\circ \times 2) - \sin 18^\circ \sin(18^\circ \times 2)$$

$$\text{''} = \cos 18^\circ (1 - 2\sin^2 18^\circ) - 2\sin^2 18^\circ \cos 18^\circ$$

$\cos 18^\circ \neq 0$  故ニ之ニテ兩邊ヲ割ラハ

$$2\sin 18^\circ = 1 - 2\sin^2 18^\circ - 2\sin^2 18^\circ$$

$$4\sin^2 18^\circ + 2\sin 18^\circ - 1 = 0$$

$$\sin 18^\circ = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

正ノ値ヲトリ

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$4. \cos 18^\circ = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$$

ナルコトヲ證セヨ。

$$5. \cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

ナルコトヲ證セヨ。

注意  $\cos 3A = \cos(A + 2A)$

$$(4) \sin 36^\circ = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$$

ナルコトヲ證セヨ。

$$(5) \tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}$$

ナルコトヲ證セヨ。

注意  $\tan 3A = \tan(A + 2A)$

次ノ式ヲ證セヨ。 6-(8)

$$6. \left(\sin \frac{A}{2} + \cos \frac{A}{2}\right)^2 - 1 = \sin A$$

$$(6) \cos 4\alpha - 4\cos 2\alpha = 8\sin^4 \alpha - 3$$

$$7. \frac{2\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \sin 2\alpha$$

$$(7) \frac{\cot \frac{A}{2} - \tan \frac{A}{2}}{\cot \frac{A}{2} + \tan \frac{A}{2}} = \cos A$$

$$8. \frac{\sin A}{1 + \cos A} = \tan \frac{A}{2}$$

$$(8) \frac{\sin A}{1 - \cos A} = \cot \frac{A}{2}$$

9.  $x$  が  $0^\circ$  ト  $180^\circ$  トノ間ニ在リテ

$$\sin 2x + \sin x = 0$$

ヲ満足スル値ヲ求メヨ。

(9)  $x$  が  $0^\circ$  ト  $180^\circ$  トノ間ニ在リテ

$$\cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 2$$

ヲ満足スル値ヲ求メヨ。

9, (9)ノ如キ方程式ヲ三角方程式トイフ。

10. 次ノ方程式ヲトキ  $x$  ノ  $0^\circ$  ヨリ  $360^\circ$  ノ間ニ在ル値ヲ求メヨ。

$$\tan 2x = 3\tan x$$

11. 半径  $r$  ノ圓ニ内切スル正十邊形ノ周如何。

(10) 次ノ方程式ヲトキ  $x$  ノ  $0^\circ$  ヨリ  $360^\circ$  ノ間ニ在ル値ヲ求メヨ。

$$2\sin 2x = 3\tan x$$

(11) 11ニ於テ面積ハ如何。



### 第三章 正弦餘弦ノ 和及差ノ積

#### 9. 正弦餘弦ノ積ヲ和及差ニ直 スコト

正弦餘弦ノ加法及減法定理ハ

$$\sin A \cos B + \cos A \sin B = \sin(A+B)$$

$$\sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin(A-B)$$

$$\cos A \cos B - \sin A \sin B = \cos(A+B)$$

$$\cos A \cos B + \sin A \sin B = \cos(A-B)$$

コレ等ノ式ヲ組合セラ次ノ式ヲ得。

$$\left. \begin{aligned} 2\sin A \cos B &= \sin(A+B) + \sin(A-B) \\ 2\cos A \sin B &= \sin(A+B) - \sin(A-B) \\ 2\cos A \cos B &= \cos(A+B) + \cos(A-B) \\ 2\sin A \sin B &= \cos(A-B) - \cos(A+B) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

此ノ四ツノ式ヲ用ヒテ正弦餘弦ノ積ヲ和又ハ  
差ニ直スコトヲ得。特ニ最後ノ式ノ符號ニ注意  
スベシ。

### 問題

次ノ式ヲ正弦餘弦ノ和又ハ差ノ式ニ改メヨ。

$$\begin{array}{l|l} 1. 2\cos 60^\circ \sin 30^\circ & (1) 2\sin 52^\circ \sin 75^\circ \\ 2. \cos 5A \cos 7A & (2) \sin 4A \cos 8A \end{array}$$

#### 10. 正弦餘弦ノ和及差ヲ積ニ直 スコト

前節ノ公式(11)ニ於テ

$$A+B=C, \quad A-B=D$$

即  $A = \frac{C+D}{2}, \quad B = \frac{C-D}{2}$  トセバ

$$\left. \begin{aligned} \sin C + \sin D &= 2\sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2} \\ \sin C - \sin D &= 2\cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2} \\ \cos C + \cos D &= 2\cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2} \\ \cos D - \cos C &= 2\sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2} \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

此ノ四ツノ式ヲ用ヒテ正弦餘弦ノ和及差ヲ積  
ノ形ニ直スコトヲ得。特ニ最後ノ式ノ符號ニ注  
意セヨ。



## 問 題

次ノ式ヲ正弦餘弦ノ積トシテ表セ。

$$\begin{array}{l} 1. \cos 42^\circ + \cos 36^\circ \\ 2. \sin 52^\circ - \sin 32^\circ \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} (1) \sin 15^\circ + \sin 11^\circ \\ (2) \cos 35^\circ - \cos 55^\circ \end{array} \right.$$

例一  $\frac{\sin A + \sin 2A + \sin 3A}{\cos A + \cos 2A + \cos 3A} = \tan 2A$  ナルコトヲ  
證セヨ。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \frac{\sin A + \sin 2A + \sin 3A}{\cos A + \cos 2A + \cos 3A} &= \frac{(\sin 3A + \sin A) + \sin 2A}{(\cos 3A + \cos A) + \cos 2A} \\ &= \frac{2\sin 2A \cos A + \sin 2A}{2\cos 2A \cos A + \cos 2A} \\ &= \frac{\sin 2A(2\cos A + 1)}{\cos 2A(2\cos A + 1)} \\ &= \frac{\sin 2A}{\cos 2A} \\ &= \tan 2A \end{aligned}$$

次ノ式ヲ證セヨ。

$$3. \frac{\sin 4A - \sin 2A}{\cos 4A + \cos 2A} = \tan A$$

$$4. \frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$5. \sin 10^\circ + \sin 50^\circ = \sin 70^\circ$$

$$(5) \sin(A+60^\circ) + \sin(A-60^\circ) - \sin A = 0$$

$$6. A+B+C=180^\circ \text{ ナラバ}$$

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$$

$$= 4\sin A \sin B \sin C$$

$$\text{注意} \quad \sin 2A = 2\sin A \cos A$$

$$\text{又} \quad \sin 2B + \sin 2C \text{ ヲ積ノ形} =$$

改メ共通因數ヲ括レ。

$$\text{尙} \quad \cos A = -\cos(B+C)$$

$$7. A+B+C=180^\circ$$

ナラバ

$$\sin A + \sin B + \sin C$$

$$= 4\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$\text{注意} \quad \sin \frac{B+C}{2} = \cos \frac{A}{2}$$

$$\sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$$

$$(3) \frac{\sin A + \sin 3A + \sin 5A}{\cos A + \cos 3A + \cos 5A} = \tan 3A$$

$$(4) \frac{\cos 20^\circ - \cos 70^\circ}{\sin 70^\circ - \sin 20^\circ} = 1$$

$$(6) A+B+C=180^\circ$$

ナラバ

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$$

$$= -4\cos A \cos B \cos C - 1$$

注意 6ト同様ナ方法ヲトレ。

$$(7) A+B+C=180^\circ$$

ナラバ

$$\cos A + \cos B + \cos C$$

$$= 1 + 4\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

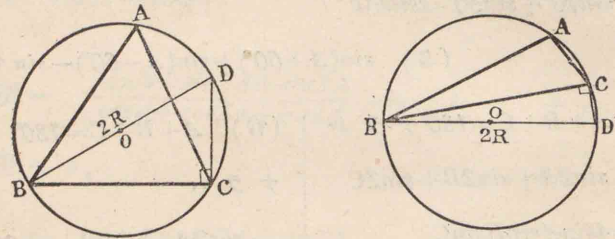
注意 7ト同様ナ方法ヲトレ。



第四章 三角形ノ性質及  
ソノ應用

11. 正弦法則

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



證明

$\triangle ABC$ ニ於テ  $\angle A < 90^\circ$ トス。

$\triangle ABC$ ノ外接圓ヲ書キ  $B$ ヨリ直徑  $BD$ ヲ引キ

$CD$ ヲ結ベバ  $\angle D = \angle A, \angle BCD = 90^\circ$

故ニ  $BC = BD \sin D = BD \sin A$

$BD = 2R$ トセバ

即  $a = 2R \sin A$

同様ニ  $b = 2R \sin B$

$c = 2R \sin C$

故ニ  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

右ノ圖ノ如ク  $\angle A > 90^\circ$ ナルトキ  $B$ ヨリノ直徑  
ヲ  $BD'$ トセバ  $\angle D' = 180^\circ - \angle A$

