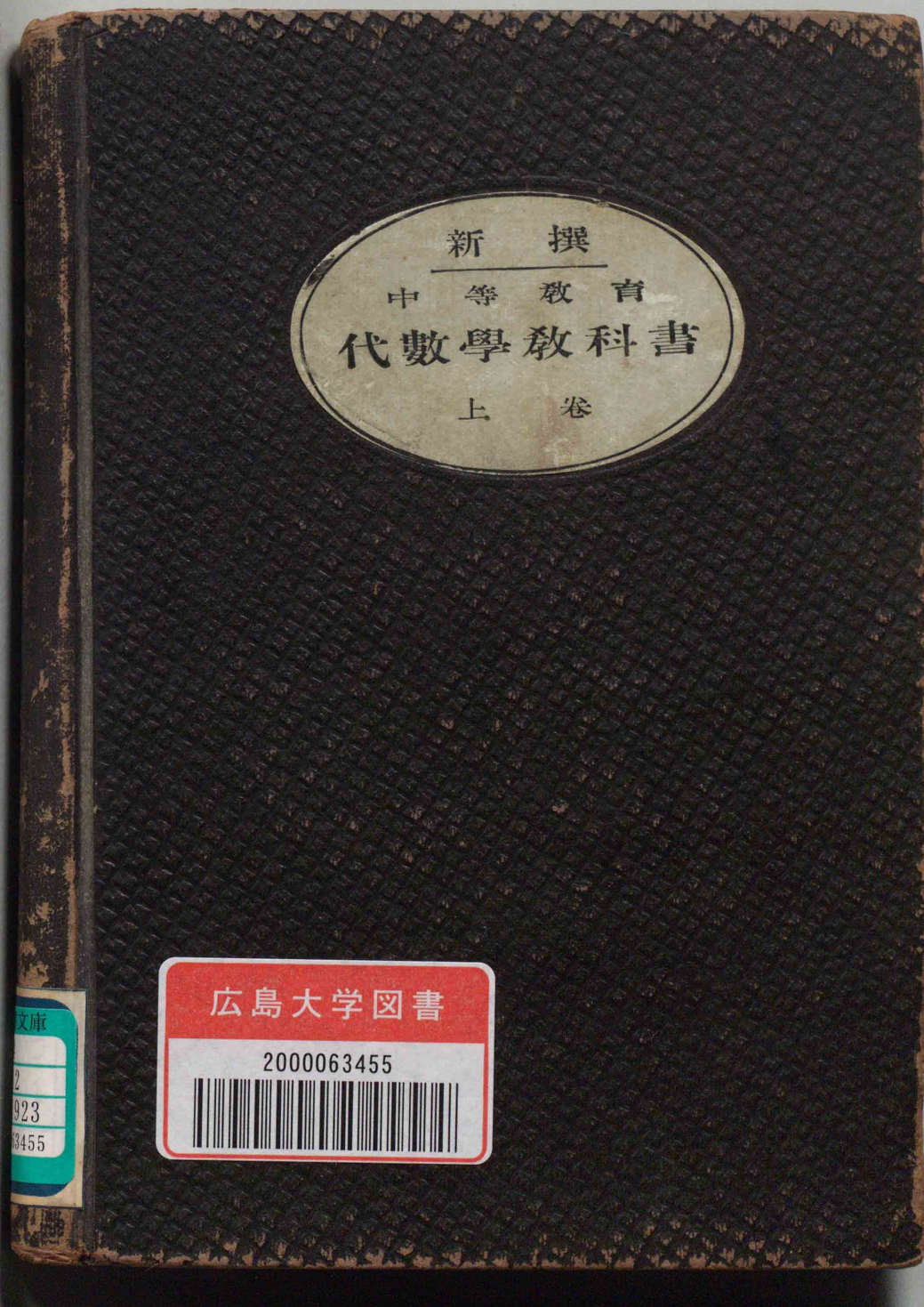
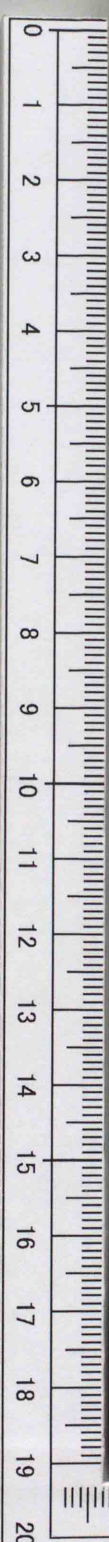
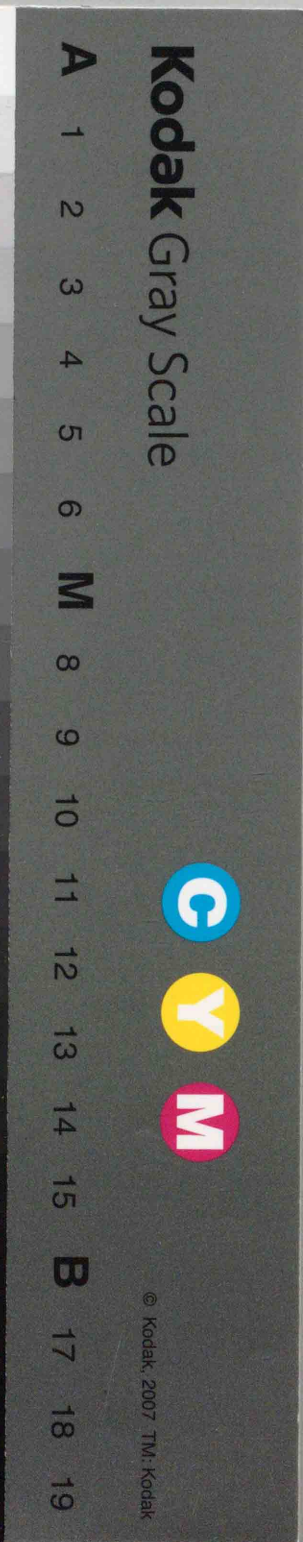
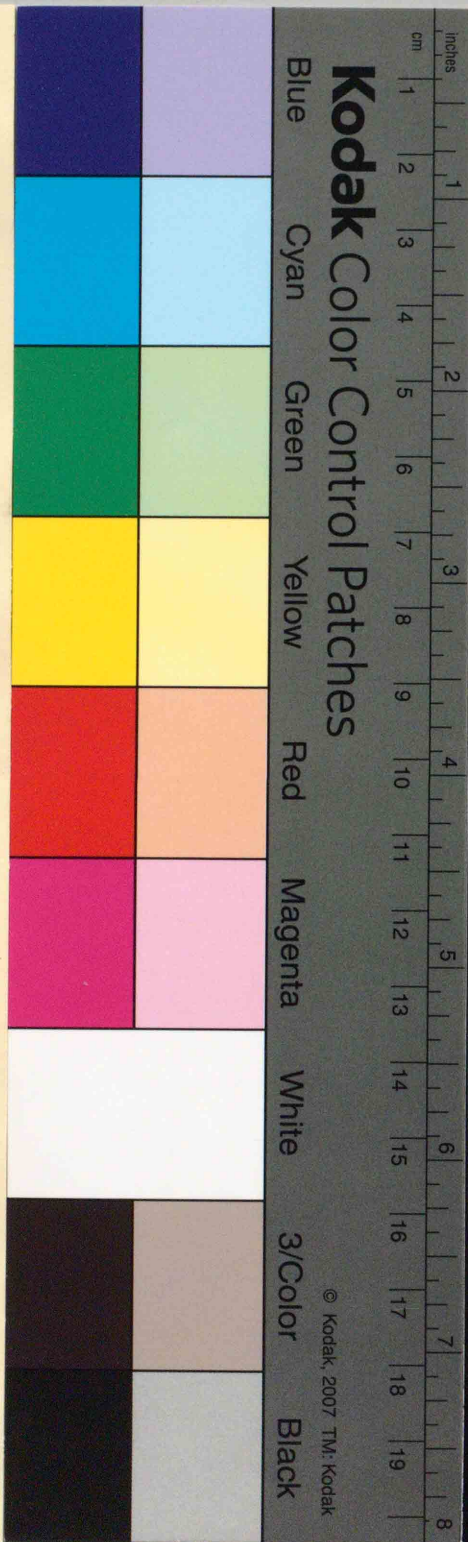


40113

教科書文庫

4
412
41-1923
20000 63455



文庫
2
923
3455

広島大学図書
2000063455




375.9
K114

教科書文庫
4
412
41-1923
2000063455

資 料 室

大正十二年二月二十三日
文 部 省 檢 定 濟

新 撰

中 等 教 育

代 數 學 教 科 書

上 卷

東 京 高 等 師 範 學 校 教 授
理 學 博 士

國 枝 元 治
編 纂

東 京

寶 文 館 藏 版

広島大学図書

2000063455



序

本書ハ中等學校ニ於ケル代數學教科書トシテ
編纂セルモノナリ。

抑近時中等學校ニ於ケル數學教育ノ實狀ヲ察
スルニ、代數學ノ如キハ成ベク初年級ヨリ之ヲ課
セントスルノ傾向顯著トナリ來リ、從テ舊來ノモ
ノヨリモ一層入り易ク學ビ易キ教科書ヲ提供ス
ルノ必要ヲ感ズルニ至レリ。茲ニ於テ從來編者
ノ發行セル中學教育數學教科書代數學ノ部ニ一
大改訂ヲ加ヘ大ヒニ其ノ組織ヲ變更シ、中等教育
用トシテ更メテ之ヲ發行スルコトトシタリ。今
其ノ特色ノ主ナルモノヲ掲グレバ次ノ如シ、

(1) 緒論ヲ終ルヤ直ニ簡易ナル方程式ノ編ヲ
設ケテ算術的解法ト代數的解法トヲ比較セシメ、
因テ以テ代數學研究ノ興味ヲ喚起シ、

(2) 整式ノ四則ト算術ニ於ケル四則トノ形式
ヲ比較シ、算術四則ノ運算ノ理論ヲ確實ニスルト
共ニ代數的計算ノ會得ノ便ニ供シ、

(3) 方程式應用問題ニ於テハ材料ノ選定ニカ
ヲ用ヒ、成ベク實際的ナランコトニ努メ、

(4) 最大公約數最小公倍數ヲ求ムル一般ノ方
法、開立法、方程式ノ不定及不能、高次聯立方程式ノ
特殊ノ解法等ノ如キ形式的ニシテ難解ナルモノ
或ハ特別ノ技巧ヲ要スルモノノ如キハ之ヲ續卷
ニ讓リテ單ニ複習又ハ補充ノ際適宜之ヲ教授ス
ルコトトシ、

(5) 適當ナル時期ニ於テぐらふ應用ノ廣汎ニ
シテ且實用ナルヲ知ラシメ、函數ノ概念ヲ與ヘ
テ自然界現象ノ數學的取扱法ノ一端ヲ示シ、以テ
代數學應用ノ妙味ニ觸レシムルコトニ努メ、

(2) 對數計算ニツキテハ比較的詳説ヲ試ミ、其
ノ計算法ノ如キハ實用ナルモノヲ習熟セシム
ルコトニ力ヲ盡シタリ。

要スルニ本書ハ形式的ナル教材ハ成ベク之ヲ
輕減シ、實用ニシテ趣味深キ材料ニ力ヲ盡シ、而
カモ其ノ間數學教育特有ノ形式的陶冶ヲ怠ラザ
ルコトニ努メタリ。此ノ點特ニ編者ノ大方諸君
ニ一顧ヲ乞ハントスル所ナリ。

尙本書編纂ニ當テ東京高等師範學校教諭鍋島
信太郎君ノ勞ヲ煩ハシタル所尠カラズ。此ノ機
會ニ於テ同君ニ對シ謝意ヲ表ス。

大正十一年十一月

編者識

目 次

	頁數
第一編 緒 論... ..	(1—13)
第二編 簡單ナル方程式	(14—34)
第一章 方程式ノ意義	14
第二章 方程式ノ解法	16
第三章 方程式ノ應用	20
復習雜問題[1]	33
第三編 正數及負數	(35—72)
第一章 正數及負數	35
第二章 正數及負數ノ四則	40
第三章 方程式ノ應用	67
第四編 整 式... ..	(73—93)
第一章 整式ノ整頓... ..	73
第二章 整式ノ加法... ..	76
第三章 整式ノ減法... ..	79
第四章 整式ノ乘法... ..	85
第五章 整式ノ除法... ..	88

第六章	分數係數	...	91
	復習雜問題[2]	...	97
第五編	一次方程式	...	(99—132)
第一章	一元一次方程式	...	99
第二章	聯立方程式	...	108
	復習雜問題[3]	...	131
第六編	整式ノ續キ	...	(133—166)
第一章	多項式ノ乘法及除法	...	133
第二章	重要ナル公式	...	143
第三章	因數分解	...	147
第四章	最大公約數	...	156
第五章	最小公倍數	...	159
	復習雜問題[4]	...	165
第七編	分數式	...	(167—182)
第一章	約分及通分	...	167
第二章	分數式ノ四則	...	172
第八編	一次方程式ノ續キ	...	(183—204)
第一章	分數方程式	...	183
第二章	文字ヲ含ム方程式	...	192
	復習雜問題[5]	...	203

第九編	開法	...	(205—238)
第一章	冪及根	...	205
第二章	開平法	...	215
第三章	無理數及無理式	...	224
	復習雜問題[6]	...	237
附錄	補充問題	...	(1—27)
答	(1—17)

新 撰

中 等 教 育

代 數 學

上 卷

第 一 編 緒 論

1. 文字ノ使用.

既ニ算術ニ於テモ或場合ニ示シタルガ如ク, 羅馬文字 a, b, c, \dots 等ヲ用フレバ一般ノ法則等ヲ簡明ニ表スコトヲ得ルモノナリ.

例 1. $5+3=3+5, \frac{1}{2}+\frac{3}{5}=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}.$

等ノ如ク, 一般ニ相加フベキ二數ノ順序ヲ變ヘテモ其ノ和ハ變ラズ. 今二數ヲ a, b ニテ表セバ此ノ法則ハ

$$a+b=b+a. \dots\dots(1)$$

交換の法則

ニテ表サル。又乘法ニ於ケル同様ナル法則ヲ文字ニテ表セバ次ノ如シ。

$$a \times b = b \times a. \dots\dots(2)$$

例 2. $(3+7)+5=3+(7+5)$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) = \text{組合の法則}$$

等ノ如ク、一般ニ甲乙二數ノ和ニ丙數ヲ加フルモ甲ニ乙丙ノ和ヲ加フルモ其ノ和ハ變ラズ。此ノ法則ヲ文字ニテ表セバ次ノ如シ。

$$(a+b)+c=a+(b+c) \dots\dots(3) \text{組合の法}$$

乘法ニ於ケル同様ナル法則ヲ文字ニテ表セバ次ノ如シ。

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \dots\dots(4)$$

例 3. 大小二數ノ和ト差トヲ知リテ其ノ二數ヲ求ムルコト。

例ヘバ大小二數ノ和ガ26ニシテ其ノ差ガ8ナルトキハ大ナル數ハ26ト8トノ和ノ半分、即チ17ニシテ、小ナル數ハ其ノ差ノ半分、即チ9ナリ。

一般ニ大小二數ノ和ト差トガ與ヘラレタルトキハ、大ナル數ハ與ヘラレタル二數ノ和ノ半分ニ等シク、小ナル數ハ其ノ差ノ半分ニ等シ。

今大小二數ノ和ヲ a 、其ノ差ヲ b ニテ表シ、又大ナル數ヲ x 、小ナル數ヲ y ニテ表セバ

$$x = \frac{a+b}{2}, \quad y = \frac{a-b}{2} \dots\dots(5)$$

ナリ。例ヘバ a ガ26、 b ガ8ナルトキハ之ハ

$$x = \frac{26+8}{2} = \frac{34}{2} = 17, \quad y = \frac{26-8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

トナリテ上記ノ特別ナル場合トナルナリ。

此等ノ例ニヨリテモ文字ヲ使用スルコトノ利便ヲ知り得ベシ。

2. 代數學.

代數學ハ算術ノ擴張セラレタルモノニシテ、其ノ目的トスル所ハ計算ノ筋道ヲ簡明ニシ且一般ニ通用スル結果ヲ得ルニアリ。

代數學ニテハ此ノ目的ヲ達センガ爲ニ數字ノ他ニ文字 a, b, c, \dots, x, y, z 等ヲ用ヒテ數ヲ代表セシム。

偕此等ノ文字ハ任意ノ數ヲ代表スルコトヲ得ルモノトス。サレド相連續スル演算中ニ於テハ

同ジ文字ハ恒ニ同ジ數ヲ表スモノトスルナリ。

例ヘバ前節ノ(1)ニ於テ等號ニノ左方ニアル a ハ右方ニアル a ト同ジ數ヲ表シ、左方ノ b ハ右方ノ b ト同ジ數ヲ表スガ如シ。

3. 符號.

代數學ニ於ケル四則ノ符號、等號及括弧ノ用法ハ算術ニ於ケルト同様ナリ。

但乘號 \times ハ數字ト數字トノ間ノ外ハ通常省略ス。例ヘバ $a \times b$ ヲ ab , $5 \times a$ ヲ $5a$, $a \times (b-c)$ ヲ $a(b-c)$, $(a-b) \times (c+d)$ ヲ $(a-b)(c+d)$ ト記スガ如シ。

從テ第1節ノ例1, 2ニ掲ゲタル乘法ノ法則ハ

$$ab=ba, (ab)c=a(bc)$$

ト書キ表スヲ普通トス。

又小數點ト混雜スル處ナキ場合ニハ \times ノ代リニ點(.)ヲ打ち、例ヘバ $8 \times 3 \times 5$ ヲ $8 \cdot 3 \cdot 5$ ト記シ、又 $a \times b$ ヲ $a \cdot b$ ト記スコトモアリ。

除號 \div ヲ用フル代リニ多クノ場合ニ於テ割リ算ノ商ヲ表スニ分數ノ形ヲ用フ。

$$\text{例ヘバ } a \div b \text{ ヲ } \frac{a}{b}, (a+b) \div (a-b) \text{ ヲ } \frac{a+b}{a-b}$$

ト記スガ如シ。

注意. 符號 $+$, $-$, \times , \div 等ヲ演算ノ符號トモ云フ。又數字、文字、演算ノ符號、等號、括弧等ヲ總稱シテ代數記號ト云フ。

4. 積、冪、係數.

既ニ算術ニテ知レルガ如ク、因數ノ順序ヲ變ヘテモ積ハ變ラズ。因テ積ヲ書キ表スニハ數字因數ヲ初ニシ、文字因數ハ通常羅馬文字順ニ記スモノトス。*

例ヘバ a ト a ト b トノ積ノ3倍ヲ $3ab$ ト記スガ如シ。

冪ノ記シ方及唱ヘ方ハ算術ノ場合ト同様ナリ。

例ヘバ a^3 ハ aaa ヲ表シ、之ヲ a ノ三乗又ハ第三冪或ハ立方ト唱ヘ、 a^4 ハ $aaaa$ ヲ表シ、之ヲ a ノ四乗又ハ第四冪ト唱フルガ如シ。而シテ右肩ニ添ヘタル3, 4等ノ數字ヲ冪ノ指數ト云フ。

積ノ數字因數ヲ其ノ積ノ數字係數又ハ單ニ係數ト云フ。

例ヘバ $5x$ ノ5, $3aa^2$ ノ3ハ何レモ係數ナリ。

或場合ニハ積ノ因數中或特別ナル文字ニ着目

*但特別ナル場合ニハ此ノ限ニアラズ。

シ、其ノ積ノ因數中其ノ文字以外ノ部分ヲ係數ト云フコトアリ。例ヘバ $3ax^2$ = 於テ文字 x = 着目シ $3a$ ヲ其ノ係數ト云フガ如シ。此ノ如キ場合ニハ $3ax^2$ = 於ケル x^2 ノ係數ハ $3a$ ナリト云フ。同様ニ by = 於ケル y ノ係數ハ b ナリ。

注意。指數 1 及係數 1 ハ通常省略シテ記サザ、ルモノトス。例ヘバ $5a^1$ ハ $5a$ ト記シ、 $1x^3$ ハ單ニ x^3 ト記スガ如シ。

例題

次ノ結果ヲ代數的ニ書キ直セ。(1—10)

1. $x \times 7$ 2. $7 \times x$ 3. 5×7
4. $20 \times a \times x$ 5. $x \times y \times z \times 5$ 6. $(a+b+c) \div 3$
7. $a \times b \times 5 \div c$ 8. $a \times b \times x \times 3$ 9. $a \times a \times b \times c^3$
10. $x^2 \times a \times c \times 8$ 11. $x^3 \times a^2 \times y \times 10 \div z^2$
12. 上ノ 1, 4, 5 ノ係數ヲ云ヘ。又 4, 5, 8 = 於

ケル x ノ係數ト 10 = 於ケル x^2 ノ係數トヲ云ヘ。

次ノ式ノ表ス意味ヲ述ベヨ。

13. $a-(b-c)$ 14. $a-\{b-(a-3)\}$
15. $2x+3=7$ 16. $m(a+b)=ma+mb$

5. 代數式, 等式, 公式.

$$3ab^2, 2x-5, a^2+(2a-b)c, \frac{2x-3y}{x+y}$$

等ノ如ク、數字及文字ヲ演算ノ符號、括弧等ニテ連結セルモノヲ代數式ト云フ。

$$\text{又 } 2x+3=7, (a+b)+c=a+(b+c)$$

ノ如ク、代數式又ハ數字ヲ等號ニテ連結セルモノヲ等式ト云ヒ、等號ノ左方ニアル式(又ハ數)ヲ其ノ左邊、又右方ニアルモノヲ右邊ト云フ。

又第 1 節ニ掲ゲタル (1), (2), (3), (4), (5) 等ノ如ク、計算ニ關スル法則又ハ或一般ノ規則等ヲ書キ表セル式ヲ特ニ公式ト云フ。即チ公式トハ廣ク一般ニ通用シ得ルモノナリ。

6. 演算ノ順序.

式ノ計算ニ於ケル演算ノ順序ハ算術ニ於ケルト同様ナリ。即チ

(1) +, - ノミ入り交リタル式或ハ \times, \div ノミ入り交リタル式ハ左ヨリ右ヘ順ヲ逐フテ計算スベキモノナリ、

因テ例ヘバ $(8-2)+5, 8-2+5$ ハ同ジモノヲ表シ、 $(8 \div 2) \times 5, 8 \div 2 \times 5$ モ亦同ジモノヲ表ス。

從テ次ノ各等式ノ左右兩邊ハ同ジモノヲ表ス。

$$(a+b)+c=a+b+c, (a+b)-c=a+b-c$$

$$(a-b)+c=a-b+c, (a-b)-c=a-b-c$$

$$(a \times b) \times c = a \times b \times c, (a \times b) \div c = a \times b \div c$$

$$(a \div b) \times c = a \div b \times c, (a \div b) \div c = a \div b \div c$$

(2) +, -, ×, ÷ ノ入り交リタル式ヲ計算スルニハ、乗除ノ演算ヲ先ニシ、次ニ加減ニ及ボスベシ。

例ヘバ $3 \times 2 + 9 \div 3 - 10 \div 2 = 6 + 3 - 5 = 4$

$$a \times b + c - d \div e = (a \times b) + c - (d \div e)$$

次ニ、乘號ヲ省キテ書キ表シタル積及分數ノ形ヲ用ヒテ記シタル商ハ括弧ニテ包メルモノノ如ク之ヲ取扱フベキモノトス。

例ヘバ $a \div bc$ ハ $a \div (b \times c)$ ニ同ジ、サレバ $a \div b \times c$ トハ其ノ意義ヲ異ニス。又 $a \div \frac{b}{c}$ ハ $a \div (b \div c)$ ニ同ジ、サレバ $a \div b \div c$ トハ其ノ意義ヲ異ニス。

(問) $a \times b \div c$, $ab \div c$, $a \times (b \div c)$, $a \times \frac{b}{c}$ ノ意義ノ異同ヲ説明セヨ。

7. 數値.

例ヘバ a ヲ 5 トスレバ $3+a$, $3a$, a^3 ハ夫夫 $3+5=8$, $3 \times 5=15$, $5^3=125$ トナル。

此ノ場合ニ 5 ヲ a ノ數値ト云ヒ、此ノ數値ヲ置換ヘテ得タル結果、即チ 8, 15, 125 ヲ夫夫 a ガ 5 ナルトキノ各式ノ數値ト云フ。

即チ文字ニ或格段ナル數ヲ表サシムルトキハ此ノ數ヲ其ノ文字ノ數値或ハ値ト云ヒ、代數式ニ含マルル文字ニ數値ヲ與ヘ(代入スルトモ云フ)計算ヲ實行シテ得ベキ數ヲ其ノ式ノ數値或ハ値ト云フ。

例 題

1. $x=4$ ナルトキノ次式ノ數値ヲ求ム。

$$2x+7, 15x, 3x^3, \frac{6x}{8}$$

2. $a=2, b=3$ ナルトキノ次式ノ數値ヲ求ム。

$$\frac{a+b}{2}, 5ab^3, \frac{9a}{2b}, \frac{2}{3}a^2b^3$$

3. $a=8, b=5$ トシテ次式ノ値ヲ計算セヨ。

$$(a+b)^2, a^2+2ab+b^2, (a-b)^2, a^2-2ab+b^2$$

8. 代數式ヲ簡單ニスルコト.

$5x+3x, 5x-3x$ ノ如キ形ノ代數式ハ之ヲ簡單ニスルコトヲ得。即チ x ノ 5 倍ト 3 倍トノ和ハ x ノ $(5+3)$ 倍即チ 8 倍ニシテ、其ノ差ハ x ノ $(5-3)$ 倍

即チ 2 倍ナリ。因テ

$$5x + 3x = 8x$$

$$5x - 3x = 2x$$

一般ニ次ノ公式ガ成立ス。

$$ax + bx = (a + b)x \dots \dots (1)$$

$$ax - bx = (a - b)x \dots \dots (2)$$

之ニヨリテ代數式ヲ簡單ニスルコトヲ得ベシ。

尙代數式ヲ簡單ニスルニハ

+, - ノ入り交リタル式ニ於テハ加法, 減法ノ順序ヲ變ヘテモ差支ナシ。

ト云フ法則ヲ利用スベシ。

例 1. $3x + 2x - x = (3 + 2 - 1)x = 4x$

例 2. $3x + 5 + 2x - 4 = 3x + 2x + 5 - 4 = 5x + 1$

例題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

- 1. $4x + 6x$
- 2. $14x - 8x$
- 3. $a + a + a + a$
- 4. $16a - a$
- 5. $7y + 15y$
- 6. $b + 2b + 3b$
- 7. $2x + 3x + x + 5x$
- 8. $7c - 3c + 4c$
- 9. $6x + 0$
- 10. $0 + 5x + 8x$
- 11. $3x + 5 - x$

12. $4x + 6 - 2x - 5$

13. $2x + 2x + 2x + 2x$

14. $5x + 3y - x + 2y$

15. $2p + 3q - 2r + 2q + 2p + 2r$

問題 I

- 1. 甲數ノ半分ト乙數ノ半分トノ和ハ甲乙二數ノ和ノ半分ニ等シキコトヲ式ニテ書ケ。
- 2. 甲數ノ半分ト乙數ノ半分トノ差ハ甲乙二數ノ差ノ半分ニ等シキコトヲ式ニテ書ケ。
- 3. m ノ 3 倍ト n トノ積ヨリ a ヲ b ノ 5 倍ニテ除シタル商ヲ減ズベキコトヲ式ニテ書ケ。
- 4. a ト b トノ和ノ二倍ヲ c ト d トノ差ノ 3 倍ニテ除シタル商ヲ式ニテ書ケ。
- 5. b ノ c 倍ト a ヲヨリ b ヲ減ジタル差ノ d 倍トノ和ヲ式ニテ書ケ。
- 6. a ト b トノ積ニ c ト d トノ積ヲ加ヘ、之ヨリ e ヲ f ニテ除シタル商ヲ減ジタルモノヲ式ニテ書ケ。
- 7. a ヲヨリ b ノ 6 倍ト c トヲ減ジタルモノノ 5 倍ヲ式ニテ書ケ。
- 8. a ヲヨリ b ヲ減ジタル差ト c ヲヨリ d ヲ減ジ

タル差トノ積 = b ノ c 倍ヲ加ヘタル和ヲ式ニテ書ケ。

9. c ノ a 倍ト d ノ b 倍トノ和ヲ a ト b トノ和ニテ除シタル商ヲ式ニテ書ケ。

10. $a=1, b=2, c=4$ トシテ次式ノ値ヲ求メヨ。

$$(1) 3ab+2bc+4ac \quad (2) 100a-23c+5b-6$$

$$(3) ab+\frac{2c}{ab}+3abc \quad (4) 15a+12b-5c+8$$

11. $\frac{ab}{cd}+\frac{ac}{bd}$ = 於テ $a=\frac{3}{4}, b=2, c=\frac{2}{3}, d=5$ トスレバ其ノ數値如何。

12. 一般ニ偶數ヲ $2m$ ニテ表セバ一般ニ奇數ハ $2m-1$ ニテ表サルベシ。何故カ。

13. 縦 a 尺, 横 b 尺ナル矩形ノ面積幾何ナルカ。又 a ノ數値ヲ 8, b ノ數値ヲ 5 トスレバ, 其ノ面積幾何ナルカ。

14. 甲乙二數ノ和ガ 30 ナルトキ, 甲數ヲ x トスレバ, 乙數ハ如何ニ表スベキカ。

15. 甲乙二數ノ積ガ 36 ナルトキ, 甲數ヲ x トスレバ, 乙數ハ如何ニ表スベキカ。

16. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(1) 8x-2x+3x$$

$$(2) 5a+7a-3a+a$$

17. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(1) 4y+2-y+3$$

$$(2) \frac{2}{3}x+23-\frac{1}{2}x+x$$

18. 第 8 節ノ公式 (1) 又ハ (2) ヲ用ヒテ次ノ式ヲ計算セヨ。

$$(1) 78 \times 56 + 22 \times 56$$

$$(2) 42 \times 89 - 41 \times 89$$

$$(3) 325 \times 584 + 675 \times 584$$

19. 或數ヲ x トシ, 或數ノ 6 倍 = 7 ヲ加ヘタルモノガ 25 = 等シキコトヲ式ニテ書ケ。

20. 或數ヲ x トシ, 或數ノ 12 倍ヨリ 19 ヲ減シタルモノガ 17 = 等シキコトヲ式ニテ書ケ。

第二編 簡單ナル方程式

第一章 方程式ノ意義

9. 問題.

或數ノ6倍 = 7ヲ加フレバ其ノ和ハ25トナルト云フ. 如何ナル數ナルカ.

算術的解 $25 - 7 = 18$ 或數ノ6倍
 $18 \div 6 = 3$ 答 3

代數的解 或數ヲ x トシテ問題ノ意味ヲ式ニテ書キ表セバ

$$6x + 7 = 25 \dots\dots\dots (A)$$

ヲ得. 此ノ相等シキ兩邊ヨリ7ヲ減ズレバ

$$6x = 25 - 7$$

即チ $6x = 18$

兩邊ヲ6ニテ割レバ

$$x = 18 \div 6 = 3 \quad \text{答 3}$$

10. 等式ノ種類.

(問1) 前節ノ等式(A)ニ於テ x ノ數値ヲ3トシテ左邊ト右邊トノ値ヲ比較セヨ. 次ニ $x = 3$ 以

外ノ種種ナル數値ヲ與ヘテ左右兩邊ノ値ヲ比較セヨ.

(問2) 等式 $5x - 3x = 2x \dots\dots\dots (B)$

ニ於テ x ノ數値ヲ 1, 2, 3, 4, 等トシテ左邊ト右邊トノ値ヲ比較セヨ. x ニ如何ナル數値ヲ與フルトモ兩邊ノ値ノ相等シキハ何故ナルカ.

即チ等式ニ二種アリ.

(1) (A)ノ如ク, 式中ノ或特別ナル文字ニ或格段ナル値ヲ與フルトキニ限り成立シ得ベキ等式ヲ方程式ト云ヒ, 其ノ文字ヲ未知數ト云フ.

(2) (B)ノ如ク, 式中ノ文字ノ値ノ如何ニ拘ラズ恒ニ成立スル等式ヲ恒等式ト云フ.

(問) 次ノ式ハ方程式ナルカ, 又ハ恒等式ナルカ.

(1) $7x + 2 = 2x + 17$ (2) $8x - 3x = 5x$

注意. 方程式ノ未知數トシテハ通常 x, y, z 等ヲ用フ. 又方程式ニ於テ未知數ニアラザル數ヲ既知數ト云フ.

11. 方程式ノ根.

方程式ニ於テ左右兩邊ノ數値ヲ相等シカラシムル未知數ノ値ヲ其ノ方程式ノ根ト云ヒ、此ノ値ハ方程式ニ適合ス或ハ之ヲ満足スルト云ヒ、又根ヲ求ムルコトヲ方程式ヲ解クト云フ。

例ヘバ $6x+7=25$ ニ於テ $x=3$ トスレバ
左邊ハ $6 \times 3 + 7 = 18 + 7 = 25$
トナリ、右邊ニ等シクナル。因テ3ハ上ノ方程式ノ根ナリ。

(問1) $3x+8=14$ ノ根ハ2ナリ。之ヲ驗セ。

(問2) $5x-13=17$ ヲ解ケ。

第二章 方程式ノ解法

12. 方程式解法ニ用フル原則.

$$a=b \quad \text{ナラバ}$$

$$(I) \quad a+c=b+c$$

$$(II) \quad a-c=b-c$$

$$(III) \quad a \times c = b \times c$$

$$(IV) \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \quad (\text{但 } c \neq 0)^*$$

* \neq ハ相等シカラザルコトヲ表ス記號ナリ。

(問) 上ノ四原則ヲ言葉ニテ言ヒ表セ。

13. 方程式解法ノ例.

例1. $x-5=20$ ヲ解ケ。

解 原則(I)ニヨリ兩邊ニ5ヲ加フレバ

$$x=20+5$$

即チ $x=25$ 答 25

(問) $x-3=18$ ヲ解ケ。

例2. $x+5=20$ ヲ解ケ。

解 原則(II)ニヨリ兩邊ヨリ5ヲ減ズレバ

$$x=20-5$$

即チ $x=15$ 答 15

(問) $x+12=36$ ヲ解ケ。

例3. $5x=30$ ヲ解ケ。

解 原則(IV)ニヨリ兩邊ヲ5ニテ除スレバ

$$x=6 \quad \text{答 } 6$$

(問) $7x=42$ ヲ解ケ。

例4. $\frac{x}{3}=12$ ヲ解ケ。

解 原則(III)ニヨリ兩邊ニ3ヲ乘ズレバ

$$x=36 \quad \text{答 } 36$$

(問) $\frac{x}{4}=15$ ヲ解ケ。

14. 移項ノ法則.

前節ノ例 1, 例 2 ノ解法ヲ見ルニ

例 1 ニテハ $x-5=20$ ヨリ $x=20+5$ ヲ得,

例 2 ニテハ $x+5=20$ ヨリ $x=20-5$ ヲ得タリ.

即チ例 1 ニテハ左邊ノ減ズベキ 5 ハ右邊ニ移リテ加フベキ 5 トナリ, 例 2 ニテハ左邊ノ加フベキ 5 ハ右邊ニ移リテ減ズベキ 5 トナリタリ.

一般ニ方程式ノ一邊ニアル數ハ其ノ前ニアル符號ヲ變ヘテ他ノ邊ヘ移スコトヲ得. 之ヲ移項ノ法則ト云フ.

但符號ヲ變ヘルトハ加號ヲ減號トシ, 減號ヲ加號トスルコトナリ.

注意. 此ノ法則ヲ適用スル場合ニハ加法及減法ハ順序ヲ變ヘテモ差支ナキコトニ着目スベシ.

例. $5x-3=9+2x$ ヲ解ケ.

解 左邊ノ 3 ヲ右邊ニ移シテ

$$5x=9+2x+3$$

右邊ノ $2x$ ヲ左邊ニ移シテ

$$5x-2x=9+3$$

即チ $3x=12$

因テ $x=4$ 答 4

驗. 原ノ方程式ノ $x=4$ ヲ代入スレバ

$$\text{左邊} = 5 \times 4 - 3 = 17, \quad \text{右邊} = 9 + 2 \times 4 = 17$$

因テ $x=4$ ハ確ニ所要ノ根ナリ.

注意. 方程式ヲ解キタルトキハ, 求メタル未知數ノ値ヲ原ノ方程式ニ代入シテ驗ヲ行フベシ.

例題

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $x+3=11$

2. $y-25=5$

3. $\frac{x}{3}=17$

4. $2x+3=13$

5. $6x-4=20$

6. $5y=15$

7. $23=x+5$

8. $8+2=6+y$

注意. 7, 8 ノ如キ場合ニハ既知數ヲ左邊ニ移スベシ.

9. $6x+5=5$

10. $69=4x+69$

11. $8x-15=25$

12. $3x-11=x+1$

13. $\frac{5+y}{2}=4$

14. $\frac{5x-7}{4}=2$

15. $7x+6=10x-3$

16. $6x-15=4x-5$

17. $5x+2=6+x$

18. $36-5x=7x$

19. $19-9y=2y-3$

20. $3x+6=5x+2$

21. $10-2x=4x-2$

22. $2z-1=3z-5$

23. $5x-2=2x+6+x$ 24. $x+3+2x=5x-5$
 25. $6+3x-16=5x-18$
 26. $10x+20-3x=12x+12-4x$
 27. $x+22=43-4x+5x-3x$

第三章 方程式ノ應用

15. 文字ヲ用ヒテ量ヲ表ハスコト.

例 1. 1冊40錢ノの1と n 冊ノ價ヲ求ム.

解 $40\text{錢} \times n = 40n\text{錢}$ 答 $40n\text{錢}$

例 2. 毎時 x 哩ノ速サヲ有スル汽車ハ m 時間
 = 幾哩ヲ走ルカ.

解 $x\text{哩} \times m = mx\text{哩}$ 答 $mx\text{哩}$

例 3. 或人1本 a 錢ノ鉛筆 x 本ト1本 b 錢ノ
 筆 y 本トヲ買ヒタルニ、尙45錢手モトニ殘リタリ
 ト云フ. 此ノ人ノ所持金合計何程ナリシカ.

解 鉛筆代ハ ax 錢

筆代ハ by 錢

因テ所持金合計ハ次ノ如シ.

$$ax\text{錢} + by\text{錢} + 45\text{錢} = (ax + by + 45)\text{錢}$$

答 $(ax + by + 45)\text{錢}$

例題

- 毎週 a 錢宛小遣ヲ貰フ人ハ7週間ニハ何程ノ小遣ヲ貰フカ.
- 本年 n 歳ノ人ハ十年後ニハ幾歳トナルカ. 又 m 年後ニハ如何.
- 毎時 a 哩ノ速サノ汽車ハ10時間半ニハ幾哩ヲ行クカ.
- 1本 x 錢ノ鉛筆1打ノ價ヲ求ム.
- 或人毎時2里ノ速サニテ x 時間歩ミ、次ニ毎時1.5里ノ速サニテ4時間歩ミタリト云フ. 此ノ人ノ行程幾里ナルカ.
- 父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ5倍ヨリ11歳少ナシ. 子ノ年齢ヲ x 歳トシテ父ノ年齢ヲ表セ.
- 連続スル三ツノ整数アリ. 最初ノ整数ヲ x トシテ此ノ三數ヲ表セ. 又中央ノ整数ヲ x トシ或ハ最後ノモノヲ x トスルトキハ如何.
- 4斗入 m 俵ト5斗5升入 n 俵ト他ニ3斗6升ノ米アリ. 總石高何程ナルカ.
- 或人三子ニ金子ヲ與フルニ、次子ニハ末子

ノ 2 倍ヨリ 300 圓少ナク、長子ニハ末子ノ 4 倍ヨリ 100 圓多ク與ヘタリト云フ。末子ノ分ヲ x 圓トシテ長子及次子ノ取前ヲ表セ。

16. 方程式ノ應用問題.

例 1. 或數アリ、其ノ 5 倍ヨリ 28 ヲ減シタル差ハ其ノ數ノ 3 倍ニ等シト云フ。如何ナル數カ。

解 求ムル數ヲ x トシテ題意ヲ式ニテ表セバ次ノ方程式ヲ得。

$$5x - 28 = 3x$$

之ヲ解キテ $x = 14$ 答 14

驗. $14 \times 5 - 28 = 42$, $14 \times 3 = 42$

(問 1) 上ノ例ヲ算術ノ問題トシテ解答セヨ。

(問 2) 某數ノ 5 倍ハ其ノ數ニ 16 ヲ加ヘタルモノニ等シト云フ。某數ヲ求ム。

例 2. 若干個ノ果物ヲ兒童ニ分ツニ、三ツ宛與フレバ八ツ餘リ、五ツ宛與フレバ二ツ不足スト云フ。兒童ハ幾人ナルカ、又果物ノ數幾何ナルカ。

解 兒童ノ數ヲ x 人トスレバ果物ノ數ハ

$$3x + 8 \quad \text{又ハ} \quad 5x - 2$$

ナリ。因テ次ノ方程式ヲ得。

$$5x - 2 = 3x + 8$$

之ヲ解キテ $x = 5$

從テ果物ノ數ハ $5x - 2 = 25 - 2 = 23$

又ハ $3x + 8 = 15 + 8 = 23$

答 兒童 5 人、果物 23 個

驗. (學生諸子ニ委ス)

(問 1) 之ヲ算術ノ問題トシテ解答ヲ試ミヨ。

(問 2) 若干人ニ鉛筆 3 本宛與ヘタルニ 20 本餘リタレバ、更ニ 2 本宛與ヘタルニ尙 8 本餘レリト云フ。人數ト鉛筆ノ數トヲ求ム。

例 3. 金 36 圓ヲ姉妹二人ニ分チタルニ、姉ノ分ハ妹ノ分ノ 2 倍ヨリハ 6 圓少ナカリシト云フ。兩人ノ所得各何程ナリシカ。

解 妹ノ所得ヲ x 圓トスレバ姉ノ所得ハ $(2x - 6)$ 圓ナリ。因テ次ノ方程式ヲ得。

$$(2x - 6) + x = 36$$

之ヲ解キテ $x = 14$

從テ $2x - 6 = 2 \times 14 - 6 = 22$

答 姉 22 圓、妹 14 圓

驗. (學生諸子ニ委ス)

(問) 端艇ニテ或河ヲ上下セシニ往復40分ヲ要セリ、而シテ上リニ要セシ時間ハ下リニ要セシ時間ノ2倍ヨリハ4分多カリシト云フ。上リ及下リニ要セシ時間各如何。

17. 應用問題解法ノ順序.

前節ニ示スガ如ク、應用問題ノ代數的解法ハ次ノ順序ニヨルモノナリ。

- (1) 未知數ヲ定ムルコト。問題中所需ノ數ニツキ適當ニ之ヲ定ムベシ。
- (2) 方程式ヲ作ルコト。斯シテ定メタル未知數ヲ用ヒ題意ニヨリ方程式ヲ作ルベシ。
- (3) 方程式ヲ解クコト。斯シテ得タル方程式ヲ解キ未知數ノ値ヲ見出スベシ。
- (4) 答ヲ決定スルコト。求メタル未知數ノ値ニヨリ問題ノ答ヲ決定スベシ。

注意。未知數ノ定メ方ニヨリ解法ニ難易アリ。例ヘバ前節ノ例2ニ於テハ人數ヲ ω トスレバ果物ノ數ヲ ω トスルヨリモ解法簡易ナルガ如シ。

次ニ學生諸子ハ同一ノ問題ニツキ算術的及代數的兩様ノ解法ヲナシ、其ノ比較對照ヲ試ムレバ

必ズヤ代數的解法ノ簡明ナルヲ悟ルベシ。

例題

1. 如何ナル數ニ16ヲ加フレバ其ノ數ノ5倍トナルカ。
2. 二數アリ、其ノ和ハ90ニシテ其ノ差ハ14ナリト云フ。各數ヲ求ム。
3. 或數ノ9倍ヨリ7ヲ減ジタルモノハ其ノ數ノ6倍ヨリ38大ナリト云フ。其ノ數ヲ求ム。
4. 甲ハ72圓、乙ハ18圓ヲ有ス。甲ヨリ乙ニ金何程ヲ與フレバ兩人ノ金高相等シクナルカ。
5. 甲ノ所有金ハ乙ノ所有金ノ3倍ニシテ兩人ノ所有金ハ合計800圓ナリト云フ。甲乙ノ所有金各何程ナルカ。
6. 或人二ヶ所ニ地面合計3町7段歩ヲ有シ、其ノ一方ハ他ノ方ヨリ1町3段歩ダケ多シト云フ。二ヶ所ノ地面各何程ナルカ。
7. 金246圓ヲ三女ニ分ツニ、長女ハ次女ヨリ15圓多ク、次女ハ第三女ヨリ24圓多クセントス。各ノ分配高何程トスベキカ。

8. 三ツノ連續整數アリ,其ノ和ハ45ナリト云フ. 各數如何.

9. 甲乙丙ノ三數アリ,其ノ合計ハ55ニシテ,乙ハ甲ヨリ3ダケ多ク,丙ハ乙ヨリ4ダケ多シト云フ. 三數ヲ求ム.

10. 甲ノ所有金ハ乙ノ所有金ノ1.5倍ニシテ兩人ノ所有金合計ハ100圓ナリト云フ. 甲乙ノ所有金各何程ナルカ.

11. 或會社ニテ賞與金3600圓ヲ社員ニ分配セシニ,一人ノ所得平均141圓宛トシテ75圓餘レリト云フ. 社員ノ數ヲ求ム.

12. 或品物ヲ定價ノ八掛ニテ賣ラバ定價ヨリ1圓20錢引クコトトナルト云フ. 其ノ定價如何.

13. 籠ノ中ニ53個ノ果物アリ,其ノ中林檎ハ梨ノ2倍,柿ハ梨ヨリ5個多シ. 各幾個ナルカ.

14. 甲乙丙共同シテ432圓ヲ釀出スルニ,乙ハ甲ノ2倍,丙ハ甲ノ3倍ヲ出セリ. 各ノ釀金如何.

15. 甲自動車ハ每時15哩,乙自動車ハ每時18哩ノ速サニテ走ル. 甲ガ出發シテ9哩進ミタル時乙ガ之ヲ追フトキハ幾時間ニテ追ヒツクカ.

16. 甲乙ノ水槽アリ,其ノ水量甲ハ乙ノ5倍ニシテ,今甲ニハ5升,乙ニハ21升ヲ加フレバ其ノ水量相等シクナルト云フ. 最初ノ水量各如何.

18. 簡單ナル乘法.

問題. 職工三人ヲ7日間雇ヒタルトキノ賃金總額ヲ求ム. 但職工一人ノ賃錢ハ毎日 x 圓トス

解 1人ノ賃錢毎日 x 圓ナル故

3人1日ノ賃錢ハ $3x$ 圓

3人7日ノ賃錢ハ $3x$ 圓 $\times 7 = 7 \times 3x$ 圓

倍 $7 \times 3x$ ヲ次ノ如クシテ簡單ニスルコトヲ得.

$$7 \times 3x = 7 \times 3 \times x = 21 \times x = 21x$$

因テ所要ノ賃金總額ハ $21x$ 圓ナリ.

例題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

1. $4 \times 8x$ 2. $8x \times 4$ 3. $8 \times 4x$

4. $4x \times 8$ 5. $4 \times 8 \times x$ 6. $5 \times 3a$

7. $3 \times 4y + 3y$ 8. $5a + 3 \times 2a$

9. $4 \times 7b + 3b \times 2$ 10. $15 \times 2x + 10$

11. $2 \times 7x - 3x$ 12. $3 \times 5x - 15x$

13. $12y - 6 \times 2y$ 14. $8 \times 2a - 4 \times 4a$
 15. $6 \times 5z - 2 \times 10z$ 16. $3 \times 6a - 2 \times 3b - 15a$

19. 項, 同類項, 括弧ヲ外スコト.

既ニ第8節ニ於テ次ノ公式ヲ學ビタリ.

$$ax + bx = (a + b)x \dots (1)$$

$$ax - bx = (a - b)x \dots (2)$$

此等ノ左邊 $ax + bx, ax - bx$ ニ於ケル ax, bx ノ如ク, 代數式ニ於テ $+, -$ ノ符號ニテ相連ナレル各部分ヲ其ノ項ト云フ.

次ニ例ヘバ $5x + 3x$ 又ハ $5x - 3x$ ノ二ツノ項 $5x, 3x$ ノ如ク文字因數ガ全ク相等シキ項ヲ同類項ト云フ. 倍同類項ハ上ノ公式ニヨリ一ツニマトメルコトヲ得. 例ヘバ

$$5x + 3x = 8x, \quad 5x - 3x = 2x$$

斯ノ如ク同類項ヲ一ツニマトメルコトヲ同類項ヲ約スト云フ. 公式(1), (2) ハ同類項ヲ約ス爲ノモノナリト見做スコトヲ得.

次ニ ax, bx ナル項ニハ x ナル同ジ因數ヲ含ム. 因テ又公式(1), (2) ハ斯ノ如キ二ツノ項ノ和又ハ差ナル代數式(左邊)ヲ積ノ形(右邊)ニ書キ表スコト

ヲ示スモノナリ: 斯ノ如クスルコトヲ因數 x ヲ括弧ノ外ニ括リ出スト云フ. 而シテ $a + b, x$ ヲ $ax + bx$ ノ因數, 又 $a - b, x$ ヲ $ax - bx$ ノ因數ト云フ.

項ノ數ガ三ツ以上アルトキモ亦同様ナリ.

例ヘバ $ax + bx - cx = (a + b - c)x$

又公式(1), (2) ノ左右兩邊ヲ交換スレバ

$$(a + b)x = ax + bx, \quad (a - b)x = ax - bx$$

之ハ積ノ形ニ書カレタル代數式ノ括弧ヲ外シテ幾ツカノ項ヨリ成ル式ニ書キ直ス公式ナリ.

尙一例ヲ示セバ

$$(a + b - c)x = ax + bx - cx$$

又第1節ノ公式(3)ノ左右兩邊ヲ交換シタル

$$a + (b + c) = a + b + c$$

ト第6節ニ掲ゲタル諸等式中ノ初メノ四ツノモノノ外ニ又加法減法ノ性質ヨリ容易ニ知ラルル

$$a + (b - c) = a + b - c$$

等ノ如キハ何レモ括弧ヲ外スニ用ヒラルル公式ナリ.

