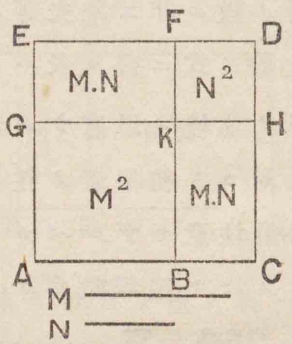
255. 定理六. 二ツノ直線ノ和ノ上ノ正方形ハ各ノ上ノ正方形ノ和ニ尚二ツノ直線ノ包ム矩形二倍ヲ加ヘタルモノニ等シ.



M,N ヲ與ヘラレタル二ツノ有限直線トセヨ.

然ルトキハ

$(M+N)^2=M^2+N^2+2(M.N)$

ナルベシ.

證明. M ニ等シク AB ヲ取リ,其延長ノ上ニ N ニ等シク BC ヲ取レ. 然レバ $AC=M+N$.

AC ノ上ニ正方形 AEDC ヲ作レ.

B ヲ過リ AC ニ垂線ヲ引キ ED ト交ル點ヲ F トセヨ. AE 上ニ AB ニ等シク AG ヲ取リ G ヲ過リ AE ニ垂線ヲ引キ BF, CD ト交ル點ヲ K,H トセヨ.

然レバ $\left\{\begin{array}{l} AGKB=M^2 \\ KFDH=N^2 \\ GEFK=M.N \\ BKHC=M.N \end{array}\right.$ (是等ハ生徒自ラ證明セヨ)

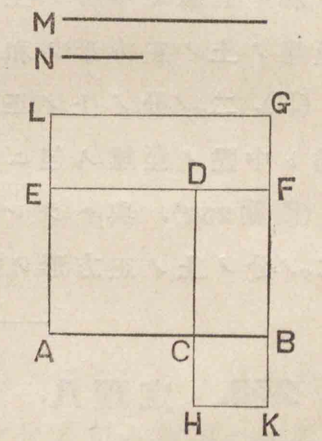
而シテ $AEDC=(M+N)^2$ (作圖)

$\therefore \underline{(M+N)^2=M^2+N^2+2(M.N)}$

256. 系. 一ツノ有限直線ノ上ノ正方形ハ其半分ノ上ノ正方形ノ四倍ナリ.

---

257. 定理七. 二ツノ直線ノ差ノ上ノ正方形ハ各ノ上ノ正方形ノ和ヨリ二ツノ直線ノ包ム矩形二倍ヲ減ジタルモノニ等シ.



M,N ヲ與ヘラレタル二ツノ有限直線トシ,M ハ N ヨリモ大ナリトセヨ.

然ルトキハ

$(M-N)^2=M^2+N^2-2(M.N)$

ナルベシ.

證明. M ニ等シク AB ヲ取リ,其上ニ N ニ等シク BC ヲ取レ, 然レバ $AC=M-N$.

AB ノ上ニ,正方形 ALGB ヲ作レ.

BC ノ上ニ,之ト反對ノ側ニ正方形 BKHC ヲ作レ.

AL ノ上ニ AC ニ等シク AE ヲ取リ,E ヲ過リ AL ニ垂線ヲ引キ BG ト交ル點ヲ F トセヨ.

HC ヲ延長シ EF ト D ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ $AEDC=(M-N)^2$,

$ELGF = M.N,$

$HDFK = M.N.$　（是等ハ生徒自ラ證明セヨ）

而シテ　$AEDC = ALGB + BKHC - ELGF - HDFK.$

即チ　$(M-N)^2 = M^2 + N^2 - 2(M.N)$

（問題256）．一ッノ有限直線ヲ任意ノ點ニ於テ內分或ハ外分スルトキハ，（I）．二ッノ分ノ上ノ正方形ノ和ハ，直線ノ半分ノ上ノ正方形ト，分點ト中點トノ距離ノ上ノ正方形ノ和ノ二倍ナリ．

（II）．二ッノ分ノ上ノ正方形ノ差ハ直線ノ半分ト，分點ト中點ノ距離ノ包ム矩形ノ四倍ナリ．

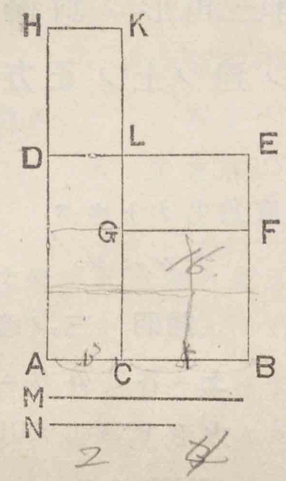
（問題257）．與ヘラレタル有限直線ヲ二ッニ分チ，其二ッノ分ノ上ノ正方形ノ和ヲ最小ナラシムルコト．

258. 定理八．二ッノ直線ノ上ノ正方形ノ差ハ，此二ッノ直線ノ和ト差トノ包ム矩形ニ等シ．

M, N ヲ與ヘラレタル二ッノ直線トシ，M ハ N ヨリモ大ナリトセヨ．

然ルトキハ　$M^2 - N^2 = (M+N)(M-N)$　ナルベシ．

證明．M ニ等シク AB ヲ取リ，此上ニ N ニ等シク BC ヲ取レ．



然レバ　$AC = M - N.$

今 AB, CB ノ上ニ正方形 ADEB, CGFB ヲ作レ．

AD ヲ延長シ CB ニ等シク DH ヲ取レ．

又 CG ヲ延長シ DE ト交ル點ヲ L トセヨ．

LK ヲ CB ニ等シク取リ，H, K ヲ結ビ付ケヨ．

然レバ二ッノ四邊形 HDLK, LGFE ハ共ニ矩形ニシテ且合同ナリ．（コレ生徒自ラ證明スベシ）

故ニ　正方形 AE − 正方形 CF = 矩形 AK

即チ　$M^2 - N^2 = (M+N)(M-N)$

（問題258）．一ッノ有限直線ヲ任意ノ點ニ於テ內分或ハ外分スルトキハ，此二ッノ分ノ包ム矩形ハ，此直線ノ半分ノ上ノ正方形ト分點ト中點トノ距離ノ上ノ正方形ノ差ニ等シ．

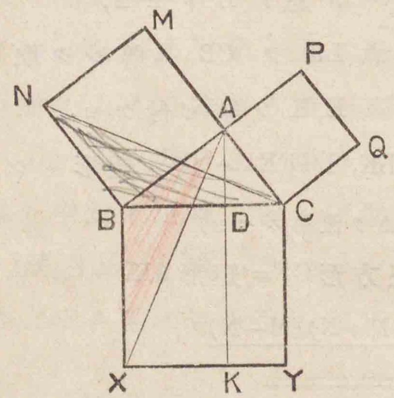
（問題259）．與ヘラレタル一ッノ有限直線ヲ二ッニ分ッニ，其二ッノ分ノ包ム矩形ヲ最大ナル様ニスルコト．

（問題260）．周ノ長サガ相等シキ矩形ノ中，正方形ハ最大ナリ．

259. 定理九. 直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ハ,他ノ二ツノ邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ.