故ニ  $\sin D' = \sin A$

故ニ三角形ガ鈍角三角形ナルトキモ正弦法則  
ハ成立ス。即

三角形ノ各角ノ正弦ハソノ對邊ニ比例ス。

問題

- |  |  |
|--|--|
| <p>1. 三角形ノ一頂點ヨ<br/>リ對邊ニ下セル垂線ヲ<br/>用ヒテ正弦法則ヲ證セ<br/>ヨ。</p> <p>2. <math>\sin A + \sin B &gt; \sin C</math>ヲ<br/>證セヨ。</p> <p>3. <math>\angle A = 45^\circ, \angle B = 60^\circ</math><br/><math>c = 9.562</math>ナルト<br/>キ <math>a, b</math>ヲ對數ヲ用ヒズシ<br/>テ算計セヨ。</p> <p>注意 25頁問題1ヲ見ヨ。</p> | <p>(1) <math>\triangle ABC</math>ノ一角例へ<br/>バ <math>\angle A</math>ガ <math>90^\circ</math>ナルトキハ<br/>正弦法則ハ如何。</p> <p>(2) <math>\angle C = 90^\circ</math>ナラバ<br/><math>\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C</math><br/>ナルコトヲ證セヨ。</p> <p>(3) 一邊ガ <math>24.31\text{cm}</math>ソノ<br/>兩端ノ角ガ夫々 <math>45^\circ 18'</math><br/><math>32^\circ 11'</math>ナル三角形ノ他<br/>ノ邊如何。但對數表ヲ<br/>用ヒテ解ケ。</p> |
|--|--|

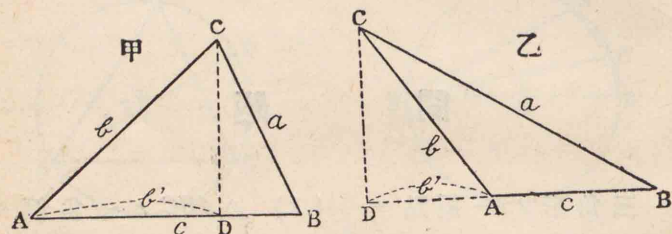


## 12. 餘弦法則

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



證明 幾何學ニ於テ

銳角ノ對邊ノ上ノ正方形ハソノ角ヲ夾ム二邊ノ上ノ正方形ノ和ヨリソノ一邊トソノ邊ニ投ズル他ノ邊ノ正射影トノ積ノ二倍ヲ減ジタルモノニ等シキコトヲ證セリ。

即  $\triangle ABC$ ニ於テ  $\angle A < 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$  トセバ

$$(甲) \quad BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AD$$

$$AD = b' = b \cos A$$

$$故ニ \quad a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos A$$

又  $\angle A > 90^\circ$  トセバ

$$(乙) \quad BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AD$$

$$AD = b' = b \cos CAD = -b \cos A$$

即  $\angle A$ ガ鈍角ナルトキニ於テモ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

コレヨリ又他ノ二式ノ成立スルコトヲ知ル。

餘弦法則ニヨリテ二邊トソノ夾角トヲ知レバソノ角ノ對邊ヲ知ルヲ得ベク、從テ三角ノ大サヲ知ルコトヲ得ベシ。然レドモ此場合ニ於テハ對數計算ヲ利用シ得ザルヲ以テ桁數ノ多キ數ノ計算ニハ不利ナリ。

## 問題

1.  $\angle A = 120^\circ$  ナラバ

$$a^2 = b^2 + c^2 + bc$$

ナルコトヲ證セヨ。

2. 本節ノ圖ヲ用ヒテ

$$c = a \cos B + b \cos A$$

ヲ證シ、 $a, b$ ニツイテモ同様ノ式ヲ作レ。

$$(1) \quad \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} \quad \text{ハ}$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} \quad \text{ニ等シキコ}$$

トヲ證セヨ。

$$(2) \quad \frac{\cos A}{b} = \frac{\cos B}{a} \quad \text{ナラバ}$$

三角形ハ二等邊三角形ナルカ又ハ直角三角形ナルコトヲ證セヨ。



## 13. 正切法則

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan \frac{1}{2}(A-B)}{\tan \frac{1}{2}(A+B)}$$

證明  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{2R\sin A - 2R\sin B}{2R\sin A + 2R\sin B} \quad \because \text{正弦法則} =$

ヨリ

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin A - \sin B}{\sin A + \sin B} \\ &= \frac{2\cos \frac{1}{2}(A+B)\sin \frac{1}{2}(A-B)}{2\sin \frac{1}{2}(A+B)\cos \frac{1}{2}(A-B)} \end{aligned}$$

即  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan \frac{1}{2}(A-B)}{\tan \frac{1}{2}(A+B)}$

他ノ邊及角ニツイテモ同様ナル關係成立ス。

三角形ノ二邊  $a, b$  及ソノ夾角  $C$  ヲ知ルトキハ  
三角形ノ他ノ部分ヲ知ルコトヲ得。何トナレバ

$\angle C$  ヲ知ル故  $90^\circ - \frac{C}{2} = \frac{1}{2}(A+B)$  ヲ知ルヲ得ベク。

正切法則ヨリ  $\frac{1}{2}(A-B)$  ヲ知ルヲ得ベシ。

之ニヨリテ  $\angle A, \angle B$  ヲ知り、之ヨリ

正弦法則ニヨリテ  $c$  ヲ知り得ベシ。

此計算ニ於テハスベテ對數ヲ使用シ得ルヲ以  
テ前節ニヨルヨリモ便ナリ。

## 問題

次ノ式ヲ證セヨ。

$$\begin{aligned} 1. \quad \tan \frac{1}{2}(B-C) &= \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2} & (1) \quad \frac{a+b}{c} &= \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}C} \\ 2. \quad b\sin B - c\sin C &= a\sin(B-C) & (2) \quad \frac{b^2 - c^2}{a^2} &= \frac{\sin(B-C)}{\sin A} \end{aligned}$$

注意  $b, c$  ヲ正弦法則ニヨリテ

注意 2ト同様ニセヨ。

他ノ式ニ變化セヨ。

三角形ニ於テ次ノ部分ヲ知レルトキ他ノ部分  
ヲ求メヨ。

3.  $b = 37.2\text{cm.}$

$c = 22.3\text{cm.}$

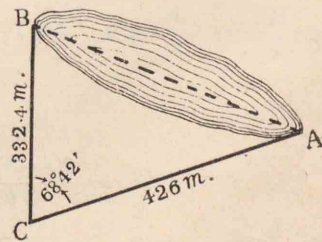
$A = 29^\circ 38'$

(3)  $a = 39.9\text{cm.}$

$b = 43.2\text{cm.}$

$C = 38^\circ 14'$

4. 池ノ兩端  $A, B$  間ノ  
距離ヲ測ラントシ、 $C$  ニ  
一點ヲ定メ  $CA, CB$  ノ距  
離及ビ  $\angle C$  ヲ測リタル  
ニ圖ノ如クナレリ。



$AB$  ノ距離如何。



## 14. 三邊ヨリ角ヲ求ムル公式

(半角法則)

餘弦法則ニヨリ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{故ニ} \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

半角ノ公式ヨリ

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} \quad \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$$

ヲ得。  $\frac{A}{2} < 90^\circ$  ナル故  $\sin \frac{A}{2}, \cos \frac{A}{2}$  ハ何レモ正ナリ。

$$1 - \cos A = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc}$$

$$= \frac{a^2 - (b - c)^2}{2bc}$$

$$= \frac{(a + b - c)(a - b + c)}{2bc}$$

$$a + b + c = 2s \quad \text{トセバ}$$

$$a + b - c = 2(s - c)$$

$$a - b + c = 2(s - b)$$

$$= \frac{2(s - b)(s - c)}{bc}$$

$$\text{故ニ} \quad \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{bc}}$$

$$\text{同様ニシテ} \quad \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s - a)}{bc}}$$

