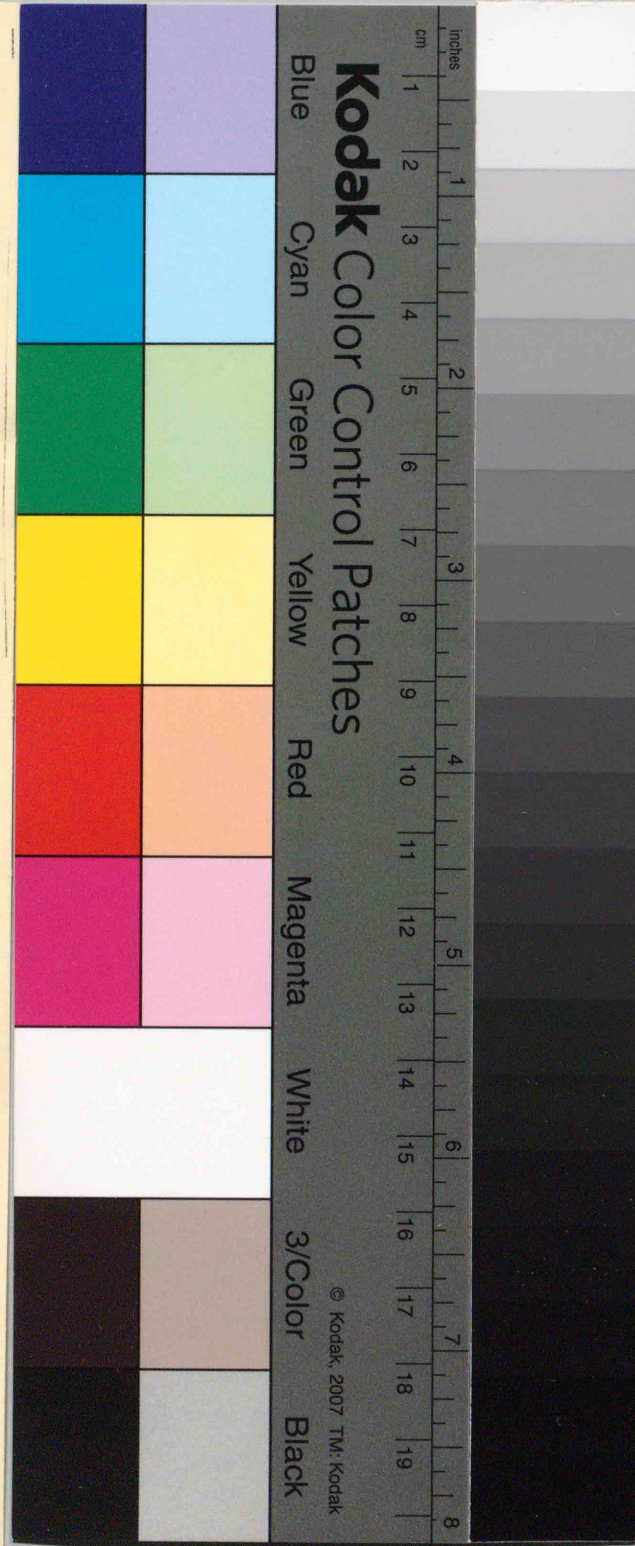


6149
N
海軍兵學校
圖書館藏書



40110
教科書文庫

4
414
41-1903
20000 66234

4a
414
明36



資 料 室

浜本純逸寄贈

海軍兵學校藏書之印

和文

善類圖書
借閱
明治四十年八月

6262

普
三角
53

序

本書は教授上の便をはかり茲に修正改版を發行することとしたり。

開卷第一の實測圖は本版より東京附近なる相模野基線にかへたり此は陸地測量師岩永義晴君同菊地鋤吉郎君の盡力にて其筋の認可を経たり。

補遺に補習科用平面三角法練習問題を入れたるは専ら教員諸氏の希望に基づきたるに外ならず。

明治三十五年十一月

編者 識

目 次

第一編 角ノ測リ方 1-3

第二編 鋭角ノ三角函數 4-14

第三編 直角三角形ノ解キ方並ニ應用 15-24

第四編 任意ノ角ノ三角函數 25-43

第五編 二角ノ和及ビ差ノ三角函數 44-51

第六編 倍角及ビ分角ノ三角函數 52-59

第七編 三角形ノ邊ト角トノ關係 60-67

第八編 三角形ノ解キ方 68-77

距離及ビ高サノ測リ方... .. 77-92

問題之答 93-98

附録 I. 弧度測法ノ大意 99-100

II. 對數表ノ用法 101-104

III. 三角函數表ノ用法 104-106

IV. 三角函數ノ對數表ノ用法 106

附表 I. 1ヨリ2000マデノ五桁ノ對數表... .. 107-111

II. 十分飛ビノ三角函數表... .. 112-114

III. 十分飛ビノ三角函數ノ對數表 115-120

補 遺

補習科用平面三角法練習問題 1-35

VOCABULARY. 語彙 36

三角法ノ範式一覽 別表

20°

90°

中 等 教 育
平 面 三 角 法 教 科 書

第 一 編
角 ノ 測 リ 方

1. 角ヲ測ルニハ任意ノ單位ヲ以テスルコトヲ得可シ.

例ヘバ幾何學ニ於テ二直角或ハ直角ノ三分ノ二ナドト云ヘルハ直角ヲ單位トシタリ其他如何ナル角ヲモ測角ノ單位トシテ取ルコトヲ得レドモ實際ニ用ヒラルル角ノ測リ方ハ六十分法ナリ.

2. 六十分法 測角ノ六十分法ニ於ケル單位ハ度分秒ナリ.

直角ヲ九十等分シテ其一部ヲ度ト云ヒ一度ヲ六十等分シテ其一部ヲ分ト云ヒ一分ヲ六十等分シテ其一部ヲ秒ト云フ.

度分秒ニハ夫レ夫レ記號 °, ', '' ヲ用フ.

例ヘバ二十七度三十五分四十八秒ハ $27^{\circ}35'48''$ ト記スルガ如シ.

例1. 一直角ノ五分ノ一ヲ六十分法ニテ示セ.

1 直角 = 90° ナルヲ以テ 1 直角ノ $\frac{1}{5} = 18^\circ$, 答

例2. 一直角ノ .01375 ヲ度分秒ニテ示セ.

1 直角ノ .01375 = $1^\circ.2375 = 1^\circ 14'.25 = 1^\circ 14' 15''$, 答

問題 I

1. 直角ノ半分, 三分ノ一ノ中ニハ夫レ夫レ幾度ヲ含カ.
2. 直角ノ十二分ノ一ヲ六十分法ニテ示セ.
3. 二直角ノ三十二分ノ一ヲ度分秒ニテ表ハセ.
4. 時計ノ長針ハ時ノ一分間ニ幾度ノ角ヲ經過スルカ.
5. 直角ヲ單位トシテ $8^\circ 15' 27''$ ノ角ヲ表ハセ.
6. 直角ヲ單位トシ $6^\circ 4' 30''$ ノ角ヲ表ハセ.
7. 49° ノ角ヲ表ハスニ直角ヲ單位トセヨ.
8. 一直角ノ .35 ヲ度分ニテ表ハセ.
9. 一直角ノ .0875 ヲ度分秒ニテ示セ.
10. 一直角ノ .240025 ヲ度分秒ニテ表ハセ.
11. 二等邊三角形ノ各底角ハ頂角ノ二倍ナ角ノ度数ヲ問フ.
12. 正六角形ノ一角ノ度数ヲ問フ.
13. 測角ノ或單位ニ於テ 9° ノ角ノ測度

垂直角ノ一邊ガ水平ナルモノニ於テ他ノ一邊ガ上ニ向フトキハ之ヲ仰角ト云ヒ下ニ向フトキハ之ヲ俯角ト云フ. 仰角ハ又高度ト稱スルコトアリ.

16. 應用問題の例.

例1. 地面上ニ立ツ箆竿アリ竿基ト同ジ水平面上ニ於テソレヨリ三十五尺ヲ隔ツル處ヨリ竿頂ヲ望見セシニ仰角五十七度五十分ヲ得タリ依テ箆竿ノ長サヲ問フ.

BC ヲ箆竿トシ A ヲ觀測點トス.

然ルトキハ $BC = AB \tan BAC$
 $= 35 \tan 57^\circ 50'$
 三角函數表ヨリ $= 35 \times 1.59$
 $= 55.65$ 尺



注意 本例ニ於テハ A ニ於ケル觀測者ノ眼ハ竿基ト同ジ水平面上ニアリト假リ定メタルナリ然レドモ實際ニハ A 點ニ据ヘタル測器ノ中心ヲ含ム水平面ヨリノ高サナルガ故ニ此結果ニ測器ノ中心ノ高サヲ加フルヲ要ス.

例2. 高サ五丈ノ丘上ニ樹木アリ丘ノ麓ヨリ丘ノ頂ヲ測リシニ仰角三十度ヲ得又樹木ノ頂上ヲ測リシニ仰角四十五度ヲ得タリ然ラバ樹木ノ直高ハ幾尺ナルカ.

CD ヲ樹木ノ直高トシ之ヲ x 尺トス. 又觀測ノ點 A ヲ DC ノ延線ニ垂線 AB ヲ引キ之ヲ y 尺トス.

然ルトキハ

$$\frac{x+50}{y} = \tan 45^\circ = 1,$$

$$\frac{50}{y} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

故ニ $\frac{x+50}{50} = \sqrt{3},$

コレヨリ $x = 50(\sqrt{3}-1) = 36.6$ 尺 [近似數].

例3. 甲乙二個ノ塔アリ其基底ハ同シ水平面上ニアリ乙塔ノ基底ヨリ甲塔ノ頂上ノ仰角ヲ測リシニ六十度ナリ又乙塔ノ頂上ヨリ甲塔ノ頂上ノ仰角ヲ測リシニ三十度ヲ得タリ今乙塔ノ高サガ四間半ナラバ甲塔ノ高サハ如何ニ.

甲塔ヲ AB ニテ、乙塔ヲ CD ニテ表ハシ DB ニ平行シテ CE ヲ引キ AB ヲ x 間トスルトキハ

$$AE = AB - BE = x - 4.5,$$

又 DB = CE = y

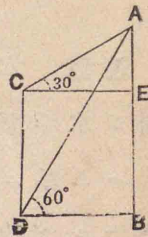
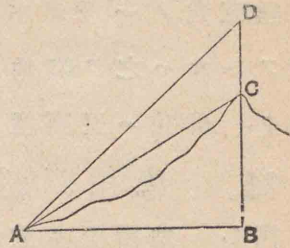
トセヨ. 直角三角形 ADB ヨリ

$$y = x \cot 60^\circ = \frac{x}{\sqrt{3}},$$

又直角三角形 ACE ヨリ $y = (x-4.5) \cot 30^\circ = \sqrt{3}(x-4.5)$

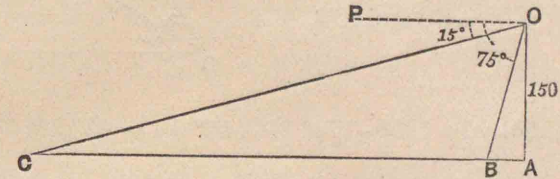
$$\therefore \frac{x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}(x-4.5),$$

之ヲ解キテ $x = 6.75$ 間.



例4. 海濱ニ於テ高サ十五丈ノ斷崖ノ上ヨリ二隻ノ船ヲ正南ニ望見スルニ其俯角、一ハ十五度、一ハ七十五度ナリ依テ二船ノ距離ヲ問フ.

斷崖ヲ OA トシ B 及ビ C ヲ二船ノ位置トス.



然ルトキハ

$$\angle POC = \angle OCA = 15^\circ,$$

$$\angle POB = \angle OBA = 75^\circ,$$

而シテ CB = x, AB = y トスルトキハ直角三角形 OBA ヨリ

$$y = 150 \cot 75^\circ$$

$$= 150 \times 0.2679 = 40.185,$$

又直角三角形 OCA ヨリ

$$x + y = 150 \cot 15^\circ$$

$$= 150 \times 3.7321 = 559.815,$$

$$\therefore x = 519.6 \text{ 尺 [近似數].}$$

例5. 海岸ノ某處 B ヨリ一島 A ニ至ル距離ヲ測ラムトシ海岸ニ沿ウテ直線 BC ノ長サ二百十五間ヲ測リ又 B 及ビ C ニ於テ $\angle ABC = 74^\circ 30'$ 及ビ $\angle ACB = 62^\circ 10'$ ヲ測定セリ然ラバ距離 AB ハ如何ニ.

B ヨリ AC ニ垂線 BD ヲ引ケ.

然ルトキハ

$$BD = BC \sin ACB,$$

及ビ $BD = AB \sin BAC,$

$$\therefore AB \sin BAC$$

$$= BC \sin ACB,$$

ナラ

$$\angle BAC = 180^\circ - (74^\circ 30' + 62^\circ 10') = 43^\circ 20',$$

依テ

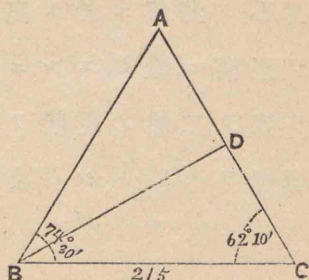
$$AB \sin 43^\circ 20' = 215 \sin 62^\circ 10',$$

三角函數表ニ由リ $AB \times 0.6862 = 215 \times 0.8843,$

$$\therefore AB = 277 \text{ 間.}$$

問題 VII

- ✓ 1. 煙突アリ其基底ヲ隔ツル五十間ノ處ヨリ其頂上ヲ望ムニ仰角三十二度ナリ依テ其煙突ノ高サヲ問フ.
- ✓ 2. 帆船ノ橋上ヨリ或短艇マデノ俯角ガ三十七度ニシテ觀測セシ橋上ノ點ハ海面上五十尺ナリト云フ依テ短艇マデノ距離ヲ問フ.
- ✓ 3. 長サ二尺ノ直立セル棒ノ影ノ長サガ $2\sqrt{3}$ 尺ナルトキ太陽ノ高度ヲ問フ.
4. 某處ニ於テ遙カニ一ノ塔ヲ望ムニ仰角三十度ナリ今塔ニ向テ百間進ムトキハ仰角六十度ナリ依テ塔ノ高サヲ問フ.



5. 直立十六間ノ丘陵ノ上ヨリ或塔ノ頂上ノ俯角ハ三十二度十分ニシテ其基底ノ俯角ハ五十六度三分ナリ依テ塔ノ高サヲ問フ.

6. 眞直ニ進航スル船アリ或位置ニ於テ海岸ニ一ノ燈臺ヲ進航ス可キ針路ト六十五度三分ノ方位ニ望見セリ然ルニソレヨリ三湮ヲ進航シタルトキ彼ノ燈臺ハ進航セシ針路ト七十二度ノ角ヲナスト云フ依テ前後二處ヨリ燈臺マデノ距離ヲ問フ.

7. 斷崖ノ上ニ長サ二丈五尺ノ篋竿ガ立ツトキ崖下ヨリ若干ノ距離ニ於テ篋竿ヲ望見スルニ其竿頂ノ仰角ハ四十七度二十分ニシテ竿基ノ仰角ハ四十五度十分ナリ依テ斷崖ノ高サヲ問フ.

8. 人アリ川ノ橋ノ上ヨリ橋ニ向テ進行シ來ル川蒸氣船ヲ望ムニ俯角十三度三分ナリコノ橋ノ上ノ人ノ眼ノ高サハ水面上五間アリトシ船ハ毎時五十四町ノ速サニテ進行シ來ルトセバコノ船ハ幾時間ニテ橋ノ下ニ來ル可キカ.

9. 川岸ニ二本ノ樹木アリ對岸ノ中点ニ於テ之ヲ望ムニ其角距離ハ百二十二度ナリ今眞直ニ二百間退キテ之ヲ望ムニ角距離六十二度ナリ依テ二本ノ樹木ノ相互ノ距離ヲ問フ.

10. 四邊形ノ原野 ABCD アリ其一隅 A ニ於テ邊 BC

ハ三十度, CD ハ四十六度ノ角ヲ含ムコトヲ観測シ之ニ對スル一隅 Cニ於テ AB ハ六十度, AD ハ五十度ノ角ヲ含ムコトヲ観測ス而シテ對角線 AC ノ長サハ百間ナルトキ四邊ノ長サヲ問フ.

○ 11. 藥研形ノ溪谷アリ之ニ長サハナル水平ノ橋ヲ架スルニ溪谷ノ兩岸ノ斜面ハ橋トソレゾレ角 α 及ビ β ヲナスト云フ然ラバ溪谷ノ底ヨリ橋マデノ高サハ

$$\frac{l}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

ナルコトヲ證セヨ.

12. 三角形 ABC ノ角頂 Cヨリ邊 AB へ垂線 CD ヲ引キテ其面積ハ $\frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A$ ナルコトヲ證セヨ.

13. 三角形ノ二邊ハ十五寸及ビ十六寸ニシテ其夾角ハ四十七度三十分ナルトキ其面積ヲ問フ.

14. 12題ノ圖ニ於テ

$$\text{Ⓐ} \quad AC : BC :: \sin B : \sin A \quad \text{Ⓑ}$$

ナルコトヲ證セヨ.

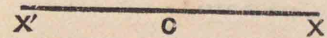
× 15. 塔ノ頂上ニ旗竿アリソノ塔ノ基底ヲ距ル a 尺ノ處ヨリ旗竿ハ十五度ノ角ヲ含ミ又塔ノ基底ヨリ b 尺ノ處ニテモ十五度ノ角ヲ含ムト云フ然ラバ旗竿ノ長サハ如何ニ但十五度ノ角ノ正切ハ $2-\sqrt{3}$ ナリ.

第四編

任意ノ角ノ三角函數

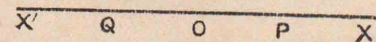
17. 本編ニ於テハ管ニ直線ノ大サノミナラズ其方向ノ考ヲ取ルヲ要ス.

定點 Oヲ原點トシ XX'ハ原點 Oヲ通ス直線トス.



然ルトキ直線 XX'ノ中ニアリテ Oヨリ與ヘラレタル距離 a ニアル點 Pノ位置ハ PガOノ何レノ側ニアルカラ知ルニアラザレバ決定スル能ハズ. コノ不確ヲ去ルニハ一ノ方向ニ測リタル距離ヲ正トシ他ノ方向ニ測リタル距離ヲ負トスレバヨシ. 依テ符號ニ付キテ次ノ規約ヲ設ク.

原點より右方へ測りたる距離を正とし、
原點より左方へ測りたる距離を負とす.

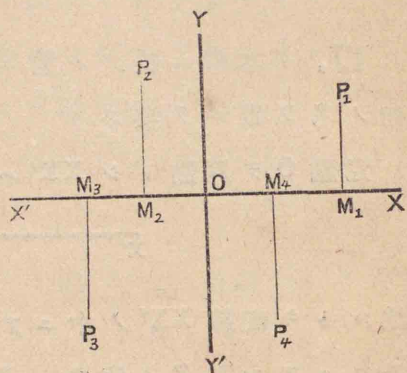


例ヘバ上圖ニ於テ P, Qハ直線 XX'ノ中ニアリテ Oヨリノ距離ガ a ナル如キ點トスレバ其位置ハ

$$OP = +a, \quad OQ = -a$$

ニテ表ハサル。

18. 平面ノ場合ニモ亦前款ト同様ノ規約ヲ設ク。
 平面ノ中ノ任意ノ點 O ヲ原點トシ O ヲ通シテニツノ
 直線 XX' 及ビ YY' ヲ互ニ
 直角ナル横縦ノ線トス。
 然ルトキハコノニツノ直
 線ハ平面ヲ四ツノ分面ニ
 分チ XOY ヲ第一分面, YOX'
 ヲ第二分面, $X'OY'$ ヲ第三
 分面, $Y'OX$ ヲ第四分面ト
 稱シ通例, 次ノ規約ヲ設ク。

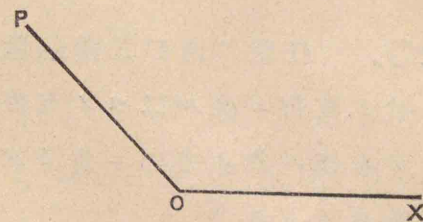


XX' に沿うたる距離は YY' より右方へ
 測りたるものを正とし左方へ測りたるも
 のを負す。

YY' に沿うたる距離は XX' より上方へ
 測りたるものを正とし下方へ測りたるも
 のを負す。

例へバ前圖ノ OM_1, OM_4 ハ正ニシテ OM_2, OM_3 ハ負ナリ。
 又 M_1P_1, M_2P_2 ハ正ニシテ M_3P_3, M_4P_4 ハ負ナリ。

19. 任意ノ角 直線 OP ガーノ平面内ニ於テ OX ノ
 位置ヨリ起リテ回轉スルトキハ O 點ノ周ハリノアラユ
 ル位置ヲ取り又モト
 ノ位置ニ來リ尙進ム
 デ幾周ハリニテモナ
 シ得ルユエ任意ノ大
 サノ角ヲ生ズ可シ換
 言スレバ



角の大きさには限りなし。
 而シテ OP ガ OX ノ位置ヨリ回轉スル仕方ニテ通リア
 ルユエ次ノ規約ヲ設ク。

OP が OX の位置より時計の針の回ると
 反対の方へ回轉して生じたる角を正とし
 之と反対の方向, 即ち時計の針の回ると同
 じ方へ回轉して生じたる角を負す。

OX ヲ首線ト云ヒ OP ヲ動徑ト云フ。

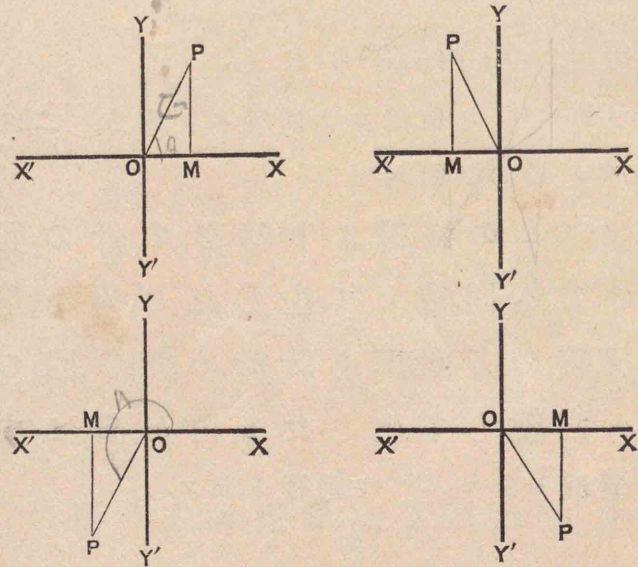
問題 VIII

次ノ各角ニ於テ動徑ハ第何分面ノ内ニアルカ。

1. 135° .
2. 265° .
3. -315° .
4. -120° .

5. -60° . 6. 370° . 7. 425° . 8. 590° .
 9. -30° . 10. -330° . 11. -480° . 12. -750° .

20. 任意の角の三角函数 XX' 及び YY' は原点 O に於て直角に交ルニツノ直線トシテ動徑ガ OX ヨリ發シテ正或ハ負ノ方向ニ角 A ダケ回轉シテ OP ナル位置ヲ取ルモノトス.



P ヨリ XX' = 垂線 PM ヲ引クトキハ 3 款ノ定義ヲ擴メテ次ノ如ク定義ス.

$$\sin A = \frac{MP}{OP}, \quad \cos A = \frac{OM}{OP}, \quad \tan A = \frac{MP}{OM}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{OP}{MP}, \quad \sec A = \frac{OP}{OM}, \quad \cot A = \frac{OM}{MP}$$

動徑 OP ハ恒ニ正ト見レドモ OM, MP ハ 18 款ニ從テ正負種種ノ値ヲ取ル可ク今之ヲ述ブレバ次ノ如シ.

第一分面に於ては OM, MP は皆正なるを以て $\sin A$ も $\cos A$ も $\tan A$ も皆正なり.

第二分面に於ては OM は負, MP は正なるを以て $\sin A$ は正, $\cos A$ は負, $\tan A$ は負なり.

第三分面に於ては OM, MP は皆負なるを以て $\sin A$ も $\cos A$ も負なれども $\tan A$ は正なり.

第四分面に於ては OM は正, MP は負なるを以て $\sin A$ は負, $\cos A$ は正, $\tan A$ は負なり.

$\operatorname{cosec} A, \sec A, \cot A$ は夫れ夫れ $\sin A, \cos A, \tan A$ の反數なるを以て其符號は夫れ夫れ相同じ.

今之ヲ便利ニ圖ニテ表記スレバ次ノ如シ.

正弦ト餘割	餘弦ト正割	正切ト餘切
$\begin{array}{c c} + & + \\ \hline - & - \end{array}$	$\begin{array}{c c} - & + \\ \hline - & + \end{array}$	$\begin{array}{c c} - & + \\ \hline + & - \end{array}$

21. 三角函数の定義より生ずる二つの緊要なる結果.

I. 三角函数ノ数值ハ動徑 OP ガ XOX' トナス銳角ニ關係ス如何ニト云フニコノ銳角ガ三角形 POM ノ形ヲ決定スルガ故ナリ. 從テ

OP の任意の位置に對して角 A と同じ絶對値の三角函数をもつ他の三つの位置あり.

II. 若シ OP ガ與ヘラレタル任意ノ位置ヨリ四直角或ハ四直角ノ若干倍ダケ回轉スルトキハ OX, OP ヲ二邊トスル一組ノ角ヲ得可ク是等ノ角ハ皆同じ二邊ヲモツガ故ニ其三角函数モ亦皆相同ジ而シテ是等ノ角ノ最小ナルモノヲ A トスレバ是等ノ角ハ悉ク $n \cdot 360^\circ + A$ ノ中ニ含まル但 n ハ任意ノ正若シクハ負ナル整数ナリ.

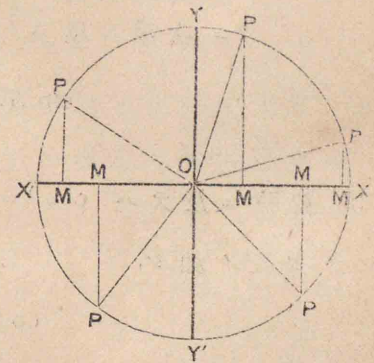
是ニ由テ A ヲ任意ノ銳角トシ n ヲ正若シクハ負ナル整数トスレバ

$n \cdot 360^\circ + A$ の中に含まるる總ての角は皆同じ値の三角函数をもつ.

22. 三角函数の値の變化.

XX' 及ビ YY' ハ原點 O ヲ通シテ互ニ直角ナル二ツノ

直線トシ動徑 OP ガ OX ノ位置ヨリ起程シ正ノ方向ニ回轉スルトキハ P ハ一ノ圓周ヲ畫ク可ク而シテ三角函数ノ値ノ變化ハ次ノ如シ.



(1) 正弦ニ於テハ

$$\sin A = \frac{MP}{OP}$$

ナルユエ $A=0$ ナルトキハ $\sin A = \frac{0}{OP} = 0,$

$A=0$ ヲリ 90° マデ $\sin A$ ハ正ニシテ次第ニ増シ $A=90^\circ$ ナルトキハ $\sin A$ ハ 1 トナル. $A=90^\circ$ ヲリ 180° マデ $\sin A$ ハ正ニシテ次第ニ耗リ $A=180^\circ$ ナルトキハ $\sin A$ ハ 0 トナル. $A=180^\circ$ ヲリ 270° マデ $\sin A$ ハ負ニシテ其絶對値ハ次第ニ増シ $A=270^\circ$ ナルトキハ $\sin A$ ハ -1 トナル. $A=270^\circ$ ヲリ 360° マデ $\sin A$ ハ負ニシテ其絶對値ハ次第ニ耗リ $A=360^\circ$ ナルトキ $\sin A$ ハ 0 トナル. 今コノ變化ヲ圖ニテ示スト

ハ次ノ如シ,

sin 90° = 1	
sin A ハ 正ニシテ 次第ニ耗ル	sin A ハ 正ニシテ 次第ニ増ス
sin 180° = 0	sin 0° = 0
sin A ハ 負ニシテ 其絶対値 ハ次第ニ増ス	sin A ハ 負ニシテ 其絶対値 ハ次第ニ耗ル
sin 270° = -1	

(2) 餘弦ニ於テハ $\cos A = \frac{OM}{OP}$ ナルヲ以テ前ト同様ニ推シテ次表ノ如シ,

cos 90° = 0	
cos A ハ 負ニシテ 其絶対値 ハ次第ニ増ス	cos A ハ 正ニシテ 次第ニ耗ル
cos 180° = -1	cos 0° = 1
cos A ハ 負ニシテ 其絶対値 ハ次第ニ耗ル	cos A ハ 正ニシテ 次第ニ増ス
cos 270° = 0	

(3) 正切ニ於テハ $\tan A = \frac{MP}{OM}$ ナルヲ以テ前ト同様ニ推シテ次表ノ如シ,

tan 90° = ∞	
tan A ハ 負ニシテ 其絶対値 ハ次第ニ耗ル	tan A ハ 正ニシテ 次第ニ増ス
tan 180° = 0	tan 0° = 0
tan A ハ 正ニシテ 次第ニ増ス	tan A ハ 負ニシテ 其絶対値 ハ次第ニ耗ル
tan 270° = ∞	

餘割正割餘切ハ夫レ夫レ正弦餘弦正切ノ反數ナルヲ以テ其値ノ變化ハ前ヨリ直チニ推定シ得可ク之ヲ一ノ表ニ集ムレバ次ノ如シ.

度 函數	0°	90°	180°	270°	360°	度 函數	0°	90°	180°	270°	360°
sin.	0	1	0	-1	0	cosec.	∞	1	∞	-1	∞
cos.	1	0	-1	0	1	sec.	1	∞	-1	∞	1
tan.	0	∞	0	∞	0	cot.	∞	0	∞	0	∞

23. ㊦款ノ範式(2), (3), (4)ハ銳角ノミニ限ラズ任意ノ角ノ三角函數ニ對シテモ亦眞ナリ而シテ角 A ノ種種ノ位置ニ付キテ之ヲ吟味スルコトハ學生ノ爲メ有益ナル演習タリ今ココニ一例ヲ示サム.

角 A ガ 90°ヨリ大キク 180°ヨリ小サキ場合ヲ取ル.
直角三角形 OPM ニ於テ

$$MP^2 + OM^2 = OP^2 \dots\dots\dots (1)$$

コノ各項ヲ OP^2 ニテ除スレバ

$$\left(\frac{MP}{OP}\right)^2 + \left(\frac{OM}{OP}\right)^2 = 1,$$

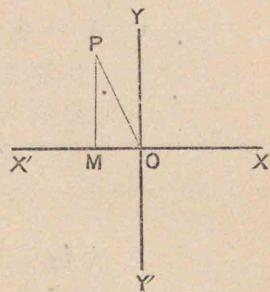
即チ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$.

又(1)ノ各項ヲソレゾレ OM^2, MP^2

ニテ除スレバ

$$\tan^2 A + 1 = \sec^2 A \quad \text{及} \quad \cot^2 A + 1 = \operatorname{cosec}^2 A$$

ヲ證シ得可シ.



問題 IX

次ノ各三角函數ノ値ヲ求メヨ[1乃至6].

- | | | |
|---|-----------------------|-------------------------|
| 1. $\sin 420^\circ$. | 2. $\cos 390^\circ$. | 3. $\tan 405^\circ$. |
| 4. $\operatorname{cosec}(-315^\circ)$. | 5. $\sec 405^\circ$. | 6. $\cot(-330^\circ)$. |

次ノ各角ノ各三角函數ノ符號ヲ問フ[7乃至15].