三角形ABCニ於テ角Aヲ直角ナリトセヨ.

然ルトキハ $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ ナルベシ.



證明. 三ツノ邊ノ上ニ各其外方ニ正方形BXYC, CQPA, AMNBヲ作レ. 然レバBAP, CAMハ何レモ一直線ナリ. AヨリXYニ垂線AKヲ引キBCト交ル點ヲDトセヨ.

AX, CNヲ引ケ. 然レバ矩形BKハ三角形ABXト同ジ底邊BXノ上ニ立チテ,高サ相等シキニヨリ

矩形BK $=2.\triangle ABX$ (242)

同様ニ 正方形BM $=2.\triangle NBC$.

然ルニ二ツノ三角形ABX, NBCニ於テ.

$$\begin{cases} AB = NB, & \text{(假設)} \\ BX = BC, & \text{(假設)} \\ \angle ABX=\angle NBC. & \text{(孰レモ 直角}+\angle ABC) \end{cases}$$

$\therefore \quad \triangle ABK\equiv\triangle NBC.$

$\therefore$ 矩形BK=正方形BM.

同様ニ 矩形DY=正方形CP.

$\therefore$ 正方形BY=正方形BM+正方形CP.

即チ $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$.

注意. 此定理ハ紀元前五百年ノ頃希臘ノ哲學者ぴたごらす(Pythagoras)ノ發見セシモノナリ,故ニ之ヲぴたごらすノ定理ト稱ス. 極メテ重要ナル定理ニシテ其應用甚ダ廣ク證明ノ方法亦尠カラズ.

(**問題261**). 三角形ノ二ツノ邊ノ上ノ正方形ノ差ハ,此二ツノ邊ガ底邊ノ上ニ投ズル正射影ノ上ノ正方形ノ差ニ等シ.

問題262. 四邊形ノ對角線ガ互ニ垂線ナラバ,一双ノ相對スル邊ノ上ノ正方形ノ和ハ他ノ一双ノ相對スル邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ.

(**問題263.**) 與ヘラレタル二ツ或ハ二ツヨリ多クノ正方形ノ和ニ等シキ正方形ヲ作ルコト.

(**問題264**). 與ヘラレタル二ツノ正方形ノ差ニ等シキ正方形ヲ作ルコト.

---

260. 直角三角形ノ任意ノ二ツノ邊ノ長サヲ知リテ,他ノ一ツノ邊ノ長サヲ計算スルコト.

今斜邊ノ長サヲcトシ,他ノ二ツノ邊ノ長サヲ夫々a, bトスレバ,斜邊ノ上ノ正方形ノ面積ヲ表ハス數ハc^2ニシテ(235)他ノ二ツノ邊ノ上ノ正方形ノ面積ヲ表ハス數ハ夫々a^2及b^2ナリ.

故ニ定理九ニ因リ次ノ關係アリ.

$$c^2=a^2+b^2.$$

$$\therefore\ c=\sqrt{a^2+b^2},\quad a=\sqrt{c^2-b^2},\quad b=\sqrt{c^2-a^2}.$$

依テa, b, cノ中,孰レカ二ツヲ知レバ他ノ一ツヲ算出スルコトヲ得.

問題265. 直角三角形ノ二ツノ邊ハ3寸及4寸ナリ,次ノ長サヲ算出セヨ.

(i) 斜邊, (ii) 直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ引ケル垂線.
(iii) 二ツノ邊ガ斜邊ノ上ニ投ズル正射影.

問題266. 直角三角形ノ地アリ其面積ハ54坪ニシテ最小邊ハ9間ナリ,他ノ二ツノ邊ノ長サヲ求ム.

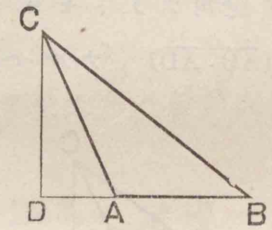
(問題267). 邊ノ長サ1尺ノ正方形ノ對角線ノ長サヲ求ム

問題268. 正方形ノ對角線ハ1尺ナリ,邊ノ長サヲ求ム.

問題269. 邊ノ長サ1尺ノ正三角形ノ高サ及面積ヲ求ム.

---

261. 定理一〇. 鈍角三角形ニ於テ,鈍角ニ對スル邊ノ上ノ正方形ハ,他ノ二ツノ邊ノ上ノ正方形ノ和ニ尙一ツノ邊ト此邊ノ上ニ他ノ邊ガ投ズル正射影トノ包ム矩形ノ二倍ヲ加ヘタルモノニ等シ.



三角形ABCニ於テ角CABヲ鈍角ナリトシ,CヨリBAノ延長ヘ引ケル垂線ノ足ヲDトセヨ.
然ルトキハ

$$\overline{BC}^2=\overline{CA}^2+\overline{AB}^2+2(\overline{AB}\cdot\overline{AD})\quad ナルヘシ.$$

證明. 角Dハ直角ナルヲ以テ (假設)

$$\overline{BC}^2=\overline{CD}^2+\overline{DB}^2 \qquad (259)$$

然ルニ

$$\begin{cases}\overline{CD}^2=\overline{CA}^2-\overline{AD}^2. & (259)\\ \overline{DB}^2=(AB+AD)^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2+2(\overline{AB}.\overline{AD}). & (255)\end{cases}$$

$$\therefore\ \overline{BC}^2=\overline{CA}^2+\overline{AB}^2+2(\overline{AB}.\overline{AD})$$

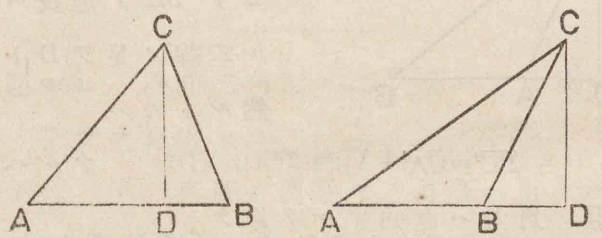
問題270. 定理六ハ定理一〇ニ於テC點ガ漸々D點ニ近ヅキ遂ニ之ニ合シタル極限ノ場合ナリト云フコトヲ說明セヨ.