又上ノ兩式ヨリ

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{s(s - a)}}$$

$\angle B, \angle C$  ニツイテモ同様ナル式成立ス。

## 問題

1.  $\log \sin \frac{B}{2}$  ヲ三邊ヲ含ム式ニテ書下セ。

(1)  $\log \tan \frac{A}{2}$  ヲ三邊ヲ含ム式ニテ書下セ。

2. 三角形  $ABC$  ガ正三角形ナルトキハ

(2)  $a + c = 2b$  ナルトキハ  $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}$

$$\sin \frac{A}{2} = \sin \frac{B}{2} = \sin \frac{C}{2} = \frac{1}{2}$$

ナルコトヲ證セヨ。

ナルコトヲ上ノ式ヨリ

證セヨ。

次ノ式ヲ證セヨ。

3.  $(s - a) \sin \frac{A}{2}$

(3)  $s \sin \frac{A}{2} = a \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

$$= a \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

4.  $(s - a) \tan \frac{A}{2} = (s - b) \tan \frac{B}{2} = (s - c) \tan \frac{C}{2}$

$$(4) \quad \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} = 1$$



例一  $\triangle ABC$ ニ於テ  $a=30.8$ ,  $b=22.7$ ,  $c=37.5$ ヲ知  
リテ三角ヲ求メヨ。

解 正切ノ半角法則ノ公式ニヨラントス。

$$s=45.5 \quad \log s = 1.6580$$

$$a=30.8 \quad s-a=14.7 \quad \log(s-a)=1.1673$$

$$b=22.7 \quad s-b=22.8 \quad \log(s-b)=1.3579$$

$$c=37.5 \quad s-c=8.0 \quad \log(s-c)=0.9031$$

$$2s=91.0$$

$$\log \tan \frac{A}{2}$$

$$\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \frac{2.2610}{2.8253}$$

$$2 \mid \overline{7.4357}$$

$$\underline{14.7119}$$

$$\overline{7.7179}$$

$$\overline{7.7165} \dots 27^\circ 30'$$

$$\frac{37}{14}(0.45 \dots 4.5) \quad \frac{42}{28}(0.66 \quad 6.6)$$

$$\frac{124}{16}$$

$$\frac{252}{28}$$

$$\frac{A}{2} = 27^\circ 34' 5$$

$$A = 55^\circ 9'$$

$$\log \tan \frac{B}{2}$$

$$\frac{2.0704}{3.0159}$$

$$2 \mid \overline{7.0545}$$

$$\underline{14.5273}$$

$$\overline{7.5273}$$

$$\overline{7.5245} \dots 18^\circ 30'$$

$$\frac{42}{28}(0.66 \quad 6.6)$$

$$\frac{252}{28}$$

$$\frac{252}{28}$$

$$\frac{B}{2} = 18^\circ 36' 6$$

$$B = 37^\circ 13' 2$$

$$C = 180^\circ - (55^\circ 9' + 37^\circ 13' 2) = 87^\circ 37' 8$$

問  $\tan \frac{C}{2}$ ノ公式ヨリ  $C$ ヲ求メテ上ノ値ト對照

セヨ。

三角形ノ三邊ガ次ノ如キトキニソノ三角ヲ求  
メヨ。

$$5. \quad a=3.74\text{cm.}$$

$$b=6.21\text{cm.}$$

$$c=4.47\text{cm.}$$

$$(5) \quad a=73\text{cm.}$$

$$b=82\text{cm.}$$

$$c=91\text{cm.}$$

正切半角ノ法則公式  
ニヨレ。

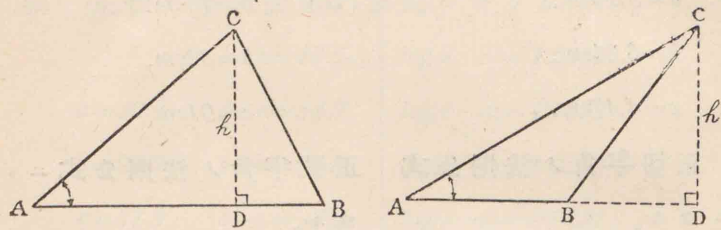
6. 長サ7[メートル]ノ棒  
ノ兩端ガ眼ヨリ夫々5  
[メートル]ト8[メートル]  
離レタルトコロニ在リ。  
然ラハソノ棒ノ全長ガ  
眼ニ張ル角ハ何度ナル  
カ。

正弦半角ノ法則公式ニ  
ヨレ。

(6) 三角形ノ三邊ガ夫  
々2尺,  $\sqrt{6}$ 尺,  $(\sqrt{3}-1)$   
尺ナリ。最大角ハ何度  
ナルカ。



## 15. 三角形ノ面積



三角形ノ二邊  $b, c$  及ソノ夾角ヲ知レバソノ面積ヲ求ムルコトヲ得。今面積ヲ  $\Delta$ , 高サヲ  $h$  ニテ表サハ

$$\Delta = \frac{1}{2}ch \quad h = b \sin A$$

$$\Delta = \frac{1}{2}bc \sin A$$

又正弦餘弦ノ半角ノ公式ヨリ

$$\begin{aligned} \sin A &= 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \\ &= 2 \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \\ &= \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \end{aligned}$$

故ニ

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

即チ三角形ノ三邊ヲ知レバソノ面積ヲ求ムルコトヲ得。

## 問題

次ノ部分ヲ知リテ三角形ノ面積ヲ求メヨ。

1.  $a=35\text{cm.}$

$c=43\text{cm.}$

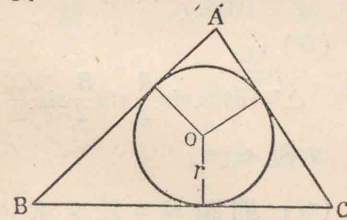
$B=37^\circ$

2.  $a=4\text{m.}$

$b=5\text{m.}$

$c=6\text{m.}$

3.



$\triangle ABC$  ノ内切圓ノ半

徑ヲ  $r$ , ソノ面積ヲ  $\Delta$  トセバ

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

$$= \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

ナルコトヲ證セヨ。

(1)  $b=423.9\text{米}$

$c=417.8\text{米}$

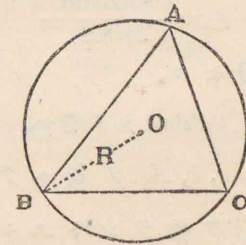
$A=68^\circ 27'$

(2)  $a=17.2\text{cm.}$

$b=15.3\text{cm.}$

$c=14.9\text{cm.}$

(3)



$\triangle ABC$  ノ外接圓ノ半

徑ヲ  $R$ , ソノ面積ヲ  $\Delta$  ト

セバ

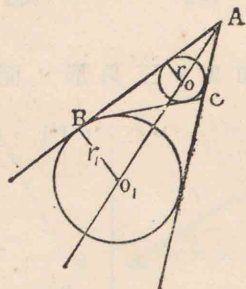
$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

ナルコトヲ證セヨ。



4.

(4)



$$r = (s-a) \tan \frac{A}{2}$$

ヲ證セヨ。

5.  $\Delta = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$

ヲ證セヨ。

注意  $\frac{1}{2}bc \sin A$  ヨリ導ケ。

6.  $a, b, A$  ヲ與ヘテ三角形ヲ作ラントスレバ一般ニ二ツノ三角形ヲ得。ソノ第三邊ヲ  $c$  及  $c'$  トセバ

$$c + c' = 2b \cos A$$

ナルコトヲ證セヨ。

$$r_1 = s \tan \frac{A}{2}$$

ヲ證セヨ。

(5)

$$\Delta^2 = abc s \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

ヲ證セヨ。

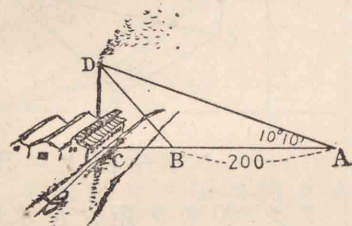
(6) 問題 6 = 於テ次ノ場合ニ於ケル作圖ノ解ノ有無ヲ吟味セヨ。

1.  $a > b$                       ノトキ
2.  $a = b$                         ノトキ
3.  $a < b$  = シテ

- (一)  $a = b \sin A$  ノトキ
- (二)  $a > b \sin A$  ノトキ
- (三)  $a < b \sin A$  ノトキ

### 16. 測量問題

例一 對岸ニ立テル煙突  $CL$  ノ高サヲ測ラントシ先ツ  $C$  ト同一水平線上ノ一點  $A$  ニテソノ仰角ヲ測リ  $10^\circ 10'$  ヲ得更ニ  $AC$  直線上ヲ 200 米進ミタル點  $B$  ニテ仰角ヲ測リ  $32^\circ$  ヲ得タリ。  $CD$  ノ高サ如何。



解  $\triangle ABD$  ニ於テ  $\angle ADB = 32^\circ - 10^\circ 10' = 21^\circ 50'$

$$\frac{AB}{\sin 21^\circ 50'} = \frac{BD}{\sin 10^\circ 10'}, \quad \frac{CD}{BD} = \sin 32^\circ$$

$$CD = BD \sin 32^\circ = \frac{200 \sin 10^\circ 10' \sin 32^\circ}{\sin 21^\circ 50'}$$

$$\log 200 = 2.3010$$

$$\log \sin 10^\circ 10' = \bar{1}.2468$$

$$\frac{\log \sin 32^\circ = \bar{1}.7242}{1.2720}$$

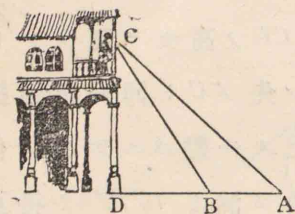
$$\frac{\log \sin 21^\circ 50' = \bar{1}.5714}{1.7016 \dots \dots \dots 50.3}$$

答約 50.3 米



問 題

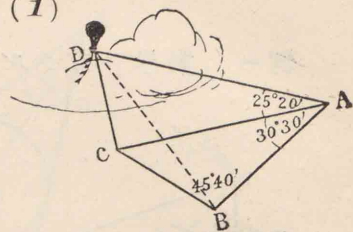
1.