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 7. 340° . | 8. 239° . | 9. 145° . |
| 10. 400° . | 11. 700° . | 12. -30° . |
| 13. -150° . | 14. -260° . | 15. -330° . |
16. $A = 202^\circ 37'$ 及ビ $\sin A = -\frac{5}{13}$ ナルトキ $\cos A$ 及ビ $\cot A$ ヲ求メヨ.
17. $A = 143^\circ 8'$ 及ビ $\operatorname{cosec} A = 1\frac{2}{3}$ ナルトキ $\sec A$ 及ビ $\tan A$ ヲ求メヨ.

18. $A = 216^\circ 52'$ 及ビ $\cos A = -\frac{4}{5}$ ナルトキ $\cot A$ 及ビ $\sin A$ ヲ求メヨ.

19. $\cos A = \frac{12}{13}$ ナルトキ $\sin A$ 及ビ $\tan A$ ヲ求メヨ.

次ノ各式ノ値ヲ問フ[20乃至25].

20. $\cos 0^\circ \sin^2 270^\circ - 2 \cos 180^\circ \tan 45^\circ$.
21. $3 \sin 0^\circ \sec 180^\circ + 2 \operatorname{cosec} 90^\circ - \cos 360^\circ$.
22. $2 \sec^2 180^\circ \cos 0^\circ + 3 \sin^2 270^\circ - \operatorname{cosec} 90^\circ$.
23. $\tan 180^\circ \cos 270^\circ + \sec 360^\circ - \operatorname{cosec} 270^\circ$.
24. $a \sin 90^\circ - b \cos 360^\circ + (a-b) \cos 180^\circ$.
25. $(a^2 - b^2) \cos 360^\circ - 4ab \sin 270^\circ$.

24. 餘角 二ツノ角ノ和ガ九十度ナルトキハ此二ツノ角ヲ互ニ餘角ナリト云フ[9款ノ定義ノ擴張].

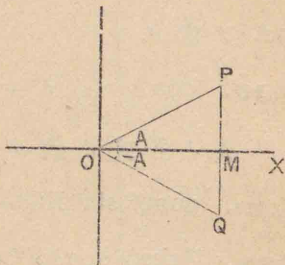
例ヘバ 30° ト 60° トノ二ツノ角ハ互ニ餘角ニシテ又 150° ト -60° トノ二ツノ角モ互ニ餘角ナリ.

25. 補角 二ツノ角ノ和ガ百八十度ナルトキハ此二ツノ角ヲ互ニ補角ナリト云フ.

例ヘバ 120° ト 60° , -50° ト 230° トハ互ニ補角ナルガ如シ.

26. 或角ニ同じ絶対値ノ負角ノ三角函數ノ關係.

角 XOP ヲ A トシ角 XOQ ノ大サヲ XOP ノ大サニ等シク取レバ角 XOQ ハ -A ナリ. OQ ヲ OP ニ等シク取り PQ ヲ結び付クレバ OX ハ M ニ於テ PQ ヲ直角ニ二等分ス.



二ツノ三角形 POM, QOM ノ三ツノ邊ハ夫レ夫レ相等シケレドモ MP ト MQ ハ符號相反ス. 依テ

$$\sin(-A) = \frac{MQ}{OQ} = \frac{-MP}{OP} = -\sin A \dots\dots(1)$$

$$\cos(-A) = \frac{OM}{OQ} = \frac{OM}{OP} = \cos A \dots\dots(2)$$

$$(1), (2) \text{ ヨリ } \tan(-A) = -\tan A \dots\dots(3)$$

餘割正割餘切ノ關係ハ (1), (2), (3) ヨリ直チニ知ル可シ以下單ニ正弦餘弦正切ノミニ付キテ説クト知レ.

27. 與へられたる角 A と同じ餘弦をもつ總ての角を求むること.

OX, OP ヲ二邊トセル總テノ角ハ A ト同じ餘弦ヲモチ又 OX, OQ ヲ二邊トセル總テノ角ハ -A ト同じ餘弦ヲモツ依テ前款ヨリ A ト同じ餘弦ヲモツ而シテ是等ノ二組ノ角ハ範式 $n \cdot 360^\circ \pm A$

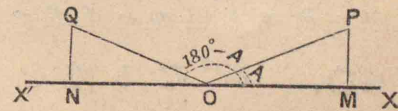
ノ中ニ含マル但コノ n ハ正或ハ負ナル整數トス.

且 A ト同じ餘弦ヲモツ角ハコノ外ニナキナリ, 如何ニ

ト云フニ A ト -A トノアル分面内ニテハ他ニ之ト同ジ餘弦ヲモツ角ナク又是等ノ分面ニ相對スル分面内ニテハ同ジ數値ノ餘弦ヲモツ角アルモ符號相反スルヲ以テナリ.

28. 或角と其補角の三角函數の關係.

角 XOP ヲ A トシ角 QOX' ヲ角 POX ニ等シトスレバ角 XOQ ハ $180^\circ - A$ ナル可シ.



OQ ヲ OP ニ等シク取り

XOX' ニ垂線 PM, QN ヲ引

タトキハ二ツノ三角形 POM, QON ノ三ツノ邊ハ夫レ夫レ相等シケレドモ OM ト ON ハ符號相反ス.

依テ
$$\sin XOQ = \frac{NQ}{OQ} = \frac{MP}{OP} = \sin XOP,$$

即チ
$$\sin(180^\circ - A) = \sin A \dots\dots(4)$$

又
$$\cos XOQ = \frac{ON}{OQ} = \frac{-OM}{OP} = -\cos XOP,$$

即チ
$$\cos(180^\circ - A) = -\cos A \dots\dots(5)$$

(4), (5) ヨリ
$$\tan(180^\circ - A) = -\tan A \dots\dots(6)$$

29. 與へられたる角 A と同じ正弦をもつ總ての角を求むること.

OX, OP ヲ二邊トセル總テノ角ハ A ト同じ正弦ヲモチ又 OX, OQ ヲ二邊トセル總テノ角ハ $180^\circ - A$ ト同じ正弦ヲモツ依テ前款ヨリ A ト同じ正弦ヲモツ而シテ A ト同

正弦ヲモツ角ハコノ外ニナシ今是等ノ二組ノ角ハ夫レ夫レ $n \cdot 360^\circ + A, \quad n \cdot 360^\circ + 180^\circ - A,$

即チ $2n \cdot 180^\circ + A, \quad (2n+1) \cdot 180^\circ - A$

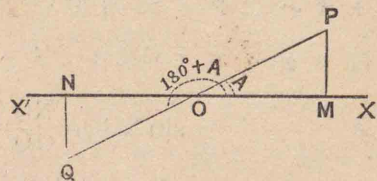
ナリ但コノ n ハ正或ハ負ナル任意ノ整数トス而シテコノ二ツノ範式ハ

$$m \cdot 180^\circ + (-1)^m A$$

ノ中ニ含マル但 m ハ正或ハ負ナル任意ノ整数ナリ.

30. 180° なる差をもつ二つの角の三角函数の關係.

角 A ノ止マリノ動徑 OP ラバ O ヲ越ヘテ引キ延バシ Q ニ至リ $OQ=OP$ ナラシムレバ角 XOQ ハ $180^\circ + A$ ナリ. P



及ビ Q ヨリ XX' ニ垂線 PM, QN ヲ引ケ. ニツノ三角形 POM, QON ノ斜邊ハ相等シク他ノ二邊ハ等長ナレドモ符號相反ス.

依テ $\sin XOQ = \frac{NQ}{OQ} = \frac{-MP}{OP} = -\sin XOP,$

即チ $\sin(180^\circ + A) = -\sin A \dots\dots\dots(7)$

又 $\cos XOQ = \frac{ON}{OQ} = \frac{-OM}{OP} = -\cos XOP,$

即チ $\cos(180^\circ + A) = -\cos A \dots\dots\dots(8)$

(7), (8) ヨリ $\tan(180^\circ + A) = \tan A \dots\dots\dots(9)$

31. 與へられたる角 A と同じ正切をもつ總ての角を求むること.

OX, OP ラ二邊トセル總テノ角ハ A ト同じ正切ヲモテ又 OX, OQ ラ二邊トセル總テノ角ハ $180^\circ + A$ ト同じ正切ヲモツ依テ前款ヨリ A ト同じ正切ヲモツ而シテ A ト同じ正切ヲモツ角ハコノ外ニナシ. 今是等ノ二組ノ角ハ

$$n \cdot 360^\circ + A, \quad n \cdot 360^\circ + 180^\circ + A,$$

即チ $2n \cdot 180^\circ + A, \quad (2n+1) \cdot 180^\circ + A$

ノ中ニ含マル而シテコノ二ツハ悉ク

$$m \cdot 180^\circ + A$$

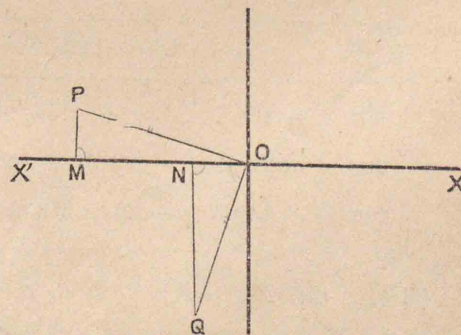
ノ中ニ含マル但 m ハ正或ハ負ナル任意ノ整数ナリ.

32. 90° なる和或は差をもつ二つの角の三角函数の關係.

OP ニ垂線 OQ ヲ引キ $OQ=OP$ ナラシメ垂線 PM, QN

ヲ引ク. ニツノ三角形 POM, QON ニ於テ $OP=OQ, MP=-ON, OM=NQ$ ナリ. 依テ

$$\begin{aligned} \sin XOQ &= \frac{NQ}{OQ} \\ &= \frac{OM}{OP} = \cos XOP, \end{aligned}$$



$$\cos XOQ = \frac{ON}{OQ} = \frac{-MP}{OP} = -\sin XOP,$$

先ツ $\angle XOP = A$ トスレバ $\angle XOQ = 90^\circ + A$,

故ニ上ノ二ツノ等式ヨリ

$$\sin(90^\circ + A) = \cos A \dots\dots\dots(10)$$

$$\cos(90^\circ + A) = -\sin A \dots\dots\dots(11)$$

(10), (11) ヨリ $\tan(90^\circ + A) = -\cot A \dots\dots\dots(12)$

次ニ $\angle XOQ = A$ トスレバ $\angle XOP = A - 90^\circ$,

依テ $\sin A = \cos(A - 90^\circ)$,

即チ[26款] $\sin A = \cos(90^\circ - A) \dots\dots\dots(13)$

又 $\cos A = -\sin(A - 90^\circ)$,

即チ[26款] $\cos A = \sin(90^\circ - A) \dots\dots\dots(14)$

(13), (14) ヨリ $\tan A = \cot(90^\circ - A) \dots\dots\dots(15)$

注意 (13), (14), (15) ナル結果ハ曾テ鋭角ニ付キテハ
9款ニ示セリ.

33. 前諸款ノ結果ヲ表ニ集ムレバ次ノ如シ.

角 函 數	-A	180°-A	180°+A	90°+A	90°-A
sin.	-sin A	sin A	-sin A	cos A	cos A
cos.	cos A	-cos A	-cos A	-sin A	sin A
tan.	-tan A	-tan A	tan A	-cot A	cot A

例 1. $\sin(270^\circ - A)$ ヲ角 A ノミノ三角函數ニテ表ハセ.

$$\sin(270^\circ - A) = \sin(90^\circ + 180^\circ - A)$$

(10) = 由テ $= \cos(180^\circ - A)$

(5) = 由テ $= -\cos A.$

別法 $\sin(270^\circ - A) = \sin(180^\circ + 90^\circ - A)$

(7) = 由テ $= -\sin(90^\circ - A)$

(14) = 由テ $= -\cos A.$

例 2. $\cos(540^\circ + C)$ ヲ角 C ノミノ三角函數ニテ表ハセ.

$$\cos(540^\circ + C) = \cos(360^\circ + 180^\circ + C) = \cos(180^\circ + C) = -\cos C$$

21款 = 由テ $= \cos(180^\circ + C)$

(8) = 由テ $= -\cos C.$

例 3. $\tan 330^\circ$ ヲ求ム.

$$\tan 330^\circ = \tan(180^\circ + 90^\circ + 60^\circ)$$

(9) = 由テ $= \tan(90^\circ + 60^\circ)$

(12) = 由テ $= -\cot 60^\circ$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

別法 $\tan 330^\circ = \tan(360^\circ - 30^\circ)$

21款 = 由テ $= \tan(-30^\circ)$

(3) = 由テ $= -\tan 30^\circ$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

問題 X

次ノ各三角函數ノ値ヲ求メヨ[1乃至4].

1. $\sin 120^\circ, \cos 120^\circ, \tan 120^\circ, \operatorname{cosec} 120^\circ, \operatorname{sec} 120^\circ, \cot 120^\circ.$

2. $\sec 225^\circ, \sin 240^\circ, \tan 210^\circ.$

3. $\cos 135^\circ, \tan 300^\circ, \cot 315^\circ$

4. $\operatorname{cosec} 330^\circ, \sin 1125^\circ, \cos 900^\circ$

5. $\sin(-1190^\circ), \tan 1000^\circ, \cos(-3860^\circ)$ ヲ正ノ鋭角ノ三角函數トシテ表ハセ.

6. 33 款ノ表ニ由テ

$$\cos(270^\circ + A) = \sin A, \tan(270^\circ + A) = -\cot A$$

ヲ證セヨ.

7. 33 款ノ表ニ由テ

$$\sin(270^\circ - A) = -\cos A, \cos(270^\circ - A) = -\sin A$$

ヲ證セヨ.

8. 角 A ヲ鈍角トシテ 26 款ノ範式 (1), (2), (3) ヲ證セヨ.

9. $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin \theta = -\frac{1}{2}, \tan \theta = -\sqrt{3}, \cot \theta = -1$ ニ適スル角ニシテ 360° 以内ノモノヲ悉ク求メヨ.

10. A ガ鋭角ナルトキ幾何學的ニ

$$\sec(A - 180^\circ) = -\sec A$$

ナルコトヲ證セヨ.

次ノ二式ヲ證セヨ;

11. $\tan A + \tan(180^\circ - A) + \cot(90^\circ + A) = \tan(360^\circ - A).$

12. $\frac{\sin(180^\circ - A)}{\tan(180^\circ + A)} \cdot \frac{\cot(90^\circ - A)}{\tan(90^\circ + A)} \cdot \frac{\cos(360^\circ - A)}{\sin(-A)} = \sin A$

次ノ三ツノ式ヲ最簡ニセヨ,

13. $\frac{\sin(-A)}{\sin(180^\circ + A)} - \frac{\tan(90^\circ + A)}{\cot A} + \frac{\cos A}{\sin(90^\circ + A)}$

14. $\frac{\operatorname{cosec}(180^\circ - A)}{\sec(180^\circ + A)} \cdot \frac{\cos(-A)}{\cos(90^\circ + A)}$

15. $\frac{\cos(90^\circ + A) \sec(-A) \tan(180^\circ - A)}{\sec(360^\circ + A) \sin(180^\circ + A) \cot(90^\circ - A)}$

第五編

二角ノ和及ビ差ノ三角函數

34. 二角の和の正弦及び餘弦.

∠LOM=A, ∠MON=B トスル

トキハ

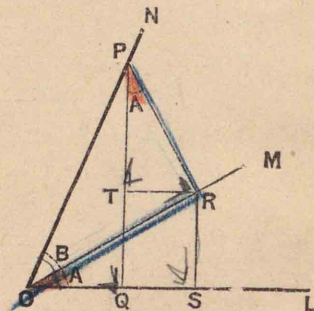
$$\angle LON = A + B,$$

角 A+B ノ邊 ON ノ中ニ任意

ノ点 P ラ取リ OL = 垂線 PQ

ヲ OM = 垂線 PR ヲ引キ又 PQ

= 垂線 RT ヲ, OL = 垂線 RS ヲ引ク.



而シテ

$$\angle TPR = \angle ROS = A,$$

定義ニ由テ $\sin(A+B) = \frac{PQ}{OP} = \frac{RS+PT}{OP} = \frac{RS}{OP} + \frac{PT}{OP}$

$$= \frac{RS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} + \frac{PT}{PR} \cdot \frac{PR}{OP}$$

即チ $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \dots\dots\dots(1)$

又 $\cos(A+B) = \frac{OQ}{OP} = \frac{OS-QS}{OP} = \frac{OS}{OP} - \frac{QS}{OP}$

$$= \frac{OS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} - \frac{TR}{PR} \cdot \frac{PR}{OP}$$

即チ $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \dots\dots\dots(2)$

35. 二角の差の正弦及び餘弦.

前款ノ圖ニ於テ ON ヲ OL ト

OM トノ間ニ引クトキハ

$$\angle LON = A - B,$$

而シテ

$$\sin(A-B) = \frac{PQ}{OP}$$

$$= \frac{RS-PT}{OP}$$

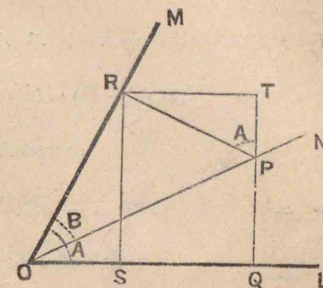
$$= \frac{RS}{OP} - \frac{PT}{OP} = \frac{RS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} - \frac{PT}{PR} \cdot \frac{PR}{OP}$$

即チ $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \dots\dots\dots(3)$

又 $\cos(A-B) = \frac{OQ}{OP} = \frac{OS+RT}{OP} = \frac{OS}{OP} + \frac{RT}{OP}$

$$= \frac{OS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} + \frac{RT}{RP} \cdot \frac{RP}{OP}$$

即チ $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \dots\dots\dots(4)$



36. 34, 35 款ニ述ベタル四ツノ範式ハ基本トナル範式ナルガ故ニ能ク注意ス可シ. 是等ノ範式ヲ求ムルニハ A モ B モ又 A+B モ何レモ 90° ヲ超過セザルモノトシテ求メタリ然レドモ A 及ビ B ガ任意ノ角ナルトキモ是等ノ範式ハ真ナリコレ種種ノ場合ノ圖ヲ書キテ幾何學的ニ證明スルヲ得レドモ前ニ得タル範式ヲ用ヒテ證明スル法ヲ次ニ示サム.

サテ是等ノ範式ハ任意ノ銳角ニ付キテ眞ナルトキハ
其角ノ一ヲ 90° ダケ増スモ尙眞ナル可シ。

乃チ $A' = 90^\circ + A$ トスルトキハ

$$\begin{aligned} \sin(A' + B) &= \sin(90^\circ + A + B) = \cos(A + B) \quad [32 \text{ 款}] \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B, \end{aligned}$$

$$\text{然ルニ} \quad \cos A = \sin(90^\circ + A) = \sin A', \quad [32 \text{ 款}]$$

$$\sin A = -\cos(90^\circ + A) = -\cos A',$$

$$\text{故ニ} \quad \sin(A' + B) = \sin A' \cos B + \cos A' \sin B,$$

乃チ A ガ鈍角ナルトキニ

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

ナルコトヲ證シ得タルナリ。

斯ノ如ク A, B ハ次第ニ大キクスルコトヲ得ルガ故ニ
 A, B ガ任意ノ大サノ角ナルトキ(1)ヲ證シ得可シ。

他ノ場合モ之ト同様ニ證明スルコトヲ得。

例 1. $\cos 75^\circ (= \sin 15^\circ)$ ヲ求ム。

$$\begin{aligned} \cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \sin 15^\circ. \end{aligned}$$

例 2. $\sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$ ヲ證セヨ。

$$\begin{aligned} &\sin(A+B)\sin(A-B) \\ &= (\sin A \cos B + \cos A \sin B)(\sin A \cos B - \cos A \sin B) \\ &= \sin^2 A \cos^2 B - \cos^2 A \sin^2 B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sin^2 A (1 - \sin^2 B) - (1 - \sin^2 A) \sin^2 B \\ &= \sin^2 A - \sin^2 A \sin^2 B - \sin^2 B + \sin^2 A \sin^2 B \\ &= \sin^2 A - \sin^2 B. \end{aligned}$$

問題 XI

1. $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ ヲ證セヨ。

2. $\cos A = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{3}{5}$ ナルトキ $\sin(A+B)$ 及 $\cos(A-B)$ ヲ求メヨ。

3. $\sin A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{12}{13}$ ナルトキ $\cos(A+B)$ 及 $\sin(A-B)$ ヲ求メヨ。

4. $\sec A = \frac{17}{8}, \operatorname{cosec} B = \frac{5}{4}$ ナルトキ $\sec(A+B)$ ヲ求メヨ。

次ノ各式ヲ證セヨ。

5. $\sin(A+45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin A + \cos A)$.

6. $\cos(A+45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos A - \sin A)$.

7. $\frac{\sin(a+\beta)}{\cos a \cos \beta} = \tan a + \tan \beta$.

8. $\frac{\sin(a-\beta)}{\sin a \sin \beta} = \cot \beta - \cot a$.

9. $\frac{\cos(a-\beta)}{\cos a \sin \beta} = \cot \beta + \tan a$.

10. $\cos(A+B)\cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$.

- 11. $\sin(A+B)\sin(A-B) = \cos^2 B - \cos^2 A.$
- 12. $\cos(45^\circ - A) - \sin(45^\circ + A) = 0.$
- 13. $\cos(A + 45^\circ) + \sin(A - 45^\circ) = 0.$
- 14. $2\sin(A + 45^\circ)\sin(A - 45^\circ) = \sin^2 A - \cos^2 A.$
- 15. $\frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos \beta \cos \gamma} + \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\cos \gamma \cos \alpha} + \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} = 0.$

Handwritten notes:
 $\sin(\beta - \gamma) + \cos \beta \sin(\gamma - \alpha) + \cos \gamma \sin(\alpha - \beta)$
 コノ式ノ分子ト分母トヲ $\cos \alpha \cos \beta =$ テ除スレバ

37. 二角の和及ひ差の正切及ひ餘切.

$$\tan(A+B) = \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} = \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B - \sin A \sin B}$$

コノ式ノ分子ト分母トヲ $\cos \alpha \cos \beta =$ テ除スレバ

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \dots (5)$$

同様 = $\cot(A+B) = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B} \dots (6)$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} \dots (7)$$

$$\cot(A-B) = \frac{\cot A \cot B + 1}{\cot B - \cot A} \dots (8)$$

問題 XII

- 1. $\tan 75^\circ = \cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$ フラ證セヨ.
- 2. $\cot 75^\circ = \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ フラ證セヨ.
- 3. $\tan A = \frac{1}{2}, \tan B = \frac{1}{3}$ ナルトキ $\tan(A+B)$ フラ求メヨ.

- 4. $\tan A = \frac{4}{3}, B = 45^\circ$ ナルトキ $\tan(A-B)$ フラ求メヨ.
- 5. $\cot A = \frac{5}{7}, \cot B = \frac{7}{5}$ ナルトキ $\cot(A+B)$ 及ヒ $\tan(A-B)$ フラ求メヨ.
- 6. $\cot A = \frac{11}{2}, \tan B = \frac{7}{24}$ ナルトキ $\cot(A-B)$ 及ヒ $\tan(A+B)$ フラ求メヨ.

次ノ各式ヲ證セヨ,

$$7. \tan(45^\circ + A) = \frac{1 + \tan A}{1 - \tan A} \quad 8. \tan(45^\circ - A) = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$$

$$9. \cot(45^\circ + A) = \frac{\cot A - 1}{\cot A + 1} \quad 10. \cot(45^\circ - A) = \frac{\cot A + 1}{\cot A - 1}$$

$$11. \frac{\tan A + \tan 2A}{1 - \tan A \tan 2A} = \tan 3A.$$

$$12. \cos(A+B)\cos B + \sin(A+B)\sin B = \cos A.$$

$$13. \sin 3A \cos A - \cos 3A \sin A = \sin 2A.$$

$$14. \sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A = \sin 4A \cos A - \cos 4A \sin A.$$

$$15. \cos 4\theta \cos \theta - \sin 4\theta \sin \theta = \cos 3\theta \cos 2\theta - \sin 3\theta \sin 2\theta.$$

38. 34, 35 款ノ四ツノ範式ヨリ加法減法ヲ行フテ

次ノ範式ヲ得,

$$\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2\sin A \cos B \dots (9)$$

$$\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2\cos A \sin B \dots (10)$$

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A \cos B \dots (11)$$

$$\cos(A-B) - \cos(A+B) = 2\sin A \sin B \dots (12)$$

例1. $2\sin 75^\circ \sin 15^\circ$ ヲ差ノ形ニ直シテ其數値ヲ求ム.

$$\begin{aligned} 2\sin 75^\circ \sin 15^\circ &= \cos(75^\circ - 15^\circ) - \cos(75^\circ + 15^\circ) \\ &= \cos 60^\circ - \cos 90^\circ = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

例2. $2\cos 3\theta \sin 6\theta$ ヲ和ノ形ニ直セ.

$$\begin{aligned} 2\cos 3\theta \sin 6\theta &= \sin(3\theta + 6\theta) - \sin(3\theta - 6\theta) \\ &= \sin 9\theta - \sin(-3\theta) = \sin 9\theta + \sin 3\theta. \end{aligned}$$

39. $A+B=S$, $A-B=T$ トスレバ

$$A = \frac{S+T}{2} \text{ 及 } B = \frac{S-T}{2}$$

ナルヲ以テ前款ノ四ツノ範式ハ次ノ如ク變ズ,

$$\sin S + \sin T = 2 \sin \frac{S+T}{2} \cos \frac{S-T}{2} \dots\dots\dots(13)$$

$$\sin S - \sin T = 2 \cos \frac{S+T}{2} \sin \frac{S-T}{2} \dots\dots\dots(14)$$

$$\cos S + \cos T = 2 \cos \frac{S+T}{2} \cos \frac{S-T}{2} \dots\dots\dots(15)$$

$$\cos T - \cos S = 2 \sin \frac{S+T}{2} \sin \frac{S-T}{2} \dots\dots\dots(16)$$

例1. $\sin 9A - \sin 7A$ ヲ積ノ形ニ直セ.

$$\begin{aligned} \sin 9A - \sin 7A &= 2 \cos \frac{9A+7A}{2} \sin \frac{9A-7A}{2} \\ &= 2 \cos 8A \sin A. \end{aligned}$$

例2. $\cos 70^\circ - \cos 10^\circ$ ヲ積ノ形ニ直シテ簡單ニセヨ.

$$\begin{aligned} \cos 70^\circ - \cos 10^\circ &= 2 \sin 40^\circ \sin(-30^\circ) \\ &= -2 \sin 40^\circ \sin 30^\circ = -\sin 40^\circ. \end{aligned}$$

問題 XIII

次ノ四ツノ式ヲ和或ハ差ノ形ニ直セ,

1. $2\sin 3\theta \cos \theta$. 2. $2\cos 6\theta \sin 3\theta$.

3. $2\cos 7A \cos 5A$. 4. $2\sin 3A \sin 2A$.

次ノ六ツノ式ヲ積ノ形ニテ示セ,

5. $\sin 8\theta + \sin 4\theta$. 6. $\sin 5\theta - \sin \theta$.

7. $\cos 7\theta + \cos 3\theta$. 8. $\cos 9\theta - \cos 11\theta$.

9. $\cos 10^\circ - \cos 50^\circ$. 10. $\sin 70^\circ + \sin 50^\circ$.

次ノ各式ヲ證セヨ,

11. $\sin 60^\circ + \sin 20^\circ = 2 \sin 40^\circ \cos 20^\circ$.

12. $\sin 40^\circ - \sin 10^\circ = 2 \cos 25^\circ \sin 15^\circ$.

13. $\frac{\cos A - \cos 3A}{\sin 3A - \sin A} = \tan 2A$. 14. $\frac{\sin 2A + \sin 3A}{\cos 2A - \cos 3A} = \cot \frac{A}{2}$.

15. $\sin(60^\circ + A) - \sin(60^\circ - A) = \sin A$.

16. $\cos(30^\circ - A) + \cos(30^\circ + A) = \sqrt{3} \cos A$.

17. $\cos(45^\circ + a) - \cos(45^\circ - a) = -\sqrt{2} \sin a$.

18. $\frac{\cos(2\alpha - 3\beta) + \cos 3\beta}{\sin(2\alpha - 3\beta) + \sin 3\beta} = \cot \alpha$.

第六編 倍角及ビ分角ノ三角函數

40. 2A の三角函數.

34款ノ範式(1), (2)ニ於テ B=A トスレバ

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A \dots\dots\dots(1)$$

$$\begin{aligned} \cos 2A &= \cos^2 A - \sin^2 A \\ \text{或ハ} \quad &= 2 \cos^2 A - 1 \\ \text{或ハ} \quad &= 1 - 2 \sin^2 A \end{aligned} \dots\dots\dots(2)$$

37款ノ範式(5)ニ於テ B=A トスレバ

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \dots\dots\dots(3)$$

41. 3A の三角函數.

$$\sin 3A = \sin(2A + A) = \sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A,$$

$$\text{及ビ} \quad \cos 3A = \cos(2A + A) = \cos 2A \cos A - \sin 2A \sin A,$$

之ニ前款ノ(1), (2)ヨリ sin 2A, cos 2A ノ値ヲ代入シ且變化シテ次ノ範式ヲ得,

$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A \dots\dots\dots(4)$$

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{又} \quad \tan 3A = \tan(2A + A) = \frac{\tan 2A + \tan A}{1 - \tan 2A \tan A}$$

若シ A ヲ知リタルトキハ $\frac{A}{2}$ ガ第何分面ニアルカヲ知リ得可ク從テ根號ノ前ノ符號ヲ決定スルヲ得可シ.

然レドモ cos A ヲ知ルノミニテ A ヲ知ラザルトキハ $\cos \frac{A}{2}$ ニハ二ツノ値アリ其理由ハ次ノ如シ.

與ヘラレタル餘弦ヲモツ最小角ヲ α トスルトキハ

$$\begin{aligned} \text{27款ニ由リ} \quad & A = n \cdot 360^\circ \pm \alpha \\ \text{ナルヲ以テ} \quad & \cos \frac{A}{2} = \cos \left(n \cdot 180^\circ \pm \frac{\alpha}{2} \right) \\ & = \cos(n \cdot 180^\circ) \cos \frac{\alpha}{2} \mp \sin(n \cdot 180^\circ) \sin \frac{\alpha}{2} \\ & = \pm \cos \frac{\alpha}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{同様ニ} \quad \cos A = 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2} \quad [40款(2)]$$

$$\text{ヨリ} \quad \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} \dots\dots\dots(8)$$

例 cos 184° = -.9975 ナルトキ sin 92° 及ビ cos 92° ヲ求ム.