---

262. 定理一一. 三角形ノ鋭角ニ對スル邊ノ上ノ正方形ハ,他ノ二ッノ邊ノ上ノ正方形ノ和ヨリ,一ッノ邊ト此邊ノ上ニ他ノ邊ガ投ズル正射影トノ包ム矩形ノ二倍ヲ減ジタルモノニ等シ.

三角形 ABC ニ於テ角 BAC ヲ鋭角ナリトセヨ.

然ルトキハ $\overline{BC}^2=\overline{CA}^2+\overline{AB}^2-2(\overline{AB}\cdot\overline{AD})$ ナルベシ.



證明. 角 CDB ハ直角ナルヲ以テ (假設)

$$\overline{BC}^2=\overline{CD}^2+\overline{DB}^2. \qquad (259)$$

然ルニ
$$\begin{cases}\overline{CD}^2=\overline{CA}^2-\overline{AD}^2 & (259)\\ \overline{DB}^2=(AB\sim AD)^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2(\overline{AB}.\overline{AD}). & (256)\end{cases}$$

$$\therefore\quad \underline{\overline{BC}^2=\overline{CA}^2+\overline{AB}^2-2(\overline{AB}\cdot\overline{AD})}$$

以上ハ角 ABC ガ鋭角又ハ鈍角ナリトシタリ.

若シ此角ガ直角ナル場合ニ於テハ如何ナルベキカハ生徒自ラ考フベシ.

問題271. 定理七ハ定理一一ニ於テ C 點ガ漸々 D 點ニ近ヅキ遂ニコレト合一シタル極限ノ場合ナリト云フコトヲ説明セヨ.

(問題272). 三角形ノ一ッノ邊ニ對スル角ハ,其邊ノ上ノ正方形ガ他ノ二ッノ邊ノ上ノ正方形ノ和ヨリ小ナルカ或ハ之ニ等シキカ或ハ之ヨリ大ナルカニ從テ鋭角或ハ直角或ハ鈍角ナリ.

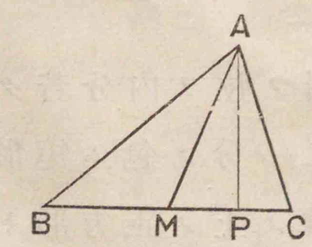
問題273. 三角形ノ三ッノ邊ガ夫々 6 寸, 7 寸, 10 寸ナリ,最大角ハ鋭角,直角,鈍角ノ中ノ孰レナルハカ.

---

263. 定理一二. 三角形ノ二ッノ邊ノ上ノ正方形ノ和ハ,底邊ノ半分ノ上ノ正方形ト頂點ヨリ底邊へ引ケル中線ノ上ノ正方形ノ和ノ二倍ナリ.

三角形 ABC ニ於テ M ヲ邊 BC ノ中點ナリトセヨ.

然ルトキハ $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2[\overline{BM}^2+\overline{AM}^2]$ ナルベシ.



證明. AM ガ BC ニ垂線ナレバ此定理ノ眞ナルコ定理九ニ因リテ明ナリ.

AM ガ BC ニ垂線ナラザレバ,角 AMB ヲ鈍角ナリトシ,A ヨリ BC へ垂線 AP ヲ引ケ.

然レバ三角形 AMB ニ於テ

$$\overline{AB}^2=\overline{BM}^2+\overline{AM}^2+2(\overline{BM}\cdot\overline{MP}). \qquad (261)$$

又三角形 AMC ニ於テ

$$\overline{AC}^2=\overline{CM}^2+\overline{AM}^2-2(\overline{CM}\cdot\overline{MP}). \qquad (262)$$

然ルニ　BM=CM　ナル故　(假設)

$$\underline{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2}=2\overline{BM}^2+2\overline{AM}^2=\underline{2[\overline{BM}^2+\overline{AM}^2]}$$

注意. 圖ニ於テハ角 C ヲ鋭角トシタリ,此角ガ直角或ハ鈍角ナルトキモ其證明ハ同様ナリ.

問題274. 問題 256 ノ I ハ定理一二ニ於テ三角形ノ頂點ガ漸々底邊ニ近ヅキ遂ニ其上ニ落チタル極限ノ場合ナリト云フコトヲ説明セヨ.

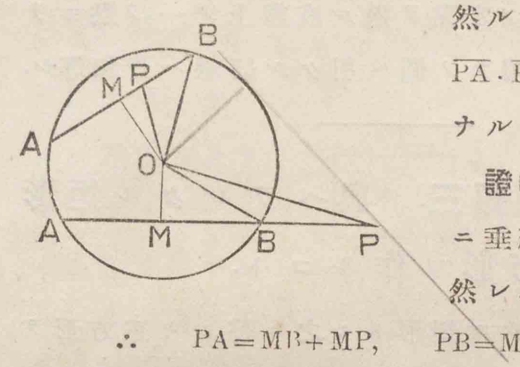
問題275. 三角形ノ三ツノ邊ハ夫々 8 寸, 7 寸, 6 寸ナリ,最大ナル中線ノ長サヲ計算セヨ.

問題276. 與ヘラレタル二ツノ點ヨリノ距離ノ上ノ正方形ノ和ガ最小ナルベキ點ヲ,與ヘラレタル直線ノ上ニ見出スコト

---

264. 定理一三. 圓ノ弦ヲ内分若クハ外分スルトキハ,其二ツノ分ノ包ム矩形ハ,分點ト圓心トノ距離ノ上ノ正方形ト半徑ノ上ノ正方形トノ差ニ等シ.

AB ヲ中心 O ナル圓ノ一ツノ弦トシ,之ヲ P 點ニ於テ二ツノ分 PA, PB ニ内分若クハ外分シタリトセヨ.



然ルトキハ

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{OB}^2\sim\overline{OP}^2$$

ナルベシ.

證明. O ヨリ AB ニ垂線 OM ヲ引ケ.

然レバ　AM=MB.

$$\therefore \quad PA=MB+MP, \qquad PB=MB\sim MP.$$

$$\therefore \quad \underline{\overline{PA}\cdot\overline{PB}}=\overline{MB}^2\sim\overline{MP}^2 \qquad (258)$$

$$=(\overline{OB}^2-\overline{OM}^2)\sim(\overline{OP}^2-\overline{OM}^2) \qquad (259)$$

$$=\underline{\overline{OB}^2\sim\overline{OP}^2}$$

265. 系一. 與ヘラレタル一ツノ點ヲ過ル弦ノ分ノ包ム矩形ハ何レノ弦ニ就テモ皆相等シ.

266. 系二. 圓内ノ與ヘラレタル一ツノ點ヲ過ル弦ノ分ノ包ム矩形ハ,此點ニ於テ二等分セラルヽ弦ノ半分ノ上ノ正方形ニ等シ.