高サ58尺ノ階上ヨリ  
ソノ基底ト同一水平線  
上ニ在ルA,B二點ヲ望  
ミタルニ俯角夫々 $30^{\circ}13'$   
 $45^{\circ}46'$ アリタリ。ABノ  
距離如何。

2. 塔ノ基底ト同一水  
平面上ニ在リテ基底ヨ  
リa米距リタル點ニテ  
測リタル塔ノ仰角Aハ  
塔頂ニ立テル旗竿ノ仰  
角ノ餘角ナリト。然ラ  
ハ旗竿ノ長サハ $2a \cot 2A$   
米ナルコトヲ證セヨ

(1)



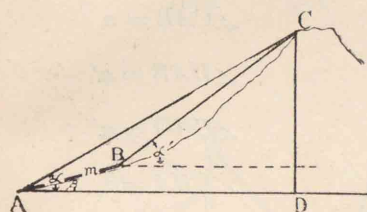
一ツノ水平面上ニ在  
リテ200米ヲ距ツルA,B  
二點ヨリ空中ニ飛揚セ  
ル輕氣球ヲ同時ニ觀測  
シタルニ點Aニ於テハ  
仰角ハ $25^{\circ}20'$ ,BCノ距角ハ  
 $30^{\circ}30'$ ニシテ點Bニ於ケ  
ルACノ距角ハ $45^{\circ}40'$ ナ  
リ。然ラハ輕氣球ノ高  
サハ幾米ナルカ。

但  $\sin 45^{\circ}40' = 0.72$

$\sin 76^{\circ}10' = 0.97$

$\tan 25^{\circ}20' = 0.47$

3. 小山ノ麓Aニテソノ  
山頂ヲ見タルニ仰角 $\alpha$

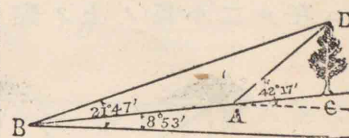


ヲ得之ヨリ傾斜角 $\beta$ ナ  
ル處ヲm米登リBニ至  
リ更ニ山頂ノ仰角ヲ測  
リタルニ $\angle a'$ ヲ得タリ。  
山ノ高サCD如何。

4. 坂路ノ頂上ヨリ平  
地上ニアル一點ヲ觀測  
シ俯角 $30^{\circ}$ ヲ得ソレヨリ  
ソノ坂路ヲ $\frac{3}{4}$ 下リテ同  
一ノ點ヲ觀測シ俯角 $15^{\circ}$   
ヲ得タリ。坂路ノ傾斜  
角ヲ $\alpha$ トセバ

$\tan \alpha = \frac{3}{3\sqrt{3}-2}$ ヲ證セヨ。

(3)

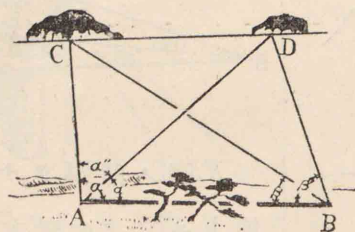


$8^{\circ}53'$ ノ傾斜ヲナセル  
地上ニ立テル樹木DCヲ  
點Aニテ觀測シタルニ  
仰角 $42^{\circ}17'$ ヲ得タリ。之  
ヨリ100尺傾斜ヲ下リタ  
ル點Bニテ觀測シタル  
ニ仰角 $21^{\circ}47'$ ヲ得タリ。  
樹木ノ高サ何程。

(4) 傾斜 $15^{\circ}$ ノ山ニ一樹  
立テリ。ソノ樹ノ根下  
ヨリ80尺傾斜ヲ登リタ  
ル地點ニテソノ樹木ヲ  
見タルニ樹木ノ距角ハ  
 $30^{\circ}$ ナリト。樹木ノ高サ  
如何。



例二 海岸ニテ  $m$  米距リタル地點  $A, B$  ヨリ沖ニ在ルニ小島ノ上ノ點  $C, D$  ヲ觀測シタルニ



$\angle CAB = \alpha$   
 $\angle DAB = \alpha'$   
 $\angle CAD = \alpha''$   
 $\angle CBA = \beta$   
 $\angle DBA = \beta'$   
 ヲ得タリ。

然ラバ  $CD$  ノ距離ヲ求ムル方法如何。

解  $\triangle ABC$  ニ於テ  $\angle C = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ ,

$AC$  ヲ  $d$  トセバ

$$\frac{m}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{d}{\sin \beta} \quad \therefore d = \frac{m \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

又  $\triangle ABD$  ニ於テ  $AD$  ヲ  $c$  トセバ同様ニシテ

$$c = \frac{m \sin \beta'}{\sin(\alpha' + \beta')}$$

$\triangle ADC$  ニ於テ二邊  $c, d$  及ソノ夾角  $\alpha''$  ヲ知ルヲ以テ正切法則ニヨリ

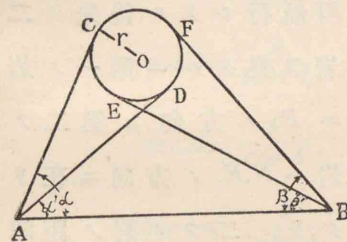
$$\frac{c-d}{c+d} = \frac{\tan \frac{1}{2}(C-D)}{\tan \frac{1}{2}(C+D)}$$

之ヨリ  $\angle C, \angle D$  ヲ知ル。

故ニ正弦法則ニヨリ

$$\frac{CD}{\sin \alpha''} = \frac{c}{\sin C} \quad \text{即} \quad CD = \frac{c \sin \alpha''}{\sin C}$$

5.



$m$  米距リタル地點  $A, B$  ニ於テ瓦斯タンクヲ觀測シタルニ  $\angle CAB, \angle DAB, \angle FBA, \angle EBA$  ガ  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  ヲ得タリ。

然ラバ

$$r = \frac{m \sin \frac{\alpha - \alpha'}{2} \sin \frac{\beta + \beta'}{2}}{\sin \frac{\alpha + \alpha' + \beta + \beta'}{2}}$$

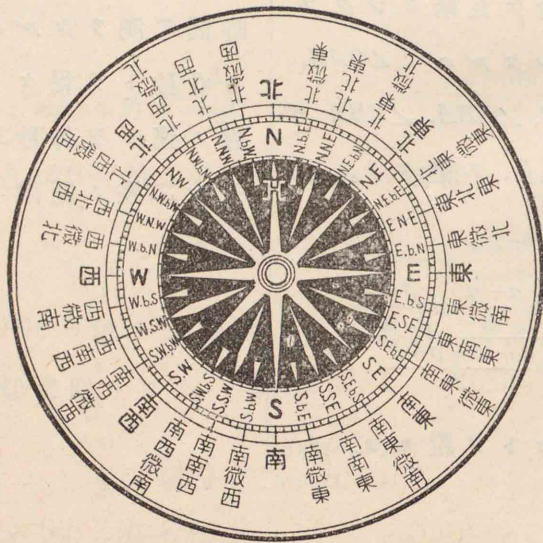
ナルコトヲ證セヨ。

(5) 海岸ニアル人海上ニ碇泊スル二隻ノ軍艦ノ距離ヲ知ラント欲シ二艦ノ距角ヲ測リタルニ  $60^\circ$  ヲ得タリ。且各艦ヨリ發スル砲火ヲ見シヨリ砲聲ヲ聞クマデノ時間ヲ測リタルニ 4 秒ト 6 秒トヲ得タリ。音響ノ速サヲ毎秒 330 米トセバ二艦ノ距離ハ何米ナルカ。