例 1. $2x + (x - 5) = 2x + x - 5 = 3x - 5$

例 2. $x + 3(x + 2) = x + (3x + 6) = x + 3x + 6 = 4x + 6$

例題

次ノ式ノ同類項ヲ約セ. (1-4)

1. $3x-2x+5$ 2. $5x+7x-10x+x$
 3. $15a+3-5a+5-a$ 4. $8x+3a-5x+a$

次ノ式及數ノ積ヲ書ケ. (5-10)

5. $(x+2)3$ 6. $x-3, 5$ 7. $3x-7, 8$
 8. $4a-5b, 3$ 9. $2x+1, y$ 10. $x+1, a$

次ノ式ノ括弧ヲ外シ、且之ヲ簡單ニセヨ. (11-21)

11. $3(x+2)$ 12. $10(4-x)$ 13. $3(2x+7)$
 14. $10(x-3)-5$ 15. $x+3(2x-1)$ 16. $20(x+2y)$
 17. $2(2-x)+5x$ 18. $8(2a-3b)$ 19. $(2a-1)x$
 20. $7x+2(6x+1)$ 21. $3x+3(2a-x)$

次ノ式ノ因數ヲ括弧ノ外ニ括リ出セ.

22. $2a+8=2()$ 23. $ax-5x=()x$
 24. $3x-9$ 25. $ax+2x$ 26. $ax-3a$

問題 II

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (1-4)

1. $2(x+3)-4$ 2. $4(x+2)-3x$

3. $(x+6)+3(x-3)$ 4. $6x+2(3-2x)$

次ノ方程式ヲ解ケ. (5-15)

5. $2(x+3)=3(x-2)$ 6. $2(2x+3)=3(x+2)$
 7. $5(x-2)=2(2x+1)$ 8. $3(x-2)+4x=2x+4$
 9. $4(2x+1)-3x=x+8$
 10. $2(3x-4)+4(x+5)=6(x+4)$
 11. $22+2(3x+5)=5x+2(2x+7)$
 12. $2x+1.2=2.8$ 13. $3y-2.6=1.6$
 14. $3(x-1)+4(x-1)=7-3x$
 15. $4(2x-1.5)+2(x+2.2)=0$

16. 或人 1000 圓ノ金子ヲ 3 人ノ男兒ト 4 人ノ
 女兒トニ分タントスルニ、男兒ニハ女兒ノ 2 倍宛
 ヲ與ヘントス。男女各一人ノ取前何程ナルカ。
 但男同士、又女同士ハ夫夫等額ナリトス。

17. 或自動車上リ坂ヲ毎時 20 哩、下リ坂及平地
 ヲ毎時 40 哩ノ速サニテ走リ、10 時間ニ 320 哩ヲ行
 キタリト云フ。下リ坂及平地ヲ走ルニ要シタル
 時間及上リ坂ノ距離ヲ求ム。

18. 29 ヲ二ツノ部分ニ分チ、一方ノ 5 倍ト他方
 ノ 3 倍トノ和ガ 105 ニナル様ニセヨ。

105
 29
 5/18

19. 上下二卷ヨリ成ル某書籍5部ノ價ハ11圓ニシテ、上卷ハ下卷ヨリモ一冊ニツキ20錢高價ナリト云フ。上下各一冊ノ價何程ナルカ。

20. 父子年齢ノ差ハ42歳ナリ。父ガ幾歳ノトキ子ノ年齢ノ4倍トナルカ。

注意。又此ノ時ノ子ノ年齢ヲ未知數トスル方程式ヲ作り、父ノ年齢ヲ未知數トスル方程式ト比較セヨ。

21. 甲ハ37圓、乙ハ11圓ヲ有ス。甲ガ乙ニ幾圓ヲ與フレバ、甲ノ所有金ガ乙ノ2倍トナルカ。

22. 152個ノ果物ヲ12人ノ男兒ト4人ノ女兒トニ分配スルニ、女兒ニハ男兒ヨリ2個宛多ク與ヘントス。男女各一人ニ幾ツ宛與フベキカ。

23. 或人2頭ノ馬ト5頭ノ牛トヲ買ヒテ1350圓ヲ支拂ヒタリ、而シテ馬ハ1頭ニツキ牛ヨリ80圓高價ナリト云フ。馬牛各1頭ノ價ヲ求ム。

24. 或人40哩ノ距離ヲ自轉車ニテ行カントスルニ、一部ハ毎時15哩、其ノ他ハ毎時12哩ノ速サニテ走ルモノトシテ全距離ヲ3時間ニテ行カンニハ、毎時15哩ノ速サニテ行クベキ時間ヲ何程トスベキカ。

復習雜問題 [1]

1. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$2a+a-3a, 2x-1+3x+1, 5x-2y-3x+2y-x$$

2. $x=1$ ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求ム。

$$3x-3+2x, 2x-1, (x-1)^2, \frac{x-1}{5}$$

3. 次ノ式ノ意味ヲ説明セヨ。

$$a-b-c=a-(b+c)$$

4. 次ノ式ノ意義如何。

$$a+2(b+c)=(a+2b)+2c$$

5. $x=2$ ナルトキ次ノ等式ハ成立ツカ。

$$3x-5+x-3=10(x-2) \quad \text{成リ}$$

6. 次ノ式ハ恒等式ナルカ、方程式ナルカ。

$$(1) x-a=2x-a-x \quad (2) (3-1)x=3x-x$$

$$(3) 2x=3x \quad (4) x=\frac{5x}{4}$$

次ノ方程式ヲ解ケ。(7-14) (成ベク暗算ニテ)

$$7. x+1=1 \quad 8. 1-x=1 \quad 9. 2x=2$$

$$10. \frac{x}{3}=\frac{1}{3} \quad 11. 100x=1 \quad 12. \frac{x}{100}=1$$

$$13. 3(x-5)=0 \quad 14. \frac{x-2}{10}=0$$

15. 汽車賃三等ハ1哩ニツキ x 錢トスレバ20哩ノ

三等汽車賃何程ナルカ。

107/2000

16. 今日 8 里ヲ旅行シ、明日 x 里ヲ行クモノトスレバ二日間ノ旅程ハ如何.

17. 或兒童學校ニ行クニ x 分ヲ要シタリ、但途中買物ノタメ 5 分間ヲ費シタリト云フ。差引キ學校ニ行ク道ノタメニハ幾分ヲ要シタルカ.

18. 本年兄ハ 18 歳、弟ハ 16 歳ナリ、 x 年後ニ於ケル兩人ノ年齢ノ和ヲ求ム.

19. 父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ 4 倍ニシテ 5 年前ニハ父ハ子ノ 5 倍ナリシト云フ。父子本年ノ年齢ヲ求ム.

20. 二十錢銀貨、五十錢銀貨合セテ 25 個アリ、其ノ金高 8 圓ナリ。兩銀貨ノ數ヲ求ム.

21. 或會合ニ於テ會員ヲ甲乙丙ノ三種ニ分チ、乙ハ甲ヨリモ各員 20 錢少ナク、丙ハ乙ヨリモ各員 20 錢少ナク會費ヲ支拂ヒタルニ會費總計 80 圓トナリタリ、而シテ甲會員ハ 15 名、乙會員ハ 30 名、丙會員ハ 40 名ナリト云フ。三種會員ノ會費ヲ求ム.

22. 五ツノ連続整数アリ、其ノ和ハ 30 ナリト云フ。此ノ整数ヲ求ム.

第三編 正數及負數

第一章 正數及負數

20. 負數ノ意義.

算術ノ減法ニ於テハ $7-9$ ノ如ク減數ガ被減數ヨリモ大ナル場合ハ計算スルコトヲ得ザリキ。然レドモ此ノ場合ニ

7 ヨリ 9 ヲ引クニハ 2 不足ナリ

ト答フルモ差支ナカラシ。此ノ不足ノ 2 ヲ表スニ -2 ナル記號ヲ用ヒ、之ヲまいなす 2 ト呼ブモノトス。即チ $7-9=-2$ トスルナリ。斯ノ如ク、通常ノ數ノ前ニ符號 $-$ (まいなす) ヲ前置シタルモノヲ負數ト云フ。

負數ヲ用フレバ減數ガ被減數ヨリモ大ナル場合ニモ減法ヲ行フコトヲ得ベシ。即チ代數學ニテハ負數ヲ導キ入レテ減法ヲ一般ニ行ヒ得ル様ニスルナリ。

例ヘバ $6-7=-1$, $15-28=-13$

負數ト區別スル爲ニ

通常ノ數ヲ正數ト云フ。

正數ヲ表スニハ符號+(ぶらす)ヲ前置ス。例ヘバ $+3, +25$ ノ如シ。

但正數ノ符號+ハ多クノ場合ニ之ヲ省略ス。例ヘバ $+3, +25$ ヲ單ニ $3, 25$ ト書クガ如シ。

代數學ニテハ又相等シキ二數ノ差ヲ表ス0ヲモーツノ數トシテ取扱フナリ。

正數負數及0ヲ總稱シテ代數的ノ數ト云フ。

注意. a ヨリ b ヲ減ジタル差 $a-b$ ハ a ガ b ヨリモ大ナルトキ正數, a ガ b = 等シキトキ0ニシテ, a ガ b ヨリモ小ナルトキ負數ナリ。

21. 性質ノ符號, 絕對値。

$+$, $-$ ハ元來加法, 減法ヲ表ス演算ノ符號ナレドモ, 正數負數ヲ表ス爲ニ用フルトキハ性質ノ符號ト云ヒ, $+$ ヲ正號, $-$ ヲ負號ト云フ。

正數及負數ニ於テ其ノ性質ノ符號ヲ取去リタルモノヲ其ノ數ノ絕對値ト云フ。

例ヘバ $+2, -2$ ノ絕對値ハ共ニ2ナリ。

或正數又ハ負數ノ絕對値ヲ其ノママニシテ其

ノ符號+ヲ $-$ ニ變ヘ, 又 $-$ ヲ $+$ ニ變ヘルコトヲ其ノ數ノ符號ヲ變ヘルト云フ。

例ヘバ $-5, +7$ ノ符號ヲ變フレバ夫夫 $+5, -7$ トナル。

例題

次ノ計算ヲナセ. (1-14)

1. $17-2$ 2. $2-17$ 3. $3-4$

4. $17-18$ 5. $3-25$ 6. $0-3$

7. $0-4$ 8. $1-1.5$ 9. $0.8-0.95$

10. $4-4\frac{1}{2}$ 11. $\frac{2}{3}-\frac{5}{3}$ 12. $3-(n+3)$

13. $15+24-67$ 14. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{3}{2}$

15. 次ノ數ノ絕對値ヲ言ヘ, 又其ノ符號ヲ變ヘタルモノヲ作レ。

$+5, -18, -257, +25, -\frac{2}{17}, +a, -ab$

16. 絕對値ガ5ヲ超エザル正及負ノ整數ヲ列記セヨ。

22. 數ノ大小。

例ヘバ $10-7=3, 10-8=2, 10-9=1$ トナリテ同ジ數10ヨリ7, 8, 9ヲ減ジタル差ハ順次1宛小トナルナリ。從テ又 $10-10, 10-11, 10-12, \dots$ ハ順

次1宛小ナリト考ヘテ可ナリ。因テ今負數ノ意義ニヨリ左ヨリ右ニ順次大ナル整數ヲ列記スレバ次ノ如シ。

..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...

之ヲ整數列ト云フ。整數列ハ直線上ニ於テ等距離ノ點ニ印ヲ附ケテ之ヲ表スコトヲ得。



正負ノ分數ニツキテモ大小ノ關係ハ同様ナリ。因テ次ノ事柄ヲ知ル。

(1) 0 ハ何レノ正數ヨリモ小ニシテ、何レノ負數ヨリモ大ナリ。

(2) 總テノ正數ハ何レノ負數ヨリモ大ナリ。

(3) 負數ハ其ノ絶對値ノ大ナルモノ程小ナリ。

注意。 a ガ b ヨリモ大ナルコトヲ $a > b$ ニテ表シ、又 a ガ b ヨリモ小ナルコトヲ $a < b$ ニテ表ス。記號 $>$, $<$ ヲ不等號ト云ヒ、 $a > b$ 及 $a < b$ ノ如ク數

或ハ式ヲ不等號ニテ連結セルモノヲ不等式ト云フ。

上述セル所ニヨレバ a ガ正數ナルコトヲ $a > 0$ ニテ、 a ガ負數ナルコトヲ $a < 0$ ニテ表シ得ベシ。

例題

- 次ノ諸數ヲ大サノ順ニ列ベヨ。(1-5)
1. 3, -3, -13
 2. -15, 13, +8, 0, -2
 3. $+\frac{1}{2}$, 2, $-\frac{1}{2}$, 4
 4. 0.5, -5, -2.5, +2.5
 5. 3, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$, +0.5
 6. 次ノ各組ノ數ノ間ニ不等號ヲ入レヨ。
3 5, -3 -5, -1 0, -0.5 $-\frac{1}{3}$

23. 負數ノ應用。

利益ト損失、前進ト後退ノ距離、前後ノ時間等ノ如ク、性質又ハ方向ノ相反スル量ノ大サハ正數及負數ヲ應用シテ之ヲ表スコトヲ得ベシ。

例ヘバ +50 圓ヲ50圓ノ利益トスレバ -20 圓ハ20圓ノ損失ヲ表シ、+3年ヲ3年後トスレバ -3年ハ3年前ヲ表ス。又寒暖計ニテ0度以上20度ヲ+20度トシ、0度以下20度ヲ-20度トスルガ如シ。

例題

1. +3 里ガ東方 3 里ナラバ -5 里ハ何ヲ表スカ.
2. 利益金 5 圓ヲ +5 圓ニテ表セバ, 損失金 10 圓ハ如何ニ表スベキカ.
3. -10 圓ノ支出, -40 圓ノ收入ノ意義如何.
4. -500 米ノ前進, -300 米ノ後退ノ意義如何.
5. +2 時ガ午後 2 時ヲ表セバ -2 時ハ何時カ.
6. -5 時間後, -3 時間前トハ何ヲ表スカ.

第二章 正數及負數ノ四則

24. 加法.

加法ノ計算ハ次ノ規則ニヨルモノトス.

(1) 同ジ符號ノ二數ノ和ハ各數ノ絶對値ノ和ニ其ノ同ジ符號ヲ附シタル數ナリ.

$$\begin{aligned} \text{例へバ } (+7) + (+5) &= +(7+5) = +12 \\ (-7) + (-5) &= -(7+5) = -12 \end{aligned}$$

今二數ノ絶對値ヲ a, b ニテ表シ, 此ノ規則ヲ式ニテ示セバ次ノ如シ.

$$(+a) + (+b) = +(a+b)$$

$$(-a) + (-b) = -(a+b)$$

(2) 相異ナル符號ノ二數ノ和ハ各數ノ絶對値ノ差ニ絶對値ノ大ナル方ノ數ノ符號ヲ附シタル數ナリ.

符號ガ相異ナリテ絶對値ガ相等シキ二數ノ和ハ零ナリ.

$$\text{例へバ } (+5) + (-3) = +(5-3) = +2$$

$$(+4) + (-6) = -(6-4) = -2$$

$$(-5) + (+3) = -(5-3) = -2$$

$$(-4) + (+6) = +(6-4) = +2$$

$$(+4) + (-4) = 0, \quad (-4) + (+4) = 0$$

二數ノ絶對値ヲ a, b ニテ表シ, 且 $a > b$ トシテ上ノ規則ヲ式ニテ示セバ次ノ如シ.

$$(+a) + (-b) = +(a-b), \quad (-b) + (+a) = +(a-b)$$

$$(-a) + (+b) = -(a-b), \quad (+b) + (-a) = -(a-b)$$

$$(+a) + (-a) = -a + (+a) = 0$$

(3) 或數ト零トノ和ハ其ノ數夫自身ニ等シ.

例へバ $(-3)+0=-3$, $0+(-3)=-3$, $0+0=0$
 即チ a を以テ任意ノ數(正、負又ハ零)ヲ表セバ

$$a+0=a, \quad 0+a=a$$

今數列

....., $-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots$

ニツキ上述ノ規則ノ意義ヲ檢スレバ直チニ知ラ
 ルルガ如ク、要スルニ

正數ヲ加フトハ其ノ絶對値ダケ増
 スコトニシテ、負數ヲ加フトハ其ノ絶
 對値ダケ減ズルコトナリ。

例 題

次ノ和ヲ求ム。

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 1. $(-9)+(-5)$ | 2. $17+(+5)$ |
| 3. $(-5)+(-10)$ | 4. $(-28)+(-0.8)$ |
| 5. $(-83)+(-17)$ | 6. $(-1.05)+(-4.95)$ |
| 7. $(+25)+(-18)$ | 8. $45+(-65)$ |
| 9. $0+(-3.5)$ | 10. $(-\frac{2}{5})+0$ |
| 11. $(-19)+42+(-8)$ | 12. $(-8.4)+(+12.8)$ |
| 13. $(-84)+28$ | 14. $5+(-8)+3+(-12)$ |

25. 加法ノ法則.

多クノ數ノ和ヲ求ムル場合ニ、算術ニ於ケルト
 同ジク、次ノ法則ノ存在スルコト容易ニ知ラル。

(1) 相加フベキ數ノ順序ヲ變ヘテ
 モ和ハ變ラズ。

例へバ $(+5)+(-3)=(-3)+(+5)$ 交換の法則

又 $(+5)+(-3)+(+2)=(-3)+(+2)+(+5)$ 組合の法則

一般ニ a, b, c 等ヲ以テ任意ノ數ヲ表セバ

$$a+b=b+a$$

又

$$a+b+c=b+c+a$$

(2) 相加フベキ數ヲ如何様ニ組合
 セテ加フルモ和ハ變ラズ。

例へバ $\{(+3)+(-5)\}+(+4)=(+3)+\{(-5)+(+4)\}$

一般ニ $(a+b)+c=a+(b+c)$

又

$$a+b+c+d=a+(b+c+d)$$

26. 代數的ノ和.

正數、負數或ハ零ヲ加ヘテ得ベキ結果、即チ代數
 的ノ加法ノ結果ヲ代數的ノ和或ハ單ニ和ト云フ。
 倍算術ニテハ或數ニ零ナラザル數ヲ加フレバ

必ズ其ノ値ヲ増スモノナレドモ、代數學ノ加法ニテハ必ズシモ然ラズ、即チ既ニ學ビタルガ如ク、或數ニ正數ヲ加フレバ其ノ値ヲ増セドモ、負數ヲ加フレバ却テ其ノ値ヲ減ズルナリ。因テ算術ノ加法及減法ハ悉ク代數學ノ加法ニ歸セシムルコトヲ得ベシ。例ヘバ或數ヨリ5ヲ引クハ其ノ數ニ-5ヲ加フルト同様ナリ。

次ニ前節ノ法則ニヨリ、三ツ以上ノ數ノ代數的ノ和ヲ求ムルニハ、正數ト負數トヲ別別ニ加ヘテ其ノ結果ノ代數的ノ和ヲ求ムルモ可ナリ。

$$\begin{aligned} \text{例. } & (+16) + (-5) + (-13) + (+7) + (-2) \\ & = \{(+16) + (+7)\} + \{(-5) + (-13) + (-2)\} \\ & = (+23) + (-20) \\ & = +3 \end{aligned}$$

例 題

次ノ和ヲ求ム。(1-9)

1. $5 + (-2) + 3$

2. $(-84) + 60 + 24$

3. $(-3) + (-7) + (-10)$

4. $(-3\frac{1}{2}) + 5\frac{3}{4} + (-2\frac{1}{2})$

5. $(+a) + (-b) + (+b)$

6. $(+a) + (-a) + (+b)$

7. $3 + (-4) + (-6) + 9 + 2$

8. $(-5) + 7 + 19 + (-15) + (-22)$

9. $(-13) + 5 + (-15) + 8 + (-4)$

10. 次ノ場合ニ $a+b+c+d$ ノ數値如何。

(1) $a=-5, b=100, c=-93, d=4$

(2) $a=-763, b=1000, c=-237, d=-3$

11. 次ノ和ヲ正數ト負數トヲ別別ニ加フルコトニヨリテ計算セヨ。

(1) $(-15) + (+5) + (-8) + (+18)$

(2) $(+9) + (-8) + (-7) + (+15) + (-23)$

(3) $(-\frac{2}{3}) + \frac{5}{6} + (-\frac{7}{8}) + (-\frac{5}{7}) + \frac{1}{3}$

27. 減法.

減法ハ加法ノ逆算ナリ。即チ

二數ノ和ト其ノ二數ノ中ノ一ツトヲ知リテ他ノ一數ヲ求ムルガ爲ニ行フ計算ヲ減法ト云フ。

因テ減法ノ規則ハ加法ヨリ導キ出サル。

加法ニヨリ $a + (-b) + (+b) = a$

$$\therefore * a - (+b) = a + (-b) \dots (1)$$

*ハ「故ニ」ト云フ語ノ記號ナリ。

又

$$a+(+b)+(-b)=a$$

$$\therefore a-(-b)=a+(+b) \dots \dots (2)$$

但茲 = a ハ任意ノ數ヲ表スモノトス。(1)及(2)ニヨリ次ノ規則ヲ得.

或數ヨリ或他ノ數ヲ減ズルニハ、減數ノ符號ヲ變ヘテ被減數ニ加フベシ.

例 1. $(+9)-(+3)=(+9)+(-3)=+(9-3)=+6$

例 2. $(+9)-(-3)=(+9)+(+3)=+(9+3)=+12$

例 3. $(-9)-(+3)=(-9)+(-3)=- (9+3)=-12$

例 4. $(-9)-(-3)=(-9)+(+3)=- (9-3)=-6$

又加法ニヨリ $(+a)+(-a)=0$

$$\therefore 0-(+a)=-a$$

$$0-(-a)=+a$$

故ニ 零ヨリ或數ヲ減ジタル差ハ此ノ數ノ符號ヲ變ヘタルモノニ等シ.

又加法ニヨリ

$$a+0=a$$

$$\therefore a-0=a$$

故ニ 或數ヨリ零ヲ減ジタル差ハ其ノ數夫自身ニ等シ.

注意. a, b ノ正、負、零如何ニ拘ラズ、 $a > b$ ナルトキハ $a-b$ ハ正數、 $a < b$ ナルトキハ $a-b$ ハ負數ナリ.

例題

次ノ差ヲ求ム. (1—10)

1. $(-16)-8$ 2. $25-21$ 3. $14-(-3)$

4. $28-(-28)$ 5. $0-(-16)$ 6. $(-4)-(-19)$

7. $(-7)-0$ 8. $(-5)+3\frac{1}{2}-4\frac{1}{3}$

9. $(-9)+(-7)-(-7)$ 10. $8+(-10)+(+10)$

11. -25 = 如何ナル數ヲ加フレバ 3 トナルカ.

12. 28 ヨリ如何ナル數ヲ減ズレバ -5 トナルカ.

28. 減法ハ加法ニ歸スルコト.

代數的ノ減法ノ結果ヲ代數的ノ差或ハ單ニ差ト云フ. 代數的ノ差モ亦算術ニテ云フ所ノ差トハ其ノ趣ヲ異ニス. 即チ算術ニテハ或數ヨリ零ナラザル數ヲ減ズレバ、必ズ其ノ値ヲ減少スレドモ代數學ノ減法ニ於テハ必ズシモ然ラザルナリ.

借前節ノ減法ノ規則ニヨレバ、或數ヲ減ズルハ其ノ符號ヲ變ヘタルモノヲ加フルト同様ナリ.

故ニ減法ハ悉ク加法ニ歸ス.

$$1\frac{5}{6} + \frac{2}{3} = 1\frac{5}{6} + \frac{4}{6} = 1\frac{9}{6} = 1\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

例 1. $10-4+5-3=10+(-4)+5+(-3)$

例 2. $(-8)-(-2)+(-3)=(-8)+(2)+(-3)$

次ニ文字ハ正數、負數何レヲモ表スコトヲ得ルモノナリ。偕 $+a$ ノ如ク文字ノ前ニ符號 $+$ ヲ附シタルモノハ其ノ文字ノ數値夫自身ヲ表シ、 $-a$ ノ如ク符號 $-$ ヲ附シタルモノハ文字ノ數値ノ符號ヲ變ヘタルモノヲ表スモノトス。

例ヘバ a ノ數値ガ $+2$ ナルトキハ $+a$ ハ $+2$ ヲ、 $-a$ ハ -2 ヲ表シ、又 a ノ數値ガ -2 ナルトキハ $+a$ ハ -2 ヲ、 $-a$ ハ $+2$ ヲ表スガ如シ。

因テ又文字 a, b, c ノ數値ノ如何ニ拘ラズ、次ノ如キ等式ノ成立スルコト容易ニ知ラルベシ。

$$a-b=a+(-b), \quad a-b-c=a+(-b)+(-c)$$

$$a+b-c=a+(+b)+(-c)$$

斯ノ如ク、減法ヲ加法ニ歸シ、第25節ノ加法ノ法則ヲ適用スレバ容易ニ次ノ如キ公式ヲ得ベシ。

$$a-b-c=a-c-b$$

$$a-b-c=a-(b+c)$$

$$a-b+c=a+c-b=c-b+a$$

(問) 此等ノ公式ノ意義ヲ説明セヨ。

例題

次ノ式ヲ代數的ノ和ノ形ニ改メヨ。(1-6)

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1. $8-5+7-(-2)$ | 2. $(-12)-(-3)+7-13$ |
| 3. $10-(-2)+4-5+8$ | 4. $a-b+c-d$ |
| 5. $x-2y+3z$ | 6. $2x-3x+10x-5x$ |

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(7-9)

- | | |
|-----------------------------------|----------------|
| 7. $(-a)-b-(-b)$ | 8. $m-(+n)+n$ |
| 9. $- \{ -(+5) \} - \{ -(-3) \}$ | |
| 10. $a=7, b=4, c=11$ ナルトキ次式ノ數値如何。 | |
| (1) $2a-bc$ | (2) $-ac+6ab$ |
| (3) $ab+bc-ac$ | (4) $15ac-4bc$ |

29. 應用.

例. 或時 a 度ヲ示セル寒暖計ガ d 度昇リテ b 度トナリタリトスレバ $b=a+d$ ナリ。

例ヘバ $a=-3, d=+8$ トスレバ $b=(-3)+(8)=+5$ ナリ、即チ之ハ零下3度ノモノガ8度昇リテ5度トナリタルコトヲ示ス。

又 $a=-3, d=-8$ トスレバ $b=(-3)+(-8)=-11$ ナリ、即チ之ハ零下3度ノモノガ8度降リテ零下

11 度トナリタルコトヲ示ス。倍 -8 ヲ加フルハ
8 ヲ引クト同様ナルガ故ニ 8 度降レリト云フコ
トノ代リニ -8 度昇レリト云フコトヲ得ベシ。

問題 III

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-6)

1. $(-32)+25-(-15)$ 2. $(-3)-(-8)+(-5)$
3. $-5+(-2.5)-3\frac{1}{2}$ 4. $0-5-3-15-(-23)$

5. $-2-\left(-2\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)$

6. $\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$

7. $+4$ ヨリ $+27$ ヲ引カバ -25 ヨリモ如何程
大ナル數ヲ得ルカ。

8. 200 ニ -158 ヲ加ヘ、次ニ -38 ヲ減ゼヨ。

9. -50 ト 13 トノ和ニ如何ナル數ヲ加フレバ
2 トナルカ。

10. 25 度ハ零下 13 度ヨリモ幾度高キカ。

(先ヅ代數的ノ差ニテ表セ)

11. -25 ヲ加フレバ -12 トナル數ハ何カ。

12. $-\frac{3}{5}$ ヲ得ルタメニ $-3\frac{1}{7}$ ヨリ引クベキ數ヲ
求ム。

13. $a=3, b=-7, c=-11, d=23$ ナルトキ次ノ式
ノ數值ヲ求ム。

(1) $a+b+c+d$ (2) $a-b+c-d$

(3) $a-b-c+d$ (4) $a-b-c-d$

14. 寒暖計ガ零度ナリシトキヨリ 5 度昇リ、次
ニ 8 度下リ、次ニ又 7 度昇リ、又 5 度下リシト云フ。
何度トナリシカ。先ヅ代數的和ノ形ニ表セ。

15. 或日ノ溫度東京ニテハ a 度ニシテ京都ニ
テハ b 度ナリシト云フ。京都ノ溫度ハ東京ヨリ
モ幾度高キカ。 a, b ガ次ノ值ヲ有スルモノトシ
テ實際ノ意義ヲ説明セヨ。

(1) $a=30, b=24$ (2) $a=30, b=34$

(3) $a=-8, b=-2$ (4) $a=-5, b=-10$

(5) $a=5, b=-3$ (6) $a=-2, b=0$

16. 或地點ヨリ東方ニ甲ハ a 町、乙ハ b 町ノ距
離ニアリ。乙ハ甲ヨリ東ノ方ニ距ルコト幾町ナ
ルカ。又次ノ數值ニツキ實際ノ狀況ヲ説明セヨ。

(1) $a=42, b=-72$ (2) $a=15, b=9$

17. 或人本年度ノ利益ハ a 圓、昨年度ハ b 圓ナ
リ。本年度ノ利益ハ昨年度ヨリ幾圓多キカ。

30. 乗法.

乗法ノ計算ハ次ノ規則ニヨルモノトス.

(1) 同ジ符號ノ二數ノ積ハ各數ノ絶對値ノ積ヲ絶對値トスル正數ナリ.

(2) 相異ナル符號ノ二數ノ積ハ各數ノ絶對値ノ積ヲ絶對値トスル負數ナリ.

例ヘバ $(+5) \times (+3) = +15$, $(-5) \times (-3) = +15$
 $(-5) \times (+3) = -15$, $(+5) \times (-3) = -15$

一般ニ二數ノ絶對値ヲ a, b ニテ表セバ

$$(+a) \times (+b) = +ab, \quad (-a) \times (-b) = +ab$$

$$(-a) \times (+b) = -ab, \quad (+a) \times (-b) = -ab$$

此等ノ規則ノ示ス符號ノ關係ヲ約言スレバ

同號ハ正ヲ生ジ, 異號ハ負ヲ生ズ.

之ヲ乗法ノ符號ノ定則ト云フ.

(3) 或數ト零トノ積ハ其ノ數ノ何タルヲ問ハズ恒ニ零ナリ.

即チ $a \times 0 = 0 \times a = 0$

但 a ハ任意ノ數(正, 負或ハ零)ヲ表スモノトス.

注意. 上記ノ四等式ハ又文字 a, b ノ表ス數ノ正負如何ニ拘ラズ恒ニ正シキモノナリ.

例題

次ノ積ヲ求ム. (1-9)

1. $7 \times (-11)$ 2. $(-9) \times (-7)$ 3. $\left(+\frac{1}{2}\right) \times \left(+\frac{4}{5}\right)$

4. $(-25) \times 18$ 5. $(-1) \cdot (-16)$ 6. $(-5) \cdot (+4)$

7. $90 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$ 8. $0 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$ 9. $\left(-\frac{4}{7}\right) \times \frac{7}{2}$

次ノ式ノ値ヲ求ム. (10-13)

10. $15 \times (-4) + (-2) \times (-1)$ 11. $16 \times (-3) - 5 \times 7$

12. $(-1) \times 11 - (-22) \times 2$ 13. $(-2) \times 44 \times (-3)$

14. 次ノ場合ニ於テ $(a-b)(c+d)$ ノ數値ヲ求ム.

(1) $a = -2, b = 4, c = -5, d = 6$

(2) $a = 5, b = -8, c = -9, d = 10$

31. 乗法ノ法則.

多クノ數ノ積ヲ求ムル場合ニ, 算術ニ於ケルト同ジク, 次ノ法則ノ存在スルコト容易ニ知ラル.

(1) 因數ノ順序ヲ變ヘテモ積ハ變ラズ.

例へば $(+5) \times (-3) = (-3) \times (+5)$

又 $(+5) \times (-3) \times (-4) = (-3) \times (-4) \times (+5)$

一般 = $ab = ba, abc = bca$

(2) 因數ヲ如何ニ組合セテ乗ズルモ積ハ變ラズ.

例へば $\{(+3) \times (-5)\} \times (+4) = (+3) \times \{(-5) \times (+4)\}$

一般 = $(ab)c = a(bc)$

又 $abcd = (ab)(cd) = a(bcd)$

(3) ニツ以上ノ數ノ和ニ或數ヲ乗ジタル積ハ其ノ各數ニ此ノ數ヲ乗ジタル積ノ和ニ等シ.

例へば

$$\{(+5) + (-3)\} \times (-4) = (+5) \times (-4) + (-3) \times (-4)$$

一般 = $(a+b)c = ac + bc$

又 $(a+b+c)d = ad + bd + cd$

注意. ニツ以上ノ數ノ和トハ固ヨリ代數的ノ和ヲ意味ス. 因テ明ニ次ノ如キ等式モ亦成立ス.

$$(a-b+c-d)e = ae - be + ce - de$$

又 (1), (3) = ヨレバ明ニ次ノ如キ等式モ亦成立ス.

$$a(b+c) = ab+ac, a(b-c+d) = ab-ac+ad$$

32. 連乘積.

多クノ數ヲ乗ジタル結果ヲ其等ノ數ノ連乘積或ハ單ニ積ト云フコトハ算術ノ場合ト同様ナリ.

例へば $(-2) \times (+3) \times (-5) = (-6) \times (-5) = 30$

$$(-2) \times (-3) \times (-5) = (+6) \times (-5) = -30$$

但 30 ハ各因數ノ絶對値ノ積ナルコトニ注意セヨ.

一般ニ零ナラザル多クノ數ノ積ノ符號ハ其ノ因數ノ中ニ負數ガ全クナキカ或ハ偶數個アルトキハ正ニシテ, 負數ガ奇數個アルトキハ負ナリ, 且積ノ絶對値ハ各因數ノ絶對値ノ積ニ等シ.

故ニ零ナラザル多クノ數ノ積ヲ求ムルニハ, 先ヅ各因數ノ絶對値ノ積ヲ求メ, 因數ノ中ニ負數ガ全クナキカ或ハ偶數個アルトキハ符號 + ヲ附ケ, 又負數ガ奇數個アルトキハ - ヲ附クベシ.

例 1. $(-2) \times (+3) \times (-5) = +(2 \times 3 \times 5) = +30$

例 2. $(-1) \times (+3) \times (-2) \times (-5) = -(1 \times 3 \times 2 \times 5) = -30$

注意. 因數ノ中ニ零ヲ含ムトキハ積ハ零ナリ.

(問) 次ノ積ヲ計算セヨ.

$3 \times (-5) \times (-1), (-2) \times 5 \times (-3) \times (-4), 7 \times 0 \times (-5) \times (-2)$
 $(-2)^2 \times (-6) \times (-5), (-3) \times (-1)^2 \times 6, 2^2 \times (-3)^2 \times (-1)^3$

33. $+ax$ 及 $-ax$ ノ意義, 正項及負項.

例へば $7x-3-5x$ ノ代數的ノ和ノ形ニ直セバ

$$7x-3-5x = (+7x) + (-3) + (-5x) \dots (1)$$

倍 $+7x$ ハ $7x$ ト同ジク, $+7$ (即チ 7) ト x トノ積ヲ表シ, 其ノ係數ハ $+7$ ナリ. 然ルニ $-5x$ ニハ

(1) $5x$ ノ數值ノ符號ヲ變へタルモノ

(2) -5 ト x トノ積

ノ二様ノ解釋アリ. 此ノ中(2), ノ方ガ便利ナリ, 從テ通常 $-5x$ ノ係數ハ -5 ナリト云フナリ.

一般ニ $+ax$ (或ハ ax) ハ $+a$ ト x トノ積ニシテ, $-ax$ ハ $-a$ ト x トノ積ナリト解釋セラル, 而シテ a ガ數字ナルトキ, $+ax$ ノ係數ハ $+a$ ニシテ, $-ax$ ノ係數ハ $-a$ ナリ.

(問) 次式ノ係數ヲ求ム.

$$8x, -10x, -3a, 2x^2, -5ab, -x, -abx$$

倍代數式 $7x-3-5x$ ハ(1)ノ右邊ノ如クニ直スコトヲ得ル故, 今後ハ $+7x, -3, -5x$ ノ此ノ式ノ項ト云フコトニスベシ. 即チ今後ハ一般ニ,

代數式ニ於テ $+, -$ ニテ相連ナル各部分ニ其ノ前ノ符號ヲ附ケタルモノヲ項ト云フナリ. 而シテ $+7x$ ノ如ク, 正號ノ附キタル項ヲ正項ト云ヒ, $-3x$ ノ如ク負號ノ附キタルモノヲ負項ト云フ.

尙例へば $ax-by+c$ ノ項ハ $ax, -by, +c$ ニシテ, ax 及 $+c$ ハ正項, $-by$ ハ負項ナリ.

注意. 正項, 負項ノ名稱ノ區別ハ文字因數ノ數值ノ正負ニハ關セザルモノナリ.

(問) 次式ノ項ヲ舉グ, 正項及負項ヲ區別シ, 且文字因數ヲ含ム項ノ係數ヲ言へ.

$$12x-5x+3, 3x-a, -x+3y-2, 3x^2+2x-1$$

34. 同類項ヲ約スルコト.

是迄ニ屢同類項ヲ約スニ用ヒタル公式

$$ax+bx=(a+b)x$$

$$ax-bx=(a-b)x$$

ハ a, b ノ數值ノ正, 負如何ニ拘ラズ成立スルコトハ第31節ノ法則(3)ニヨリテ明カナリ, 而カモ第二ハ第一ニ歸スルコトモ亦容易ニ知ラルベシ. 而シテ同法則ニヨレバ次ノ規則ヲ得ベシ.

同類項ヲ約スニハ各項ノ係數ノ代

數的ノ和ヲ係數トスベシ。

例 1. $-3ax+ax-9ax=\{-3+1+(-9)\}ax=-11ax$

例 2. $7x-3-5x+2=(7-5)x+\{(-3)+2\}=2x-1$

注意. 此ノ例ノ $-3, +2$ ノ如ク數字ノミノ項
モ亦同類項ニシテ、之ヲ約スニハ其ノ代數的ノ和
ヲ求ムレバ可ナリ。

例題

次ノ式ノ同類項ヲ約セ. (1-6)

1. $3x-7x+x$ 2. $-3x-2x-x+8x$

3. $5-8x-3-2x$ 4. $a-2a-3a+7$

5. $3x-5a+7a-2x$ 6. $6x^2-5-3x^2+2$

7. 成ベク簡單ナル方法ニテ次ノ積ヲ見出セ.

(1) $(-19) \times 5 \times (-2)$ (2) $38 \times \left(-2\frac{1}{2}\right) \times (-4)$

(3) $(-7) \times \left(-\frac{5}{3}\right) \times (-6)$ (4) $(-1) \times 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times 0$

8. $abcd=(bc)(ad)=(ca)(db)$ ナリ. 何故カ. 又之

ヲ次ノ數値ヲ代入シテ驗セ.

(1) $a=5, b=-7, c=3, d=-4$

(2) $a=11, b=-2, c=-3, d=0.5$

9. 次ノ式ヲ計算セヨ.

(1) $(-3)\{(-6)+11\}$ (2) $a(a+b)-b(a+b)$

(3) $a \times (-b) \times 0 \times c$

$a^2+ab-ab+b^2$
 a^2+b^2

10. $284 \times 6 = 200 \times 6 + 80 \times 6 + 4 \times 6$ ナリ. 何故カ.

11. $28 \times 34 = 20 \times 30 + 8 \times 30 + 20 \times 4 + 8 \times 4$ ナリ. 何
故ナルカ.

12. $x=-2$ ナルトキ $x^2-3x-10$ ノ値如何.

13. $x=10$ ナルトキ $7x^3+2x^2+8x+1$ ノ値如何.

14. $x=10$ ナルトキ $5x^3+6x^2+5$ ノ値如何.

35. 除法.

除法ハ乘法ノ逆算ナリ. 即チ

二數ノ積ト其ノ二數ノ中ノ一ツト
ヲ知リテ他ノ一數ヲ求ムルガ爲ニ行
フ計算ヲ除法ト云フ.

因テ除法ノ規則ハ乘法ヨリ導キ出サル. 即チ
 a, b ヲ以テ二數ノ絶對値ヲ表セバ

$(+a) \times (+b) = +ab$ ヨリ $(+ab) \div (+b) = +a$

$(-a) \times (-b) = +ab$ ヨリ $(+ab) \div (-b) = -a$

$(-a) \times (+b) = -ab$ ヨリ $(-ab) \div (+b) = -a$

$(+a) \times (-b) = -ab$ ヨリ $(-ab) \div (-b) = +a$

故 = 或數ヲ或他ノ數ニテ除シタル商ノ絶對値ハ實ノ絶對値ヲ法ノ絶對値ニテ除シタルモノニ等シク、且其ノ符號ハ次ノ如シ。

實ト法トガ同符號ノ數ナルトキハ商ハ正數ニシテ、其等ガ異符號ノ數ナルトキハ商ハ負數ナリ。

之ヲ約言スレバ

同號ハ正ヲ生ジ、異號ハ負ヲ生ズ。

之ヲ除法ノ符號ノ定則ト云フ。

注意. 上記ノ等式ハ又文字ノ代表スル數ノ正負如何ニ拘ラズ恒ニ正シキモノナリ。

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1—13)

1. $135 \div (-9) = 15$
2. $(-300) \div (+60) = -5$
3. $(-\frac{5}{3}) \div (-1) = \frac{5}{3}$
4. $(-4) \div (-24) = \frac{1}{6}$
5. $(-\frac{3}{8}) \div \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$
6. $1 \div (-0.005) = -200$
7. $(-\frac{5}{6}) \div (+\frac{3}{5}) = -\frac{25}{18}$
8. $(-\frac{3}{7}) \div (-\frac{6}{5}) = \frac{5}{14}$

9. $3.5 \times 0.4 \div (-1) = -1.4$ 10. $(-27) \times 3 \div (-3) = 27$

11. $(-16) \div 2 + 18 \div (-3) = -14$

12. $(-24) \div (-8) - (-36) \div 6 = 11$

13. $(-15) \div (-5) - 100 \div (-5) + (-200) \div 8 = 27$

14. 次ノ場合ニ $(a-b) \div (c+d)$ ノ數値如何。

(1) $a=18, b=-2, c=3, d=-12$

(2) $a=-23, b=5, c=-4, d=-3$

36. 零ノ除法.

既ニ知レルガ如ク a ガ如何ナル數ニテモ

$$a \times 0 = 0, 0 \times a = 0$$

ナリ。故ニ今 a ヲ零ナラザル數トスレバ恒ニ

$$0 \div a = 0$$

即チ零ヲ零ナラザル數ニテ除シタル商ハ零ナリ。

偕如何ナル數ニテモ之ト零トノ積ハ零トナリ決シテ零ナラザル數トハナラズ。故ニ

零ナラザル數ヲ零ニテ除スルコトヲ得ズ。

又如何ナル數ニテモ之ト零トノ積ハ零ナリ。

故 = 零ヲ零ニテ除シタル商ハ如何ナル數トモナルコトヲ得、即チ商ハ定ムルコトヲ得ズ。

從テ如何ナル數ニテモ之ヲ零ニテ除スルコトヲ得ズ。

37. 除法ハ乘法ニ歸スルコト。

1ヲ或數ニテ除シタル商ヲ此ノ數ノ逆數ト云

フ。例ヘバ $1 \div \left(-\frac{2}{3}\right)$ 即チ $-\frac{3}{2}$ ハ $-\frac{2}{3}$ ノ逆數ナリ。

倍除法ノ意義ヨリ明カナルガ如ク、正負ノ整數分數ニテ除スルハ其ノ逆數ヲ乘ズルト同様ナリ。

例ヘバ $12 \div (-3) = 12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{6}{5}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right)$$

因テ除法ハ悉ク乘法ニ歸ス。

例 1. $10 \div (-4) \times 6 = 10 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times 6$

例 2. $\frac{1}{2} \div (-3) \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$

從テ第31節ノ法則ヲ適用スルコトニヨリ容易ニ次ノ如キ公式ヲ得ベシ。

$$a \div b \div c = a \div c \div b$$

$$a \div b \times c = a \times c \div b = c \div b \times a$$

$$a \div b \div c = a \div (b \times c)$$

$$(a+b) \div c = a \div c + b \div c$$

$$(a-b+c) \div d = a \div d - b \div d + c \div d$$

(問) 此等ノ公式ノ意義ヲ説明セヨ。

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-8)

1. $0 \div \frac{5}{12}$

2. $0 \div \left(-\frac{8}{45}\right)$

3. $5 \times (-3) \div (-3)$

4. $(-1) \times (-1) \div (-1) \times (-1)$

5. $(-2) \div (-5) \div \left\{\frac{1}{10} \times (-4)\right\}$

6. $(-7) \div 7 \times (-7)$ 7. $(-100) \times (-7) \div (-25)$

8. $(-600) \div \{(-200) \div (-25) \times 3 \div (-4)\}$

9. 次ノ場合 = $a \div b \div c \times d$ ノ値如何。

(1) $a=170, \quad b=-3, \quad c=17, \quad d=-6$

(2) $a=-125, \quad b=-7, \quad c=25, \quad d=-14$

10. $741 \div 3 = (600 + 120 + 21) \div 3$

$$= \frac{600}{3} + \frac{120}{3} + \frac{21}{3} = 200 + 40 + 7 = 247$$

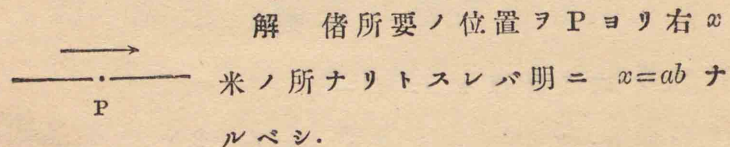
之ハ算術ニ於ケル除法ノ算法ノ説明ナリ。之

ニ倣ヒテ次ノ場合ヲ分解シテ説明セヨ。

$$625 \div 5, 1737 \div 9, 1740 \div 12$$

38. 應用.

例 1. 毎秒 a 米ノ速サニテ或直線上ヲ左ヨリ右ニ進ム點アリ。此ノ點ガ P ノ位置ニアリタルトキヨリ b 秒後ノ位置ヲ求ム。



今 a 及 b = 正負種種ノ値ヲ與ヘテ x ヲ計算シ、之ヲ實際ニ當テハメテ其ノ意義ヲ解釋セン。

(1) $a=3, b=2$ トスレバ $x=+6$ トナル。

之ハ毎秒 3 米宛左ヨリ右ニ進メバ 2 秒後ニハ P ヨリ右 6 米ノ所ニアルコトヲ示ス。

(2) $a=-3, b=2$ トスレバ $x=-6$ トナル。

之ハ毎秒 3 米宛右ヨリ左ニ進メバ 2 秒後ニハ P ヨリ左 6 米ノ所ニアルコトヲ示ス。

(3) $a=3, b=-2$ トスレバ $x=-6$ トナル。

之ハ毎秒 3 米宛左ヨリ右ニ進メバ 2 秒前ニハ P ヨリ左 6 米ノ所ニアリシコトヲ示ス。

(4) $a=-3, b=-2$ トスレバ $x=+6$ トナル。

之ハ毎秒 3 米宛右ヨリ左ニ進メバ 2 秒前ニハ P ヨリ右 6 米ノ所ニアリシコトヲ示ス。

斯ノ如ク a, b ガ或ハ正或ハ負ナルコトヲ得ルモノトスレバ、種種ノ場合ヲ唯一ツノ式 $x=ab$ ヲ以テ表スコトヲ得ルナリ。

例 2. 毎秒 a 米ノ速サニテ或直線上ヲ左ヨリ右ニ進ム點アリ。今 P ノ位置ニアリトスレバ、何秒ノ後此ノ點ハ P ヨリ右 d 米ノ距離ニアルカ。

解 所要ノ時間ヲ今ヨリ x 秒ノ後ナリトセヨ。然ルトキハ $x = \frac{d}{a}$ ナルベシ。

此ノ式ヲ種種ノ場合ニ應用スレバ次ノ如シ。

(1) $a=4, d=12$ トスレバ $x=+3$ トナル。

之ハ毎秒 4 米宛左ヨリ右ニ進メバ P ヨリ右 12 米ノ所ニアルハ 3 秒後ナルコトヲ示ス。

(2) $a=4, d=-12$ トスレバ $x=-3$ トナル。

之ハ毎秒 4 米宛左ヨリ右ニ進メバ P ヨリ左 12 米ノ所ニアリシハ 3 秒前ナルコトヲ示ス。

(3) $a=-4, d=+12$ トスレバ $x=-3$ トナル。

之ハ毎秒 4 米宛右ヨリ左ニ進メバ P ヨリ右 12

米ノ所ニアリシハ3秒前ナルコトヲ示ス。

(4) $a=-4$, $d=-12$ トスレバ $x=+3$ トナル。

之ハ每秒4米宛右ヨリ左ニ進メバPヨリ左12米ノ所ニアルハ3秒後ナルコトヲ示ス。

斯ノ如ク正數及負數ヲ應用スレバ一ツノ式ニテ種種ノ場合ヲ表スコトヲ得ベシ。

39. 正量及負量.

負數ヲ用ヒテ表セル量ヲ負量ト云ヒ、之ニ對シ正數ヲ用ヒテ表セル量ヲ正量ト云フ。

例ヘバ-3尺、-5圓等ハ負量ニシテ、+3尺、+5圓等ハ正量ナリ。

量ノ大サヲ正負ノ符號ニ關係ナク考フルトキハ之ヲ其ノ絕對値ト云フ。例ヘバ+5圓即チ利益5圓モ-5圓即チ損失5圓モ其ノ絕對値ハ何レモ5圓ナリ。

例 題

1. 或人或地點ヨリ120間前進シ、次テ150間背進シ、更ニ30間前進セリ。此ノ人ノ位置ヲ求ム。(正量、負量ノ考ヲ用ヒテ計算セヨ)

2. 若干ノ貯金ヲ有スル人、今ヨリ毎月 d 圓宛貯金スルトキ m 月後ノ貯金ノ増加如何。 d 及 m ニ正及負ノ値ヲ與ヘテ之ヲ計算シ、各ノ場合ニ於ケル意味ヲ説明セヨ。

3. 甲乙二人同時ニ同所ヲ出發シ甲ハ毎分 a 米、乙ハ毎分 b 米ヲ進ムモノトスレバ、出發後5分間ノ後甲乙相隔タル距離何程トナルカ。同方向ニ進ム場合ト異方向ニ進ム場合ト一ツノ式ニテ表セ。又 a 、 b ニ種種ノ數值ヲ與ヘテ實際ノ意味ヲ説明セヨ。

第三章 方程式ヘノ應用

40. 方程式.

之ヨリ負數ノ計算ノ加入セル方程式ノ解法ヲ練習スベシ。

例 1. $3x+5=-16$ ヲ解ケ。

解 左邊ノ5ヲ移項スレバ

$$3x=-16-5$$

即チ $3x=-21$

兩邊ヲ3ニテ除スレバ

$$x = -7$$

答 -7

(問) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$(1) 10x + 8 = 2x \quad (2) 3x + 10 = 2 - x$$

例 2. $5x - 5 = 14x - 23$ ヲ解ケ.