茲ニ 92° ハ第二分面ノ内ニアルヲ以テ其正弦ハ正ニシテ餘弦ハ負ナリ.

$$\text{依テ} \quad \cos 92^\circ = -\sqrt{\frac{1 + \cos 184^\circ}{2}} = -\sqrt{\frac{.00244}{2}},$$

$$\text{及ビ} \quad \sin 92^\circ = +\sqrt{\frac{1 - \cos 184^\circ}{2}} = +\sqrt{\frac{1.99756}{2}}.$$

44. sin A を與へたるさき $\sin \frac{A}{2}$ 及ビ $\cos \frac{A}{2}$

には四つの値あり。

$$\left(\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}\right)^2 = 1 + 2\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = 1 + \sin A,$$

及ビ $\left(\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}\right)^2 = 1 - 2\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = 1 - \sin A,$

依テ $2\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin A} \pm \sqrt{1 - \sin A} \dots\dots\dots(9)$

及ビ $2\sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin A} \mp \sqrt{1 - \sin A} \dots\dots\dots(10)$

依テ sin A ノミヲ知リテ A ヲ知ラザルトキニハ $\sin \frac{A}{2} = \pm \cos \frac{A}{2}$ ニモ四ツノ値アリ

然レドモ若シ A ヲ知リタルトキハ次ノ如クシテ根號ノ前ノ符號ヲ決定ス可シ。

サテ $\sqrt{2}\sin\left(\frac{A}{2} + 45^\circ\right) = \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin A},$

又 $\sqrt{2}\cos\left(\frac{A}{2} + 45^\circ\right) = \cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 - \sin A}.$

依テ A ヲ知リタルトキハ $\frac{A}{2} + 45^\circ$ ノ角ハ第何分面ニアルカヲ知リ得可シ故ニ根號ノ前ノ符號ヲ決定シ得ルナリ。

例 $\sin 170^\circ = .17365$ ナルトキ $\sin 85^\circ$ ヲ求ム。

茲ニ $\frac{A}{2} + 45^\circ = 130^\circ$ ナルヲ以テ其正弦ハ正ニシテ餘弦ハ負ナリ。

故ニ $\cos 85^\circ + \sin 85^\circ = + \sqrt{1 + \sin 170^\circ} = + \sqrt{1.17365},$

$$\cos 85^\circ - \sin 85^\circ = - \sqrt{1 - \sin 170^\circ} = - \sqrt{.82635}.$$

依テ $2\sin 85^\circ = + \sqrt{1.17365} + \sqrt{.82635}.$

45. tan A を與へたるごき $\tan \frac{A}{2}$ には二つの値あり。

40 款ノ範式(3)ヨリ

$$\tan A = \frac{2\tan \frac{A}{2}}{1 - \tan^2 \frac{A}{2}}$$

即チ $\tan^2 \frac{A}{2} \cdot \tan A + 2\tan \frac{A}{2} - \tan A = 0,$

コレ $\tan \frac{A}{2}$ ノ二次方程式ナリ依テ之ヲ解ケバ

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \tan^2 A}}{\tan A} = (-1 \pm \sec A) \cot A.$$

問題 XV

1. A ガ (1) 80° , (2) 100° , (3) 390° , (4) 1000° ニ等シキト

キ範式

$$\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}, \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$$

ノ複符號ヲ決定セヨ。

2. A ガ (1) 100° , (2) 260° , (3) 450° , (4) 1890° ニ等シキト

キ範式

$$2\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin A} \pm \sqrt{1 - \sin A}$$

ニ於ケル複符號ヲ決定セヨ、

3. A ガ (1) 10° , (2) 200° , (3) 300° , (4) 8000° ニ等シキトキ

$$\tan \frac{A}{2} = \cot A (\pm \sec A - 1)$$

ニ於ケル複符號ヲ決定セヨ、

4. A ガ -90° 及ビ 270° ノ間ニアルトキ

$$\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin A}$$

ニ於ケル複符號ヲ決定セヨ、

5. A ガ -270° 及ビ 90° ノ間ニアルトキ

$$\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{1 - \sin A}$$

ニ於ケル複符號ヲ決定セヨ、

6. $11\frac{1}{4}^\circ$ ノ餘弦ヲ求メヨ

7. A ガ 90° 及ビ 180° ノ間ニアルトキ

$$2 \sin \frac{A}{2} = +\sqrt{1 + \sin A} + \sqrt{1 - \sin A}$$

ナルコトヲ證セヨ、

8. $\sin 224^\circ = -.69$ ナルトキ $\sin 112^\circ$ ノ値ヲ書ケ

9. $\tan \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}$ ヲ證セヨ、又コノ複符號ヲ

説明セヨ、

10. $\sin A$ ガ $\sin \frac{A}{2}$ ノ項ニテ表ハサレタルトキハニツ

ノ異符號ノ等値アリ又 $\cos A$ ガ $\cos \frac{A}{2}$ ノ項ニテ表ハサレ

タルトキハ唯一ツノ値アリ其證如何ニ、

第七編

三角形ノ邊ト角トノ關係

46. 三角形ニ於テ A, B, C ハ幾何學的ニハ三ツノ角頂ヲ表ハシ代數的ニハ夫レ夫レ是等ノ角頂ニ於ケル角度ヲ表ハス.

又 a, b, c ハ夫レ夫レ角 A, B, C ニ對スル邊ノ長サヲ表ハス.

47. 幾何學ニ由リ $A+B+C=180^\circ$.

依テ三角形ノ一ツノ角ハ 0° ト 180° トノ間ニアリ.

- 故ニ
- (1) 一ツノ角ノ正弦ハ正ニシテ一ヨリ大ナラズ.
 - (2) 一ツノ角ノ餘弦ハ正或ハ負ニシテ絶對値ニテ一ヨリ小サシ.
 - (3) 一ツノ角ノ正切ハ正或ハ負ノ任意ノ値ヲモツコトヲ得.
 - (4) 一ツノ角ノ正弦ガ與ヘラレタルトキハ之ニ適當スル角ハ二ツアリテ互ニ補角ヲナス.
 - (5) 一ツノ角ノ餘弦或ハ正切ガ與ヘラレタルトキハ之ニ適當スル角ハ唯一ツアリ.
 - (6) 一ツノ角ノ半分ハ 90° ヨリ小サシ依テ其三

角函數ハ皆正ナリ.

- (7) 一ツノ角ノ半分ノ任意ノ三角函數ガ與ヘラレタルトキハ其角ノ半分ヲ決定ス.

例 1. $\sin(A+B)=\sin C$ ヲ證スルコト.

$$A+B+C=180^\circ, \quad \therefore A+B=180^\circ-C,$$

依テ $\sin(A+B)=\sin(180^\circ-C)=\sin C$.

例 2. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$ ヲ證スルコト.

$$\frac{A+B+C}{2}=90^\circ, \quad \therefore \frac{A+B}{2}=90^\circ-\frac{C}{2}$$

依テ $\sin \frac{A+B}{2} = \sin \left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

問題 XVI

次ノ六ツノ方程式ノ各ヨリ A ヲ求メヨ.

1. $2\cos A=1.$ 2. $2\cos A=-1.$ 3. $2\sin A=1.$
4. $\tan A=-1.$ 5. $\sqrt{2}\sin A=1.$ 6. $\tan A=-\sqrt{3}.$

三角形 ABC ニ於テ次ノ各式ヲ證セヨ.

7. $\sin(A+B+C)=0.$ 8. $\cos(A+B+C)=-1.$
9. $\sin \frac{1}{2}(A+B+C)=1.$ 10. $\cos \frac{1}{2}(A+B+C)=0$
11. $\tan(A+B)=-\tan C.$ 12. $\cot \frac{1}{2}(B+C)=\tan \frac{1}{2}A.$
13. $\cos(A+B)=-\cos C.$ 14. $\cos(A+B-C)=-\cos 2C$
15. $\frac{\sin A - \sin B}{\sin A + \sin B} = \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A-B}{2}.$

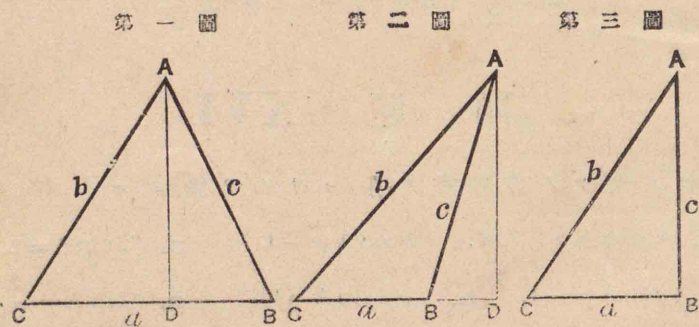
$$16. \frac{\sin 3B - \sin 3C}{\cos 3C - \cos 3B} = \tan \frac{3A}{2}$$

$$17. \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$18. \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$$

48. 任意の三角形に於て各邊は其對角の正弦に比例す。

任意ノ一角頂Aヨリ對邊CB或ハ其延線へ垂線ADヲ引ケ。



茲ニ三ツノ場合アリ乃チ第一圖ハBモCモ銳角ナル場合、第二圖ハBガ鈍角ナル場合、第三圖ハBガ直角ナル場合ナリ。

第一圖ニ於テハ $\frac{AD}{AC} = \sin C$, 即チ $AD = b \sin C$,

又 $\frac{AD}{AB} = \sin B$, 即チ $AD = c \sin B$,

$$\therefore b \sin C = c \sin B.$$

第二圖ニ於テハ $AD = b \sin C$,

及ビ $AD = c \sin ABD = c \sin(180^\circ - B) = c \sin B$,

$$\therefore b \sin C = c \sin B,$$

第三圖ニ於テハ $AB = AC \cdot \sin C$, 即チ $c = b \sin C$,

$$\therefore b \sin C = c \sin B \quad [\because B = 90^\circ].$$

依テ何レノ場合ニ於テモ

$$b \sin C = c \sin B,$$

即チ

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

同様ニ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \dots\dots\dots(1)$$

49. $a = b \cos C + c \cos B$ を證すること。

前款ノ第一圖ニ於テハ

$$\frac{CD}{CA} = \cos C, \text{ 即チ } CD = b \cos C,$$

$$\frac{DB}{AB} = \cos B, \text{ 即チ } DB = c \cos B,$$

$$\therefore a = CD + DB = b \cos C + c \cos B$$

第二圖ニ於テハ

$$a = CD - DB = b \cos C - c \cos(180^\circ - B) = b \cos C + c \cos B,$$

第三圖 = 於テハ $a = CB = b \cos C$
 $= b \cos C + c \cos B$ [$\because B = 90^\circ$].

依テ何レノ場合ニ於テモ

$$a = b \cos C + c \cos B \dots\dots\dots(2)$$

同様ニ $b = c \cos A + a \cos C \dots\dots\dots(3)$

及ビ $c = a \cos B + b \cos A \dots\dots\dots(4)$

50. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ を證するここ.

前款ノ三ツノ範式ニツレゾレ $-a, b, c$ ヲ掛ケテ加フ
 レバ

$$b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos A,$$

即チ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \dots\dots\dots(5)$

同様ニ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B \dots\dots\dots(6)$

及ビ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \dots\dots\dots(7)$

是ニ由テ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \dots\dots\dots(8)$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \dots\dots\dots(9)$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \dots\dots\dots(10)$$

問題 XVII

次ノ各式ヲ證セヨ,

1. $a = 2c, b = 3c$ ナラバ $\cos B = -1$.

$$\therefore \frac{b-c}{b+c} \cdot \cot \frac{A}{2} = \tan \frac{B-C}{2} \dots\dots\dots(14)$$

之ト同様ナル他ノ二ツノ式アリ.

問題 XVIII

1. 51款ノ範式(11), (12)ト問題VIIノ12トヨリ

$$\text{三角形ノ面積 } S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ナルコトヲ證セヨ.

2. $a = 35, b = 84, c = 91$ ナルトキハ

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{1}{5}, \tan \frac{B}{2} = \frac{2}{3}, \tan \frac{C}{2} = 1, S = 1470$$

ナルコトヲ證セヨ.

3. $\tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{b+c-a}{b+c+a}$ ヲ證セヨ.

4. $(s-b) \tan \frac{B}{2} = (s-c) \tan \frac{C}{2}$ ヲ證セヨ.

5. a, b, c ガ等差級數ヲナストキハ

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}$$

ナルコトヲ證セヨ

第八編

三角形ノ解キ方

54. 任意ノ三角形ノ解キ方ニ四ツノ場合アリ.

- (1) 二角ト一邊トヲ知ルトキ.
- (2) 三邊ヲ知ルトキ.
- (3) 二邊ト其夾角トヲ知ルトキ.
- (4) 二邊ト其一ニ對スル角トヲ知ルトキ.

55. 二角(A, C)ニ一邊(a)を知るごき.

此場合ニハ $B=180^\circ-A-C$

■ リ B ヲ求メ得可ク而シテ

$$b = a \frac{\sin B}{\sin A}, \quad c = a \frac{\sin C}{\sin A} \quad [48 \text{ 款}]$$

■ リ b 及ビ c ヲ求メ得可シ.

コノ式ノ對數ヲ取レバ

$$\log b = \log a + \log \sin B - \log \sin A,$$

$$\log c = \log a + \log \sin C - \log \sin A.$$

例 $a=10, A=51^\circ 30', B=76^\circ$ ナルトキ b ヲ求ム.

$$\begin{aligned} \log b &= \log 10 + L \sin 76^\circ - L \sin 51^\circ 30' \\ &= 1.00000 + \bar{1}.98690 - \bar{1}.89354 \\ &= 1.09336, \quad \therefore b = 12.398. \end{aligned}$$

問題 XIX

- 1. $a=15, A=42^\circ, B=36^\circ$ ヲ知リテ b 及ビ c ヲ求メヨ.
- 2. $a=123, B=29^\circ 17', C=135^\circ$ ヲ知リテ c ヲ求メヨ.
- 3. $a=1, A=49^\circ 30', B=51^\circ 20'$ ナルトキ b 及ビ c ヲ求メヨ.
- 4. $a=10, B=80^\circ 50', C=60^\circ$ ナルトキ b 及ビ c ヲ求メヨ.
- 5. $a=4, A=15^\circ, C=95^\circ$ ナルトキ c ヲ求メヨ.

56. 三邊(a, b, c)を知るごき.

此場合ニハ

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}, \quad \tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}, \quad \tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$

$$\text{或ハ } \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}, \quad \cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}, \quad \cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$$

ヨリ各角ヲ求メ得可シ.

今對數式ニ直シタル一例ヲ示セバ

$$\log \tan \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \log \frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}$$

例 三角形ノ三邊ガ 4, 7, 9 ニ比例スルトキ其各角ヲ
問フ。

茲ニ $s=10, s-a=6, s-b=3, s-c=1,$

依テ $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1}{20}}, \tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{2}{10}}$

故ニ $\log \tan \frac{A}{2} = \frac{1}{2}(-\log 20)$
 $= -\frac{1}{2}(1.30103) = \bar{1}.34949,$

$\therefore \frac{A}{2} = 12^\circ 30' + \frac{373}{594} \times 10' = 12^\circ 36',$

$\therefore A = 25^\circ 12'.$

又 $\log \tan \frac{B}{2} = \frac{1}{2}(\log 2 - 1) = \bar{1}.65051,$

$\therefore B = 48^\circ 11'.$

依テ $C = 180^\circ - A - B = 106^\circ 37'.$

問題 XX

1. $a=15, b=16, c=29$ ナルトキ C ヲ求メヨ。
2. $a=7, b=20, c=25$ ナルトキ A ヲ求メヨ。
3. 三角形ノ三邊ガ 183, 195 及ビ 214 尺ナルトキ其
最大角ヲ問フ。

1. $a=5, b=2, c=6$ ナルトキスベテノ角ヲ問フ。

5. $a=9, b=10, c=11$ ナルトキスベテノ角ヲ問フ。

57. 二邊 (b, c) と其夾角 (A) を知るこき。

此場合ニハ $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$

及ビ $B+C = 180^\circ - A$

ヨリ B 及ビ C ヲ求メ得可シ。

第一ノ式ノ對數ヲ取レバ

$$\log \tan \frac{B-C}{2} = \log(b-c) - \log(b+c) + \log \cot \frac{A}{2}.$$

既ニ $B-C$ ヲ求メ得タルトキハ B 及ビ C ヲ求メ得可ク

而シテ邊 a ハ $a:c = \sin A : \sin C$

ヨリ求メ得可シ。

但既ニ $\frac{1}{2}(B-C)$ ヲ得タルトキ B 及ビ C ヲ求メズシテ

直チニ邊 a ヲ求ムル場合ニハ

$$\frac{b+c}{a} \sin \frac{1}{2} A = \cos \frac{1}{2} (B-C)$$

ヲ用フルヲヨシトス。

別法 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = (b+c)^2 - 4bc \cos^2 \frac{A}{2},$

サテ角 φ ヲ $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{bc} \cos \frac{A}{2}}{b+c}$

ナル如ク取ルトキハ

$$a^2 = (b+c)^2 \left\{ 1 - \frac{4bc}{(b+c)^2} \cos^2 \frac{A}{2} \right\}$$

$$= (b+c)^2 (1 - \sin^2 \varphi)$$

$$= (b+c)^2 \cos^2 \varphi,$$

$$\therefore a = (b+c) \cos \varphi.$$

乃チ對數式

$$\log \sin \varphi = \log 2 + \frac{1}{2} \log b + \frac{1}{2} \log c + \log \cos \frac{A}{2} - \log(b+c)$$

$$\text{ヨリ } \varphi \text{ フ求メ } \log a = \log(b+c) + \log \cos \varphi$$

ヨリ a フ求メ得可シ.

例 $b=123, c=321, A=29^\circ 16'$ ナルトキ B, C 及ビ a フ求

ム.

$$\begin{aligned} \text{茲} = \log \tan \frac{C-B}{2} &= \log \frac{99}{222} + \log \cot 14^\circ 38' \\ &= 1.99564 - 2.34635 + .58320 \\ &= .23249, \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{C-B}{2} = 59^\circ 30' + \frac{264}{290} \times 10' = 59^\circ 39',$$

$$\text{而シテ } \frac{C+B}{2} = 75^\circ 22',$$

$$\therefore C = 135^\circ 1' \text{ 及ビ } B = 15^\circ 43'.$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \log a &= \log 123 + \log \sin 29^\circ 16' - \log \sin 15^\circ 43' \\ &= 2.08991 + \bar{1}.68920 - \bar{1}.43279 \\ &= 2.34632. \end{aligned}$$

$$\therefore a = 221.9.$$

問題 XXI

1. $a=21, b=10\frac{1}{2}, C=36^\circ 52'$ ナルトキ A 及ビ B フ求メ

ム.

2. $a=1, b=9, C=65^\circ$ ナルトキ A 及ビ B フ求メヨ.

3. $a=14, b=11, C=60^\circ$ ナルトキ A 及ビ B フ求メヨ.

4. $b=4, c=2, A=60^\circ 30'$ ナルトキ B, C 及ビ a フ求メヨ.

5. $a=5, b=1, C=80^\circ$ ナルトキ A, B 及ビ c フ求メ

ム.

58. 二邊 (a, c) と其一に對する角 (A) とを
知るこき.

此場合ハ通例兩意の場合ト命ゼラルルモノナリ.

方程式 $\sin C = \frac{c}{a} \sin A$ ヨリ $\sin C$ フ求メ得可シ.

斯ク $\sin C$ フ求メタルトキ $\frac{c}{a} \sin A < 1$ ナラバ概シテ之ヨリ
 C ノ二ツノ値ヲ得可ク其二ツノ値ハ何レモ 180° ヨリ小
サクシテ一ハ銳角、一ハ鈍角ナル可シ.

茲ニ攷フ可キ三ツノ場合アリ.

(1) $c \sin A > a$ ナルトキハ $\sin C > 1$ コレ出來可カラザ
ルコトナリ故ニコノ場合ニハ與ヘラレタル部分ヲモツ
三角形ナシ.

(2) $c \sin A = a$ ナルトキハ $\sin C = 1$ ニシテ之ニ適スル
 C ノ値ハ唯 90° ノミ. 依テココニハ與ヘラレタル部分

ヲモツ一ツノ三角形アリ而シテコレ直角三角形ナリ.

(3) $c \sin A < a$ ナルトキハ $\sin C < 1$. 茲ニハ C ノ二ツノ値アリ一ハ鋭角ニシテ一ハ鈍角ナリ.

(a) 若シ $c < a$ ナルトキハ $C < A$, 依テ C ハ鋭角ナル可シ. 故ニ茲ニ與ヘラレタル部分ヲモツ唯一ツノ三角形アリ.

(β) 若シ $c > a$ ナルトキハ C ハ鋭角ナルヲ要セズ C ノ二ツノ値俱ニ可ナリ. 依テ此場合ニハ與ヘラレタル部分ヲモツ二ツノ三角形アリ.

上ノ結果ヲ概述スレバ次ノ如シ,

$c \sin A > a$ ナルトキ 三角形ナシ
 $c \sin A = a$ ナルトキ 一ツノ三角形アリ
 $c \sin A < a$ $\left\{ \begin{array}{l} c < a \text{ ナルトキ 一ツノ三角形アリ} \\ c > a \text{ ナルトキ 二ツノ三角形アリ} \end{array} \right.$

若シ $c = a$ ナルトキハ $C = A$ 或ハ $180^\circ - A$. 併シナガラ $D = 180^\circ - A$ ナルトキハ三角形ノ二邊ハ相合スルヲ以テ C ノ適當ナル値ハ唯 $C = A$ ノミ.

59. 幾何學的の説明 三角形 ABC ノ角頂 B ヨリ邊

b = 垂線 BD ヲ引クトキハ $BD = c \sin A$.

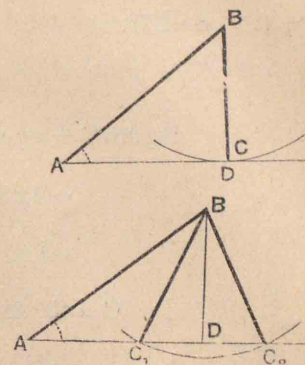
B ヲ中心トシ a ヲ半径トシテ圓ヲ畫ケ.

(1) $a < c \sin A$ ナルトキハ此圓ハ邊 AC ヲ截ラズ依テ

三角形ナシ.

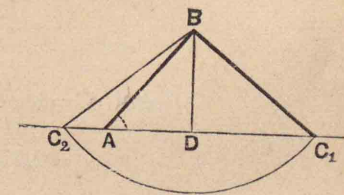
(2) $a = c \sin A$ ナルトキハ此圓ハ $AC = D$ = 於テ切ス依テ直角三角形 ADB アリ

(3) $a > c \sin A$ ナルトキハ此圓ハ AC ヲ二點 C_1 及ビ C_2 = 於テ截ル.



(β) 若シ $c > a$ ナルトキハ C_1 及ビ C_2 ハ A ノ同傍ニアリ依テ茲ニハ與ヘラレタル部分ヲモツ二ツノ三角形 ABC_1 及ビ ABC_2 アルナリ.

(a) 若シ $c < a$ ナルトキハ C_1 及ビ C_2 ハ A ノ異傍ニアリ而シテ三角形 ABC_1 ノミガ與ヘラレタル部分ヲモツ. 三角形 ABC_2 ハ A = 於ケル角ヲ $180^\circ - A$ = 等シクモツガ故ニ



與ヘラレタル要件ヲ充タサザルナリ.

注意 前ノ第二ノ圖 = 於テ

$$AD = c \cos A \text{ 及ビ } C_1D = C_2D = \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 A},$$

依テ b ノ二ツノ値ハ次ノ如シ,

$$c \cos A + \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 A} \text{ 及ビ } c \cos A - \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 A}$$

此二ツノ値ガ正ナルトキ即チ $c > a$ ナルトキハ二ツノ三角形アルナリ.

例1. $a=379, c=483, A=34^\circ 10'$ ナルトキ B 及ビ C ヲ求ム.

$$\begin{aligned}\log \sin C &= \log c + \log \sin A - \log a \\ &= 2.68395 + \bar{1}.74943 - 2.57864 \\ &= \bar{1}.85474.\end{aligned}$$

$$\therefore C = 45^\circ 40' + \frac{26}{123} \times 10' = 45^\circ 42',$$

或ハ $180^\circ - 45^\circ 42' = 134^\circ 18'.$

茲ニ $a < c$ ナルヲ以テ C ノ二ツノ値俱ニ適當ス.

$$C = 45^\circ 42' \text{ ナルトキハ } B = 100^\circ 8',$$

$$C = 134^\circ 18' \text{ ナルトキハ } B = 11^\circ 32'.$$

例2. $a=483, c=379$ 及ビ $A=34^\circ 10'$ ナルトキ A 及ビ C ヲ求ム.

$$\begin{aligned}\log \sin C &= \log c + \log \sin A - \log a \\ &= 2.57864 + \bar{1}.74943 - 2.68395 \\ &= \bar{1}.64412.\end{aligned}$$

$$\therefore C = 26^\circ 9' \text{ 或ハ } 153^\circ 51'.$$

茲ニ $a > c$ ナルヲ以テ C ハ銳角ナリ.

依テ $C = 26^\circ 9'$ ノミ適當ス. 故ニ $B = 119^\circ 40'$

問題 XXII

1. $B=40^\circ, b=140.5$ 及ビ $a=170.6$ ナルトキ A 及ビ C ヲ

求メヨ.

2. $A=50^\circ, b=119, a=97$ ナルトキ B 及ビ C ヲ求メヨ.

3. $A=50^\circ, b=97, a=119$ ナルトキ B, C 及ビ c ヲ求メ

ヨ.

4. $a=24, c=25, C=65^\circ 59'$ ナルトキ A ヲ求メヨ.

5. $a=25, c=24, C=65^\circ 59'$ ナルトキ A, B 及ビ b ノ大

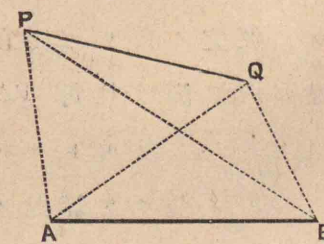
ナル方ノ値ヲ求メヨ.

距離及ビ高サノ測リ方

60. 二點の間の距離を求むるこゝ.

水平面上ニ便宜ノ二點 A, B ヲ選ミ其距離ヲ極メテ精密ニ測ル可シ.

[コノ AB ハ三角測量ニ於テ基線ト稱スルモノナ



リ. 本邦ノ基線并ニ實測圖ノ一部ハ卷首ニ示ス].

次ニ A, B ヲリ視ヒ得可キ二點 P, Q ヲ選ミ角 PAB 及ビ PBA ヲ觀測ス然ルトキハ PA, PB ナル二線ノ長サハ 55 款ニ由テ求メ得可シ.

又角 QAB, QBA ヲ觀測ス然ルトキハ 55 款ニ由テ QA, QB ノ長サモ算出シ得ルナリ.

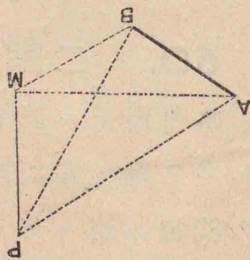
然ルトキハ既ニ PA, QA ヲ知レルヲ以テ角 PAQ ヲ觀測スルトキハ 57 款ニ由テ PQ ノ長ヲ算出シ得ルナリ。

注意 二點 P, Q ハ近ヅク可キモノニテモ又近ヅク可カラザルモノニテモヨシ唯 A, B ヲリ之ヲ觀望シ得レバ可ナリ。實際ニハ PQ ハ近ヅキ得ルコト多シ。既ニ PQ ノ長ヲ算出シ得タラバ又之ヲ新タノ基線トシテ他ノ距離ヲ測ル可シ。

61. 物の高さを測ること。

A' ヲ觀測ノ點トシ PM ハ測ラムトスル物ノ高サトス。

A ヲリ便宜ノ長サニ、便宜ノ方向ニ基線 AB ヲ測リ且角 PAB, PBA ヲ觀測ス可シ。然ルトキハ 55 款ニ由テ AP ノ長ヲ算出スルヲ得。然ルトキハ A ニ於テ仰角 PAM ヲ觀測スレバ $PM = AP \sin PAM$ ヲリ PM ノ長ヲ求メ得ルナリ。

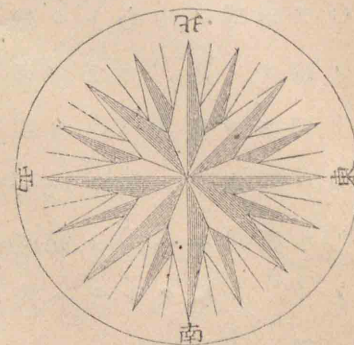


別法 基線 AB ト角 MAB, MBA ヲ測リ 55 款ヨリ AM ノ長ヲ算出シ而シテ A ニ於テ仰角 PAM ヲ觀測スレバ $PM = AM \tan PAM$ ヲリ PM ノ長ヲ求メ得ルナリ。

62. 航海用羅針盤の方位。

三角法ノ問題ニ於テ直線ノ方向ヲ航海用羅針盤ノ方位ニテ表ハスコトアリ次ニ之ヲ説明セム。

圓周ヲ三十二ニ等分シ北ヨリ東ノ方ヘ、即チ時計ノ針ノ廻ルト同シ方向ニ廻轉スルモノトスレバ順次ニ下ノ如ク命名ス。



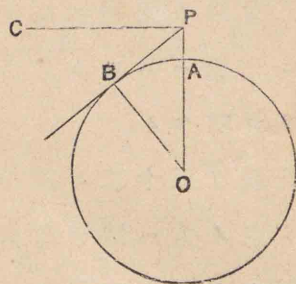
北	北微東	北北東	北東微北
北東	北東微東	東北東	東微北
東	東微南	東南東	南東微東
南東	南東微南	南南東	南微東
南	南微西	南南西	南西微南
南西	南西微西	西南西	西微南
西	西微北	西北西	北西微西
北西	北西微北	北北西	北微西

63. 視水平の下り。

地球ハ殆ムド球狀ヲナスヲ以テ地面上若干ノ高サノ一點ヨリ地球ニ切スル直線ヲ引クトキハコノ直線ハ一ノ圓周ニ於ケル諸點ニ於テ地球ニ切ス可シ。コノ圓周、該點ニ於テ見得可キ地面ヲ界圍スルモノニシテ之ヲ

視水平ト稱ス。

Oヲ地球ノ中心トシ地面上若干ノ高サノ點Pヨリ地面ニBニ於テ切スル直線PBヲ引クトキハBハ視水平ニ於ケル一點ナリ。



POニ直角ニB, Oト同ジ平面ニ於テPCヲ引クトキハ角CPBハPニ於ケル視水平の下ト稱ス。

OPガ地面ヲAニ於テ截リ角BPCヲ θ トスルトキハ

$$\angle BOP = \angle BPC = \theta,$$

$$\therefore OP = OB \sec \theta,$$

$$AP = OP - OA = OA(\sec \theta - 1) = \frac{OA(1 - \cos \theta)}{\cos \theta}$$

$$PB = OB \tan \theta = \frac{AP \cos \theta}{1 - \cos \theta} \tan \theta = \frac{AP \sin \theta}{1 - \cos \theta} = AP \cot \frac{\theta}{2}.$$

是等ノ關係タルヤ視水平ノ下リ并ニ視水平ノ距離ニ關スル問題ヲ解クニ要用ナリ。

64. 次ニ二三ノ例ヲ示ス。

例1. 60款ノ圖ニ於テAB=352米突,ニシテ $\angle PAB=95^\circ$,
 $\angle QAB=41^\circ$, $\angle PBA=53^\circ$, $\angle QBA=103^\circ$, $\angle QBP=57^\circ$ ナルトキPQヲ求ム。

$$\text{三角形 PAB ヨリ } \frac{PB}{\sin PAB} = \frac{AB}{\sin APB}$$

$$\begin{aligned} \therefore \log PB &= \log AB + \log \sin PAB - \log \sin APB \\ &= \log 352 + \log \sin 95^\circ - \log \sin 32^\circ \\ &= 2.54654 + \bar{1}.99834 - \bar{1}.72421 = 2.82067, \\ \therefore PB &= 662. \end{aligned}$$

$$\text{又三角形 QAB ヨリ } \frac{QB}{\sin QAB} = \frac{AB}{\sin AQB}$$

$$\begin{aligned} \therefore \log QB &= \log AB + \log \sin QAB - \log \sin AQB \\ &= \log 352 + \log \sin 41^\circ - \log \sin 36^\circ \\ &= 2.54654 + \bar{1}.81694 - \bar{1}.76922 = 2.59426, \\ \therefore QB &= 393. \end{aligned}$$

是ニ於テ三角形PBQノ二邊ト其夾角トヲ知レルヲ以テ57款別法ノ補助角ヲ用ヒテ計算スルコト次ノ如シ,

$$\log \sin \varphi = \log 2 + \frac{1}{2}(\log b + \log c) + \log \cos \frac{1}{2}A - \log(b+c).$$

$$\text{サテ } b=662, c=393, A=103^\circ-53^\circ=50^\circ,$$

$$\begin{aligned} \text{故ニ } \log \sin \varphi &= .30103 + \frac{1}{2}(2.82067 + 2.95426) + \bar{1}.95728 - 3.02325 \\ &= \bar{1}.94252, \text{ 依テ } \varphi = 61^\circ 10', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{而シテ } \log a &= \log(b+c) + \log \cos \varphi \\ &= 3.02325 + \bar{1}.68328 = 2.70653, \end{aligned}$$

$$\text{故ニ } a = 509 \text{ 米突.}$$

例2. 山ノ高サヲ測ラムト欲シ麓ニ於テ同ジ水平面ノ中ニ二點A, Bヲ取リAB=4000尺ヲ測リ又山頂ヲPト

シ $\angle PAB=75^\circ$, $\angle PBA=60^\circ$ 及 $\angle A$ = 於テ山頂ノ仰角 60°
ヲ測レリ依テ山ノ高ヲ問フ.