6. 或人O點ヨリ北及  
 ビ北ヨリ30°東ノ方向ニ  
 二點A及ビBヲ望ミ而  
 シテ北西ノ方向ニ10軒  
 進ミA及ビBヲ望ミタ  
 ルニ夫々北東及ビ東ト  
 ナレリトイフ。A,Bノ  
 距離如何。

(6) ニツノ岩ガN15°E  
 ノ方向ヲトリテ船ト同  
 一直線上ニ在リ。船ガ  
 N.W.ノ方向ニ向ツテ5  
 軒航行シタル後先ノ二  
 岩ヲ見タルニ第一ノ岩  
 ハE.ノ方向ニ第二ノ  
 岩ハN.E.ノ方向ニ在リ  
 タリ。ニツノ岩ノ距離  
 如何。



摘要

◎ 三角函數相互ノ關係

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} \quad 1 + \tan^2 A = \sec^2 A$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} \quad 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

◎ 餘角及補角ノ三角函數

$$\sin(90^\circ - A) = \cos A \quad \sin(180^\circ - A) = \sin A$$

$$\cos(90^\circ - A) = \sin A \quad \cos(180^\circ - A) = -\cos A$$

$$\tan(90^\circ - A) = \cot A \quad \tan(180^\circ - A) = -\tan A$$

$$\cot(90^\circ - A) = \tan A \quad \cot(180^\circ - A) = -\cot A$$

◎ 負角及A±360°ノ角ノ三角函數

$$\sin(-A) = -\sin A \quad \sin(A \pm 360^\circ) = \sin A$$

$$\cos(-A) = \cos A \quad \cos(A \pm 360^\circ) = \cos A$$

$$\tan(-A) = -\tan A \quad \tan(A \pm 360^\circ) = \tan A$$

$$\cot(-A) = -\cot A \quad \cot(A \pm 360^\circ) = \cot A$$



## ◎ 二角ノ和又ハ差ノ三角函數

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

## ◎ 倍角及半角ノ三角函數

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= 2 \cos^2 A - 1 \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$= 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

## ◎ 正弦餘弦ノ積ト和トノ關係

$$2 \sin A \cos B = \frac{\sin(A+B) + \sin(A-B)}{\sin C} + \frac{\sin D}{\sin C} = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$2 \cos A \sin B = \frac{\sin(A+B) - \sin(A-B)}{\sin C} - \frac{\sin D}{\sin C} = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

$$2 \cos A \cos B = \frac{\cos(A+B) + \cos(A-B)}{\cos C} + \frac{\cos D}{\cos C} = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$2 \sin A \sin B = \frac{\cos(A-B) - \cos(A+B)}{\cos D} - \frac{\cos C}{\cos D} = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

◎  $\triangle ABC$ ニ於ケル角ノ關係

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$\sin A = \sin(B + C) \quad \sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$$

$$\cos A = -\cos(B + C) \quad \cos \frac{A}{2} = \sin \frac{B+C}{2}$$

## ◎ 三角形ノ角ト邊トノ關係

$$\text{正絃法則} \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\text{餘絃法則} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{正切法則} \quad \frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan \frac{1}{2}(A-B)}{\tan \frac{1}{2}(A+B)}$$

$$\text{半角法則} \quad \begin{cases} \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \\ \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \\ \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \end{cases}$$

## ◎ 三角形ノ面積

$$\Delta = \frac{1}{2} bc \sin A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



雑 題

1.  $\sin A = \frac{1}{3}$  ナルトキ  
 $\cos A, \tan A$  ノ値ヲ小數二  
位マデ求メヨ。

2.  $\sin x = \frac{2}{3}$  ナルトキ  
 $\angle x$  ヲ作圖セヨ。

3.  $\triangle ABC$  ニ於テ  
 $CA = CB = 2, AB = 3$  ナルトキ  
 $(\sin A - \cos A)(\sec A - \operatorname{cosec} A)$   
ノ値ヲ小數第四位マデ  
求メヨ。

4.  $\sin \theta = \frac{8}{17}$  ナルトキハ  
 $\tan \theta + \sec \theta = \pm \frac{5}{3}$   
ナルコトヲ證セヨ。  
次ノ三角方程式ヲ解ケ。

5.  $4\cos^2 x + 12\cos x = 7$

6.  $\tan^4 \theta - 4\tan^2 \theta + 3 = 0$

7.  $\frac{2}{\sqrt{3}} \tan \theta = 2 - \sec^2 \theta$

(1)  $\cos A = \frac{2}{3}$  ナルトキ  
 $\cot A, \operatorname{cosec} A$  ノ値ヲ小數  
三位マデ求メヨ。

(2)  $\tan x = 0.25$  ノトキ  
 $\angle x$  ヲ作圖セヨ。

(3)  $\sin A = \frac{4}{5}, \sin B = \frac{3}{17}$   
ナルトキ

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

ノ値ヲ求メヨ。

(4)  $\sec \theta - \tan \theta = a$  ナラバ  
 $\sin \theta$  ハ  $\frac{1-a^2}{1+a^2}$  ナル  
コトヲ證セヨ。

(5)  $\cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$

(6)  $3\sin \theta - 3\sin^2 \theta = \cos^2 \theta$

(7)  $\sqrt{3}(\tan x + \cot x) = 4$

8. 二點  $A, B$  ハ塔ノ基  
底  $C$  ヲ過ル水平線上ニ  
在リ。  $A, B$  ニ於ケル塔  
ノ仰角ガ夫々  $\alpha, \beta$  ニシ  
テ  $AB = BC$  ナラバ  
 $\tan \beta = 2 \tan \alpha$   
ナルコトヲ證セヨ。

(8) 二點  $A, B$  ハ塔ノ基  
底  $C$  ヲ過ル水平線上ニ  
在リ。  $A, B$  ニ於ケル塔  
ノ仰角ガ夫々  $\alpha, \beta$  ニシ  
テ  $AB = l$  ナラバ塔ノ高  
サ  $x = \frac{l}{\cot \alpha + \cot \beta}$   
ナルコトヲ證セヨ。

次ノ式ヲ證セヨ。 9-(11)

9.  $\tan^2(180^\circ - A) - \sin^2 A = \{\cos(180^\circ - A) + \sec A\}^2$

(9)  $\frac{\sin A - \sin(180^\circ - B)}{\cos B + \cos(180^\circ - A)} = \frac{\cos A + \cos B}{\sin B + \sin(180^\circ - A)}$

10.  $\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2$

注意 32頁例一及問題5ヲ見  
ヨ。

11.  $\left. \begin{array}{l} \cos \alpha + \cos \beta = a \\ \sin \alpha + \sin \beta = b \end{array} \right\}$  ナル

トキハ  $\frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{a^2 + b^2 - 2}$   
 $= \frac{2}{2}$

(10)  $\tan(45^\circ + \alpha) \tan(45^\circ - \alpha) = 1$

(11)  $\tan \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$  ナル  
トキハ

$\sin \theta(1 + \tan \theta) + \cos \theta(1 + \cot \theta) - \sec \theta = \pm \frac{a}{b}$

注意 先ツ左邊ヲ簡單ニシテ  
 $\frac{1}{\sin \theta}$  トシ之ト  $\tan \theta$  トノ關係ヲ求  
メヨ。



$$12. \quad \tan \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} - \cot \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} = \frac{2(\cos B - \cos A)}{\sin A \sin B}$$

注意 半角公式ヲ用ヒヨ。

$$(12) \quad \sin(x+z)\sin y - \sin(y+z)\sin x = \sin z \sin(y-x)$$

$$13. \quad \cot^2 A - \tan^2 A = \frac{4\cos 2A}{1 - \cos^2 2A}$$

$$(13) \quad \frac{\cos 3B - \cos(4A+3B)}{\sin(4A+3B) + \sin 3B} = \tan 2A$$

$$14. \quad \sin 40^\circ + \sin 10^\circ = \frac{\sin 25^\circ}{2\sin 15^\circ}$$

注意 先ツ左邊ヲ積ノ形ニ

$$\text{改メテ } \sin 30^\circ \text{ ト } \sin 15^\circ, \quad (14) \quad \cos 40^\circ \cos 80^\circ \cos 160^\circ = -\frac{1}{8}$$