解 未知數ヲ含ム項ヲ左邊ニ、既知數ノ項ヲ右邊ニ集ムレバ

$$5x - 14x = -23 + 5$$

簡約スレバ $-9x = -18$ 兩邊ヲ -9 ニテ除スレバ

$$x = 2 \quad \text{答 } 2$$

驗. 左邊 $= 5 \times 2 - 5 = 5$, 右邊 $= 14 \times 2 - 23 = 5$

注意. 斯ノ如ク負數ヲ用フレバ第19頁ノ例題中ニ掲ゲタル注意ハ最早不必要トナルニ至レリ.

(問) 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$(1) x + 8 = 5x + 4 \quad (2) 7 - 2x = 8x - 3$$

例 3. $5(x + 6) - 6x = 2(x + 45) + 5x - 20$ ヲ解ケ.

解 先ヅ括弧ヲ外セバ

$$5x + 30 - 6x = 2x + 90 + 5x - 20$$

移項スレバ

$$5x - 6x - 2x - 5x = 90 - 20 - 30$$

簡約スレバ $-8x = 40$ 兩邊ヲ -8 ニテ除スレバ

$$x = -5 \quad \text{答 } -5$$

驗. 左邊 $= 5 \times (-5 + 6) - 6 \times (-5) = 5 + 30 = 35$

$$\begin{aligned} \text{右邊} &= 2 \times (-5 + 45) + 5 \times (-5) - 20 \\ &= 80 - 25 - 20 = 35 \end{aligned}$$

(問) $2(3x - 1) + 8 = 5(2x - 3) + 3x - 1$ ヲ解ケ.

41. 負根ノ解釋.

例. 現今父ハ56歳ニシテ子ハ22歳ナリ. 父ノ年ガ子ノ年ノ3倍ナルトキハ何時ナルカ.

解 父ノ年ガ子ノ年ノ3倍ナルトキヲ今ヨリ x 年後トスベシ. 然ルトキハ題意ニヨリ方程式

$$56 + x = 3(22 + x)$$

ヲ得ベシ. 之ヲ解ケバ

$$x = -5$$

此ノ -5 ナル根ハ求ムル時ガ5年前ナルコトヲ示スモノト解釋スベキナリ. 答 5年前

注意. 應用問題ヲ解クトキ方程式ノ根トシテ負數(負根ト云フ)ヲ得タル場合ニハ此ノ例ノ如ク適宜解釋ヲナスベシ.

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。(1—10)

1. $8x+45=25$
2. $-2x+3=13$
3. $6x+15=4x-5$
4. $8x+12=13x+2$
5. $4(x+6)+13=6x+11$
6. $x-21=5(x-13)$
7. $3(x+5)-x=6x-1$
8. $81+23(x-3)=7x-4$
9. $25x+7(3x-49)=53x$
10. $3x+2(x-12)=9(x-1)+2x$
11. 父ハ45歳,母ハ37歳,子ハ14歳ナリ. 幾年後ニ兩親ノ年齢ノ和ガ子ノ年齢ノ8倍トナルカ.
12. 甲ハ100圓,乙ハ80圓,丙ハ30圓ヲ有スルトキ,甲ガ乙ニ幾圓ヲ與フレバ,乙ノ所有金ハ甲丙ノ所有金ノ平均ニ等シクナルカ.

問題 IV

次ノ式ヲ計算セヨ。(1—8)

1. $(-1.25) \times 8$
2. $(-1000) \div (+8)$
3. $(+625) \div (-25)$
4. $(-\frac{1}{3}) \times 2 \div (-2)$

5. $(-\frac{1}{5}) \div (-\frac{1}{15})$

6. $(-\frac{1}{4}) \div \frac{2}{5} \times (-\frac{3}{8})$

7. $28 \div (-0.025)$

8. $(-18) \times (-1) \div \{(+4) \div (-2)\}$

9. 華氏寒暖計ガ f 度ナルトキ攝氏寒暖計ハ c 度ナリトスレバ $c = \frac{5}{9}(f-32)$ ナリ. 此ノ公式ヲ用ヒテ次ノ華氏ノ溫度ヲ攝氏ノ溫度ニ改メヨ.

$$212^\circ, 68^\circ, 50^\circ, 32^\circ, 0^\circ, -4^\circ$$

10. 攝氏寒暖計ガ c 度ナルトキ華氏寒暖計ハ f 度ナリトスレバ攝氏ノ溫度ヲ華氏ノ溫度ニ改ムル公式如何. 而シテ之ヲ用ヒテ次ノ攝氏ノ溫度ヲ華氏ノ溫度ニ改メヨ. $f = \frac{9}{5}(c+32)$.

$$100^\circ, 20^\circ, 10^\circ, 4^\circ, 0^\circ, -25^\circ, -30^\circ$$

11. 父ノ歳ハ子ノ歳ノ m 倍ヨリ n 歳ダケ多シ. 子ノ歳ヲ a 歳トシテ父ノ歳ヲ式ニテ書ケ.

又 $m=3, n=18, a=7$ トシテ茲ニ得タル式ヨリ父ノ歳ヲ求メヨ.

12. 毎月 a 圓宛貯フル人ノ貯金總額ガ今ヨリ b 圓ダケ多クナルハ何ヶ月ノ後ナルカ. a, b = 正或ハ負ノ或數値ヲ入レテ之ヲ計算シ, 且其ノ意義ヲ解釋セヨ.

次ノ方程式ヲ解ケ。(13-18)

13. $3(2-3x)-10=5-7x$

14. $5x+13=2(8+4x)+9$

15. $20+(x-3)+x=12+(x-1)-x$

16. $x-5+(3-2x)=3x-10$

17. $4(x+2)+3=3(2-x)$

18. $6\{17(x-1)+14(x-2)\}=0$

19. 現今父ノ歳ハ子ノ歳ノ5倍ナレドモ6年前ニハ父ノ歳ハ子ノ歳ノ9倍ナリシト云フ。父子現今ノ年齢ヲ求ム。

20. 三位ノ數アリ,其ノ十ノ位及一ノ位ノ數字ノ和ハ9ニシテ,數字ノ位置ヲ交換シテ得タル數ヨリ元ノ數ヲ減ズレバ27トナル。元ノ數ヲ求ム。

21. 二位ノ數アリ,其ノ十ノ位ノ數字ト一ノ位ノ數字トノ差ハ5ニシテ數字ノ位置ヲ交換シテ得タル數ヨリ元ノ數ノ二倍ヲ減ズレバ7殘ルト云フ。元ノ數ヲ求ム。

22. 現今父ハ40歳,母ハ36歳,子ハ14歳ナリ。父母ノ年齢ノ和ガ子ノ年齢ノ10倍トナルハ何時ナルカ。

シテ2=3

第四編 整式

第一章 整式ノ整頓

42. 整式.

例ヘバ $5ab \dots \dots \dots (1)$

$2x^2+3x-5 \dots \dots \dots (2)$

$\frac{x}{3}-\frac{2y}{5} \dots \dots \dots (3)$

176/4

ノ如ク,文字ニ關シテ加法,減法及乘法以外ノ計算ヲ含マヌ式ヲ整式ト云フ。

43. 單項式及多項式.

上ニ舉ゲタル例ノ中ノ(2)及(3)ノ如ク,二ツ以上ノ項ヨリ成ル式ヲ多項式ト云ヒ,(1)及 $-3ax^2$ ノ如ク,唯一ツノ項ヨリ成ル式ヲ單項式ト云フ。

多項式ハ又其ノ項ノ數ニヨリ二項式,三項式等ト云フ。

例ヘバ上ニ舉ゲタル(2)ハ三項式ニシテ,(3)ハ二項式ナリ。

注意. スベテ多項式ハ其ノ項ナル單項式ノ代數的ノ和ナリ。

212

44. 整式ノ次數.

整式ニ於テ、其ノ項ノ次數トハ此ノ項ノ文字因數ノ數ノコトナリ。

例ヘバ ax^2-2bx ニ於テ ax^2 ハ三次、 $-2bx$ ハ二次ノ項ナリ。

次數ノ大ナルヲ次數高シ(又ハ高次ナリ)ト云ヒ、次數ノ小ナルヲ次數低シ(又ハ低次ナリ)ト云フ。

整式ノ次數トハ、單項式ニテハ夫自身ノ次數ノコトニシテ、多項式ニテハ其ノ中ノ最高次ノ項ノ次數ノコトナリ。

例ヘバ $5ab$ ハ二次ノ單項式、 $-3ax^2$ ハ三次ノ單項式ニシテ、 $3a^4-a^2b+5ab$ ハ四次ノ多項式ナリ。

悉ク同次ノ項ヨリ成ル多項式ヲ同次式ト云フ。
例ヘバ $a^2-2ab+b^2$ ハ二次ノ同次式ナリ。

注意. 時トシテハ或特別ナル文字ノミニ着目シテ次數ヲ考フルコトアリ。例ヘバ ax^2-2bx ハ元來三次式ナレドモ x ニ關シテハ二次式ナリ、又 $ax^2-2bxy+c$ ハ x ニ關シテハ二次、 y ニ關シテハ一次、 x 及 y ニ關シテハ二次ノ式ナリ。

(問) 次ノ式ノ次數如何。又 x ニ關シテハ如何。

$$3x-7, ax-b, 2x^2-8x-10, ax^3-3a^2x^2+3a^3x+a^4$$

此ノ中同次式ハ何レナルカ。

45. 多項式ノ整頓.

多項式ヲ整頓スルニハ次ノ事柄ニ注意スベシ。

(1) 例ヘバ $2a-3b-c$ ノ如ク、相異ナル文字ノ項ヲ含ムトキハ成ベクあるふあべつと順ニ其ノ項ヲ列ベルコト。

(2) 同類項アラバ之ヲ約スコト。

(3) 同ジ文字ノ種種ノ冪ヲ含ムトキハ、其ノ文字ニ關シテ各項ヲ次數ノ順ニ列ベルコト。

例 1. $-b+3d-5c+2a=2a-b-5c+3d$

例 2. $2x^2-5+x-5x^2+x^3=x^3-3x^2+x-5$

或文字ニ關シテ最高次ノ項ヨリ始メ、次數ノ順ニ各項ヲ列ベルコトヲ其ノ文字ニツキ降冪ノ順ニ排列スルト云ヒ、之ト反對ノ順ニ列ベルコトヲ其ノ文字ニツキ昇冪ノ順ニ排列スルト云フ。

例ヘバ x^3-3x^2+x-5 ハ x ニツキ降冪ノ順ニ排列シタル式ニシテ、又 $x^3-4x^2y+5xy^2-y^3$ ハ x ニツキテハ降冪、 y ニツキテハ昇冪ノ順ニ排列シタル式ナリ。

例題

次ノ式ヲ整頓セヨ。

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| 1. $3a+4b-a+2b$ | 2. $3a^2-2ab+5ab-a^2-ab$ |
| 3. $5x+3x^3-8-4x^2$ | 4. $a^3+b^3+3ab^2+3a^2b$ |
| 5. $5x^2-7+3x-x^2$ | 6. $3a^2-9+4a-6a$ |
| 7. $5+8x+2x^2-5-8x-2x^2$ | |
| 8. $x^3+6-2x^2-4+6x+3x^2-7x$ | |

第二章 整式ノ加法

46. 單項式ノ加法.

數多ノ單項式ヲ加フルニハ、元ノ符號ノママ列記シ、之ヲ整頓スベシ。

例 1. $a+(-b)+(+c)=a-b+c$

例 2. $8x+(-4y)+(+3x)+(-2y)$
 $=8x-4y+3x-2y=11x-6y$

例題

次ノ單項式ヲ加ヘヨ。

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $a, -2b, -c, +b$ | 2. $a^2, -ab, +b^2$ |
|---------------------|---------------------|

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 3. $3, 2x, 3x^2, -5x$ | 4. $4x^2, -3, 2x, -x^2$ |
| 5. $6ab, -2a, 2, -5ab$ | 6. $3, a, -b, -2a$ |

47. 多項式ノ加法.

數多ノ多項式ヲ加フルニハ、各式ノ諸項ヲ其ノ符號ノママ列記シ、之ヲ整頓スベシ。

例 1. $3a+2b, 5a-4b+c$ ノ和ヲ求ム。

解 $3a+2b+5a-4b+c=8a-2b+c$ 答。

例 2. $3x^2+5x-4, 3x-2x^2+8, -8x-5+x^2$ ノ和ヲ求ム。

解 $3x^2+5x-4+3x-2x^2+8-8x-5+x^2=2x^2-1$ 答。

或ハ次ノ如ク各式ヲ整頓シ、同類項ガ縦ニ列ブ様ニ列記シテ加フレバ便利ナリ。

$$\begin{array}{r} 3x^2+5x-4 \\ -2x^2+3x+8 \\ \hline x^2-8x-5 \\ \hline 2x^2 \quad -1 \end{array}$$

(問) 例 1 = 此ノ仕方ヲ應用セヨ。

注意. 加法ノ驗算ヲナスニハ、相加フベキ式ノ順序ヲ變ヘテ再ビ相加ヘ、前ト同ジ結果ヲ得ルヤ否ヤヲ見ルベシ。

48. 算術ノ加法トノ比較.

 $a=10, b=1$ トスレバ

(1)	(2)	(3)
$3a + 5b$	$30 + 5$	35
$2a + 7b$	$20 + 7$	27
$6a + 3b$	$60 + 3$	63
$\frac{11a + 15b}{110 + 15} = 125$		

(1), (2), (3) ヲ比較シ, 異同ノ點ヲ考ヘヨ.

問題 V

次ノ諸式ヲ加ヘヨ. (1—10)

1. $a+b, a-b$ 2. $2a+3b, a-2b$
3. $a-b+c, 2a+3b-2c$ 4. $a^2-2ab, -2a^2+ab$
5. $x-y, 2x+y, y-2x$
6. $a+b+c, a-b+c, a+b-c, b+c-a$
7. $2ab-4ac-5bc, -5ab+6ac-12bc$
8. $x^2-4x+2, 3x^2-5x+5, x^2-3$
9. $7x^3-2x^2+4x-10, 4x^3-8x^2-x+8$
10. $x^3-3x^2+15x-4, 4x^2-5x^3-6x+1, 4x^3-2x^2+2$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (11—15)

11. $(2x+5y-3)+(5y-8x+3)+(3-8y+5x)$
12. $(ab+bc-ca)+(bc+ca-ab)+(ca+ab-bc)$

13. $(2xy-yz-zx)+(2yz-zx-xy)+(2zx-xy-yz)$
14. $(a^2+3ab-5b^2)+(7b^2-2a^2-4ab)+(13a^2-10ab-3b^2)$
15. $(x^2-2xy-y^2)+(3x^2+5xy-7y^2)+(5y^2-2x^2-xy)$
16. $3x^2+5x+2, 6x^2+3x+8$ ノ和ヲ求メ, 且 $x=10$ トシテ算術ノ加法ノ形式ト比較セヨ.

第三章 整式ノ減法

49. 單項式ノ減法.

既ニ説明シタルガ如ク

$$a-b=a+(-b)$$

故ニ, 或式ヨリ單項式ヲ減ズルニハ, 此ノ式ノ符號ヲ變ヘテ加フベシ.

例 1. $5ax - (-2ax) = 5ax + 2ax = 7ax$

例 2. $(3x-8) - (+7x) = 3x-8-7x = -4x-8$

例題

次ノ問題ニ於テ第一式ヨリ第二式ヲ減セヨ.

1. $5a, -3a$ 2. $10x, -y$ 3. $0, -5x^2$
4. $-8xy, -5xy$ 5. $7x-5, 5x$
6. $-2x+7, -5x$ 7. $5a, -3b$

50. 多項式ノ減法.

多項式ヲ減ズルニハ、其ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ加フベシ.

例 1. $a-(b-c+d)=a+(-b+c-d)=a-b+c-d$

例 2. $(5x^2-8x+2)-(2x^2-7x+6)$
 $=5x^2-8x+2+(-2x^2+7x-6)$
 $=5x^2-8x+2-2x^2+7x-6$
 $=3x^2-x-4$

又ハ同類項ガ縦ニ列ブ様ニ書キテ次ノ如ク計算スベシ.

$$\begin{array}{r} 5x^2-8x+2 \\ 2x^2-7x-6 \\ \hline 3x^2-x-4 \end{array}$$

注意. 減法ノ驗算ヲナスニハ、差ト減式トヲ加ヘテ被減式ヲ得ルヤ否ヲ見ルベシ.

(問) $3x^2-2x-7$ ヨリ $5x^2-3x+1$ ヲ減セヨ.

51. 算術ノ減法トノ比較.

$a=10, b=1$ トスレバ

(1)	(2)	(3)
$3a+5b$	$30+5$	35
$2a+8b$	$20+8$	28
$\frac{a-3b}{a-3b}$	$= \frac{10-3}{10-3}$	$= \frac{7}{7}$

(1), (2), (3) ヲ比較シ、異同ノ點ヲ考ヘヨ.

例 題

次ノ第一式ヨリ第二式ヲ減セヨ. (1—8)

- | | |
|-------------------------------|------------------------|
| 1. $a+b, a-b$ | 2. $2a+3b, a-2b$ |
| 3. $2a+3b-2c, a-b+c$ | 4. $a^2-2ab, -2a^2+ab$ |
| 5. $10x-5, 8x-7$ | 6. $a^2, 5a^2-7a+3$ |
| 7. $5x^2-7x-9, 6x^2-4x+3$ | |
| 8. $a^2+2ab+b^2, a^2-2ab+b^2$ | |

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (9)

9. $(6x^2-9y^2-3)-(5x^2-4y^2+1)$
10. $(4x^4-3x^2-3x^3+9-7x)-(x^4-2x^3-x^2+8)$
11. $(4ab-2bc-ac)-(3ab+7bc-3ac)$
12. $3x^2+5x+8$ ヨリ $2x^2+8x+5$ ヲ減ジ、且 $x=10$ ト

置キテ算術ノ減法ノ形式ト比較セヨ.

52. 括弧用法.

是迄ニ學ビタル加法及減法ノ諸法則ヨリ括弧用法ヲマツテ次ノ如ク述ブルコトヲ得ベシ.

(1) $+$ ヲ前ニ有スル括弧ハ其ノママ取去ルコトヲ得.

逆ニ、多項式ノ幾ツカノ項ハ其ノマ
マ十ヲ前ニ有スル括弧内ニ入ルルコ
トヲ得。

例 1. $a+(b-c+d)=a+b-c+d$

例 2. $x+y+z-8=x+(y+z-8)$

例 3. $x-y+z-8=x+(-y+z-8)$

注意. 括弧内ノ式ノ初項ガ正項ナルトキハ通
常其ノ正號十ヲ省略ス。

(2) 一ヲ前ニ有スル括弧ハ其ノ中
ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ取去ルコトヲ
得。

逆ニ、多項式ノ幾ツカノ項ハ其ノ符
號ヲ變ヘテ一ヲ前ニ有スル括弧内ニ
入ルルコトヲ得。

例 1. $a-(b+c-d)=a-b-c+d$

例 2. $x-y+z-8=x-(y-z+8)$

例 3. $x+y+z-8=x-(-y-z+8)$

幾組カノ括弧ヲ重ネ用フルトキハ上ノ規則ニ
ヨリ之ヲ一ツ宛外シ、又ハ括ルベシ。

例 1. $a-[3b-\{4c-(d+e)\}]=a-[3b-\{4c-d-e\}]$
 $=a-[3b-4c+d+e]$
 $=a-3b+4c-d-e$

例 2. $a-3b+4c-d-e=a-3b+4c-(d+e)$
 $=a-3b+\{4c-(d+e)\}$
 $=a-[3b-\{4c-(d+e)\}]$

注意. 大ナル括弧ヲ外シ、又ハ之ニテ括ルトキ
ハ、小ナル括弧内ノ式ハ一團トシテ取扱フベキモ
ノナルガ故ニ其ノ内部ノ符號ハ變化セズ。

例 題

次ノ式ノ括弧ヲ外シ、且之ヲ簡單ニセヨ。(1-6)

1. $a-b-c-(a-b+c)$

2. $1-(1-a)+(1+a+a^2)-(1-a+a^2-a^3)$

3. $(5x-9)+(3x-9)-(2x-5)$

4. $3x+\{(5x-3)-(2x+7)\}$

5. $a-[a-b-\{a-b+c-(a-b+c-d)\}]$

6. $3a-(2c-2d)-\{a-c-(2b-2d)\}$

次ノ式ノ括弧内ヲ記入セヨ。

7. $a+b-c+d=a+(\quad)$

8. $a-b+c-d=a-(b-c+d)$

9. $30-18+15=30-(18-15)$

問題 VI

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(1-5)

1. $4ab-(+3ab)+(-5ab)$

2. $10x^2y-(-6x^2y)+(-3x^2y)$

3. $7x^3-4x^2+2x-10+4x^3-8x+4x^2+10$

4. $-5x^3-(-8x^3)+3x-7x^2-(-15x^2)-5x$

5. $x^3-3ax^2-5a^2x-a^3-(-2x^3-3ax^2-4a^2x+a^3)$

6. $4a^2b-ab^2+b^3 = a^3-2a^2b-ab^3$ ヲ加へ、其ノ和ヨリ $2a^3+2b^3-ab^2-a^2b$ ヲ減セヨ。7. $a+b-c-d$ ヨリ何ヲ引ケバ $-a-b-c-d$ ヲ得ルカ。8. 或ニ式ノ和ハ $5x^2-6xy-y^2 =$ シテ其ノ一式ハ $15xy-4y^2-5x^2$ ナリト云フ。他ノ式ヲ求ム。9. $7x^3-2x^2+2x+2$ ヨリ $4x^3-2x^2-2x-14$ ヲ引キテ得ベキ差ニ $-2x^3+8x^2-4x-16$ ヲ加へヨ。

10. 次ノ各式ヲ順ニ二項宛、其ノ次ニハ三項宛括弧ニテ括レ。

(1) $2a-b-3c+4d-2e+3f$

(2) $-b-3c+4d-2e+3f+a$

次ノ各式ノ括弧ヲ外シ、且之ヲ簡單ニセヨ。

11. $4a-[4a-\{4a-(4a-\overline{4a-a})\}]^*$

12. $4x-[3y-\{5x-(4y-\overline{7x-4y})\}]$

第四章 整式ノ乘法

53. 冪ノ乘法。

冪ノ乘法ノ簡單ナル場合ハ算術ニテ既ニ之ヲ練習シタリ。

例. $a^3 \times a^5 = aaaaa$
 $= aaaaaaa$
 $= a^8 \dots [= a^{3+5}]$

即チ、同ジ文字ノ冪ノ積ハ各冪ノ指數ノ和ヲ指數トスル同ジ文字ノ冪ニ等シ。

今 m, n, p ヲ以テ正ノ整數ヲ表セバ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

又 $a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$

之ヲ乘法ノ指數ノ定則ト云フ。

*式ノ上ノ横線ハ括弧ト同ジ役目ヲナシ、之ヲ括線ト云フ

注意. 正數ノ冪ハ恒ニ正數ナリ, 而シテ負數ノ偶數乗冪ハ正數ニシテ其ノ奇數乗冪ハ負數ナリ.

例へバ $(+3)^2 = +9, (+2)^3 = +8$

$(-3)^2 = +9, (-2)^3 = -8$

一般ニ n ヲ以テ整數ヲ表セバ, 偶數ハ $2n$, 奇數ハ $2n+1$ ニテ表サル, 故ニ a ヲ任意ノ正數トスレバ

$(-a)^{2n} = +a^{2n}, (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$

特ニ $(-1)^{2n} = +1, (-1)^{2n+1} = -1$

例題

次ノ積ヲ求ム.

1. $3^2 \times 3^3$ 2. $(-2)^3 \times (-2)^4$ 3. $(-1)^{10} \times (-1)^5$

4. $a^5 \times a^6$ 5. $(-ax)^2 \times (-ax)^3$ 6. $(-x)^3 \times x^2$

7. $a^2 \times a^3 \times a^5$ 8. $(-x)^3 \times (-x)^2 \times (-x)^4$

54. 單項式ノ乘法.

例 1. $5a \times (-2b) = 5 \times (-2) \times a \times b = -10ab$

例 2. $x^4 \times 5x^3 = 5 \times x^4 \times x^3 = 5x^7$

例 3. $3x^2y \times (-2x) \times (-5xy^2)$
 $= 3 \times (-2) \times (-5) \times x^2 \times x \times x \times y \times y^2 = 30x^4y^3$

數多ノ單項式ノ積ヲ作ルニハ, 各式

ノ係數ノ積ニ文字因數ノ積ヲ書キ列ベ, 積ノ中ニ同ジ文字ノ冪アラバ指數ノ法則ニヨリ一ツノ冪ニマトムベシ. 但係數ノ積ヲ作ルトキハ符號ニ注意スベシ.

例題

次ノ積ヲ計算セヨ.

1. $4a \times 8b$ 2. $5a \times (-7b)$ 3. $-4x \times (-x^2)$

4. $3x \times (-2xy)$ 5. $2a^2 \times (-7a^3)$

6. $(-ab) \times (-2bc) \times 3ac$ 7. $(-x^3) \times (-2x^2y)$

8. $3x \times 2y \times (-5z)$ 9. $5xy \times (-3yz) \times (-zx)$

10. $(-2xy)^3$ 11. $(-3x^2)^4$

12. $(-x)^5$ 13. $(-x)^5 \times (-x)^5$

55. 多項式ト單項式トノ乘法.

第31節ノ法則(3)ニ基ヅキ計算スベシ.

例 1. $(a+b-c) \times d = ad+bd-cd$

例 2. $(-2x^2+7x-1) \times (-3x^3) = 6x^5-21x^4+3x^3$

即チ, 多項式ト單項式トノ積ヲ作ルニハ, 多項式ノ各項ニ單項式ヲ乘ジタ

ル積ノ和ヲ作ルベシ。

問題 VII

次ノ積ヲ計算セヨ。(1-9)

1. $(2a-b) \times 3a$
2. $(a+3b-c) \times (-2a)$
3. $(4x-2) \times 3$
4. $(2x^2-3x+8) \times (-2)$
5. $(-5) \times (x^2-2x-3)$
6. $(x+y-z) \times (-2x)$
7. $3a \times (ax^2-2x+3b)$
8. $(x^2-3x+2) \times (-5x^2)$
9. $(5x^3-7x^2y+6xy^2) \times 2xy$

次ノ式ノ括弧ヲ外シ、且之ヲ簡單ニセヨ。

10. $a(b-c) + b(c-a) + c(a-b)$
11. $5a + 4(-a+b-2)$
12. $6(x^2+5x-8) - 4(x^2-10)$
13. $x(2x-4) - 2x(x-2)$
14. $5x^2 + 3\{4x - 2(4x+5)\}$

第五章 整式ノ除法

56. 冪ノ除法.

除法ハ乘法ノ逆算ナリ。故ニ例ヘバ

$$a^5 \div a^2 = a^{3+2} \div a^2 = a^3 \times a^2 \div a^2 = a^3 \dots \dots [= a^{5-2}]$$

故ニ、或文字ノ冪ヲ其ヨリモ指數ノ小ナル同ジ文字ノ冪ニテ除シタル商ハ實ノ指數ヨリ法ノ指數ヲ減ジタル差ヲ指數トスル同ジ文字ノ冪ニ等シ。

即チ $m > n$ ナルトキハ

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

之ヲ除法ノ指數ノ定則ト云フ。

注意. $m = n$ ナルトキハ $a^m \div a^n = 1$ ナリ。

例題

次ノ商ヲ求ム。

1. $(-5)^7 \div (-5)^4$
2. $a^{10} \div a^5$
3. $x^8 \div x^6$
4. $x^4 \div x^4$
5. $b^{10} \div b^{10}$
6. $(-x)^{15} \div (-x)^{13}$
7. $a^{m+1} \div a^m$
8. $x^{5n} \div x^{3n}$
9. $(ax)^5 \div (ax)^4$

57. 單項式ノ除法.

$$\text{例 1. } 24x^4 \div 4x^3 = \frac{24}{4} \cdot \frac{x^4}{x^3} = 6x$$

$$\text{例 2. } -25x^3y^2 \div 5xy = \frac{-25}{5} \cdot \frac{x^3y^2}{xy} = -5x^2y$$

單項式ヲ單項式ニテ除スルニハ、實ノ係數ヲ法ノ係數ニテ除シタル商ニ

實ノ文字因數中ヨリ法ノ文字因數ヲ
取去リタルモノヲ書キ列ブベシ。

注意. 除法ノ驗算ヲナスニハ商ト法トノ積ヲ
作り實ヲ得ルヤ否ヲ見ルベシ。

例 題

次ノ除法ヲ行へ。

- 1. $12x \div (-2x)$
- 2. $15ab \div (-5b)$
- 3. $(-27x^3) \div 9x^2$
- 4. $(-16a^2x^2) \div (-8ax)$
- 5. $(-48xyz) \div 12xz$
- 6. $(-36a^2b^2) \div (-6ab^2)$
- 7. $49a^2x^5 \div (-7ax^3)$
- 8. $(-60x^3y^2z^3) \div (-30xyz)$

58. 法ガ單項式ナル除法.

第 37 節ノ公式 $(a+b) \div c = a \div c + b \div c$

及 $(a-b+c) \div d = a \div d - b \div d + c \div d$

等ニ基ヅキ計算スベシ。

例 1. $(-10ax^2 + 12ax + 6a) \div (-2a) = 5x^2 - 6x - 3$

例 2. $(7ax^5 - 28a^2x^4 + 49a^4x^2) \div 7ax^2 = x^3 - 4ax^2 + 7a^3$

即チ、多項式ヲ單項式ニテ除スルニ
ハ、多項式ノ各項ヲ單項式ニテ除シタ
ル商ヲ加フベシ。

例 題

次ノ除法ヲ行へ。

- 1. $(2ab - a^2) \div a$
- 2. $(6a^2 - 3ab) \div 3a$
- 3. $(12x - 6) \div 3$
- 4. $(5x^2 - 10x - 15) \div (-5)$
- 5. $(2a^2 - 6ab + 2ac) \div (-2a)$
- 6. $(2x^2y - 6xy^2) \div 2xy$
- 7. $(3ax^4 + 9a^2x^3) \div (-3ax^3)$
- 8. $(-2xy - 2x^2 + 2xz) \div (-2x)$
- 9. $(6a^3b - 12a^2b^2 - 18ab^3) \div 6ab$
- 10. $(-5x^4 + 15x^3 - 10x^2) \div (-5x^2)$
- 11. $(a^2bc - 2ab^2c + 3abc^2) \div abc$
- 12. $(am^3 - 2a^2m^2 + a^3m - 4a^4) \div (-a)$

第六章 分 數 係 數

59. 分數係數ヲ有スル整式.

或項ノ係數ガ正或ハ負ノ分數ナルコトアリ。

之ヨリスノ如キ整式ノ四則ヲ練習スベシ

例 1. $\frac{1}{2}x - 3 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4} - x$ ヲ簡單ニセヨ。

解 $\frac{1}{2}x - 3 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4} - x = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - 1\right)x - \left(3 - \frac{1}{4}\right)$
 $= \frac{1}{6}x - 2\frac{3}{4}$ 答.

(問) 次ノ式ノ同類項ヲ約セ.

(1) $\frac{3}{4}a + \frac{a}{2} + 5 - \frac{a}{3} - \frac{5}{6}$ (2) $\frac{2}{3}x^2 + 2x - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{4}$

例 2. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b - \frac{3}{4}c, -\frac{3}{4}a - \frac{5}{6}b + \frac{1}{2}c, 3a - \frac{1}{4}c$

ノ和ヲ求ム.

解
$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b - \frac{3}{4}c \\ -\frac{3}{4}a - \frac{5}{6}b + \frac{1}{2}c \\ \hline 3a - \frac{1}{4}c \\ \hline \frac{11}{4}a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c \end{array}$$
 答.

(問 1) $\frac{1}{4}x^2 + 3x + \frac{1}{2}, \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{3}{4}, x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{8}$

ヲ加ヘヨ.

(問 2) $\frac{1}{8}a - \frac{1}{11}b - c$ ヲリ $-\frac{1}{2}a + \frac{5}{11}b + c$ ヲ減ゼヨ.

例 3. $\frac{12}{25}ax \times \left(-\frac{15}{4}a^2x\right) = -\frac{12 \times 15}{25 \times 4} \cdot ax \cdot a^2x = -\frac{9}{5}a^3x^2$

(問) 次ノ積ヲ計算セヨ.

(1) $6ab \times \left(-\frac{1}{3}ac\right) \times \left(-\frac{1}{2}bc\right)$
 (2) $\left(12x^2 - \frac{2}{3}x - 8\right) \times \left(-\frac{3}{4}x\right)$
 (3) $(-20) \times \left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{4}xy - \frac{3}{10}y^2\right)$

例 4. $10xyz \div \left(-\frac{15}{4}xyz\right) = -\frac{10 \times 4}{15}y = -\frac{8}{3}y$

(問) 次ノ式ヲ計算セヨ.

(1) $(-3a^2) \div \left(-\frac{6}{7}a\right)$ (2) $\frac{1}{2}ax^3 \div \left(-\frac{2}{3}ax\right)$
 (3) $\left(2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x\right) \div \left(-\frac{2}{3}x\right)$

60. 數字ヲ分母トスル式.

例ヘバ $\frac{a}{3}, \frac{-2x}{5}, \frac{x+5}{7} \dots \dots (1)$

ハ夫夫 $a \div 3, (-2x) \div 5, (x+5) \div 7$

ニ等シク, 從テ又夫夫

$\frac{1}{3}a, -\frac{2}{5}x, \frac{1}{7}(x+5) \dots \dots (2)$

ニ等シ.

偕(1)ノ如ク數字ヲ分母トスル整式ニツキテ計算ヲ行フニハ, 先ヅ(2)ノ如ク分數係數ヲ有スルモノニ書キ直シテ之ヲ行フモ可ナリ. サレド又次ニ示スガ如ク其ノ形ノママニテ恰モ算術ニ於ケル分數ノ場合ト同様ニ計算スルモ亦可ナリ.

注意. $\frac{x+5}{7}$ ハ $(x+5) \div 7$, 即チ $\frac{(x+5)}{7}$ ヲ表スモノニシテ, 括弧ヲ省キアルナリ, 從テ横線——ハ除法ノ符號ノ外ニ括線ノ役目ヲモナスモノト見做スベキナリ.

例 1. $\frac{3(a-2b)}{12}$ フ簡單ニセヨ.

解 分子分母ヲ3ニテ除スレバ

$$\frac{3(a-2b)}{12} = \frac{a-2b}{4} \quad \text{答.}$$

例 2. $\frac{3x}{4\frac{1}{2}}$ フ簡單ニセヨ.

解 $\frac{3x}{4\frac{1}{2}} = \frac{3x \times 2}{9} = \frac{2x}{3}$ 答.

(問) 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$(1) \frac{4x}{12} \quad (2) \frac{-5x^2}{10} \quad (3) \frac{4(2x-3)}{8}$$

$$(4) \frac{5a}{1\frac{2}{3}} \quad (5) \frac{-11x}{4\frac{2}{5}} \quad (6) \frac{3a+3b}{6}$$

例 3. $\frac{2x}{3} + \frac{x}{4}$ フ計算セヨ.

解 $\frac{2x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{8x}{12} + \frac{3x}{12} = \frac{8x+3x}{12} = \frac{11x}{12}$ 答.

例 4. $\frac{3a-4b}{5} - \frac{a-2b}{2}$ フ計算セヨ.

解 $\frac{3a-4b}{5} - \frac{a-2b}{2} = \frac{2(3a-4b)}{10} - \frac{5(a-2b)}{10}$
 $= \frac{2(3a-4b) - 5(a-2b)}{10}$
 $= \frac{6a-8b-5a+10b}{10}$
 $= \frac{a+2b}{10}$ 答.

(問) 次ノ式ヲ計算セヨ.

$$(1) x - \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} \quad (2) \frac{x-1}{2} - \frac{2x+3}{4}$$

$$(3) \frac{2a-3}{2} + \frac{2-3a}{3}$$

例 5. $\frac{3x}{8} \times \left(\frac{-4x}{9}\right)$ フ計算セヨ.

解 $\frac{3x}{8} \times \left(\frac{-4x}{9}\right) = \frac{-3x \times 4x}{8 \times 9} = \frac{-x^2}{6}$ 答.

(問) $\frac{2a}{3} \times \frac{6x}{5}$ フ計算セヨ.

例 6. $\frac{-x}{4} \div \left(\frac{-3x}{2}\right) \times \frac{6x}{5}$ フ簡單ニセヨ.

解 $\frac{-x}{4} \div \left(\frac{-3x}{2}\right) \times \frac{6x}{5} = \frac{x \times 2 \times 6x}{4 \times 3x \times 5} = \frac{x}{5}$ 答.

(問) $\frac{4(a-b)}{5} \times \frac{a}{2} \div \frac{a}{5}$ フ簡單ニセヨ.

問 題 VIII

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (1-12)

- | | | |
|--|---------------------------------------|---|
| 1. $\frac{8a-16b}{12}$ | 2. $\frac{\frac{2}{3}x}{\frac{1}{6}}$ | 3. $\frac{2\frac{1}{2}a}{3\frac{1}{4}}$ |
| 4. $\frac{2\frac{1}{8}(x-y)}{4\frac{1}{4}}$ | 5. $7 \times \frac{2x}{7}$ | 6. $\frac{a-2b}{6} \times 3$ |
| 7. $4\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{4}\right)$ | 8. $\frac{6x}{7} \div 3x$ | 9. $(2a+4b) \div 4$ |

10. $\frac{a-3b}{5} - \frac{2a-b}{10} + \frac{2(a+b)}{15}$

11. $\frac{b-c}{2} + \frac{c-a}{3} + \frac{a-b}{6}$ 12. $10\left(\frac{x-1}{2} + \frac{3-2x}{5}\right)$

13. $\frac{3p-2q}{7} - \frac{2q-p}{21}$ フ 21 倍セヨ。

14. $\frac{2a-1}{4} - \frac{a-2}{6} - \frac{1}{12}$ フ 12 倍セヨ。

次ノ式ヲ計算セヨ。(15-18)

15. $4x^2 \times \left(-\frac{3}{8}x\right) \times \frac{2x}{3}$ 16. $\left(-\frac{15a}{2}\right) \times \frac{a^2}{9} \div \left(\frac{-a}{6}\right)$

17. $(4x^2-6x) \div (-4x)$ 18. $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{6}{5}x\right) \div \left(\frac{-3x}{2}\right)$

次ノ方程式ヲ解ケ。(19-27)

19. $\frac{16}{9} = -\frac{4}{3}x$ 20. $\frac{3x}{4} = -\frac{3}{4}$

21. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 8$ 22. $x + \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{5}{2}$

23. $1 - \frac{2y}{3} + \frac{3y}{4} = 0$ 24. $\frac{7x}{8} - 7 = \frac{9x}{10} - 10$

25. $\frac{x-4}{8} = \frac{x-10}{5}$ 26. $\frac{7x-3}{5} = \frac{8x-2}{6}$

27. $\frac{x-2}{3} - \frac{3-2x}{2} = \frac{7x+1}{3} - 2$

28. 或仕事アリ、甲ハ 8 日、乙ハ 6 日、丙ハ 12 日ニテ別別ニ之ヲ成シ得ベシト云フ。三人協力スレバ此ノ仕事ノ $\frac{3}{4}$ フ幾日ニテ成シ得ルカ。

復習雜問題 [2]

1. 次ノ各式ノ計算ヲナセ。

$\frac{1}{2} - \frac{3}{4}, 0-4.5, \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, 10-(10+a)$

2. 絶對値ガ 8 フ超エザル正及負ノ整數ヲ列記セヨ。

3. $\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, 0, 3, -6$ フ大サノ順ニ列ベヨ。4. 金 a 圓ノ支出ヲ $+a$ 圓ニテ表ストキハ -5 圓ノ支出トハ如何ナル意味ヲ有スルカ。

5. 絶對値ノ相異ナル二數ノ和ハ恒ニ其ノ絶對値ノ大ナル方ト同ジ符號ヲ有ス。何故カ。

6. $(+3)-(-4)+(-10)$ ト $(-8)\times(-6)\div(-12)$ ノ大小ヲ比較セヨ。

7. 0 ノ冪及 1 ノ冪ノ値如何。

8. $(-a)^2$ ト $-a^2$ トノ區別如何。又 a ガ 10 或ハ 0.1 ナルトキ此ノ二式ノ數値如何。9. $5+x$ ト $5x$ ト x^5 トノ差異ヲ説明セヨ。

10. 次ノ式ノ同類項ヲ約セ。

(1) $3l-2l-5l+4l$ (2) $5mn-3mn-18mn+4mn$

11. 次ノ式ヲ加ヘ、之ヲ a ノ降冪ノ順ニ列ベヨ。

$a^3-ab^2-a^2b, b^3-a^2b+3ab^2, -2b^3-a^2b+ab^2$

12. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$-5x^3 - (-8x^3) + 3x - 7x^2 - (-15x^2) - 5x$

13. $4abc - a^3 + b^3$ ヨリ $3ab^2 - 2abc + 2a^2b$ フ減シテ之ヲ a ノ降冪ノ順ニ排列セヨ.

14. $\frac{a}{-1}$, $-a$, $a-1$, $a \times (-1)$, $a + (-1)$, $(-1) \div a$ ノ異同ヲ説明セヨ.

15. 次ノ積ヲ計算セヨ.

$$3xy \times (-yz) \times (-x^2y^2), \quad (-5)^2 \times (-2)^3, \quad (-x)^n \times (-x)^n$$

16. $x^2=0$ ナラバ $x=0$ ナリ. 何故カ.

17. $x^2+y^2=0$ ナラバ $x=y=0$ ナリ. 何故カ.

18. $a=b$ ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求ム.

$$a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$$

19. $a=-b$ ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求ム.

$$(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$$

20. $a^2(b^2-c^2) + b^2(c^2-a^2) + c^2(a^2-b^2) = 0$ フ證明セヨ.

21. $(a-b) + (c-d) = (a+c) - (b+d)$ ナリ. 何故カ.

此ノ公式ニ於テ $a=0$, $c=0$ トスレバ如何.

22. 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$(1) \quad 3x - 5(2x - 3) = 5(2 - 3x) - 3$$

$$(2) \quad 8 \left(\frac{2x+5}{8} - \frac{\frac{1}{2}x+7}{4} + \frac{9}{8} \right) = 0$$

第五編 一次方程式

第一章 一元一次方程式

61. 一元一次方程式.

方程式ガ唯一ツノ未知數ヲ含ミ、其ノ總テノ項ヲ一側ニ集メテ $A=0$ ナル形ニ直シタルトキ、 A ガ未知數ニ關シテ一次ノ整式トナルトキハ、此ノ方程式ヲ一元一次方程式ト云フ

即チ一元一次方程式ハ $ax+b=0$ ナル形ニ導カルモノニシテ、第二編以來解法ヲ學ビタルハ此ノ種ノ方程式ナリ. 本章ニテハ尙少シク之ガ解法ヲ練習セントス.

例 1. $3x - \frac{1}{3}x + 3 = \frac{2}{5}x + 71$ フ解ケ.

解 移項スレバ

$$3x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = 71 - 3$$

$$\text{即チ} \quad \left(3 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right) x = 68$$

$$\text{即チ} \quad \frac{34}{15}x = 68$$

$$\therefore x = 68 \div \frac{34}{15} = 30 \quad \text{答.}$$

$$\text{驗.} \quad 3 \times 30 - \frac{1}{3} \times 30 + 3 = 83, \quad \frac{2}{5} \times 30 + 71 = 83$$

別解 先ツ係數ノ分母ノ最小公倍數15ヲ兩邊ニ乘ズレバ

$$45x - 5x + 45 = 6x + 1065$$

移項スレバ $45x - 5x - 6x = 1065 - 45$

簡約スレバ $34x = 1020$

$$\therefore x = \frac{1020}{34} = 30 \quad \text{答.}$$

注意. 分數係數ノ含マルルトキ, 其ノ分母ノ最小公倍數(又ハ公倍數)ヲ兩邊ニ乘ジテ整數係數ノミヲ含ム形ニ改ムルコトヲ分母ヲ拂フト云フ.

(問) $\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}x + 5$ ヲ解ケ.

例 2. $\frac{5x}{13} - \frac{4}{5}(x+2) + 7 = 0$ ヲ解ケ.

解 先ツ分母ヲ拂ヘバ

$$25x - 52(x+2) + 455 = 0$$

括弧ヲ外セバ $25x - 52x - 104 + 455 = 0$

簡約スレバ $-27x + 351 = 0$

移項スレバ $-27x = -351$

$$\therefore x = \frac{-351}{-27} = 13 \quad \text{答.}$$

驗. (學生諸子ニ委ス)

(問) $x + \frac{x}{6} - 1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{3}(x-3)$ ヲ解ケ.

第二編以來是迄ニ學ビタル所ニヨリ一元一次方程式ノ解法ヲマトムレバ次ノ如シ.

一元一次方程式ヲ解クニハ, 若必要アラバ分母ヲ拂ヒ, 括弧ヲ外スベシ, 然ル後未知數ヲ含ム項ヲ一邊ニ, 既知數ノ項ヲ他邊ニ集メテ之ヲ簡約シタル後未知數ノ係數ニテ兩邊ヲ除スベシ.

斯シテ未知數ノ値ヲ見出シタルトキハ, 之ヲ原方程式ノ未知數ニ代入シテ驗ヲ行フベシ.

問題 IX

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $2x + \frac{1}{2}x = 25$

2. $\frac{3}{5}x - 4 = 4 - x$

3. $\frac{1}{10}(x-5) = \frac{1}{5}(20-x)$

4. $\frac{x+5}{6} - \frac{x+1}{9} = \frac{x+3}{4}$

5. $x - 1 + \frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} = 0$

6. $12 + 3(7x - 10) - 6x = 7(4 - x) - x$

7. $2(3x - 7) - 5x = 71 - 6x + 2(16 - x)$

8. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{1}{6} = \frac{x}{8} + \frac{1}{12}$

41
6
17.6

9. $0.5x + 3 = 0.15x + 0.3x + 4$

10. $0.5x + 1.6 - 0.2x = 0.55x + 1.1$

11. $\frac{x+9}{7} + \frac{x+4}{3} = \frac{5}{21}$

12. $\frac{5(2x-5)}{8} - \frac{2x-6}{7} = \frac{5(3x+4)}{28}$

13. $\frac{3x}{2} - \frac{4x}{5} + \frac{3x}{4} = 0$

14. $x + 8 - 7x(x-2) = 7x(1-x)$

15. $\frac{3x^2-6}{5} - \frac{3x}{5} = \frac{6x(3x-6)}{30}$

62. 一元一次方程式應用問題.

例 1. 時計ノ時針ト分針トガ 8 時ト 9 時トノ間ニ於テ重ナリ合フ時刻ヲ求ム.

解 所要ノ時刻ヲ 8 時 x 分ナリトセヨ. 時計ノ盤面ノ周圍ハ 60ニ區劃サレ, 分針ガ 1 區劃ヲ進ム間ニ時針ハ $\frac{1}{12}$ 區劃ヲ進ム. 偕正 8 時ニハ時針ハ分針ニ先ツコト 40 區劃ナリ, 而シテ x 分間ニハ分針ハ x 區劃ヲ進ミ時針ハ $\frac{x}{12}$ 區劃ヲ進ム. 因テ題意ニヨリ次ノ方程式ヲ得.

$$x - \frac{x}{12} = 40$$

之ヲ解ケバ $x = 43\frac{7}{11}$

故ニ所要ノ時刻ハ 8 時 $43\frac{7}{11}$ 分ナリ.

答 8 時 $43\frac{7}{11}$ 分

(問) 時計ノ分針ト時針トガ 6 時ト 7 時トノ間ニ於テ重ナリ合フ時刻ヲ求ム.

例 2. 籠ノ中ニ若干個ノ柿アリ, 最初其ノ半分ヨリモ一個ダケ少ナク取出シ, 次ニ殘ノ半分ヨリモ一個ダケ少ナク取出シタルニ, 其ノ取出シタル總數ハ 132 個ナリシト云フ. 籠ノ中ニ殘リシ個數何程ナルカ.

解 先ヅ初メ籠ノ中ニアリタル柿ノ數ヲ x トスベシ. 然ルトキハ最初取出シタルハ $\frac{x}{2} - 1$ 個ニシテ, 次ニ取出シタルハ $\frac{1}{2}\left\{x - \left(\frac{x}{2} - 1\right)\right\} - 1$ 個ナリ, 而シテ此ノ二數ノ和ハ 132 ナリ 因テ

$$\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \left[\frac{1}{2}\left\{x - \left(\frac{x}{2} - 1\right)\right\} - 1\right] = 132$$

之ヲ解ケバ $x = 178$

故ニ籠ノ中ニ殘リシ柿ノ數ハ $178 - 132$, 即チ 46 個ナリ.

答 46 個

(問) 或人所持金ノ半分ヨリモ 10 圓少ナキ金高ニテ書籍ヲ買ヒ, 殘金ノ $\frac{3}{5}$ ニテ本箱ヲ買ヒタルニ, 手モトニ 24 圓ヲ餘セリ. 所持金幾何ナリシカ.