267. 系三. 圓外ノ與ヘラレタル一ツノ點ヲ過ル弦(其延長ガ)ノ分ノ包ム矩形ハ,其點ヨリ引ケル切線(其點ヨリ切點マデノ長サ)ノ上ノ正方形ニ等シ.

268. 系四. 直角三角形ノ直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ引ケル垂線ノ上ノ正方形ハ,斜邊ノ分ノ包ム矩形ニ等シ.

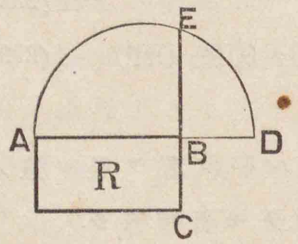
問題277. 三角形ノ垂心ガ各ノ垂線ヲ分ツ分ノ包ム矩形ハ皆相等シ.

(問題278). 二ツノ定點ヲ過ル直線上ノ一ツノ點ヨリ此二ツノ點ヲ過ル總テノ圓ヘ引ケル切線ハ皆相等シ.

---

269. 作圖題三. 與ヘラレタル矩形ニ等シキ正方形ヲ作ルコト.

R ヲ與ヘラレタル矩形トシ,之ニ等シキ正方形ヲ作ルコトヲ求ム.



作圖. R ノ底邊 AB ヲ延長シ高サ BC ニ等シク BD ヲ取レ. AD ヲ直徑トシテ圓周ヲ畫ケ.

CB ヲ延長シテ圓周トEニ於テ交ラシメヨ, BE ハ求ムル正方形ノ一邊ナリ.

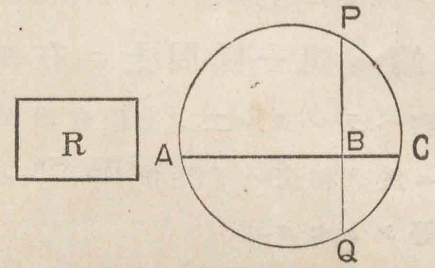
證明. 〔268 條ニ依リ容易ク證明スルコトヲ得〕

注意. 與ヘラレタル任意ノ直線形ニ等シキ矩形ヲ作ルコトヲ得(247 條ノ注意),因リテ又本條ニ依リ任意ノ直線形ニ等シキ正方形ヲ作ルコトヲ得.

(問題279). 相等シキ矩形ニ於テ周ノ最小ナルモノハ正方形ナリ.

270. 作圖題四. 與ヘラレタル底邊ノ上ニ,與ヘラレタル矩形ニ等シキ矩形ヲ作ルコト.

R ヲ與ヘラレタル矩形, AB ヲ與ヘラレタル一ツノ有限直線トス. AB ヲ一邊トシ R ニ等シキ矩形ヲ作ルコトヲ求ム.



作圖. AB ノ一端 B ヲ過ル任意ノ直線PQヲ引キ R ノ底邊及高サニ等シク夫々 BP, BQ ヲ取レ.

三ツノ點 A, P, Q ヲ過ル圓周ヲ畫ケ.

AB ヲ延長シ圓周ト交ハル點ヲ C トセヨ.

然レバ AB, BC ノ包ム矩形ハ求ムル所ノモノナリ.

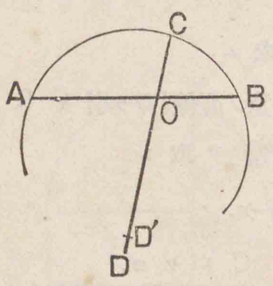
證明. 略ス.

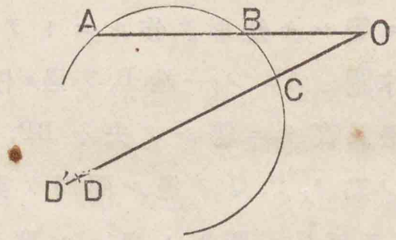
問題280. 與ヘラレタル圓内ニ與ヘラレタル正方形ニ等シキ矩形ヲ畫クコト.

(問題281). 與ヘラレタル一ツノ直線ヲ,其二ツノ分ノ包ム矩形ガ與ヘラレタル正方形ニ等シキ樣ニ内分及外分スルコト.〔即チ二直線ノ和或ハ差ト積トヲ知リテ,此二直線ヲ求ムルコト〕

271. 定理一四. 二ツノ有限直線若クハ其延長ガ相交リテ,其二ツノ分ノ包ム矩形ガ相等シキトキハ,此二ツノ直線ノ總テノ端ハ同一圓周上ニ在リ.

與ヘラレタル二ツノ有限直線 AB, CD 或ハ其延長ガ O ニ於テ相交ハリ,矩形 $\overline{OA}.\overline{OB}$ ハ矩形 $\overline{OC}.\overline{OD}$ ニ等シトセヨ.





然ルトキハ,四ツノ點 A, B, C, D ハ同一圓周上ニ在ルベシ.

證明. 三ツノ點 A, B, C ヲ過ル圓ハ必有リ.

D ハ此圓周上ニ在ルカ否ラザルカ,二ツノ中孰レカ一ツハ眞ナラザルベカラズ.

若シ D ガ此圓周上ニ在ラズトセバ, CD 或ハ其延長ガ圓周ト交ハル點ヲ D′ トセヨ.

然レバ AB, CD′ ハ同ジ點 O ヲ過ル弦ナルヲ以テ

$$\overline{OA}.\overline{OB}=\overline{OC}.\overline{OD'} \qquad (265)$$

然ルニ $\overline{OA}.\overline{OB}=\overline{OC}.\overline{OD}$ (假設)

$$\therefore \quad \overline{OC}.\overline{OD'}=\overline{OC}.\overline{OD}$$

$$\therefore \quad OD'=OD \qquad (240)$$

コレ D′ 點ガ D 點ニ合セザルニ於テハ不合理ナリ.

故ニ D 點ハ,三ツノ點 A, B, C ヲ過ル圓周上ニ在リ.

272. 系. 圓外ノ一ツノ點ヲ過ル弦ノ分ノ包ム矩形ガ,此點ト圓周上ノ一ツノ點トヲ結ビ付クル直線ノ上ノ正方形ニ等シケレバ,此直線ハ圓ニ切ス.

(問題282). 與ヘラレタル二ツノ點ヲ過リ,與ヘラレタル一ツノ直線ニ切スル圓ヲ書クコト.

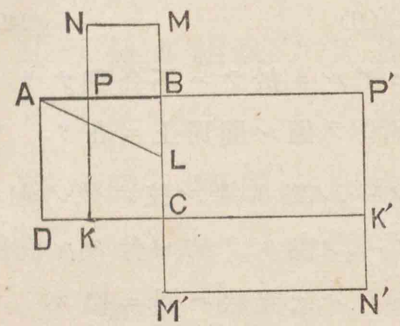
問題283. 與ヘラレタル二ツノ點ニ對シテ最大ノ角ヲ張ルベキ點ヲ,與ヘラレタル直線上ニ求ムルヿ.