$\cos 15^\circ$  トノ關係ヲ考ヘヨ。

$$15. \quad \frac{\sin 4A + \sin 4B + \sin 4C}{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C} = -8 \cos A \cos B \cos C$$

$$\text{但 } A+B+C=180^\circ$$

$$(15) \quad \frac{\sin B + \sin C - \sin A}{\sin B + \sin C + \sin A} = \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2}$$

$$\text{但 } A+B+C=180^\circ$$

$$16. \quad 8\sin(A+45^\circ)\sin(B+45^\circ)\sin(A-45^\circ)\sin(B-45^\circ) \\ = \cos(2A+2B) + \cos(2A-2B)$$

$$(16) \quad \sin x + \sin y + \sin z - \sin(x+y+z)$$

$$= 4\sin \frac{y+z}{2} \sin \frac{z+x}{2} \sin \frac{x+y}{2}$$

17. 二隣邊ガ  $a, b$  ニシテ夾角ガ  $\theta$  ナル平行四邊形ノ兩對角線ノ長サハ

$$\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

$$\text{及 } \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}$$

ナルコトヲ證セヨ。

18. 四邊形ノ兩對角線ヲ  $d, d'$  トシ其夾角ヲ  $\theta$  トセバ、ソノ面積ハ

$$\frac{1}{2}dd'\sin\theta$$

ナルコトヲ證セヨ。

19. 水平面上ニ直角三角形  $ABC$  アリ。  $\angle C$  ヲ直角トス。今  $A$  ニ直立スル樹木ノ  $B$  及  $C$  ヨリノ仰角ヲ測リ夫々  $15^\circ, 45^\circ$  ヲ得タリトスレバ

$$\tan B = \frac{1}{2}(3^{\frac{1}{4}} - 3^{-\frac{1}{4}})$$

ナルコトヲ證セヨ。

(17) 圓ニ内接スル四邊形  $ABCD$  ニ於テ

$$\angle CAD = \alpha, \quad \angle BAC = \beta,$$

$$\angle ABD = \gamma$$

ナルトキハ次ノ式ヲ證セヨ。

$$CD = \frac{AB \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

(18) 四邊形  $ABCD$  ニ於テ  $AB, BC, \angle A, \angle B, \angle C$  ヲ知リテソノ面積ヲ求ムル方法及ビ之ニ要スル公式ヲ述ベヨ。

(19) 平野ヲ東西ニ貫ケル直線狀ノ道路  $ABC$  アリ。  $A$  ノ正北ニ立テル樹木ノ頂ノ仰角ヲ  $A, B, C$  ノ三所ニテ測リタルニ夫々  $60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$  ヲ得タリ。  $B$  ハ  $A, C$  ノ中央ニ在ルコトヲ證セヨ。



20. 半径  $r$  ナル圓ニ内接スル正  $n$  邊形ノ面積ハ

$$\frac{n}{2} r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

ナルコトヲ證セヨ。

21.  $\triangle ABC$ ニ於テ

$$\frac{a \sin B}{c - a \cos B} = \tan A$$

ナルコトヲ證セヨ。

22.  $\triangle ABC$ ニ於テ

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$$

ナルコトヲ證セヨ。

注意  $\tan\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$

ノ左邊ヲ各角ノ正切ニ改メヨ。

又45頁(4)ヲ見ヨ。

23.  $C=90^\circ$ ナル直角三角形  $ABC$ ニ於テ

$$\frac{c-a}{b} = \tan \frac{B}{2}$$

ナルコトヲ證セヨ。

(20) 半径  $r$  ナル圓ニ外接スル正  $n$  邊形ノ面積ハ

$$nr^2 \tan \frac{180^\circ}{n}$$

ナルコトヲ證セヨ。

(21)  $\triangle ABC$ ニ於テ

$$\frac{\tan B}{\tan C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 - b^2 + c^2}$$

ナルコトヲ證セヨ。

(22)  $\triangle ABC$ ニ於テ

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$$

注意  $\tan(A+B) = -\tan C$

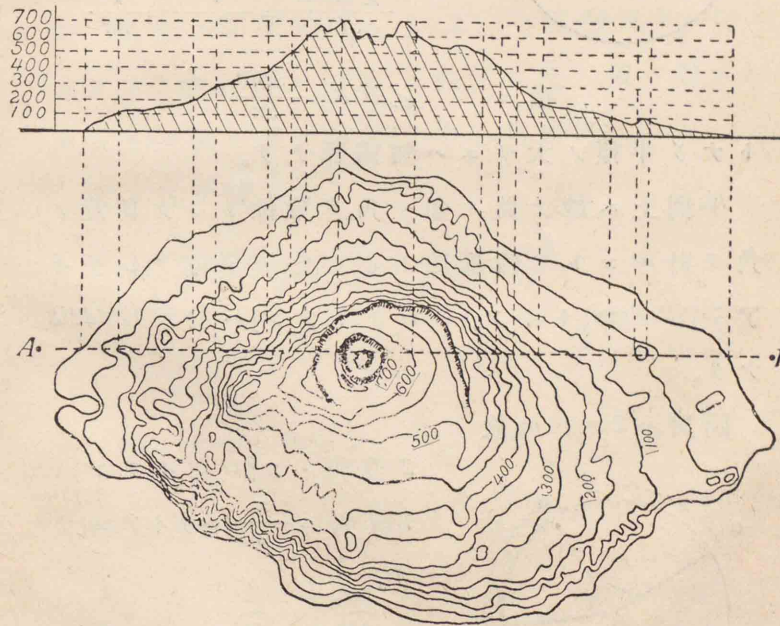
(23) 任意ノ三角形  $ABC$ ニ於テハ

$$\frac{c-a}{b} = \frac{\sin \frac{C-A}{2}}{\cos \frac{B}{2}}$$

ナルコトヲ證セヨ。

24. 圖ハ三原山ノ二十萬分ノ一ノ地圖ナリ。A點ヨリB點ノ方向ニ見タルトキノ最高點ノ仰角如何。

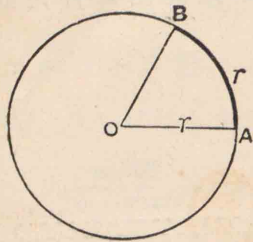
(24) 24ニ於テB點ヨリA點ノ方向ニ見タルトキノ最高點ノ仰角如何。





附 録

1. 弧度法



半径  $r$  ナル圓周上ニ  $r$  ニ  
等シキ長サノ弧  $AB$  フト  
リ中心角  $\angle AOB$  フ考フレ  
バ

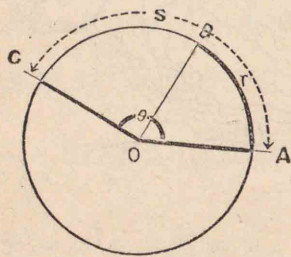
$$\frac{\angle AOB}{360^\circ} = \frac{r}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi}$$

故ニ  $\angle AOB = \frac{360^\circ}{2\pi}$

トナリ半径ノ大サニハ無關係ナリ。

學問上ニ於テ此ノ如キ角ヲ單位トシテ任意ノ  
角ヲ計ルコトヲ弧度法トイヒ、此ノ單位ヲ「レデイ  
アン」(Radian) トイフ。一「レデイアン」ハ約  $57^\circ 17' 44.118$   
ナリ。

圓周ハ  $2\pi r$  ナル故



2 直角ハ  $\pi$  「レデイアン」  
1 直角ハ  $\frac{\pi}{2}$  「レデイアン」ナ  
リ。

$\widehat{AB} = r$ ,  $\widehat{AC} = s$  トセバ

$$\frac{s}{r} = \theta \text{ 「レデイアン」}$$

故ニ  $s = r\theta$

問 題

1.  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{15}$  (1)  $20^\circ, 23.5, 56^\circ$  フ(πヲ用  
ヒテ)「レデイアン」ニテ  
「レデイアン」ハ夫々何度  
ナルカ。表ハセ。

2. 扇形ノ半径 10 尺ニ (2) 半径 10 尺ナル圓ニ  
シテソノ中心角ガ  $80^\circ$  ナ  
ルトキハ弧ノ長サ如何。於テ 2 尺ノ弧ニ對スル  
中心角如何。

次ノ式ヲ證セヨ。

3.  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2}\right) = \frac{\cos A}{2}$

(3)  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2}\right) = \sin A$

4.  $\sin \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2}\right)$

(4)  $\sin \alpha + \cos \beta = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2}\right)$