問題 X

1. 甲乙二童合セテ80個ノ蜜柑ヲ有ス。若乙ガ自分ノ所有スル數ダケ甲ヨリ分與セラレラバ、乙ノ所有數ハ甲ノ三分ノ一トナルベシト云フ。各幾個ヲ有スルカ。
2. 洋酒商アリ、一立ニツキー圓二十錢ノ葡萄酒ト一立ニツキー圓八十錢ノ葡萄酒トヲ混合シテ一立ニツキー圓四十錢ノ品百二十立ヲ造ラントス。各幾立宛混合スベキカ。
3. 或會合ニ出席セシ男子ノ數ハ女子ノ數ノ三倍ナリシガ、五組ノ夫婦去リタル後ハ男ノ數ハ女ノ數ノ四倍ヨリ三人多クナレリト云フ。男女各幾人出席セシカ。
4. 甲乙丙丁ノ四人合シテ若干圓ヲ所有セリ、甲ハ乙ヨリモ25圓多ク、乙ト丙ト丁トハ合セテ38圓ヲ、丁ハ甲ヨリモ30圓少ナク、又丙ハ丁ヨリモ3圓多ク所有セリト云フ。各ノ所有金何程ナルカ。
5. 二時ト三時トノ間ニ於テ時計ノ兩針ガ反對ニ向ヒ一直線トナル時刻ヲ求ム。

6. 二時ト三時トノ間ニ於テ時計ノ兩針ガ直角ヲナス時刻ヲ求ム。
7. 六時ト七時トノ間ニ於テ時計ノ兩針ガVIノ處ヲ丁度中央ニハサム時刻ヲ求ム。
8. 父ハ42歳、母ハ36歳、子ハ14歳ナリ。父母ノ年齢ノ和ガ子ノ年齢ノ4倍トナルハ今ヨリ何年後ナルカ。
9. 甲ノ年齢ハ乙ノ年齢ノ二倍ヨリモ54歳少ナク、乙ノ年齢ハ甲ノ2倍ニ等シト云フ。甲乙兩人ノ年齢ヲ求ム。
10. 或人ニ年齢ヲ問ヒシニ、余ニ一人ノ子アリ、今ヨリ4年前ニハ余ガ年ハ子ノ年ニ4倍シ、又今ヨリ12年後ニハ余ガ年ハ子ノ年ニ2倍スベシト答ヘタリ。此ノ人ノ年齢幾何ナルカ。
11. 子供若干名ニ梨ヲ與フルニ、各12個宛與フレバ10個不足シ、各10個宛與フレバ二人分餘ルト云フ。子供幾人梨幾個ナルカ。
12. 梨ト柿ト合セテ300個アリ、其ノ價梨ハ1個7錢、柿ハ1個4錢ナリ、今之ヲ平均1個6錢ニ賣リテ3圓ノ利益ヲ得タリト云フ。各幾個ナルカ。

13. 職工ヲ雇ヒ入ルルニ、働ケル日ニハ 2 圓ヲ與ヘ、休メル日ニハ日給ヲ與ヘズシテ食料 70 錢ヲ差引ク約束ナリキ。然ルニ 30 日ノ後 46 圓 50 錢ヲ支拂ヘリト云フ。休メル日數ヲ求ム。

14. 或人財産ヲ三子ニ分ツニ、長子ニハ其ノ半ヲ、次子ニハ其ノ殘ノ $\frac{2}{3}$ ヲ、末子ニハ殘金全部ヲ與ヘタルニ、末子ノ得分ハ 10000 圓ナリキ。此ノ財産何程ナルカ。

15. 財布ノ中ニ五錢白銅貨、十錢白銅貨及五十錢銀貨ノ三種ノ貨幣アリテ、其ノ金高ハ相等シク、貨幣ノ總數ハ 32 ナリト云フ。各種ノ貨幣ノ數ヲ求ム。(相等シキ金高ヲ x 圓トセヨ)

16. 水夫アリ、上リハ毎時 $\frac{2}{3}$ 里、下リハ毎時 2 里ノ速ヲ以テ或河路ヲ往復スルニ 10 時間ヲ要シタリ。此ノ河路ノ距離ヲ求ム。

17. 金 48 圓ヲ男 3 人、女 5 人、子供 20 人ニ分配スルニ、男一人ノ所得ハ女一人ノ所得ヨリモ 4 圓多ク、子供一人ノ所得ハ女一人ノ所得ノ半分ナリト云フ。各ノ所得ヲ求ム。

18. 甲ハ乙ノ 3 倍ノ金子ヲ有ス。甲ハ一本 12

錢ノ筆若干本ヲ買ハントスレバ 6 錢不足シ、乙ノ一本 3 錢ノ鉛筆ヲ同數ダケ買ハントスレバ 6 錢餘ルト云フ。各ノ所有金何程ナルカ。

19. 一隊ノ兵士 60 日間ノ糧食ヲ備ヘタルニ、10 日ノ後急ニ 1500 人ノ増員アリタルタメ殘レル糧食ニテハ 20 日間ヲ支フルニ足ルト云フ。初メノ兵數ヲ求ム。

20. 或人若干町ノ地面ヲ每反 240 圓ニテ買ヒ、其ノ後價格ガ 3 倍ニ騰貴シタルトキ、其ノ一部分ヲ賣リテ元價ヲ引キ去リ殘金 480 圓ヲ得、尙 3 町 2 反ヲ餘セリト云フ。元何町歩ヲ買ヒシカ。

21. 或商人若干ノ資金ニテ一業ニ從事シ、初年ノ終リニ元金ノ 2 倍ヨリモ 300 圓ダケ少ナク收得シ、翌年此ノ收得金ヲ以テ同業ヲナシ、同年ノ終リニ又其ノ 2 倍ヨリモ 300 圓ダケ少ナク收得シ、第三年ニ於テモ亦然リ、而シテ第三年ノ終リノ收得金ハ元ノ資金ニ 3 倍セリ。元ノ資金如何。

22. 正方形ノ宅地アリ、今其ノ間口ヲ 2 倍シ、奥行ヲ 2 間増セバ面積ハ元ノ 2 倍ヨリモ 40 坪ダケ大キクナルト云フ。此ノ宅地ノ坪數ヲ求ム。

第二章 聯立方程式

63. 多元方程式.

例へば大小二數ノ和ガ20ナルトキ、大數ヲ x 、小數ヲ y ニテ表セバ

$x+y=20.(1)$

ナル方程式ヲ得ベシ.

又財布ノ中ニ五拾錢銀貨、二十錢銀貨及十錢白銅貨各若干個アリ、其ノ金額合セテ3圓20錢ナリト云フトキ、五拾錢銀貨ノ數ヲ x 個、二十錢銀貨ヲ y 個、十錢白銅貨ヲ z 個トスレバ

$50x+20y+10z=320(2)$

ナル方程式ヲ得ベシ.

(1), (2)ノ如クニツ以上ノ未知數ヲ含ム方程式ヲ多元方程式ト云ヒ、其ノ未知數ノ數ニヨリテ二元方程式、三元方程式等ニ區別ス.

64. 聯立方程式.

偕二元方程式

$x+y=20.(1)$

ニ適合スル未知數 x, y ノ値ハ無數ニアリ、何ト

第三学期

ナレバ此ノ方程式ヲ書キ直セバ

$y=20-x$

トナリ、 x ニ如何ナル値ヲ與フルトモ之ニ對應スル y ノ値ハ此ノ等式ニヨリ求メ得ベシ。例へば

$x=10$ トスレバ $y=10$

$x=11$ トスレバ $y=9$

$x=12$ トスレバ $y=8$

$x=13$ トスレバ $y=7$

又大小二數ノ差ガ4ナルトキ、大數ヲ x 、小數ヲ y トスレバ

$x-y=4.(2)$

ナル方程式ヲ得。而シテ之ニ適合スル x, y ノ値モ亦無數ニアリ。例へば

$x=10$ トスレバ $y=6$

$x=11$ トスレバ $y=7$

$x=12$ トスレバ $y=8$

然レドモ今

大小二數アリ、其ノ和ハ20ニシテ差ハ4ナリト云フトキ、大數ヲ x 、小數ヲ y トスレバ x 及 y ハ同時ニ一組ノ方程式

$$\left. \begin{array}{l} x+y=20, \dots\dots\dots(1) \\ x-y=4 \dots\dots\dots(2) \end{array} \right\} \dots(A)$$

エ適合スベキモノナリ。倍上ノ結果ヲ比較スレバ此ノ一組ノ方程式ニ同時ニ適合スル x, y ノ値ハ $x=12, y=8$ ノ一組アルコト知ラルベシ。

斯ノ如ク、未知數ノ同ジ値ニヨリテ満足サルベキ方程式ノ一組ヲ聯立方程式ト云ヒ、其ノ未知數ノ値ヲ聯立方程式ノ根ト云フ。

例ヘバ $x=12, y=8$ ハ聯立方程式 (A) ノ根ナリ。

注意. (1) ノ如クニツノ未知數ヲ含ム方程式ガ唯一ツアルトキハ、一般ニ之ヲ満足スル未知數ノ値ハ無數ニアリ、サレド (A) ノ如ク斯ノ如キ方程式ガニツアルトキハ、其ノニツノ未知數ノ値ハ一般ニ決定サルルモノナリ。一般ニ未知數ノ數ト同數ノ方程式アルトキハ未知數ノ値ハ決定セラレベシ。

65. 聯立二元一次方程式.

一次方程式ノミヨリ成ル聯立方程式ヲ聯立一次方程式ト云フ。

先ヅ未知數ニツヲ有スル聯立一次方程式ノ解

法ヲ考究スベシ。

例. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$x+y=20 \dots\dots\dots(1)$$

$$x-y=4 \dots\dots\dots(2)$$

解 (1), (2) ヲ邊邊相加フレバ

$$2x=24, \therefore x=12$$

之ヲ (1) ニ代入シテ計算スレバ

$$y=8 \quad \text{答 } x=12, y=8$$

驗. $x+y=12+8=20, x-y=12-8=4$

倍此ノ解法ノ要點ハ (1), (2) ヨリ y ヲ含マザル方程式 $2x=24$ ヲ導キ出セル所ニアルナリ。

一般ニ、聯立二元一次方程式ヲ解クニハ、先ヅ與ヘラレタル二方程式ヨリ唯一ツノ未知數ヲ含ム一次方程式ヲ作ルコトヲ要ス。斯スルコトヲ他ノ未知數ヲ消去スル又ハ逐出スト云フ。

斯シテ得タル方程式ヲ解キ、其ノ根ヲ原方程式ノ何レカ一方ニ代入シテ第二ノ未知數ノ値ヲ求ムベシ。

未知數ヲ逐出ス仕方ニ通常加減法置換法等置法ノ三法アリ。之ヨリ逐次其ノ方法ヲ示サン。

66. 加減法.

例. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$2x+7y=35 \dots\dots\dots(1)$$

$$5x-3y=26 \dots\dots\dots(2)$$

解 (1) 及 (2) ノ x ノ係數ヲ相等シクスル目的ヲ以テ (1) ノ兩邊ニ 5 ヲ, (2) ノ兩邊ニ 2 ヲ乘ズレバ

$$10x+35y=175 \dots\dots\dots(3)$$

$$10x-6y=52 \dots\dots\dots(4)$$

(3), (4) ヲ邊邊相減ズレバ

$$41y=123$$

之ヨリ $y=3$

此ノ y ノ値ヲ (1) 或ハ (2) ノ一方例ヘバ (1) ニ代入スレバ

$$2x+7 \times 3=35$$

移項スレバ $2x=35-21=14$

之ヨリ $x=7$

答 $\begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$

驗. $2x+7y=2 \times 7+7 \times 3=14+21=35$

$$5x-3y=5 \times 7-3 \times 3=35-9=26$$

注意. (1) ノ兩邊ニ 3 ヲ乘ジ, (2) ノ兩邊ニ 7 ヲ乘ジテ得ベキ兩方程式ヲ邊邊相加フレバ y ヲ消去シ得ベシ. 學生諸子自ラ此ノ解法ヲ試ミヨ.

要スルニ以上ノ方法ニテハ, 或適當ナル數ヲ方程式ノ兩邊ニ乘ジテ兩方程式ニ於ケル一ツノ未知數ノ係數ノ絶對值ヲ相等シカラシメ, 然ル後兩方程式ヲ邊邊相加ヘ, 或ハ相減ジテ此ノ未知數ヲ消去スルナリ.

斯ノ如キ方法ヲ加減法ト云フ.

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$(1) \quad 3x-8y=7, \quad 2x+3y=13$$

$$(2) \quad 5x+2y=8, \quad 3x+4y=2$$

$$(3) \quad x+6y=9, \quad 5x+9y=3$$

67. 置換法.

例. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$2x+7y=35 \dots\dots\dots(1)$$

$$5x-3y=26 \dots\dots\dots(2)$$

解 (1) ヲリ $2x=35-7y$

$$\therefore x=\frac{35-7y}{2} \dots\dots\dots(3)$$

之ヲ (2) ニ置換フレバ

$$\frac{5(35-7y)}{2} - 3y = 26$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$175 - 41y = 52$$

移項スレバ $-41y = -123$

之ヨリ $y = 3$

此ノ y ノ値ヲ (3)ニ代入スレバ

$$x = \frac{35 - 7 \times 3}{2} = \frac{35 - 21}{2} = 7 \quad \text{答} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$$

驗. (學生諸子ニ委ス)

注意. 或ハ (2)ヨリ $y = \frac{5x-26}{3}$ ヲ得、之ヲ (1)ニ置換フルコトニヨリテ先ヅ x ノ値ヲ求メ得ベシ.

要スルニ以上ノ方法ニテハ、一方ノ方程式ヨリ一ツノ未知數ノ値ヲ他ノ未知數ノミヲ含ム式ニテ表シ、之ヲ第二ノ方程式中ニアル其ノ未知數ニ置換フルナリ.

斯ノ如キ方法ヲ置換法(又ハ代入法)ト云フ.

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$x - 2y = 1, \quad 5x + 6y = 21$$

68. 等置法.

例. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$x + 5y = 20 \dots\dots\dots (1)$$

$$4x - 3y = 11 \dots\dots\dots (2)$$

解 (1)ヨリ $x = 20 - 5y \dots\dots\dots (3)$

次 (2)ヨリ $x = \frac{11 + 3y}{4} \dots\dots\dots (4)$

此ノ x ノ二ツノ値ヲ相等シト置ケバ

$$20 - 5y = \frac{11 + 3y}{4}$$

兩邊ニ4ヲ乘ズレバ

$$80 - 20y = 11 + 3y$$

移項スレバ $-23y = -69$

之ヨリ $y = 3$

此ノ y ノ値ヲ (3), (4)ノ中何レカ一方、例へバ (3)ニ代入スレバ

$$x = 20 - 5 \times 3 = 5 \quad \text{答} \quad \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$$

驗. (學生諸子ニ委ス)

要スルニ以上ノ方法ニテハ、二ツノ方程式ノ各ヨリ或同ジ未知數ノ値ヲ他ノ未知數ノミヲ含ム式ニテ表シタルモノヲ求メ、之ヲ相等シト置クコトニヨリテ其ノ未知數ヲ消去スルナリ.

斯ノ如キ方法ヲ等置法又ハ比較法ト云フ.

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$2x+12y=30, \quad x=7-2y$$

注意. 以上ノ三法中何レニ依ルベキカハ問題ニヨリテ自ラ定マルベシ. サレド初學者ハ何レノ方法ヲ用フルモ差支ナカラン.

例題

次ノ聯立一次方程式ヲ解ケ.

1. $4x-3y=5, \quad 3x-2y=4$
2. $2x+5y=9, \quad 4x-3y=5$
3. $x-3y=2, \quad 2x-y=10$
- 4. $3x+2y=39, \quad 2y-x=5$
5. $11x+5y=1, \quad x-2y=5$
6. $3x-2y=1, \quad 5x+y=32$
- 7. $3x-5y=21, \quad -3x=2y$
8. $x+12y=27, \quad x=7-2y$
9. $x+2y=17, \quad 3x-4y=1$
10. $6x-7y=16, \quad 7x-6y=23$
- 11. $x=693-49y, \quad y=357-49x$
- 12. $5x+6y=0, \quad 8x-2y=0$
- 13. $17x+30y=59, \quad x-y=1$

69. 聯立二元一次方程式ノ形.

聯立二元一次方程式ハ一般ニ

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

ナル形ニ導カルルモノナリ.

聯立二元一次方程式ガスノ如キ形ヲ有セザルトキハ先ヅ此ノ形ニ直シテ後消去法ヲ施スベシ.

例 1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{1}{2}(x-\frac{1}{2}) = \frac{1}{3}(y+4) \dots \dots (1)$$

$$2x - \frac{1}{2}(4y-5) = 6\frac{1}{2} \dots \dots (2)$$

解 先ヅ分母ヲ拂ヒ、移項シテ簡約スレバ

$$(1) \text{ヨリ} \quad 3x-2y=11 \dots \dots (3)$$

$$(2) \text{ヨリ} \quad 4x-4y=8 \dots \dots (4)$$

(3)ノ兩邊ニ2ヲ乘ジテ(4)ヲ邊邊相減ズレバ

$$2x=14, \quad \therefore x=7$$

之ヲ(3)ニ代入スレバ

$$-2y=-10, \quad \therefore y=5 \quad \text{答} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=5 \end{cases}$$

驗. $\frac{1}{2}(x-1) = \frac{1}{2}(7-1) = 3, \quad \frac{1}{3}(y+4) = \frac{1}{3}(5+4) = 3$

$$2x - \frac{1}{2}(4y-5) = 2 \times 7 - \frac{1}{2}(4 \times 5 - 5) = 14 - \frac{15}{2} = 6\frac{1}{2}$$

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{x+3}{3} - \frac{y}{3} = -1, \quad \frac{2x-10}{2} + \frac{y}{9} = 3$$

尙特別ナル例ヲ次ニ示サン.

例 2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{9}{y} = 7 \dots\dots\dots(2)$$

解 (1) 及 (2) ヲ夫夫

$$4\left(\frac{1}{x}\right) - 3\left(\frac{1}{y}\right) = 1, \quad 8\left(\frac{1}{x}\right) + 9\left(\frac{1}{y}\right) = 7$$

ト考フルコトヲ得. 故ニ先ヅ $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ ヲ未知數ノ如クニ取扱ヒテ解法ヲ施スベシ.

(1) ノ兩邊ニ 3 ヲ乘ジテ (2) ト邊邊相加フレバ

$$\frac{20}{x} = 10$$

之ヨリ $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}, \therefore x = 2$

之ヲ (1) ニ代入スレバ $\frac{4}{2} - \frac{3}{y} = 1$

移項スレバ $-\frac{3}{y} = -1$

之ヨリ $y = 3$

答 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

驗. (學生諸子ニ委ス)

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{8}{x} + \frac{3}{y} = 1, \quad \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 2$$

例題

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

1. $\frac{x-3}{3} + \frac{y}{3} = 1, \quad \frac{2x+10}{2} - \frac{y}{9} = -3$

2. $3(x-1) + 2y = 2, \quad 3x - (4y+6) = 11$

3. $\frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{3}(y+4) = 1, \quad 2x - \frac{1}{2}(4y-6) = 7$

4. $0.2x + y = -6, \quad 2x - y = 61$

5. $\frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 4$

6. $\frac{8}{x} + \frac{3}{y} = 3, \quad \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$

7. $\frac{6}{x} - \frac{3}{y} = 1, \quad \frac{24}{x} + \frac{14}{y} = -\frac{1}{3}$

8. $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 2, \quad 5\left(\frac{20}{x} - \frac{3}{2y}\right) = 12\frac{1}{2}$

70. 聯立三元一次方程式.

例 1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$x + 3y + 5z = 6 \dots\dots\dots(1)$

$2x - y - 4z = 5 \dots\dots\dots(2)$

$7x - 2y + 6z = 2 \dots\dots\dots(3)$

解 (1) と (2) とヨリ z を消去スレバ

$$14x + 7y = 49 \dots\dots\dots(4)$$

(2) と (3) とヨリ z を消去スレバ

$$20x - 7y = 19 \dots\dots\dots(5)$$

(4) 及 (5) ノ一組ヲ解ケバ

$$x = 2, \quad y = 3$$

之ヲ (1) = 代入スレバ

$$2 + 9 + 5z = 6, \quad \therefore z = -1$$

$$\text{答 } x = 2, \quad y = 3, \quad z = -1$$

驗. $x + 3y + 5z = 2 + 3 \times 3 + 5 \times (-1) = 2 + 9 - 5 = 6$

$$2x - y - 4z = 2 \times 2 - 3 - 4 \times (-1) = 4 - 3 + 4 = 5$$

$$7x - 2y + 6z = 7 \times 2 - 2 \times 3 + 6 \times (-1) = 14 - 6 - 6 = 2$$

斯ノ如ク, 三ツノ未知數例ヘバ x, y, z ヲ含ム三ツノ方程式ヨリ成レル聯立方程式ヲ解クニハ, 先ヅ此等ノ方程式中何レカニツ宛ヨリ未知數ノ一ツ例ヘバ z ヲ消去シテ残リノ二ツノ未知數 x, y ノミヲ含ム所ノ二ツノ方程式ヲ作ルベシ. 而シテ此ノ二ツヲ前諸節ノ方法ニテ解キ二ツノ未知數 x, y ノ値ヲ求メ, 然ル後之ヲ原方程式中ノ何レカ一ツ = 代入シテ初ニ消去シタル未知數 z ノ値

ヲ求ムベシ.

注意. 未知數ヲ四ツ以上含ム聯立方程式ノ解法モ亦之ニ準ズ.

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$2x + 3y - z = 11, \quad x - 4y + 2z = -3, \quad 3x - 5y + z = 0$$

尙特別ナル例ヲ示サン.

例 2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$y + z = 5 \dots\dots\dots(1)$$

$$z + x = 7 \dots\dots\dots(2)$$

$$x + y = 8 \dots\dots\dots(3)$$

解 三方程式ヲ邊邊相加フレバ

$$2x + 2y + 2z = 20$$

$$\therefore x + y + z = 10 \dots\dots\dots(4)$$

(4) ヲヨリ (1), (2), (3) ヲ夫夫邊邊相減ズレバ

$$x = 5, \quad y = 3, \quad z = 2 \quad \text{答.}$$

別解 (2) と (3) とヲ邊邊相加ヘ, 其ヨリ (1) ヲ邊邊相減ズレバ

$$2x = 10, \quad \therefore x = 5$$

之ヲ (3), (2) = 代入スレバ $y = 3, z = 2$ ヲ得.

$$\text{答 } x = 5, \quad y = 3, \quad z = 2$$

(問) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$y-z=8, \quad z+x=6, \quad x-2y=5$$

問題 XI

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$1. \begin{cases} 4x + \frac{y}{2} = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 8 \\ \frac{5x}{4} - \frac{7y}{3} = -16 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{5x-3y}{3} = 7 \\ \frac{x+5}{4} = \frac{10+2y}{3} \end{cases} \quad 4. \begin{cases} \frac{2x+3y}{5} = 10 - \frac{y}{3} \\ \frac{4y-3x}{6} = \frac{3x}{4} + 1 \end{cases}$$

$$5. \quad 0.9x + 0.5y = 4, \quad 0.9x - 0.2y = 11$$

$$6. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 11 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases} \quad 7. \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 5x + y - 2z = 3 \\ x - 4y + z = 9 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + 5y - z = 25 \\ 2x + 3z = 40 \\ 7y - 5z = -8 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ 3x - y = 10 \\ 2y + 5z = 8 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x - 3z = 11 \\ 5z + x = 12 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases} \quad 11. \begin{cases} x + 2y = 2 \\ y + 2z = -1 \\ z + 2x = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - 5y + 4z = 1 \end{cases} \quad 13. \begin{cases} x + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = \frac{13}{2} \\ x + 2y + z = -9 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + z = 2 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{8}{x} - \frac{4}{y} = 5 \\ \frac{2}{y} + \frac{9}{z} = 1 \\ \frac{3}{z} + \frac{1}{x} = 1 \end{cases} \quad 15. \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 5x - 2y + 6z = 5 \\ x - 3y + 4z = 10 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} u + x + y = 9 \\ x + y + z = 8 \\ y + z + u = 7 \\ z + u + x = 6 \end{cases} \quad 17. \begin{cases} \frac{(x+2y)(3y+4z)}{7} = \frac{(5x+6z)}{8} \\ x + y - z = 126 \end{cases}$$

$$18. \quad \frac{2x-y}{3} = \frac{3y+2z}{4} = \frac{x-y-z}{5} = 4$$

71. 聯立一次方程式應用問題.

例 1. 二位ノ數アリ, 其ノ數ハ其ノ十ノ位ノ數ト一ノ位ノ數トノ和ノ 4 倍ニ等シク, 其ノ數字ノ位置ヲ交換シタルモノハ此ノ和ノ 6 倍ニ 9 ヲ加ヘタルモノニ等シト云フ. 其ノ二位ノ數ヲ求ム.

解 x ヲ以テ十ノ位ノ數字ヲ表シ, y ヲ以テ一ノ位ノ數字ヲ表スベシ. 然ルトキハ所要ノ數ハ

$10x+y$ ナルベク、從テ題意ニヨリ

$$10x+y=4(x+y) \dots \dots \dots (1)$$

又數字ノ位置ヲ交換シテ得ル所ノ數ハ $10y+x$ ナルベク、從テ題意ニヨリ

$$10y+x=6(x+y)+9 \dots \dots \dots (2)$$

(1) 及 (2) フ書キ改ムレバ

$$6x-3y=0, 4y-5x=9$$

之ヲ解ケバ $x=3, y=6$ 答 36

(問) 鉛筆 5 本ト筆 7 本トノ代金合セテ 45 錢ニシテ、鉛筆 3 本ト筆 2 本トノ代金合セテ 16 錢ナリト云フ。各一本ノ價幾何ナルカ。

例 2. 甲乙丙ノ三工夫或仕事ヲナスニ、甲乙俱ニ働クトキハ 48 日ニテ此ノ仕事ヲ成就シ、甲丙俱ニ働クトキハ 30 日ニテ成就シ、乙丙俱ニ働クトキハ $26\frac{2}{3}$ 日ニテ成就スベシト云フ。今三人單獨ニ働タトキハ各幾日ニテ成就スベキカ。

解 甲乙丙ガ單獨ニテ全仕事ヲ成就スルニ要スル日數ヲ夫夫 x, y, z トスベシ。然ルトキハ甲乙丙ガ各一日ニナス仕事ノ分量ハ夫夫全仕事ノ $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ ナリ。因テ題意ニヨリ次ノ聯立方程式

ヲ得。

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{30} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{26\frac{2}{3}} \dots \dots \dots (3)$$

倍(1)及(2)ヲ邊邊相加ヘタルモノヨリ(3)ヲ邊邊相減スレバ

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{48} + \frac{1}{30} - \frac{3}{80} = \frac{1}{60}$$

之ヨリ $x=120$

(1)ニ此ノ値ヲ代入スレバ

$$\frac{1}{120} + \frac{1}{y} = \frac{1}{48}, \text{ 之ヨリ } y=80$$

又 x ノ値ヲ(2)ニ代入スレバ

$$\frac{1}{120} + \frac{1}{z} = \frac{1}{30}, \text{ 之ヨリ } z=40$$

答 甲 120 日, 乙 80 日, 丙 40 日

(問) 兄弟三人アリ。其ノ月收長子ハ次子ヨリ 15 圓多ク、次子ハ末子ヨリ 30 圓多シ、而シテ三人ノ月收ノ和ハ 300 圓ナリ。各人ノ月收何程ナルカ。

注意。聯立一次方程式ニテ解クコトヲ得ル間

題ノ或モノハ一元一次方程式ノ應用問題トシテモ解キ得ルコトアリ、其ノ何レノ方法ガ便利ナルカハ問題ニヨリテ事情ヲ異ニス。然レドモ一般ニハ聯立方程式ヲ用フル方ガ解キ易キコト多シ。

問題 XII

1. 鶴龜合セテ80頭アリ、其ノ足數ノ和ハ264ナリト云フ。各ノ頭數ヲ求ム。
2. 父子アリ、其ノ年齡父ハ子ノ5倍ヨリニツ少ナケレドモ、7年後ニハ父ハ子ノ3倍トナルベシト云フ。兩人現今ノ年齡如何。
3. 或人二口ニテ千圓ノ預金ヲ有ス、而シテ一口ハ年利8分、他ノ一口ハ年利6分ニシテ一年間ノ利息ハ合計71圓トナルト云フ。二口ノ預金高各何程ナルカ。
4. 甲乙兩人各金子若干圓ヲ有ス、而シテ乙ガ甲ニ10圓ヲ與フレバ甲ハ乙ノ2倍トナリ、又甲ガ乙ニ45圓ヲ與フレバ乙ハ甲ノ8倍トナルト云フ。各ノ所有金何程ナルカ。
5. 二位ノ數アリ、之ニ9ヲ加フレバ其ノ數字

$25x + 70 = 940$
 $30x + 50 = 1160$
 $120x + 350 = 4700$
 $210x + 350 = 7400$
 第五編 一次方程式 127

ノ順序轉倒シ、又十ノ位ノ數ノ2倍ハ一ノ位ノ數ヨリモ2ダケ大ナリト云フ。此ノ數ヲ求ム。

6. 甲ノ家ニテハ米2斗5升、麥7升ノ代金合計9圓40錢支拂ヒ、乙ノ家ニテハ米3斗、麥5升ノ代金合計10圓60錢ヲ支拂ヘリ、而シテ兩家ノ米麥各一升ノ價ハ夫夫同様ナリト云フ。米麥各一升ノ價何程ナルカ。

7. 甲乙合セテ880圓ヲ有ス。甲ハ其ノ所持金ノ $\frac{2}{3}$ ヲ費シ、乙ハ其ノ所持金ノ $\frac{3}{4}$ ヲ費シタルニ殘金合セテ231圓トナレリト云フ。原ノ所持金各幾何ナリシカ。

8. 或小學校ノ生徒數680人ナリシガ、新學年ニ於テ男生徒ハ1割、女生徒ハ2割増シテ780人トナレリト云フ。舊學年末ニ於ケル男女生徒數各何人ナリシカ。

9. 上酒ト下酒トヲ2:3ノ割合ニ混合スレバ平均1升2圓4錢ノ酒ヲ得、上酒ト下酒トヲ3:7ノ割合ニ混合スレバ、平均1升1圓98錢ノ酒ヲ得ベシト云フ。上下各1升ノ價何程ナルカ。

10. 二位ノ數アリ、其ノ數ガ其ノ數字ノ和ノ4

$2x + 10 = 4x$
 $12x = 40$
 $x = \frac{10}{3}$

倍ニ等シキトキハ二ツノ數字ノ間ニ如何ナル關係アルカ。

11. 或人若干圓ヲ以テ豚肉30斤ト牛肉50斤トヲ買ヒ、豚肉ヲ原價ノ5割、牛肉ヲ原價ノ3割5分ノ利ニテ賣リ、全部ニテ17.7圓ノ利益ヲ得タリ。若兩肉共ニ3割ノ利ニテ賣ラバ利益ハ前ヨリモ78錢少ナカルベシト云フ。各1斤ノ原價ヲ求ム。

12. 或農夫大豆8斗、小豆3斗ヲ20.4圓ニテ賣リタリ、其ノ後大豆ハ同價ニテ5斗、小豆ハ前ヨリモ2割安ニテ7斗ヲ賣リ20.2圓ヲ得タリト云フ。初メ大豆及小豆ヲ各1升何程ニ賣リシカ。

13. 甲乙二工或仕事ヲ成スニ當リ、甲ガ5日間働キタル後乙ハ其ノ後ヲ引受ケテ12日間ニテ成就セリ。若乙ガ8日間働キタル後甲ガ之ヲ引受タルナラバ10日間ニテ之ヲ成就スベシト云フ。

各單獨ニテ働キタラバ幾日間ニテ成就スベキカ。

14. 兄弟アリ、兄ノ年齢ハ兄ガ現今ノ弟ノ年齢ナリシトキノ弟ノ年齢ノ2倍ナリ、又弟ガ兄ノ現今ノ年齢トナルトキ兄弟ノ年齢ハ合セテ81トナルベシト云フ。兄弟現今ノ年齢各幾何。

15. 甲樽ニハ酒12升、水18升ヲ容レ、乙樽ニハ酒9升、水3升ヲ容レアリ。兩樽ヨリ各幾升ヲ酌出シテ混合スレバ酒7升、水7升ノ混合酒ヲ作り得ルカ。

16. 或人若干圓ヲ三兒ニ分チタルニ、其ノ分ケ前長子ト次子トノ和ハ1515圓、次子ト末子トノ和ハ975圓、長子ト末子トノ和ハ1407圓ナリト云フ。各ノ分ケ前何程ナルカ。

17. 三種ノ酒アリ、1升ノ價上酒ハ中酒ヨリ45錢高ク、又上酒ハ下酒ノ2倍ヨリ20錢安ク、各1升ノ價ノ和ハ3圓70錢ナリ。各1升ノ價ヲ求ム。

18. 三位ノ數アリ、其ノ數字ノ和ハ11ニシテ、一ノ位ノ數ハ十ノ位ノ數ノ2倍ナリ、又其ノ數字ノ順序ヲ逆ニシテ得ル所ノ數ハ原數ノ2倍ヨリモ160多シト云フ。原數如何。

19
11
19
19
2189

19. 甲乙丙ナル三個ノ水管ヲ以テ水槽ヲ充タスニ、甲ト乙トニテハ20分間ヲ要シ、乙ト丙トニテハ15分間、甲ト丙トニテハ18分間ヲ要スベシト云フ。今三管ヨリ同時ニ水ヲ送ルトキハ幾時間ニテ充滿スルカ。

20. 或書ノ第一版ハ紙數 1200 頁ヲ上中下ノ三冊ニ分テリ、然ルニ第二版ニ於テ上卷ノ紙數ヲ9分ノ1ダケ減ジ、中卷ニ40頁ヲ増シ、下卷ニ10頁ヲ増セシニ三卷共ニ紙數相等シクナレリト云フ。然ラバ第一版ニ於テ上中下各幾頁ナリシカ。

21. 砂糖 3 斤ヲ箱入ニスル、上等ナラバ 1 圓 6 錢、中等ナラバ同ジ箱ニ入レテ 97 錢ナリ。若箱ナシニ上中各 1 斤宛買ヘバ代金合セテ 61 錢ナリト云フ。箱代及各 1 斤ノ價ヲ求ム。

22. 或人五十錢、二十錢、十錢ノ銀貨取リ混ゼ 30 個ヲ有シ、其ノ價合計 6 圓ナリ。今五十錢銀貨ヲ五錢白銅貨ニ、十錢銀貨ヲ一錢銅貨ニ兩替スレバ貨幣ノ總數 210 個トナルベシト云フ。各貨ノ數ヲ求ム。

23. 林檎 45 個ヲ甲乙丙ノ三人ニ分配スルニ乙ノ所得ノ 2 倍ハ甲丙ノ所得ノ和ニ等シク、丙ノ 3 倍ハ甲乙ノ和ヨリモ 3 個多シト云フ。各ノ所得何程ナルカ。

復習雜問題 [3]

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $7(13-7x)-35x=7(3x-1)-7x$

2. $25x-7(49-3x)=2(x+37)-5(11x+24)$

3. $x-1+\frac{x-2}{2}+\frac{x-3}{3}=0$

4. $\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{3}\left\{x-\frac{1}{4}\left(x-\frac{x}{5}\right)\right\}\right]=53$

5. $\frac{x-5}{7}+\frac{x^2+6}{3}=\frac{x^2-2}{2}-\frac{x^2-x+1}{6}+3$

6. $\frac{2x+3y}{5}+\frac{y+6}{7}=2, \frac{2x-0.5y}{3}+\frac{x+y}{4}=1$

7.
$$\begin{cases} \frac{1}{8}(2x+3y)+\frac{7}{11}(3x+4y)=8 \\ \frac{1}{4}(2x+3y)+\frac{3}{11}(3x+4y)=5 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} \frac{y+z}{7}=\frac{z+x}{8}=\frac{x+y}{5} \\ x+y+z=10 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} y+z-x=0 \\ z+x-y=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

10. $(x+y+z)+3x=4, 2(x+y+z)+2y=-2, 3(x+y+z)+z=5$

11. $2x-3y=11-4m, 3x+2y=21-5m$ ナル一組ノ方程式ヲ満足スル x, y ノ値ガ $x+3y=20-7m$ ニ適合スルトキ m ノ値如何。

12. $x^2+y^2+gx+fy+c=0$ ガ $(x=3, y=0), (x=0, y=0), (x=-1, y=1)$ ナル三組ノ値ニテ満足セラルルトキ g, f, c ノ値如何。

次ノ諸問題ヲ算術的或ハ代數的ノ方法ニテ解ケ.

13. 甲乙ノ飛行機ヲ購フニ、其ノ價格甲ハ乙ノ2倍ヨリ2000圓少ナク、乙ハ總價額ノ5分ノ2ナリ。甲乙二機ノ價格如何。

14. 或人金980圓ヲ二口ニ分テ、一口ハ年利9分5厘、一口ハ年利8分ニテ貸シ、雙方ヨリ半年間ニ受取ル利息合セテ金42圓95錢ナリト云フ。各ノ金高如何。

15. 商品アリ、其ノ正札ノ5歩引ニテ賣ラバ10圓ノ利ヲ得、三步引ニテ賣ラバ12圓ノ利ヲ得ベシ。元價及正札各如何。

16. 或人所持金ヲ四子ニ分配スルニ當リ、長子ニハ全部ノ $\frac{5}{8}$ ヲ與ヘ、次子ニハ其ノ殘ノ $\frac{3}{5}$ 、第三子ニハ更ニ其ノ殘ノ $\frac{3}{5}$ 、第四子ニハ最後ノ殘全部ヲ與ヘタルニ、長子ハ第四子ヨリ1130圓多ク得タリ。此ノ人ノ所持金及四子ノ所得各幾何。

17. 二子ヲ有スル父アリ、父子三人ノ年齡ノ和ハ33ニシテ今ヨリ6年ノ後ニハ子ノ年齡ノ和ハ父ノ年齡ノ2分ノ1トナル筈ナリ、而シテ長子ト次子トノ年齡ノ差ハ3歳ナリト云フ。三人ノ現在ノ年齡各如何。

18. 甲乙兩人或湖畔ノ道路ヲ廻ルニ、同時ニ反對ノ方向ニ出發シ3時12分間ニテ相會セリ、若同時ニ同ジ方向ニ出發スレバ48時間ニテ相會スベシト云フ。兩人ノ速サノ和毎時3里ナリトスレバ、此ノ道路ノ里程及兩人ノ速サ各如何。

第六編 整式ノ續キ

第一章 多項式ノ乘法及除法

72. 多項式ト多項式トノ乘法.

例ヘバ $(a+b)(c+d)$ ヲ求メンニ、先ヅ $c+d$ ヲ m ト置キテ乘法ノ法則ヲ適用スレバ

$$(a+b)m = am + bm$$

次ニ m ノ代リニ $c+d$ ヲ置キテ再ビ乘法ノ法則ヲ適用スレバ

$$\begin{aligned} (a+b)(c+d) &= a(c+d) + b(c+d) \\ &= ac + ad + bc + bd \end{aligned}$$

尙一例ヲ示セバ

$$\begin{aligned} (a-b+c)(d-e) &= a(d-e) - b(d-e) + c(d-e) \\ &= ad - ae - bd + be + cd - ce \end{aligned}$$

一般ニ、二ツノ多項式ノ積ヲ求ムルニハ、一方ノ式ノ各項ニ他ノ式ノ各項ヲ乘ジタル積ノ總和ヲ作ルベシ。

例 1. $(a+b-c)(x+y) = ax + bx - cx + ay + by - cy$

例 2. $(3a-4b)(a-5b) = 3a^2 - 4ab - 15ab + 20b^2$
 $= 3a^2 - 19ab + 20b^2$

注意. 以上ノ規則ニ於テ項ト云ヘルハ勿論其ノ前ニ有スル符號ヲモ含ムモノナリ.

(問) 次ノ積ヲ求ム.

(1) $(2a-b)(a+2b)$ (2) $(x-2)(3x+5)$

尙二ツノ多項式ノ積ヲ求ムルニハ、兩式ヲ或文字ニツキ降冪(或ハ昇冪)ノ順ニ排列シタル後次ノ例ニ示スガ如キ方法ニテ計算スルヲ便利トス.

例 3. $3x^2-2x-5$ ト x^2-3x+4 トノ積ヲ求ム.

解

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 2x - 5 \\ x^2 - 3x + 4 \\ \hline 3x^4 - 2x^3 - 5x^2 \\ - 9x^3 + 6x^2 + 15x \\ \hline 12x^2 - 8x - 20 \\ \hline 3x^4 - 11x^3 + 13x^2 + 7x - 20 \end{array}$$

答.

先ヅ被乗式ノ下ニ乗式ヲ書キ其ノ下ニ横線ヲ引キ、次ニ乗式ノ左端ヨリ始メテ順次其ノ各項ヲ被乗式ノ各項ニ乗シタル積ヲ同類項ガ縦ニ並ブ様ニ書キテ加法ヲ行フナリ.

注意. 乘法ノ驗算ヲナスニハ、乗式ト被乗式トヲ取換ヘテ再ビ乘法ヲ行ヒ前ト同ジ結果ヲ得ルヤ否ヤヲ見ルベシ.

(問) 例 3 ノ驗ヲナセ.

例 4. $a^3-2a^2b+3ab^2-b^3 = a^2-ab+b^2$ ヲ乘ゼヨ.

解

$$\begin{array}{r} a^3 - 2a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ a^2 - ab + b^2 \\ \hline a^5 - 2a^4b + 3a^3b^2 - a^2b^3 \\ - a^4b + 2a^3b^2 - 3a^2b^3 + ab^4 \\ \hline a^3b^2 - 2a^2b^3 + 3ab^4 - b^5 \\ \hline a^5 - 3a^4b + 6a^3b^2 - 6a^2b^3 + 4ab^4 - b^5 \end{array}$$

答.

注意. 斯ノ如キ方法ニヨレバ得ル所ノ結果ガ其ノ儘ニテ或文字ニ關シテ降冪(又ハ昇冪)ノ順ニ排列セラルルノ便利アリ.

(問) $(x^2+ax+a^2) \times (x-a)$ ヲ計算セヨ.

73. 算術ノ乘法トノ比較.

$a=10, b=1$ トスレバ

(1)	(2)	(3)
$5a + 2b$	$50 + 2$	52
$3a + 4b$	$30 + 4$	34
$\hline 15a^2 + 6ab$	$\hline 1500 + 60$	$\hline 208$
$20ab + 8b^2$	$200 + 8$	156
$\hline 15a^2 + 26ab + 8b^2$	$\hline 1500 + 260 + 8$	$\hline 1768$

(1), (2), (3) ヲ比較シ、異同ノ點ヲ考ヘヨ.

例

次ノ積ヲ求ム.

1. $(a+b-c)(a-b)$ 2. $(2a-3b)(a+2b)$

3. $(ax-by)(2ax+by)$ 4. $(x^2-x+1)(x^2+2x+1)$
 5. $(4x+5y)(2x-5y)$ 6. $(8x-3a)(2x-a)$
 7. $(2x^3-x^2+2x-1)(x^2+x-2)$
 8. $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$ 9. $(x^2-xy+2y^2)(x+y)$
 10. $(x^3+ax^2+a^2x+a^3)(x-a)$

74. 連乗積.

數多ノ整式ノ連乗積ヲ求ムルニハ、先ヅ其ノ中ノ二式ノ積ヲ求メ、此ノ積ニ第三式ヲ乗ジテ最後ノ式ニ到ル迄逐次乘法ヲ續ケ行フベシ。

例. $x+a, x+b, x+c$ ノ連乗積ヲ求ム.

運算

$$\begin{array}{r} x+a \\ x+b \\ \hline x^2+ax \\ bx+ab \\ \hline x^2+(a+b)x+ab \\ x+c \\ \hline x^3+(a+b)x^2+abx \\ cx^2+c(a+b)x+abc \\ \hline x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc \end{array} \quad \text{答.}$$

例題

次ノ諸式ノ連乗積ヲ求ム.

1. $x+5, x+3, x-7$ 2. $x-y, x+2y, x+y$

3. $a-b, a-c, b-c$
 4. $x^2+x+1, x^2-x+1, x^4-x^2+1$
 5. $x-y, x+y, x^2+y^2, x^4+y^4$
 6. $a+b+c, a+b-c, a-b+c, a-b-c$

75. 法ガ多項式ナル除法.

或多項式ヲ或他ノ多項式ニテ除スルニハ、先ヅ兩式ヲ或同ジ文字ノ降冪(又ハ昇冪)ノ順ニ排列スベシ。次ニ實ノ初項ヲ法ノ初項ニテ除シタル商ヲ所要ノ商ノ第一項トシ、之ヲ法ニ乗ジタル積ヲ實ヨリ減ズベシ、斯シテ得タル殘ノ初項ヲ法ノ初項ニテ除スルコトニヨリテ商ノ第二項ヲ求メ、之ヲ法ニ乗ジタル積ヲ此ノ殘ヨリ減ズベシ。順次ニ斯ノ如ク計算ヲ續ケ行ヒ、終ニ殘ナキニ至ルトキハ其迄ニ得タル各部分商ノ和ガ所要ノ商ナリ。斯ノ如キ場合ニハ整除セラル又ハ割切レルト云フ。

例 1. $6x^2+x-35$ ヲ $2x+5$ ニテ除セヨ.

解

$$\begin{array}{r}
 3x-7 \\
 2x+5 \overline{) 6x^2+x-35} \\
 \underline{6x^2+15x} \dots (1) \\
 -14x-35 \\
 \underline{-14x-35} \dots (2) \quad \text{答 } 3x-7 \\
 0
 \end{array}$$

先ツ實ヨリ (1), (2) ノ式ヲ順次ニ減ズレバ 0 トナルガ故ニ實ハ此等ノ二式ノ和ニ等シ. 然ルニ

(1)..... $6x^2+15x=(2x+5) \cdot 3x$

(2)..... $-14x-35=(2x+5) \cdot (-7)$

∴ 實 $= (2x+5) \cdot 3x + (2x+5) \cdot (-7)$
 $= (2x+5)(3x-7)$

故ニ $3x-7$ ガ所要ノ商ナリ.

(問) $x^2-11x+30$ ヲ $x-5$ ニテ除セヨ.

例 2. $2a^3-9a^2b+3ab^2+4b^3$ ヲ $a-4b$ ニテ除セヨ.

解

$$\begin{array}{r}
 2a^2-ab-b^2 \\
 a-4b \overline{) 2a^3-9a^2b+3ab^2+4b^3} \\
 \underline{2a^3-8a^2b} \\
 -a^2b+3ab^2 \\
 \underline{-a^2b+4ab^2} \\
 -ab^2+4b^3 \\
 \underline{-ab^2+4b^3} \\
 0
 \end{array}$$

答 $2a^2-ab-b^2$

例題

次ノ第一式ヲ第二式ニテ除スベシ.

1. $x^2-3x+2, x-1$
2. $x^2-23x+60, x-3$
3. $x^2+2ax+a^2, x+a$
4. $a^2-9a+14, a-7$
5. $a^2-5ab+6b^2, a-3b$
6. $3x^2+34ax+11a^2, 3x+a$
7. $4x^4-12a^2x^2+9a^4, 2x^2-3a^2$
8. $2x^3-3x^2-6x-1, 2x^2-5x-1$
9. $x^4+x^2y^2+y^4, x^2-xy+y^2$
10. $x^4-y^4, x^3+x^2y+xy^2+y^3$

76. 割切レザル場合.

前節ノ規則ニ從ヒテ計算ヲ行フトキ終ニハ法ヨリモ低次ノ零ナラザル殘ノ出デ來ルコトアリ.

例. x^3-3x^2+4x+2 ヲ x^2-2x+1 ニテ除スベシ.