61 款ノ圖ニ於テ

$$\frac{AP}{\sin PBA} = \frac{AB}{\sin APB}$$

即チ

$$AP = AB \frac{\sin PBA}{\sin APB}$$

依テ

$$\begin{aligned} PM &= AP \sin PAM = AB \frac{\sin PAM \sin PBA}{\sin APB} \\ &= 4000 \times \frac{\sin 60^\circ \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 4000 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \div \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 3000\sqrt{2} = \text{凡ソ } 4242 \text{ 尺.} \end{aligned}$$

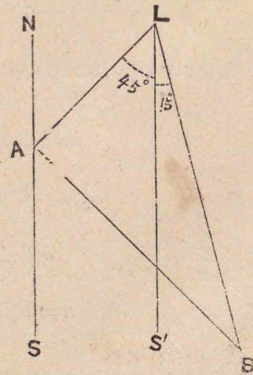
例 3. 一ノ燈臺 L ヨリ二船 A 及 B ヲソレゾレ南西
及 B 南ヨリ 15° 東ノ方ニ望見ス同時ニ B ハ A ヨリ南東
ノ方ニアリト云フ今 LA ヲ四湮トセバ二船ノ間ノ距離
幾何.

正南 = LS' ヲ引クトキ
ハ $\angle ALS' = 45^\circ$, $\angle BLS' = 15^\circ$,
 $\angle ALB = 60^\circ$.

A ヲ通シテ南北ヲ指ス
直線 SN ヲ引クトキハ

$$\angle NAL = \angle ALS' = 45^\circ,$$

而シテ B ハ A ヨリ南東ノ
方ニ當ルユエ $\angle BAS = 45^\circ$,



依テ

$$\angle BAL = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ,$$

故ニ直角三角形 ABL ニ於テ

$$AB = AL \tan ALB = 4 \tan 60^\circ = 4\sqrt{3} = 6.928,$$

依テ二船ノ距離ハ 6.928 湮ナリ.

例 4. 或山ノ半腹ニ塔 PQ アリ今塔ト同ジ垂直面ノ
中ニアル二點 A, B ニ於テ塔ハソレゾレ角 β, γ ヲ含ムコ
トヲ知リ A, B, Q ハ一直線ヲナシコノ直線ハ垂直線ト
角 α ヲナス而シテ距離 AB ハ a 間ナリト云フ依テ塔ノ
高ヲ問フ.

$$\angle PQC = \alpha, \angle PAQ = \beta, \angle PBQ = \gamma, AB = a \text{ ナリ.}$$

今 $PQ = h$ トスレバ,

三角形 PAQ ヨリ

$$\frac{h}{\sin \beta} = \frac{AQ}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$\therefore \frac{h \sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta} = AQ,$$

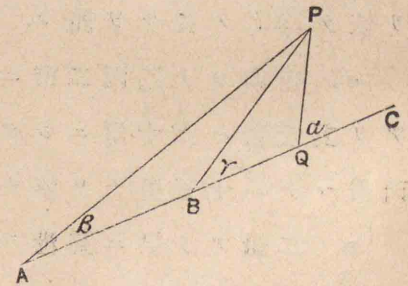
又三角形 PBQ ヨリ

$$\frac{h}{\sin \gamma} = \frac{BQ}{\sin(\alpha - \gamma)}$$

$$\therefore \frac{h \sin(\alpha - \gamma)}{\sin \gamma} = BQ,$$

$$\therefore h \left\{ \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta} - \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin \gamma} \right\} = a.$$

コレヨリ h ヲ求メ得可シ.



問題 XXIII

1. 塔ヲ隔ツルコト三十九米突五ノ處ヨリ之ヲ眺望スルニ仰角四十二度十九分ナリ今コノ人ノ眼高ヲ一米突一五トセバ塔ノ高サ幾何.
2. 或樹木ノ高サヲ測ラムト欲シA點ヨリ之ヲ眺望セシニ仰角二十五度ナリ今AヨリBニ至ル基線ヲ測リテ長サ百五十八米突ヲ得タリ而シテA, Bニ於テ樹木トABトノ角ヲ觀測シソレゾレ六十一度, 五十二度ヲ得タリ依テ樹木ノ高サヲ問フ.
3. 池ノ中央ニ島アリソノ島ノ神祠CヲA, B二處ヨリ眺望スルニ $AB=240$ 尺, $\angle A=39^\circ 20'$ $\angle B=71^\circ 40'$ ヲ得タリ依テACノ長サヲ問フ.
4. 甲市ヨリ乙丙二市ニ至ルニ二ツノ眞直ナル道路アリ其交角ハ六十度ニシテ甲市ヨリ乙市マテハ三十里丙市マデハ十五里ナリ依テ乙市ト丙市トノ距離ヲ問フ.
5. 二船アリ俱ニ某港ヲ發シ一ハ毎時 $7\frac{1}{2}$ 哩ノ速度ニテ北東ノ方ヘ航行シ一ハ毎時10哩ノ速度ニテ北ノ方ヘ航行ス然ラバ出帆後一時半ノ後, 二船ノ距離ハ10.6哩ナルコトヲ證セヨ.
6. A, Bハ一直線道ニ於テ隣リ合ヒタル一里塚ニシ

テ其道ノ側ニ遙ニ一塔Cヲ望見ス而シテ $\angle ABC=120^\circ$, $\angle BAC=45^\circ$ ナルトキAヨリ塔マデノ距離ハ3.346里ナルコトヲ證セヨ.

7. 前題ニ於ケル塔Cハ丘陵ノ上ニアリテAニ於テ其高度ハ 15° ナリ然ラバCハAヨリ高キコト.896里ナルコトヲ證セヨ.

8. 眞直ナル二條ノ鐵道線路ガ六十度ノ角ヲ以テ交リ其交點ヨリ二ツノ汽車ガ各線路ヲ走ルニ其一ハ毎時四十哩ノ速度ナリ然ラバ一時間ノ後, 二ツノ汽車ノ距離ガ三十五哩ナル爲メニハ第二ノ汽車ノ速度ハ如何ニ.

9. 或川ノ眞直ナル岸ニ沿ウテ基線ABヲ測ルニ其長サハ一千尺ナリ今對岸ノ目標Cヲ眺望スルニ $\angle BAC$ ヲ $65^\circ 37'$, $\angle CBA$ ヲ $53^\circ 4'$ トスルトキCニ於テ川幅ハ829.87尺ナルコトヲ證セヨ.

10. 高サ h 尺ナル塔ノ頂上ヨリ其基底ト同ジ水平線上ニアル二物ノ俯角ハ $45^\circ - A$ 及ビ $45^\circ + A$ ナルトキ其二物ノ距離ハ $2h \tan 2A$ ナルコトヲ證セヨ.

11. 或船ノ甲板上ニ於テ帆檣ノ上部四分ノ三ハ正切.6ナル角ヲ含ムト云フ然ラバ同ジ場所ニテ全キ帆檣ヲ μ 角ノ正切ハ如何ニ.

12. 一ノ塔BCDノ上ニ塔尖DEアリBト同ジ水平面

上ノ一點 Aニ於テ BC 及ビ DE ガ同ジ角ヲ含ムト云フ。
今 BC=9 尺, CD=72 尺, DE=36 尺トセバ BA ハ如何ニ。

13. 紀念碑 ABCD~~V~~アリ其基底 Aト同ジ水平面上ノ一
點 Pニ於テ AB, AC, AD ナル部分ハソレゾレ角 α, β, γ
ヲ含ムト云フ。今 AB= a , AC= b , AD= c , AP= x 及ビ $\alpha+\beta+\gamma$
=180° ナルトキ $(a+b+c)x^2=abc$ ナルコトヲ證セヨ。

14. 水平面上ニ立ツ壁ノ上ニ旗竿アリ或人コノ水平
面上ノ一點ヨリ壁ト旗竿トヲ視望セシニソレゾレ角 $\alpha,$
 β ヲ含ムコトヲ知レリ依テ眞直ニ壁ニ向テ α 尺進ミシ
ニ旗竿ハ又角 β ヲ含ムコトヲ知ル。然ラバ壁ト旗竿ト
ノ高サヲ問フ。

15. 塔 ABノ頂上ニ立テル旗竿 BCアリ或人コノ塔
ノ基底ト同ジ水平面上ノ一點 Eニ於テ旗竿ハ最大ノ角
ヲ含ムコトヲ觀測シ得タリ今 AEヲ α 尺, $\angle BEC$ ヲ α ト
セバ塔及ビ旗竿ノ高サハ如何ニ。

16. Aニ於テ其正北ニアル塔 CDノ仰角ハ 30°ニシ
テ Aノ正西ニ當ル Bニ於テハ塔 CDノ仰角ハ 18°ナリ。
今 AB= a トセバ塔ノ高サハ $a/\sqrt{2+2\sqrt{5}}$ ナルコトヲ證セ
ヨ。

17. 堤防アリ東西ニ走ル正北ニ向テ登ルトキハ其登
リハ五歩ニ付キ一步ノ割合ナリ然ラバ北東ノ方ヘ向テ

登ルトキハ其登リハ七歩ニ付キ一步ノ割合ナルコトヲ
證セヨ。

18. 人アリ眞直ノ道ヲ毎時三哩ノ割ニテ進行スルト
キ其前面ニ六十度ノ仰角ニ於テ一ノ輕氣球ヲ望見ス而
シテコノ輕氣球ハ人ト同ジ方向ニ毎時六哩ノ速度ニテ
進行スルコトヲ知ル然ルニ十分後ニハ輕氣球ノ高度ハ
三十度トナレリ然ラバ輕氣球ハ道ノ上高サ $440\sqrt{3}$ 碼ニ
アルコトヲ證セヨ。

19. 或人 A點ニ於テ正北ニ當リ Aト同ジ水平面上ニ
立ツ一ノ塔ヲ望ムニ仰角六十度ナリ今コノ人ハ Aヨリ
正西ニ進ミ Bニ於テ塔ヲ望ムニ仰角四十五度ナリ而シ
テ ABノ延線ノ中ニ當ル Cニ於テハ塔ノ仰角三十度ナ
リ然ラバ AB=BCナルコトヲ證セヨ。

20. 一樣ナル速度ニテ直上ニ登リツツアル輕氣球ガ
一里ノ高サニ登リタルトキ某處ニ於テ其仰角三十五度
二十分ナリ其後二十分間ヲ經タルトキ仰角ハ五十五度
四十分トナレリ依テ輕氣球ノ速度ヲ問フ。

21. 舟中ニ坐シテ釣橋ノ中心ノ直下ニアル人仰テコ
ノ釣橋ヲ望ムニ角 2α ヲ含ムコトヲ知ル然ルニ流ニ順フ
テ α 間下リテコノ釣橋ヲ望ムニ角 2β ヲ含ムコトヲ知ル
然ラバコノ釣橋ノ長サハ

$$\frac{2a}{\sqrt{(\cot^2\beta - \cot^2\alpha)}}$$

ナルコトヲ證セヨ。

22. 海岸望樓手アリ其正西ニ當リ一ノ船ヲ望見セシニ俯角 α ナリ然ルニ一時間ノ後コノ船ハ正南ニ當リ俯角 β トナレリ今望樓ノ高サヲ水面上 h 尺ナリトセバコノ船ハ毎時 $h\sqrt{\cot^2\alpha + \cot^2\beta}$ 尺ノ速度ニテ進行シツツアルコトヲ證セヨ。

23. 同ジ垂直面ノ中ニ A, B, C ノ三點アリ C ヲ通ス水平面上 A ノ高サ h , AC, BC, AB ガソレゾレ垂直線ヘノ傾キノ角 α, β, γ ヲ知リテ C ヲ通ス水平面上 B ノ高サハ

$$h \frac{\cos\beta \cdot \sin(\gamma - \alpha)}{\cos\alpha \cdot \sin(\gamma - \beta)}$$

ナルコトヲ證セヨ。

24. 正方形ノ家 ABCD アリ其二邊 AB, CD ハ川ノ兩岸ニ平行ス今コノ川ノ對岸ニ於テ DA ト同ジ直線上ニ立ツ人, AB ヲ四十五度ノ角ニ見ル然ルニコノ人岸ニ沿ウテ a 間進ミシトキ DA ヲ望見セシニ其角ノ正弦ハ $\frac{1}{3}$ ナリ然ラバ家ノ各邊ノ長サハ $\frac{a}{\sqrt{2}}$ 間ナルコトヲ證セヨ。

25. 或人眞直ノ道ニ沿ウテ歩行スルニ或時二ツノ物が此人ノ眼ニ於テ最大角 α ヲ含ムコトヲ知ル然ルニ是ヨリ a 間進ミシニコノ二ツノ物ハコノ人ト一直線ニ並ビ道ト直角ヲナスト云フ然ラバ二ツノ物ノ間ノ距離ハ

$2a \tan \alpha$ ナルコトヲ證セヨ。

65. 三角測量 三角測量ニ於テハ(1)基線ヲ測ル爲メノ器械ト(2)角ヲ測ル爲メノ器械トヲナス。

基線ヲ測ルニハ測量ス可キ區域ガ極メテ狹小ナルトキハがんだ一氏ノチェーント稱スル測鎖ヲ用フレバ可ナリ併シ全國測量ノ如キハ基線ノ測定ハ極メテ精密ナルヲ要スルガ故ニ鋼製ノ直錐ヲ以テ數回之ヲ測リ一溫度ヲ檢シテ其錐ノ伸縮ヲ計算スルヲ要ス。

我國ニ於テ目下陸地測量部ニテ引キタル基線ノ長程概算ハ次ノ如シ。但米突ヲ單位トス。

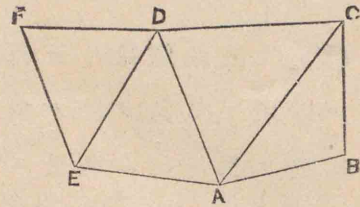
相模國高座郡相模野	相模野基線	5209.970,
遠江國濱名郡三方原	三方原基線	10839.770,
近江國高島郡饗庭野	饗庭野基線	3065.724,
阿波國阿波郡西林村	西林村基線	2832.212,
伯耆國久米郡天神野	天神野基線	3301.805,
筑後國三井郡久留米市	久留米基線	3161.007,
大隅國肝屬郡笠野原	笠野原基線	5875.509,
羽前國最上郡鹽野原	鹽野原基線	5129.587,

角ヲ測ルニハ通例經緯儀又ハ六分儀等ヲ用フ。

66. 三角網 地面ヲ測量スルニハ通例數多ノ三角

形ヲ連接スルモノトシ之ヲ三角網ト云フ。

Fハ基線 ABニ關シテ其位置ヲ求メムトスル點トシ ABトFトヲ結ビ付クルニ若干ノ三角形 ABC, ACD, ADE, DEFヲ以テス而シテ是等ノ

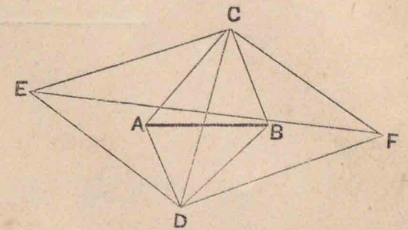


三角形タル Cニ於ケル目標ハ A, Bヨリ視望シ得可ク Dニ於ケル目標ハ A, Cヨリ視望シ得可ク Eニ於ケル目標ハ A, Dヨリ視望得可ク Fニ於ケル目標ハ D, Eヨリ視望シ得可カラシム。三角形 ABCニ於テ基線 ABハ測リテ知リ又 A, Bニ於ケル角ヲ測リテ ACヲ算出スルヲ得。次ニ三角形 ACDニ於テ邊 ACハ既ニ之ヲ知レルヲ以テ A及ビ Cニ於ケル角ヲ測リ ADヲ算出スルヲ得。逐テ斯ノ如ク DE及ビ EF或ハ DFヲ算出スルヲ得可シ。DF或ハ之ト適當ニ結ビ付キタル線ヲ測定シ前ノ如ク算出シタル線ト斯ク測定シタル線トヲ比較シ測量ノ精粗ヲ檢ス可シ一ノ基線ニ由リ三角網ヲ通シテ計算シタル線ハ次第ニ誤差ヲ大キクスルヲ以テ全國測量ノ如キ數ヶ處ニ基線ヲ設クルノ必要アリ。

67. 三角測量の等級 三角測量ハ通例一等[Primary], 二等[Secondary], 三等[Tertiary]ニ分ツ。

我國ノ一等三角ハ其邊ノ中等距離ハ凡ソ六十軒ニシテ二等三角ノ一邊ノ中等距離ハ凡ソ十二軒, 三等三角ノ一邊ノ中等距離ハ凡ソ四軒トス。

基線 ABノ長サヲ測定シ他ニ二點 C, Dヲ選取シ [C, Dヲ選取スルニハ二ツノ角 ACB, ADBヲシテ凡ソ 34° 以上 60° 以下ナラ



シム可シ] CDノ長サヲ算出シ又他ニ二點 E, Fヲ選取シテ EFノ長サヲ算出ス而シテ斯ク基線 ABヲ CDニ増大シ CDヲ EFニ増大シコノ EFヲ一等三角ノ基線ニ取ルモノトス

68. 實測圖の例 本書ノ卷首ニ掲タル圖ハ陸地測量部ニテ實測シタル一等三角網圖ノ一片ナリ。

各測點ニハ花崗石ニ其何等測點タルコトヲ刻シタルモノヲ埋メ永遠ニ保存シ本邦ニ於ケル各種ノ測量ハ皆之ニ憑ラシム。

前款ノ圖ニ於テ Aヲ下溝村ニアル相模野基線ノ北端トシ Bヲ座間村端ニアル相模野基線ノ南端トスレバ此基線ヲ長津田村及ビ鳶尾山ニ増大シタルモノハ CDニシテ再ビ之ヲ EFニ増大シFハ淺間山ニ取リ Eハ連光

寺村ノ一等點トナリシナリ。



中等教育
 平面三角法教科書
 の
 問題之答



簡易ナル答ハ省キタリ

問題 I.

1. $45^\circ, 30^\circ$. 2. $7^\circ 30'$.
 3. $5^\circ 37' 30''$. 4. 6° . 5. .09175.
 6. .0675. 7. .54 8. $31^\circ 30'$.
 9. $7^\circ 52' 30''$. 10. $21^\circ 36' 8''$. 11. $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$.
 12. 120° . 13. 直角. 14. $\frac{ac}{90b}$.
 15. 9 或 16.

問題 II.

1. $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}; \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$.
 2. $\frac{7}{25}, \frac{24}{25}, \frac{7}{24}$; 等.
 3. $\frac{8}{17}, \frac{15}{17}, \frac{8}{15}$; 等.

問題 III.

1. $\cos A = \frac{5}{13}, \tan A = \frac{12}{5}$, 等.
 2. $\sin A = .96, \tan A = \frac{24}{7}$, 等. 3. $\sin A = \frac{4}{5}, \cos A = \frac{3}{5}$, 等.
 4. $\sin A = \frac{2m}{m^2+1}, \cos A = \frac{m^2-1}{m^2+1}$, 等.
 5. $\sin A = \frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}, \cos A = \frac{2mn}{m^2+n^2}$, 等.
 6. $\sin A = \frac{15}{17}, \cos A = \frac{8}{17}$, 等.

問題 V.

1. 18° . 2. 9° . 3. $22^\circ 30'$.
 4. 45° . 5. 30° . 6. 15° .

問題 VI.

1. $a=3.1056, c=11.5908$, 等.
 2. $c=10, b=10\sqrt{2}$, 等. 3. $A=30^\circ, c=6\sqrt{3}$, 等.
 4. $A=60^\circ, b=2\sqrt{21}$, 等. 5. $a=2\sqrt{3}, c=2$, 等.
 6. $b=40, c=20$, 等. 7. $A=60^\circ, a=9\sqrt{3}$, 等.
 8. $A=45^\circ, b=20\sqrt{2}$, 等. 9. $A=49^\circ 20', b=384$, 等.
 10. $a=10.8684, b=16.2$, 等. 11. $A=14^\circ 28' 21'', c=3\sqrt{15}$, 等.
 12. $A=68^\circ 17', a=93$, 等.

問題 VII.

1. 31 間 1 尺 5 寸 弱.
 2. 66 尺 3 寸 5 分. 3. 30° .
 4. $50\sqrt{3}$ 間.
 5. 9.34 間 弱.
 6. 凡 \sphericalangle 4.2 哩, 4.0 哩. 7. 凡 \sphericalangle 317 尺.
 8. 凡 \sphericalangle 23 秒. 9. 凡 \sphericalangle 360 間.
 10. $AB=50\sqrt{3}$ 間, $BC=50$ 間, $CD=$ 凡 \sphericalangle 72 間, $DA=$ 凡 \sphericalangle 77 間.
 13. 88.476 平方寸. 15. $(a+b)(2-\sqrt{3})$.

問題 IX.

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 3. 1. 4. $\sqrt{2}$.
 5. $\sqrt{2}$. 6. $\sqrt{3}$. 16. $\cos A = -\frac{12}{13}, \cot A = \frac{12}{5}$.
 17. $\sec A = -\frac{5}{4}, \tan A = -\frac{3}{4}$. 18. $\cot A = \frac{4}{3}, \sin A = -\frac{3}{5}$.
 19. $\sin A = \pm \frac{5}{13}, \tan A = \pm \frac{5}{12}$. 20. 3. 21. 1.
 22. -2. 23. 2. 24. 0. 25. $a^2 - b^2 + 4ab$.

問題 X.

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, -\sqrt{3}, \frac{2}{\sqrt{3}}, -2, -\frac{1}{\sqrt{3}}$
 2. $-\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ 3. $-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\sqrt{3}, -1$
 4. $-2, \frac{1}{\sqrt{2}}, -1$ 5. $-\sin 70^\circ, -\tan 80^\circ, -\cos 80^\circ$
 9. $\pm 30^\circ, \pm 330^\circ; 210^\circ, 330^\circ, -30^\circ, -150^\circ; 120^\circ, 300^\circ,$
 $-60^\circ, -240^\circ; 135^\circ, 315^\circ, -45^\circ, -225^\circ$
 13. 3. 14. $\cot^2 A$. 15. -1.

問題 XI.

2. 1, $\frac{24}{25}$ 3. $\frac{33}{65}, \frac{16}{65}$
 4. $-\frac{85}{36}$ 2, 3, 4 の函数ノ負値ヲ取レバ尙他ノ値アリ

問題 XII.

3. 1. 4. $\frac{1}{7}$ 5. $0, \frac{12}{35}$
 6. $-\frac{278}{29}, \frac{1}{2}$

問題 XIII.

1. $\sin 4\theta + \sin 2\theta$ 2. $\sin 9\theta - \sin 3\theta$
 3. $\cos 12A + \cos 2A$ 4. $\cos A - \cos 5A$ 5. $2\sin 6\theta \cos 2\theta$
 6. $2\cos 3\theta \sin 2\theta$ 7. $2\cos 5\theta \cos 2\theta$ 8. $2\sin 10\theta \sin \theta$
 9. $\sin 20^\circ$ 10. $\sqrt{3} \cos 10^\circ$

問題 XIV.

1. $-\frac{7}{9}$ 2. $\frac{17}{25}$ 3. $\frac{24}{25}$ 4. $\frac{3}{4}$

5. $\frac{\sqrt{5+1}}{4}$ 6. $-\frac{23}{27}$ 7. $\frac{117}{125}$ 8. $\frac{9}{13}$

問題 XV.

1. (1) ++, (2) ++, (3) --, (4) -+.
 2. (1) +-, (2) +-, (3) -, (4) -.
 3. (1) +, (2) +, (3) +, (4) +. 6. $\frac{\sqrt{\{2+\sqrt{(2+\sqrt{2})}\}}}{2}$
 8. $\frac{13+\sqrt{31}}{20}$

問題 XVI.

1. 60° 2. 120° 3. 30°
 4. 135° 5. 45° 6. 120°

問題 XIX.*

1. $b=13.176, c=21.32$
 2. 321. 3. $b=1.027, c=1.292$
 4. $b=15.63, c=13.71$ 5. 15.396.

問題 XX.

1. $138^\circ 35'.4$ 2. $12^\circ 34'.6$
 3. $68^\circ 52'.6$ 4. $51^\circ 19', 18^\circ 11'.8$ 5. $50^\circ 28'.8, 58^\circ 59'.4$

問題 XXI.

1. $A=116^\circ 34', B=26^\circ 34'$
 2. $A=6^\circ 2', B=108^\circ 58'$ 3. $A=71^\circ 44'.5, B=48^\circ 15'.5$
 4. $B=89^\circ 30', C=30^\circ, a=3.48$
 5. $A=88^\circ 28', B=11^\circ 32', c=4.925$

* 以下問題ノ答ハ本書ノ表ノミニテ計算シタルヲ以テ若シ一層精密ナル表ニ由テ計算スルトキハ答ノ末位ハ多少相違アル可シ

問題 XXII.

1. $A=51^{\circ}18'$, $C=88^{\circ}42'$, 或ハ $A=128^{\circ}42'$, $C=11^{\circ}18'$.
2. $B=70^{\circ}1'$, $C=59^{\circ}59'$, 或ハ $B=109^{\circ}59'$, $C=20^{\circ}1'$.
3. $B=38^{\circ}38'$, $C=91^{\circ}22'$, $c=155.3$.
4. $A=61^{\circ}16'$.
5. $A=72^{\circ}5'$, $B=41^{\circ}56'$, $b=17.55$, 或ハ $A=107^{\circ}55'$, $B=6^{\circ}6'$.

問題 XXIII. 1. 37.11 米. 2. 63.07 米. 3. 244 尺.

4. 25.98 里. 8. 25 或ハ 15 哩. 11. 1 或ハ 4.

12. 凡ソ 56.2 尺. 14. 壁 $= \frac{c \sin \alpha \cos(\alpha + \beta)}{\cos(2\alpha + \beta)}$, 旗竿 $= \frac{c \sin \beta}{\cos(2\alpha + \beta)}$.

15. 塔 $= c \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$, 旗竿 $= 2c \tan \alpha$.

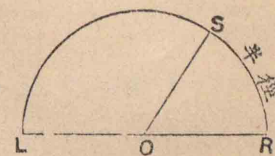
20. 毎時 $3(\sin 20^{\circ}20')(\sec 55^{\circ}40')(\operatorname{cosec} 35^{\circ}20')$ 里.

附 録

I. 弧度測法ノ大意

1. Oヲ中心トスル圓ニ於テ弧 RS ノ長サヲソノ半徑ニ等シク取リ RO, SO ヲ結ビ

付クレバ幾何學ニ由リ「圓ノ中心ニ於ケル角ハ其立ツ處ノ弧ニ比例スル」ヲ以テ



$$\frac{\angle ROS}{2 \text{ 直角}} = \frac{\text{半徑}}{\text{半圓周}} = \frac{\text{徑}}{\text{圓周}} = \frac{1}{\pi}.$$

故ニ $\angle ROS = 2 \text{ 直角} \times \frac{1}{\pi} = 180^{\circ}$ ノ一定ノ分數.

依テ $\angle ROS$ ヲ取リテ角ヲ測ルトキノ單位トスルコトヲ得可シ.

角 ROS ヲれであんと名ヅケれであんヲ單位トシテ角ノ測度ヲ弧度ト名ヅク.

或角ノ弧度トハ其角ノ中ニ含ムれであんノ數ナリ.

2. れであんヲ單位トスルハ二ツノ理由ニ基ヅク乃

(1) 總テノれであんハ相等シキコト.

(2) れであんヲ單位トシテ角ヲ測ルトキノ理論的ノ三角法ノ多クノ範式ヲ簡單ニスルコト[又解

析的ノ數學ノ範式ヲ簡單ニスルコトアリ]

$$\begin{aligned} 3 \quad \text{これである} &= \frac{1}{\pi} \times 2 \text{ 直角} \\ &= \frac{1}{3.14159\dots} \times 180^\circ \\ &= 57^\circ.2957\dots \end{aligned}$$

4. 或角ノ度数ヲ D トシ其弧度ノ數ヲ a トスレバ

$$\frac{D}{180} = \frac{a}{\pi}$$

是ニ由テ度ニテ表ハシタル角ヲ弧度ニ改メ又弧度ニ
テ表ハシタル角ヲ度ニ改ムルコトヲ得可シ。

例 1. 90° ノ角ノ弧度ハ $\frac{\pi}{2}$ ナリ。

例 2. 180° ノ角ノ弧度ハ π ナリ。

例 3. 360° ノ角ノ弧度ハ 2π ナリ。

例 4. $\frac{\pi}{3}$ ノ角ノ度数ハ 60 ナリ。

例 5. $\frac{\pi}{6}$ ノ角ノ度数ハ 30 ナリ。

例 6. $\frac{\pi}{4}$ ノ角ノ度数ハ 45 ナリ。

例 7. $10^\circ 15' 27''$ ノ角ノ弧度ヲ問フ。

$$10^\circ 15' 27'' = 10^\circ.2575,$$

$$\therefore \text{此角ノ弧度} = \frac{\pi \times 10.2575}{180} \text{ である}$$

II. 對數表ノ用法

本書ニハ 1 ヨリ 2000 マデノ數ノ五桁ノ對數表ヲ示ス。
其用法ハ次ノ如シ。

I. 或數ノ對數ヲ求ムルコト

(1) 數ガ表ノ中ニアルトキハ直チニ其對數ヲ求メ
得可シ。

例 296ノ對數ヲ求ム。

表ニ於テ N.ノ行ニ 29ヲ見出シ之ニ並ビ 6ノ行ニ於
テ .47129ヲ見出ス。而シテ指標ハ明カニ 2 ナリ。

$$\text{依テ} \quad \log 296 = 2.47129.$$

(2) 數ガ表ノ中ニナキトキハ表ノ中ニテ此數ヲ最
モ近ク夾ム二ツノ數ノ對數ヲ搜シ比例ニ由テ
所要ノ數ヲ得可シ。

例 1. 30.14ノ對數ヲ求ム。

茲ニ N.ノ行ニ於テ 30ヲ見出シ之ト並ビテ 1ノ行ニ
於テ .47857ヲ見出ス。

$$\text{依テ} \quad \log 30.1 = 1.47857$$

$$\text{又} \quad \log 30.2 = 1.48001$$

故ニ 1ニ對應スル差ハ .00144 ナリ。

依テ $.1 : .04 :: 144 : x \quad \therefore x = 57.6,$

故ニ $\log 30.1 = 1.47857$
 $\frac{.04}{58}$
 $\log 30.14 = 1.47915.$

例2. $\log 1263.5$ ヲ求ム.

茲ニ N.ノ行ニ於テ 126ヲ見出シ之ト並ビ L.ト 3ト

ノ行ニ於テ $\log 1263 = 3.10140$
 $\log 1264 = 3.10175$
 1ニ對スル差ハ 35

依テ $1 : .5 :: 35 : x, \quad \therefore x = 17.5,*$

故ニ $\log 1263 = 3.10140$
 $\frac{.5}{17}$
 $\log 1263.5 = 3.10157$

コノ*ハ比例部ト稱シ表中 P. P.ト記シタル行ニ於テ差 35ノ下ニ 5ニ並ビテ記載セラレタリ.