次ノ方程式ヲトケ。

5.  $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x$

(5)  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 4$



50

發行所

大阪 振替貯金口座四七一番  
大阪市東區博勞町五丁目五十六番地  
東京 振替貯金口座二六四番  
東京市神田區表神保町二番地

大阪修文館  
東京修文館

發行者 鈴木常松

大阪市東區博勞町五丁目五十六番地

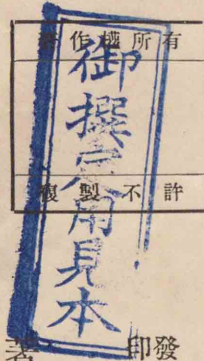
發行者 鈴木常次郎

東京市神田區表神保町二番地

代表者 高橋豐夫

附屬中學校數學研究會

廣島高等師範學校



大正十二年七月二十五日訂正再版發行  
大正十二年七月二十日訂正再版印刷  
大正十二年四月三十日發行  
大正十二年四月二十五日印刷

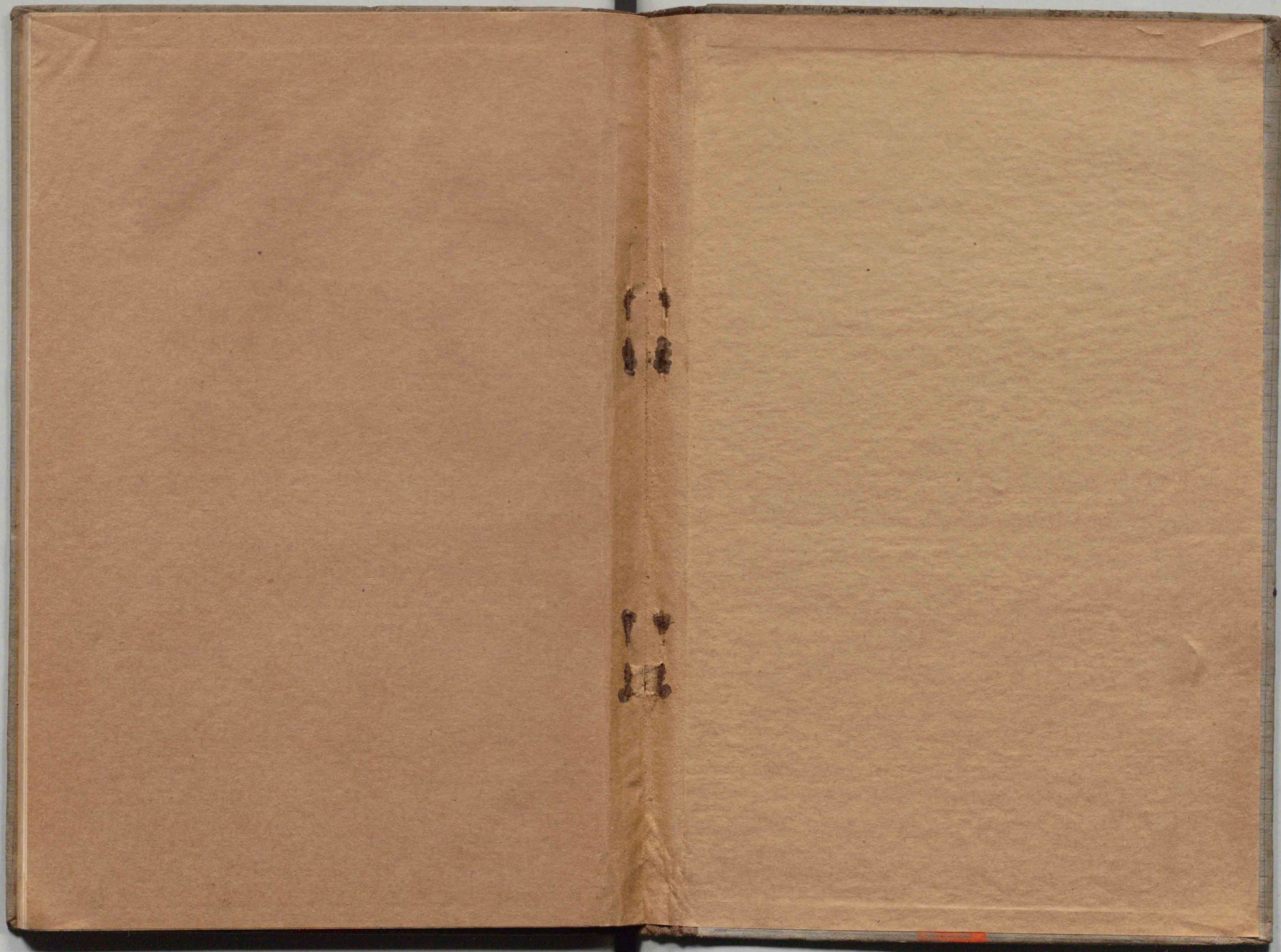
金貳拾參錢 金四拾一錢  
定價 大正十四年度臨時定價  
中等三角法教科書  
教育

















Sine / 對數表

分 度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分 度
0	- 2	7.4637	7.7648	7.9408	8.0658	8.1627	8.2419	89
1	8.2419	8.3088	8.3668	8.4179	4637	5050	5428	88
2	5428	5776	6097	6397	6677	6940	7188	87
3	7188	7423	7645	7857	8059	8251	8436	86
4	8436	8613	8783	8946	9104	9256	9403	85
5	8.9403	8.9545	8.9682	8.9816	8.9945	9.0070	9.0192	84
6	9.0192	9.0311	9.0426	9.0539	9.0648	0755	0859	83
7	0859	0961	1060	1157	1252	1345	1436	82
8	1436	1525	1612	1697	1781	1863	1943	81
9	1943	2022	2100	2176	2251	2324	2397	80
10	9.2397	9.2468	9.2538	9.2606	9.2674	9.2740	9.2806	79
11	2806	2870	2934	2997	3058	3119	3179	78
12	3179	3238	3296	3353	3410	3466	3521	77
13	3521	3575	3629	3682	3734	3786	3837	76
14	3837	3887	3937	3986	4035	4083	4130	75
15	9.4130	9.4177	9.4223	9.4269	9.4314	9.4359	9.4403	74
16	4403	4447	4491	4533	4576	4618	4659	73
17	4659	4700	4741	4781	4821	4861	4900	72
18	4900	4939	4977	5015	5052	5090	5126	71
19	5126	5163	5199	5235	5270	5306	5341	70
20	9.5341	9.5375	9.5409	9.5443	9.5477	9.5510	9.5543	69
21	5543	5576	5609	5641	5673	5704	5736	68
22	5736	5767	5798	5828	5859	5889	5919	67
23	5919	5948	5978	6007	6036	6065	6093	66
24	6093	6121	6149	6177	6205	6232	6259	65
25	9.6259	9.6286	9.6313	9.6340	9.6366	9.6392	9.6418	64
26	6418	6444	6470	6495	6521	6546	6570	63
27	6570	6595	6620	6644	6668	6692	6716	62
28	6716	6740	6763	6787	6810	6833	6856	61
29	6856	6878	6901	6923	6946	6968	6990	60
30	9.6990	9.7012	9.7033	9.7055	9.7076	9.7097	9.7118	59
31	7118	7139	7160	7181	7201	7222	7242	58
32	7242	7262	7282	7302	7322	7342	7361	57
33	7361	7380	7400	7419	7438	7457	7476	56
34	7476	7494	7513	7531	7550	7568	7586	55
35	9.7586	9.7604	9.7622	9.7640	9.7657	9.7675	9.7692	54
36	7692	7710	7727	7744	7761	7778	7795	53
37	7795	7811	7828	7844	7861	7877	7893	52
38	7893	7910	7926	7941	7957	7973	7989	51
39	7989	8004	8020	8035	8050	8066	8081	50
40	9.8081	9.8096	9.8111	9.8125	9.8140	9.8155	9.8169	49
41	8169	8184	8198	8213	8227	8241	8255	48
42	8255	8269	8283	8297	8311	8324	8338	47
43	8338	8351	8365	8378	8391	8405	8418	46
44	9.8418	9.8431	9.8444	9.8457	9.8469	9.8482	9.8495	45
度 分	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	度 分