解

$$\begin{array}{r}
 x-1 \\
 x^2-2x+1 \overline{) x^3-3x^2+4x+2} \\
 \underline{x^3-2x^2+x} \\
 -x^2+3x+2 \\
 \underline{-x^2+2x-1} \\
 x+3
 \end{array}$$

答 整商 $x-1$, 剩餘 $x+3$

斯ノ如キ場合ノ除法ハ割切レズ又ハ整除セラレズト云フ。而シテ法ヨリモ低次ノ残ヲ剩餘ト云ヒ、此ノ残ノ出デ來ル迄ニ得ラレタル部分商ノ和ヲ整商又ハ單ニ商ト云フ。

倍上例ニ於テハ明ニ次ノ關係アリ。

$$x^3 - 3x^2 + 4x + 2 = (x^2 - 2x + 1)(x - 1) + (x + 3)$$

一般ニ、或多項式 A ヲ或他ノ多項式 B ニテ除シタルトキ、整除セラレズシテ整商 Q ト剩餘 R トヲ得ルトキハ

$$A = BQ + R$$

ナル關係アリ。

又 A ガ B ニテ整除セラレルトキノ商ヲ Q トスレバ明ニ

$$A = BQ$$

ナリ。之ハ上ノ關係ニ於テ剩餘 R ガ零トナリタル特別ノ場合ト見做スコトヲ得。

注意。以上ノ關係ニヨリ除法ノ驗算ヲ行フコトヲ得ベシ。

又整除セラレザル場合ニ除法ノ結果ヲ表スニ

ハ分數式(第七編參照)ヲ用フルモ可ナリ。例ヘバ上例ニツキテ示セバ次ノ如シ。

$$(x^3 - 3x^2 + 4x + 2) \div (x^2 - 2x + 1) = x - 1 + \frac{x + 3}{x^2 - 2x + 1}$$

一般ニ、或多項式 A ヲ或他ノ多項式 B ニテ除シタルトキノ整商ヲ Q、剩餘ヲ R トスレバ

$$\frac{A}{B} = Q + \frac{R}{B}$$

ト書クコトヲ得。

例題

次ノ第一式ヲ第二式ニテ除スベシ。

1. $2x^2 - x + 5, x - 2$
2. $x^3 - x + 2, x^2 - x + 1$
3. $a^4 + a^2b^2 + 2b^4, a^2 + ab + b^2$
4. $3x^6 - 4x^4 - 24x^2 - 6, 3x^4 - 7x^2 - 21$

77. 算術ノ除法トノ比較。

$a = 10, b = 1$ トスレバ

(1)	(2)
$5a + 6b$	$50 + 6$
$3a + 2b \overline{) 15a^2 + 28ab + 12b^2}$	$30 + 2 \overline{) 1500 + 280 + 12}$
$\underline{15a^2 + 10ab}$	$\underline{1500 + 100}$
$18ab + 12b^2$	$180 + 12$
$\underline{18ab + 12b^2}$	$\underline{180 + 12}$
0	0

(3) (1), (2), (3) ヲ比較シ, 異同ノ點ヲ考

$$\begin{array}{r}
 56 \\
 32 \overline{) 1792} \\
 \underline{160} \\
 192 \\
 \underline{192} \\
 0
 \end{array}$$

へヨ。

問題 XIII

次ノ式ヲ計算セヨ。(1—15)

- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1. $(a+b)^3$ | 2. $(a+b+c)^2$ |
| 3. $(a-b)^3$ | 4. $(a+b-c)^2$ |
| 5. $(x-a)(x+a)(x^2+a^2)(x^4+a^4)(x^8+a^8)$ | |
| 6. $(x^2-ax+a^2)(x^2+ax+a^2)(x^4-a^2x^2+a^4)$ | |
| 7. $(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$ | |
| 8. $(a+b+c)^3$ | 9. $(a^3+b^3) \div (a+b)$ |
| 10. $(a^3-b^3) \div (a-b)$ | 11. $(x^4-y^4) \div (x+y)$ |
| 12. $\frac{x^4-y^4}{x-y}$ | 13. $\frac{x^5+y^5}{x+y}$ |
| 14. $\frac{x^5-y^5}{x-y}$ | 15. $\frac{x^6-2x^3+1}{x^2-2x+1}$ |
16. $(x^4+1) \div (x+1) = x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{2}{x+1}$ ナルコト

ヲ示セ。

17. $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \frac{x^5}{1-x}$ ナリ。何故カ。

次ノ方程式及應用問題ヲ解ケ。

18. $x+1-7(x-1)^2=7x(2-x)$
19. $(x-2)(x-5)=x(x-3)-6$
20. $(3-x)(6x+1)=2x(4-3x)$
21. $(3x-1)(3x-2)-(4x-2)(2x-1)=\frac{1}{6}(2x-1)(3x-2)$
22. $(\frac{1}{2}x+5)(\frac{1}{3}x-7)=(\frac{1}{2}x+4)(\frac{1}{3}x-6)$

23. 矩形ノ地面アリ, 縦ヲ2間ダケ長クシ, 横ヲ4間ダケ短クスレバ正方形トナリテ, 其ノ面積ハ原ノ面積ヨリ20坪少ナクナルベシト云フ。此ノ矩形ノ縦横各幾何ナルカ。

24. 矩形ノ敷地アリ, 若間口ヲ3間奥行ヲ4間増セバ坪數ニ於テ126坪ヲ増シ, 又間口ヲ4間奥行ヲ3間増セバ坪數ハ122坪ヲ増スベシト云フ。間口及奥行ヲ求ム。

第二章 重要ナル公式

78. 二數ノ和及差ノ平方。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \dots \dots (1)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \dots \dots (2)$$

二年一学期

ハ乘法ヲ行ヘバ容易ニ知ルコトヲ得ベキ恒等式ナリ。故ニ a 及 b ハ如何ナル數又ハ式ヲ代表スルモ可ナリ。此等ノ公式ノ應用次ノ如シ。

例 1. $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 9801$

例 2. $(cx + dy)^2$ ヲ求ム。

解 公式 (1) = 於テ $a = cx, b = dy$ ト置ケバ

$$(cx + dy)^2 = (cx)^2 + 2(cx)(dy) + (dy)^2 \\ = c^2x^2 + 2cdxy + d^2y^2 \quad \text{答}$$

例 3. $(a + b + c)^2$ ヲ求ム。

解 先ヅ $a + b$ ヲ一ツノ文字ノ如ク取扱ヘバ

$$(a + b + c)^2 = \{(a + b) + c\}^2 \\ = (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 \\ = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$

答 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

注意. (1), (2) ハ全然無關係ノモノニハアラス、

(1) = 於テ b ノ代リニ $-b$ ト置ケバ (2) ヲ得ベシ。

例題

公式ヲ應用シテ次ノ式ヲ計算セヨ。

- 1. 51^2 2. 98^2 3. 19^2 4. 31^2
- 5. $(x + 5)^2$ 6. $(a - 5)^2$ 7. $(a + 3b)^2$

- 8. $(3a - b)^2$ 9. $(2a + 3b)^2$ 10. $(3x - 2y)^2$
- 11. $(3x + 7)^2$ 12. $(5x - 2)^2$ 13. $(a - \frac{1}{2})^2$
- 14. $(a^2 + 2a)^2$ 15. $(2x^2 - 3xy)^2$
- 16. $(a - b + c)^2$ 17. $(a - b - c)^2$
- 18. $(x + a - b)^2$ 19. $(-x + y - z)^2$
- 20. $(2x - y + z)^2$ 21. $(1 - x + x^2)^2$

79. 二數ノ和ト差トノ積。

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \dots \dots (3)$$

ナルコト明ナリ。此ノ公式ノ應用次ノ如シ。

例 1. $32 \times 28 = (30 + 2)(30 - 2) = 30^2 - 2^2 = 900 - 4 = 896$

400

例 2. $(2x + 5)(2x - 5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$

例 3. $(5a - 7b)(5a + 7b) = (5a)^2 - (7b)^2 = 25a^2 - 49b^2$

例 4. $(x + 2y - z)(x - 2y + z)$ ヲ求ム。

解 先ヅ上ノ公式ヲ應用シ得ル様ナル形ニ直スコト肝要ナリ。即チ次ノ如シ。

$$(x + 2y - z)(x - 2y + z) = \{x + (2y - z)\} \{x - (2y - z)\} \\ = x^2 - (2y - z)^2 \\ = x^2 - (4y^2 - 4yz + z^2) \\ = x^2 - 4y^2 + 4yz - z^2 \quad \text{答}$$

例題

公式ヲ應用シテ次ノ式ヲ計算セヨ。

1. 105×95 2. 52×48 3. 83×77

4. $(m+n)(m-n)$ 5. $(x+1)(x-1)$

6. $(a-2b)(a+2b)$ 7. $(3a+b)(3a-b)$

8. $(4m-3)(4m+3)$ 9. $(3a-2b)(3a+2b)$

10. $(3x^2+5)(3x^2-5)$ 11. $(ax+by)(ax-by)$

12. $\left(\frac{x}{5} + \frac{y}{4}\right)\left(\frac{x}{5} - \frac{y}{4}\right)$ 13. $(-ax+b)(-ax-b)$

14. $(x+y)^2(x-y)^2$ 15. $(x-a)(x+a)(x^2+a^2)$

16. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$

17. $(a+b+c)(a-b-c)$ 18. $(a+2b-c)(a-2b+c)$

19. $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

20. $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$

80. 同じ初項ヲ有スル二項式ノ積。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \dots (4)$$

モ亦乘法ヲ行フコトニヨリ容易ニ知ラル。此ノ公式ノ應用次ノ如シ。

例 1. $(x+4)(x+3) = x^2 + (4+3)x + 4 \times 3$
 $= x^2 + 7x + 12$

例 2. $(x+4)(x-3) = x^2 + (4-3)x + 4 \times (-3)$
 $= x^2 + x - 12$

例 3. $(x-4)(x-3) = x^2 + (-4-3)x + (-4) \times (-3)$
 $= x^2 - 7x + 12$

例題

公式ヲ應用シテ次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $(x+5)(x+3)$ 2. $(x+5)(x-3)$

3. $(x-5)(x+3)$ 4. $(x-5)(x-3)$

5. $(x+4)(x-9)$ 6. $(x+a)(x-b)$

7. $(x-a)(x-b)$ 8. $(2a-b)(2a+3b)$

9. $(2x+5)(2x-1)$ 10. $(3a-2)(3a+5)$

11. $(a+b+c)(a+b-3c)$ 12. $(a+b-c)(a+b+2c)$

13. $(1-2ax)(1+3ax)$ 14. $(a-b)(c-a)$

15. $(x-3y+z)(x-3y-4z)$

第三章 因數分解

81. 因數。

或整式ガニツ以上ノ他ノ整式ノ積ニ等シキトキ、此等ノ各整式ヲ其ノ整式ノ因數ト云フ。

例へば $ax^2-2ax-3a=a(x+1)(x-3)$ ナルニヨリ a ,
 $x+1$, $x-3$ ハ何レモ $ax^2-2ax-3a$ ノ因數ナリ.

整式ヲ其ノ因數ノ積ニ直スコトヲ因數ニ分解
 スルト云フ.

$$a(x^2-2x-3)$$

82. 各項ニ共通ノ因數.

例へば $2a(x+y)$ ヲ計算スレバ $2ax+2ay$ ナリ.

故ニ $2ax+2ay=2a(x+y)$

或整式ヲ因數ニ分解スルトキ、各項ニ共通ナル
 因數アラバ先ヅ之ヲ括弧ノ外ニ出シ、各項ヨリ此
 ノ因數ヲ省キタルモノヲ其ノママ括弧内ニ入ル
 ベシ.

例 1. $4a^2b+2ab^2=2ab(2a+b)$

例 2. $ax^2-bx+cx=x(ax-b+c)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| 1. $2ax-2ay$ | 2. $6x^2-3x$ |
| 3. $2x^3-3x^2-x$ | 4. $a^2bc-ab^2c+abc^2$ |
| 5. $3x^3-5x^2y+x^2z$ | 6. $a(x+y)+b(x+y)$ |
| 7. $5(a+b)x+(a+b)$ | 8. $(m-n)^2a^2+(m-n)^2b^2$ |

$$(a+b)(x+1)$$

$$(m-n)^2(a^2+b^2)$$

83. 公式(1)及(2)ノ應用.

公式(1)ヨリ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

公式(2)ヨリ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

即チ此等ノ公式ノ左邊ノ如キ形ヲ有スル式ハ右
 邊ノ如キ平方ノ形ニナスコトヲ得.

例 1. $x^2+6x+9=x^2+2(x \times 3)+3^2$
 $= (x+3)^2$

例 2. $9x^2+12x+4=(3x)^2+2(3x \times 2)+2^2$
 $= (3x+2)^2$

(問) $x^2+10x+25$, $4x^2+12x+9$ ヲ因數ニ分解セヨ.

例 3. $a^2-10ab+25b^2=a^2-2(a \times 5b)+(5b)^2$
 $= (a-5b)^2$

(問) $4x^2-4xy+y^2$ ヲ因數ニ分解セヨ.

例 4. $-5abx^2+20a^2bx-20a^3b=-5ab(x^2-4ax+4a^2)$
 $= -5ab(x-2a)^2$

(問) $3ax^2-18ax+27a$ ヲ因數ニ分解セヨ.

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1. x^2+2x+1 | 2. $x^2-10x+25$ |
|---------------|-----------------|

3. $4x^2+4x+1$ 4. $9x^2-6x+1$
 5. $4x^2-4ax+a^2$ 6. $x^2+6abx+9a^2b^2$
 7. $12x^2+36ax+27a^2$ 8. x^3-10x^2+25x
 9. $\frac{1}{4}x^2-x+1$ 10. $a^2+\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$
 11. $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{9}y^2$ 12. $\frac{x^2}{4}-3ax+9a^2$
 13. $(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$ 14. $-12ax^2+36ax-27a$
 15. $(x+y)^2-2(a-b)(x+y)+(a-b)^2$
 16. $(x^2-3x)^2+2(x^2-3x)(3x+1)+(3x+1)^2$

84. 公式(3)ノ應用.

公式(3)ヨリ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

即チ二ツノ數或ハ式ノ平方ノ差ハ其等ノ數或ハ式ノ和ト差トノ積トナスコトヲ得.

例 1. $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

例 2. $4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y)$

(問) x^2-9 , $9a^2-4b^2$ ヲ因數ニ分解セヨ.

例 3. $25-x^2+6xy-9y^2=25-(x^2-6xy+9y^2)$

$$=5^2-(x-3y)^2$$

$$=(5+x-3y)(5-x+3y)$$

(問) $9a^2-x^2+2bx-b^2$ ヲ因數ニ分解セヨ.

又上ノ公式ハ數ノ平方ノ差ヲ見出スニ應用セ

ラル. 例ヘバ

$$65^2-35^2=(65+35)(65-35)=100 \times 30=3000$$

(問) 82^2-18^2 , 195^2-25^2 ヲ計算セヨ.

注意. a^2+b^2 ハ因數ニ分解スルコトヲ得ズ.

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

1. x^2-4 2. x^2-25 3. $4x^2-9$
 4. a^2-4b^2 5. $9a^2-4b^2$ 6. $25x^2-y^2$
 7. $\frac{9}{16}x^2-\frac{1}{25}$ 8. $4x^2-(x-2)^2$
 9. $(x+y)^2-(x-y)^2$ 10. $16a^2x^2-4b^2y^2$
 11. $(1+y)^2-y^2$ 12. x^4-1 13. a^4-b^4
 14. x^4-16 15. x^8-a^8 16. $3x^4-48y^4$
 17. $(a+b-c)^2-4c^2$ 18. $x^2(a^2-b^2)-(a^2-b^2)$
 19. $x^2-4ax+4a^2-y^2$ 20. $a^2x^2-(2ax-by)^2$

85. 公式(4)ノ應用.

公式(4)ヨリ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

即チ二次三項式 x^2+px+q ヲ因數ニ分解スルニハ、先ヅ q ヲ二ツノ因數ニ分チ、其ノ幾組カノ中二ツノ因數ノ代數的ノ和ガ p ニ等シキ様ナル組ヲ取

リ、其ノ一因數ヲ a 、他ヲ b トシテ此ノ公式ヲ適用スベシ。

例 1. $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3$
 $= (x+2)(x+3)$

(問) $x^2 + 7x + 12$, $x^2 + 3x + 2$ フ因數 = 分解セヨ。

例 2. $x^2 - 6x + 8 = x^2 + \{(-2) + (-4)\}x + (-2) \times (-4)$
 $= (x-2)(x-4)$

(問) $x^2 - 5x + 6$, $x^2 - 5x + 4$ フ因數 = 分解セヨ。

例 3. $x^2 + 3x - 10 = x^2 + \{5 + (-2)\}x + 5 \times (-2)$
 $= (x+5)(x-2)$

(問) $x^2 + 3x - 18$, $x^2 + 2x - 3$ フ因數 = 分解セヨ。

例 4. $a^2 - 11ab - 12b^2 = a^2 + (b - 12b)a + b \times (-12b)$
 $= (a+b)(a-12b)$

(問) $x^2 - 3x - 10$, $a^2 - ab - 6b^2$ フ因數 = 分解セヨ。

例題

次ノ式ヲ因數 = 分解セヨ。

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1. $x^2 + 6x + 8$ | 2. $x^2 + 5x + 4$ |
| 3. $x^2 - 7x + 12$ | 4. $x^2 - 3x + 2$ |
| 5. $a^2 + 2a - 24$ | 6. $x^2 + x - 6$ |

- | | |
|---------------------------------------|--------------------------|
| 7. $x^2 - x - 20$ | 8. $x^2 - 11x - 26$ |
| 9. $a^2 - 13ab + 36b^2$ | 10. $x^2 + 12ax - 13a^2$ |
| 11. $a^2x^2 + 3ax - 28$ | 12. $x^2 + (m-n)x - mn$ |
| 13. $x^2 - (a-c)xy - acy^2$ | 14. $x^2y^2 - 13xy + 36$ |
| 15. $(a^2 + 2a)^2 - 8(a^2 + 2a) - 20$ | |
| 16. $x^2 - 2xy + y^2 - x + y - 2$ | |

86. 二數ノ三乘ノ和及差.

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

ナル公式ノ成立ツコトハ、右邊ノ乘法ヲ實行スルコトニヨリ容易ニ知ラル。因テ或ニツノ數或ハ式ノ立方ノ和及差ハ此ノ公式ヲ應用シテ因數ニ分解スルコトヲ得。

例 1. $x^3 + 8a^3 = x^3 + (2a)^3$

$$= (x+2a)(x^2 - 2ax + 4a^2)$$

(問) $x^3 + 8$, $a^3 + 27b^3$ フ因數 = 分解セヨ。

例 2. $a^3y^3 - 27b^3 = (ay)^3 - (3b)^3$

$$= (ay - 3b)(a^2y^2 + ay \cdot 3b + 3^2b^2)$$

$$= (ay - 3b)(a^2y^2 + 3aby + 9b^2)$$

(問) $x^3 - 1$, $a^3 - 8b^3$ フ因數 = 分解セヨ。

例 題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

- | | | |
|-------------------------|-------------------|------------------|
| 1. x^3+1 | 2. a^3x^3-1 | 3. x^3+8y^3 |
| 4. $8x^3+1$ | 5. x^3-27a^3 | 6. $8a^3+27b^3$ |
| 7. $1-a^3$ | 8. $27x^3-64$ | 9. a^4+ax^3 |
| 10. $125-x^3$ | 11. a^3b^3+27 | 12. $a^6-x^3y^3$ |
| 13. $(2a-b)^3-a^3$ | 14. $(a-b)^3+c^3$ | |
| 15. $(2x-a)^3-(x-2a)^3$ | 16. x^6-a^6 | |

87. 因數分解ノ雜例.

或場合ニハ項ヲ適當ノ順ニ列ベ、又ハ或同シ數ヲ加減スルコトニヨリ因數ヲ見出シ得ベシ.

例 1. $2x^2-3ax+2bx-3ab$
 $=x(2x-3a)+b(2x-3a)$
 $=(2x-3a)(x+b)$

(問) x^3-3x^2+2x-6 ヲ因數ニ分解セヨ.

例 2. $a^2+ac-b^2+bc=a^2-b^2+ac+bc$
 $=(a+b)(a-b)+c(a+b)$
 $=(a+b)(a-b+c)$

(問) $ab-cd+bc-ad$ ヲ因數ニ分解セヨ.

$$x^2-(a-c)xy-acy^2 = (x+cy)(x-ay)$$

例 3. $a^4+a^2b^2+b^4=a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2$
 $=(a^2+b^2)^2-(ab)^2$
 $=(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$
 $=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

(問) $a^4+a^2+1, x^4+x^2y^2+y^4$ ヲ因數ニ分解セヨ.

問 題 XIV

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.

- | | |
|------------------------------------|---------------------------|
| 1. $x-y-a(x-y)$ | 2. $x^2-8x-27$ |
| 3. $(x-1)^2-6(x-1)+9$ | 4. $(x+a)^4-b^4$ |
| 5. $(x^2-2x+1)^2+2x(x^2-2x+1)+x^2$ | |
| 6. $(3x^2-4x-1)^2-(2x+3)^2$ | |
| 7. $(x+a)^4-(a-x)^4$ | 8. a^6-b^6 |
| 9. x^3-1 | 10. $(a^3+a^2-ab^2-ab)$ |
| 11. $4x^2-4x-3$ | 12. $a^2-ab-ac+bc$ |
| 13. $a^2+b^2-c^2-d^2+2ab-2cd$ | |
| 14. $x^3+ax^2+axy+a^2y$ | |
| 15. x^4+4x^2+16 | 16. x^6+7x^3-8 |
| 17. $x^7+x^4-x^3-1$ | 18. $ad^2+bc^2-ac^2-bc^2$ |
| 19. $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ | |

第四章 最大公約數

88. 約數, 公約數.

或整式 A が或他ノ整式 M ニテ割切
レルトキハ M ヲ A ノ約數ト云フ.

例ヘバ abx ハ abx^2y ノ約數ニシテ, 又 $x+y$ ハ x^3+y^3
ノ約數ナリ.

要スルニ約數トハ因數ノ別名ナリ.

二ツ以上ノ整式ニ共通ナル
其等ノ整式ノ公約數ト云フ.

例ヘバ ax ハ $2ax^2, 5a^2xy, ax^2-a^2x$ ナル三式ノ各
ノ約數ナルニヨリ ax ハ此等ノ整式ノ公約數ナリ.

89. 最大公約數.

二ツ以上ノ整式ノ公約數ノ中ニテ
次數ノ最大ナルモノヲ其等ノ整式ノ
最大公約數ト云フ.

例ヘバ $ab^2xy^2, a^2bx^2y, abx^4$ ノ公約數ヲ悉ク列舉ス
レバ a, b, x, ab, ax, bx, abx ナリ. 此ノ中ニテ abx ハ
次數ガ最大ナルニヨリ之ハ與ヘラレタル三ツノ

整式ノ最大公約數ナリ.

90. 單項式ノ最大公約數.

二ツ以上ノ單項式ノ最大公約數ヲ
求ムルニハ, 與ヘラレタル各式ニ共通
ナル總テノ相異ナル文字ヲ列記シ, 其
ノ各ニ其等ノ式中ニアル各文字ノ最
小指數ヲ附スベシ. 但各式ガ整數係數ヲ
有スルトキハ其等ノ絶對値ノ最大公約數ヲ以テ
所要ノ最大公約數ノ係數トスルコトト定ム.

例. $15x^3y^3z^2, 30x^2y^3z^3, -45x^3yz^2$ ノ最大公約數ヲ求
ムルニ, 先ヅ此等ノ式ニ共通ナル文字ハ x, y, z ナ
リ, 而シテ其ノ各文字ノ最小ノ指數ハ夫夫 2, 1, 2
ナリ. 故ニ所要ノ最大公約數ハ x^2yz^2 ニ數係數ノ
絶對値ノ最大公約數 15 ヲ前置シタル $15x^2yz^2$ ナリ.

例題

次ノ諸式ノ最大公約數ヲ求ム.

- | | |
|-----------------------------|--|
| 1. $2a^3b^3, 3a^2b^4, ab^5$ | 2. $6a^2x, 8ax^2$ |
| 3. $81a^3x^2, 27a^2x^3$ | 4. $6a^2b^2x^3y, 3ab^3x^2y^2, ab^4y^4$ |

91. 多項式ノ最大公約數.

先ツ各式ヲ最モ簡單ナル因數ニ分解シ、然ル後各式ニ共通ナル總テノ相異ナル因數ヲ列記シ、其ノ各ニ各式中ニ於ケル各因數ノ最小指數ヲ附スベシ。數字因數ノ處置ハ單項式ノ場合ニ同ジ。

例 1. $x^3 - a^2x$, $ax^4 - 2a^2x^3 + a^3x^2$ ノ最大公約數ヲ求ム。

解 先ツ各式ヲ因數ニ分解スレバ

$$x^3 - a^2x = x(x^2 - a^2) = x(x+a)(x-a)$$

$$ax^4 - 2a^2x^3 + a^3x^2 = ax^2(x^2 - 2ax + a^2) = ax^2(x-a)^2$$

各式ニ共通ナル總テノ相異ナル因數ハ x , $x-a$ ニシテ、其ノ各ノ最小指數ハ何レモ 1 ナリ。

故ニ所要ノ最大公約數ハ $x(x-a)$ ナリ。

例 2. $2a^4 - 4a^2b^2 + 2b^4$, $6(a^2 - b^2)(a+b)^2$ ノ最大公約數ヲ求ム。

解 先ツ各式ヲ因數ニ分解スレバ

$$2a^4 - 4a^2b^2 + 2b^4 = 2(a^2 - b^2)^2 = 2(a-b)^2(a+b)^2$$

$$6(a^2 - b^2)(a+b)^2 = 6(a-b)(a+b)^3$$

相異ナル共通因數ハ $a-b$, $a+b$ ニシテ、其ノ最小指數ハ夫夫 1, 2 ナリ。又數字因數ノ最大公約數ハ 2 ナリ。故ニ

$$\text{最大公約數} = 2(a-b)(a+b)^2 \quad \text{答.}$$

例題

次ノ式ノ最大公約數ヲ求ム。

1. $(x-y)^2$, $x^2 - y^2$, $x^3 - y^3$

2. $yz(x-y)(x-z)$, $zx(y-z)(y-x)$

3. $a^2 - b^2$, $a^2 - ab - ac + bc$ 4. $x^2 - 1$, $x^3 - 1$

5. $(x-a)(x-b)$, $(x-b)(x-c)$, $(x-a)(x-b)(x-c)$

6. $3x^2 - 4x$, $9x^2 - 16$ 7. $x^3 - 1$, $x^4 + x^2 + 1$

8. $3x^3yz - 12xy^2z$, $6x^2yz - 12xy^2z$

注意. 容易ニ因數ニ分解シ得ザル場合、即チ一般ナル場合ノ方法ハ續卷ニ於テ之ヲ論ズベシ。

第五章 最小公倍数

92. 倍数, 公倍数.

或整式 A ガ或他ノ整式 M ニテ割切レルトキハ A ヲ M ノ倍数ト云フ。

例へバ $abcxy$ は abx の倍數ニシテ、又 $x^3 - y^3$ は $x - y$ の倍數ナリ。

或整式ガ或他ノ整式ノ倍數ナルトキハ後者ハ前者ノ約數ナリ。

二ツ以上ノ整式ニ共通ナル倍數ヲ其等ノ整式ノ公倍數ト云フ。

例へバ a^2bxy^2 , $a^2bx^2y^2$, $a^3b^2xy^2$ 等ハ何レモ a^2xy , $abxy^2$ ノ公倍數ナリ。

93. 最小公倍數.

二ツ以上ノ整式ノ公倍數中次數ノ最小ナルモノヲ其等ノ整式ノ最小公倍數ト云フ。

例へバ a^2xy , $abxy^2$ ノ公倍數中次數ノ最小ナル a^2bxy^2 ガ此等ノ二式ノ最小公倍數ナリ。

94. 單項式ノ最小公倍數.

二ツ以上ノ單項式ノ最小公倍數ヲ求ムルニハ、與ヘラレタル各式中ノ總テノ相異ナル文字ヲ列記シ、其ノ各ニ

其等ノ式中ニ於ケル各文字ノ最大指數ヲ附スベシ。但各式ガ整數係數ヲ有スルトキハ其ノ絶對値ノ最小公倍數ヲ以テ所要ノ最小公倍數ノ數係數トスルコトト定ム。

例. a^2x^2y , $3bx^3y^2$ ノ最小公倍數ヲ求ムルニ、各式中ノ相異ナル文字ハ a, b, x, y ニシテ其ノ各ノ最大指數ハ夫夫 2, 1, 3, 2 ナリ、且數係數ノ最小公倍數ハ 3 ナリ。故ニ所要ノ最小公倍數ハ $3a^2bx^3y^2$ ナリ。

例題

次ノ式ノ最小公倍數ヲ求ム。

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. $2ab^3$, a^2b^2 | 2. $3xy^2z$, $4x^2yz^3$ |
| 3. $12a^2x^2$, $-24a^3x^3$ | 4. $6p^3q^2r^3$, $9pq^4r^3$ |
| 5. $12a^3b^3x^2$, $48ab^2x^3$ | 6. ax^3 , $2bxy$, $3a^2xy^2$ |

95. 多項式ノ最小公倍數.

先ツ各式ヲ最モ簡單ナル因數ニ分解シ、然ル後各式中ノ總テノ相異ナル因數ヲ列記シ、其ノ各ニ各式中ニ於ケル各因數ノ最大指數ヲ附スベシ

數字因數ノ處置ハ單項式ノ場合ニ同ジ。

例 1. $x^3 - a^2x$, $ax^4 + 2a^2x^3 + a^3x^2$ の最小公倍数ヲ求

ム.

解 先ヅ各式ヲ因數ニ分解スレバ

$$x^3 - a^2x = x(x^2 - a^2) = x(x-a)(x+a)$$

$$ax^4 + 2a^2x^3 + a^3x^2 = ax^2(x^2 + 2ax + a^2) = ax^2(x+a)^2$$

各式中總テノ相異ナル因數ハ $a, x, x-a, x+a =$
シテ其ノ各ノ最大指數ハ夫夫 1, 2, 1, 2 ナリ.

故ニ所要ノ最小公倍数ハ $ax^2(x-a)(x+a)^2$ ナリ.

例 2. 次ノ三式ノ最小公倍数ヲ求ム.

$$3(x^2 - y^2), (a^2 - 2ac + c^2)(x+y), 2(a+c)(x^2 + 2xy + y^2)$$

解 先ヅ各式ヲ因數ニ分解スレバ夫夫

$$3(x+y)(x-y), (a-c)^2(x+y), 2(a+c)(x+y)^2$$

トナル. 而シテ總テノ相異ナル因數ハ $a+c, a-c,$
 $x+y, x-y =$ シテ, 其ノ各ノ最大指數ハ夫夫 1, 2, 2, 1
ナリ, 且數字因數ノ最小公倍数ハ 6 ナリ

∴ 最小公倍数 $= 6(a+c)(a-c)^2(x+y)^2(x-y)$ 答.

例 題

次ノ式ノ最小公倍数ヲ求ム.

1. $a(x-y), a^2(x+y)$ 2. $(x+a)^2, x^2 - a^2$

3. $3x(x-y)^2, 4x^2(x^2-y^2)$

4. $(x-a)^2(x-b), (x^2-a^2)(x-b)^2$

5. $x^2-1, 3x^2-2x-1$

6. x^2-4x+3, x^2-3x+2

7. x^3+1, x^2-1 8. $x^3+8a^3, x^2-2ax+4a^2$

9. $(a-b)^2, a^2-b^2, a^2+2ab+b^2$

10. x^2-x-2, x^2-4, x^2+3x+2

注意. 一般ノ方法ハ續卷ニ於テ論ズベシ.

問 題 XV

次ノ式ノ最大公約數ヲ求ム. (1-6)

1. $42ma^2, 63mab, 21mb^2, 7m$

2. $6abx^2yz^3, 15ab^2xy^2z^2, 12a^2bxy^3z$ *3abx^2yz^2*

3. $a^2+ab-6b^2, a^2+2ab-3b^2, a^2-3ab-18b^2$

4. x^2-4, x^2+x-6, x^3-8

5. $4x^2-1, 8x^3-1, 2x^2+5x-3$

6. $a^3+3a^2b+2ab^2, a^4+4a^3b+3a^2b^2$

次ノ式ノ最小公倍数ヲ求ム.

7. $2a^3bcx, 3a^2b^2cy, 6bcxy^2$ *6a^2b^2cxy^2*

8. $2a^2xy^2, -3ax^3y^3, 9a^3x^3y^5$ *18a^3x^3y^5*

9. x^3-1, x^4-1, x^2-2x+1
10. $x^3-a^3, x^4+a^2x^2+a^4$
11. $x^2+9x+20, x^2-2x-24, x^2-x-30$
12. $x^2(x^2-a^2), xy(x-a)(y-b), y^2(x+a)(y+b)$
13. x^2-1, x^3-1, x^3+1
14. $x^2-y^2, x^4-y^4, x^5-y^5$
15. $x-1, x^2-1, x^2-x-2, x^2+3x+2$

復習雜問題 [4]

1. 公式 $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ = 於テ b, d ノ代リ
= 夫夫 $-b, -d$ ヲ置換フレバ如何ナル公式ヲ得ルカ.

2. 前題 = 掲ゲタル公式 = 於テ a, b, c, d ノ代リ = 夫
夫 $0, -b, 0, -d$ ヲ置換フレバ如何ナル公式ヲ得ルカ.

3. 次ノ二式ヲ計算シタル後其ノ差ヲ求メヨ.

$$(1+a)(1+b)(1+c), (1-a)(1-b)(1-c)$$

4. 次ノ乗法ヲ行ヘ.

$$\left(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{6}xy + \frac{1}{4}y^2\right)\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{4}y^2\right)$$

5. 次ノ除法ヲ行ヘ.

$$\left(x^4 - \frac{5}{4}x^3 + \frac{11}{8}x^2 - \frac{1}{2}x\right) \div \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)$$

6. 次ノ等式ヲ證明セヨ.

$$(a-b)(a-c) + (b-c)(b-a) + (c-a)(c-b) \\ = a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab$$

7. $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = \frac{1}{2}\{(y-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2\}$

ヲ證明シ、且 $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy$ ハ一般ニ正數ナルコト
ヲ説明セヨ.

8. $a+b+c=0$ ナルトキ次ノ等式ヲ證明セヨ.

$$(b+c)(c+a)(a+b) + abc = 0$$

9. $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ ナルトキ次ノ等式ヲ證明セヨ.

$$(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)=8(s-a)(s-b)(s-c)$$

10. a, b, c ハ正數, 負數若クハ零ニシテ, 且

$$(b-c)^2+(c-a)^2+(a-b)^2=0$$

ナルトキハ $a=b=c$ ナルコトヲ證明セヨ.

公式ヲ應用シテ次ノ式ヲ計算セヨ. (11-13)

11. $(a+b+c)^2-(b+c)^2-(c+a)^2-(a+b)^2+a^2+b^2+c^2$

12. $(x+y+z)^2+(y+z-x)^2+(z+x-y)^2+(x+y-z)^2$

13. $(a+b)^3+(a-b)^3$

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ. (14-20)

14. $px+qx-py-qy$

15. $x^2-3x+xy-3y$

16. $x^2-11x-26$

17. $x^2y^2-5xy-36$

18. x^4+x^3-2x-2 $(x+1)^2(x-1)^2$

20. $1-a^2-b^2+a^2b^2-4ab$

21. $a+b+c=0$ ナルトキハ $a^3+b^3+c^3=3abc$ ナルコトヲ

證明セヨ.

22. 次ノ等式ヲ證明セヨ.

$$(y-z)^3+(z-x)^3+(x-y)^3-3(y-z)(z-x)(x-y)=0$$

23. $x+y=3, xy=-10$ ナルトキ x^2+y^2 及 x^3+y^3 ノ値ヲ

求ム.

第七編 分 數 式

第一章 約分及通分

96. 分數式.

例ハバ

$$\frac{a}{b}, \frac{5}{x-3}, \frac{a-b}{c+d}, \frac{x^2+x-2}{2x^2-9}$$

ノ如ク, 或整式(又ハ數) A ヲ零ニ等シカラザル或他ノ整式 B ニテ除シタル商ヲ $\frac{A}{B}$ ナル形ニテ表シタルモノヲ分數式ト云フ. 此ノ場合ニ被除數 A ヲ分子, 除數 B ヲ分母ト云ヒ, 分子及分母ヲ分數式ノ兩項ト云フ.

分數式ノ定義ニヨリ $\frac{A}{B} \times B = A$ ナリ.

故ニ分數式トハ之ニ其ノ分母ヲ乘ズレバ其ノ分子ニ等シクナルベキ式ナリト云フコトヲ得.

注意. 例ハバ $2a+3b, (x+y) \div 2x$ ノ如ク整式ノ除法ノ割リ切レザルトキハ多クハ商ヲ $\frac{2a}{3b}, \frac{x+y}{2x}$ ノ如ク分數式ヲ以テ書キ表スモノトス.

97. 分數式ノ性質.

分數式ノ兩項ヲ零ナラザル同一ノ數或ハ式ニテ乘除スルモ其ノ値ハ變ラズ.

何トナレバ $\frac{A}{B}$ ヲ一ツノ分數式トスレバ

$$\frac{A}{B} \times B = A$$

此ノ兩邊ニ零ナラザル同一ノ數或ハ式 m ヲ乘ズレバ

$$\frac{A}{B} \times B \times m = A \times m$$

即チ $\frac{A}{B} \times mB = mA$

兩邊ヲ mB ニテ除スレバ

$$\frac{A}{B} = \frac{mA}{mB}$$

從テ又分數式ノ兩項ヲ零ナラザル同一ノ數或ハ式ニテ除スルモ其ノ値ハ變ラズ. 即チ

$$\frac{A}{B} = \frac{A+m}{B+m}$$

注意. 分數式ノ兩項ノ符號ヲ同時ニ變フルモ其ノ値ハ變ラズ. 何トナレバ斯スルコトハ兩項ニ -1 ヲ乘ズルト同様ナルガ故ナリ.

98. 約分.

前節ノ性質ニヨリ分數式ノ兩項ガ公約數ヲ有スルトキハ之ニテ兩項ヲ除シテ其ノ分數式ノ値ヲ變ヘズニ之ヲ簡單ナル形ニ直スコトヲ得. 斯スルコトヲ約分スルト云フ.

例 1. $\frac{a^2x^2y}{abxy^2} = \frac{ax}{by}$

(問) $\frac{ax^3}{a^2x}, \frac{3a^2bx^3}{6a^2b^2x^3}$ ヲ約分セヨ.

分數式ヲ約分スルニハ先ツ兩項ヲ因數ニ分解シ、而シテ後兩項ヨリ公約數ヲ取去ルベシ.

例 2. $\frac{2(x^2-1)}{4(x^2+x-2)} = \frac{2(x-1)(x+1)}{4(x-1)(x+2)} = \frac{x+1}{2(x+2)}$

(問) $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$ ヲ約分セヨ. $\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a-b)}$

分數式ノ兩項ガ文字ヲ含ム公約數ヲ有セザルトキハ之ヲ既約分數式ト云フ.

上例ノ $\frac{ax}{by}, \frac{x+1}{2(x+2)}$ ハ何レモ既約分數式ナリ.

注意. 通常約分スルトキハ既約分數式ヲ得ル迄簡約スベシ.

例題

次ノ式ヲ約分セヨ。(1-14)

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1. $\frac{2ab^2}{6a^2b}$ | 2. $\frac{3a^2bx^3}{12ab^2y^3}$ | 3. $\frac{21x^4}{28x^2y^2}$ |
| 4. $\frac{a+b}{a^2-b^2}$ | 5. $\frac{a^2-ab}{2ab}$ | 6. $\frac{b^2-ab}{b^2-a^2}$ |
| 7. $\frac{x(x-1)^2}{2x(x^2-1)}$ | 8. $\frac{2x+2y}{3x+3y}$ | 9. $\frac{pa-pb}{qa-qb}$ |
| 10. $\frac{ax+x^2}{ab^2+b^2x}$ | 11. $\frac{x^2-2x-3}{x-3}$ | 12. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-6x+9}$ |

13. $\frac{(a-b)(c-d)}{(2b-2a)(3d-5c)}$ $\overset{c-d}{=2(3d-5c)}$ 14. $\frac{(a+b)^2(a-b)^2}{a^4-b^4}$

次ノ商ヲ簡單ニセヨ。(分數式ニテ表セ)

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| 15. $8a^3x^3+4a^2bxy$ | 16. $(x-2) \div (x^2-x-2)$ |
| 17. $(5x-5y) \div (x-y)^2$ | 18. $(x^3-4x) \div (x^3-x^2-2x)$ |

99. 通分.

分母ノ相異ナル數多ノ分數式ヲ各ノ値ヲ變ヘズニ同一ノ分母ヲ有スル分數式ニ直スコトヲ通分スルト云フ.

數多ノ分數式ヲ通分スルニハ、總テノ分母ノ最小公倍數ヲ求メテ之ヲ共通ノ分母トシ、之ヲ各分母ニテ除シタル商ヲ各分子ニ乘ジタルモノヲ以テ

各分數式ノ分子トスベシ

與ヘラレタル分數式ノ中ニ既約分數式ナラザルモノアラバ先ヅ之ヲ既約分數式ニ直シテ後上ノ規則ヲ適用スベシ.

例. $\frac{ab}{x+a}, \frac{bx}{a-x}, \frac{ax}{x^2-a^2}$ ヲ通分セヨ.

解 分母ヲ x ノ降冪ノ順ニ排列センガ爲ニ第二式ノ兩項ノ符號ヲ變フレバ

$$\frac{ab}{x+a}, \frac{-bx}{x-a}, \frac{ax}{x^2-a^2}$$

トナル. 倍分母ノ最小公倍數ハ x^2-a^2 ナリ.

故ニ $\frac{ab(x-a)}{x^2-a^2}, \frac{-bx(x+a)}{x^2-a^2}, \frac{ax}{x^2-a^2}$

ガ所要ノ結果ナリ.

注意. 最小公倍數ノ代リニ任意ノ公倍數ヲ以テ共通ノ分母トスルモ可ナリ、サレド最小公倍數ヲ取レバ簡單ナル分數式ヲ得ルノ便利アリ. 通常斯スルコトヲ最小公分母ニ通分スルト云フ.

例題

次ノ式ヲ通分セヨ.

- | | |
|---|---|
| 1. $\frac{1}{4a}, \frac{3}{8a^2}, \frac{5}{12a^3}$ | 2. $\frac{x+y}{3x^2}, \frac{x-y}{3a^2x}, \frac{x^2}{2a^2}$ |
| $\frac{6a}{24a^3}, \frac{9}{24a^2}, \frac{10}{24a}$ | $\frac{a^2x(x+y)}{6a^2x^2}, \frac{(x-y)^2}{6a^2x^2}, \frac{x^2}{6a^2x^2}$ |

3. $\frac{a}{x+a}, \frac{x}{x-a}, \frac{3a}{2x}$ 4. $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{xy}{y^2-x^2}$
5. $\frac{a}{x-a}, \frac{x}{a-x}, \frac{a^2}{x^2-a^2}, \frac{ax}{x^2-x^2}$
6. $\frac{1}{x-1}, \frac{x}{(x-1)^2}, \frac{3}{x+1}, \frac{4}{(x+1)^2}, \frac{5}{x^2-1}$
7. $\frac{a}{x-a}, \frac{x+a}{x^2+ax+a^2}, \frac{ax}{x^3-a^3}$
8. $\frac{x-1}{x^2-5x+6}, \frac{x-2}{x^2-4x+3}, \frac{x-3}{x^2-3x+2}$
9. $\frac{x}{(x-y)(x-z)}, \frac{-y}{(y-z)(y-x)}, \frac{z}{(z-x)(z-y)}$
10. $\frac{1}{x^2-(a+b)x+ab}, \frac{1}{x^2-(a+c)x+ac}, \frac{1}{x^2-(b+c)x+bc}$

第二章 分數式ノ四則

100. 分數式ノ加法及減法.

(1) 同ジ分母ノ分數式ヲ加へ或ハ減ズルニハ、其ノ分子ノ和或ハ差ヲ分子トシ、共通ノ分母ヲ分母トスル分數式ヲ作ルベシ。

例 1. $\frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{d}{a} = \frac{b+c+d}{a}$

例 2. $\frac{y}{x} - \frac{z}{x} = \frac{y-z}{x}$

(問) 次ノ加法及減法ヲ行へ。

(1) $\frac{a-2b}{a} + \frac{3b}{a}$ (2) $\frac{2x}{x-3} - \frac{1}{x-3}$

(2) 分母ノ相異ナル場合ニハ、先ツ通分シ、然ル後規則(1)ヲ適用スベシ。

例 3. $\frac{1}{x+a} + \frac{2}{x-a} = \frac{x-a}{x^2-a^2} + \frac{2(x+a)}{x^2-a^2} = \frac{3x+a}{x^2-a^2}$

例 4. $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{2}{x+2}$ ヲ簡單ニセヨ。

解 分母ノ最小公倍数ハ x^2-4 ナリ。

$$\begin{aligned} \frac{2x}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} &= \frac{2x}{x^2-4} - \frac{2(x-2)}{x^2-4} \\ &= \frac{2x-2(x-2)}{x^2-4} \\ &= \frac{4}{x^2-4} \end{aligned} \quad \text{答} \quad \frac{4}{x^2-4}$$

數多ノ分數式ノ加號或ハ減號ニテ連結セラレタルモノヲ簡單ニスルニハ、之ヲ一ツノ分數式ニマツメテ既約分數式ニ直スベシ。

例 題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

1. $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$ 2. $\frac{y}{2x} - \frac{y}{3x}$ 3. $\frac{x}{y} - \frac{y}{2x}$
4. $\frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ 5. $3 - \frac{2}{x}$ 6. $1 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}$

7. $1 - \frac{x-y}{x}$ 8. $\frac{3}{x+3} + \frac{4}{x-3}$
9. $\frac{a+2b}{a} - \frac{3b}{a}$ 10. $\frac{3a-5y}{4a} + \frac{4y-2a}{3a}$
11. $\frac{1+x}{1-x} - \frac{2x}{1-x^2}$ 12. $a+x + \frac{x^2}{a-x}$
13. $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+3}{x+2}$ 14. $\frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} + \frac{1}{xy}$
15. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x-1)^2}$
16. $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2-y^2}$
17. $\frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{6-x}{x^2-4}$
18. $\frac{2x}{x-3} + \frac{2x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$
19. $\frac{x^2-2x+3}{x^3+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1}$
20. $\frac{1}{(x-3)(x-4)} - \frac{1}{(x-2)(x-4)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

101. 分數式ノ乘法.

二ツ以上ノ分數式ヲ乘ズルニハ、各式ノ分子ノ積ヲ分子トシ、分母ノ積ヲ分母トスル分數式ヲ作ルベシ。

例ヘバ $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$

何トナレバ分數式ノ意義ニヨリ

$$\frac{A}{B} \times B = A, \quad \frac{C}{D} \times D = C$$

$$\therefore \left(\frac{A}{B} \times B\right) \times \left(\frac{C}{D} \times D\right) = AC$$

因數ノ順序ヲ變フレバ

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times BD = AC$$

$$\therefore \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

從テ又 $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times \frac{E}{F} = \frac{ACE}{BDF}$

注意. 積ノ分母及分子ガ公約數ヲ有スルトキハ之ヲ去リテ既約分數式トナスベシ。

例 1. $\frac{4a}{3b} \times \frac{27c}{12a} = \frac{4a \times 27c}{3b \times 12a} = \frac{3c}{b}$

(問) $\frac{2x}{3y} \times \frac{6y^2}{4x^2}, \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d}$ ヲ計算セヨ。

例 2. $\frac{x^2-1}{2x^2+3x} \times \frac{2x+3}{x+1} = \frac{(x^2-1)(2x+3)}{(2x^2+3x)(x+1)}$
 $= \frac{(x-1)(x+1)(2x+3)}{x(2x+3)(x+1)}$
 $= \frac{x-1}{x}$

(問) $\frac{3x}{x-1} \times \frac{x^2-1}{x^2}$ ヲ計算セヨ。

例 3. $\frac{5c}{9ab} \times 3ab = \frac{5c \times 3ab}{9ab} = \frac{5c}{3}$

注意. 整式ト分數式トノ積ヲ求ムルニハ、整式ヲ分數式ノ分子ニ乘ズベシ。

例題

次ノ積ヲ求ム。

1. $\frac{a^2}{3c^2} \times \frac{9bc}{a^2}$
2. $\frac{4ab}{5c^2} \times \frac{bc}{a^2}$
3. $\frac{bc}{a^2} \times \frac{ca}{b^2} \times \frac{ab}{c^2}$
4. $\frac{ax}{by} \times \frac{bz}{cx} \times \frac{cy}{az}$
5. $\frac{a-b}{a+2b} \times \frac{a^2-4b^2}{a+b} \times \frac{a+b}{(a-b)^2}$
6. $\frac{3x}{x-1} \times \frac{x^2-1}{x^2}$
7. $(x-1)^2 \times \frac{5}{x^2-1} \times \frac{x+1}{x-1}$
8. $\frac{ax}{x+a} \times \left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}\right)$
9. $\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3} \times 2(x+y)$
10. $\frac{x^2-x-2}{x^2} \times \frac{x^3-x^2}{x^2-4x+4}$

102. 分數式ノ除法.

或分數式ヲ或他ノ分數式ニテ除スルニハ、法ノ分子ト分母トヲ交換シタル分數式ヲ實ニ乘ズベシ。

例ヘバ $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$

除法ハ乘法ノ逆算ナルコトニヨリ容易ニ之ヲ證明スルコトヲ得ベシ。即チ

$$\left(\frac{A}{B} \times \frac{D}{C}\right) \times \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \quad \therefore \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

注意. 實若クハ法ガ整式ナルトキハ 1ヲ分母トスル分數ナリト見做シテ上ノ規則ヲ適用スベシ。

例 1. $b \div \frac{c}{a} = \frac{b}{1} \times \frac{a}{c} = \frac{ab}{c}$

例 2. $\frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a} \div \frac{c}{1} = \frac{b}{a} \times \frac{1}{c} = \frac{b}{ac}$

例 3. $\frac{ax^2}{by^2} \div \frac{ax}{by} = \frac{ax^2}{by^2} \times \frac{by}{ax} = \frac{x}{y}$ $\frac{ax}{by}$

(問) 次ノ商ヲ計算セヨ。

$$\frac{a}{2x} \div \frac{b}{3y}, \quad \frac{4bx^2}{3y^2} \div \frac{2bx}{ay^2}, \quad \frac{a^2bx^2}{2y} \div abx^3$$

例 4. $\frac{x(x-2)}{x^2-2x+1} \div \frac{x-2}{x-1} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x-2} = \frac{x}{x-1}$

(問) 次ノ商ヲ計算セヨ。

$$\frac{x}{2x-2} \div \frac{x^2-2x}{x-1}, \quad (a^2-b^2) \div \frac{(a-b)^2}{a}$$

103. 逆數.

或式ニテ 1ヲ除シタル商ヲ其ノ式ノ逆數ト云フ。

例ヘバ $\frac{b}{a}$ ノ逆數ハ $1 \div \frac{b}{a}$ 即チ $\frac{a}{b}$ ナリ。

整式ノ逆數ハ 1ヲ分子トシ其ノ式ヲ分母トスル分數式ニシテ、分數式ノ逆數ハ其ノ分母ト分子

トヲ交換シタル分數式ナリ。

例へバ $2x+3, \frac{a+b}{2a-3b}$ ノ逆數ハ夫夫 $\frac{1}{2x+3}, \frac{2a-3b}{a+b}$ ナリ。

故ニ除法ノ規則ハ次ノ如ク言ヒ表スコトヲ得。

或式ニテ除スルニハ其ノ逆數ヲ乘ズベシ。

例題

次ノ商ヲ求ム。

$$1. a^2 \div \frac{2a}{b} \quad 2. \frac{2x^2}{3y} \div 4x \quad 3. \frac{xy^2}{z^2} \div \frac{xz}{y}$$

$$4. \frac{3a}{a-3} \div \frac{4a}{2a-1} \quad 5. \frac{x^2-1}{4x^2} \div \frac{x-1}{2x}$$

$$6. \frac{1}{a^2-b^2} \div \frac{1}{(a-b)^2} \quad 7. \frac{a^2-b^2}{c^2-d^2} \div \frac{a-b}{c-d}$$

$$8. \frac{x^2-x}{x-3} \div \frac{x^2-5x}{3-x} \quad 9. \frac{x^2-a^2}{ax} \div \frac{x^2-ax-2a^2}{x^2}$$

$$10. \frac{x^2-4}{2x^2+x} \div \frac{x^2+x-6}{4x^2+4x+1}$$

104. 繁分數式。

例へバ $\frac{b+c}{a} \div \frac{y+z}{x}$ ヲ $\frac{\frac{b+c}{a}}{\frac{y+z}{x}}$ ニテ表シ、

$$\text{又} \left(\frac{1}{a+b} - \frac{1}{c+d} \right) \div \left(\frac{b}{a} + \frac{d}{c} \right) \text{ヲ} \frac{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{c+d}}{\frac{b}{a} + \frac{d}{c}}$$

ニテ表スコトアリ。

斯ノ如ク分母及分子ニ當ル式ノ一方或ハ双方ガ分數式ヲ含ムトキ之ヲ繁分數式ト云フ。

$$\text{例 1.} \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{\frac{a}{b} - \frac{c}{d}} \text{ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) \div \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \right) \\ &= \frac{ad+bc}{bd} \div \frac{ad-bc}{bd} \\ &= \frac{ad+bc}{bd} \times \frac{bd}{ad-bc} = \frac{ad+bc}{ad-bc} \quad \text{答。} \end{aligned}$$

$$\text{或ハ} \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{\frac{a}{b} - \frac{c}{d}} = \frac{\frac{ad+bc}{bd}}{\frac{ad-bc}{bd}} = \frac{\frac{ad+bc}{bd} \times bd}{\frac{ad-bc}{bd} \times bd} = \frac{ad+bc}{ad-bc}$$

$$\text{例 2.} \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}} \text{ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$\begin{aligned} \text{解} \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}} &= \frac{\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)}}{\frac{(a+b)^2 - (a^2+b^2)}{(a+b)^2}} = \frac{4ab}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{4ab}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)^2 - (a^2+b^2)}{(a+b)^2} = \frac{2ab}{(a+b)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \frac{4ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{4ab}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a+b)^2}{2ab} \\ &= \frac{2(a+b)}{a-b} \quad \text{答.} \end{aligned}$$

例 3. $\frac{x}{1 + \frac{x}{1+x + \frac{2x^2}{1-x}}}$ ヲ簡單ニセヨ.