II. 或對數ニ對應スル數ヲ求ムルコト

(1) 數ガ表ノ中ニアルトキハ直チニ其對數ヲ求メ得可シ.

例 $\log N = 1.25091$ ヨリ Nヲ求ム.

表ノ中ノ L.ノ行ニ於テ 25ヲ見出シ 2ノ行ニ於テ 091ヲ見出ス之ト並ビテ 178ヲ得, $\therefore N = 17.82.$

(2) 對數ガ表ノ中ニナキトキハ表ノ中ニテ此對數ヲ最モ近ク夾ムニツノ對數ヲ搜シ比例ニ由テ所題

ノ對數ニ對應スル數ヲ得可シ.

例1. $\log N = \bar{1}.56277$ ヨリ Nヲ求ム.

$\log .366 = \bar{1}.56348$ 又 $\log N = \bar{1}.56277$
 $\log .365 = \bar{1}.56229$ $\log 365 = \bar{1}.56229$
 .001ニ對スル差 119 48

依テ $119 : 48 :: 1 : x \quad \therefore x = .4,$

$\therefore N = .3654.$

例2. $\log N = \bar{2}.22904$ ヨリ Nヲ求ム.

$\log .01695 = \bar{2}.22917$ 又 $\log N = \bar{2}.22904$
 $\log .01694 = \bar{2}.22891$ $\log .01694 = \bar{2}.22891$
 .00001ニ對スル差 26 13

依テ $26 : 13 :: 1 : x, \quad x = .5,$

$\therefore N = .016945.$

但コノ5ハ表ノ中ニテ P. P.ノ行ノ 26ノ下 13ニ對シテ記載サレタリ.

對數表末位の處分方 コノ處分方ハがうす氏ノ表ニ同シ.

(1) 止ム可キ位[第五位]ノ次ノ位[第六位]ガ其位ノ0.5倍ヨリ大ナラバ止ム可キ位ニ1ヲ加ヘ以下切り棄ツ. 例ヘバ .243869ヲ .24387トスルガ如シ此場合ニ4ヲ5トナシタルトキハ5ノ如ク上ニ横筋ヲ引ク.

(2) 止ム可キ位ノ次ノ位ガ其位ノ0.5倍ヨリ小ナラバ

單ニ切り棄ツルナリ。例へバ .563074 ヲ .56307 トスルガ如シ。此場合ニ切り棄テタル結果ノ末位ガ5トナラバ5ノ如ク點ヲ打ツモノトス。

(3) 止ム可キ位ノ次ノ位ガ丁度ソノ位ノ0.5倍ナルトキハ止ム可キ位ガ奇數ナラバ1ヲ繰リ上ゲ偶數ナラバ單ニ切り棄ツ可シ。

III. 三角函數表ノ用法

本書ニハ0°ヨリ90°マデノ十分飛ビノ角ノ三角函數ノ四桁ノ表ヲ示ス。其用法ハ次ノ如シ。

I. 角ヲ知リテ其三角函數ヲ求ムルトキ

- (1) 角ガ表ノ中ニアルトキハ直チニ其三角函數ヲ求メ得可シ。
- (2) 角ガ表ノ中ニナキトキハ表ノ中ニテ此角ヲ最も近ク夾ムニツノ角ノ三角函數ヲ搜シ比例ニ由テ所要ノ三角函數ヲ得可シ。

例へバ $\sin 28^\circ 24'$ ヲ求メムニ

$$\sin 28^\circ 30' = .4772$$

$$\sin 28^\circ 20' = .4746$$

$$\begin{array}{r} 10' \\ 26 \end{array}$$

依テ $10:4::26:x, \therefore x=10.4$

$$\therefore \sin 28^\circ 20' = .4746$$

$$\begin{array}{r} 4' = 10 \\ 10 \end{array}$$

$$\sin 28^\circ 24' = .4756.$$

II. 三角函數ヲ知リテ之ニ對應スル角ヲ求ムルコト

- (1) 三角函數ガ表ノ中ニナキトキハ表ノ中ニテ此函數ヲ最も近ク夾ムニツノ函數ヲ搜シ比例ニ由テ所題ノ函數ニ對應スル角ヲ得可シ。

例へバ $\cos A = .9291$ ヲ求メムニハ

$$\cos 21^\circ 40' = .9293 \quad \text{又} \quad \cos 21^\circ 40' = .9293$$

$$\cos 21^\circ 50' = .9283 \quad \cos A = .9291$$

$$\begin{array}{r} 10' \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 2 \end{array}$$

依テ $10:2::10':x, \therefore x=2'$

$$\therefore A = 21^\circ 42'$$

是ニ由テ

(A) 角ヲ與ヘテ正弦正切ヲ求ムルニハ表ノ中ニテ之ヲ最も近ク夾ムニツノ角ノ中、小サキ角ノ正弦正切ニ比例部ヲ加フ可ク餘弦餘切ニ於テハ比例部ヲ引ケバヨシ。

(B) 三角函數ヲ與ヘテ之ニ對應スル角ヲ求ムルニハ表ノ中ニテ之ヲ最も近ク夾ム角ノ中、小サキ角ノ函數ト與ヘラレタル函數トノ差ヲ取り比例部ヲ求メテ之ヲ小サキ角ニ加フレバヨシ

コノ(A),(B)ハ次ニ示ス三角函數ノ對數表ニモ適用セラレ可シ。

三角函數表末位の處分方 止ム可キ位ノ次ノ位ガ5
或ハヨリ多キトキハ止ム可キ位ニ1ヲ増シテ以下切
リ棄ツ。5ト記シタルハ其位ノ數字ト之ニ續ヅク數字
トガ $4\frac{1}{2}$ ヨリ大キク5ヨリ小サキトキナリ。コノ處分
方ハ次ニ示ス三角函數ノ對數表ニモ適用セラル。

IV. 三角函數ノ對數表

本書ニハ 0° ヨリ 90° マデノ十分飛ビノ角ノ三角函數
ノ五桁ノ對數ニ10ヲ加ヘタル表ヲ附ス。其10ヲ加ヘタ
ルハ指標ヲシテ負ナラザラシメムガ爲メノミ。依テ此
表ヲ用ヒテ計算スルニハ各函數ノ對數ヨリ10ヲ引クモ
ノト心得可シ。今10ヲ加ヘタル對數ハLヲ頭ラニ書キ
又10ヲ加ヘザル對數ハlogヲ頭ラニ書キテ區別ス。
依テ $L\sin A = \log\sin A + 10$, $\therefore \log\sin A = L\sin A - 10$.
故ニ表ヨリ $\log\sin A$ ヲ求ムルニハ直グニ10ヲ引キテ計算
ス可シ。

實地ニ於テハ一層精密ナル表ヲ用フ可キコト勿論ナ
リ特ニ 0° 及ビ 90° ニ近キ角ハ一層精密ナル表ヲ用ヒザ
レバ不都合ナリ。茲ニハ唯表ノ模範ヲ示スノミ。

此表ノ引キ方ハ大略三角函數表ノ引キ方ニ同ジキヲ
以テ之ヲ略ス。

附 表

- I. 1—2000ノ五桁ノ對數表.
- II. 十分飛ビノ三角函數表.
- III. 十分飛ビノ三角函數ノ對數表.
- IV. 三角法ノ範式一覽.

N.	L.0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		00 000	30 103	47 712	60 206	69 897	77 815	84 510	90 309	95 424
1	00 000	04 139	07 918	11 394	14 613	17 609	20 412	23 045	25 527	27 875
2	30 103	32 222	34 242	36 173	38 021	39 794	41 497	43 136	44 716	46 240
3	47 712	49 136	50 515	51 851	53 148	54 407	55 630	56 820	57 978	59 106
4	60 206	61 278	62 325	63 347	64 345	65 321	66 276	67 210	68 124	69 020
5	69 897	70 757	71 600	72 428	73 239	74 036	74 819	75 587	76 343	77 085
6	77 815	78 533	79 239	79 934	80 618	81 291	81 954	82 607	83 251	83 885
7	84 510	85 126	85 733	86 332	86 923	87 506	88 081	88 649	89 209	89 763
8	90 309	90 849	91 381	91 908	92 428	92 942	93 450	93 952	94 448	94 939
9	95 424	95 904	96 379	96 848	97 313	97 772	98 227	98 677	99 123	99 564
10	00 000	00 432	00 860	01 284	01 703	02 119	02 531	02 938	03 342	03 743
11	04 139	04 532	04 922	05 308	05 690	06 070	06 446	06 819	07 188	07 555
12	07 918	08 279	08 636	08 991	09 342	09 691	10 037	10 380	10 721	11 059
13	11 394	11 727	12 057	12 385	12 710	13 033	13 354	13 672	13 988	14 301
14	14 613	14 922	15 229	15 534	15 836	16 137	16 435	16 732	17 026	17 319
15	17 609	17 898	18 184	18 469	18 752	19 033	19 312	19 590	19 866	20 140
16	20 412	20 683	20 952	21 219	21 484	21 748	22 011	22 272	22 531	22 789
17	23 045	23 300	23 553	23 803	24 055	24 304	24 551	24 797	25 042	25 285
18	25 527	25 768	26 007	26 245	26 482	26 717	26 951	27 184	27 416	27 646
19	27 875	28 103	28 330	28 556	28 780	29 003	29 226	29 447	29 667	29 885
20	30 103	30 320	30 535	30 750	30 963	31 175	31 387	31 597	31 806	32 015
21	32 222	32 428	32 634	32 838	33 041	33 244	33 445	33 646	33 846	34 044
22	34 242	34 439	34 635	34 830	35 025	35 218	35 411	35 603	35 793	35 984
23	36 173	36 361	36 549	36 736	36 922	37 107	37 291	37 475	37 658	37 840
24	38 021	38 202	38 382	38 561	38 739	38 917	39 094	39 270	39 445	39 620
25	39 794	39 967	40 140	40 312	40 483	40 654	40 824	40 993	41 162	41 330
26	41 497	41 664	41 830	41 996	42 160	42 325	42 488	42 651	42 813	42 975
27	43 136	43 297	43 457	43 616	43 775	43 933	44 091	44 248	44 404	44 560
28	44 716	44 871	45 025	45 179	45 332	45 484	45 637	45 788	45 939	46 090
29	46 240	46 389	46 538	46 687	46 835	46 982	47 129	47 276	47 422	47 567
30	47 712	47 857	48 001	48 144	48 287	48 430	48 572	48 714	48 855	48 996
31	49 136	49 276	49 415	49 554	49 693	49 831	49 969	50 106	50 243	50 379
32	50 515	50 651	50 786	50 920	51 055	51 188	51 322	51 455	51 587	51 720
33	51 851	51 983	52 114	52 244	52 375	52 504	52 634	52 763	52 892	53 020
34	53 145	53 275	53 403	53 529	53 656	53 782	53 908	54 033	54 158	54 283
35	54 407	54 531	54 654	54 777	54 900	55 023	55 145	55 267	55 388	55 509
36	55 630	55 751	55 871	55 991	56 110	56 229	56 348	56 467	56 585	56 703
37	56 820	56 937	57 054	57 171	57 287	57 403	57 519	57 634	57 749	57 864
38	57 978	58 092	58 206	58 320	58 433	58 546	58 659	58 771	58 883	58 995
39	59 106	59 218	59 329	59 439	59 550	59 660	59 770	59 879	59 988	60 097
40	60 206	60 314	60 423	60 531	60 638	60 746	60 853	60 959	61 066	61 172
41	61 278	61 384	61 490	61 595	61 700	61 805	61 909	62 014	62 118	62 221
42	62 325	62 428	62 531	62 634	62 737	62 839	62 941	63 043	63 144	63 245
43	63 347	63 448	63 548	63 649	63 749	63 849	63 949	64 048	64 147	64 246
44	64 345	64 444	64 542	64 640	64 738	64 836	64 933	65 031	65 128	65 225
45	65 321	65 418	65 514	65 610	65 706	65 801	65 896	65 992	66 087	66 181
46	66 276	66 370	66 464	66 558	66 652	66 745	66 839	66 932	67 025	67 117
47	67 210	67 302	67 394	67 486	67 578	67 669	67 761	67 852	67 943	68 034
48	68 124	68 215	68 305	68 395	68 485	68 574	68 664	68 753	68 842	68 931
49	69 020	69 108	69 197	69 285	69 373	69 461	69 548	69 636	69 723	69 810
50	69 897	69 984	70 070	70 157	70 243	70 329	70 415	70 501	70 586	70 672

N.	L.0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	69 897	69 984	70 070	70 157	70 243	70 329	70 415	70 501	70 586	70 672
51	70 757	70 842	70 927	71 012	71 096	71 181	71 265	71 349	71 433	71 517
52	71 600	71 684	71 767	71 850	71 933	72 016	72 099	72 181	72 263	72 346
53	72 428	72 509	72 591	72 673	72 754	72 835	72 916	72 997	73 078	73 159
54	73 239	73 320	73 400	73 480	73 560	73 640	73 719	73 799	73 878	73 957
55	74 036	74 115	74 194	74 273	74 351	74 429	74 507	74 586	74 663	74 741
56	74 819	74 896	74 974	75 051	75 128	75 205	75 282	75 358	75 435	75 511
57	75 587	75 664	75 740	75 815	75 891	75 967	76 042	76 118	76 193	76 268
58	76 343	76 418	76 492	76 567	76 641	76 716	76 790	76 864	76 938	77 012
59	77 085	77 159	77 232	77 305	77 379	77 452	77 525	77 597	77 670	77 743
60	77 815	77 887	77 960	78 032	78 104	78 176	78 247	78 319	78 390	78 462
61	78 533	78 604	78 675	78 746	78 817	78 888	78 958	79 029	79 099	79 169
62	79 239	79 309	79 379	79 449	79 518	79 588	79 657	79 727	79 796	79 865
63	79 934	80 003	80 072	80 140	80 209	80 277	80 346	80 414	80 482	80 550
64	80 618	80 686	80 754	80 821	80 889	80 956	81 023	81 090	81 158	81 224
65	81 291	81 358	81 425	81 491	81 558	81 624	81 690	81 757	81 823	81 889
66	81 954	82 020	82 086	82 151	82 217	82 282	82 347	82 413	82 478	82 543
67	82 607	82 672	82 737	82 802	82 866	82 930	82 995	83 059	83 123	83 187
68	83 251	83 315	83 378	83 442	83 506	83 569	83 632	83 696	83 759	83 822
69	83 885	83 948	84 011	84 073	84 136	84 198	84 261	84 323	84 386	84 448
70	84 510	84 572	84 634	84 696	84 757	84 819	84 880	84 942	85 003	85 065
71	85 126	85 187	85 248	85 309	85 370	85 431	85 491	85 552	85 612	85 673
72	85 733	85 794	85 854	85 914	85 974	86 034	86 094	86 153	86 213	86 273
73	86 332	86 392	86 451	86 510	86 570	86 629	86 688	86 747	86 806	86 864
74	86 923	86 982	87 040	87 099	87 157	87 216	87 274	87 332	87 390	87 448
75	87 506	87 564	87 622	87 679	87 737	87 795	87 852	87 910	87 967	88 024
76	88 081	88 138	88 195	88 252	88 309	88 366	88 423	88 480	88 536	88 593
77	88 649	88 705	88 762	88 818	88 874	88 930	88 986	89 042	89 098	89 154
78	89 209	89 265	89 321	89 376	89 432	89 487	89 542	89 597	89 653	89 708
79	89 763	89 818	89 873	89 927	89 982	90 037	90 091	90 146	90 200	90 255
80	90 309	90 363	90 417	90 472	90 526	90 580	90 634	90 687	90 741	90 795
81	90 849	90 902	90 956	91 009	91 062	91 116	91 169	91 222	91 275	91 328
82	91 381	91 434	91 487	91 540	91 593	91 645	91 698	91 751	91 803	91 855
83	91 908	91 960	92 012	92 065	92 117	92 169	92 221	92 273	92 324	92 376
84	92 428	92 480	92 531	92 583	92 634	92 686	92 737	92 788	92 840	92 891
85	92 942	92 993	93 044	93 095	93 146	93 197	93 247	93 298	93 349	93 399
86	93 450	93 500	93 551	93 601	93 651	93 702	93 752	93 802	93 852	93 902
87	93 952	94 002	94 052	94 101	94 151	94 201	94 250			

N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.			
100	00	000	043	087	130	173	217	260	303	346	389	44	43	42	
101		432	475	518	561	604	647	689	732	775	817	1	4.4	4.3	4.2
102		860	903	945	988	*030	*072	*115	*157	*199	*242	2	8.8	8.6	8.4
103	01	284	326	368	410	452	494	536	578	620	662	3	13.2	12.9	12.6
104		703	745	787	828	870	912	953	995	*036	*078	4	17.6	17.2	16.8
105	02	119	160	202	243	284	325	366	407	449	490	5	22.0	21.5	21.0
106		531	572	612	653	694	735	776	816	857	898	6	26.4	25.8	25.2
107		938	979	*019	*060	*100	*141	*181	*222	*262	*302	7	30.8	30.1	29.4
108	03	342	383	423	463	503	543	583	623	663	703	8	35.2	34.4	33.6
109		743	782	822	862	902	941	981	*021	*060	*100	9	39.6	38.7	37.8
110	04	139	179	218	258	297	336	376	415	454	493	41	40	39	
111		532	571	610	650	689	727	766	805	844	883	1	4.1	4.0	3.9
112		922	961	999	*038	*077	*115	*154	*192	*231	*269	2	8.2	8.0	7.8
113	05	308	346	385	423	461	500	538	576	614	652	3	12.3	12.0	11.7
114		690	729	767	805	843	881	918	956	994	*032	4	16.4	16.0	15.6
115	06	070	108	145	183	221	258	296	333	371	408	5	20.5	20.0	19.5
116		446	483	521	558	595	633	670	707	744	781	6	24.6	24.0	23.4
117		819	856	893	930	967	*004	*041	*078	*115	*151	7	28.7	28.0	27.3
118	07	188	225	262	298	335	372	408	445	482	518	8	32.8	32.0	31.2
119		555	591	628	664	700	737	773	809	846	882	9	36.9	36.0	35.1
120		918	954	990	*027	*063	*099	*135	*171	*207	*243	38	37	36	
121	08	279	314	350	386	422	458	493	529	565	600	1	3.8	3.7	3.6
122		636	672	707	743	778	814	849	884	920	955	2	7.6	7.4	7.2
123		991	*026	*061	*096	*132	*167	*202	*237	*272	*307	3	11.4	11.1	10.8
124	09	342	377	412	447	482	517	552	587	621	656	4	15.2	14.8	14.4
125		691	726	760	795	830	864	899	934	968	*003	5	19.0	18.5	18.0
126	10	037	072	106	140	175	209	243	278	312	346	6	22.8	22.2	21.6
127		350	415	449	483	517	551	585	619	653	687	7	26.6	25.9	25.2
128		721	755	789	823	857	890	924	958	992	*025	8	30.4	29.6	28.8
129	11	059	093	126	160	193	227	261	294	327	361	9	34.2	33.3	32.4
130		394	428	461	494	528	561	594	628	661	694	35	34	33	
131		727	760	793	826	860	893	926	959	992	*024	1	3.5	3.4	3.3
132	12	057	090	123	156	189	222	254	287	320	352	2	7.0	6.8	6.6
133		385	418	450	483	516	548	581	613	646	678	3	10.5	10.2	9.9
134		710	743	775	808	840	872	905	937	969	*001	4	14.0	13.6	13.2
135	13	033	066	098	130	162	194	226	258	290	322	5	17.5	17.0	16.5
136		354	386	418	450	481	513	545	577	609	640	6	21.0	20.4	19.8
137		672	704	735	767	799	830	862	893	925	956	7	24.5	23.8	23.1
138		988	*019	*051	*082	*114	*145	*176	*208	*239	*270	8	28.0	27.2	26.4
139	14	301	333	364	395	426	457	489	520	551	582	9	31.5	30.6	29.7
140		513	544	575	606	637	668	709	749	789	829	32	31	30	
141		922	953	983	*014	*045	*076	*106	*137	*168	*198	1	3.2	3.1	3.0
142	15	229	259	290	320	351	381	412	442	473	503	2	6.4	6.2	6.0
143		534	564	594	625	655	685	715	746	776	806	3	9.6	9.3	9.0
144		836	866	897	927	957	987	*017	*047	*077	*107	4	12.8	12.4	12.0
145	16	137	167	197	227	256	286	316	346	376	406	5	16.0	15.5	15.0
146		435	465	495	524	554	584	613	643	673	702	6	19.2	18.6	18.0
147		732	761	791	820	850	879	909	938	967	997	7	22.4	21.7	21.0
148	17	026	056	085	114	143	173	202	231	260	289	8	25.6	24.8	24.0
149		319	348	377	406	435	464	493	522	551	580	9	28.8	27.9	27.0
150		609	638	667	696	725	754	782	811	840	869				

N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.		
150	17	609	638	667	696	725	754	782	811	840	869	29	28	
151		898	926	955	984	*013	*041	*070	*099	*127	*156	1	2.9	2.8
152	18	184	213	241	270	298	327	355	384	412	441	2	5.8	5.6
153		469	498	526	554	583	611	639	667	696	724	3	8.7	8.4
154		752	780	808	837	865	893	921	949	977	*005	4	11.6	11.2
155	19	033	061	089	117	145	173	201	229	257	285	5	14.5	14.0
156		312	340	368	396	424	451	479	507	535	562	6	17.4	16.8
157		590	618	645	673	700	728	756	783	811	838	7	20.3	19.6
158		866	893	921	948	976	*003	*030	*058	*085	*112	8	23.2	22.4
159	20	140	167	194	222	249	276	303	330	358	385	9	26.1	25.2
160		412	439	466	493	520	548	575	602	629	656	27	26	
161		683	710	737	763	790	817	844	871	898	925	1	2.7	2.6
162		952	978	*005	*032	*059	*085	*112	*139	*165	*192	2	5.4	5.2
163	21	219	245	272	299	325	352	378	405	431	458	3	8.1	7.8
164		484	511	537	564	590	617	643	669	696	722	4	10.8	10.4
165		748	775	801	827	854	880	906	932	958	985	5	13.5	13.0
166	22	011	037	063	089	115	141	167	194	220	246	6	16.2	15.6
167		272	298	324	350	376	401	427	453	479	505	7	18.9	18.2
168		531	557	583	608	634	660	686	712	737	763	8	21.6	20.8
169		789	814	840	866	891	917	943	968	994	*019	9	24.3	23.4
170	23	045	070	096	121	147	172	198	223	249	274	25	25	
171		300	325	350	376	401	426	452	477	502	528	1	2.5	
172		553	578	603	629	654	679	704	729	754	779	2	5.0	
173		805	830	855	880	905	930	955	980	*005	*030	3	7.5	
174	24	055	080	105	130	155	180	204	229	254	279	4	10.0	
175		304	329	353	378	403	428	452	477	502	527	5	12.5	
176		551	576	601	625	650	674	699	724	748	773	6	15.0	
177		797	822	846	871	895	920	944	969	993	*018	7	17.5	
178	25	042	066	091	115	139	164	188	212	237	261	8	20.0	
179		285	310	334	358	382	406	431	455	479	503	9	22.5	
180		527	551	575	600	624	648	672	696	720	744	24	23	
181		768	792	816	840	864	888	912	935	959	983	1	2.4	2.3
182	26	007	031	055	079	102	126	150	174	198	221	2	4.8	4.6

三角函数表

0°—12°

° /	sin.	tan.	cot.	cos.	' °
0 °	0.0000	0.0000	∞	1.0000	° 90
10	0.0029	0.0029	343.7737	1.0000	50
20	0.0058	0.0058	171.8854	1.0000	40
30	0.0087	0.0087	114.5887	1.0000	30
40	0.0116	0.0116	85.9398	0.9999	20
50	0.0145	0.0145	68.7501	0.9999	10
1 °	0.0175	0.0175	57.2900	0.9998	° 89
° /	cos.	cot.	tan.	sin.	' °

° /	sin.	tan.	cot.	cos.	' °	° /	sin.	tan.	cot.	cos.	' °
1 °	0.0175	0.0175	57.2900	0.9998	° 89	7 °	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	° 83
10	0.0204	0.0204	49.1039	0.9998	50	10	0.1248	0.1257	7.9530	0.9922	50
20	0.0233	0.0233	42.9641	0.9997	40	20	0.1276	0.1287	7.7704	0.9918	40
30	0.0262	0.0262	38.1885	0.9997	30	30	0.1305	0.1317	7.5958	0.9914	30
40	0.0291	0.0291	34.3678	0.9996	20	40	0.1334	0.1346	7.4287	0.9911	20
50	0.0320	0.0320	31.2416	0.9995	10	50	0.1363	0.1376	7.2687	0.9907	10
2 °	0.0349	0.0349	28.6363	0.9994	° 88	8 °	0.1392	0.1405	7.1154	0.9903	° 82
10	0.0378	0.0378	26.4316	0.9993	50	10	0.1421	0.1435	6.9682	0.9899	50
20	0.0407	0.0407	24.5418	0.9992	40	20	0.1449	0.1465	6.8269	0.9894	40
30	0.0436	0.0437	22.9038	0.9990	30	30	0.1478	0.1495	6.6912	0.9890	30
40	0.0465	0.0466	21.4704	0.9989	20	40	0.1507	0.1524	6.5606	0.9886	20
50	0.0494	0.0495	20.2056	0.9988	10	50	0.1536	0.1554	6.4348	0.9881	10
3 °	0.0523	0.0524	19.0811	0.9986	° 87	9 °	0.1564	0.1584	6.3138	0.9877	° 81
10	0.0552	0.0553	18.0750	0.9985	50	10	0.1593	0.1614	6.1970	0.9872	50
20	0.0581	0.0582	17.1693	0.9983	40	20	0.1622	0.1644	6.0844	0.9868	40
30	0.0610	0.0612	16.3499	0.9981	30	30	0.1650	0.1673	5.9758	0.9863	30
40	0.0640	0.0641	15.6048	0.9980	20	40	0.1679	0.1703	5.8708	0.9858	20
50	0.0669	0.0670	14.9244	0.9978	10	50	0.1708	0.1733	5.7694	0.9853	10
4 °	0.0698	0.0699	14.3007	0.9976	° 86	10 °	0.1736	0.1763	5.6713	0.9848	° 80
10	0.0727	0.0729	13.7267	0.9974	50	10	0.1765	0.1793	5.5764	0.9843	50
20	0.0756	0.0758	13.1969	0.9971	40	20	0.1794	0.1823	5.4845	0.9838	40
30	0.0785	0.0787	12.7062	0.9969	30	30	0.1822	0.1853	5.3955	0.9833	30
40	0.0814	0.0816	12.2505	0.9967	20	40	0.1851	0.1883	5.3093	0.9827	20
50	0.0843	0.0846	11.8262	0.9964	10	50	0.1880	0.1914	5.2257	0.9822	10
5 °	0.0872	0.0875	11.4301	0.9962	° 85	11 °	0.1908	0.1944	5.1446	0.9816	° 79
10	0.0901	0.0904	11.0594	0.9959	50	10	0.1937	0.1974	5.0658	0.9811	50
20	0.0929	0.0934	10.7119	0.9957	40	20	0.1965	0.2004	4.9894	0.9805	40
30	0.0958	0.0963	10.3854	0.9954	30	30	0.1994	0.2035	4.9152	0.9799	30
40	0.0987	0.0992	10.0780	0.9951	20	40	0.2022	0.2065	4.8430	0.9793	20
50	0.1016	0.1022	9.7882	0.9948	10	50	0.2051	0.2095	4.7729	0.9787	10
6 °	0.1045	0.1051	9.5144	0.9945	° 84	12 °	0.2079	0.2126	4.7046	0.9781	° 78
10	0.1074	0.1080	9.2553	0.9942	50	10	0.2108	0.2156	4.6382	0.9775	50
20	0.1103	0.1110	9.0098	0.9939	40	20	0.2136	0.2186	4.5736	0.9769	40
30	0.1132	0.1139	8.7769	0.9936	30	30	0.2164	0.2217	4.5107	0.9763	30
40	0.1161	0.1169	8.5555	0.9932	20	40	0.2193	0.2247	4.4494	0.9757	20
50	0.1190	0.1198	8.3450	0.9929	10	50	0.2221	0.2278	4.3897	0.9750	10
7 °	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	° 83	13 °	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	° 77

77°—89°

三角函数表

13°—28°

° /	sin.	tan.	cot.	cos.	' °	° /	sin.	tan.	cot.	cos.	' °
13 °	0.2250	0.2309	4.3315	0.9744	° 77	21 °	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	° 69
10	0.2278	0.2339	4.2747	0.9737	50	10	0.3611	0.3872	2.5826	0.9325	50
20	0.2306	0.2370	4.2193	0.9730	40	20	0.3638	0.3906	2.5605	0.9315	40
30	0.2334	0.2401	4.1653	0.9724	30	30	0.3665	0.3939	2.5386	0.9304	30
40	0.2363	0.2432	4.1126	0.9717	20	40	0.3692	0.3973	2.5172	0.9293	20
50	0.2391	0.2462	4.0611	0.9710	10	50	0.3719	0.4006	2.4960	0.9283	10
14 °	0.2419	0.2493	4.0108	0.9703	° 76	22 °	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	° 68
10	0.2447	0.2524	3.9617	0.9696	50	10	0.3773	0.4074	2.4545	0.9261	50
20	0.2476	0.2555	3.9136	0.9689	40	20	0.3800	0.4108	2.4342	0.9250	40
30	0.2504	0.2586	3.8667	0.9681	30	30	0.3827	0.4142	2.4142	0.9239	30
40	0.2532	0.2617	3.8208	0.9674	20	40	0.3854	0.4176	2.3945	0.9228	20
50	0.2560	0.2648	3.7760	0.9667	10	50	0.3881	0.4210	2.3750	0.9216	10
15 °	0.2588	0.2679	3.7321	0.9659	° 75	23 °	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	° 67
10	0.2616	0.2711	3.6891	0.9652	50	10	0.3934	0.4279	2.3369	0.9194	50
20	0.2644	0.2742	3.6470	0.9644	40	20	0.3961	0.4314	2.3183	0.9182	40
30	0.2672	0.2773	3.6059	0.9636	30	30	0.3987	0.4348	2.2998	0.9171	30
40	0.2700	0.2805	3.5656	0.9628	20	40	0.4014	0.4383	2.2817	0.9159	20
50	0.2728	0.2836	3.5261	0.9621	10	50	0.4041	0.4417	2.2637	0.9147	10
16 °	0.2756	0.2867	3.4874	0.9613	° 74	24 °	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	° 66
10	0.2784	0.2899	3.4495	0.9605	50	10	0.4094	0.4487	2.2286	0.9124	50
20	0.2812	0.2931	3.4124	0.9596	40	20	0.4120	0.4522	2.2113	0.9112	40
30	0.2840	0.2962	3.3759	0.9588	30	30	0.4147	0.4557	2.1943	0.9100	30
40	0.2868	0.2994	3.3402	0.9580	20	40	0.4173	0.4592	2.1775	0.9088	20
50	0.2896	0.3026	3.3052	0.9572	10	50	0.4200	0.4628	2.1609	0.9075	10
17 °	0.2924	0.3057	3.2709	0.9563	° 73	25 °	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	° 65
10	0.2952	0.3089	3.2371	0.9555	50	10	0.4253	0.4699	2.1283	0.9051	50
20	0.2979	0.3121	3.2041	0.9546	40	20	0.4279	0.4734	2.1123	0.9038	40
30	0.3007	0.3153	3.1716	0.9537	30	30	0.4305	0.4770	2.0965	0.9026	30
40	0.3035	0.3185	3.1397	0.9528	20	40	0.4331	0.4806	2.0809	0.9013	20
50	0.3062	0.3217	3.1084	0.9520	10	50	0.4358	0.4841	2.0655	0.9001	10
18 °	0.3090	0.3249	3.0777	0.9511	° 72	26 °	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	° 64
10	0.3118	0.3281	3.0475	0.9502	50	10	0.4410	0.4913	2.0353	0.8975	50
20	0.3145	0.3314	3.0178	0.9492	40	20	0.4436	0.4950	2.0204	0.8962	40
30	0.3173	0.3346	2.9887	0.9483	30	30	0.4462	0.4986	2.0057	0.8949	30
40	0.3201	0.3378	2.9600	0.9474	20	40	0.4488	0.5022	1.9912	0.8936	20
50	0.3228	0.3411	2.9319	0.9465	10	50	0.4514	0.5059	1.9768	0.8923	10
19 °	0.3256	0.3443	2.9042	0.9455	° 71	27 °	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	° 63
10	0.3283	0.3476	2.8770	0.9446	50	10	0.4566	0.5132	1.9486	0.8897	50
20	0.3311	0.3508	2.8502	0.9436	40	20	0.4592	0.5169	1.9347	0.8884	40
30	0.3338	0.3541	2.8239	0.9426	30	30	0.4617	0.5206	1.9210	0.8870	30
40	0.3365	0.3574	2.7980	0.9417	20	40	0.4643	0.5243	1.9074	0.8857	20
50	0.3393	0.3607	2.7725	0.9407	10	50	0.4669	0.5280	1.8940	0.8843	10
20 °	0.3420	0.3640	2.7475	0.9397	° 70	28 °	0.4695	0.5317	1.8807	0.8829	° 62
10	0.3448	0.3673	2.7228	0.9387	50	10	0.4720	0.5354	1.8676	0.8816	50
20	0.3475	0.3706	2.6985	0.9377	40	20	0.4746	0.5392	1.8546		