(問題284). 與ヘラレタル二ツノ點ヲ過リ,與ヘラレタル一ツノ圓ニ切スル圓ヲ書クコト.

問題285. 與ヘラレタル二ツノ點ニ對シテ最大或ハ最小ノ角ヲ張ルヘキ點ヲ,與ヘラレタル圓周ノ上ニ求ムルコト.

---

273. 作圖題五. 一ツノ與ヘラレタル有限直線ヲ內分或ハ外分シ,全線ト一部分トノ包ム矩形ガ他ノ分ノ上ノ正方形ニ等シキ様ニナスコト.



AB ヲ與ヘラレタル有限直線トス. AB ヲ內分及外分シ, AB ト其一部分トノ包ム矩形ガ他ノ部分ノ上ノ正方形ニ等シキ様ニナスコトヲ求ム.

作圖. AB ノ上ニ正方形 ABCD ヲ作レ.
BC ヲ L ニ於テ二等分シ之ヲ A ニ結ビ付ケヨ.
BC ヲ延長シ LM, LM' ヲ各 LA ニ等シク取レ.
BM 及 BM' ノ上ニ正方形 BMNP, BM'N'P' ヲ作レ.
然レバ P 及 P' ハ求ムル分點ニシテ

$$\overline{AB}\cdot\overline{AP}=\overline{BP}^2,\qquad \overline{AB}.\overline{AP'}=\overline{BP'}^2.$$

證明. 〔內分ノ場合〕
NP ヲ延長シテ DC ト K ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ $\overline{AB}^2=\overline{AL}^2-\overline{BL}^2$ (259)

$=(AL+BL)(AL-BL).$ (258)

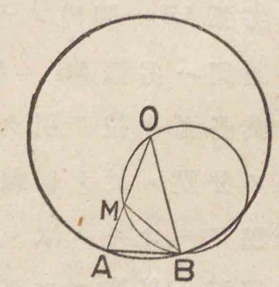
然ルニ $\begin{cases} AL+BL=LM+LC=CM & \text{(作圖)} \\ AL-BL=LM-LB=BM=BP & \text{(作圖)} \end{cases}$

∴ $\overline{AB}^2=\overline{CM}\cdot\overline{BP}$

即チ 正方形 ABCD＝矩形 NMCK.........(1)
双方ヨリ共通ノ矩形 PBCK ヲ引キ去リテ

矩形 APKD＝正方形 PBMN. 即チ $\overline{AB}.\overline{AP}=\overline{BP}^2$.
〔外分ノ場合〕 DC ヲ延長シテ P'N' ト K' ニ於テ交ラシムレバ 矩形 CN'＝矩形 CN.
故ニ(1)ニヨリ 正方形 AC＝矩形 CN'......... (2)
此双方ヘ矩形 CP' ヲ加フレバ
矩形 AK'＝正方形 BN'. 即チ $\overline{AB}.\overline{AP'}=\overline{BP'}^2$

274. 作圖題六. 與ヘラレタル圓ニ內接或ハ外接スル正十邊形ヲ畫クコト. 依リテ又內接或ハ外接スル五邊,二十邊,四十邊等追テ邊數二倍ノ正多角形ヲ畫クコト.



作圖. 與ヘラレタル圓ノ中心 O ヲ得ヨ.
任意ノ半徑 OA ヲ M ニ於テ $\overline{MO}^2=\overline{AO}.\overline{AM}$ ナル様ニ內分セヨ. (273)
OM ニ等シキ弦 AB ヲ引ケ.
然レバ AB ハ圓ニ內接スル正十邊形ノ一邊ナリ.
證明. B ヲ O 及 M ニ結ビ付ケヨ.
三ツノ點 O,B,M ヲ過ル圓ヲ畫ケ,

∴ $\overline{MO}^2=\overline{AO}.\overline{AM}$, MO=AB. (作圖)

∴ $\overline{AB}^2=\overline{AO}.\overline{AM}$

故ニ AB ハ圓 OMB ノ切線ナリ. (272)

∴ $\angle O=\angle ABM.$

然ルニ $\angle AMB=\angle O+\angle MBO,$

∴ $\angle AMB=\angle OBA.$

而シテ OA=OB ナル故 $\angle OBA=\angle OAB.$

∴ $\angle AMB=\angle OAB.$

∴ AB=MB.

依テ又 OM=MB.

∴ $\angle O=\angle OBM=\frac{1}{2}\angle OBA.$

之ニ依テ二等邊三角形 OAB ニ於テ頂角 O ハ一ッノ底角ノ半分ナリ,而シテ三ッノ內角ノ和ハ二直角ナルヲ以テ $\angle O=2$ 直角ノ$\frac{1}{5}=4$直角ノ$\frac{1}{10}$

故ニ劣弧 AB ハ圓周ノ十分ノ一ナリ.

故ニ圓周ハ劣弧 AB ニ等シク十個ニ分ツコトヲ得.

故ニ其各弧ノ弦ヲ引ケバ內接正十邊形ヲ得.

又各ノ分點ニ於テ切線ヲ引ケバ外接正十邊形ヲ得.

分點ヲ一ッオキニ取レバ圓周ハ五ッニ等分セラル依テ內接又ハ外接スル正五邊形ヲ作ルコトヲ得.

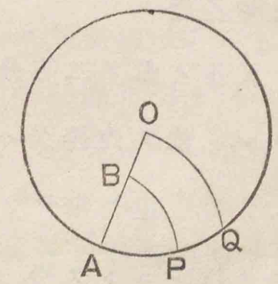
又十個ニ分タレタル各弧ヲ二等分スルトキハ,圓周ハ二十個ニ等分セラルヽニヨリ內接又ハ外接スル正二十邊形ヲ作ルコトヲ得 追テ斯ノ如ク次第ニ邊ノ數二倍ノ正多角形ヲ作ルコトヲ得.

問題286. 作圖題六ニ於テ二ッノ圓ガ再交ル點ヲ C トスレバ, BC ハ AB ニ等シ. 又 OM, MB, BC ハ圓 OMB ニ內接スル正五邊形ノ三ッノ邊ナリ.

問題287. 十八度ノ角ヲ作ルコト.

---

275. 作圖題七. 與ヘラレタル圓ニ內接或ハ外接スル正十五邊形ヲ畫クコト. 依リテ又內接或ハ外接スル三十邊, 六十邊等追テ邊數二倍ノ正多角形ヲ畫クコト.