解 原式 $= \frac{x}{1 + \frac{x}{1+x^2}} = \frac{x}{1 + \frac{x(1-x)}{1+x^2}}$

$$= \frac{x}{\frac{1+x}{1+x^2}} = \frac{x(1+x^2)}{1+x} \quad \text{答.}$$

例題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

1. $\frac{\frac{p-q}{q} - \frac{q}{r}}{\frac{p}{q} + \frac{q}{r}}$

2. $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

3. $\frac{1 - \frac{b}{a+b}}{1 - \frac{a}{a-b}}$

4. $\frac{x-1 + \frac{3}{x-5}}{x+1 + \frac{11}{x-5}}$

5. $1 - \frac{x}{1-x + \frac{2x^2}{1+x}}$ 6. $\frac{1}{1 + \frac{x}{1+x + \frac{2x^2}{x-1}}}$

問 題 XVI

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (1-17)

1. $\frac{x}{x-a} - \frac{3a}{x-a} + \frac{2ax}{x^2-a^2}$

2. $\frac{a-b}{b} + \frac{2a}{a-b} - \frac{a^2+ab}{ab-b^2}$

3. $\frac{4x}{y} - \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}$ 4. $\frac{3}{a-x} - \frac{1}{a+x} + \frac{4}{x}$

5. $\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

6. $\frac{2}{(x-1)^2} - \frac{x-1}{x^2-5x+6} + \frac{2}{x-3}$

7. $\frac{1}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+4x+3}$

8. $\frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{2}{x^2-4x+3} - \frac{3}{x^2+5x+4}$

9. $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$

10. $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

11. $\frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \times \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right)$

12. $\left(\frac{x^2}{1-x^4} + \frac{2x^4}{1-x^8}\right) \times \frac{1-x^4}{x^2}$
13. $\left(\frac{x}{yz} - \frac{y}{zx} - \frac{z}{xy} - \frac{2}{x}\right) \times \left(1 - \frac{2z}{x+y+z}\right)$
14. $\frac{x^2-2x+1}{x^2-5x+6} \times \frac{x^2-4x+4}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2-6x+9}{x^2-3x+2}$
15. $\frac{x^2-4x+3}{x^2-8x+15} \times \frac{x^2-6x+5}{x^2-6x+9} \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-10x+25}$
16. $\left(\frac{a}{a+x} + \frac{a-x}{x}\right) \div \left(\frac{x}{a+x} - \frac{a-x}{x}\right)$
17. $\left\{\frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{(a-b)a}{1-ab}}\right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$
18. $x = \frac{ab}{a+b}$ ナルトキ, $\frac{a-2x}{b-2x}$ ノ値ヲ求ム.
19. $x = \frac{3y}{4}$ ナルトキ, $\frac{y}{y+x} + \frac{x}{y-x} + \frac{x^2}{y^2-x^2}$ ノ値ヲ求ム.
20. $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ ナルトキ, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}$ ノ値ヲ求ム.

第八編 一次方程式ノ續キ

第一章 分數方程式

105. 分數方程式.

分母ニ未知數ヲ有スル分數式ヲ含ム方程式ヲ分數方程式ト云フ. 分數方程式ニ對シ, 兩邊ガ未知數ニ關シテ整式ナル方程式ヲ整方程式ト云フ.

例 1. $\frac{2x-1}{5x+3} = 0$ ヲ解ケ.

解 此ノ方程式ノ左邊ガ 0 トナルニハ, 其ノ分子ガ 0 ニシテ且分母ガ 0 トナラザルコトヲ要シ, 且夫ニテヨシ.

$$\text{因テ} \quad 2x-1=0$$

$$\text{之ヨリ} \quad x = \frac{1}{2}$$

又 $x =$ 此ノ値ヲ與フレバ分母ハ 0 トナラズ.

故ニ所要ノ根ハ $\frac{1}{2}$ ナリ. 答 $x = \frac{1}{2}$

例 2. 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$\frac{x+4}{3x-8} = \frac{x+5}{3x-7}$$

解 總テノ項ヲ左邊ニ集メテマトムレバ

$$\frac{(x+4)(3x-7)-(x+5)(3x-8)}{(3x-8)(3x-7)}=0$$

之ヲ簡單ニスレバ $\frac{-2(x-6)}{(3x-8)(3x-7)}=0$

因テ $-2(x-6)=0$

之ヨリ $x=6$

x ノ此ノ値ニ對シテハ分母ハ明ニ0ニアラズ。

故ニ所要ノ根ハ6ナリ。 答 $x=6$

驗. 左邊 $= \frac{6+4}{3 \times 6 - 8} = \frac{10}{10} = 1$

右邊 $= \frac{6+5}{3 \times 6 - 7} = \frac{11}{11} = 1$

實際ニハ次ノ如クシテ解クヲ便利ナリトス。

別解 分母ノ最小公倍數 $(3x-8)(3x-7)$ ヲ兩邊ニ乘ズレバ(分母ヲ拂フト云フ)

$$(x+4)(3x-7)=(x+5)(3x-8)$$

括弧ヲ外シ且移項スレバ

$$-2x = -12$$

之ヨリ $x=6$ 答.

一般ニ、一元分數方程式ヲ解クニハ、分母ノ最小公倍數ヲ兩邊ニ乘ジテ整方程式ヲ作り、然ル後此ノ整方程式ヲ

解クベシ。其ノ根ガ原方程式ニ含マルル分數式ノ分母ヲ零ナラシメザルトキハ是所要ノ根ナリ。又其ノ何レカノ分母ヲ零ナラシムル未知數ノ値ハ原方程式ノ根ニアラズ。

(問) 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\frac{x-2}{x+1}=0, \quad \frac{4}{x-2}=1, \quad \frac{2x}{x+1}=\frac{2x-4}{x-2}$$

例3. $\frac{x-8}{x-10} + \frac{x-4}{x-6} = \frac{x-5}{x-7} + \frac{x-7}{x-9}$ ヲ解ケ。

解 分母ノ最小公倍數ヲ兩邊ニ乘ズルヨリモ次ノ如クスル方却テ簡便ナリ。

先ヅ各項ヨリ1ヲ減ズ(即チ兩邊ヨリ2ヲ減ズルコトナル)レバ

$$\frac{2}{x-10} + \frac{2}{x-6} = \frac{2}{x-7} + \frac{2}{x-9}$$

兩邊ヲ2ニテ除シ、且移項スレバ

$$\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-6}$$

即チ $\frac{3}{(x-10)(x-7)} = \frac{3}{(x-9)(x-6)}$

兩邊ニ於テ分子ガ相等シキ故、分母モ亦相等シカラザルベカラズ。

$$\therefore (x-10)(x-7) = (x-9)(x-6)$$

即チ $x^2 - 17x + 70 = x^2 - 15x + 54$

移項スレバ $16 = 2x$

之ヨリ $x = 8$ 答.

驗. 左邊 = $\frac{8-8}{8-10} + \frac{8-4}{8-6} = 0 + \frac{4}{2} = 2$

右邊 = $\frac{8-5}{8-7} + \frac{8-7}{8-9} = 3 - 1 = 2$

(問) $\frac{x}{x-1} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{x-1}{x-2} + \frac{x-5}{x-6}$ ヲ解ケ.

例題

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $\frac{x-3}{x+3} = 0$

2. $\frac{x-1}{x+1} = 2$

3. $\frac{2x-6}{x-2} = 0$

4. $\frac{5}{x-3} = \frac{7}{x+3}$

5. $\frac{2x+1}{3x-2} = 3$

6. $\frac{10}{x} = \frac{11}{x+15}$

7. $\frac{x-4}{2x+5} = \frac{3x+1}{6x+5}$

8. $\frac{x-4}{x-1} + \frac{2x}{x-3} = 3$

9. $\frac{2(x+2)}{3x-8} = \frac{2x+5}{3x-7}$

10. $\frac{5x-7}{x+1} = \frac{15x-11}{3x+1}$

11. $\frac{3-4x}{6} - \frac{5-8x}{12} = \frac{1-x}{1+x}$

12. $\frac{3}{x+3} - \frac{4}{2x-4} = \frac{1}{x-1}$

13. $\frac{6x}{x-7} - \frac{x}{x-6} = 5$

14. $\frac{8}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$

15. $\frac{x}{x-2} + \frac{x-9}{x-7} = \frac{x-8}{x-6} + \frac{x+1}{x-1}$

16. $\frac{x+1}{x} + \frac{x-4}{x-5} = \frac{x-3}{x-4} + \frac{x}{x-1}$

106. 聯立分數方程式.

例. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\frac{1}{3x+2} = \frac{1}{5y+4}, \quad \frac{1}{2x-3} = \frac{2}{7y-6}$$

解 先ツ分母ヲ拂ヒテ之ヲ整頓スレバ

$$\begin{cases} 3x-5y=2 \\ 4x-7y=0 \end{cases}$$

之ヲ解ケバ $x=1\frac{1}{2}, y=8$ 答.

驗. (學生諸子ニ委ス)

三元以上ノ場合モ亦之ト同様ナリ.

例題

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

1. $\begin{cases} x+y=3 \\ \frac{1}{x} = \frac{2}{y+3} \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x=3y \\ \frac{4}{x+8} = \frac{3}{y+8} \end{cases}$

3. $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 9 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x-4y=7 \\ \frac{2x}{5y} + \frac{11}{10} = \frac{8x-5y}{5y} \end{cases}$

$$5. \begin{cases} \frac{x-3}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{x}{y-2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x-2y=1 \\ \frac{x+1}{y+1} - \frac{x-3}{y} = \frac{2}{y} \end{cases}$$

$2y-x = -2-3$

107. 應用問題.

例 1. 上中下ノ鶏卵アリ, 上ハ 1 圓ニツキ中ヨリモ 4 個少ナク, 下ハ 3 圓ニツキ中ヨリモ 20 個多ク買ヒ得ベシ, 而シテ中 1 個ノ價ハ上下各 1 個ノ價ノ平均額ニ等シト云フ. 仍テ問フ中ハ 1 圓ニツキ幾個ヲ買ヒ得ベキカ.

解 1 圓ニテ買ヒ得ベキ中卵ノ數ヲ x トスベシ. 然ルトキハ上卵 1 個ノ價ハ $\frac{1}{x-4}$ 圓, 下卵 1 個ノ價ハ $\frac{3}{3x+20}$ 圓, 中卵 1 個ノ價ハ $\frac{1}{x}$ 圓ナルベシ.

因テ題意ニヨリ次ノ方程式ヲ得.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-4} + \frac{3}{3x+20} \right) = \frac{1}{x}$$

分母ヲ拂ヘバ

$$x(3x+20) + 3x(x-4) = 2(x-4)(3x+20)$$

括弧ヲ外ヒバ

$$3x^2 + 20x + 3x^2 - 12x = 6x^2 + 16x - 160$$

移項スレバ

$$-8x = -160$$

之ヨリ

$$x = 20$$

答 20 個

例 2. 或人或河流ヲ 20 里ダケ上下スルニ 18 時間ヲ要シタリ, 而シテ此ノ河流ヲ 1 里上ルニ要スル時間ハ其ヲ 2 里下ルニ要スル時間ニ等シト云フ. 上リ及下リノ速サ毎時何程ナルカ.

解 上リノ速サヲ毎時 x 里, 下リノ速サヲ毎時 y 里トスベシ. 然ルトキハ 20 里ヲ上ルニ要スル時間ハ $\frac{20}{x}$ 時間ニシテ之ヲ下ルニ要スル時間ハ $\frac{20}{y}$ 時間ナルベシ. 因テ題意ニヨリ

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{y} = 18$$

又 1 里ヲ上ルニ要スル時間ト 2 里ヲ下ルニ要スル時間ト相等シキ故

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$$

倍茲ニ得タル二ツノ方程式ヨリ成レル聯立方程式ヲ解ケバ

$$x = 1\frac{2}{3}, \quad y = 3\frac{1}{3}$$

答 上リ毎時 $1\frac{2}{3}$ 里, 下リ毎時 $3\frac{1}{3}$ 里

問題 XVII

1. 静水ニテハ毎時 2 里ノ速サニテ進ミ得ル水夫或河流ヲ上下スルニ, 3 里上ルニ要スル時間

ハ 5 里下ルニ要スル時間ニ等シト云フ。此ノ河流ノ速ヲ求ム。

2. 鶏卵ヲ 3 圓ダケ買フニ、若 10 個ニツキ 10 錢宛安價ナラバ 2 圓 50 錢ニテ同數ヲ買ヒ得ベシト云フ。鶏卵 10 個ノ價ヲ求ム。

3. 分數アリ、其ノ分子ヨリ 3 ヲ減ズレバ $\frac{1}{2}$ ニ等シク、其ノ分母ニ 9 ヲ加フレバ $\frac{3}{7}$ ニ等シクナルト云フ。其ノ分數ヲ求ム。

4. 或分數ノ分子ニ 5 ヲ加ヘ分母ヨリ 4 ヲ減ジテ得ル分數ハ其ノ分子ノ 2 倍ニ 3 ヲ加ヘ分母ノ 2 倍ヨリ 11 ヲ減ジテ得ル分數ニ等シク、又其ノ分數ノ分母ヨリ 3 ヲ減ジタルモノハ $\frac{1}{2}$ ニ等シト云フ。其ノ分數ヲ求ム。

△ 5. 分數アリ、分母ハ分子ヨリモ 4 ダケ大ナリ、而シテ其ノ分子及分母ノ各ヨリ 5 ヲ減ジタル分數ノ逆數ト原ノ分數ノ 4 倍トノ和ハ 5 ニ等シト云フ。原ノ分數ヲ求ム。
 $\frac{x+4-x}{x-5} + (\frac{x}{x+4}) \cdot 4 = 5$

6. 上下二種ノ白米アリ、10 圓 50 錢ニテハ下ハ上ヨリモ 5 升多ク買ヒ得ベク、且 3 圓 50 錢ニテ上米ヲ買ヒ、3 圓ニテ下米ヲ買フトキハ其ノ分量相

等シカルベシト云フ。上下兩米各 1 升ノ價如何。

7. 甲ノ速サハ乙ヨリモ毎分 15 間大ナリ、今周圍 300 間ノ競走場ヲ甲ガ 11 回廻ル間ニ乙ハ 10 回廻ルベシト云フ。甲乙ノ速サ各毎分幾間ナルカ。

8. 上中下三種ノ砂糖アリ、上 3 斤ノ價ハ下 4 斤ノ價ニ等シ、且金 33 圓ヲ以テハ中ハ上ヨリモ 10 斤多ク買ヒ得ベク、又之ノ 3 倍ノ金高ニテハ下ハ中ヨリモ 80 斤多ク買ヒ得ベシト云フ。仍テ此ノ金高ニテハ幾斤ノ上砂糖ヲ買ヒ得ルカ。

9. 或水夫 16 哩ノ河流ヲ上下スルニ 10 時間ヲ要ス、而シテ 5 時間漕ギ上ル行程ハ 3 時間漕ギ下ル行程ニ等シト云フ。此ノ河流ヲ漕ギ上ル時間及漕ギ下ル時間各幾許ナルカ。又靜水ヲ漕グトキノ速サ及水流ノ速サ各何程ナルカ。

10. 二輪自轉車アリ、120 米ノ距離ヲ行ク間ニ前輪ハ後輪ヨリモ 12 回多ク廻轉ス、又若前輪ノ周圍ノ長サヲ其ノ 4 分ノ 1 ダケ増シ、後輪ノ周圍ノ長サヲ其ノ 5 分ノ 1 ダケ増ストキハ同距離ヲ行ク間ニ前輪ハ後輪ヨリモ 8 回多ク廻轉スベシト云フ。前輪及後輪ノ周圍ノ長サヲ求ム。

第二章 文字ヲ含ム方程式

108. 一元一次方程式.

一元一次方程式ハ之ヲ整頓スレバ

ax+b=0(1)

ナル形ニ導カルルコトハ既ニ學ビタル所ナリ. 但茲ニxハ未知數, a及bハ既知數ナリ.

斯ノ如ク既知數ニ文字ヲ含ム方程式ヲ解クコトハ此ノ方程式ニ適合スル未知數xノ値ヲ其ノ文字ヲ含ム式ニテ表スコトナリ.

先ヅ移項スレバ ax=-b

倍上ノ方程式ガ一次方程式ナルトキハa≠0ナルベキニヨリ此ノ方程式ノ兩邊ヲaニテ除スレバ

x = -b/a

是一元一次方程式(1)ノ根ノ公式ナリ.

例1. a(x-a^2)=b(x-b^2)ヲ解ケ.

解 先ヅ括弧ヲ外セバ

ax-a^3=bx-b^3

移項スレバ ax-bx=a^3-b^3

即チ (a-b)x=a^3-b^3

倍 a-b≠0 即チ a≠b ナリトシテ兩邊ヲ a-b ニテ除スレバ

x=a^2+ab+b^2 答.

驗. 左邊=a{(a^2+ab+b^2)-a^2}=a(ab+b^2)=a^2b+ab^2

右邊=b{(a^2+ab+b^2)-b^2}=b(a^2+ab)=a^2b+ab^2

(問) 次ノ方程式ヲ解ケ.

(1) a(x-a)=b(x-b) (2) 2(x-a)=x+2a

例2. (a-b)x-a = (a-b)x-b/a ヲ解ケ.

解 分母ガ0ナルコトハ意味ナキコトナリ,故ニ此ノ例ニテハa,bハ何レモ0ナラズトスベシ.

先ヅ分母ノ最小公倍數ヲ兩邊ニ乗ズレバ

a(a-b)x-a^2=b(a-b)x-b^2

括弧ヲ外シ且移項スレバ

a^2x-2abx+b^2x=a^2-b^2

即チ (a^2-2ab+b^2)x=a^2-b^2, 或ハ (a-b)^2x=a^2-b^2

倍 (a-b)^2≠0 即チ a≠b ナリトシテ兩邊ヲ (a-b)^2 ニテ除スレバ

x = (a^2-b^2)/(a-b)^2 = (a+b)/(a-b) 答.

驗. 左邊 = $\frac{(a-b)\frac{a+b}{a-b}-a}{b} = \frac{a+b-a}{b} = \frac{b}{b} = 1$

右邊 = $\frac{(a-b)\frac{a+b}{a-b}-b}{a} = \frac{a+b-b}{a} = \frac{a}{a} = 1$

注意. 解法ヲ施ス途中ニ於テ適宜移項シテ最後ニ x ノ係數ニテ兩邊ヲ除シタリ. サレド 0 ニテ割ルハ意味ナキコトナレバ上ノ結果ハ最後ノ x ノ係數ガ 0 = アラザルトキニ限リ正當ナリ.

(問) $\frac{a^2-x}{b} = \frac{b^2-x}{a}$ ヲ解ケ.

例 3. $\frac{x+a}{x-b} + \frac{x+b}{x-a} = 2$ ヲ解ケ.

解 此ノ方程式ヲ書キ直セバ

$$\frac{x+a}{x-b} - 1 + \frac{x+b}{x-a} - 1 = 0$$

即チ $\frac{a+b}{x-b} + \frac{a+b}{x-a} = 0$

$a+b \neq 0$ ト假定シテ兩邊ヲ $a+b$ ニテ除スレバ

$$\frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-a} = 0$$

即チ $\frac{2x-a-b}{(x-a)(x-b)} = 0$

因テ $2x-a-b=0$

之ヨリ $x = \frac{a+b}{2}$ 答.

(問) $\frac{a}{x-a} = \frac{b}{x-b}$ ヲ解ケ.

$$x^2 - 2ax - 2bx + a^2 + 2ab + b^2$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ.

1. $2(x-3a) = 5(x-2a)$ 2. $a(x-b) = b(x-a)$

3. $\frac{a(a-x)}{t} - \frac{b(b+x)}{a} = x$

4. $(x+a)^2 - (x-a)^2 = 2a^2b^2$

5. $(x-a)(x+b) = (x-a-b)^2$

4.6. $\frac{x+a}{a+b} - \frac{x-a}{a-b} = \frac{2ax}{a^2-b^2}$

7. $\frac{x-a}{x+b} + \frac{x-b}{x+a} = 2$ 8. $\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-b}{x+b} = \frac{2(a+b)}{x}$

109. 公式ノ轉換.

例ヘバ利息算ニ於テ元金ヲ表ス數ヲ P , 利率ヲ r , 期間ヲ表ス數ヲ t トスレバ利息ヲ表ス數 I ハ次ノ公式ニテ表サル.

$$I = Prt \dots \dots \dots (1)$$

今若利息, 利率, 期間ヲ知リテ元金ヲ求メントスルニハ, 此ノ公式(1)ニ於テ I, r, t ヲ既知數, P ヲ未知數ト考ヘテ之ヲ解ケバ可ナリ. 即チ

$$P = \frac{I}{rt} \dots \dots \dots (2)$$

同様ニシテ利率或ハ期間ヲ求ムル公式ヲモ得

ラルベシ。即チ

$$r = \frac{I}{Pt} \dots \dots \dots (3)$$

$$t = \frac{I}{Pr} \dots \dots \dots (4)$$

倍 (2), (3), (4) ハ (1) トハ別種ノ公式ニハ非ズシテ、利息算ノ基本ノ公式(1)ヲ特ニ求メントスルモノヲ目當トシテ便利ナル形ニ書キ更ヘタルニ過ギズ。斯ノ如クスルコトヲ公式ノ轉換ト云フ。

例 題

1. 元高ヲA, 歩合高ヲB, 歩合ヲrトシテ歩合算ノ公式ヲ作り、之ヲ轉換セヨ。 *元-歩合高 = D*
2. 上ノ問題ニ於テ合計高ヲS, 殘高ヲDトシテ之ヲ表ス公式ヲ作り、且之ヲ轉換セヨ。
3. 單利法ニ於テ元利合計ヲ表ス數ヲSトシテ之ヲ計算スル公式ヲ作レ。
又利率年5歩ニテ6年間ニ元利合計7800圓トナルベキ元金ヲ計算セヨ。
4. 直方體ノ縦、横、高サ及體積ヲ表ス數ヲ夫夫a, b, c, vトスレバ $v = abc$ ナリ。此ノ公式ヲ轉換セヨ。又縦横共ニ20糎ニシテ4立入りノ水槽ヲ作

ラントス、深サ幾糎トスベキカ。

5. 直圓壺ノ高サ、底面ノ半徑及其ノ體積ヲ表ス數ヲ夫夫 h, a, v トスレバ次ノ公式成立ス。

$$v = \pi r^2 h$$

但 π ハ圓周率 3.1416 ヲ表ス。之ヨリ高サヲ計算スル公式ヲ作レ。

110. 聯立二元一次方程式.

聯立二元一次方程式ハ之ヲ整頓スレバ次ノ如キ一般ナル形トナスコトヲ得ベシ。即チ

$$ax + by = c \dots \dots \dots (1)$$

$$a'x + b'y = c' \dots \dots \dots (2)$$

之ヲ解クニハ、先ヅ y ヲ消去セシガ爲ニ(1)ノ兩邊ニ b' ヲ乘ジ、(2)ノ兩邊ニ b ヲ乘ジテ邊邊相減ズレバ

$$(ab' - a'b)x = cb' - c'b$$

故ニ $ab' - a'b \neq 0$ ナルトキハ

$$x = \frac{cb' - c'b}{ab' - a'b} \dots \dots \dots (3)$$

又 x ヲ消去セシガ爲ニ(1)ノ兩邊ニ a' ヲ乘ジ、(2)ノ兩邊ニ a ヲ乘ジテ邊邊相減ズレバ

$$(ab' - a'b)y = ac' - a'c$$

故ニ $ab' - a'b \neq 0$ ナルトキハ

$$y = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b} \dots \dots \dots (4)$$

諸茲ニ得タル(3),(4)ノ値ヲ(1),(2)ニ代入スレバ之ヲ満足スルコト容易ニ知ラルベシ。故ニ(3),(4)ノ値ガ所要ノ根ナリ。

茲ニ注意スベキハ此ノ解法ハ $ab' - a'b \neq 0$ ナルトキニ限り正當ナルコトナリ。

因テ一般ニ聯立二元一次方程式(1),(2)ノ根ハ $ab' - a'b \neq 0$ ナルトキ

$$x = \frac{cb' - c'b}{ab' - a'b}, \quad y = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}$$

ニテ表スコトヲ得。之ヲ聯立二元一次方程式(1),(2)ノ根ノ公式ト云フ。

例 1. $\begin{cases} 2bx - ay = ab \\ bx + 2ay = 3ab \end{cases}$ ヲ解ケ。但 $ab \neq 0$ トス。

解 第一式ノ兩邊ヲ2倍シテ第二式ト邊邊相加フレバ

$$5bx = 5ab, \quad \therefore x = a$$

此ノ値ヲ第一式ニ代入スレバ $y = b$ ヲ得。

答 $x = a, y = b$

今若根ノ公式ヲ應用スレバ

分 母 $= 2b \times 2a - (-a) \times b = 4ab + ab = 5ab$

x ノ分子 $= ab \times 2a - (-a) \times 3ab = 2a^2b + 3a^2b = 5a^2b$

y ノ分子 $= 2b \times 3ab - b \times ab = 6ab^2 - ab^2 = 5ab^2$

$$\therefore x = \frac{5a^2b}{5ab} = a, \quad y = \frac{5ab^2}{5ab} = b$$

注意. 聯立方程式ノ解法ニ於テハ公式ヲ應用セザル方却テ解法ノ簡單ナル場合多シ。例1ノ如キハ其ノ一例ナリ。

(問) $\begin{cases} ax + by = 2ab \\ bx - ay = b^2 - a^2 \end{cases}$ ヲ解ケ

例 2. $\begin{cases} \frac{x-1}{b} = \frac{1-y}{a} \\ \frac{x+y}{a^2+b^2} = \frac{x-y}{b^2-a^2} \end{cases}$ ヲ解ケ。

解 兩式ノ分母ヲ拂ヒテ整頓スレバ

$$ax + by = a + b \dots \dots \dots (1)$$

$$a^2x - b^2y = 0 \dots \dots \dots (2)$$

今公式ヲ應用スレバ

$$x = \frac{-b^2(a+b)}{-ab^2 - a^2b} = \frac{-b^2(a+b)}{-ab(b+a)} = \frac{b}{a}$$

此ノ x ノ値ヲ(2)ニ代入シテ計算スレバ $y = \frac{a}{b}$

ヲ得.

答 $x = \frac{b}{a}, y = \frac{a}{b}$

驗. (學生諸子 = 委ス)

例 題

次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

1.
$$\begin{cases} ax+by=0 \\ bx-ay=a^2+b^2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x+ay+a^2=0 \\ x+by+b^2=0 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c \\ \frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 0 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = \frac{2}{ab} \\ ab(x+y) = a+b \end{cases}$$

5.
$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{b}{x} + \frac{a}{y} = c$$

6.
$$\begin{cases} x+y=2a - x(a-b) \\ \frac{a+b}{x} = \frac{a-y}{y} \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} \frac{x}{b+c} + \frac{y}{a+c} = 2 \\ \frac{a-b}{ax-by} = \frac{1}{c} \end{cases}$$

問題 XVIII

次ノ方程式ヲ解ケ.

1.
$$\frac{x}{x-1} = 2 - \frac{3}{x-1}$$

2.
$$\frac{x+2}{x} - \frac{x}{x-2} = \frac{4}{x}$$

3.
$$\frac{1}{3x+9} + \frac{2}{5x+1} = \frac{2}{x+3}$$

4.
$$\frac{2x-5}{5} + \frac{x-3}{2x-5} = \frac{4x-14}{10}$$

5.
$$\frac{x+2}{x} + \frac{x-7}{x-5} = \frac{x+3}{x+1} + \frac{x-6}{x-4}$$

6.
$$\frac{x^3+a^3}{x+a} + \frac{x^3-b^3}{x-b} = 2(x^2+ab)$$

7.
$$\frac{a}{x-b} + \frac{b}{x-a} = \frac{2ab}{(x-a)(x-b)}$$

8.
$$\begin{cases} 4x+y=11 \\ \frac{y}{5x} = \frac{7x-y}{3x} - \frac{23}{15} \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} x-y=1 \\ \frac{x+1}{y-1} - \frac{x-1}{y} = \frac{6}{y} \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} \frac{a}{b+y} = \frac{b}{3a+x} \\ ax+2by=a^2 \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} \frac{a}{x} - \frac{b}{y} + 1 = 0 \\ \frac{b^2}{x} + \frac{a^2}{y} = a-b \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} x+y=c \\ x+z=b \\ y+z=a \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \\ \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2 \\ \frac{z}{c} + \frac{x}{a} = 2 \end{cases}$$

14.
$$\frac{1}{x+y} = m, \frac{1}{z+x} = n, \frac{1}{y+z} = l$$

15. 上中下ノ蜜柑アリ, 上ハ1圓ニツキ中ヨリモ8個少ナク, 下ハ3圓ニツキ中ヨリモ40個多ク買ヒ得ベク, 且中1個ノ價ハ上下各1個ノ價ノ平均ニ當ルト云フ. 中ハ1圓ニツキ幾個買ヒ得ベキカ.

16. 汽車アリ, 1時間進行セシ後汽罐ニ損處ヲ

生シタルタメ24分間停車シ、其ノ後ハ前ノ $\frac{6}{5}$ ノ速サニテ進ミシニ定刻ヨリハ15分遅レテ目的地ニ到着セリ、若汽罐ノ破損ガ尙5哩進ミタル處ニテ起リシナラバ尙2分遅レテ到着スベカリシト云フ。汽車ノ初メノ速サ及進行セシ距離ヲ求ム。

17. 長サ92呎ノ列車ト84呎ノ列車トガ夫夫一定ノ速サヲ以テ並行セル線路上ニテ進行セルアリ、二列車ノ方向相反スルトキハ出會フテヨリ相離ルル迄ニ1秒半ヲ費スベク、其ノ方向同一ナルトキハ速キ列車ガ遅キ方ニ追及シテヨリ全ク之ヲ追ヒ越ス迄ニ6秒ヲ要スベシト云フ。二列車ノ速サ各毎時幾哩ナルカ。但1哩ハ5280呎ナリ。

18. 甲乙二數アリ、甲ヲ乙ニテ割レバ商7ト剩餘4ヲ得、又甲ノ3倍ヲ乙ノ2倍ニテ割レバ商11ト剩餘4トヲ得ベシト云フ。甲乙二數ヲ求ム。

復習雜問題 [5]

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(1-5)

$$1. \frac{x-a}{x+a} + \frac{a^2+3ax}{a^2-x^2} + \frac{x+a}{x-a}$$

$$2. \frac{x^2-x-20}{x^2-25} \times \frac{x^2-x-2}{x^2+2x-8} \div \frac{x^2-4}{x^2+5x}$$

$$3. \frac{\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^2 + \left(\frac{x-a}{x+a}\right)^2 - 2}{\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^2 - \left(\frac{x-a}{x+a}\right)^2}$$

$$4. \frac{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}} \times \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}$$

$$5. \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} + \frac{a}{abc+a+c}$$

6. $a+b+c=0$ ナルトキ次ノ等式ヲ證明セヨ。

$$a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + 3 = 0$$

7. $y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x} = 1$ ナルトキハ $xyz+1=0$ ナルコトヲ

證明セヨ。

$$8. x = \frac{b-c}{a}, y = \frac{c-a}{b}, z = \frac{a-b}{c} \text{ ナルトキハ}$$

$$xyz+x+y+z=0$$

ナルコトヲ證明セヨ。

次ノ方程式ヲ解ケ。(9-17)

$$9. \frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ca} + \frac{x-c}{ab} = 0$$

$$10. \frac{a-x}{a} + \frac{b-x}{b} + \frac{c-x}{c} = 3 \quad 11. \frac{a}{x-a} - \frac{b}{x-b} = \frac{a-b}{x}$$

$$12. \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{b}{x} + \frac{a}{y} = 1$$

$$13. \frac{2}{x+2} + \frac{3}{y+3} = \frac{3}{x+2} + \frac{2}{y+3} = 1$$

$$14. \frac{x-1}{a} = \frac{1-y}{b}, \quad \frac{x+y}{a^2+b^2} = \frac{x-y}{a^2-b^2}$$

$$15. (a+b)x + (a-b)y = a^2 + b^2, \quad (a-b)x + (a+b)y = a^2 - b^2$$

$$16. a(x+y) - b(x-y) = a^2 - b^2, \quad a(x-y) + b(x+y) = 2ab$$

$$17. \frac{y+z-x}{b+c} = \frac{z+x-y}{c+a} = \frac{x+y-z}{a+b} = 1$$

18. 今年父ハ a 歳ニシテ子ハ b 歳ナリ、父ノ年齢ガ子ノ年齢ノ n 倍トナルハ何時ナルカ。

19. 甲乙二人同方向ニ進行スルアリ、今甲ハ乙ニ先ツコト a 哩ニシテ其ノ速サ甲ハ毎時 b 哩、乙ハ毎時 c 哩ナリ。此ノ二人ガ一所ニナルハ何時ナルカ。

20. 長サ a ナル直線ヲ二ツノ部分ニ分チ、其ノ各部分ヲ一辺トスル正方形ノ面積ノ差ヲシテ一辺ガ b ナル正方形ノ面積ニ等シカラシメントス。各部分ノ長サヲ求ム。

21. 與ヘラレタル有限直線 AB 上或ハ其ノ延長上ニ一ノ點 C ヲ取リ $\frac{AC}{BC} = \frac{m}{n}$ ナラシメントス。點 C ノ位置ヲ求ム。

22. 矩形ノ地面アリ、間口ヲ a 間延バシ奥行ヲ b 間縮ムレバ面積ハ m 坪増シ、又間口ヲ b 間縮メ奥行ヲ a 間延バセバ面積ハ n 坪減ズベシト云フ。此ノ地面ノ間口奥行各幾許ナルカ。

第九編 開 法

第一章 冪 及 根

111. 冪ノ計算.

冪ヲ求ムルコトハ乘法ノ格段ナル場合ニ外ナラズ。從テ次ニ掲グル法則ノ多クハ既ニ知レルモノナリ。

(1) 同ジ數ノ數多ノ冪ノ積ハ各冪ノ指數ノ和ヲ指數トスル同ジ數ノ冪ニ等シ。
(第53節參照)

$$\text{即チ} \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\text{一般ニ} \quad a^m \times a^n \times a^p \times \dots = a^{m+n+p+\dots}$$

(2) 或數ノ冪ノ冪ハ二ツノ指數ノ積ヲ指數トスル同ジ數ノ冪ニ等シ。

$$\text{例ヘバ} \quad (a^m)^2 = a^m \times a^m = a^{m+m} = a^{2m}$$

$$(a^m)^3 = a^m \times a^m \times a^m = a^{m+m+m} = a^{3m}$$

$$\text{從テ一般ニ} \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

注意。故ニ明ニ $(a^m)^n = (a^n)^m$ ナリ

(3) 數多ノ數ノ積ノ冪ハ其ノ各數ノ同ジ次數ノ冪ノ積ニ等シ。

例へバ $(ab)^2 = ab \times ab = aabb = a^2b^2$

$$(ab)^3 = ab \times ab \times ab = aaabbb = a^3b^3$$

一般ニ $(ab)^m = a^m b^m$

同様ニ $(abc\dots)^m = a^m b^m c^m \dots$

(4) 或數ノ二ツノ冪ニ於テ、高次ノ冪ヲ低次ノ冪ニテ除シタル商ハ兩指數ノ差ヲ指數トスル同ジ數ノ冪ニ等シク、又低次ノ冪ヲ高次ノ冪ニテ除シタル商ハ兩指數ノ差ヲ指數トスル同ジ數ノ冪ノ逆數ニ等シ。(第56節參照)

即チ $m > n$ ナルトキハ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$m < n$ ナルトキハ $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$

注意. $m = n$ ナルトキハ $a^m \div a^n = 1$ ナリ。

(5) 分數ノ冪ハ分子、分母ノ同ジ次數ノ冪ヲ夫々分子、分母トスル分數ニ

等シ。

例へバ $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{aa}{bb} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{aaa}{bbb} = \frac{a^3}{b^3}$$

一般ニ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

注意. 以上ノ法則ノ中(1),(2),(3)ヲ指數ノ定則ト云フ。

尙正數及負數ノ冪ノ符號ニツキテハ第53節ノ注意ヲ見ルベシ。

例 1. $(-3a^4b^2c)^3 = (-3)^3 a^{4 \times 3} b^{2 \times 3} c^3 = -27a^{12}b^6c^3$

例 2. $\left(\frac{4a^2b^3}{3xy^2}\right)^3 = \frac{(4a^2b^3)^3}{(3xy^2)^3} = \frac{64a^6b^9}{27x^3y^6}$

例 題

次ノ冪ヲ計算セヨ。

1. $(a^2x^2y^4)^2$ 2. $(-3a^2b^3c)^3$ 3. $(-2x^3y^2)^4$

4. $(a^4x^2y)^5$ 5. $(-4abx^3)^5$ 6. $(-a^5x^3y^5)^3$

7. $\left(\frac{a^2b^3}{cd}\right)^3$ 8. $\left(-3\frac{a^4y}{a^3b^2}\right)^5$ 9. $\left(-\frac{a^2xy}{ab^3c}\right)^4$

112. 多項式ノ冪。

先ヅ平方ノ公式ノ二三ヲ示セバ

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

一般ニ、多項式ノ平方ヲ作ルニハ、先ツ各項ノ平方ヲ作り、次ニ各項ト其ノ項ヨリ後ニアル各項トノ積ノ二倍ヲ作りテ之ヲ總テ相加フベシ。

諸多項式ノ冪ニ於テ乘法ヲ實行シタル結果ヲ見出スコトヲ展開スルト云フ。

例 1. $(x^2 - x - 2)^2$ ヲ展開セヨ。

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= (x^2)^2 + (-x)^2 + (-2)^2 + 2(x^2)(-x) \\ &\quad + 2(x^2)(-2) + 2(-x)(-2) \\ &= x^4 + x^2 + 4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x \\ &= x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 \quad \text{答.} \end{aligned}$$

尙二項式ノ冪ノ公式ノ二三ヲ示セバ

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

例 2. $(2x-3y)^3$ ヲ展開セヨ。

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= (2x)^3 + 3(2x)^2(-3y) + 3(2x)(-3y)^2 + (-3y)^3 \\ &= 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3 \quad \text{答.} \end{aligned}$$

例 題

次ノ式ヲ展開セヨ。

- | | | |
|------------------|-------------------|--------------|
| 1. $(2-3x^2)^2$ | 2. $(ax-by)^3$ | 3. $(a-b)^4$ |
| 4. $(1+x)^4$ | 5. $(1-x+x^2)^2$ | 6. $(x-1)^5$ |
| 7. $(a+b-c-d)^2$ | 8. $(x^2-3x+2)^2$ | |

113. 根.

或數 b ノ n 乗ガ他ノ數 a ニ等シキトキハ b ヲ a ノ n 乗根又ハ第 n 冪根ト云フ。

a ノ n 乗根ヲ示スニ $\sqrt[n]{a}$ ナル記號ヲ用フ。

故ニ $b^n = a$ ナルトキハ $b = \sqrt[n]{a}$ ナリ。

例ヘバ $3^2 = 9$, 故ニ $3 = \sqrt{9}$ ナリ。

又 $5^3 = 125$, 故ニ $5 = \sqrt[3]{125}$ ナリ。

$\sqrt[n]{a}$ ニ於テ n ヲ根指數ト云フ。

二乗根ヲ自乗根又ハ平方根トモ云ヒ、三乗根ヲ立方根トモ云フ。又或數ノ一乗根トハ其ノ數夫自身ノコトナリ。

又平方根ヲ表ストキニ限リ根指數ヲ省略ス。

即チ a ノ平方根ヲ表スニ \sqrt{a} ヲ以テス。

偕上ノ定義ニヨリ

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad \text{又} \quad (\sqrt[n]{a})^n = a$$

即チ或數ノ冪根ヲ求ムルコトハ冪ヲ求ムルコトノ逆算ナリ。因テ冪根ニ關スル法則ハ冪ニ關スル法則ヨリ容易ニ知ルコトヲ得ベシ。

(1) m ガ n ノ倍數ナルトキハ、或數ノ m 乗ノ第 n 冪根ハ其ノ數ノ $\frac{m}{n}$ 乗ニ等シ。

即チ
$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

例ヘバ $\sqrt[3]{a^6} = a^{\frac{6}{3}} = a^2$, 又 $\sqrt[2]{a^8} = a^{\frac{8}{2}} = a^4$

(2) 或數ノ第 m 冪根ノ第 n 冪根ハ其ノ數ノ第 mn 冪根ニ等シ。

即チ
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

注意。故ニ明ニ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ ナリ。

例ヘバ $\sqrt[2]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[6]{a} = \sqrt[3 \times 2]{a} = \sqrt[6]{a}$

(3) 數多ノ數ノ積ノ第 m 冪根ハ其ノ各數ノ第 m 冪根ノ積ニ等シ。

即チ
$$\sqrt[m]{abc \dots} = \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b} \sqrt[m]{c} \dots$$

例ヘバ $\sqrt{9 \times 4} = \sqrt{9} \times \sqrt{4}$ (兩邊共ニ 6 ナリ)

又
$$\sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b} \sqrt[3]{c}$$

注意。上ノ公式ニ於テ a, b, c 等ノ因數ノ數ヲ n トシ、此等ノ因數ヲ相等シト置ケバ

$$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$$

トナル。

(4) 分數ノ第 m 冪根ハ分子、分母ノ第 m 冪根ヲ夫夫分子、分母トスル分數ニ等シ。

即チ
$$\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$$

例ヘバ $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$, 又 $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

114. 冪根ノ正負。

正數ノ偶數乗根ニハ正ト負トノ二ツアリ。但其ノ絶對値ハ相等シ。

例ヘバ $(+a)^2 = +a^2$, $(-a)^2 = +a^2$

故ニ $+a^2$ ノ平方根ハ $+a$ ト $-a$ トノ二ツナリ。

一般 = n ヲ偶數トスレバ

$$(+a)^n = +a^n, \quad (-a)^n = +a^n$$

故 = $+a^n$ ノ第 n 冪根ハ $+a$ ト $-a$ トナリ。

又負數ノ偶數乘根ハ存在セズ。

何トナレバ正數モ負數モ其ノ偶數次ノ冪ハ皆正數トナリ決シテ負數トナルコトナキガ故ナリ。

例ヘバ $\sqrt{-25}$ ハ意味ヲ有セズ。

正數ノ奇數乘根ハ唯一ツアリテ正數ナリ、負數ノ奇數乘根モ唯一ツアリテ負數ナリ。

例ヘバ $(+a)^3 = +a^3, \quad (-a)^3 = -a^3$

故 = $\sqrt[3]{+a^3} = +a, \quad \sqrt[3]{-a^3} = -a$

一般 = n ヲ奇數トスレバ

$$(+a)^n = +a^n, \quad (-a)^n = -a^n$$

故 = $\sqrt[n]{+a^n} = +a, \quad \sqrt[n]{-a^n} = -a$

例ヘバ $\sqrt[3]{8} = 2, \quad \sqrt[3]{-8} = -2$

注意。本書ニ於テハ別段ノ斷ナキトキハ a ガ正數ニシテ n ガ偶數ナルトキ $\sqrt[n]{a}$ ハ a ノ n 乘根ノ正ナル方ヲ表スモノトス。從テ其ノ負ナル方

ハ $-\sqrt[n]{a}$ ニテ表サル。例ヘバ 4 ノ平方根ノ正ナル方ハ $\sqrt{4}$ 、負ナル方ハ $-\sqrt{4}$ ニテ表サル。

115. 單項式ノ開法。

冪根ヲ求ムル方法ヲ開法ト云フ。而シテ平方根、立方根ヲ求ムル方法ヲ夫夫開平法、開立法ト云ヒ、又或數ノ平方根或ハ立方根ヲ求ムルコトヲ夫夫其ノ數ヲ平方ニ開ク或ハ立方ニ開クト云フ。

倍數ノ平方根或ハ立方根ヲ求ムルニ當リテハ先ヅ基數ノ平方及立方即チ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
平方	1	4	9	16	25	36	49	64	81
立方	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ヲ暗記シ置クベシ。

之ニヨリ簡單ナル開平法、開立法ヲ容易ニ行フコトヲ得ベシ。

例 1. $\sqrt{2500} = \sqrt{25 \times 100} = \sqrt{25} \times \sqrt{100} = 5 \times 10 = 50$

例 2. $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$

例 3. $\sqrt[3]{512} = 8$

(問) 次ノ開法ヲ行ヘ。

$$\sqrt{64}, \sqrt{8100}, \sqrt{\frac{25}{18}}, \sqrt{8000}, \sqrt[3]{\frac{64}{343}}$$

次 = 單項式ノ開法ノ二三ノ例ヲ示サン。

例 4. $\sqrt{4a^2x^4} = \sqrt{4} \sqrt{a^2} \sqrt{x^4} = 2 \cdot a \cdot x^2 = 2ax^2$

注意. $4a^2x^4$ ノ平方根ハ茲 = 見出シタル $2ax^2$ ト其ノ符號ヲ變ジタル $-2ax^2$ トノ二ツナリ。サレド簡單ナルコトノ爲ニ茲ニテハ根號 $\sqrt{\quad}$ ハ二ツノ平方根中前者ヲ表スコトトス。

例 5. $\sqrt[3]{-27a^3x^6} = \sqrt[3]{-27} \sqrt[3]{a^3} \sqrt[3]{x^6} = -3ax^2$

例 6. $\sqrt{\frac{9x^2}{16a^2}} = \frac{\sqrt{9x^2}}{\sqrt{16a^2}} = \frac{3x}{4a}$

例題

次ノ開法ヲ行ヘ。(1—15)

- | | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. $\sqrt{10000}$ | 2. $\sqrt{6400}$ | 3. $\sqrt[3]{125000}$ |
| 4. $\sqrt{\frac{25}{81}}$ | 5. $\sqrt{\frac{49}{10000}}$ | 6. $\sqrt[3]{\frac{125}{729}}$ |
| 7. $\sqrt{25x^4}$ | 8. $\sqrt{49a^2x^2}$ | 9. $\sqrt[3]{-a^3b^3}$ |
| 10. $\sqrt[3]{x^6y^3z^9}$ | 11. $\sqrt[4]{16x^4y^5}$ | 12. $\sqrt[5]{32x^6y^{10}}$ |
| 13. $\sqrt{\frac{9b^2y^4}{a^2x^4}}$ | 14. $\sqrt[3]{\frac{x^3}{8a^3}}$ | 15. $\sqrt{a^{2m}}$ |

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

- | | | |
|--------------------------|-------------------------------|--|
| 16. $\sqrt[3n]{a^{15n}}$ | 17. $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a^n}}$ | 18. $\{(\sqrt[n]{a^m})^m\}^n = a^{\frac{m \cdot m \cdot n}{n}} = a^{mm}$
$(a^m)^m = a^{mm}$ |
|--------------------------|-------------------------------|--|

第二章 開 平 法

116. 整式ノ開平法。

單項式ノ開平法ハ前節ニ述ベタルガ如シ。因テ茲ニハ多項式ノ開平法ヲ示サン。

公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ニヨレバ $a+b$ ハ明ニ此ノ右邊ノ式ノ平方根ナリ。

斯ノ如ク視察ニヨリテ直チニ平方根ヲ見出シ得ルコトアリ。サレド茲ニハ平方根ヲ求ムル一般ノ方法ヲ示スベシ。

先ヅ $a^2 + 2ab + b^2$ ノ平方根ヲ求ムベシ

運算 $a^2 + 2ab + b^2(a+b)$ 答.

$$\begin{array}{r} a^2 + 2ab + b^2 \\ a^2 \\ \hline 2a + b \\ 2a + b \\ \hline 0 \end{array}$$

先ヅ與ヘラレタル式ヲ其ノ中ニ含マルル或文字例ヘバ a ノ降冪ノ順ニ排列シ、初項ノ平方根 a ヲ求メ、之ヲ所要ノ根ノ初項トス、 a^2 ヲ與ヘラレタル式ヨリ減ジ、剩餘ノ初項 $2ab$ ヲ a ノ 2 倍即チ $2a$ ニテ除シテ得ル所ノ商 b ヲ根ノ第二項トス。倍 $2a = b$ ヲ加ヘタル $2a + b = b$ ヲ乘ジテ上ノ剩餘ヨ

リ減ズレバ残ナシ

故ニ $a+b$ ハ所要ノ平方根ナリ。

若此ノ例ノ場合トハ異ニシテ第二ノ剰餘ガ0ナラザルトキハ、既得ノ二項ノ和ノ2倍ヲ以テ第二ノ剰餘ヲ除シ、其ノ商ノ第一項ヲ以テ所要ノ平方根ノ第三項トシテ上例ニ於ケルト同法ヲ繰返シ、逐次斯ノ如クシテ剰餘ナキニ至リテ止ムベシ。

注意. $-(a+b)$ モ亦上ノ式ノ平方根ナリ。サレド本章ニ於テハ單ニ平方根ヲ求ムルトキハ其ノ初項ノ符號ノ正ナルモノヲ求ムルコトトス。

例 1. $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$ ノ平方根ヲ求ム。

解 $a^2+2ab-2ac+b^2-2bc+c^2(a+b-c)$ 答.

$$\begin{array}{r} a^2 \\ \hline 2a+b)2ab-2ac+b^2 \\ \quad 2ab \quad \quad +b^2 \\ \hline 2a+2b-c)-2ac \quad -2bc+c^2 \\ \quad -2ac \quad -2bc+c^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

例 2. $4x^6+32x^5+80x^4+60x^3-8x+1$ ヲ平方ニ開ケ。

解 $4x^6+32x^5+80x^4+60x^3-8x+1(2x^3+8x^2+4x-1)$ 答.

$$\begin{array}{r} 4x^3+8x^2)32x^5+80x^4 \\ \quad 32x^5+64x^4 \\ \hline 4x^3+16x^2+4x)16x^4+60x^3 \\ \quad 16x^4+64x^3+16x^2 \\ \hline 4x^3+16x^2+8x-1)-4x^3-16x^2-8x+1 \\ \quad -4x^3-16x^2-8x+1 \\ \hline 0 \end{array}$$

(問) 次ノ式ノ平方根ヲ求ム。

(1) $a^2+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc$

(2) $x^4-2x^3+5x^2-4x+4$

例 3. $4a^2+8ab+5b^2$ ノ平方根ヲ求ム。

解 $4a^2+8ab+5b^2(2a+2b)$

$$\begin{array}{r} 4a^2 \\ \hline 4a+2b)8ab+5b^2 \\ \quad 8ab+4b^2 \\ \hline b^2 \end{array}$$

答 $2a+2b$, 開平剰餘 b^2

之ハ開キ切レヌ場合ナリ。根ノ第三項ヲ求メントスレバ分數式ヲ得ベキニヨリ演算ヲ中止セルナリ。斯ノ如キ場合ノ剰餘ヲ開平剰餘ト云フ。

整式ハ一般ニハ此ノ例ノ如ク平方ニ開キ切レザルモノナリ、而シテ平方ニ開キ切レルノハ其ガ丁度或整式ノ平方ニ等シキトキニ限ル。此ノ如キ式ヲ完全ナル平方式ト云フ。

例 題

次ノ式ノ平方根ヲ求ム。

1. $4x^2+16x+16$ 2. $a^2x^2-10abx+25b^2$

3. $a^2+4b^2+c^2-4ab-2ac+4bc$

- 4. $9x^4 - 30x^3 + 19x^2 + 10x + 1$
- 5. $x^4 - 4ax^3 - 2a^2x^2 + 12a^3x + 9a^4$
- 6. $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1$

117. 數ノ開平法.

數ノ開平法ハ整式ノ開平法ト同様ナル理法ニ
ヨルモノナリ.

(1) 平方根ノ位.

....., $0.01^2 = 0.0001$, $0.1^2 = 0.01$, $1^2 = 1$,
又 $1^2 = 1$, $10^2 = 100$, $100^2 = 10000$,

之ニヨリテ二位ノ數ノ平方ハ 100 ト 10000 トノ
間ノ數即チ三位若クハ四位ノ數ニシテ, 一位ノ數
ノ平方ハ一位若クハ二位ノ數ナリ. 又小數第一
位ヨリ始マル數ノ平方ハ 1 ト 0.01 トノ間ノ數即
チ小數第一位若クハ第二位ヨリ始マル數ニシテ,
小數第二位ヨリ始マル數ノ平方ハ小數第三位若
クハ第四位ヨリ始マル數ナリ.