° '	sin.	tan.	cot.	cos.	' °	° '	sin.	tan.	cot.	cos.	' °
29 0	0.4848	0.5343	1.8040	0.8746	061	37 0	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	053
10	0.4874	0.5581	1.7917	0.8732	50	10	0.6041	0.7581	1.3190	0.7969	50
20	0.4899	0.5619	1.7796	0.8718	40	20	0.6065	0.7627	1.3111	0.7951	40
30	0.4924	0.5658	1.7673	0.8704	30	30	0.6088	0.7673	1.3032	0.7934	30
40	0.4950	0.5696	1.7550	0.8689	20	40	0.6111	0.7720	1.2954	0.7916	20
50	0.4975	0.5735	1.7437	0.8675	10	50	0.6134	0.7766	1.2876	0.7898	10
30 0	0.5000	0.5774	1.7321	0.8660	060	38 0	0.6157	0.7813	1.2799	0.7880	052
10	0.5025	0.5812	1.7205	0.8646	50	10	0.6180	0.7860	1.2723	0.7862	50
20	0.5050	0.5851	1.7090	0.8631	40	20	0.6202	0.7907	1.2647	0.7844	40
30	0.5075	0.5890	1.6977	0.8616	30	30	0.6225	0.7954	1.2572	0.7826	30
40	0.5100	0.5930	1.6864	0.8601	20	40	0.6248	0.8002	1.2497	0.7808	20
50	0.5125	0.5969	1.6753	0.8587	10	50	0.6271	0.8050	1.2423	0.7790	10
31 0	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	059	39 0	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	051
10	0.5175	0.6048	1.6534	0.8557	50	10	0.6316	0.8146	1.2276	0.7753	50
20	0.5200	0.6088	1.6426	0.8542	40	20	0.6338	0.8195	1.2203	0.7735	40
30	0.5225	0.6128	1.6319	0.8526	30	30	0.6361	0.8243	1.2131	0.7716	30
40	0.5250	0.6168	1.6212	0.8511	20	40	0.6383	0.8292	1.2059	0.7698	20
50	0.5275	0.6208	1.6107	0.8496	10	50	0.6406	0.8342	1.1988	0.7679	10
32 0	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	058	40 0	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	050
10	0.5324	0.6289	1.5908	0.8465	50	10	0.6450	0.8441	1.1847	0.7642	50
20	0.5348	0.6330	1.5798	0.8450	40	20	0.6472	0.8491	1.1778	0.7623	40
30	0.5373	0.6371	1.5697	0.8434	30	30	0.6494	0.8541	1.1708	0.7604	30
40	0.5398	0.6412	1.5597	0.8418	20	40	0.6517	0.8591	1.1640	0.7585	20
50	0.5422	0.6453	1.5497	0.8403	10	50	0.6539	0.8642	1.1571	0.7566	10
33 0	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	057	41 0	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	049
10	0.5471	0.6536	1.5301	0.8371	50	10	0.6583	0.8744	1.1436	0.7528	50
20	0.5495	0.6577	1.5204	0.8355	40	20	0.6604	0.8796	1.1369	0.7509	40
30	0.5519	0.6619	1.5108	0.8339	30	30	0.6626	0.8847	1.1303	0.7490	30
40	0.5544	0.6661	1.5013	0.8323	20	40	0.6648	0.8899	1.1237	0.7470	20
50	0.5568	0.6703	1.4919	0.8307	10	50	0.6670	0.8952	1.1171	0.7451	10
34 0	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	056	42 0	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	048
10	0.5616	0.6787	1.4733	0.8274	50	10	0.6713	0.9057	1.1041	0.7412	50
20	0.5640	0.6830	1.4641	0.8258	40	20	0.6734	0.9110	1.0977	0.7392	40
30	0.5664	0.6873	1.4550	0.8241	30	30	0.6756	0.9163	1.0913	0.7373	30
40	0.5688	0.6916	1.4460	0.8225	20	40	0.6777	0.9217	1.0850	0.7353	20
50	0.5712	0.6959	1.4370	0.8208	10	50	0.6799	0.9271	1.0786	0.7333	10
35 0	0.5736	0.7002	1.4281	0.8192	055	43 0	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	047
10	0.5760	0.7046	1.4193	0.8175	50	10	0.6841	0.9380	1.0661	0.7294	50
20	0.5783	0.7089	1.4106	0.8158	40	20	0.6862	0.9435	1.0599	0.7274	40
30	0.5807	0.7133	1.4019	0.8141	30	30	0.6884	0.9490	1.0538	0.7254	30
40	0.5831	0.7177	1.3934	0.8124	20	40	0.6905	0.9545	1.0477	0.7234	20
50	0.5854	0.7221	1.3848	0.8107	10	50	0.6926	0.9601	1.0416	0.7214	10
36 0	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	054	44 0	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	046
10	0.5901	0.7310	1.3680	0.8073	50	10	0.6967	0.9713	1.0295	0.7173	50
20	0.5925	0.7355	1.3597	0.8056	40	20	0.6988	0.9770	1.0235	0.7153	40
30	0.5948	0.7400	1.3514	0.8039	30	30	0.7009	0.9827	1.0176	0.7133	30
40	0.5972	0.7445	1.3432	0.8021	20	40	0.7030	0.9884	1.0117	0.7112	20
50	0.5995	0.7490	1.3351	0.8004	10	50	0.7050	0.9942	1.0058	0.7092	10
37 0	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	053	45 0	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	045

° '	L. sin.	D.	L. tan.	D.	L. cot.	L. cos.	D.	' °
0 0	—	—	—	—	—	10.00000	—	0 90
10	7.46373	30102	7.46373	30103	12.53627	10.00000	—	0 50
20	7.76475	17609	7.76475	17610	12.23524	9.99999	—	10 40
30	7.94084	12494	7.94086	12495	12.05914	9.99998	—	20 30
40	8.06578	9690	8.06581	9692	11.93419	9.99997	—	30 20
50	8.16268	7918	8.16273	7919	11.83727	9.99995	—	40 10
1 0	8.24186	6693	8.24192	6696	11.75808	9.99993	—	50 0 89
10	8.30879	5799	8.30888	5801	11.69112	9.99991	—	2 50
20	8.36678	5114	8.36689	5118	11.63311	9.99988	—	3 40
30	8.41792	4574	8.41807	4578	11.58193	9.99985	—	3 30
40	8.46366	4138	8.46385	4142	11.53615	9.99982	—	3 20
50	8.50504	3778	8.50527	3781	11.49473	9.99978	—	4 10
2 0	8.54282	3475	8.54308	3480	11.45692	9.99974	—	4 0 88
10	8.57757	3216	8.57788	3221	11.42212	9.99969	—	5 50
20	8.60973	2995	8.61009	3000	11.38991	9.99964	—	5 40
30	8.63968	2801	8.64009	2807	11.35991	9.99959	—	5 30
40	8.66769	2631	8.66816	2637	11.33184	9.99953	—	6 20
50	8.69400	2480	8.69453	2487	11.30547	9.99947	—	7 10
3 0	8.71880	2346	8.71940	2352	11.28060	9.99940	—	6 0 87
10	8.74226	2225	8.74292	2233	11.25708	9.99934	—	8 50
20	8.76451	2117	8.76525	2124	11.23475	9.99926	—	7 40
30	8.78568	2017	8.78649	2025	11.21351	9.99919	—	7 30
40	8.80585	1928	8.80674	1936	11.19326	9.99911	—	8 20
50	8.82513	1845	8.82610	1854	11.17390	9.99903	—	8 10
4 0	8.84358	1770	8.84464	1779	11.15536	9.99894	—	9 0 86
10	8.86128	1701	8.86243	1710	11.13757	9.99885	—	9 50
20	8.87829	1635	8.87953	1645	11.12047	9.99876	—	10 40
30	8.89464	1576	8.89598	1587	11.10402	9.99866	—	10 30
40	8.91040	1521	8.91185	1531	11.08815	9.99856	—	11 20
50	8.92561	1469	8.92716	1479	11.07284	9.99845	—	11 10
5 0	8.94030	1420	8.94195	1432	11.05805	9.99834	—	11 0 85
10	8.95450	1375	8.95625	1386	11.04373	9.99823	—	11 50
20	8.96825	1332	8.97013	1345	11.02987	9.99812	—	12 40
30	8.98157	1293	8.98358	1304	11.01642	9.99800	—	12 30
40	8.99450	1254	8.99662	1268	11.00338	9.99787	—	13 20
50	9.00704	1219	9.00930	1232	10.99070	9.99775	—	13 10
6 0	9.01923	1186	9.02162	1199	10.97838	9.99761	—	14 0 84
10	9.03109	1153	9.03361	1167	10.96639	9.99748	—	14 50
20	9.04262	1124	9.04528	1138	10.95472	9.99734	—	14 40
30	9.05386	1095	9.05666	1109	10.94334	9.99720	—	15 30
40	9.06481	1067	9.06775	1083	10.93225	9.99705	—	15 20
50	9.07548	1041	9.07858	1056	10.92142	9.99690	—	15 10
7 0	9.08589	1017	9.08914	1033	10.91086	9.99675	—	15 0 83
10	9.09606	993	9.09947	1009	10.90053	9.99659	—	16 50
20	9.10599	971	9.10956	987	10.89044	9.99643	—	16 40
30	9.11570	949	9.11943	966	10.88057	9.99627	—	17 30
40	9.12519	928	9.12909	945	10.87091	9.99610	—	17 20
50	9.13447	909	9.13854	926	10.86146	9.99593	—	17 10
8 0	9.14356	890	9.14780	909	10.85220	9.99575	—	18 0 82
° ' /	L. cos.	D.	L. cot.</					

° /	L. sin.	D.	L. tan.	D.	L. cot.	L. cos.	D.	' °
8 °	9. 14 356		9. 14 780		10. 85 220	9. 99 575		° 82
10	9. 15 245	889	9. 15 688	908	10. 84 312	9. 99 557	18	50
20	9. 16 116	871	9. 16 577	889	10. 83 423	9. 99 539	18	40
30	9. 16 970	854	9. 17 450	873	10. 82 550	9. 99 520	19	30
40	9. 17 807	837	9. 18 306	856	10. 81 694	9. 99 501	19	20
50	9. 18 628	821	9. 19 146	840	10. 80 854	9. 99 482	19	10
9 °	9. 19 433	805	9. 19 971	825	10. 80 029	9. 99 462	20	0 81
10	9. 20 223	790	9. 20 782	811	10. 79 218	9. 99 442	20	50
20	9. 20 999	776	9. 21 578	796	10. 78 422	9. 99 421	21	40
30	9. 21 761	762	9. 22 361	783	10. 77 639	9. 99 400	21	30
40	9. 22 509	748	9. 23 130	769	10. 76 870	9. 99 379	21	20
50	9. 23 244	735	9. 23 887	757	10. 76 113	9. 99 357	22	10
10 °	9. 23 967	723	9. 24 632	745	10. 75 368	9. 99 335	22	0 80
10	9. 24 677	710	9. 25 365	733	10. 74 635	9. 99 313	23	50
20	9. 25 376	699	9. 26 086	721	10. 73 914	9. 99 290	23	40
30	9. 26 063	687	9. 26 797	711	10. 73 203	9. 99 267	23	30
40	9. 26 739	676	9. 27 496	699	10. 72 504	9. 99 243	24	20
50	9. 27 405	666	9. 28 186	690	10. 71 814	9. 99 219	24	10
11 °	9. 28 060	655	9. 28 865	679	10. 71 135	9. 99 195	24	0 79
10	9. 28 703	645	9. 29 535	670	10. 70 465	9. 99 170	25	50
20	9. 29 340	635	9. 30 195	660	10. 69 803	9. 99 145	25	40
30	9. 29 966	626	9. 30 846	651	10. 69 154	9. 99 119	26	30
40	9. 30 582	616	9. 31 489	643	10. 68 511	9. 99 093	26	20
50	9. 31 189	607	9. 32 122	633	10. 67 878	9. 99 067	26	10
12 °	9. 31 788	599	9. 32 747	625	10. 67 253	9. 99 040	27	0 78
10	9. 32 378	590	9. 33 365	618	10. 66 635	9. 99 013	27	50
20	9. 32 960	582	9. 33 974	609	10. 66 026	9. 98 986	27	40
30	9. 33 534	574	9. 34 576	602	10. 65 424	9. 98 958	28	30
40	9. 34 100	566	9. 35 170	594	10. 64 830	9. 98 930	28	20
50	9. 34 658	558	9. 35 757	587	10. 64 243	9. 98 901	29	10
13 °	9. 35 209	551	9. 36 336	579	10. 63 664	9. 98 872	29	0 77
10	9. 35 752	543	9. 36 909	573	10. 63 091	9. 98 843	29	50
20	9. 36 289	537	9. 37 476	567	10. 62 524	9. 98 813	30	40
30	9. 36 819	530	9. 38 035	559	10. 61 965	9. 98 783	30	30
40	9. 37 341	522	9. 38 589	554	10. 61 411	9. 98 753	30	20
50	9. 37 858	517	9. 39 136	547	10. 60 864	9. 98 722	31	10
14 °	9. 38 368	510	9. 39 677	541	10. 60 323	9. 98 690	32	0 76
10	9. 38 871	503	9. 40 212	535	10. 59 788	9. 98 659	31	50
20	9. 39 369	498	9. 40 742	530	10. 59 258	9. 98 627	32	40
30	9. 39 860	491	9. 41 266	524	10. 58 734	9. 98 594	33	30
40	9. 40 346	486	9. 41 784	518	10. 58 216	9. 98 561	33	20
50	9. 40 825	479	9. 42 297	513	10. 57 703	9. 98 528	33	10
15 °	9. 41 300	475	9. 42 805	508	10. 57 195	9. 98 494	34	0 75
10	9. 41 768	468	9. 43 308	503	10. 56 692	9. 98 460	34	50
20	9. 42 232	464	9. 43 806	498	10. 56 194	9. 98 426	34	40
30	9. 42 690	458	9. 44 299	493	10. 55 701	9. 98 391	35	30
40	9. 43 143	453	9. 44 787	488	10. 55 213	9. 98 356	35	20
50	9. 43 591	448	9. 45 271	484	10. 54 729	9. 98 320	36	10
16 °	9. 44 034	443	9. 45 750	479	10. 54 250	9. 98 284	36	0 74
° /	L. cos.	D.	L. cot.	D.	L. tan.	L. sin.	D.	' °

° /	L. sin.	D.	L. tan.	D.	L. cot.	L. cos.	D.	' °
16 °	9. 44 034		9. 45 750		10. 54 250	9. 98 284		° 74
10	9. 44 472	438	9. 46 224	474	10. 53 776	9. 98 248	36	50
20	9. 44 905	433	9. 46 694	470	10. 53 306	9. 98 211	37	40
30	9. 45 334	429	9. 47 160	466	10. 52 840	9. 98 174	37	30
40	9. 45 758	424	9. 47 622	462	10. 52 378	9. 98 136	38	20
50	9. 46 178	420	9. 48 080	458	10. 51 920	9. 98 098	38	10
17 °	9. 46 594	416	9. 48 534	454	10. 51 466	9. 98 060	38	0 73
10	9. 47 005	411	9. 48 984	450	10. 51 016	9. 98 021	39	50
20	9. 47 411	406	9. 49 430	446	10. 50 570	9. 97 982	39	40
30	9. 47 814	403	9. 49 872	442	10. 50 128	9. 97 942	40	30
40	9. 48 213	399	9. 50 311	439	10. 49 689	9. 97 902	40	20
50	9. 48 607	394	9. 50 746	435	10. 49 254	9. 97 861	41	10
18 °	9. 48 998	391	9. 51 178	432	10. 48 822	9. 97 821	40	0 72
10	9. 49 385	387	9. 51 606	428	10. 48 394	9. 97 779	42	50
20	9. 49 768	383	9. 52 031	425	10. 47 969	9. 97 738	41	40
30	9. 50 148	380	9. 52 452	421	10. 47 548	9. 97 696	42	30
40	9. 50 523	375	9. 52 870	418	10. 47 130	9. 97 653	43	20
50	9. 50 896	373	9. 53 285	415	10. 46 715	9. 97 610	43	10
19 °	9. 51 264	368	9. 53 697	412	10. 46 303	9. 97 567	44	0 71
10	9. 51 629	365	9. 54 106	409	10. 45 894	9. 97 523	44	50
20	9. 51 991	362	9. 54 512	406	10. 45 488	9. 97 479	44	40
30	9. 52 350	359	9. 54 915	403	10. 45 085	9. 97 435	44	30
40	9. 52 705	355	9. 55 315	400	10. 44 685	9. 97 390	45	20
50	9. 53 056	351	9. 55 712	397	10. 44 288	9. 97 344	46	10
20 °	9. 53 405	349	9. 56 107	395	10. 43 893	9. 97 299	45	0 70
10	9. 53 751	346	9. 56 498	391	10. 43 502	9. 97 252	47	50
20	9. 54 093	342	9. 56 887	389	10. 43 113	9. 97 206	46	40
30	9. 54 433	340	9. 57 274	387	10. 42 726	9. 97 159	47	30
40	9. 54 769	336	9. 57 658	384	10. 42 342	9. 97 111	48	20
50	9. 55 102	333	9. 58 039	381	10. 41 961	9. 97 063	48	10
21 °	9. 55 433	331	9. 58 418	379	10. 41 582	9. 97 015	48	0 69
10	9. 55 761	328	9. 58 794	376	10. 41 206	9. 96 966	49	50
20	9. 56 085	324	9. 59 168	374	10. 40 832	9. 96 917	49	40
30	9. 56 408	323	9. 59 540	372	10. 40 460	9. 96 868	49	30
40	9. 56 727	319	9. 59 909	369	10. 40 091	9. 96 818	50	20
50	9. 57 044	317	9. 60 276	367	10. 39 724	9. 96 767	51	10
22 °	9. 57 358	314	9. 60 641	365	10. 39 359	9. 96 717	50	0 68
10	9. 57 669	311	9. 61 004	363	10. 38 996	9. 96 665	52	50
20	9. 57 978	309	9. 61 364	360	10. 38 636	9. 96 614	51	40
30	9. 58 284	306	9. 61 722	358	10. 38 278	9. 96 562	52	30
40	9. 58 588	304	9. 62 079	357	10. 37 921	9. 96 509	53	20
50	9. 58 889	301	9. 62 433	354	10. 37 567	9. 96 456	53	10
23 °	9. 59 188	299	9. 62 785	352	10. 37 215	9. 96 403	53	0 67
10	9. 59 484	296	9. 63 135	350	10. 36 865	9. 96 349	54	50
20	9. 59 778	294	9. 63 484	349	10. 36 516	9. 96 294	55	40
30	9. 60 070	292	9. 63 830	346	10. 36 170	9. 96 240	54	30
40	9. 60 359	289	9. 64 175	345	10. 35 825	9. 96 185	55	20
50	9. 60 646	287	9. 64 517	342	10. 35 483	9. 96 129	56	10
24 °	9. 60 931	285	9. 64 858	341	10. 35 142	9. 96 073	56	0 66
° /	L. cos.	D.	L. cot.	D.	L. tan.	L. sin.	D.	' °

° /	L. sin.	D.	L. tan.	D.	L. cot.	L. cos.	D.	' °
24 °	9. 60 931		9. 64 858		10. 35 142	9. 96 073		° 66
		283		339			56	
10	9. 61 214	280	9. 65 197	338	10. 34 803	9. 96 017	57	50
20	9. 61 494	279	9. 65 535	335	10. 34 465	9. 95 960	58	40
30	9. 61 773	276	9. 65 870	334	10. 34 130	9. 95 902	58	30
40	9. 62 049	274	9. 66 204	333	10. 33 796	9. 95 844	58	20
50	9. 62 323	272	9. 66 537	330	10. 33 463	9. 95 786	58	10
25 °	9. 62 595	270	9. 66 867	329	10. 33 133	9. 95 728	60	° 65
10	9. 62 865	268	9. 67 196	328	10. 32 804	9. 95 668	59	50
20	9. 63 133	265	9. 67 524	326	10. 32 476	9. 95 609	60	40
30	9. 63 398	264	9. 67 850	324	10. 32 150	9. 95 549	61	30
40	9. 63 662	262	9. 68 174	323	10. 31 826	9. 95 488	61	20
50	9. 63 924	260	9. 68 497	321	10. 31 503	9. 95 427	61	10
26 °	9. 64 184		9. 68 818		10. 31 182	9. 95 366		° 64
		258		320			62	
10	9. 64 442	256	9. 69 138	319	10. 30 862	9. 95 304	62	50
20	9. 64 698	255	9. 69 457	317	10. 30 543	9. 95 242	63	40
30	9. 64 953	252	9. 69 774	315	10. 30 226	9. 95 179	63	30
40	9. 65 205	251	9. 70 089	315	10. 29 911	9. 95 116	64	20
50	9. 65 456	249	9. 70 404	313	10. 29 596	9. 95 052	64	10
27 °	9. 65 705	247	9. 70 717	313	10. 29 283	9. 94 988	65	° 63
10	9. 65 952	245	9. 71 028	311	10. 28 972	9. 94 923	65	50
20	9. 66 197	244	9. 71 339	309	10. 28 661	9. 94 858	65	40
30	9. 66 441	241	9. 71 648	307	10. 28 352	9. 94 793	66	30
40	9. 66 682	240	9. 71 955	307	10. 28 045	9. 94 727	67	20
50	9. 66 922	239	9. 72 262	305	10. 27 738	9. 94 660	67	10
28 °	9. 67 161		9. 72 567		10. 27 433	9. 94 593		° 62
		237		305			67	
10	9. 67 398	235	9. 72 872	303	10. 27 128	9. 94 526	68	50
20	9. 67 633	233	9. 73 175	301	10. 26 825	9. 94 458	68	40
30	9. 67 866	232	9. 73 476	301	10. 26 524	9. 94 390	69	30
40	9. 68 098	230	9. 73 777	300	10. 26 223	9. 94 321	69	20
50	9. 68 328	229	9. 74 077	298	10. 25 923	9. 94 252	70	10
29 °	9. 68 557	227	9. 74 375	298	10. 25 625	9. 94 182	70	° 61
10	9. 68 784	226	9. 74 673	296	10. 25 327	9. 94 112	71	50
20	9. 69 010	224	9. 74 969	295	10. 25 031	9. 94 041	71	40
30	9. 69 234	222	9. 75 264	294	10. 24 736	9. 93 970	72	30
40	9. 69 456	221	9. 75 558	294	10. 24 442	9. 93 898	72	20
50	9. 69 677	220	9. 75 852	292	10. 24 148	9. 93 826	72	10
30 °	9. 69 897		9. 76 144		10. 23 856	9. 93 753		° 60
		218		291			73	
10	9. 70 115	217	9. 76 435	290	10. 23 565	9. 93 680	74	50
20	9. 70 332	215	9. 76 725	290	10. 23 275	9. 93 606	74	40
30	9. 70 547	214	9. 77 015	288	10. 22 985	9. 93 532	75	30
40	9. 70 761	212	9. 77 303	288	10. 22 697	9. 93 457	75	20
50	9. 70 973	211	9. 77 591	286	10. 22 409	9. 93 382	75	10
31 °	9. 71 184	209	9. 77 877	286	10. 22 123	9. 93 307	77	° 59
10	9. 71 393	209	9. 78 163	285	10. 21 837	9. 93 230	76	50
20	9. 71 602	207	9. 78 448	284	10. 21 552	9. 93 154	77	40
30	9. 71 809	205	9. 78 732	283	10. 21 268	9. 93 077	77	30
40	9. 72 014	204	9. 79 015	282	10. 20 985	9. 92 999	78	20
50	9. 72 218	203	9. 79 297	282	10. 20 703	9. 92 921	78	10
32 °	9. 72 421		9. 79 579		10. 20 421	9. 92 842		° 58
		203		282			79	
° /	L. cos.	D.	L. cot.	D.	L. tan.	L. sin.	D.	' °

° /	L. sin.	D.	L. tan.	D.	L. cot.	L. cos.	D.	' °
32 °	9. 72 421		9. 79 579		10. 20 421	9. 92 842		° 58
		201		281			79	
10	9. 72 622	201	9. 79 860	280	10. 20 140	9. 92 763	80	50
20	9. 72 823	199	9. 80 140	279	10. 19 860	9. 92 683	80	40
30	9. 73 022	197	9. 80 419	278	10. 19 581	9. 92 603	81	30
40	9. 73 219	197	9. 80 697	278	10. 19 303	9. 92 522	81	20
50	9. 73 416	195	9. 80 975	277	10. 19 025	9. 92 441	82	10
33 °	9. 73 611	194	9. 81 252	276	10. 18 748	9. 92 359	82	° 57
10	9. 73 805	192	9. 81 528	275	10. 18 472	9. 92 277	83	50
20	9. 73 997	192	9. 81 803	275	10. 18 197	9. 92 194	83	40
30	9. 74 189	190	9. 82 078	274	10. 17 922	9. 92 111	84	30
40	9. 74 379	189	9. 82 352	274	10. 17 648	9. 92 027	84	20
50	9. 74 568	188	9. 82 626	274	10. 17 374	9. 91 942	85	10
34 °	9. 74 756		9. 82 899		10. 17 101	9. 91 857		° 56
		187		272			85	
10	9. 74 943	185	9. 83 171	271	10. 16 829	9. 91 772	86	50
20	9. 75 128	185	9. 83 442	271	10. 16 558	9. 91 686	87	40
30	9. 75 313	183	9. 83 713	271	10. 16 287	9. 91 599	87	30
40	9. 75 496	182	9. 83 984	270	10. 16 016	9. 91 512	87	20
50	9. 75 678	181	9. 84 254	269	10. 15 746	9. 91 425	89	10
35 °	9. 75 859	180	9. 84 523	268	10. 15 477	9. 91 336	88	° 55
10	9. 76 039	179	9. 84 791	268	10. 15 209	9. 91 248	90	50
20	9. 76 218	177	9. 85 059	268	10. 14 941	9. 91 158	90	40
30	9. 76 395	177	9. 85 327	267	10. 14 673	9. 91 069	89	30
40	9. 76 572	175	9. 85 594	266	10. 14 406	9. 90 978	91	20
50	9. 76 747	175	9. 85 860	266	10. 14 140	9. 90 887	91	10
36 °	9. 76 922		9. 86 126		10. 13 874	9. 90 796		° 54
		173		266			92	
10	9. 77 095	173	9. 86 392	264	10. 13 608	9. 90 704	93	50
20	9. 77 268	171	9. 86 656	265	10. 13 344	9. 90 611	93	40
30	9. 77 439	170	9. 86 921	264	10. 13 079	9. 90 518	94	30
40	9. 77 609	169	9. 87 185	263	10. 12 815	9. 90 424	94	20
50	9. 77 778	168	9. 87 448	263	10. 12 552	9. 90 330	95	10
37 °	9. 77 946	167	9. 87 711	263	10. 12 289	9. 90 235	96	° 53
10	9. 78 113	167	9. 87 974	262	10. 12 026	9. 90 139	96	50
20	9. 78 280	165	9. 88 236	262	10. 11 764	9. 90 043	96	40
30	9. 78 445	164	9. 88 498	261	10. 11 502	9. 89 947	98	30
40	9. 78 609	163	9. 88 759	261	10. 11 241	9. 89 849	97	20
50	9. 78 772	162	9. 89 020	261	10. 10 980	9. 89 752	99	10
38 °	9. 78 934		9. 89 281		10. 10 719	9. 89 653		° 52
		161		260			99	
10	9. 79 095	161	9. 89 541	260	10. 10 459	9. 89 554	99	50
20	9. 79 256	159	9. 89 801	260	10. 10 199	9. 89 455	101	40
30	9. 79 415	158	9. 90 061	259	10. 09 939	9. 89 354	100	30
40	9. 79 573	158	9. 90 320	258	10. 09 680	9. 89 254	102	20
50	9. 79 731	156	9. 90 578	258	10. 09 422	9. 89 152	102	10
39 °	9. 79 887	156	9. 90 837	258	10. 09 163	9. 89 050	102	° 51
10	9. 80 043	154	9. 91 095	258	10. 08 905	9. 88 948	104	50
20	9. 80 197	154	9. 91 353	257	10. 08 647	9. 88 844	104	40
30	9. 80 351	153	9. 91 610	257	10. 08 390	9. 88 741	105	30
40	9. 80 504	152	9. 91 868	257	10. 08 132	9. 88 636	105	20
50	9. 80 656	151	9. 92 125	256	10. 07 875	9. 88 531	106	10
40 °	9. 80 807		9. 92 381		10. 07 619	9. 88 425		° 50
		151		256			106	
° /	L. cos.	D.	L. cot.	D.	L. tan.	L. sin.	D.	' °

° /	L. sin.	D.	L. tan.	D.	L. cot.	L. cos.	D.	' °
40 °	9. 80 807		9. 92 381		10. 07 619	9. 88 425		° 50
10	9. 80 957	150	9. 92 638	257	10. 07 362	9. 88 319	106	50
20	9. 81 106	149	9. 92 894	256	10. 07 106	9. 88 212	107	40
30	9. 81 254	148	9. 93 150	256	10. 06 850	9. 88 105	107	30
40	9. 81 402	148	9. 93 406	256	10. 06 594	9. 87 996	109	20
50	9. 81 549	147	9. 93 661	255	10. 06 339	9. 87 887	109	10
41 °	9. 81 694	145	9. 93 916	255	10. 06 084	9. 87 778	109	° 49
10	9. 81 839	145	9. 94 171	255	10. 05 829	9. 87 668	111	50
20	9. 81 983	144	9. 94 426	255	10. 05 574	9. 87 557	111	40
30	9. 82 126	143	9. 94 681	255	10. 05 319	9. 87 446	111	30
40	9. 82 269	143	9. 94 935	254	10. 05 065	9. 87 334	112	20
50	9. 82 410	141	9. 95 190	255	10. 04 810	9. 87 221	113	10
42 °	9. 82 551	141	9. 95 444	254	10. 04 556	9. 87 107	114	° 48
10	9. 82 691	140	9. 95 698	254	10. 04 302	9. 86 993	114	50
20	9. 82 830	139	9. 95 952	254	10. 04 048	9. 86 879	114	40
30	9. 82 968	138	9. 96 205	253	10. 03 795	9. 86 763	116	30
40	9. 83 106	138	9. 96 459	254	10. 03 541	9. 86 647	116	20
50	9. 83 242	136	9. 96 712	253	10. 03 288	9. 86 530	117	10
43 °	9. 83 378	136	9. 96 966	254	10. 03 034	9. 86 413	117	° 47
10	9. 83 513	135	9. 97 219	253	10. 02 781	9. 86 295	118	50
20	9. 83 648	135	9. 97 472	253	10. 02 528	9. 86 176	119	40
30	9. 83 781	133	9. 97 725	253	10. 02 275	9. 86 056	120	30
40	9. 83 914	133	9. 97 978	253	10. 02 022	9. 85 936	120	20
50	9. 84 046	132	9. 98 231	253	10. 01 769	9. 85 815	121	10
44 °	9. 84 177	131	9. 98 484	253	10. 01 516	9. 85 693	122	° 46
10	9. 84 308	131	9. 98 737	253	10. 01 263	9. 85 571	122	50
20	9. 84 437	129	9. 98 989	252	10. 01 011	9. 85 448	123	40
30	9. 84 566	129	9. 99 242	253	10. 00 758	9. 85 324	124	30
40	9. 84 694	128	9. 99 495	253	10. 00 505	9. 85 200	124	20
50	9. 84 822	128	9. 99 747	252	10. 00 253	9. 85 074	126	10
45 °	9. 84 949	127	10. 00 000	253	10. 00 000	9. 84 949	125	° 45
° /	L. cos.	D.	L. cot.	D.	L. tan.	L. sin.	D.	' °

補 還

補 習 科 用

平面三角法練習問題

VOCABULARY. 語彙

例 言

此ノ練習問題ハ各中學校ノ補習科用ニ充テム爲ニ立案シタリ故ニ其ノ序次必ズシモ本文ト同一ナラズ本文ニ比スレバ逆三角函數、三角方程式、及ビ三角形ニ關スル圓ノ三項ヲ増セリコレ中學卒業後高等ノ學校ニ入ラムト準備スル者ノ爲ニ必要ナレバナリ。尤モ本文ヲ教授スル際ニ適宜此ノ問題集ヨリ摘出シテ授クルハ隨意ナリ。

問題ハ部類ヲ分チ各部ノ始ニハ其ノ部ノ大要ヲ掲ゲタリコレ專ラ備忘ニ資スルマデニテ説明ハ教師ノ口授又ハ自ラ五年級ニテ曾テ修メタル知識ヨリ考ヘ出ス可シ。

VOCABULARY (語彙) ハ算術、代數學、及ビ幾何學ニハ不必要トシテ省クノ方針ナレドモ三角法ダケハ特ニ存シ置クノ要アルヲ以テ編末ニ掲ゲタリ。

補 習 科 用

平面三角法練習問題

I. 測角の六十分法

直角を90度に分ち1度を60分、1分を60秒に分つ。

1. 時計ノ兩針ハ4時ト6時25分トノ間ニ各幾度ノ角ヲ廻轉スルカ。
2. 角ノ單位ヲ α 度ノ角トセバ等邊三角形ノ一角ハ如何ニ表ハサルルカ。
3. 午後4時ト5時トノ間ニテ時計ノ兩針ガ100度ノ角ヲ夾ムトキハ何時カ。
4. 正五角形ノ一角ノ度数ヲ問フ。
5. 正多角形ノ邊數ヲ n トセバソノ各角ノ度数ハ $\frac{n-2}{n} \times 180$ ナルコトヲ證セヨ。
6. 正多角形ノ一角ガ 170° ナルトキハ其ノ邊數ハ如何ニ。

7. 一ノ正多角形ノ邊數ハ他ノ正多角形ノ邊數ノ二倍ニシテ第一ノ正多角形ノ一角ノ度數ト第二ノ正多角形ノ一角ノ度數トノ比ハ5:4ナルトキ各形ノ邊數ヲ問フ。

8. 一ノ正多角形ノ邊數ハ他ノ正多角形ノ邊數ノ四分ノ五ニシテ其ノ二形ノ一角ノ差ハ 9° ナルトキ各形ノ邊數ヲ問フ。

9. 一ノ正多角形ノ邊數ト他ノ正多角形ノ邊數トノ比ハ第一ノ正多角形ノ一角ト第二ノ正多角形ノ一角トノ比ニ等シキトキ各形ノ邊數ヲ問フ。

10. 一ノ三角形ノ各角ノ度數ガ等差級數ヲナシ且最大角ハ最小角ノ三倍ナルトキ各角ヲ求メヨ。

II. 三角函數の定義

正弦, 餘弦, 正切, 餘切, 正割, 餘割.