Cosine / 對數表

Cosine / 對數表

分 度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分 度
0	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	9.9999	89
1	9.9999	9.9999	9.9999	9.9999	9.9998	9.9998	9.9998	88
2	9997	9997	9996	9996	9995	9995	9994	87
3	9994	9993	9993	9992	9991	9990	9989	86
4	9989	9989	9988	9987	9986	9985	9983	85
5	9.8983	9.9982	9.9981	9.9980	9.9979	9.9977	9.9976	84
6	9976	9975	9973	9972	9971	9969	9968	83
7	9968	9966	9964	9963	9961	9959	9958	82
8	9958	9956	9954	9952	9950	9948	9946	81
9	9946	9944	9942	9940	9938	9938	9934	80
10	9.9934	9.9931	9.9929	9.9927	9.9924	9.9922	9.9919	79
11	9919	9917	9914	9912	9909	9907	9904	78
12	9904	9901	9899	9896	9893	9890	9887	77
13	9887	9884	9881	9878	9875	9872	9869	76
14	9869	9866	9863	9859	9856	9853	9849	75
15	9.9849	9.9846	9.9843	9.9839	9.9836	9.9832	9.9828	74
16	9828	9825	9821	9817	9814	9810	9806	73
17	9806	9802	9798	9794	9790	9786	9782	72
18	9782	9778	9774	9770	9765	9761	9757	71
19	9757	9752	9748	9743	9739	9734	9730	70
20	9.9730	9.9725	9.9721	9.9716	9.9711	9.9706	9.9702	69
21	9702	9697	9692	9687	9682	9677	9672	68
22	9672	9667	9661	9656	9651	9646	9640	67
23	9640	9635	9629	9624	9618	9613	9607	66
24	9607	9602	9596	9590	9584	9579	9573	65
25	9.9573	9.9567	9.9561	9.9555	9.9549	9.9543	9.9537	64
26	9537	9530	9524	9518	9512	9505	9499	63
27	9499	9492	9486	9479	9473	9466	9459	62
28	9459	9453	9446	9439	9432	9425	9418	61
29	9418	9411	9404	9397	9390	9383	9375	60
30	9.9375	9.9368	9.9361	9.9353	9.9346	9.9338	9.9331	59
31	9331	9323	9315	9308	9300	9292	9284	58
32	9284	9276	9268	9260	9252	9244	9236	57
33	9236	9228	9219	9211	9203	9194	9186	56
34	9186	9177	9169	9160	9151	9142	9134	55
35	9.9134	9.9125	9.9116	9.9107	9.9098	9.9089	9.9080	54
36	9080	9070	9061	9052	9042	9033	9023	53
37	9023	9014	9004	8995	8985	8975	8965	52
38	8965	8955	8945	8935	8925	8915	8905	51
39	8905	8895	8884	8874	8864	8853	8843	50
40	9.8843	9.8832	9.8821	9.8810	9.8800	9.8789	9.8778	49
41	8778	8767	8756	8745	8733	8722	8711	48
42	8711	8699	8688	8676	8665	8653	8641	47
43	8641	8629	8618	8606	8594	8582	8569	46
44	9.8569	9.8557	9.8545	9.8532	9.8520	9.8507	9.8495	45
度 分	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	度 分

Sine / 對數表



Tangent / 對數表

分 度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分 度
0	—∞	7.4637	7.7648	7.9407	8.0658	8.1627	8.2419	89
1	8.2419	8.3089	8.3669	8.4181	4638	5053	5431	88
2	5431	5779	6101	6401	6682	6945	7194	87
3	7194	7429	7652	7865	8067	8261	8446	86
4	8446	8624	8795	8960	9118	9272	9420	85
5	8.9420	8.9563	8.9701	8.9836	8.9966	9.0093	9.0216	84
6	9.0216	9.0336	9.0453	9.0567	9.0678	0786	0891	83
7	0891	0995	1096	1194	1291	1385	1478	82
8	1478	1569	1658	1745	1831	1915	1997	81
9	1997	2078	2158	2236	2313	2389	2463	80
10	9.2463	9.2536	9.2609	9.2680	9.2750	9.2819	9.2887	79
11	2887	2953	3020	3085	3149	3212	3275	78
12	3275	3336	3397	3458	3517	3576	3634	77
13	3634	3691	3748	3804	3859	3914	3968	76
14	3968	4021	4074	4127	4178	4230	4281	75
15	9.4281	9.4331	9.4381	9.4430	9.4479	9.4527	9.4575	74
16	4575	4622	4669	4716	4762	4808	4853	73
17	4853	4898	4943	4987	5031	5075	5118	72
18	5118	5161	5203	5245	5287	5329	5370	71
19	5370	5411	5451	5491	5531	5571	5611	70
20	9.5611	9.5650	9.5689	9.5727	9.5766	9.5804	9.5842	69
21	5842	5879	5917	5954	5991	6028	6064	68
22	6064	6100	6136	6172	6208	6243	6279	67
23	6279	6314	6348	6383	6417	6452	6486	66
24	6486	6520	6553	6587	6620	6654	6687	65
25	9.6687	9.6720	9.6752	9.6785	9.6817	9.6850	9.6882	64
26	6882	6914	6946	6977	7009	7040	7072	63
27	7072	7103	7134	7165	7196	7226	7257	62
28	7257	7287	7317	7348	7378	7408	7438	61
29	7438	7467	7497	7526	7556	7585	7614	60
30	9.7614	9.7644	9.7673	9.7701	9.7730	9.7759	9.7788	59
31	7788	7816	7845	7873	7902	7930	7958	58
32	7958	7986	8014	8042	8070	8097	8125	57
33	8125	8153	8180	8208	8235	8263	8290	56
34	8290	8317	8344	8371	8398	8425	8452	55
35	9.8452	9.8479	9.8506	9.8533	9.8559	9.8586	9.8613	54
36	8613	8639	8666	8692	8718	8745	8771	53
37	8771	8797	8824	8850	8876	8902	8928	52
38	8928	8954	8980	9006	9032	9058	9084	51
39	9084	9110	9135	9161	9187	9212	9238	50
40	9.9238	9.9264	9.9289	9.9315	9.9341	9.9366	9.9392	49
41	9392	9417	9443	9468	9494	9519	9544	48
42	9544	9570	9595	9621	9646	9671	9697	47
43	9697	9722	9747	9772	9798	9823	9848	46
44	9.9848	9.9874	9.9899	9.9924	9.9949	9.9975	10.0000	45
度 分	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	度 分

Cotangent / 對數表

Cotangent / 對數表

分 度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分 度
0	∞	12.5363	12.2352	12.0591	11.9342	11.8373	11.7581	89
1	11.7581	11.6911	11.6331	11.5819	5362	4947	4569	88
2	4569	4221	3899	3599	3318	3055	2806	87
3	2806	2571	2348	2135	1933	1739	1554	86
4	1554	1376	1205	1040	0882	0728	0580	85
5	11.0580	11.0437	11.0299	11.0164	11.0034	10.9907	10.9784	84
6	10.9784	10.9664	10.9547	10.9433	10.9322	9214	9109	83
7	9109	9005	8904	8806	8709	8615	8522	82
8	8522	8431	8342	8255	8169	8085	8003	81
9	8003	7922	7842	7764	7687	7611	7537	80
10	10.7537	10.7464	10.7391	10.7320	10.7250	10.7181	10.7113	79
11	7113	7047	6980	6915	6851	6788	6725	78
12	6725	6664	6603	6542	6483	6424	6366	77
13	6366	6309	6252	6196	6141	6086	6032	76
14	6032	5979	5926	5873	5822	5770	5719	75
15	10.5719	10.5669	10.5619	10.5570	10.5521	10.5473	10.5425	74
16	5425	5378	5331	5284	5238	5192	5147	73
17	5147	5102	5057	5013	4969	4925	4882	72
18	4882	4839	4797	4755	4713	4671	4630	71
19	4630	4589	4549	4509	4469	4429	4389	70
20	10.4389	10.4350	10.4311	10.4273	10.4234	10.4196	10.4158	69
21	4158	4121	4083	4046	4009	3972	3936	68
22	3936	3900	3864	3828	3792	3757	3721	67
23	3721	3686	3652	3617	3583	3548	3514	66
24	3514	3480	3447	3413	3380	3346	3313	65
25	10.3313	10.3280	10.3248	10.3215	10.3183	10.3150	10.3118	64
26	3118	3086	3054	3023	2991	2960	2928	63
27	2928	2897	2866	2835	2804	2774	2743	62
28	2743	2713	2683	2652	2622	2592	2562	61
29	2562	2533	2503	2474	2444	2415	2386	60
30	10.2386	10.2356	10.2327	10.2299	10.2270	10.2241	10.2212	59
31	2212	2184	2155	2127	2098	2070	2042	58
32	2042	2014	1986	1958	1930	1903	1875	57
33	1875	1847	1820	1792	1765	1737	1710	56
34	1710	1683	1656	1629	1602	1575	1548	55
35	10.1548	10.1521	10.1494	10.1467	10.1441	10.1414	10.1387	54
36	1387	1361	1334	1308	1282	1255	1229	53
37	1229	1203	1176	1150	1124	1098	1072	52
38	1072	1046	1020	0994	0968	0942	0916	51
39	0916	0890	0865	0839	0813	0788	0762	50
40	10.0762	10.0736	10.0711	10.0685	10.0659	10.0634	10.0608	49
41	0608	0583	0557	0532	0506	0481	0456	48
42	0456	0430	0405	0379	0354	0329	0303	47
43	0303	0278	0253	0228	0202	0177	0152	46
44	10.0152	10.0126	10.0101	10.0076	10.0051	10.0025	10.0000	45
度 分	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	度 分

Tangent / 對數表