之ヲ逆ニ考フレバ與ヘラレタル數ノ平方根ノ
最高位ハ容易ニ知ルコトヲ得ベシ.

今或數ノ最高位ト其ノ平方根ノ最高位トノ關
係ヲ示セバ次ノ如シ.

	整 數			小 數		
原數ノ最高位	第 五 位	第 三 位	第 一 位	第 二 位	第 三 位	第 四 位
平方根ノ最高位	第 三 位	第 二 位	第 一 位	第 一 位	第 二 位	第 三 位

因テ與ヘラレタル數ヲ小數點ヨリ二桁毎ニ區
切レバ其ノ平方根ノ最高位ヲ知ルコトヲ得ベシ.

例ヘバ 148225 ヲ區切レバ 14|82|25 トナリ, 從テ
此ノ數ノ平方根ノ最高位ハ百ノ位ナリ.

又 0.004356 ヲ區切レバ 0.00|43|56 トナリ, 從テ此
ノ數ノ平方根ハ小數第二位ヨリ始マル.

(2) 開平ノ仕方.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ナル公式ニヨリ例ヘバ

$$47^2 = (40+7)^2 = 40^2 + 2 \times (40 \times 7) + 7^2$$

$$= 40^2 + (80+7) \times 7$$

倍 $47^2 = 2209$ ナリ. 今此ノ數ノ平方根ヲ求ムル
方法ヲ次ニ示サン.

運算

$$\begin{array}{r} 22 \overline{)09(47} \\ \underline{16} \\ 87 \overline{)609} \\ \underline{609} \\ 0 \end{array}$$

(I) 一ノ位ヨリ始メテ二
桁毎ニ區切レバ平方根ハ十
ノ位ヨリ始マルコトヲ知ル.

(II) 倍 2209 ナル數ハ 40^2 即チ 1600 ト 50^2 即チ 2500 トノ間ニアルニヨリ其ノ平方根ハ四十幾ツト云フ數ナリ、實際ニハ 22 ダケニ着目シテ其ノ中ニ含マルル最大ノ平方數ハ $4^2=16$ ナルコトニヨリ平方根ノ十ノ位ノ數ハ 4 ナルコトヲ知ル。

(III) 1600 ヲ減ジテ剩餘 609 ヲ得。今平方根ヲ $40+x$ トスレバ $609=(40+x)^2-40^2$ ナルニヨリ

$$609=2 \times 40 \times x + x^2 = 80x + x^2$$

故ニ 609 ヲ 40 ノ 2 倍ナル 80 ニテ除スレバ略々ハ見出サルベシ。實際整商 7 ヲ得。

(IV) $80x+x^2=(80+x) \times x$ ナルニヨリ $80+7$ 即チ 87 ニ 7 ヲ乘ジテ先ノ 609 ヲ引ケバ剩餘ナシ。

故ニ所要ノ平方根ハ 47 ナリ。

注意。 -47 モ亦與ヘラレタル數ノ平方根ナリ、サレド茲ニテハ正ノ平方根ヲ求ムルモノトス。

例 1. 148225 ノ平方根ヲ求ム。

$$\begin{array}{r} \text{解} \quad 148225(385) \\ \quad \quad \quad 9 \\ \hline 68)582 \\ \quad \quad 544 \\ \hline 765)3825 \\ \quad \quad 3825 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array} \quad \text{答 } 385$$

第二位ノ 8 ヲ求ムルニハ、第二ノ區切迄用ヒ前例ノ説明ニ於ケルト同理ニヨリ 582 ヲ 30 ノ 2 倍 60 ニテ除シテ求ムベシ。

倍 $3825=148225-(380)^2$ ナルニヨリ、今平方根ヲ $380+x$ トスレバ $3825=2 \times 380 \times x + x^2 = 760x + x^2$ ナリ。故ニ一ノ位ノ數ヲ求ムルニハ、380 ノ二倍 760 ニテ第二剩餘 3825 ヲ除シテ其ノ 5 ナルヲ知ル。

例 2. 0.370881 ノ平方根ヲ求ム。

$$\begin{array}{r} \text{解} \quad 0.370881(0.609) \\ \quad \quad \quad 36 \\ \hline 1209)10881 \\ \quad \quad 10881 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array} \quad \text{答 } 0.609$$

(問) 次ノ數ノ平方根ヲ求ム。

$$1369, 5241.76, 495616, 0.4225, 0.016384$$

例 3. $\sqrt{2}$ ヲ小數第四位迄求ム。

$$\begin{array}{r} \text{解} \quad \begin{array}{l} 1 \quad \quad 2)1.4142 \\ 1 \quad \quad 1 \\ \hline 24 \quad \quad 100 \\ 4 \quad \quad 96 \\ \hline 281 \quad \quad 400 \\ 1 \quad \quad 281 \\ \hline 2824 \quad \quad 11900 \\ 4 \quad \quad 11296 \\ \hline 28282 \quad \quad 60400 \\ 2 \quad \quad 56564 \\ \hline \quad \quad 3836 \end{array} \end{array} \quad \text{答 } 1.4142$$

之ハ開キ切レヌ場合ナリ。

原數ガ丁度或數ノ平方ニ等シク、從テ開平法ヲ施セバ終ニハ殘ナキニ至ル場合ニハ開キ切レルト云フ。

注意。此ノ例ノ如ク平方根ノ桁數ヲ多ク求ムル場合ニハ茲ニ示セル如キ形式ニヨリ計算スルヲ便利トス。

(問) $\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{20}$ ヲ小數第五位迄計算セヨ。

分數ノ平方根ヲ求ムルニハ、分母ガ開キ切レルトキハ分子ノ平方根ヲ分母ノ平方根ニテ除スルモ可ナリ。サレド一般ニハ其ノ分數ヲ小數ニ化シテ後平方根ヲ求ムルヲ便利トス。或ハ場合ニヨリテハ次ノ如クスルモ亦可ナリ。

$$\begin{aligned} \text{例 4. } \sqrt{\frac{5}{13}} &= \sqrt{\frac{5 \times 13}{13 \times 13}} = \frac{\sqrt{65}}{\sqrt{13^2}} = \frac{\sqrt{65}}{13} \\ &= \frac{8.06225\dots}{13} = 0.62017\dots \end{aligned}$$

$$\text{例 5. } \sqrt{\frac{7}{12}} = \sqrt{\frac{7 \times 3}{2^2 \times 3^2}} = \frac{\sqrt{21}}{2 \times 3} = \frac{4.5825\dots}{6} = 0.7637\dots$$

例 題

次ノ數ノ平方根ヲ求ム。(1-6)

1. 625 2. 80089 3. 17161

4. 30.1401 5. 0.6084 6. 10.9561

次ノ數ノ四乗根ヲ求ム。(7-8)

7. 390625 8. 0.00020736

次ノ各數ノ平方根ヲ求ム。開キ切レザル場合ニハ小數第四位迄求メ端數ヲ切捨テヨ。

9. 5 10. 13 11. $\frac{3}{4}$

12. 1234 13. 29.4832 14. $\frac{1}{3}$

15. 3.14159 16. $\frac{4}{7}$ 17. $\frac{22}{7}$

18. $\frac{355}{113}$

問 題 XIX

1. 或直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ長サハ夫夫一尺六寸及一尺二寸ナリ。斜邊ノ長サヲ求ム。但直角三角形ニ於テハ恒ニ斜邊ノ平方ハ他ノ二邊ノ平方ノ和ニ等シ。

2. 一邊ガ二尺ナル正方形ノ對角線ノ長サヲ求ム。(小數第四位迄)

3. 直徑二尺五寸ノ圓ニ内接スル矩形ノ一邊ハ二尺ナリト云フ。他ノ一邊ヲ求ム。

4. 直徑一尺二寸ノ丸太ヨリ幾寸角ノ柱ヲ切取ルコトヲ得ルカ。(一分未滿ハ四捨五入)

5. 元金 5000 圓一年毎ノ複利ニテ二年間ノ元利合計 5618 圓ナリト云フ。利率ヲ求ム。

6. 元金 1200 圓ヨリ生ズル二年間ノ單利ト複利トニヨル利息ノ差 2 圓 43 錢ナリト云フ。年利率幾許ナルカ。

次ノ數ノ平方根ヲ求ム。

7. 73229.7721

8. 414.9369

9. 19154.56

10. 0.12334144

第三章 無理數及無理式

118. 無理數. 第三學期

或數ガ丁度或整數若クハ分數ノ平方ニ等シキトキハ之ヲ完全ナル平方數ト云フ。或數ガ完全ナル平方數ナルトキハ其ノ平方根ハ恒ニ求ムルコトヲ得、サレド然ラザル場合ニハ其ハ所謂開キ切レヌ數ニシテ其ノ平方根ニ當ルベキ整數若クハ分數ヲ求ムルコトヲ得ズ。

例ヘバ 2 ハ完全ナル平方數ニアラズ。之ニ開

平方ヲ適用スレバ 1.414213..... トナリテ其ノ演算ニハ際限ナシ。今此ノ結果ヲ小數第一位、第二位、第三位、..... ニ止メタルモノト其等ノ數ノ末位ニ 1 ヲ足シタルモノトヲ併記スレバ次ノ如シ。

1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, 1.41421, 1.414213,..... 不足近似値

1.5, 1.42, 1.415, 1.4143, 1.41422, 1.414214,..... 過剰近似値

此ノ二組ノ數ニツキテ考フルニ、第一組ノ各數ノ平方ハ 2 ヲリモ小ニシテ第二組ノ各數ノ平方ハ 2 ヲリモ大ナリ。而シテ第一組ノ各數ハ何レモ第二組ノ各數ヨリモ小ナレドモ、此ノ二組ノ數ハ桁數ノ増スニ從ヒテ順次ニ相近ヅクコト限ナシ。而シテ其ノ各數ノ平方ハ順次ニ 2 ニ近ヅクコトモ亦限ナシ。今第一組ノ各數ヨリモ大ニシテ第二組ノ各數ヨリモ小ナル數即チ此ノ二組ノ數ノ間ニ挾マルベキ數ヲ考フレバ是即チ $\sqrt{2}$ ニテ表サルベキモノニシテ且此ノ二組ノ數ハ $\sqrt{2}$ ニ限ナク接近スルモノト解釋スルコトヲ得ベシ。即チ $\sqrt{2}$ ニテ表サルベキ數ハ整數ニモ又分數ニモアラザレドモ上記ノ如ク小數ヲ用フレバ限ナク之ニ接近スル値ノ得ラルルモノナリ。一般ニ、

整数ニモ又分數ニモアラズシテ、小數ヲ用フレバ限ナク之ニ接近スル値ノ得ラルルモノヲ**無理數**ト云フ。

$\sqrt{2}$ ノ場合ト同様ニ考究スレバ $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ノ如キモ亦皆無理數ナルコト容易ニ知ラルベシ。

無理數ト區別スルガ爲ニ正負ノ**整数、分數**及零ヲ有理數ト云フ。

一般ニ正ノ有理數 a ガ有理數ノ n 乗ニ等シカラザル場合ニハ $\sqrt[n]{a}$ ハ無理數ナリ。斯ノ如ク開法ニヨリ生ズル所ノ無理數ヲ**不盡根數**トモ云フ。

例ヘバ $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 、 $\sqrt[3]{5}$ ハ何レモ不盡根數ナリ。

不盡根數ニ於テ何乗根ナルカラ示ス數ヲ其ノ**不盡根數ノ次數**ト云フ。

例ヘバ $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ハ何レモ二次ノ不盡根數ニシテ、 $\sqrt[3]{5}$ ハ三次ノ不盡根數ナリ。

無理數ニモ亦正負ノ別アリ。例ヘバ 2 ノ平方根ハ $\sqrt{2}$ 及 $-\sqrt{2}$ ニシテ、前者ハ正ノ無理數、後者ハ負ノ無理數ナリ。

注意。幾何學ニ於テ學ブ所ノ圓周率 $3.14159\dots$ ハ無理數ナリ、サレド不盡根數ニハアラズ。

119. 無理數ノ近似値。

無理數ハ其ノ値ヲ有理數ニテ表スコトヲ得ザレドモ、小數ヲ用フルコトニヨリ限ナク相接近スル所ノ無限ニ多クノ數ヨリ成ル二組ノ數ノ間ニ之ヲ挟ムコトヲ得ルモノナリ。此ノ二組ノ數ヲ其ノ無理數ノ**近似値**ト云ヒ、其ノ小ナル方ヲ**不足ナル近似値**、大ナル方ヲ**過剰ナル近似値**ト云フ。

例ヘバ前節ニ示シタル二組ノ數ハ $\sqrt{2}$ ノ近似値ニシテ、其ノ第一組ノ方ガ不足ナル近似値、第二組ノ方ガ過剰ナル近似値ナリ。

倍 $\sqrt{2}$ ノ近似値トシテ例ヘバ 1.4142 或ハ 1.4143 ヲ取ルトキハ其ノ誤差ハ何レモ 0.0001 ヨリモ小ナリ。

120. 無理式。

代數式ノ冪根ノ開キ切レザルモノヲ**無理式**或ハ**根式**ト云フ。

例ヘバ \sqrt{a} 、 $\sqrt{a^2+b^2}$ 、 $\sqrt[3]{a^2b}$ 等ハ皆無理式ナリ。

無理式ノ數値ハ必ズシモ無理數ニアラズ。

例ヘバ $a=9$ ナルトキハ $\sqrt{a}=\sqrt{9}=3$ ナルガ如シ。

無理式ニ對シ、整式及分數式ヲ總稱シテ有理式

ト云フ。又整式ヲ有理整式分數式ヲ有理分數式トモ云フ。

121. 無理數ノ演算.

無理數ノ演算ハ有理數ノ場合ト同法則ニ從フモノナリ。

諸第一章ニ論ジタル冪根ニ關スル諸法則ハ無理數ヲ生ズルコトナシトノ假定ノ下ニ得タルモノナレドモ、此等ノ諸法則ハ根號ヲ有スル數ガ無理數トナルコトアリトモ成立スルモノナリ。

例ヘバ $\sqrt[m]{a}$, $\sqrt[m]{b}$, $\sqrt[m]{c}$, 及 $\sqrt[m]{abc}$, ガ有理數ナルト無理數ナルトニ拘ラズ

$$\sqrt[m]{abc} \dots = \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b} \sqrt[m]{c} \dots$$

ハ成立ス。何トナレバ無理數ノ演算ハ有理數ト同法則ニ從フガ故ニ

$$\begin{aligned} (\sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b} \sqrt[m]{c} \dots)^m &= (\sqrt[m]{a})^m (\sqrt[m]{b})^m (\sqrt[m]{c})^m \dots \\ &= abc \dots \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt[m]{abc} \dots = \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b} \sqrt[m]{c} \dots$$

其ノ他ノ法則ニツキテモ亦同様ナリ。

此等ノ諸法則ハ a, b, c 等ガ無理數ナルトキニモ亦適用シ得ベシ。

例ヘバ $\sqrt[m]{\sqrt{2} \sqrt[3]{5}} = \sqrt[m]{\sqrt{2} \sqrt[3]{5}} = \sqrt[m]{2^{1/2} 5^{1/3}}$

注意。無理式ノ計算ハ無理數ノ計算ニ準スベキモノナリ。

例 題

次ノ等式ヲ證明セヨ。

1. $\sqrt{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{2}$ 2. $\sqrt{18} \sqrt{12} = 6 \sqrt{6}$

3. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \sqrt{2}$ ④. $(a \sqrt[3]{b^2})^3 = \sqrt[3]{a^3 b^2}$

⑤. $(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^5}})^3 = \frac{1}{a}$ 6. $\frac{\sqrt{3} \sqrt{12}}{\sqrt[3]{9} \sqrt[3]{3}} = 2$

122. 根數ノ變形無理因數.

有理數ハ之ヲ外見上不盡根數ノ形ニ書キ表スコトヲ得。

例. $5 = \sqrt{25} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[4]{625}$

又 $a = \sqrt{a^2} = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[4]{a^4}$

(但本節ニ於テハ a ハ正數ナリトス)

或次數ノ不尽根數ハ之ヲ或他ノ次數ノ不尽根數ノ形ニ書キ表スコトヲ得。

例. $\sqrt{3} = \sqrt[4]{(\sqrt{3})^2} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4]{27}$

又 $\sqrt[m]{a} = \sqrt[n]{(\sqrt[m]{a})^{m/n}} = \sqrt[n]{a^{m/n}}$

次數ノ相異ナル幾ツカノ不尽根數ヲ同次ノ不

盡根數ノ形ニ化スルコト屢必要ナリ。此ノ場合ニハ成ベク低次ノ同次根數ノ形ニ化スルヲ可ス。其ノ方法ハ各不盡根數ヲ其ノ次數ノ最小公倍數ヲ次數トスル不盡根數ノ形ニ化スルニアリ。

例. \sqrt{a} , $\sqrt[3]{a^3}$, $\sqrt[4]{b^2}$ ヲ同次ノ不盡根數ニ化セヨ。

解 2, 4, 3 ノ最小公倍數ハ 12 ナリ。因テ

$$\sqrt{a} = \sqrt[12]{a^6}, \quad \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[12]{a^9}, \quad \sqrt[4]{b^2} = \sqrt[12]{b^3} \quad \text{答.}$$

(問) 次ノモノヲ同次根數ノ形ニ化セヨ。

$$(1) \sqrt{5}, \sqrt[3]{2} \quad (2) \sqrt{2x}, \sqrt[3]{5x^2}$$

次數ノ相異ナル不盡根數ノ大小ヲ比較スルニハ之ヲ同次ノ不盡根數ノ形ニ化シテナスベシ。

例. $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{10}$ ノ大小ヲ比較セヨ。

$$\text{解 } \sqrt{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}, \quad \sqrt[3]{10} = \sqrt[12]{10^4} = \sqrt[12]{100}$$

$$\text{然ルニ} \quad 125 > 100$$

$$\therefore \sqrt{5} > \sqrt[3]{10} \quad \text{答.}$$

(問) $\sqrt[3]{12}$, $\sqrt{7}$ ノ大小ヲ比較セヨ。

有理數ト不盡根數トノ積ニ於テ不盡根數ナル因數ヲ無理因數有理數ナルモノヲ係數ト云フ。

例ハバ $3\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $a\sqrt[3]{b^2}$ ニ於テハ夫夫 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{b^2}$ ガ無理因數ニシテ、夫夫 3, 1, a ガ係數ナリ。

不盡根數ハ其ノ無理因數ノ根號内ヨリ開キ切レル因數ヲ出シテ之ヲ簡單ニスルコトヲ得。

$$\text{例 1. } \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \times 3} = \sqrt[3]{8} \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$$

$$\text{例 2. } \sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a\sqrt{b} \quad (\text{但 } b > 0 \text{ トス})$$

(問) 次ノ數ノ開キ切レル因數ヲ根號外ニ出セ。

$$\sqrt{50}, \sqrt{4x}, \sqrt{25a^2x}, \sqrt[3]{40}$$

逆ニ有理因數(係數)ヲ根號内ニ入ルルコトヲ得。

$$\text{例 1. } 3\sqrt{5} = \sqrt{9} \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{45}$$

$$\text{例 2. } a\sqrt[3]{b^2} = \sqrt[3]{a^3} \sqrt[3]{b^2} = \sqrt[3]{a^3b^2}$$

(問) $2\sqrt[3]{5}$, $4\sqrt{3}$, $a\sqrt{x}$ ノ係數ヲ根號内ニ入レヨ。

根號内ノ數(又ハ式)ガ分數(又ハ分數式)ナルトキハ之ヲ變形シテ分母ガ根號ヲ含マザル様ニスルコトヲ得。

$$\text{例 1. } \sqrt{\frac{5}{21}} = \sqrt{\frac{5 \times 21}{21^2}} = \frac{\sqrt{105}}{21}$$

$$\text{例 2. } \sqrt[3]{\frac{c}{ab}} = \sqrt[3]{\frac{a^3b^2c}{a^3b^3}} = \frac{\sqrt[3]{a^2b^2c}}{ab}$$

(問) $\sqrt{\frac{9}{7}}$, $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{\frac{x}{a}}$ ヲ分母ガ根號ヲ含マヌ形ニ直セ。

例 題

1. 次ノ不盡根數ヲ同次根數ノ形ニ直セ。

(1) $\sqrt{5}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{2}$ (2) $\sqrt[3]{a}$, \sqrt{x} , $\sqrt[5]{b}$

2. $\sqrt{7}$, $2\sqrt[3]{3}$, $2\sqrt[4]{4}$ ノ大小ノ順ニ列ベヨ.
3. 次ノ數ノ開キ切レル因數ヲ根號外ニ出セ.

$\sqrt{4a^2x^3}$, $\sqrt[3]{-27a^3}$, $\sqrt[3]{48}$, $\sqrt{450}$, $\sqrt{\frac{a^2x^2}{4y}}$

4. $\frac{1}{2}\sqrt{21}$, $a\sqrt{bc}$ ノ係數ヲ根號内ニ入レヨ.
5. $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, $\sqrt{\frac{5}{18}}$ ノ分母ガ根號ヲ含マヌ形ニ直セ.

123. 同類根數.

幾ツカノ數ガ同ジ無理因數ヲ有スルトキハ之ヲ同類根數ト云フ.

例ヘバ $4\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$ ハ同類根數ナリ, $3\sqrt{a}$, $b\sqrt{a}$ モ亦然リ. 或ハ $\sqrt[3]{24}$, $5\sqrt[3]{3}$ モ亦同類根數ナリ, 何トナレバ $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \times 3} = 2\sqrt[3]{3}$ ナルガ故ナリ.

同類根數ノ加法及減法ハ次ノ如クニ之ヲ行フ.

例 1. $3\sqrt{20} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$
 $= (6 + 4 - 6)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

例 2. $5\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{8x} + \sqrt[3]{27x} = 5\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{x}$
 $= 6\sqrt[3]{x}$

注意. $3\sqrt{20} + 2\sqrt{5}$ ノ如キ同類根數ノ代數的ノ和ノ近似値ヲ計算スルニハ, 先ヅ之ヲ $8\sqrt{5}$ ノ如クニ變形シテ後計算スルヲ便利ナリトス.

例 題

次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

1. $\sqrt{20} + \sqrt{45}$ 2. $2\sqrt{a} + \sqrt{9a} - 6\sqrt{a}$
3. $4\sqrt{63} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{28}$
4. $\sqrt{12} + \sqrt{75}$ ノ小數第三位迄計算セヨ.
5. $\sqrt{18} - \frac{3}{\sqrt{80}}$ ノ小數第三位迄計算セヨ.

124. 同次根數.

同次根數ノ乘法及除法ハ次ノ如クニ之ヲ行フ.

例 1. $4\sqrt{3} \times 3\sqrt{11} = 12\sqrt{3} \times \sqrt{11} = 12\sqrt{33}$

例 2. $\sqrt[4]{a+b} \times \sqrt[4]{a-b} = \sqrt[4]{(a+b)(a-b)} = \sqrt[4]{a^2-b^2}$

例 3. $\frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{7}\sqrt{5}}{4\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{35}}{20}$

(問) 次ノ計算ヲナセ.

$2 \times \sqrt{15} \times \sqrt{3}$, $\sqrt{ax} \times 2\sqrt{ax^3}$, $4\sqrt{8} \div 2\sqrt{6}$

複雑ナル不盡根數ノ乘法ハ恰モ有理多項式ノ乘法ト同様ノ方法ニテ之ヲ行フベシ.

例 4. $(3\sqrt{5} - 4\sqrt{2})(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$
 $= 30 - 8\sqrt{10} + 9\sqrt{10} - 24$
 $= 6 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \text{例 5. } & (\sqrt{a}-2\sqrt{b})(3\sqrt{a}+\sqrt{b}) \\ & = 3a-6\sqrt{ab}+\sqrt{ab}-2b=3a-2b-5\sqrt{ab} \end{aligned}$$

次ノ形式ヲ用フルモ亦可ナリ。

$$\frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{3\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{3a-6\sqrt{ab}+\sqrt{ab}-2b}{3a-5\sqrt{ab}-2b} \quad \text{答.}$$

(問) 次ノ式ヲ計算セヨ。

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-2), \quad (\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 \\ & (\sqrt{a}-2\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \end{aligned}$$

125. 分母ヲ有理化スルコト。

$$\text{例 1. } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{例 2. } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{bx}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{bx}}{\sqrt{bx}\sqrt{bx}} = \frac{\sqrt{abx}}{bx}$$

斯ノ如ク分母ニ根數ヲ含ム式ノ値ヲ變ズルコトナクシテ、分母ニ根號ヲ含マヌ様ニスルコトヲ稱シテ分母ヲ有理化スルト云フ。 倍

$$(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})=a^2-b$$

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$$

ナル等式ヲ應用スレバ二次ノ不盡根數ヲ分母ニ

含ム式ノ分母ヲ有理化スルコトヲ得ベシ。

$$\text{例 3. } \frac{3+\sqrt{2}}{5-3\sqrt{2}} \quad \text{ノ分母ヲ有理化セヨ。}$$

$$\begin{aligned} \text{解 } \frac{3+\sqrt{2}}{5-3\sqrt{2}} &= \frac{(3+\sqrt{2})(5+3\sqrt{2})}{(5-3\sqrt{2})(5+3\sqrt{2})} \\ &= \frac{15+6+5\sqrt{2}+9\sqrt{2}}{25-18} \\ &= \frac{21+14\sqrt{2}}{7} = 3+2\sqrt{2} \quad \text{答.} \end{aligned}$$

注意. $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{3+\sqrt{2}}{5-3\sqrt{2}}$ ノ如ク分母ニ根數ヲ含ム數ノ近似値ヲ計算スルニハ、先ヅ分母ヲ有理化シテ $\frac{2\sqrt{3}}{3}, 3+2\sqrt{2}$ ノ如キ形トナシタル後計算スルヲ便利ナリトス。

$$\text{(問) } \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1} \quad \text{ノ分母ヲ有理化セヨ。}$$

$$\text{例 4. } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} \quad \text{ノ分母ヲ有理化セヨ。}$$

$$\begin{aligned} \text{解 } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} &= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}-2\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+2\sqrt{b})(\sqrt{a}-2\sqrt{b})} \\ &= \frac{a+2b-\sqrt{ab}-2\sqrt{ab}}{a-4b} \\ &= \frac{a+2b-3\sqrt{ab}}{a-4b} \quad \text{答.} \end{aligned}$$

問題 XX

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-8)

1. $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$ 2. $2\sqrt[3]{6} \div \sqrt[3]{3}$ 3. $\sqrt{x} \div \sqrt{ax}$

4. $5\sqrt{27} \div 4\sqrt{18}$ 5. $\frac{3\sqrt{11}}{2\sqrt{27}} \div \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{22}}$

6. $(\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3})$

7. $(\sqrt{2x-a} - \sqrt{a-x})^2$ 8. $(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})^2$

次ノ式ノ分母ヲ有理化スベシ。(9-18)

9. $\frac{10}{\sqrt{5}}$ 10. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ 11. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

12. $\frac{2-\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}}$ 13. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}$

14. $\frac{5-3\sqrt{6}}{4+3\sqrt{6}}$ 15. $\frac{2a-\sqrt{ab}}{2\sqrt{ab}-b}$

16. $\frac{x}{x+\sqrt{x^2-y^2}}$ 17. $\frac{2\sqrt{a+b}-3\sqrt{a-b}}{2\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}$

18. $\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}$

19. 次ノ數ヲ小數第四位迄計算セヨ。

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{500}}$ (3) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

復習雜問題 [6]

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-3)

1. (1) $a^{m+n} \times a^{m-n}$ (2) $a^{m+n} \div a^{m-n}$

2. (1) $10^n \times 2^n$ (2) $10^n \div 2^n$

3. (1) $(+1)^n + (-1)^n$ (2) $(+1)^n - (-1)^n$

(3) $2^{m+1} + 2^{m-1}$ (4) $2^{m+1} - 2^{m-1}$

4. $a=b$ ナルトキ $(b-c)^n + (c-a)^n + (a-b)^n$ ノ値ヲ求ム。但 n ハ奇數トス。5. $\sqrt{a^2-2a+1}$ ハ $a>1$ ナルトキハ $a-1$ = 等シク, $a=1$ ナルトキハ 0 = 等シク, $a<1$ ナルトキハ $1-a$ = 等シキコトヲ證明セヨ。6. $a>1$ = シテ且 $m>n$ ナルトキハ $\sqrt[m]{a}$ ト $\sqrt[n]{a}$ トノ大サヲ比較セヨ。

次ノ式ヲ計算セヨ。(7-12)

7. $\sqrt{10+\sqrt{51}} \times \sqrt{10-\sqrt{51}}$ 8. $(\sqrt{10+\sqrt{51}} - \sqrt{10-\sqrt{51}})^2$

9. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{5\frac{1}{3}}$

10. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

11. $(\sqrt{2} + 1)^3 - (\sqrt{2} - 1)^3$

12. $(x - \sqrt{xy} + y)(x + \sqrt{xy} + y)$

次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ。(13-15)

$$13. \frac{12}{7-3\sqrt{5}}$$

$$14. \frac{2\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$15. \frac{2}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(16-19)

$$16. \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$17. \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

$$18. \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}} \div \frac{7+4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$19. \frac{a-\sqrt{a^2-1}}{a+\sqrt{a^2-1}} + \frac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}}$$

$$20. \frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} \text{ヲ小數第五位迄計算セヨ.}$$

21. $3x=1$ ナルトキ次ノ式ノ値ヲ求ム.

$$\frac{2(1+2\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} - \frac{1-\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}}$$

附 録

補 充 問 題

第一編ニ關スルモノ

1. 圓ノ半徑ヲ r , 圓周率ヲ π ニテ表シ, 圓周ノ長ヲ表ス公式ヲ作レ.

2. $a+b+c=b+c+a$ ナル等式ハ如何ナルコトヲ表スカ.

3. $a-b-c$, $a-c-b$, $a-(b+c)$ ナル三ツノ式ノ意義ヲ説明セヨ.

4. 甲數ヨリ乙, 丙ノ二數ヲ引クニ當リ, 先ヅ乙ヲ引キテ其ノ結果ヨリ丙ヲ引クモ, 或ハ先ヅ丙ヲ引キテ其ノ結果ヨリ乙ヲ引クモ最後ノ結果ノ變リナキコトヲ示ス公式ヲ作レ.

5. $abc=acb$ ハ如何ナルコトヲ表スカ.

6. 次ノモノヲ代數的ニ整頓セヨ.

$$a \times 3, a \times 7 \times b, x \times 2 \times y \times x, a^2 \times \frac{1}{3} \times b \times a$$

7. $x, \frac{1}{2}a, a^2, 3x^2$ ノ係數ヲ求ム.

8. $a, a^2, x^2, y^2, a^3, p^5$ ノ指數ヲ示セ.

9. 次ノモノノ意義ヲ説明セヨ.

$$x-2y+5, x-y=5-x, 3x-3a=3(x-a)$$

10. $x=3$ ナルトキノ次式ノ數値ヲ求ム。

$$x-3, 3x, 3+x, 13-3x, x^3, x^2-3$$

11. $a=5, b=3$ トシテ次式ノ値ヲ計算セヨ。

$$a-b, \frac{a+b}{2}, 2ab, a(a-b), \frac{a}{2}-\frac{b}{2}$$

12. $x=5, a=8$ ナルトキノ次式ノ値ヲ求ム。

$$x+a, 2x+a, 4x-2a, 2x^2-ax-10$$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(13-19)

13. $x+x+x+x$

14. $2x-6+3x+4$

15. $5x+4x-6x$

16. $x-\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x$

17. $3a-4-2a+5$

18. $3x-2y-x+6y$

19. $3a-x-2a+x-a$

20. 第8節ノ公式ヲ應用シテ次ノ計算ヲナセ。

(1) $15 \times 40 + 15 \times 60$ (2) $57 \times \frac{2}{3} + 43 \times \frac{2}{3}$

(3) $79 \times 15 - 79 \times 5$ (4) $83 \times \frac{2}{5} - 53 \times \frac{2}{5}$

第二編ニ關スルモノ

21. 次ノ式ハ方程式ナルカ、恒等式ナルカ。

(1) $a+b=b+a$ (2) $2x-3=3-2x$

(3) $3(x-2)=3x-6$ (4) $2y+2=y+7$

22. $ax=xa$ ハ恒等式ナルカ、或ハ方程式ナルカ、又 $ax=a$

ハ如何。

23. $2x=7$ ト $2a=7$ トニ於テ異同ノ點ヲ示セ。

24. $3x-5=x+3$ 及 $3x-3=x+5$ ニ於ケル異同ノ點ヲ示セ。

次ノ方程式ヲ解ケ。(25-50) (簡單ナルモノハ暗算ニテ)

25. $x+1=3$ 26. $x-1=1$ 27. $2x=6$

28. $5=x+4$ 29. $3=x-2$ 30. $4=2x$

31. $\frac{1}{2}x=1$ 32. $5=\frac{x}{3}$ 33. $2y-1=7$

34. $3y+5=8$ 35. $10=7+3y$ 36. $20=30-2x$

37. $\frac{x+1}{2}=1$ 38. $\frac{x-2}{3}=2$ 39. $\frac{3-y}{5}=\frac{1}{5}$

40. $\frac{2x-5}{2}=0$ 41. $\frac{3y+1}{3}=\frac{1}{3}$

42. $3+9x=13+4x$ 43. $7x-4=3x+8$

44. $10x-30=6x-14$ 45. $2x-10=8-x$

46. $x+5=10x-13$ 47. $20x=50x-30$

48. $3+2x+15=5x+3-2x$

49. $10x-8+2x=7x-3+4x$

50. $4x+7-2x=8x-23+4x$

51. 本年ノ學資ハ昨年ニ比シ、平均毎月3圓多ク要シタリ、昨年ノ學資ヲ平均毎月 a 圓トスレバ本年ノ學資ハ平均毎月幾圓ナルカ。

52. 1冊ニツキ定價ヨリ5錢宛ノ割引ニテ定價 x 錢バノ1トヲ10冊買フトキノ代金何程ナルカ。

53. 或人 x 圓ノ反物 5 反ヲ買ヒ、手モト = 12 圓餘セリト云フ。モト何程ノ金子ヲ持テタルカ。
54. 或兒童學校ヘ行クニ、往キニハ x 分ヲ要シ、歸リニハ其ノ二倍ノ時間ヨリモ 5 分間少ナク要シタリ。往復ニ要シタル時間ヲ求ム。
55. 甲ハ毎日 3 時間、乙ハ毎日 2 時間半宛豫習及復習ニ費ストキ、 x 週間ニハ其ノ時間合セテ幾時間トナルカ。但毎週一日ハ豫習及復習ヲナサザルモノトス。
56. 甲ハ 10 圓、乙ハ x 圓ヲ 5 人ノ貧民ニ施與シタリ。平均一人ニ何程施與シタルカ。
57. m ヲ以テーツノ整數ヲ表セバ其ノ直前ノ整數ハ如何。又其ノ直後ノモノハ如何。
58. x ヲ以テーツノ奇數ヲ表セバ其ノ次ノ奇數ハ如何。
59. 一ノ位ガ a 、十ノ位ガ b ナル數ハ如何ニ表サルルカ。
60. 百ノ位ガ a 、十ノ位ガ b 、一ノ位ガ c ナル數ヲ書キ表セ。
61. 東京神戸間 376.4 哩ヲ平均毎時 x 哩ノ速サノ汽車ニテハ幾時間ニテ走ルカ。
62. 連続スル五ツノ整數アリ。中央ノモノヲ x トシ

テ之ヲ表セ。

63. 或人毎時 5 斤ノ速サニテ或時間歩ミ、次ニ毎時 4 斤ノ速サニテ 1 時間歩ミ、全部ニテ 24 斤ヲ歩ミタリ。毎時 5 斤ニテ幾時間歩ミタルカ。
64. 若干冊ノ手帳ヲ若干名ノ兒童ニ分配スルニ、3 冊宛トスレバ 2 冊不足シ、2 冊宛トスレバ 2 冊餘ルト云フ。兒童ノ數及手帳ノ冊數ヲ求ム。
65. 或書籍ヲ買フニ、上下二冊ノ代金合セテ 5 圓ニシテ、下卷ハ上卷ノ二倍ヨリモ 1 圓安シト云フ。上下兩冊ノ價各幾何。
66. 甲ハ若干圓、乙ハ其ノ二倍ヲ有シ、丙ハ甲乙兩人ノ所持金ノ和ヨリモ 10 圓少ナク所持シ、且三人ノ所持金合計 80 圓ナリ。各人ノ所持金ヲ求ム。
67. 筆一本ノ價ハ鉛筆一本ノ價ヨリ 3 錢高シ、此ノ筆一本ト鉛筆五本ノ價合セテ 45 錢ナリト云フ。各一本ノ價ヲ求ム。
68. 甲乙丙ノ三人共ニ出資シテ商業ヲ始ムルニ當リ、甲ハ乙ノ二倍ヨリ 500 圓少ナク、丙ハ乙ヨリモ 1000 圓多ク出シタルニ、三人ノ出資金合セテ 3500 圓トナリタリ。甲乙丙各ノ出資金幾何。
69. 財布ノ中ニ若干個ノ十錢白銅貨、其ノ二倍ノ二十

錢銀貨ト二十錢銀貨ノ數ヨリモ5個多ク一錢銅貨トアリ、且貨幣ノ總數35個ナリト云フ。各貨ノ數ヲ求ム。

70. 一個若干錢ノ桃6個ト桃ヨリ4錢高キ林檎一個ヲ買ヒ50錢紙幣ニテ4錢ノ釣錢ヲ得タリト云フ。桃及林檎各一個ノ價ヲ求ム。

次ノ式ノ括弧ヲ外シ且之ヲ簡單ニセヨ。(71-79)

71. $2(x-1)$ 72. $3\left(x-\frac{1}{3}\right)$ 73. $5(4-x)$

74. $2(x+3)-5$ 75. $3x+2(5-x)$

76. $5(2x+1)-8x$ 77. $2(a-b)-3a+b$

78. $2(a+3)+3(a+2)$ 79. $3(3a+2b)+2(4a-3b)$

次ノ方程式ヲ解ケ。(80-85)

80. $2(x+1)=x+5$ 81. $3(x-2)+2(x-2)=0$

82. $4(x+3)-7=x+5$ 83. $2(3x-1)=4(2x-2)$

84. $5(2x+1)+2(5x-1)=3(2x+8)+7$

85. $2(3x+0.5)+4(3x-4.5)=10$

86. 甲乙合セテ100圓ヲ有ス。今乙ガ甲ニ15圓ヲ與フレバ甲ノ所有金ハ乙ノ4倍ニナルト云フ。兩人ノ所有金何程ナルカ。

87. 現ニ母ハ39歳、子ハ14歳ナリ。今ヨリ幾年ノ後母ノ年齢ハ子ノ二倍トナルカ。

88. 本年父ハ35歳、母ハ28歳、子ハ9歳ナリ。幾年ノ後

父母ノ年齢ノ和ガ子ノ年齢ノ5倍トナルカ。

89. 一本若干錢ノ筆5本ト筆ヨリモ一個ニツキ8錢高キ墨3個ト墨ヨリモ12錢高キインキ1瓶トヲ買ヒ134錢ヲ支拂ヒタリ。筆、墨、インキノ價ヲ求ム。

90. 或學校ノ男女生徒合セテ800人アリタルニ、新ニ男生徒80名、女生徒60名入學シタルタメ、男ハ女ノ二倍ヨリ80名少ナクナレリト云フ。男女生徒數ハモト各幾人ナリシカ。

第三編ニ關スルモノ

91. 次ノ數ヲ大サノ順ニ列ベヨ。

$$0, -5, -\frac{1}{3}, 2, \frac{5}{3}$$

92. $a-b$ ノ數値ガ3, 0或ハ-3ナルトキ $b-a$ ノ數値如何。

次ノ式ヲ計算セヨ。(成ベク暗算ニテ)(93-115)

93. $5-3+4-2$ 94. $-3+8-6$ 95. $-19+7+5$

96. $0-2-5+4$ 97. $3-0+8-10$ 98. $1-0+1-2+0$

99. $-2-4+5-0+1$ 100. $10-(-2+4)-(-19+12)$

101. $-(2-10)+(5-8)-(2-8)$ 102. $(-2)\times(-5)\times 4$

103. $(-5)\times 0\times 6$ 104. $(-1)^3\times 2$ 105. $(-10)^2\times(-5)^2$

106. 0×5^2 107. $(-2)\times 0^2$ 108. $(-2)\times(-5)\times 0$

109. $0 \div 3 \times 8$ 110. $\frac{10}{-5}$ 111. $\frac{0}{-3}$

112. $(-4) \times (-9) \div (-12)$ 113. $(-\frac{5}{3}) \div (+\frac{3}{2}) \times (\frac{3}{5} - \frac{3}{5})$

114. $2^3 \div (-4) \times (-5 + \frac{2}{3})$ 115. $(-5)^2 \div (-10) \div (-2)^3$

116. $a=1, b=1, c=-2$ ナルトキ次ノ式ノ値如何.

(1) $a^3 + b^3 + c^3 - 3(b-c)(c-a)(a-b)$

(2) $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$

(3) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

117. 寒暖計ガ -5 度昇リテ -2 度トナレリトハ如何ナル意味カ. 又最初ノ温度如何.

118. 今ヨリ n 年前ニ a 歳ナリシ人ハ今ヨリ m 年前ニハ幾歳ナリシカ. 又次ノ數ニツキテ一其ノ結果ヲ適當ニ解釋セヨ.

(1) $a=10, n=2, m=-3$

(2) $a=18, n=-5, m=7$

(3) $a=25, n=-5, m=-8$

119. 或人或位置ヨリ東方ヘ a 間前進シ、次デ b 間背進シ、更ニ又 c 間前進セリ. 此ノ人ノ位置今何處ニアルカ. 又次ノ數ニツキテ一其ノ結果ヲ適當ニ解釋セヨ.

(1) $a=20, b=-10, c=15$

(2) $a=-10, b=18, c=-5$

(3) $a=40, b=-10, c=-8$

(4) $a=-10, b=-9, c=-18$

120. 甲ハ乙ヨリ d 間前ニアリテ前進シ、甲乙各ノ速サハ夫夫毎分 a 間、 b 間ナリ. 今ヨリ幾分ノ後乙ハ甲ニ追ヒツクカ. 又次ノ數ニツキテ一其ノ結果ヲ適當ニ解釋セヨ.

(1) $a=30, b=35, d=100$

(2) $a=30, b=30, d=100$

(3) $a=25, b=33, d=100$

121. 成ベク簡單ナル方法ニテ次ノ計算ヲナセ.

(1) $(-28) \times (-4) \times 25$ (2) $(-45) \times \frac{3}{5} \div (-\frac{3}{2})^2$

(3) $87 \times (-28) - 87 \times 72$ (4) $27 \div (-5) + \frac{-27}{-5}$

122. $x=-5$ ナルトキ $x^2 + x - 20$ ノ値ヲ求ム.

123. $x=-10$ ナルトキ $3x^2 - 8x + 4$ ノ値ヲ求ム.

124. 次ノ式ノ同類項ヲ約セ.

(1) $-5x + 12x - 7x - 4x$ (2) $-a - 3a + 12a - 8a$

(3) $8x - 2y - 9x + 2y$ (4) $2x^2 - 5x^2 + 2x^2$

次ノ方程式ヲ解ケ. (125—130)

125. $-x - 5 = 10 + 2x$ 126. $-3(x-3) = 4 - 2x$

127. $-(3x+10) - 5x = 5(2x+4) + 6$

128. $5\{9 - 3(6x+12)\} = 0$ 129. $100\{3x - 4(x+10)\} = 0$

$$130. \frac{1}{100}(x-2x-5x-9)=\frac{3}{100}$$

131. 本年父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ2倍ナリ。父ガ40歳、子ガ18歳ナルハ何時ナルカ。

132. 甲ガ200圓、乙ガ300圓、丙ガ500圓ヲ有スルトキ、乙ガ甲丙ニ或同額ノ金子ヲ與ヘテ丙ガ甲ノ四倍ヲ有スルコトアルカ。如何ニセバヨキカ。

第四編ニ關スルモノ

133. 次ノ式ノ次數如何。特ニ文字 x ニ着目スルトキハ如何。

$$(1) \frac{2}{3}a^2x^2 - a^2cx - abc^2$$

$$(2) 15abx^3 - 23a^2x^2 + bcx - 3ad$$

134. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(1) 3a+4b-a+2b-8a$$

$$(2) 9a^2x+12ax^2-7a^2x-a^2-13ax^3$$

135. 二次三項式ノ一例ヲ舉ゲヨ。

136. 文字 a, b ニ關スル二次ノ同次式ノ例ヲ示セ。

次ノ式ヲ整頓セヨ。(137-141)

$$137. 3a+6c+21a-13c+b$$

$$138. 3x^2+2xy+y^2-4xy-2x^2-2y^2$$

$$139. 9x-8y+11z-8x+6y-2z-y$$

$$140. 7x^3-4x^2+2x-10+4x^3-8x+4x^2+10$$

$$141. -3x^2-2x^3+4x^4+9-7x-x^4-7x+2x^2+2x^3+9$$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(142-155)

$$142. \frac{3}{4}a+\frac{a}{2}+5a-3a+\frac{5}{8}a-\frac{a}{3}$$

$$143. (2ab-4ac-5bc)+(-5ab+6ac-12bc)$$

$$144. (2x^3-7x^2+5x-3)+(x^3-4x^2-14x+5)+(2+9x^2-x^3)$$

$$145. \left(\frac{1}{4}x^2+3xy+\frac{1}{2}y^2\right)+\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{2}{5}xy-\frac{3}{4}y^2\right) \\ +\left(2x^2+\frac{2}{5}xy+\frac{1}{8}y^2\right)$$

$$146. -\frac{3}{5}x^2y+\frac{3}{8}xy^2+\left(\frac{7}{5}x^2y-\frac{7}{8}xy^2\right)$$

$$147. \left(\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{11}xy-y^2\right)-\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{11}xy+4y^2\right)$$

$$148. (1-15x-7x^2)-(3+4x+4x^3)-(x^3-4x^2-4)$$

$$149. \left(\frac{1}{2}a-c+\frac{1}{3}b\right)-\left(\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}c\right)$$

$$150. \left(\frac{a^3}{8}-2ax^2-\frac{a^2x}{3}\right)-\left(\frac{a^2x}{3}+\frac{a^3}{4}-\frac{3ax^2}{2}\right)$$

$$151. a-[a-b-\{a-b+c-(a-b+c-d)\}]$$

$$152. 3a-(2c-2d)-\{a-2c-(2b-2d)\}$$

$$153. 2a-3b-4\{a+5b-(3a+2b)\}$$

$$154. 16x+[7-(4+5x)-9x+\{6-4x+(3y-11)\}]$$

$$155. 2x-\{3y+(2y-z)-4z+(2x-3y-\overline{z-2y})+5x\}$$

156. $\{2a-3(b-c)\} + \{a-2(b-c)\} - 2\{a-3(b-c)\}$

157. $3\left\{\frac{a}{3} - \frac{b}{2} - \frac{1}{2}(2a-b) - \frac{1}{3}(a-2b)\right\}$

158. $x^4 - [x^3 - \{2x^2 + (x - 7x - 4)\}] - (x^4 + 2x^2 + 4)$

次ノ式 = 於テ x ノ各種ノ冪ノ係數ガマトマル様ニ括弧 = テ括ル。(159-161)

159. $ax^2 - bx - bx^2 + cx$

160. $5x^3 - 2x^3 + cx^3 - ax^2 + bx^2 - x^2$

161. $\frac{-ax^2 - bx}{3} - \frac{cx^2 + dx}{3}$

次ノ積ヲ計算セヨ。(162-186)

162. $(a-b) \times a^2b$ 163. $(x+y-z) \times (-2yz)$

164. $(2xy - 3az - 4ayz) \times (-2ax)$

165. $(5x^3 - 7x^2y + 6xy^2) \times 2yz$

166. $(12x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 7x - 6) \times \left(-\frac{1}{6}x^2\right)$

167. $27axy \times \left(\frac{ax^3}{9} - \frac{a^2xy^2}{3} - \frac{ax^3y^3}{18}\right)$

168. $\left(\frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{4}xy + \frac{1}{3}y^2\right) \times (-20)$

169. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

(1) $18\left(\frac{a}{6} + \frac{b}{2}\right) - 15\left(\frac{a}{3} - \frac{b}{3}\right)$

(2) $\frac{1}{4}(x-y+z) + \frac{3}{4}\left(5x-2y-\frac{2}{3}z\right)$

次ノ除法ヲ行ヘ。(170-176)

170. $49a^2b^3c^4 \div (-7a^2b^2c^2)$ 171. $-60x^2y^2z^3 \div (-30x^2y^2z^4)$

172. $(2x^2y - 6xy^2) \div 2xy$ 173. $(3a^2x^4 + 9a^3x^3) \div (-3a^2x^3)$

174. $(8x^5 - 6x^4 + 36x^3 - 4x^2) \div 2x^2$

175. $(-9x^3 - 12x^4 + 3x^5 - 15x^6) \div (-3x^3)$

176. $(2x^2yz + 2xy^2z - 2xyz^2) \div 2xyz$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(177-181)

177. $\frac{a-1}{2} - \frac{2a+3}{4}$ 178. $\frac{3x+4}{6} - \frac{2(r-1)}{9}$

179. $\frac{a-2b}{5} - \frac{b-2a}{10} + \frac{2(a+b)}{15}$

180. $\frac{x-3}{2} - \frac{3}{4}(2-x) + \frac{1}{6}$ 181. $18\left(\frac{x-2a}{6} - \frac{2x+b}{9}\right)$

次ノ方程式ヲ解ケ。(182-190)

182. $\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{3} = \frac{5x-36}{4} - 2$