或角 A の餘角は $90^\circ - A$, 補角は $180^\circ - A$.

1. ABC ハ C ヲ直角トセル一ノ三角形トス C ヲリ AB ニ垂線 CD ヲ引クトキ角 A 及ビ B ノ三角函數ヲ出來ルダケ種種ノ法ニテ書ケ。

2. 或角ノ補角ガ其ノ餘角ノ三倍ナルトキ或角ノ度數ヲ求メヨ。

3. 或角ノ補角ノ餘角ガ 18° ナルトキ或角ノ度數ヲ求メヨ。

4. O ハ圓 ABD ノ中心ニシテ TA, TB ハソレゾレ A, B ニ於ケル切線トス若シ角 AOB ヲ A ニテ表ハセバ三角形 TAB ノ各角ハ如何ニ。

5. 前題ニ於テ三角形 TAB ハ等邊ナルトキ三角形 OAB ノ各角ヲ求メヨ。

6. ABC ハ C ヲ直角トセル三角形トシ D ハ CB ニ於テ $CD:DB = \cos BAC:1$ ナル如キ一點トセバ角 BAC ハ AD ニテ二等分セラル。

7. 或角ノ正弦ト餘弦トハ決シテ1ヨリ大ナラズ又正割ト餘割トハ決シテ1ヨリ小ナラザルコトヲ證セヨ。

8. 若シ $\tan A$ ガ $\cot A$ ヲリ大ナルトキハ A ハ 45° ヲリ大ナルコトヲ證セヨ。

III. 三角函數の關係

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1 \dots \dots \dots (1)$$

$$\cos A \cdot \sec A = 1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\tan A \cdot \cot A = 1 \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}, \quad \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \quad \dots \dots (4)$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$1 + \tan^2 A = \sec^2 A, \quad 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A \quad (6)$$

1. $\tan A = \frac{11}{60}$ ナルトキ $\sin A$ フ求メヨ。

2. $\sec A = \frac{41}{40}$ ナルトキ $\sin A$ 及ビ $\cot A$ フ求メ

3.

3. $\sin A = \frac{\sqrt{2mn}}{m+n}$ ナルトキ $\tan A$ フ求メヨ。

次ノ各式ヲ證セヨ。

4. $\operatorname{cosec} \theta \tan \theta \cos \theta = \sec \theta \cot \theta \sin \theta = 1.$

5. $\sin^2 A + \cos^2 A + \tan^2 A + \cot^2 A + 1$
 $= \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A.$

6. $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A} = 1.$

7. $\cos^2 a + \sin^2 a = 1 - 3 \sin^2 a \cos^2 a.$

8. $(\tan A + \cot A)^2 = \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A.$

9. $(\sin a + \cos a)(\tan a + \cot a) = \sec a + \operatorname{cosec} a.$

10. $\sin^2 A \cos^2 B (1 + \cot^2 A)(1 + \tan^2 B) = 1.$

11. $(\sec^2 a - \cos^2 a)(\operatorname{cosec}^2 a - \sin^2 a) = 2 + \sin^2 a \cos^2 a.$

12. $\tan^2 a + \cot^2 a = \sec^2 a \operatorname{cosec}^2 a - 2.$

13. $\sin^2 a + \sin^2 a \cos a + \sin a \cos^2 a + \cos^2 a$
 $= \sin a + \cos a.$

14. $\frac{1 - \sin^2 a}{\sec^2 a - \tan^2 a} = \cot^2 a \sin^2 a (\operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 a).$

15. $\frac{\tan A + \tan B}{\cot A + \cot B} = \tan A \tan B = \frac{\tan A - \tan B}{\cot B - \cot A}.$

16. $\sin A \sin(90^\circ - A) = \cos A \cos(90^\circ - A).$

17. $\sin A \cos(90^\circ - A) + \cos A \sin(90^\circ - A) = 1.$

18. $\sec A \operatorname{cosec}(90^\circ - A) - \tan A \cot(90^\circ - A) = 1.$

19. $\cos^2 a \cos^2 \beta - \sin^2 a \sin^2 \beta$
 $= \cos^2 a - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 a.$

20. $\frac{\cos A + \cos B}{\sin A + \sin B} + \frac{\sin A - \sin B}{\cos A - \cos B} = 0.$

IV. 或角の三角函数

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \tan 45^\circ = 1.$$

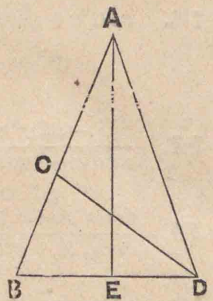
$\operatorname{cosec} 45^\circ, \sec 45^\circ, \tan 45^\circ$ ハソレゾレ上ノ三ツノ反
 數ナルユエー見シテ分明ナリ。

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ,$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \cot 30^\circ.$$

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}.$$

$\sin 18^\circ$ ヲ求ムルニハ B 及ビ D ニ於ケル角ハ A ニ於ケル角ノ二倍ナル如キ三角形 ABD ヲ作り A ヨリ BD ニ垂線 AE ヲ引キ又 AC ヲ BD ニ等シク取リテ CD ヲ結ビ付ケ $AB=a$, $BD=x$ トスレバ幾何學ニ由リ $x^2=a(a-x)$ ヲ得、コレヨリ所要ノモノヲ求メ得可シ。



$$\sin 0^\circ = 0, \quad \cos 0^\circ = 1, \quad \tan 0^\circ = 0.$$

次ノ各式ヲ證セヨ[1乃至6].

$$1. \quad \frac{\cos 60^\circ + \cos 30^\circ}{\sec 60^\circ + \operatorname{cosec} 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$2. \quad (\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)(\sec 30^\circ - \tan 45^\circ) \\ = \frac{\cot 60^\circ - \sin 30^\circ}{\cot 30^\circ - \sec 45^\circ}.$$

$$3. \quad \sin 60^\circ + \cos 60^\circ + \tan 60^\circ = \sin 30^\circ + \cos 30^\circ + \cot 30^\circ.$$

$$4. \quad \sin^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ = \frac{1}{6} \tan 60^\circ \cot 30^\circ.$$

$$5. \quad (\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)(\sin 60^\circ - \cos 60^\circ) = \sin 30^\circ.$$

$$6. \quad \frac{\cos 45^\circ - \cos 60^\circ}{\sin 45^\circ + \sin 30^\circ} = (\operatorname{cosec} 45^\circ - \cot 45^\circ)^2.$$

7. $\sin^2 30^\circ, \sin^2 45^\circ, \sin^2 60^\circ, \sin^2 90^\circ$ ハ等差級數ヲナスコトヲ證セヨ.

8. A, B, C ハ二等邊三角形ノ角ニシテ $2\sin A = \tan A$ ナルトキ角 A, B, C ヲ求メヨ.

9. ABC ハ一ノ三角形ニシテ $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$, $\cos C = 0$ ナルトキ角 A, B, C ヲ求メヨ.

10. $\sin(3A-5B) = 0$, $\cos 2B = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ナルトキ A ト B トヲ求メヨ.

11. $\cos A = \sqrt{2} \cos B$, $\tan B = \sqrt{3} \tan A$ ナルトキ A ト B トヲ求メヨ.

12. $\sin A = \sqrt{2} \sin B$, $\sqrt{3} \cos A = \sqrt{2} \cos B$ ナルトキ A ト B トヲ求メヨ.

13. $\sin A + \operatorname{cosec} A = 2\frac{1}{2}$ ナルトキ A ノ一ツノ値ヲ求メヨ.

14. $3\tan^2 A + \cot^2 A = 4$ ナルトキ A ノ二ツノ値ヲ求メヨ.

15. $\cot A = \tan 2A$ ナルトキ A ノ一ツノ値ヲ求メヨ.

V. 直角三角形の解き方

Bヲ直角トセル三角形ニ於テ

(1) 斜邊 (b) 及び一鋭角 (A) を知れる

とき

$$C=90^\circ-A,$$

$$a=b \sin A, \quad c=b \cos A.$$

(2) 一鋭角 (A) 及び一辺 (a) を知れる

とき

$$C=90^\circ-A,$$

$$c=a \tan C, \quad b=\frac{a}{\sin A}.$$

(3) 斜邊 (b) 及び一辺 (c) を知れるとき

$$a=\sqrt{b^2-c^2}, \quad \sin A=\frac{a}{b}=\cos C.$$

(4) 二邊 (a, c) を知れるとき

$$\tan A=\frac{a}{c}, \quad C=90^\circ-A, \quad b=\frac{a}{\sin A}.$$

次ノ各題ヲ解ケ[1乃至8].

- | | |
|------------------------|-------------------------------|
| 1. $b=10, A=30^\circ.$ | 2. $a=5\sqrt{3}, A=60^\circ.$ |
| 3. $b=12, a=3.$ | 4. $a=2, c=2\sqrt{3}.$ |
| 5. $b=27, C=37^\circ.$ | 6. $c=53, C=29^\circ 30'.$ |

7. $b=48, a=36.$

8. $a=32, c=43.$

9. 眼高5尺ノ人ガ某所ヨリ或ル樹木ノ頂上ヲ望ムニ仰角ハ 45° ナリ又地上ヨリ1丈3尺ノ高サニアル其ノ樹木ノ枝ヲ望ムニ仰角 30° ナリ然ラバ其ノ樹木ノ高サハ何程ナルカ。但某所ト樹木ノ根トハ同ジ水平面上ニアリトス。

10. 或ル塔ノ基底ト同ジ水平面上ノ一點ヨリ其ノ塔ノ仰角ヲ測リシニ 30° ナリ。ソレヨリ更ニ25間ダケ塔ニ向ヒテ前進シ仰角ヲ測リシニ 60° ナリ然ラバ塔ノ高サハ如何ニ。

11. 直立30間ナル斷涯ノ上ヨリ同ジ方向ニ二船ヲ望ムニ其ノ俯角、一ハ 30° 、一ハ 60° ナリ然ラバ二船相互ノ距離ハ如何ニ。

12. 或ル人直線狀ノ道路ヲ歩行シツツアルニ或ル一里塚ニテ遙ニ一ノ旗竿ヲ望ムニ其ノ方位ハ道路ト 30° ノ角ヲナセリ然ルニ次ノ一里塚マデ進ミシニ其ノ旗竿ノ方位ハ道路ト 60° ノ角ヲナスト云フ然ラバ道路ヨリ旗竿マデノ距離ハ何程カ。

13. 矩形ノ公園アリ其ノ隣接シタル二邊ハ78間及ビ32間ナルトキ相對シタル角隅ニテ此ノ二邊ヲ含ム角ハ各、何程カ。

14. 1000間離レテ立ツ二人ノ測士ガ同ジ垂直面上ニ反對ノ方向ニ一ノ輕氣球ヲ望ムニ其ノ仰角ハ 15° 及ビ 75° ナルトキ輕氣球ノ高サハ如何ニ。

但 $\tan 15^\circ = 0.27$ 及ビ $\tan 75^\circ = 3.73$ トス。

15. 長サ 500 尺ノ船ノ兩端ヨリ一ノ浮標ヲ望ムニ其ガ船トナス角ハ 60° 及ビ 75° ナルトキ船ヨリ浮標マデノ距離ヲ問フ。但 $\cot 75^\circ = 2 - \sqrt{3}$ トス。

VI. 任意の角の三角函數

三角函數の符號

正弦ト餘割	餘弦ト正割	正切ト餘切
$\begin{array}{c c} + & + \\ \hline - & - \end{array}$	$\begin{array}{c c} - & + \\ \hline - & + \end{array}$	$\begin{array}{c c} - & + \\ \hline + & - \end{array}$

$180^\circ \mp A$ ノ三角函數。

$$\sin(180^\circ \mp A) = \pm \sin A,$$

$$\cos(180^\circ \mp A) = -\cos A,$$

$$\tan(180^\circ \mp A) = \mp \tan A,$$

但或角ノ餘割, 正割, 餘切ハソレゾレ正弦, 餘弦, 正切ノ

反數ナルユエ上ノ三ツヨリ直チニ明カナリ。

$-A$ ノ三角函數。

$$\sin(-A) = -\sin A,$$

$$\cos(-A) = \cos A,$$

$$\tan(-A) = -\tan A.$$

$90^\circ + A$ ノ三角函數。

$$\sin(90^\circ + A) = \cos A,$$

$$\cos(90^\circ + A) = -\sin A,$$

$$\tan(90^\circ + A) = -\cot A.$$

1. A ノ總テノ値ニ對シテ $\cos(90^\circ - A) = \sin A$ 及ビ $\cot(90^\circ - A) = \tan A$ ナルコトヲ證セヨ。

2. $270^\circ + A$ 及ビ $270^\circ - A$ ノ三角函數ヲ A ノ三角函數ノ項ニテ求メヨ。

3. $135^\circ, 150^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ ノ總テノ三角函數ヲ求メヨ。

4. $-240^\circ, 405^\circ, -45^\circ, 750^\circ, 810^\circ, 4005^\circ$ ノ正弦ヲ求メヨ。

5. $510^\circ, -30^\circ, 3540^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ ノ餘弦ト $120^\circ, 225^\circ, -585^\circ, 750^\circ, 7320^\circ$ ノ正切トヲ求メヨ。

6. $\sin 480^\circ, \cos 4080^\circ, \tan 8400^\circ, \cot(-7260^\circ),$

$\sec 7335^\circ, \operatorname{cosec} 1485^\circ$ ヲ求メヨ。

7. $\sin 7321^\circ, \cos(-8146^\circ), \tan 7389^\circ, \cot 375^\circ,$
 $\sec(-8325^\circ), \operatorname{cosec} 1732^\circ$ ヲ 45° ヨリ小サキ角ノ三角函
 數ニ直セ。

8. 若シ $\sin B = \sin A, \cos B = \cos A$ ナルトキハ
 $A - B$ ハ 0 カ或ハ 360° ノ倍數ナルコトヲ證セヨ。

9. 若シ $\cos B = \cos A, \tan B = -\tan A$ ナルトキ
 $A + B$ ハ 0 カ或ハ 360° ノ倍數ナルコトヲ證セヨ。

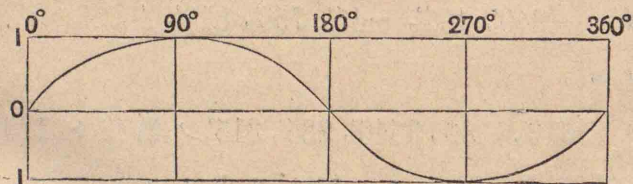
10. n ガ整數ナルトキハ $\tan(n \cdot 180^\circ + A) = \tan A$.

11. $A - 90^\circ$ 及ビ $A - 180^\circ$ ノ三角函數ヲ求メヨ。

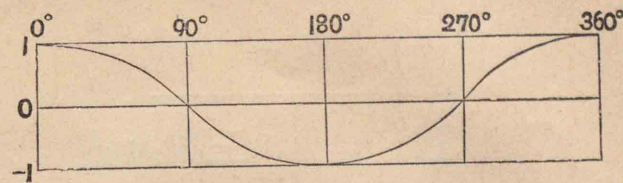
12. $\cos^2 A + \cos^2(90^\circ + A) + \cos^2(180^\circ + A) + \cos^2(270^\circ + A)$
 ハ 2 ニ等シキコトヲ證セヨ。

VII. 三角函數の變化

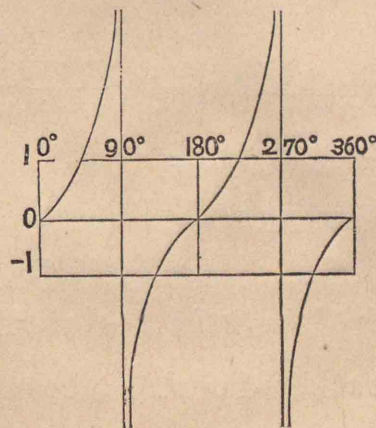
正弦の變化の圖解。



餘弦の變化の圖解。



正切の變化の圖解。



1. 餘割ノ 0° ヨリ 360° マデノ變化ヲ圖解セヨ。
2. 正割, 餘切ニツキテ問フコト前ノ如シ。
3. 次ノ四ツノ式ニ於テ A ガ 0° ヨリ 360° マデ變
 ズルニ從ヒテソノ式ノ變化ヲ問フ。
 $\frac{1 + \sin A}{1 + \cos A}, \sec A - \tan A, \operatorname{cosec} A + \cot A,$
 $\operatorname{cosec} A - \cos A.$
4. 次ノ二ツノ式ニ於テ θ ガ 0° ヨリ 180° マデ變
 ズルニ從ヒテソノ式ノ變化ヲ問フ。

$$\frac{\sin(180-\theta) \cos \theta}{\cos(180-\theta) \sin \theta} \cos 45^\circ \sqrt{2}(\cos \theta + \sin \theta).$$

VIII. 複角の三角函数

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B,$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B.$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B},$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A,$$

$$\begin{aligned} \cos 2A &= \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 A, \end{aligned}$$

$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A,$$

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A.$$

1. 次ノ各ノ場合ニ於テ A ト B トハ各、鋭角ナリトシテ $A+B$, $A-B$ 及ビ $2A$ ノ正弦、餘弦、及ビ正切ヲ求メヨ。

$$(1) \sin A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{3}{4}.$$

$$(2) \sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}, \sin B = \frac{3}{5}.$$

$$(3) \tan A = \cot B = 4, \quad (4) \sin A = \frac{12}{13}, \cos B = \frac{40}{41}.$$

$$(5) \tan A = \frac{a-b}{a+b}, \cos B = \frac{a-b}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}.$$

2. $\sin^2 A = \frac{3}{4}$, $\tan^2 B = 1$ ナルトキ $\sin(A-B)$ 及ビ $\cos(A+B)$ ノ値ヲ求メヨ。

3. $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{40}{41}$ ナルキト (1) A, B 俱ニ鋭角トシテ (2) A ハ鈍角, B ハ鋭角トシテ $\sin(A+B)$, $\tan(A-B)$ ヲ求メヨ。

4. $\tan A = \frac{1}{7}$, $\tan B = \frac{1}{3}$ ナルトキ $A+2B$ ノ最小値ハ 45° ナリ。

5. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan B = \frac{1}{\sqrt{15}}$ ナルトキ $\sin(A+B) = \sin 60^\circ \cos 36^\circ$ ナリ。

6. $\tan A = \frac{1}{5}$, $\tan B = \frac{1}{239}$ ナルトキハ $4A - B = 45^\circ$ ナリ。

7. $\sin 4A = 4 \sin A \cos A \cos 2A$ ヲ證セヨ。

8. $\sin 8A = 8 \sin A \cos A \cos 2A \cos 4A$ ヲ證セヨ。

9. $\cos 4A = 8 \cos^4 A - 8 \cos^2 A + 1.$

10. $\tan A = \operatorname{cosec} 2A - \cot 2A.$

11. $\cot A = \operatorname{cosec} 2A + \cot 2A.$

12. $\frac{\sin A + \cos A}{\cos A - \sin A} = \tan 2A + \sec 2A.$

13. $\sin(A+B+C) = \sin A \cos B \cos C + \sin B \cos C \cos A$
 $+ \sin C \cos A \cos B - \sin A \sin B \sin C.$

$$14. \cos(A+B+C) = \cos A \cos B \cos C - \cos A \sin B \sin C \\ - \cos B \sin C \sin A - \cos C \sin A \sin B.$$

$$15. \frac{\sin(A+B+C)}{\cos A \cos B \cos C} = \tan A + \tan B + \tan C \\ - \tan A \tan B \tan C.$$

$$16. \frac{\cos(A+B+C)}{\sin A \sin B \sin C} = \cot A \cot B \cot C \\ - \cot A - \cot B - \cot C.$$

$$17. \sec(x \mp y) = \frac{\sec x \sec y}{1 \pm \tan x \tan y}.$$

$$18. \frac{1-2\sin^2\theta}{1+\sin^2\theta} = \frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}.$$

IX. 前式の逆使用

$$\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2\sin A \cos B,$$

$$\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2\cos A \sin B,$$

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A \cos B,$$

$$\cos(A+B) - \cos(A-B) = -2\sin A \sin B.$$

$$\text{又} \quad \sin C + \sin D = 2\sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2},$$

$$\sin C - \sin D = 2\cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2},$$

$$\cos C + \cos D = 2\cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2},$$

$$\cos C - \cos D = -2\sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}.$$

次ノ各式ヲ證セヨ。

$$1. 2\sin 7A \cos 3A = \sin 10A + \sin 4A.$$

$$2. 2\cos 7A \sin 5A = \sin 12A - \sin 2A.$$

$$3. \cos 5A \cos 6A = \frac{1}{2}(\cos 11A + \cos A).$$

$$4. \sin 5A \sin 6A = \frac{1}{2}(\cos A - \cos 11A).$$

$$5. \sin 3A + \sin A = 2\sin 2A \cos A.$$

$$6. \sin 3A - \sin A = 2\cos 2A \sin A.$$

$$7. \cos 5A + \cos A = 2\cos 3A \cos 2A.$$

$$8. \cos(a+3\beta) + \cos(a-\beta) = 2\cos(a+\beta)\cos 2\beta.$$

$$9. \cos A - \cos 5A = 2\sin 3A \sin 2A.$$

$$10. \cos(2a-3\beta) - \cos(2a+5\beta) = 2\sin(2a+\beta)\sin 4\beta.$$

$$11. \frac{\cos a + \cos \beta}{\cos a - \cos \beta} = \cot \frac{a+\beta}{2} \cot \frac{\beta-a}{2}.$$

$$12. \frac{\sin a + \sin \beta}{\cos \beta - \cos a} = \cot \frac{a-\beta}{2}.$$

$$13. \frac{\sin x - \sin y}{\cos y - \cos x} = \cot \frac{x+y}{2}.$$

$$14. \frac{\sin x - \sin y}{\cos x + \cos y} = \tan \frac{x-y}{2}.$$

$$15. \frac{\cos \theta + \cos 3\theta}{\sin 5\theta + \sin \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin 3\theta}.$$

$$16. \frac{\sin 3\theta + \sin \theta}{\sin 5\theta + \sin 3\theta} = \frac{1}{2} \sec 2\theta.$$

$$17. \frac{\sin 3\theta - \sin \theta}{\sin 5\theta - \sin 3\theta} = \frac{\cos 2\theta}{\cos 4\theta}.$$

$$18. \frac{\sin(a-\beta) + 2\sin a + \sin(a+\beta)}{\sin(a-\gamma) + 2\sin a + \sin(a+\gamma)} = \frac{\cos^2 \frac{\beta}{2}}{\cos^2 \frac{\gamma}{2}}.$$

$$19. \frac{\cos A + \cos B}{\sin A - \sin B} + \frac{\sin A + \sin B}{\cos A - \cos B} = 0.$$

$$20. \sin A + 2\sin 3A + \sin 5A = 4\sin 3A \cos^2 A.$$

$$21. \frac{\sec A - \sec B}{\operatorname{cosec} A - \operatorname{cosec} B} + \tan \frac{A+B}{2} \tan A \tan B = 0.$$

$$22. \sin a + \sin 3a + \sin 5a + \sin 7a = 4\sin 4a \cos 2a \cos a.$$

$$23. \cos a - \cos 2a + \cos 3a - \cos 4a = 4\sin \frac{5a}{2} \sin \frac{a}{2} \cos a.$$

$$24. \sin(60^\circ + A) + \sin(60^\circ - A) = \sqrt{3} \cos A.$$

$$25. \cos(A+B)\sin(A-B) + \cos(B+C)\sin(B-C) \\ + \cos(C+D)\sin(C-D) + \cos(D+A)\sin(D-A) = 0.$$

$$26. \sin n\theta = 2\sin \overline{n-1}\theta \cos \theta - \sin \overline{n-2}\theta.$$

$$27. \sin^2(A+B) = \sin^2 A + \sin^2 B \\ + 2\sin A \sin B \cos(A+B).$$

$$28. \cos^2(A-B) = \cos^2 A + \sin^2 B \\ + 2\cos A \sin B \sin(A-B).$$

$$29. \tan \theta \tan(60^\circ + \theta) \tan(60^\circ - \theta) = \tan 3\theta.$$

$$30. \frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1 = \frac{x}{a} \cos \varphi + \frac{y}{b} \sin \varphi \quad \text{ナルトキハ}$$

$$x = \frac{\cos \frac{\theta+\varphi}{2}}{\cos \frac{\theta-\varphi}{2}} a, \quad y = \frac{\sin \frac{\theta+\varphi}{2}}{\cos \frac{\theta-\varphi}{2}} b.$$

X. 逆三角函數

次ニ示ス式ニ於テ凡テ角ハ銳角ナリト定ム。

$$\sin^{-1} x = \cos^{-1} \sqrt{1-x^2} = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$$

$$\text{同様} = \tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x-y}{1+xy}$$

次ノ各式ヲ證セヨ。

$$1. \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = 90^\circ.$$

$$2. 2\tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1+x^2}.$$

$$3. 3\tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{3x-x^3}{1-3x^2}.$$

$$4. \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = 45^\circ.$$

$$5. 3\cos^{-1} a = \cos^{-1}(4a^3 - 3a).$$

$$6. \tan^{-1} \frac{4}{3} - \tan^{-1} \frac{3}{4} = \tan^{-1} \frac{7}{24}.$$

$$7. 2\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = 45^\circ = \tan^{-1} \frac{5}{6} + \tan^{-1} \frac{1}{11}.$$

8. $2\sin^{-1}\frac{3}{5} = \sin^{-1}\frac{24}{25} = \cos^{-1}\frac{7}{25}$.
9. $\cot^{-1}\frac{4}{3} = \frac{1}{2}\cot^{-1}\frac{7}{24}$.
10. $2\tan^{-1}\sqrt{\frac{x}{a}} = \cos^{-1}\frac{a-x}{a+x}$.
11. $\tan^{-1}m + \tan^{-1}n = \cos^{-1}\frac{1-mn}{\sqrt{(1+m^2)(1+n^2)}}$
12. $\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}} - \cos^{-1}\frac{\sqrt{6+1}}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$.