作圖. 與ヘラレタル圓ノ中心 O ヲ得ヨ.

任意ノ半徑 OA ヲ B ニ於テ $\overline{AB}^2=\overline{AO}.\overline{BO}$ ナル樣ニ內分セヨ. (273)

A ヲ中心トシ, AB 及 AO ヲ半徑トシテ二ッノ圓弧ヲ畫キ圓周ト夫々 P 及 Q ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ弧 PQ ハ圓周ノ十五分ノ一ナリ.

證明. 正六邊形ノ一ッノ邊ハ其外接圓ノ半徑ニ等シキヲ以テ 弧AQ=圓周ノ$\frac{1}{6}$.

又 AB ハ圓ニ內接スル正十邊形ノ一邊ナリ. (274)

$\therefore$ 弧 AP = 圓周ノ$\frac{1}{10}$.

$\therefore$ 弧 PQ = 弧 AQ − 弧 AP

= 圓周ノ$\frac{1}{6}$) − (圓周ノ$\frac{1}{10}$)

= 圓周ノ$\frac{1}{15}$.

故ニ圓周ハ弧 PQ ニ等シク十五ニ分ツコトヲ得.

故ニ其各ノ分點ヲ順次ニ結ビ付クレバ内接正十五邊形ヲ得.

又各ノ分點ニ於テ圓ノ切線ヲ引ケバ外接正十五邊形ヲ得.

又各ノ弧ヲ二等分スレバ,圓周ハ三十個ニ等分セラル. 依テ内接又ハ外接スル正三十邊形ヲ作ルコトヲ得. 追テ斯クノ如ク次第ニ邊數二倍ノ正多角形ヲ作ルコトヲ得.

第三編ノ問題

問題288. 四邊形ノ對角線カ互ニ垂線ナルトキハ,二ツノ對角線ノ包ム矩形ハ四邊形ノ二倍ナリ.

問題289. 一ツノ四邊形ノ二ツノ對角線カ夫々他ノ一ツノ四邊形ノ二ツノ對角線ニ等シク而シテ對角線ノ夾ム角ガ相等シケレバ,二ツノ四邊形ハ相等シ.

問題290. 與ヘラレタル一ツノ點ヲ過リ與ヘラレタル平行四邊形ヲ二等分スル直線ヲ引クコト.

(問題291). 平行四邊形 $ABCD$ ノ對角線 AC ノ上ノ任意ノ一ツノ點 O ヲ過リ BC ニ平行線ヲ引キ AB, DC ト交ハル點ヲ P, Q トス,又 O ヲ過リ AB ニ平行線ヲ引キ AD, BC ト交ハル點ヲ R, S トス,然ルトキハ二ツノ四邊形 $PBSO$, $ROQD$ ハ相等シキ平行四邊形ナリ.

如何ナル場合ニ於テ,此二ツノ四邊形ガ合同形トナルカ.

[定義. 他ノ二ツノ平行四邊形 (PR 及 QS) ヲ此對角線ニ沿フ平行四邊形ト稱シ,初メノ二ツノ平行四邊形 (PS 及 RQ) ヲ對角線ニ沿フ平行四邊形ノ餘形ト稱ス]

(問題292). 前題ニ於テO點ガ,對角線ACノ上ニ在ラズシテ三角形ABCノ内ニ在リ,而シテPQ, RSガACト夫々M, Nニ於テ交ハレバ,平行四邊形PSハRQヨリ大ニシテ其差ハ三角形PNQ或ハRMSノ二倍ニ等シ.

問題293. 平行四邊形ノ餘形ノ理ヲ應用シテ作圖題四(270條)ヲ解ケ.

問題294. 平行四邊形ABCDノ頂點Aヲ過ル任意ノ直線ガ邊BC, CD或ハ其延長ト交ハル點ヲ夫夫P,Qトスレハ,二ツノ三角形ABQ, ADPハ相等シ.

(問題295). 同ジ底邊又ハ同一直線上ノ相等シキ底邊ノ上ニ其同側ニ在ル所ノ相等シキ二ツノ三角形ノ二邊ガ,底邊ニ平行ナル任意ノ直線ヨリ截リ取ル部分ハ相等シ.

問題296. 三角形ノ底邊ニ平行ナル直線ガ二ツノ邊ノ爲ニ截リ取ラルル部分ノ中點ノ軌跡.

問題297. 與ヘラレタル三角形ニ正方形ヲ內接スルコト(正方形ノ一邊ガ三角形ノ一邊ノ上ニ在リ,他ノ二ツノ頂點ハ夫々三角形ノ他ノ二ツノ邊ノ上ニ在ル樣ニスルコト)

問題298. 正梯形ノ二ツノ底邊ハ9間及15間ニシテ他ノ邊ハ5間ナリ,面積幷ニ對角線ヲ求ム.

問題299. 半徑1尺ノ圓ニ內接スル正三角形及正六角形ノ一邊幷ニ面積ヲ算出セヨ.

(問題300). 與ヘラレタル一ツノ直線ヲ,其二ツノ分ノ上ノ正方形ノ差ガ與ヘラレタル正方形ニ等シキ樣ニ內分或ハ外分スルコト.

問題301. 與ヘラレタル二ツノ點ヨリノ距離ノ上ノ正方形ノ差ガ不易ナル點ノ軌跡.

問題302. 與ヘラレタル二ツノ點ヨリノ距離ノ上ノ正方形ノ和ガ不易ナル點ノ軌跡.

問題303. 一ツノ點ヨリ與ヘラレタル二ツノ圓ヘ引ケル二ツノ切線ガ相等シキ點ノ軌跡.

問題304. 半徑3尺ノ圓ニ於ケル弓形ノ矢(弧ノ中點ト弦ノ中點トヲ結ブ直線)ノ長サ1尺ナリ,弦ノ長サヲ計算セヨ.

問題305. 水平ニ位スル二ツノ點ノ距離ハ10間ニシテ此間ニ絲ヲ張レリ,然ルニ絲ハ眞直ナラズシテ其中央ハ水平ノ位置ヨリモ1尺垂下セリト云フ,今此絲ガ圓弧ヲナスモノト見做ストキハ其半徑ノ長サ幾許ナルカ.

第四編

比及比例

本編ニ於テ論ズル所ノ事ハ單ニ幾何學上ノ量ノミニ限ラズ一般ノ量ニ通ズル所ノモノナリ.

量ヲ代表スルニ A, B, C, ... 等ノ大羅馬字ヲ用フ

第一章

緒論

276. **定義一.** 一ッノ量ガ,之ト同種類ノ他ノ一ッノ量ヲ丁度若干度含ムトキハ,前者ヲ後者ノ<u>倍量</u>ト稱シ,後者ヲ前者ノ<u>約量</u>ト稱ス. 而シテ前者ガ後者ヲ含ム度數ノ一度,二度,三度,.....ナルニ從テ,第一倍量,第二倍量,第三倍量,.....ト稱ス.