183. $\frac{2x-5}{3} - \frac{5x-3}{4} + 3\frac{2}{3} = 0$

184. $\frac{x-1}{7} + \frac{23-x}{5} = 2 - \frac{4+x}{4}$

185. $\frac{x-14}{2} - \frac{0.7-x}{3} = 0$

186. $\frac{2x-7}{5\frac{1}{4}} + \frac{1}{2}(3-x) = 0$

$$187. \frac{x}{\frac{3}{5}} - \frac{x+3}{\frac{2}{3}} - \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{5}} = 0$$

$$\frac{x}{\frac{3}{5}} - \frac{x+3}{\frac{2}{3}} - \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{5}} = 0$$

$$188. \frac{x+2\frac{1}{3}}{2} + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}+5x\right) = 0$$

$$\frac{x}{\frac{3}{5}} - \frac{x+3}{\frac{2}{3}} - \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{5}} = 0$$

$$189. \frac{7-x}{6} - \frac{2x+5}{9} = \frac{11}{18}$$

$$190. \frac{3(x-2)}{12} + \frac{4x-3}{4} - \frac{2x-5}{8} = 0$$

第五編ニ關スルモノ

次ノ方程式ヲ解ケ。(191-207)

$$191. 127 - 21(x+3) = 163 - 15(2x-3)$$

$$192. 14x - (5x-9) - \{4 - 3x - (2x-3)\} = 30$$

$$193. \frac{1}{10}(x-5) + \frac{1}{5}(x+5) = 5$$

$$194. \frac{8x+1}{6} - \frac{3x+1}{2} = \frac{1-x}{3}$$

$$195. \frac{1}{4}(29 - 3(14x-21)) = \frac{1}{4} - \frac{35}{12}x$$

$$196. \frac{x+10}{9} - \frac{8(x+1)}{9} = \frac{23(10-x)}{3}$$

$$197. 0.1x + \frac{0.05x-0.08}{0.3} = 0.88 + \frac{0.03x-0.8}{0.5}$$

数多ク解ル。

$$198. \frac{3}{16}(x-1) - \frac{5}{12}(x-4) = \frac{2}{6}(x-6) + \frac{5}{48}$$

$$199. \frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = 4, \quad \frac{1}{7}x + \frac{1}{15}y = 3$$

$$200. 28x - 16y = 56, \quad \frac{2x+7}{2} - y = 4$$

$$201. \frac{x+3}{5} + \frac{y+4}{10} = \frac{3}{2}, \quad \frac{7x+1}{3} - \frac{11y-4}{7} = 4$$

$$202. \frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 30, \quad \frac{9}{x} - \frac{5}{y} = 2$$

$$203. \frac{5x+6y-7}{2} = \frac{2x+5y+3}{3} = \frac{8-4x+3y}{2}$$

$$204. \begin{cases} 1.4x + 0.22y - \frac{0.36x-5}{0.2} = \frac{14+0.005y}{0.25} - 8x \\ \frac{12x+0.45}{0.5} = \frac{0.6y+0.3}{0.2} \end{cases}$$

$$205. \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = \frac{3x-5z}{4} = \frac{z}{8} + \frac{7y}{16} = 1$$

$$206. \frac{y+z}{4} = \frac{z+2x}{3} = \frac{2x+y}{2}, \quad 2x+y+z=18$$

$$207. 2x-3y+4z-28=0, \quad 3x-4y+2z-28=0, \quad 4x-2y+3z=25$$

208. 次ノ三ツノ方程式ヲシテ同時ニ成立セシメンニハ a ノ數値ヲ如何ニ定ムベキカ。

$$36x + \frac{y}{36} = 97, \quad 25x + \frac{y}{25} = 86, \quad 16x + \frac{y}{16} = a$$

209. $ax^2 + bxy - cy^2 = 9$ 於テ $x=3, y=2$ トスルトキハ其ノ數値 9 トナリ, $x=2, y=-1$ トスルトキハ -3 トナリ,

解
法

17/18

7/15

11/11

6x=8

5x=116

5x=3

$x=5, y=3$ トスルトキハ 28 トナルト云フ。然ラバ $x=4, y=5$ トスルトキハ其ノ數値如何。

210. 次ノ方程式ニ於テ $x=\frac{3}{2}$ トスレバ $y=2$ トナリ、 $x=3$ トスレバ $y=\frac{4}{9}$ トナルト云フ。 a 及 b ノ値如何。

$$\frac{ay}{2b} + \frac{a+x}{x} = 2xy$$

211. 次ノ二組ノ聯立方程式ガ同一ノ根ヲ有スル様ニ a, b, c ノ値ヲ定メヨ。

$$\begin{cases} ax-by+cz=1 \\ ax+by-cz=1 \\ ax+by+cz=3 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 6 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} + \frac{3}{z} = 9 \\ \frac{5}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3}{z} = 0 \end{cases}$$

212. 籠ノ中ニアル梨ノ數ハ林檎ノ數ノ三倍ナリ、一度ニ梨四ツ林檎三ツ宛取出スコト若干回ノ後林檎ハ全ク盡キ梨ノミ 25 個ヲ餘セリト云フ。初メ籠ノ中ニアルシ梨及林檎ノ數ヲ求ム。

213. 或小學校ニ於テ生徒數女子ハ男子ノ $\frac{3}{5}$ ナリシガ、學年ノ始メニ男女各 60 人宛入學セシメタルニ女子ハ男子ノ $\frac{15}{23}$ トナレリト云フ。初メノ男女生徒ノ數ヲ求ム。

214. 若干尺ノ竿アリ、或池中ニ立テタルニ泥中ニハ全長ノ $\frac{1}{3}$ ヲ没シ、水中ニハ 4 尺ヲ没シ、水面上ニハ全長ノ $\frac{4}{7}$

ダケ現レ居ルト云フ。此ノ竿ノ長サ何程ナルカ。

215. 或慈善家男女及子供ヨリ成ル若干ノ貧民ニ 84 圓ヲ等分セシニ各人 2 圓宛ヲ受納セリ。但女ノ數ハ男ノ數ノ 2 倍ヨリモ 2 人少ナク、子供ノ數ハ女ノ 3 倍ヨリモ 4 人少ナシト云フ。男女及子供各幾人ナルカ。

216. 或整數アリ、之ヲ 2 ニテ割ルモ、7 ニテ割ルモ割切レ、且此ノ二ツノ割算ノ商ニハ 20 ノ差アリト云フ。其ノ數ヲ求ム。

217. 11 ヲ三ツノ部分ニ分チ、第一ト第二トノ比ガ $\frac{1}{2}$ ト $\frac{1}{3}$ トノ比ニ等シク、第二ト第三トノ比ガ $\frac{1}{4}$ ト $\frac{1}{5}$ トノ比ニ等シクナル様ニセヨ。

218. 酒精ト水トヲ容レタル A, B ノ二樽アリ。其ノ酒精ト水トノ割合ハ A ニ於テハ 4:3, B ニ於テハ 2:3 ナリ、而シテ A ノ中ニハ 3 斗 5 升容レアリ。若兩樽ノ混合液ヲ全部混ズレバ酒精ト水トノ等分ノ混合液ヲ得ベシト云フ。B 樽中ニアル混合液ノ量ヲ求ム。

219. 或人鶏卵 600 個ヲ 18 圓ニテ仕入レタルニ、貯藏中腐敗及破損ノタメ 57 個ヲ失ヒ、殘リヲ一個ニツキ 4 錢ニ賣リタリ。此ノ人ノ利益何程ナルカ。

220. 3 時ト 4 時トノ間ニ於テ時計ノ時針ト分針トガ正反對ノ向キニ來ル時刻ヲ求ム。

221. 1 時ト 2 時トノ間ニ於テ時計ノ時針ト分針トガ五ニ直角ヲナス時刻ヲ求ム。

222. 或農夫若干頭ノ馬ト之ヲ若干日間飼フニ足ル糧秣トヲ有セリ。若其ノ馬ノ中 75 頭ヲ賣レバ殘ノ馬ヲ豫定ヨリモ 20 日間多ク飼フコトヲ得ベク、又若新タニ 100 頭ヲ買ヒ足セバ之ヲ飼ヒ得ル日數ハ 15 日ヲ減ズベシト云フ。此ノ農夫ノ有スル馬ノ頭數及用意セル糧秣ノ豫定日數ヲ求ム。

223. 或人 5000 圓ヲ二部ニ分テ、甲部ヲ年 8 分 5 厘、乙部ヲ年 1 割ニテ貸シタルニ、一年ノ利息ノ合計ハ元金ノ 9 分ヨリモ 20 圓多シト云フ。各部ノ金高ヲ求ム。

224. 兎ノ九飛スル間ニ犬ハ七飛ス、而シテ兎ノ三飛ノ距離ハ犬ノ二飛ノ距離ニ等シト云フ。今兎ガ犬ニ先ツコト犬ノ四十飛ナルトキハ此ノ兎ハ幾飛ノ後犬ニ追ツカルルカ。

225. 甲乙ノ兩人自轉車ニテ或距離ヲ走スルアリ。其ノ速サ毎時 3 哩ノ差ヲ有シ、且甲ガ 5 時間ニ進ム距離ハ乙ガ 3 時 36 分間ニ進ム距離ヨリモ 6 哩大ナリト云フ。兩人ノ速サ毎時幾哩ナルカ。

第六編ニ關スルモノ

次ノ積ヲ計算セヨ。(226—229)

$$226. (7x^3+11x-3x^2-15)(2x^2-6+21x)$$

$$227. (ax^3+bx^2+cx+1)(x^2-x-4)$$

$$228. (x+2y-z)(x-y+2z)(x-y-z)$$

$$229. (a^2+b^2+c^2+bc+ca-ab)(a+b-c)$$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ。(230—232)

$$230. (x-a)(x-b)+(a-x)(a-b)+(b-x)(b-a)$$

$$231. (b-c)(x-a)+(c-a)(x-b)+(a-b)(x-c)$$

$$232. (b-c)(x-a)^2+(c-a)(x-b)^2+(a-b)(x-c)^2$$

次ノ除法ヲ行ヘ。(233—238)

$$233. (x^3-xy^2-x^2y+y^3) \div (x+y)$$

$$234. (y^3-y^2-9y-12) \div (y^2+3y+3)$$

$$235. (x^4-\frac{5}{4}x^3+\frac{11}{8}x^2-\frac{1}{2}x) \div (x^2-\frac{1}{2}x)$$

$$236. (2x^3-8x+x^4+12-7x^2) \div (x^2+2-3x)$$

$$237. (2x^4-ax^3+4a^2x^2+7a^3x+a^4) \div (x^2-ax+3a^2)$$

$$238. (7x^5-21x^4+16x^3-3x^2-x-4) \div (x^2-3x+2)$$

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。(239—254)

$$239. y^3-y^2+y-1$$

$$240. x^2+a^2x^3-b^2-a^2b^2$$

$$241. ax-bx+by+cy-cx-ay$$

$$242. 2x^2-3x+1$$

$$243. 3x^2-5x+2$$

$$244. 4x^2+23x+15$$

$$245. a^4-3a^3-a^2b+3a^2b$$

$$246. a^3+8b^3-a-2b$$

$$247. 2(a^2+b)(a+b)^2-(a^2-b^2)^2$$

248. $x^4 - 36y^4$ 249. $(1-a^2)(1-b^2) - 4ab$

250. $(a-2b)a^2 - (b-2a)b^2$

251. $(y+1)^2 - 2x^2(y^2+1) + x^4(y-1)^2$

252. $a^3 - b^3 - b(a^2 - b^2) + b(a-b)^2$

253. $bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$

254. $x(x^2-1) - y(y^2-1) + xy(x-y)$

255. $a+b+c=2s$ ナルトキ次ノ等式ヲ證明セヨ.

(1) $s^2 + (s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$

(2) $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 = 16s(s-a)(s-b)(s-c)$

256. $x+y=m$, $x-y=n$ ナルトキ x^3+y^3 ヲ m, n ニテ表セ.

257. x^4+2x^2+ax+b ガ x^2-2x+3 ニテ割切レル様ニ

 a, b ノ値ヲ決定セヨ.

次ノ方程式ヲ解ケ. (258-259)

258. $(x+2)(x-3) - (2-x)(x+3) - (7-2x)(5-x) = 0$

259. $\left(\frac{1}{2}x+5\right)\left(\frac{1}{3}x-7\right) = \left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(\frac{1}{3}x-6\right)$

260. 或室ノ縦ハ横ヨリ6尺長シ、若縦横各3尺ヲ増ストキハ面積ニ於テ2.75坪ダケ増加スベシト云フ。此ノ室ノ坪數ヲ求ム。

261. 1000人ノ兵士ヲ5人宛ノ厚サノ中空ノ正方形ニ並ペンニハ一側ノ人數ヲ幾人トスベキカ。

262. 三個ノ矩形ノ地面アリ。其ノ面積ノ比ハ1:2:3ニシテ、第二ノ地面ノ長サハ第一ノ長サノ2倍ヨリモ8間長ク、其ノ幅ハ第一ヨリモ2間狭シ、又第三ノ長サハ第一ノ3倍ヨリモ12間短ク、其ノ幅ハ第一ヨリモ4間廣シ。各ノ面積ヲ求ム。

第七編ニ關スルモノ

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (263-282)

263. $3a^2bx^3 + 12ab^2y^3$

264. $4a^2b^2x^2y^2 + 6ab^2x^3y$

265. $24a^2x + \frac{6by^2}{7ax^2}$

266. $\frac{a^2xy^2}{b^2cz^2} \div \frac{ax^3y}{bcz^3}$

267. $\frac{x^3y^2z^4}{x^2y^3z^3}$

268. $\frac{x^2-9x+20}{x^2-x-20}$

269. $\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^3+b^3}$

270. $\frac{a^2-a(x+y)+xy}{a^2-a(x+z)+xz}$

271. $\frac{1}{x-a} + \frac{x-a}{x^2+ax+a^2} - \frac{a}{x^2-a^2}$

272. $\frac{3}{x+a} - \frac{1}{x+3a} + \frac{3}{a-x} + \frac{1}{x-3a}$

273. $\frac{2}{a+b} - \frac{1}{a-b} - \frac{3b}{b^2-a^2} - \frac{ab}{a^3+b^3}$

274. $\frac{a-c}{(a-b)(a-x)} + \frac{b-c}{(b-a)(b-x)}$

275. $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2} + \frac{x-y}{x^2-xy+y^2} + \frac{2y^3}{x^4+x^2y^2+y^4}$

276. $\frac{x-5}{x^2-7x+12} - \frac{2(x-4)}{x^2-8x+15} + \frac{x-3}{x^2-9x+20}$
277. $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}$ 278. $\frac{x^2-3x+2}{x^2-6x+9} \times \frac{x^2-2x+1}{x^2-5x+6}$
279. $\frac{a^2+b^2+2ab-c^2}{c^2-a^2-b^2+2ab} \div \frac{a+b+c}{b+c-a}$
280. $\frac{x}{2} \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} \right) \times \frac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2} + \frac{1}{x+y}$
281. $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+y}}{\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x} + \frac{y}{x+y}}$
282. $\frac{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}}{\frac{x-y}{x+y} - \frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}} \div \frac{x^4+x^2y^2+y^4}{(x-y)^2}$
283. 次ノ等式ヲ證明セヨ.
- (1) $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} = 1$
- (2) $\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} = 1$
284. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.
- (1) $\frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$
- (2) $\frac{b+c}{bc+a^2-ab-ac} + \frac{c+a}{ca+b^2-bc-ba} + \frac{a+b}{ab+c^2-ca-cb}$
285. $x + \frac{1}{y} = 1, y + \frac{1}{z} = 1$ ナルトキハ $z + \frac{1}{x} = 1$ ナルコ

トヲ證明セヨ.

286. $x - \frac{1}{x} = a$ ナルトキハ $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 及 $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ノ値ヲ
 $a = \text{テ表セ.}$

第八編ニ關スルモノ

次ノ方程式ヲ解ケ. (287-298)

287. $\frac{3}{x+1} = \frac{2x}{x-1} - 2$ 288. $3 - \frac{x}{x+2} - \frac{2x}{x-3} = 0$
289. $\frac{x-\frac{1}{3}}{3x-4} - \frac{2x+\frac{1}{4}}{8x+5} = \frac{1}{12}$
290. $\frac{x-3}{x-4} - \frac{x-4}{x-5} = \frac{x-7}{x-8} - \frac{x-8}{x-9}$
291. $\frac{3x^2-15x+7}{x-5} = \frac{3x^2-9x+21}{x-3}$
292. $\frac{x-y}{y-1} = \frac{y+1}{x} = \frac{5}{8}$ 293. $2(x+a) - 3(a-x) = 4a$
294. $\frac{a^2(x-b)}{a-b} + \frac{b^2(x-a)}{b-a} = a^2$
295. $\frac{x+a}{x-b} + \frac{x+b}{x-a} = 2$
296. $\frac{a}{x+a} + \frac{b}{x+b} = \frac{a+b}{x+a+b}$
297. $(a+h)x + (b-h)y = c, (b+k)x + (a-k)y = c$
298. $\frac{x}{a+c} + \frac{y}{b+c} = \frac{x}{a-c} + \frac{y}{b-c} = 1$

299. 分數アリ、其ノ分子ハ分母ヨリモ4ダケ大ニシテ、
兩項ニ3ヲ加フレバ $\frac{3}{2}$ ニ等シクナルト云フ。其ノ分數
ヲ求ム。

300. 二位ノ數アリ、其ノ數字ノ差ハ5ニシテ、此ノ數ヲ
其ノ一ノ位ノ數字ニテ割レバ商27ト剩餘2ヲ生ズト云
フ。其ノ數ヲ求ム。

301. 90哩ヲ隔テタルA、Bノ二停車場アリ、一列車ハA
ヨリBニ向ツテ走り、他ノ一列車ハBヨリAニ向ツテ走
ル。兩列車ガ同時ニ夫夫A、Bヲ出發シテ途中Cニ於テ
行キ會ヒタルニACハBCヨリモ10哩長ク、且前列車ガ
Bニ到着シタル時刻ハ後列車ガAニ到着シタル時刻ヨ
リモ30分早カリシト云フ。兩列車ノ速ヲ求ム。

302. 相並行セル線路ノ各ヲ同方向ニ進行スル甲乙ノ
二列車アリ、其ノ長サ甲ハ60「ヤード」、乙ハ70「ヤード」ナリ。
甲ノ先端ガ乙ノ後端ニ追及シテヨリ12秒ヲ經テ兩列車
全ク相離レタリ。若乙ガ其ノ速サヲ一倍半ニ増サバ此
ノ時間ハ24秒トナルベシト云フ。兩列車ノ速ヲ求ム。

303. 或人7里ノ路ヲ行クニ、徒歩ニテハ人力車ニテ行
クヨリモ5時間多クヲ要ス、而シテ徒歩ニテ一里半ヲ行
ク間ニ人力車ニテハ三里半ヲ行クベシト云フ。徒歩及
人力車ノ速サ各如何。

304. 或池ノ周圍ヲ廻ルニ甲ハ9分間、乙ハ12分間ニテ
一周スト云フ。甲乙同時ニ同所ヲ出發シテ同方向ニ進
ミテ此ノ池ノ周圍ヲ廻ルトキハ兩人ハ何分間毎ニ一所
ニナルカ。

305. 甲乙丙三人ニテナセバ30日間ニ仕上ゲ得ベキ仕
事アリ。之ヲ甲乙兩人ニテナセバ36日ヲ要シ、乙丙兩人
ニテナセバ60日ヲ要スベシト云フ。各別別ニテハ夫夫
幾日ヲ要スベキカ。

306. 鶴ト龜ト合セテ m 頭アリ。其ノ足數 n 本ナリト
云フ。鶴龜各ノ數ヲ求ム。

307. 或水夫一ツノ河流ヲ a 哩上ルニ t 時間ヲ要シ、 b
哩下ルニ t' 時間ヲ要スト云フ。水夫ノ漕力及水流ノ速
ヲ求ム。

308. 驅逐艦AガBヲ追ハントス、兩艦ノ距離ハ n 海里
ニシテ、Aハ a 「ノット」ノ速サヲ有シ、Bハ b 「ノット」ノ
速サヲ有スト云フ。AガBニ1海里以内ニ追ヒ迫ルニ
ハ幾時間ヲ要スルカ。

第九編ニ關スルモノ

309. 次ノ式ヲ展開セヨ。

$$(1) \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)^4 \quad (2) (1-x+x^2+x^3-x^4)^2$$

310. 次ノ開法ヲ行ヘ.

$$(1) \sqrt[4]{625} \quad (2) \sqrt[3]{\frac{125}{512}} \quad (3) \sqrt[4]{-128a^3b^4x^3}$$

311. 次ノ數ノ平方根ヲ小數第三位迄求ム

$$(1) 5701 \quad (2) 0.06903 \quad (3) 3$$

次ノ式ヲ平方ニ開ケ. (312-314)

$$312. 4x^4+16x^2+16 \quad 313. x^6+4x^5-10x^3+4x+1$$

$$314. \frac{4a^8-4a^6-7a^4+4a^2+4}{a^4+2a^3+3a^2+2a+1}$$

315. $4x^4-12x^3+25x^2+ax+16$ ガ完全ナル平方式トナル
タメニ a ノ取ルベキ値如何.

316. $49x^6-112x^4+ax^3+bx^2+cx+25$ ガ完全ナル平方式ナル
ガタメニ, a, b, c ノ取ルベキ値ヲ求ム.

317. $(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)+a^4$ ハ完全ナル平方式ナル
コトヲ證明セヨ.

318. 次ノ等式ヲ證明セヨ.

$$(1) \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{5} \quad (2) \frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt[5]{7}} = \frac{6\sqrt[3]{98}}{14}$$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (319-323)

$$319. (5\sqrt{3}-4\sqrt{3})(5\sqrt{3}+4\sqrt{3})$$

$$320. (2\sqrt{5}-3\sqrt{2})(3\sqrt{5}-2\sqrt{2})$$

$$321. (5+\sqrt{3})(1-2\sqrt{3})$$

$$322. (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$$

$$323. (\sqrt{x}+\sqrt{y})^3-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3$$

次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ. (324-328)

$$324. \frac{3}{2\sqrt{3}-2} \quad 325. \frac{4+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \quad 326. \frac{p\sqrt{q}+q\sqrt{p}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}$$

$$327. \frac{x+\sqrt{x^2+2}}{x-\sqrt{x^2+2}} \quad 328. \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

次ノ式ヲ簡單ニセヨ. (329-332)

$$329. \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} \\ + \frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

$$330. \frac{a-1}{a+1} \left(\frac{a-1}{\sqrt{a}-1} + \frac{1-a}{a+\sqrt{a}} \right)$$

$$331. \left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right) + \left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right)$$

$$332. \frac{y}{a^2-y^2} \left(\frac{a}{a+\sqrt{a^2-y^2}} - 1 \right) + \frac{a}{y\sqrt{a^2-y^2}}$$

$$333. 2i = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ナルトキ} \quad \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} \quad \text{ノ値ヲ求ム.}$$

$$334. x = \sqrt[3]{a+\sqrt{a^2+b^2}} + \sqrt[3]{a-\sqrt{a^2+b^2}} \quad \text{ナルトキ} \\ x^3+3bx-2a=0 \quad \text{ナルコトヲ證明セヨ.}$$

答

問題 I.

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2}$ | 2. $\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{a-b}{2}$ |
| 3. $3mn - a + 5b$ | 4. $2(a+b) + 3(c-d)$ |
| 5. $bc + (a-b)d$ | 6. $ab + cd - e + f$ |
| 7. $5(a-6b-c)$ | 8. $(a-b)(c-d) + bc$ |
| 9. $(ac+bd) + (a+b)$ | 10. 38, 12, 30, 27 |
| 11. $\frac{1}{2}$ | 13. ab 平方尺, 40 平方尺 |
| 14. $30-x$ | 15. $36+x$ 或 $\wedge \frac{36}{x}$ |
| 16. $\uparrow 9x, 10a$ | 17. $3y+5, 1\frac{1}{6}x+23$ |
| 18. 5600, 89, 584000 | 19. $6x+7=23$ |
| 20. $12x-19=17$ | |

問題 II.

- | | | | |
|----------------------|--------------------|-----------|----------|
| 1. $2x+2$ | 2. $x+8$ | 3. $4x-3$ | |
| 4. $2x+6$ | 5. 12 | 6. 0 | 7. 12 |
| 8. 2 | 9. 1 | 10. 3 | 11. 6 |
| 12. 0.8 | 13. 1.4 | 14. 1.4 | 15. 0.16 |
| 16. 男 200 圓, 女 100 圓 | 17. 6 時間, 80 哩 | | |
| 18. 9, 20 | 19. 上 1.2 圓, 下 1 圓 | | |

20. 56歲 21. 5圓 22. 男9個, 女11個
23. 馬250圓, 牛170圓 24. 1時間20分

問題 III.

1. 8 2. 0 3. -11 4. 0
5. $\frac{1}{6}$ 6. $-\frac{1}{3}$ 7. 2 8. 80
9. 39 10. 25-(-13) 即チ 38度 11. 13
12. $-2\frac{19}{35}$ 13. 8, -24, 44, -2 14. 零下1度

問題 IV.

1. -10 2. -125 3. -25 4. $\frac{1}{8}$
5. 3 6. $\frac{15}{64}$ 7. -1120 8. -9
9. $100^\circ, 20^\circ, 10^\circ, 0^\circ, -17^\circ\frac{7}{9}, -20^\circ$
10. $f = \frac{9}{5}c + 32, 212^\circ, 68^\circ, 50^\circ, 39^\circ.2, 32^\circ, -13^\circ, -22^\circ$
11. $(ma+n)$ 歲, 39 歲 12. $\frac{b}{a}$ 月 13. $-4\frac{1}{2}$
14. -4 15. -3 16. 2 17. $-\frac{5}{7}$
18. $\frac{45}{31}$ 19. 60 歲, 12 歲 20. 36
21. 38 22. 8 年前

問題 V

1. 2a 2. 3a+b 3. 3a+2b-c
4. $-a^2-ab$ 5. x+y 6. 2a+2b+2c
7. $-3ab+2ac-17bc$ 8. $5x^2-9x+4$

9. $11x^3-10x^2+3x-2$ 10. $-x^2+9x-1$
11. $-x+2y+3$ 12. $ab+bc+ca$
13. 0 14. $12a^2-11ab-b^2$ 15. $2x^2+2xy-3y^2$

問題 VI.

1. $-4ab$ 2. $13x^3y$ 3. $11x^3-6x$
4. $3x^3+8x^2-2x$ 5. $3x^3-a^2x-2a^3$
6. $-a^3+3a^2b-ab^2-b^3$ 7. $2a+2b$
8. $5x^2-21xy+3y^2+5z^2$ 9. x^3+8x^2
10. (1) $(2a-b)-(3c-4d)-(2e-3f)$
 $(2a-b-3c)+(4d-2e+3f)$
(2) $-(b+3c)+(4d-2e)+(3f+a)$
 $-(b+3c-4d)-(2e-3f-a)$
11. 3a 12. $16x-11y$

問題 VII.

1. $6a^2-3ab$ 2. $-2a^2-6ab+2ac$
3. $12x-6$ 4. $-4x^2+6x-16$
5. $-5x^2+10x+15$ 6. $-2x^2-2xy+2xz$
7. $3a^2x^2-6ax+9ab$ 8. $-5x^4+15x^3-10x^2$
9. $10x^4y-14x^3y^2+12x^2y^3$ 10. 0
11. $a+4b-8$ 12. $2x^2+30x-8$
13. 0 14. $5x^3-12x-30$

問題 VIII.

- | | | | |
|----------------------|-------------------------|------------------------|--------------------|
| 1. $\frac{2a-4b}{3}$ | 2. $4x$ | 3. $\frac{10a}{13}$ | 4. $\frac{x-y}{2}$ |
| 5. $2x$ | 6. $\frac{a-2b}{2}$ | 7. $2a-b$ | 8. $\frac{2}{7}$ |
| 9. $\frac{a+2b}{2}$ | 10. $\frac{4a-11b}{30}$ | 11. $\frac{2b-c-a}{6}$ | |
| 12. $x+1$ | 13. $10p-8q$ | 14. $\frac{a}{3}$ | 15. $-x^4$ |
| 16. $5a^2$ | 17. $-x+\frac{3}{2}$ | 18. $-x+\frac{4}{5}$ | |
| 19. $-\frac{4}{3}$ | 20. -1 | 21. 48 | 22. $2\frac{1}{7}$ |
| 23. -12 | 24. 120 | 25. 20 | 26. 4 |
| 27. -0.5 | 28. 2 日 | | |

問題 IX.

- | | | | |
|--------------------|----------|----------|----------------------|
| 1. 10 | 2. 5 | 3. 15 | 4. $-\frac{1}{7}$ |
| 5. $\frac{18}{11}$ | 6. 2 | 7. 13 | 8. 2 |
| 9. 20 | 10. 2 | 11. -5 | 12. $\frac{167}{24}$ |
| 13. 0 | 14. -1 | 15. 2 | |

問題 X.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| 1. 甲 70 個, 乙 10 個 | 2. 上 40 立, 下 80 立 |
| 3. 男 36 人, 女 12 人 | |
| 4. 甲 40 圓, 乙 15 圓, 丙 13 圓, 丁 10 圓 | |
| 5. 2 時 $43\frac{7}{11}$ 分 | 6. 2 時 $27\frac{3}{11}$ 分 |

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------|---------------|
| 7. 6 時 $27\frac{9}{13}$ 分 | 8. 11 年後 | 9. 18 歲, 36 歲 |
| 10. 36 歲 | 11. 15 人, 170 個 | |
| 12. 梨 100 個, 柿 200 個 | 13. 5 日 | 14. 60000 圓 |
| 15. 五錢 20 個, 十錢 10 個, 五十錢 2 個 | | |
| 16. 5 里 | 17. 男 6 圓, 女 2 圓, 子供 1 圓 | |
| 18. 甲 90 錢, 乙 30 錢 | 19. 1000 人 | |
| 20. 4 町 9 反 | 21. 420 圓 | 22. 100 坪 |

問題 XI.

- | | | |
|--------------------------|---|----------------|
| 1. $x=1, y=-2$ | 2. $x=4, y=9$ | 3. $x=3, y=-2$ |
| 4. $x=4, y=9$ | 5. $x=10, y=-10$ | |
| 6. $x=3, y=1, z=2$ | 7. $x=2, y=-1, z=3$ | |
| 8. $x=5, y=6, z=10$ | 9. $x=3, y=-1, z=2$ | |
| 10. $x=7, y=4, z=1$ | 11. $x=0, y=1, z=-1$ | |
| 12. $x=2, y=1, z=0$ | 13. $x=11, y=-11, z=2$ | |
| 14. $x=2, y=-4, z=6$ | 15. $x=-\frac{15}{11}, y=-\frac{23}{11}, z=\frac{14}{11}$ | |
| 16. $u=2, x=3, y=4, z=1$ | | |
| 17. $x=51, y=76, z=1$ | 18. $x=17, y=22, z=-25$ | |

問題 XII.

- | | |
|-----------------------------|------------------|
| 1. 鶴 28, 龜 52 | 2. 父 33 歲, 子 8 歲 |
| 3. 8 分ノ方 550 圓, 6 分ノ方 450 圓 | |
| 4. 甲 56 圓, 乙 43 圓 | 5. 34 |

6. 米 32 錢, 麥 20 錢 7. 甲 132 圓, 乙 748 圓
 8. 男 360, 女 320 9. 上 240 錢, 下 180 錢
 10. 一ノ位ノ數ハ十ノ位ノ數ノ 2 倍
 11. 豚肉 48 錢, 牛肉 84 錢
 12. 大豆 18 錢, 小豆 20 錢 13. 甲 20 日, 乙 16 日
 14. 兄 36 歲, 弟 27 歲 15. 甲 10 升, 乙 4 升
 16. 長子 973.5 圓, 次子 541.5 圓, 末子 433.5 圓
 17. 上 162 錢, 中 117 錢, 下 91 錢 18. 236
 19. $11\frac{19}{31}$ 分 20. 上 450 頁, 中 360 頁, 下 390 頁
 21. 上 32 錢, 中 29 錢, 箱 10 錢
 22. 五十錢 5 個, 二十錢 10 個, 十錢 15 個
 23. 甲 18, 乙 15, 丙 12

問 題 XIII.

1. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 2. $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$
 3. $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ 4. $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$
 5. $x^{10}-a^{10}$ 6. $x^3+a^4x^4+a^8$ 7. a^3-b^3
 8. $a^3+b^3+c^3+3(a^2b+ab^2+a^2c+ac^2+b^2c+bc^2)+6abc$
 9. a^2-ab+b^2 10. a^2+ab+b^2
 11. $x^3-x^2y+xy^2-y^3$ 12. $x^3+x^2y+xy^2+y^3$
 13. $x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4$ 14. $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4$
 15. $x^4+2x^3+3x^2+2x+1$ 18. 6 19. 4

20. $-\frac{1}{3}$ 21. 2 22. -66
 23. 縱 12 間, 橫 18 間 24. 間口 18 間, 奧行 14 間

問 題 XIV.

1. $(x-y)(1-a)$ 2. $(x+2)(x-10)$ 3. $(x-4)^2$
 4. $(x+a-b)(x+a+b)\{(x+a)^2+b^2\}$ 5. $(x^2-x+1)^2$
 6. $(3x^2-6x-4)(3x^2-2x+2)$ 7. $8ax(x^2+a^2)$
 8. $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$
 9. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$ 10. $a(a-b)(a+b+1)$
 11. $(2x+1)(2x-3)$ 12. $(a-b)(a-c)$
 13. $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$ 14. $(x+a)(x^2+ay)$
 15. $(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$
 16. $(x-1)(x+2)(x^2+x+1)(x^2-2x+4)$
 17. $(x-1)(x+1)^2(x^2+1)(x^2-x+1)$
 18. $(a-b)(d-c)(c+d)$ 19. $(a-b)(a-c)(b-c)$

問 題 XV.

1. $21m$ 2. $3abxyz$ 3. $a+3b$
 4. $x-2$ 5. $2x-1$ 6. $a(a+b)$
 7. $6a^2b^2cxy^2$ 8. $18a^2x^2y^3$ 9. $(x^2-1)(x^4-1)$
 10. $(x^3-a^3)(x^2-ax+a^2)$ 11. $(x+4)(x+5)(x-6)$
 12. $x^2y^2(x^2-a^2)(y^2-b^2)$ 13. x^6-1
 14. x^3-y^3 15. $(x^2-1)(x^2-4)$

問題 XVI.

1. $\frac{x^2-3a^2}{x^2-a^2}$ 2. -1 3. $\frac{4x^3}{y(x^2-y^2)}$
 4. $\frac{2a(x+2a)}{x(a^2-x^2)}$ 5. $\frac{12}{(x^2-1)(x^2-4)}$ 6. $\frac{x^2-3}{(x-1)^2(x-2)}$
 7. $\frac{-3}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ 8. $\frac{30x}{(x^2-1)(x^2-16)}$
 9. 0 10. 0 11. $\frac{x}{x-y}$ 12. $\frac{(1+x^2)^2}{1+x^4}$
 13. $\frac{(x-y-z)(x+y-z)}{xyz}$ 14. 1 15. $\frac{(x-5)^2}{(x-3)^2}$
 16. $\frac{a^2+ax-x^2}{2x^2-a^2}$ 17. $\frac{ab}{a+b}$ 18. $-\frac{a}{b}$
 19. $4\frac{6}{7}$ 20. $-\frac{9}{16}$ 770

問題 XVII.

1. 每時 0.5 里 2. 60 錢 3. $\frac{9}{12}$
 4. $\frac{2}{7}$ 5. $\frac{8}{12}$ 6. 上 35 錢, 下 30 錢
 7. 每分甲 165 間, 乙 150 間 8. 110 斤
 9. 上ル時間 $6\frac{1}{4}$ 時間, 下ル時間 $3\frac{3}{4}$ 時間
 漕力每時 $3\frac{31}{75}$ 里, 水流ノ速少每時 $\frac{64}{75}$ 里
 10. 前輪 2 米, 後輪 2.5 米

問題 XVIII.

1. 5 2. 1 3. $\frac{13}{19}$ 4. $\frac{25}{9}$
 5. 2 6. $a-b$ 7. $a+b$

8. $x=2, y=3$ 9. $x=-3, y=2$
 10. $x=\frac{2b^2-5a^2}{3a}, y=\frac{4a^2-b^2}{3b}$ 11. $x=-(a+b), y=a+b$
 12. $x=\frac{1}{2}(b+c-a), y=\frac{1}{2}(c+a-b), z=\frac{1}{2}(a+b-c)$
 13. $x=a, y=b, z=c$ 14. $x=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}-\frac{1}{l}\right),$
 $y=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right), z=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{l}-\frac{1}{m}\right)$
 15. 40 個 16. 每時 25 哩, 距離 $47\frac{1}{2}$ 哩
 17. 每時 30 哩, 50 哩 18. 甲 60, 乙 8

問題 XIX.

1. 2 尺 2. 2.8284 尺 3. 1.5 尺
 4. 8 寸 5 分弱 5. 年 6 分 6. 4 分 5 厘
 7. 270.61 8. 20.37 9. 133.4 10. 0.3512

問題 XX.

1. $\sqrt{30}$ 2. $2\sqrt[3]{2}$ 3. $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 4. $\frac{5}{8}\sqrt{6}$
 5. $11\sqrt{2}$ 6. $4+2\sqrt{10}$ 7. $x-2\sqrt{(2x-a)(a-x)}$
 8. $2a-2\sqrt{a^2-b^2}$ 9. $2\sqrt{5}$ 10. $\frac{\sqrt{42}}{7}$
 11. $1+\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 12. $\frac{1}{2}$ 13. $\frac{7-\sqrt{15}}{17}$
 14. $\frac{27\sqrt{6}-74}{38}$ 15. $\frac{\sqrt{ab}}{b}$ 16. $\frac{x(x-\sqrt{x^2-y^2})}{y^2}$
 17. $\frac{7a+b-8\sqrt{a^2-b^2}}{3a+5b}$ 18. $\sqrt{3}$
 19. 0.8165, 0.0447, 0.2679

補充問題

第一編ニ關スルモノ

1. $2\pi r$ 4. $a-b-c=a-c-b$
 6. $3a, 7ab, 2x^2y, \frac{1}{3}a^2b$ 7. $1, \frac{1}{2}, 1, 3$
 8. 1, 2, 2, 3, 3, 5 10. 0, 9, 6, 4, 27, 6
 11. 2, 4, 30, 10, 1 12. 13, 18, 4, 0
 13. $4x$ 14. $5x-2$ 15. $3x$ 16. $\frac{7}{6}x$
 17. $a+1$ 18. $2x+4y$ 19. 0
 20. 1500, $66\frac{2}{3}$, 790, 12

第二編ニ關スルモノ

21. (1), (3) ハ恒等式, (2), (4) ハ方程式
 22. $ax=xa$ ハ恒等式, $ax=a$ ハ方程式
 25. 2 26. 2 27. 3 28. 1
 29. 5 30. 2 31. 2 32. 15
 33. 4 34. 1 35. 1 36. 5
 37. 1 38. 8 39. 2 40. 2.5
 41. 0 42. 2 43. 3 44. 4
 45. 6 46. 2 47. 1 48. 15
 49. 5 50. 3 51. $(a+3)$ 圓
 52. $10(x-5)$ 錢 53. $(5x+12)$ 圓 54. $(3x-5)$ 分

55. $33x$ 時間 56. $\frac{10+x}{5}$ 圓 57. $m-1, m+1$
 58. $x+2$ 59. $10b+a$ 60. $100a+10b+c$
 61. $\frac{376.4}{x}$ 時間 62. $x-2, x-1, x, x+1, x+2$
 63. 4 時間 64. 4 人, 10 冊 65. 上 3 圓, 下 2 圓
 66. 甲 15 圓, 乙 30 圓, 丙 35 圓 67. 筆 10 錢, 鉛筆 7 錢
 68. 甲 3500 圓, 乙 2000 圓, 丙 3000 圓
 69. 十錢 6 個, 二十錢 12 個, 一錢 17 個
 70. 桃 6 錢, 林檎 10 錢 71. $2x-2$ 72. $3x-1$
 73. $20-5x$ 74. $2x+1$ 75. $x+10$
 76. $2x+5$ 77. $a-3b$ 78. $5a+12$ 79. $17a$
 80. 3 81. 2 82. 0 83. 3 84. 2
 85. 1.5 86. 甲 65 圓, 乙 35 圓 87. 11 年
 88. 6 年 89. 筆 10 錢, 墨 18 錢, インキ 30 錢
 90. 男 520 名, 女 280 名

第三編ニ關スルモノ

91. $-5, -\frac{1}{3}, 0, \frac{5}{3}, 2$ 92. $-3, 0$ 或ハ 3
 93. 4 94. -1 95. -7 96. -3
 97. 1 98. 0 99. 0 100. 15
 101. 11 102. 40 103. 0 104. -2
 105. 2500 106. 0 107. 0 108. 0
 109. 0 110. -2 111. 0 112. -3

113. 0 114. $8\frac{2}{3}$ 115. $\frac{5}{16}$
 116. -6, 0, 6 117. 最初3度
 121. 2800, -12, -8700, 0 122. 0 123. 384
 124. -4x, 0, -x, -x² 125. -5 126. 5
 127. -2 128. $-\frac{3}{2}$ 129. -40 130. -2
 131. 4年前 132. 乙ガ甲丙ヨリ100圓宛貴ヘバヨシ.

第四編ニ關スルモノ

133. (1) 4次, x = ツキ 2 次 (2) 5次, x = ツキ 3 次
 134. (1) $-6a+6b$ (2) $-ax^2+2a^2x-a^3$
 137. $24a+b-7c$ 138. $x^2-2xy-y^2$
 139. $x-3y+9z$ 140. $11x^3-6x$
 141. $3x^4-x^3-14x+18$ 142. $3\frac{13}{24}a$
 143. $-3ab+2ac-17bc$ 144. $2x^3-2x^2-9x+4$
 145. $3x^2+3xy-\frac{1}{8}y^2$ 146. $\frac{4}{5}x^2y-\frac{1}{2}xy^2$
 147. $\frac{5}{8}x^2-\frac{6}{11}xy-5y^2$ 148. $-5x^2-3x^2-19x+2$
 149. $\frac{1}{6}a-\frac{1}{6}b-\frac{1}{2}c$ 150. $-\frac{a^3}{8}-\frac{2a^2x}{3}-\frac{ax^2}{2}$
 151. $b+d$ 152. $2a+2b$ 153. $10a-15b$
 154. $-2x+3y-2$ 155. $-5x-4y+6z$
 156. $a+b-c$ 157. $-3a+2b$ 158. $-x^2-6a$
 159. $(a-b)x^2-(b-c)x$ 160. $3x^2+(c-a+b-1)x^2$
 161. $-\frac{1}{3}(a+c)x^2-\frac{1}{3}(b+d)x$ 162. $a^3-a^2b^2$

163. $-2xyz-2y^2z+2yz^2$ 164. $-4ax^2y+6a^2xz+8a^3xya$
 165. $10x^3yz-14x^2y^2z+12xy^3z$
 166. $-2x^3+\frac{1}{2}x^2-x-\frac{7}{6}x^3-x^2$
 167. $3a^2x^4y-9a^3x^2y^3-\frac{3a^2x^4y^4}{2}$
 168. $-8x^2-15xy-\frac{20}{3}y^2$
 169. (1) $-2a+14b$ (2) $4x-\frac{7}{4}y-\frac{1}{4}z$
 170. $-7bc^2$ 171. $2yz$ 172. $x-3y$
 173. $-x-3a$ 174. $4x^3-3x^2+18x-2$
 175. $3+4x-x^2+5x^3$ 176. $x+y-z$
 177. $-1\frac{1}{4}$ 178. $\frac{5}{18}x+\frac{8}{9}$ 179. $\frac{8}{15}a-\frac{11}{30}b$
 180. $1\frac{1}{4}x-2\frac{5}{6}$ 181. $-x-6a-2b$ 182. $10\frac{6}{7}$
 183. $4\frac{5}{7}$ 184. $-17\frac{25}{27}$ 185. 1.12
 186. $2\frac{39}{47}$ 187. -3 188. $-\frac{1}{3}$ 189. 0
 190. $\frac{5}{8}$

第五編ニ關スルモノ

191. 16 192. 2 193. 15 194. 4
 195. 3 196. $11\frac{3}{31}$ 197. $-2\frac{6}{31}$ 198. 6
 199. $x=14, y=15$ 200. $x=4, y=3\frac{1}{2}$
 201. $x=2, y=1$ 202. $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{5}$
 203. $x=1, y=2$ 204. $x=4, y=3$

205. $x=3, y=2, z=1$ 206. $x=1, y=6, z=10$
 207. $x=2, y=-4, z=3$ 208. $88\frac{1}{4}$
 209. -19 210. $a=3, b=1$ 211. $a=1, b=2, c=3$
 212. 林檎 15 個, 梨 45 個 213. 男生 400 人, 女生 240 人
 214. 42 尺 215. 男 6 人, 女 10 人, 子供 26 人
 216. 56 217. $5, 3\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}$ 218. 2 斗 5 升
 219. 3.72 圓 220. 3 時 $49\frac{1}{11}$ 分
 221. 1 時 $21\frac{9}{11}$ 分, 1 時 $54\frac{6}{11}$ 分 222. 300 頭, 60 日
 223. 甲 2000 圓, 乙 3000 圓 224. 360 飛
 225. 甲每時 12 哩, 乙每時 15 哩

第六編ニ關スルモノ

226. $14x^3+141x^2-83x+219x^3-381x+90$
 227. $ax^3-(a-b)x^2-(4a+b-c)x^2-(4b+c-1)x^2-(4c+1)x-4$
 228. $x^3-3xy^2+3xyz-3xz^2+2y^3-3y^2z-3yz^2+2z^3$
 229. $a^3+b^3-c^3+3abc$ 230. $x^2-ax-bx+a^2-ab+b^2$
 231. 0 232. $a^2b-a^2c-ab^2+ac^2+b^2c-bc^2$
 233. $x^2-2xy+y^2$ 234. $y-4$ 235. $x^2-\frac{3}{4}x+1$
 236. x^2+5x+6 237. $2x^2+ax-a^2$, 剩餘 $3a^2x+4a^4$
 238. $7x^2+2x+3$, 剩餘 $4x-10$ 239. $(y-1)(y^2+1)$
 240. $(1+a^2)(x+b)(x-b)$ 241. $(a-b-c)(x-y)$
 242. $(x-1)(2x-1)$ 243. $(x-1)(3x-2)$

244. $(4x+3)(x+5)$ 245. $a^2(a-b)(a-3)$
 246. $(a+2b)(a^2-2ab+4b^2-1)$ 247. $(a+b)^4$
 248. $(x^2-6y^2)(x^2+6y^2)$ 249. $(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)$
 250. $(a-b)^3(a+b)$
 251. $(x-1)(x+1)(xy-x+y+1)(xy-x-y-1)$
 252. $(a-b)(a^2+ab-b^2)$ 253. $(a-b)(a-c)(b-c)$
 254. $(x-y)(x+y-1)(x+y+1)$ 256. $\frac{1}{4}m(m^2+3n^2)$
 257. $a=0, b=9$ 258. $2\frac{13}{17}$ 259. $--66$
 260. 6 坪 261. 55 人 262. 96 坪, 192 坪, 288 坪

第七編ニ關スルモノ

263. $\frac{ax^3}{4by^3}$ 264. $\frac{2a^2y}{3x}$ 265. $\frac{28a^3x^2}{by^2}$
 266. $\frac{ayz}{bx^2}$ 267. $\frac{x^2z}{y^3}$ 268. $\frac{x-4}{x+4}$
 269. $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$ 270. $\frac{a-y}{a-z}$ 271. $\frac{2x^2+a^3}{(x+a)(x^2-a^3)}$
 272. $\frac{48a^3}{(x^2-a^2)(x^2-9a^2)}$ 273. $\frac{a^3}{(a-b)(a^2+b^2)}$
 274. $\frac{c-x}{(a-x)(b-x)}$ 275. $\frac{2(x+y)}{x^2+xy+y^2}$
 276. $\frac{2}{(x-3)(x-4)(x-5)}$ 277. $\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}$
 278. $\frac{(x-1)^3}{(x-3)^3}$ 279. $\frac{a+b-c}{a-b+c}$ 280. 1
 281. $\frac{x-y}{x^2+y^2}$ 282. $-\frac{1}{xy}$ 284. (1) 0, (2) 0
 286. $a^2+2, a(a^2+3)$

第八編ニ關スルモノ

287. 5 288. $-4\frac{1}{2}$ 289. $-\frac{1}{11}$ 290. $6\frac{1}{2}$
 291. 6 292. $x=144, y=89$ 293. a
 294. a 295. $\frac{a+b}{2}$ 296. $-\frac{a+b}{2}$
 297. $x=y=\frac{c}{a+b}$ 298. $x=\frac{a^2-c^2}{a-b}, y=\frac{b^2-c^2}{b-a}$
 299. $\frac{9}{5}$ 300. 8^2 301. 毎時 45 哩, 36 哩
 302. 甲毎秒 $21\frac{2}{3}$ ヲ 1 F, 乙毎秒 $10\frac{5}{6}$ ヲ 1 F
 303. 徒歩毎時 $\frac{4}{5}$ 里, 人力車毎時 $1\frac{13}{15}$ 里
 304. 36 分 305. 甲 60 日, 乙 90 日, 丙 180 日
 306. 鶴 $2m-\frac{n}{2}$ 頭, 龜 $\frac{n}{2}-m$ 頭
 307. 毎時 $\frac{at'+bt}{2tt'}$ 里, $\frac{bt-at'}{2tt'}$ 里 308. $\frac{n-1}{a-b}$ 時間以上

第九編ニ關スルモノ

309. (1) $\frac{1}{16}a^4-\frac{1}{6}a^3y+\frac{1}{6}x^2y^2-\frac{2}{27}xy^3+\frac{1}{81}y^4$
 (2) $1-2x+3x^2-3x^3+4x^4-x^5-2x^7+x^8$
 310. $25, \frac{5}{8}, -2a^3b^2x^4$ 311. 75.547, 0.262, 1.732
 312. $2x^2+4$ 313. x^3+2x^2-2x-1
 314. $\frac{2a^4-a^2-2}{a^2+a+1}$ 315. -24
 316. 70, 64, -80 或ハ -70, -64, 80
 319. 27 320. $42-13\sqrt{10}$ 321. $-1-9\sqrt{3}$

322. 10 323. $2\sqrt{y}(3x+y)$ 324. $\frac{3}{4}(\sqrt{3}+1)$
 325. $\frac{1}{4}(17+7\sqrt{5})$ 326. \sqrt{pq}
 327. $-(x^2+x\sqrt{x^2+2}+1)$ 328. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}-2}{4}$
 329. $\frac{2+\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ 330. $\frac{a-1}{\sqrt{a}}$
 331. $\frac{2\sqrt{xy}}{x+y}$ 332. $\frac{1}{y}$ 333. $\frac{1}{2}$

大正十一年十二月十日印刷 大正十一年十二月十四日發行
大正十二年二月七日訂正再版印刷
大正十二年二月十二日訂正再版發行

上卷

價定 金六拾九錢
大正十五年臨時
金壹圓十七錢

昭和二年度臨時



著者 國枝元治

發行者 大葉久吉

東京市日本橋區本銀町三丁目拾四番地

印刷者 吉田松次

東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地



新撰中等代數學教科書

不許

複製

發行所 關西專賣

東京市日本橋區本銀町三丁目
振替口座東京二八〇番
大阪市西區河波堀通四丁目
振替口座大阪四三番

東京寶文館
株式會社 大阪寶文館

東京英秀會館一工場

大正十二年二月十二日
 大正十二年二月十二日
 大正十二年二月十二日

吉田 忠 次	大 崎 八 吉	吉 田 忠 次
大 崎 八 吉	吉 田 忠 次	大 崎 八 吉

吉田 忠 次
 大 崎 八 吉

2000 / 1000

第一學年

二組

八幡系

巖