XI. 半角の三角函数

$$\cos\frac{A}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}, \quad \sin\frac{A}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$$

$$\tan\frac{A}{2} = \frac{1-\cos A}{\sin A}$$

$$2\cos\frac{A}{2} = \pm\sqrt{1+\sin A} \pm \sqrt{1-\sin A},$$

$$2\sin\frac{A}{2} = \pm\sqrt{1+\sin A} \mp \sqrt{1-\sin A}.$$

1. $22^\circ 30'$ 及 $112^\circ 30'$ の三角函数ヲ求メヨ。
2. $\tan 7\frac{1}{2}^\circ$ 及 $\cot 9^\circ$ ヲ求メヨ。
3. $\sin 3^\circ, \sin 6^\circ, \sin 21^\circ$ ヲ決定ス可キ式ヲ求メヨ。

4. $\cos A = \frac{1-\tan^2\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$ ヲ證セヨ。

5. $\tan^2\frac{A}{2}\tan A + 2\tan\frac{A}{2} = \tan A$ ヲ證セヨ而シテ
此ノ方程式ヨリ (1) $A=60^\circ$, (2) $A=300^\circ$ ナルトキ $\tan\frac{A}{2}$
ヲ求メヨ。

6. $\tan^2(45^\circ + A) = \frac{1+\sin 2A}{1-\sin 2A}$ ヲ證セヨ。

7. $\frac{1+\sin \theta}{1+\cos \theta} = \frac{1}{2}(1+\tan\frac{\theta}{2})^2$ ヲ證セヨ。

8. $2\cos 11^\circ 15' = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ ヲ證セヨ。

9. 若シ $\sin A + \cos A = +\sqrt{1+\sin 2A}$ ナルトキハ
 $A < 135^\circ$ 或ハ $> 315^\circ$ ナルコトヲ證セヨ但本題及ビ以
下14マデハ總テ A ハ 360° ヨリ小ナリトス。

10. 若シ $\sin A + \cos A = -\sqrt{1+\sin 2A}$ ナルトキハ
 A ハ 135° ト 315° トノ間ニアリ。

11. 若シ $\cos A - \sin A = -\sqrt{1-\sin 2A}$ ナルトキハ
 A ハ 45° ト 225° トノ間ニアリ。

12. A ガ如何ナル範圍内ニアルトキ
 $\cos A - \sin A = +\sqrt{1-\sin 2A}$ ナルカ。

13. 若シ $2\cos A = -\sqrt{1+\sin 2A} + \sqrt{1-\sin 2A}$ ナル
トキハ A ハ 225° ヨリ大ニシテ 315° ヨリ小ナリ。

14. 若シ $2\sin A = \sqrt{1+\sin 2A} + \sqrt{1-\sin 2A}$ ナルト
キハ A ハ 45° ヨリ大ニシテ 135° ヨリ小ナリ。

15. A が $22^\circ, 122^\circ, 222^\circ, 322^\circ, 422^\circ, 522^\circ, 622^\circ$ ナルトキ
 $\sin \frac{A}{2} + \cos \frac{A}{2}$ 及 $\sin \frac{A}{2} - \cos \frac{A}{2}$ = 相等スル根數式ノ
 根號 = 適當ノ符號ヲ與ヘヨ。

XII. 三角方程式

$\sin \theta = \sin a$ ナルトキ

$$\theta = m\pi + (-1)^m a$$

但 m ハ 整數ナリトス。

$\cos \theta = \cos a$ ナルトキ

$$\theta = 2m\pi \pm a.$$

$\tan \theta = \tan a$ ナルトキ

$$\theta = m\pi + a.$$

1. $2\sin^2\theta = 1, 4\cos^2\theta = 3, \sin^2\theta = 1, \tan^2\theta = 3,$

$\operatorname{cosec}^2\theta = 4, \operatorname{cot}^2\theta = 3$ ナル方程式 = 適當スル θ ノ一般
 ノ値ヲ求メヨ。

2. 正弦ガ $\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, 1, -1, -\frac{\sqrt{5}-1}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ ナル角
 ノ一般ノ値ヲ書ケ。

3. 若シ $\sin \theta = -\sin a$ ナルトキ $\theta = m\pi + (-1)^{m-1} a,$

4. $m\pi + (-1)^m a$ 及 $\pi + (4n+1)\frac{\pi}{2} \pm \left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ハ 同シ角
 ヲ與フト云フ其ノ證ヲ問フ。

5. 方程式 $\sin 10\theta = \frac{1}{2}$ = 適當スルスベテノ銳角
 ヲ度數ニテ求メヨ。

6. 方程式 $\cos 12\theta = \frac{1}{2}$ = 適當スルスベテノ鈍角
 ヲ度數ニテ求メヨ。

7. 方程式 $\tan 5\theta = 1$ = 適當シ且 180° ト 270° トノ
 間ニアル總テノ角ヲ度數ニテ求メヨ。

次ノ各方程式ヲ解ケ。

8. $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{2},$ 9. $\cos\theta + \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}},$

10. $\sin 2\theta = \sin\theta,$ 11. $\cos\theta = \sin 2\theta.$

12. $\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta = 0.$

13. $2\sin^2 3\theta + \sin^2 6\theta = 2.$

14. $4\sin^2\theta + \sin^2 2\theta = 3.$

15. $\cos 3x + \sin 3x = \cos x + \sin x.$

XIII. 三角形

三角形ノ三ツノ角ヲ A, B, C トシ之ニ對スル邊ヲソ
 レゾ a, b, c トシ $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ トス。

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

$$\left. \begin{aligned} a &= b \cos C + c \cos B \\ b &= c \cos A + a \cos C \\ c &= a \cos B + b \cos A \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned} \right\}$$

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}, \text{ 等.}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}, \text{ 等.}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}, \text{ 等.}$$

三角形 ABC の面積 $S = \frac{1}{2} ab \sin C$

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

次ノ各式ヲ證セヨ。

$$1. \frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \cot \frac{C}{2}.$$

$$2. \frac{\sin A - \sin B}{\cos B - \cos A} = \tan \frac{C}{2}.$$

$$3. \tan A + \tan B = \sin C \sec A \sec B,$$

$$4. \tan B - \cot A = \cos C \sec B \operatorname{cosec} A,$$

$$5. \tan A \tan B = 1 + \frac{\cos C}{\cos A \cos B}.$$

$$6. \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C.$$

$$7. \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}.$$

$$8. \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1.$$

$$9. \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$10. \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

$$11. \frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{\sin A - \sin B + \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C}.$$

$$12. \cot A + \cot B = \frac{c}{a} \operatorname{cosec} B.$$

$$13. a + b + c = (a+b) \cos C + (a+c) \cos B + (b+c) \cos A.$$

$$14. c^2 \sin(A-B) = (a^2 - b^2) \sin C.$$

$$15. c^2 = (a+b)^2 \sin^2 \frac{C}{2} + (a-b)^2 \cos^2 \frac{C}{2}.$$

XIV. 三角形に關する圓

三角形の外接圓の半徑 R は次の如し。

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{abc}{4S}$$

内切圓の半徑 $r = \frac{S}{s}$. 但 $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

傍切圓の半徑 r_1, r_2, r_3 は次の如し。

$$r_1 = \frac{S}{s-a}, \quad r_2 = \frac{S}{s-b}, \quad r_3 = \frac{S}{s-c}$$

但圓 r_1 は邊 a に切シ r_2 は邊 b に切シ r_3 は邊 c に切ス。

次ノ各式ヲ證セヨ。

1. $r = (s-a) \tan \frac{A}{2}, \quad r_1 = s \tan \frac{A}{2}.$
2. $R = \frac{s}{\sin A + \sin B + \sin C}.$
3. $4R \cos \frac{C}{2} = (a+b) \sec \frac{A-B}{2}.$
4. $4R \sin \frac{A}{2} = (b-c) \operatorname{cosec} \frac{B-C}{2}.$
5. $R^2 (\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = bc \sin A.$
6. $r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.$
7. $r_1 = 4R \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$
8. $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{r}.$ 9. $r = s \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2}.$
10. $4sRr = abc.$ 11. $r_1 + r_2 + r_3 - r = 4R.$
12. $r r_1 r_2 r_3 = s(s-a)(s-b)(s-c).$
13. $r_1 r_2 = ab \cos^2 \frac{C}{2}.$ 14. $r_1 r_2 + r r_3 = ab.$

XV. 三角形の解き方

二角 (A, B) と一邊 (a) とを知るときは

$$C = 180^\circ - A - B,$$

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A}, \quad c = \frac{a \sin C}{\sin A}.$$

三邊を知るときは

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{bc}}, \quad \text{ソレヨリ}$$

$$\sin B = \frac{b}{a} \sin A, \quad \sin C = \frac{c}{a} \sin A,$$

二邊 (a, b) と其の夾角 (C) とを知るときは

$$\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2},$$

$$A+B = 180^\circ - C.$$

二邊 (a, b) と其の一に對する角 (A) とを知るときは

$$\sin B = \frac{b}{a} \sin A. \quad [\text{兩意ノ場合}]$$

若シ $a > b$ ナルトキハ $A > B$ ニシテ三角形ハ唯一ツアリ。

若シ $b \sin A = a$ ナルトキハ $\sin B = 1$, 故ニ $B = 90^\circ$ ニシテ三角形ハ唯一ツアリ。

若シ $b \sin A > a$ ナルトキハ $\sin B > 1$ ニシテ三角形ハ成リ立タズ。

a ガ b ト $b \sin A$ トノ間ニアルトキハ二ツノ三角形アリ。

1. $a=3, b=1, C=60^\circ$ ナルトキ $\sin A, \sin B$, 及ビ c フ求メヨ。
2. $b=3\sqrt{2}a, C=45^\circ$ ナルトキ a ノ項ニテ c フ求メヨ又 A 及ビ B ノ正弦ヲ問フ。
3. $a=1, b=2, A=30^\circ$ ナルトキ三角形ニ兩意アルカ。
4. a, b 及ビ $A-B=D$ フ與ヘテ三角形ヲ解ケ。
5. 三邊ハ 2, 3, 4 ナルトキ各角ノ餘弦及ビ E フ求メヨ。
6. 三邊ハ 3, 5, 7 ナルトキ最小角ノ餘弦ト面積トヲ求メヨ。
7. $a=1000, A=50^\circ, B=64^\circ$ フ與ヘテ b フ求メヨ。
8. $B=32'15'', C=21'47'', a=34$ フ與ヘテ b フ求メヨ。
9. $b=15, c=5, A=54^\circ$ フ與ヘテ B ト C トヲ求メヨ。
10. $a=456.12, b=296.86, C=74^\circ 20'$ フ與ヘテ A ト

B トヲ求メヨ。

11. $A=50^\circ, b=119, a=97$ フ與ヘテ B 及ビ C フ求メヨ。
12. 二ツノ三角形ノ各,ニ於テ $A=30^\circ, c=250$, 而シテ一ハ $a=125$, 他ノ一ハ $a=200$ ナルトキ各,ノ場合ニ於テ三角形ヲ解ケ。
13. 三邊ハ 7, 8, 9 ナルトキ最大角ヲ求メヨ。

XVI. 高さ及び距離

1. 人アリ真直ナル川岸 AB ノ A 點ニ立テ對岸ノ C ニアル樹木ヲ望ミシニ AB ト 30° ノ角ヲナセリ今ツレヨリ 400 間進ミテ B ニ來リ C フ望ミシニ角 ABC ハ 60° ナリシト云フ。サレバ川ノ幅ハ $100\sqrt{3}$ 間ナルコトヲ證セヨ。
2. 木製ノ二等邊三角形ノ板ヲ垂直面ニ太陽ニ面シテ建テ頂點ヲ上方ニス今三角形ノ底邊ヲ $2a$ トシ高サヲ h トシ太陽ノ高度ヲ 30° トスレバ三角形ノ影ノ頂角ノ正切ハ $\frac{2ah\sqrt{3}}{3h^2-a^2}$ ナルコトヲ證セヨ
3. 垂直ニ立テタル棒ノ影ノ長サト其ノ棒ノ長サトノ比ハ $\sqrt{3}:1$ ナルトキ其ノ棒ノ下端ヲ動カシ

テ地ヲ離レシメ棒ノ前ノ位置ト影トハ同ジ垂直面
ノ中ニアリテ影ハ前後トモ全ク同一ナルトキ棒ノ
後ノ位置ガ水平ニ傾ク角ヲ問フ。

4. 錐體アリ其ノ底面ハ正方形ニシテ各面ハ等
邊三角形ナルトキ各面ガ底面ニ傾ク角ヲ問フ。

5. 同時ニ三人ノ測士ガ一ノ輕氣球ヲ望ムニ其
ノ仰角 α, β, γ ナリ但三人ハ水平面上ニテ長サ $2a$ ナ
ル直線ノ兩端ニ一人ツツ中央ニ一人居ルモノトス
依リテ輕氣球ノ高サヲ問フ。

6. 水平面上ニテ塔ヲ觀測セシニ仰角若干度ナ
リシモ、ソレヨリ塔ニ向ヒテ a 尺進ミテ觀測セシニ
其ノ仰角ハ前ノ仰角ノ餘角ナリ又ソレヨリ塔ニ向
ヒ b 尺進ミシニ仰角ハ第一ノ仰角ノ二倍ナルトキ
塔ノ高サハ $\sqrt{\{(a+b)^2 - \frac{1}{4}a^2\}}$ ナルコトヲ證セヨ。

7. 或人水平面上ニ立テル塔ノ正南ノ一點 A ニ
於テ塔ノ高サヲ觀測セシニ仰角 60° ナリ、ソレヨリ
 A ノ正西ノ一點 B ニ於テ彼ノ塔ノ高サヲ觀測セシ
ニ 45° ナリ而シテ AB ノ引長線ノ中ノ C 點ニ於テ復
彼ノ塔ノ高サヲ觀測セシニ仰角 30° ナリ然ラバ
 $AB=BC$ ナルコトヲ證セヨ

8. 東ヨリ 40° 南ノ方ヘ毎時 8 哩ノ速サニテ航
行スル船ガ午前九時ニ一ノ燈臺ヲ東ヨリ 50° 北ノ
方ヘ望見セシガ午前十一時ニハ其ノ燈臺ノ位置ハ
北ヨリ 20° 西ノ方ヘ偏セリ依リテ午前九時及ビ十
一時ニ於ケル船ノ位置ヨリ燈臺マデノ距離ヲ問フ。

9. 一ノ塔ノ正北ニアル某所ヨリ其ノ塔ノ仰角
ヲ測リシニ 45° ナリ而シテ前ノ所ノ正東 a ゲケ隔
リタル某所ヨリ此ノ塔ノ仰角ヲ測リシニ 15° ナリ
然ラバ塔ノ高サハ $\frac{1}{2}a(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}})$ ナルコトヲ證セヨ。

10. 燈臺ノらんぶガ海面上 216 呎ノ高サニアル
トキ海面上幾哩ノ遠ヨリ此ノらんぶヲ望見シ得ル
カ。

平面三角法練習問題

答

I. 1. $72^{\circ}30'$, $870'$. 2. $\frac{60}{x^2}$.

3. 5時20分前、或ハ4時 $3\frac{7}{11}$ 分過。

4. $108'$. 6. 36. 7. 12, 6.

8. 10, 8. 9. 6, 3. 10. $90'$, $60'$, $30'$.

II. 1. $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{BD}{BC}$, 何レノ三角

函數モ三通リニ表ハシ得ベシ。 2. $45'$. 3. $108'$.

4. $\angle ATB = 180' - A$, $\angle TAB = \angle TBA = \frac{1}{2}A$.

5. $120'$, $30'$, $30'$.

III. 1. $\frac{11}{61}$. 2. $\frac{9}{41}$, $\frac{40}{9}$. 3. $\sqrt{\frac{2mn}{m^2+n^2}}$.

IV. 8. 三角形ハ等邊ナリ。 9. $60'$, $30'$, $90'$.

10. $A=60'$, $B=36'$. 11. $A=45'$, $B=60'$.

12. $A=45'$, $B=30'$. 13. $30'$.

14. $45'$, $30'$. 15. $30'$.

V. 1. $C=60'$, $a=5$, $c=5\sqrt{3}$.

2. $C=30'$, $c=5$, $b=10$.

3. $c=3\sqrt{15}$, $A=14^{\circ}30'$, $C=75^{\circ}30'$.

4. $A=30'$, $C=60'$, $b=4$.

5. $A=53'$, $a=21.5622$, $c=16.2486$.

6. $A=60^{\circ}30'$, $a=93.6775$, $b=430.544$.

7. $c=12\sqrt{7}$, $A=48^{\circ}40'$, $C=41^{\circ}20'$.

8. $A=36^{\circ}40'$, $C=53^{\circ}20'$, $b=53.583$.

9. 約1丈8尺8寸6分。 10. 約21間3尺9寸。

11. $20\sqrt{3}$ 間。 12. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 里。

13. $67^{\circ}40'$, $22^{\circ}20'$. 14. 約252間。

15. $125(3+\sqrt{3})$ 尺。

VI.

2. $\sin(270^{\circ}+A) = -\cos A$, $\cos(270^{\circ}+A) = \sin A$, 等。

$\sin(270^{\circ}-A) = -\cos A$, $\cos(270^{\circ}-A) = -\sin A$, 等。

3. 正弦ト餘弦トハソレゾレ $(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

$(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$, $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$, $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ナリ。

4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{2}$, 1 , $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

5. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $-\sqrt{3}$, 1 , -1 , $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $-\sqrt{3}$.

6. $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $-\sqrt{3}$, $-\frac{1}{\sqrt{3}}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$.

7. $\cos 31'$, $\sin 44'$, $\tan 9'$, $\cot 15'$, $\sec 45'$, $-\sec 22'$.

11. $A=90^\circ$ の正弦餘弦ハソレゾレ $-\cos A, \sin A$
ニ等シ。

$A=180^\circ$ の正弦餘弦ハソレゾレ $-\sin A, -\cos A$ = 等シ。

VIII. 1. (1) $\frac{9+4\sqrt{7}}{20}, \frac{9-4\sqrt{7}}{20}, \frac{24}{25}$.

(2) $\frac{11}{5\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{4}{5}$. (3) $1, \frac{15}{17}, \frac{8}{17}$.

(4) $\frac{525}{533}, \frac{435}{533}, \frac{120}{169}$. (5) $1, -\frac{2ab}{a^2+b^2}, \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

2. $\pm \frac{\sqrt{3}\pm 1}{2\sqrt{2}}$. 3. (1) $\frac{156}{205}, \frac{84}{187}$. (2) $\frac{84}{205}, -\frac{156}{133}$.

XI. 1. $\sin 22^\circ 30' = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$,

$\cos 22^\circ 30' = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}, \tan 22^\circ 30' = \sqrt{2}-1$.

$\sin 112^\circ 30' = \cos 22^\circ 30', \cos 112^\circ 30' = -\sin 22^\circ 30'$

2. $\tan\left(7\frac{1}{2}\right)^\circ = \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - 2$,

$\cot 9^\circ = \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

3. $\sin 3^\circ = \sin(18^\circ - 15^\circ), \sin 6^\circ = 2\sin 3^\circ \cos 3^\circ$,

$\sin 21^\circ = \sin(18^\circ + 3^\circ)$. 5. $\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

12. $A < 45^\circ$ 或ハ $> 225^\circ$. 15. 符號ハ $+-, ++,$
 $++, -+, -+, --, ---$.

XII. 1. $(4n\pm 1)\frac{\pi}{4}, (6n\pm 1)\frac{\pi}{6}, (2n+1)\frac{\pi}{2}$,

$(3n\pm 1)\frac{\pi}{3}, (6n\pm 1)\frac{\pi}{6}, (6n\pm 1)\frac{\pi}{6}$.

2. $\{6n+(-1)^n\}\frac{\pi}{6}, n\pi - (-1)^n\frac{\pi}{3}, (4n+1)\frac{\pi}{2}$,

$(4n-1)\frac{\pi}{2}, n\pi - (-1)^n\frac{\pi}{10}, \{4n+(-1)^n\}\frac{\pi}{4}$.

5. $3^\circ, 15^\circ, 39^\circ, 51^\circ, 75^\circ, 87^\circ$. 6. $95^\circ, 115^\circ, 125^\circ$,

$145^\circ, 155^\circ, 175^\circ$. 7. $189^\circ, 225^\circ, 261^\circ$. 8. $n\pi \pm \frac{\pi}{6}$.

9. $(8n+1)\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3}$. 10. $\theta = n\pi$, 或ハ $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$.

11. $(4n+1)\frac{\pi}{12}$, 或ハ $(4n-1)\frac{\pi}{4}$.

12. $\frac{2n+1}{4}\pi$, 或ハ $(2n+1)\pi \pm \frac{\pi}{3}$.

13. $6\theta = (2n+1)\pi$, 或ハ $(2n+1)\frac{\pi}{2}$.

14. $(2n+1)\frac{\pi}{2}$. 15. $n\pi$, 或ハ $(4n+1)\frac{\pi}{4}$.

XV. 1. $\frac{3\sqrt{21}}{14}, \frac{\sqrt{21}}{14}, \sqrt{7}$. 2. $c = \sqrt{13}a$,

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{26}}, \sin B = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

3. 兩意ナシ直角三角形ナリ。

4. $\cot C = \frac{a+b}{a-b} \tan \frac{D}{2}, c = a \cos B + b \cos A$.

5. $\frac{7}{8}, \frac{11}{16}, -\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{6}$. 6. $\frac{13}{14}, \frac{15\sqrt{3}}{4}$.

7. 1174 . 8. 224 . 9. $B=107^\circ 28', C=18^\circ 32'$.

10. $A=68^{\circ}26'$, $B=37^{\circ}14'$. 11. $B=70^{\circ}$, $C=60^{\circ}$,
 或 $B=110^{\circ}$, $C=20^{\circ}$. 12. (1) $B=60^{\circ}$, $C=90^{\circ}$,
 $b=125\sqrt{3}$, (2) $C=38^{\circ}41'$, $B=111^{\circ}19'$, $b=370.8$. 或 \wedge
 $C=141^{\circ}19'$, $B=8^{\circ}41'$, $b=60.08$. 13. $73^{\circ}24'$.

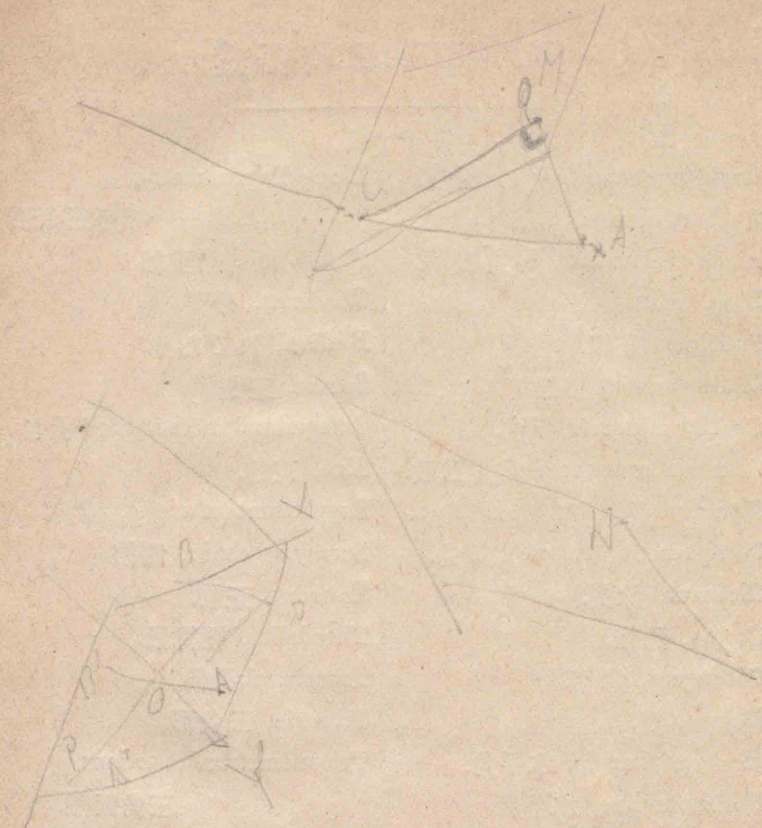
XVI. 3. 30° . 4. $\tan^{-1}\sqrt{2}$.

5.
$$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{(\cot^2\alpha + \cot^2\beta - 2\cot^2\gamma)}}$$

8. 約 9.237 哩, 約 18.475 哩. 10. 18 哩.

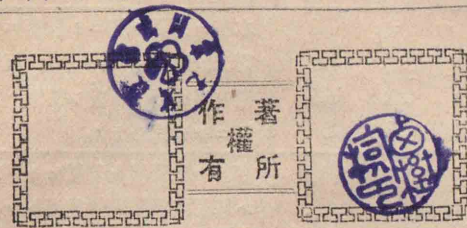
VOCABULARY. 語彙

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| Ambiguous case, 兩意ノ場合. | Plane Trigonometry, |
| Angle of depression, 俯角. | 平面三角法 |
| Angle of elevation, 仰角, 高度. | Plumb-line, 鉛垂線. |
| Base, 底. | Quadrant, 分面. |
| Base line, 基線. | Radian, れであん. |
| Characteristic, 指標. | Secant, 正割. |
| Circular measure, 弧度. | Sexagesimal method, 六十分法. |
| Common logarithms, 常用對數. | Sine, 正弦. |
| Compass, 羅針盤. | Supplement (of angle), 補角. |
| Complement (of angle), 餘角. | Surveyors' chain, 測鎖. |
| Cosecant, 餘割. | Tangent, 正切. |
| Cosine, 餘弦. | Theodolite, 經緯儀. |
| Cotangent, 餘切. | Transit, 六分儀. |
| Degree, 度. | Triangle, 三角形. |
| Horizontal angle, 水平角. | Trigonometrical functions, |
| Horizontal line, 水平線. | 三角函數. |
| Horizontal plane, 水平面. | Vertical angle, 垂直角. |
| Logarithms, 對數. | Vertical line, 垂直線. |
| Mantissa, 假數. | Vertical plane, 垂直面. |



文部省檢定濟

明治三十三年五月四日 中學校數學科學用



著者
所

明治卅二年二月二日印 刷 明治卅二年二月五日發 行
 明治卅五年一月五日十版發行 明治卅六年一月五日修正七版發行
 明治三十六年四月廿一日 訂正十六版印刷
 明治三十六年四月廿五日 訂正十六版發行

編纂者
發行者
發賣者
印刷者
發行所
發行所

東京市小石川區小日向臺町三丁目五十三番地
 長澤龜之助
 東京市小石川區小日向水道町七十三番地
 西野虎吉
 大阪市東區北久寶寺町四丁目百六番屋敷
 三木佐助
 東京市牛込區市谷加賀町二丁目十二番地
 青木弘
 東京市小石川區小日向水道町七十三番地
 (振替貯金口座) 第五參貳貳番
 東京開成館
 大阪開成館
 (振替貯金口座) 第貳壹六〇番

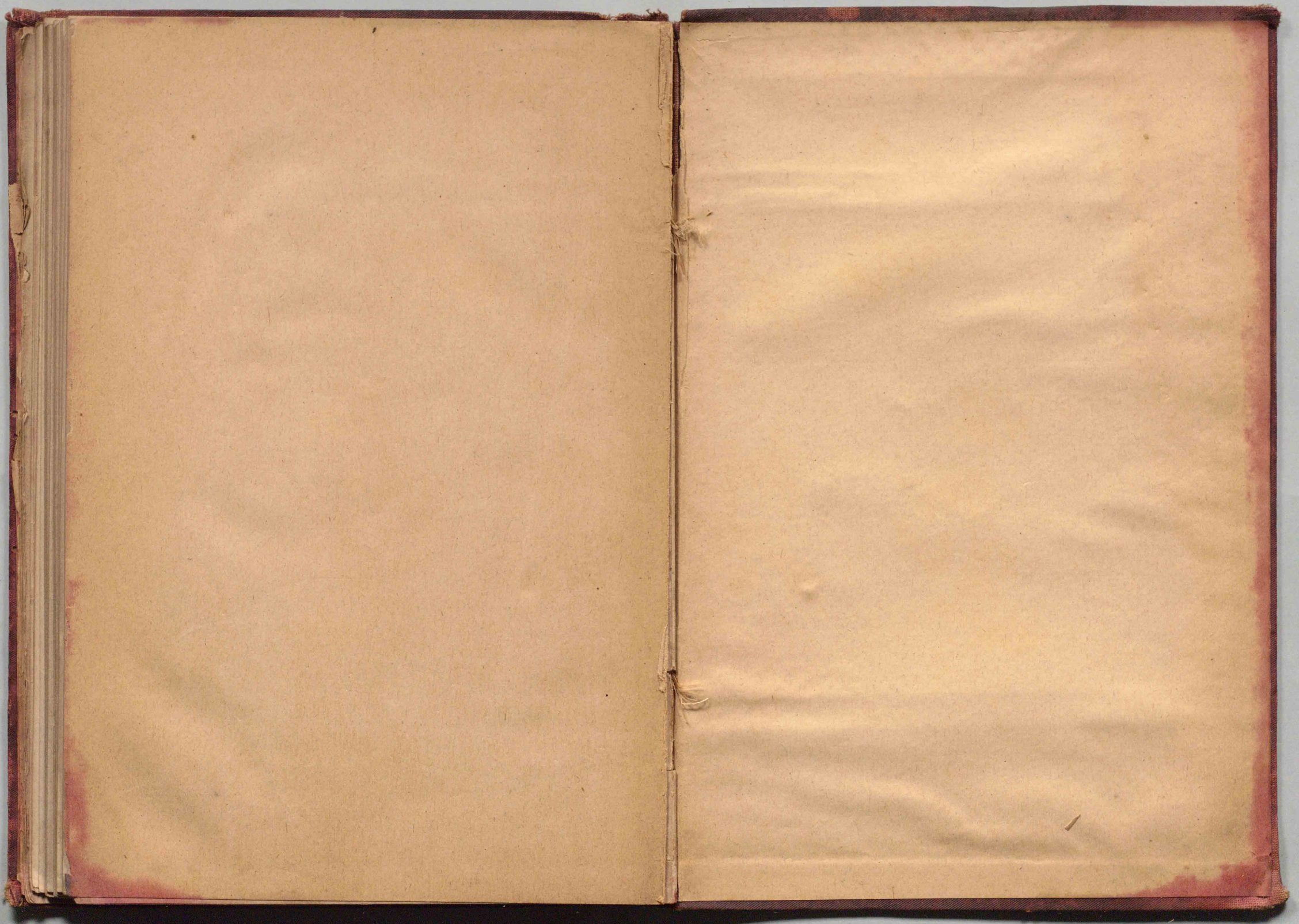
三角法教科書
 定價金六拾錢

(刷印場工一第舍英秀社會式株)

K. NAGASAWA'S
MATHEMATICAL SERIES.

長澤氏數學叢書 修正改版

<p>中等教育 算術教科書</p> <p>全二册定價上七拾錢, 五拾錢</p>	<p>本書ハ説明ヲ簡ニシ教師ニ數 術ノ餘地ヲ奪ハ算術ノ大綱ヲ 掲ゲ而モ要領ヲ盡シ問題ハ適 切ニシテ充分ナリ。</p>
<p>中等教育 算術問題</p> <p>全一册 定價金參拾錢</p>	<p>本書ハ教科書ト併用セシメ或 ハ單獨ニ教授用練習用トナス ヲ得ベク問題ハ適切ニシテ新 題多シ</p>
<p>中等教育 代數學教科書</p> <p>全一册 定價金壹圓</p>	<p>本書ハ英獨佛ノ諸書ヲ參考シ テ其粹ヲ拔キ説明ハ簡ニシテ 數術ノ餘地ヲ存シ問題ハ適切 ニシテ充分ナリ</p>
<p>中等教育 幾何學教科書</p> <p>全二册定價平面八拾錢, 立體五拾錢</p>	<p>本書ハ比例論簡明ニシテ證明 ノ書キ方ハ記號ニヨルノ簡法 ヲ用ヒ而モ幾何學ノ嚴正ナル コトヲ失ハズ</p>
<p>中等教育 平面三角法教科書</p> <p>全一册 定價金六拾錢</p>	<p>本書ハ説明簡ニシテ要ヲ盡シ 對數表ヲ掲ゲ三角法實測圖ノ 如キハ陸地測量部ノ實測圖ヲ 掲載セル最新體ノ教科書ナリ</p>
<p>小學 算術教科書</p> <p>全十六册</p>	<p>高等科 教員用四册價各四拾錢 兒童用四册價各拾八錢 尋常科 教員用四册價各五拾錢 兒童用四册價各拾四錢</p>
<p>小學算術 教授用掛圖</p> <p>全一額 定價貳圓五拾錢</p>	<p>本書ハ類圖中最モ新意匠ニ成 レルモノニシテ圖ノ材料ハ悉 ク活動的ニシテ興味ニ富ミ且 ツ美ナル彩色ヲ附セリ</p>





號 番	號 函
N	九
二	一
	五