277. 定義一ニ因リ或ル量ハ,之ト等シキ量ノ倍量ニシテ且約量ナリ.

或ル量Aガ,他ノ量Bノ第m倍量(mハ完全數)ナルコトヲ示スニハ,之ヲ次ノ如ク書キ記ス.

$$A=mB.$$

或ル量ノ分數ノ量ヲ示スニモ亦コレト同樣ノ記法ヲ用フ. 例ヘバAガBノ$\frac{m}{n}$ニ等シキコトヲ示スニ

$$A=\frac{m}{n}B$$

ト書ク.

注意一. 爰ニ謂フ所ノ量A及Bハ同種類ノ量ナルコト勿論ナリ. 以下定義或ハ定理等ヲ述ブルニ當リ,ソレガ同種類ノ量ナルコト或ハ異種類ノ量ナルコトヲ一々明言セザルベシ,其孰レナルカ,或ハ孰レニテモ差支ナキヤハ自ラ明ナリ.

注意二. 或ル量ニ,或ル完全數mヲ掛クルトハ,此量ノm倍量ヲ求ムルコトナリ.

又或ル量ニ或ル分數$\frac{m}{n}$ヲ掛クルトハ此量ヲn個ニ等分シタル一ツノm倍量即チ與ヘラレタル量ノ$\frac{m}{n}$ニ等シキ量ヲ求ムルコトナリ.

故ニ mB 或ハ$\frac{m}{n}B$ト書キタルハ全ク $B\times m$ 或ハ$B\times\frac{m}{n}$ト同ジコトナリ.

---

278. 次ニ掲グル倍量及約量ニ關スル諸定理ハ,普通公理ヨリ直ニ導キ得ラルルコトナルヲ以テ其

證明ハ之ヲ省ク.

又m, n等ハ任意ノ完全數或ハ分數ヲ表ハス.

一. 若シ　$A>B$　ナレバ　$mA>mB$　ナリ,

若シ　$A=B$　ナレバ　$mA=mB$　ナリ,

若シ　$A<B$　ナレバ　$mA<mB$　ナリ.

此三ツノ事柄ハ之ヲ次ノ如ク略記ス.

$A\gtreqless B$　ナルニ從テ　$mA\gtreqless mB$.

二. $mA\gtreqless mB$　ナルニ從テ　$A\gtrless B$.

三. $mA+mB+mC+\ldots\ldots=m(A+B+C+\ldots\ldots)$.

四. $mA-mB=m(A-B)$.　　但シ　$A>B$　トス.

五. $mA+nA+pA+\ldots\ldots=(m+n+p+\ldots\ldots)A$.

六. $mA-nA=(m-n)A$.　　但シ　$m>n$　トス.

七. $m(nA)=n(mA)=(mn)A=(nm)A$.

---

279. **定義二.** 二ツノ量ガ共ニ第三ノ量ノ倍量ナルトキハ,此二ツノ量ヲ通約スベキ量ト稱ス. 第三ノ量ヲ此二ツノ量ノ公度或ハ通約量ト稱ス.

二ツノ量ノ間ニ公度ヲ有セザルトキハ之ヲ通約スベカラザル量ト稱ス.

---

280. 定理一. 一ッノ量ト其倍量或ハ分數ノ量トハ通約スベキ量ナリ.

或ル量ヲAト名ケm及nヲ任意ノ完全數トセヨ.

然ルトキハAトmA或ハAト$\frac{m}{n}$Aトハ互ニ通約スベキ量ナルベシ.

證明. AトmAトハ共ニAノ倍量ナリ.

故ニ此二ッノ量A及mAハ通約スベキ量ナリ. (279)

次ニAノ$\frac{1}{n}$ヲCト名ケヨ.

然レバ $A=nC$, $\frac{m}{n}A=mC$.

即チA及$\frac{m}{n}$Aハ共ニCノ倍量ナリ.

故ニ此二ッノ量A及$\frac{m}{n}$Aハ通約スベキ量ナリ.

問題306. AガCノm倍ニ等シクBガCノn倍ニ等シケレバAノn倍ハBノm倍ニ等シ.

又Aノ$\frac{1}{m}$ハBノ$\frac{1}{n}$ニ等シ.

問題307. 一間ト二尺トハ通約スベキ量ナリヤ,若シ通約スベキ量ナラバ其最大ナル公度ヲ求メヨ.

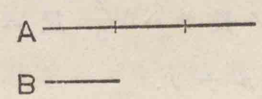
又七尺ノ長サト五尺ノ長サトノ關係ハ如何.

量ヲ計ルコト

281. 量ヲ計ルコト即チ量ノ大サヲ言ヒ表ハスト云フコトハ,之ト同種類ノ一定ノ量ヲ取リテ之ヲ單位トシ,與ヘラレタル量ガ此單位ヲ幾倍或ハ其幾分ヲ幾倍含ムカヲ求ムルコトナリ.

282. 或ル量ヲ計ラントスルニ當リ此量ガ其單位ノ倍量ナルコトアリ,否ラザルコトアリ.

例ヘバ與ヘラレタル一ッノ直線Aノ長サヲ計ラントスルニハ先ッ或ル一定ノ長サB(例ヘバ1尺)ヲ取リテ之ヲ單位トシ

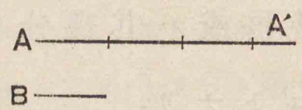


AガBヲ幾ツ含ムカヲ求メンニ若シAガ之ヲ三ッ含メバ,Aノ長サハ3尺ナリト謂ヒ,若シ四ッ含メバ4尺ノ長サナリト謂フ. 故ニ1尺ノ長サトハ如何程ノ大サナルカヲ豫メ能ク知ルトキハ3尺ノ長サ或ハ4尺ノ長サト謂フハ如何程ノ大サナルカハ,直チニ覺ルコトヲ得ルナリ.

之ト異ナリテ或ル量ヲ計ラントスルニ當リ,此量

ガ其單位ノ倍量ナラザルコトアリ(勿論位單ヨリ小ナル塲合ヲモ含ム)斯ノ如キ塲合ニハ單位ヲ若干ノ數ニ等分シ其一部分ヲ計ラントスル量ニ比較スルナリ.

假令バ前ノ例ニ於テ直線AガBヲ三ット尚Bヨリモ小サキ部分A'ヲ含ミタリト假定セヨ.



然ルトキハA'ノ長サヲ計ルニハBヲ任意ノ數假令バ五ッニ等分シ其一部分ガ此A'ノ中ニ幾ツ含マルヽカヲ求ムベシ.

若シA'ガ此一部分ヲ丁度二ッダケ含ミタリトセバA'ノ長サハBノ$\frac{1}{5}$ノ2倍即チBノ$\frac{2}{5}$ナリ.

故ニAハBノ3倍ト尚其$\frac{2}{5}$トノ和ニ等シ.

依テ若シBガ1尺ナラバAノ長サハ$3\frac{2}{5}$尺ニシテ明ニ其大サヲ知ルコトヲ得ルナリ.

---

283. 前條ニ於テ説キタル二ッノ例ハ計ラントスル量ガ單位ノ倍量ナル塲合ト及單位ノ分數(1ヨリ大ナル分數ヲ含ム)ニ等シキ塲合ナリ.

依テ此塲合ニ於テ定理一(280)ニ因リ定理二ヲ得.

定理二. 或ル量ヲ計リテ得タル數ガ完全數若クハ分數ナルトキハ,此量ト單

位トハ通約スベキ量ナリ.

逆ニ次ノ定理アリ.

定理三. 單位ト通約スベキ量ハ,完全數若クハ分數ヲ以テ表ハサル.

例ヘバ與ヘラレタル量ヲQ,單位ヲUト名ケ,此二ッハ通約スベキ量ナリトセヨ. 然ルトキハQノ大サヲ表ハスベキ數ハ完全數若クハ分數ナルベシ.

證明. QトUトノ公度ヲCトシ,

$Q=mC,\quad U=nC$ ナリトセヨ.

然レバ $n(mC)=m(nC)$ ナルヲ以テ

$nQ=mU$ $\therefore\ Q=\frac{m}{n}U.$

即チQハUノ$\frac{m}{n}$ナルヲ以テUヲ單位トスルトキQノ大サヲ表ハスベキ數ハ$\frac{m}{n}$トイフ分數ナリ.

若シmガnノ倍數ナルトキハ$\frac{m}{n}$ハ完全數ナリ.

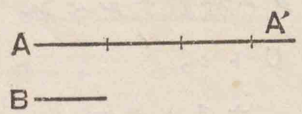
定理四. 或ル量ガ單位ト通約スベカラザル量ナルトキハ,完全數又ハ分數ヲ以テ之ヲ表ハスコトヲ得ズ.(定理二ノ對偶)

---

284. 或ル量ガ單位ト公度ヲ有セザルトキハ單位ヲ幾ツニ等分スルモ決シテ與ヘラレタル量ノ約量ナル所ノ量ヲ得ルコト能ハズ.

斯樣ノ場合ニハ如何ニシテ此量ノ大サヲ表ハスベキカヲ說明スベシ.

例ヘバ直線Aノ長サヲ計ラントスルニ,Aハ單位B(假リニ1尺トス)ト通約スベカラザル量ト假定ス.今AハBノ3倍ト尙Bヨリハ小サキ部分A′ヲ含ミ,A′ハAノ$\frac{1}{100}$ノ27倍ヨリハ大ニシテ28倍ヨリハ小サシトスレバ



$$\frac{27}{100}\text{尺}<A'<\frac{28}{100}\text{尺}.$$

$$\therefore\ 3\frac{27}{100}\text{尺}<A<3\frac{28}{100}\text{尺}.$$

故ニ姑ラク$3\frac{27}{100}$尺或ハ$3\frac{28}{100}$尺ヲ以テAノ長サヲ表ハスモノトセバ,斯樣ニシテ犯ス所ノ誤リハBノ$\frac{1}{100}$即チ0,01尺ヨリモ小ナリ.

尙一層精シクAノ長サヲ表ハサント欲セバ單位Bヲ前ヨリモ尙多クノ數ニ等分スベシ,假令バBノ$\frac{1}{1000}$ヲ取レバA′ハコレノ270倍ヨリハ,大ニシテ其280倍ヨリハ小ナルコト已ニ知ル所ナリ.

今A′ハBノ$\frac{1}{1000}$ヲ274ダケ含メドモ275ニハ不足ナリトセバ

$$\frac{274}{1000}\text{尺}<A'<\frac{275}{1000}\text{尺}.$$

$$\therefore\ 3\frac{274}{1000}\text{尺}<A<3\frac{275}{1000}\text{尺}.$$

故ニ姑ラク$3\frac{274}{1000}$尺或ハ$3\frac{275}{1000}$尺ヲ以テAノ長サヲ

表ハスモノトスレバ,斯樣ニシテ犯ス所ノ誤リハBノ$\frac{1}{1000}$即チ0,001尺ヨリモ小ナリ.

即チ前ヨリハ一層眞實ノ長サニ近キ數ヲ得タリ.

次第ニ斯クノ如ク單位ヲ等分スル數ヲ增シ,其一部分ヲ以テA′ヲ計レバA′ハ決シテソレノ丁度何倍カニハ等シキコトナケレドモ唯要スルダケ小サキ誤リニ於テ其長サヲ表ハスコトヲ得,而シテ實地應用ノ上ニ於テハ其誤リガ實際ニ不都合ヲ生ゼザルニ至リテ止ム.

要スルニAノ長サハ精密ニ之ヲ完全數若クハ分數ヲ以テ表ハスコトヲ得ザレドモ眞實ノ長サニ如何程ニテモ近キ分數ヲ以テ之ヲ表ハスコトヲ得.

斯樣ノ場合ニ於テAノ大サヲ表ハスベキ所ノ數ヲ**不盡數**ト稱ス,ツマリ不盡數トハ完全數ニモアラズ,又分數ニモアラズシテ,コレニ如何程近キ分數ヲモ見出スコトヲ得ル所ノ數ノコトナリ.

不盡數ヲ表ハスニ矢張リ一ッノ文字ヲ以テス.

注意. 278條ニ揭ゲタル諸定理ハm, n等ガ不盡數ナル場合ニモ尙眞ナリ.

〔不盡數ノ事ニ就テハ附錄I(309ページ)ヲ見ルベシ〕

第二章

比及比例

285. **定義三.** 一ツノ量ガ同ジ種類ノ他ノ一ツノ量ニ對スル比トハ後ノ量ヲ單位ニ取ルトキ初メノ量ヲ表ハスベキ數ノコトナリ.

故ニ若シ二ツノ量ガ通約スベキ量ナレバ,其比ハ完全數若クハ分數ナリ. (定理三)

若シ又二ツノ量ガ通約スベカラザル量ナレバ,其比ハ不盡數ナリ. (定理四)

例ヘバ同ジ種類ノ二ツノ量A,Bアリテ若シAガBノ3倍ニ等シケレバAノBニ對スルノ比ハ3トイフ完全數ナリ. 若シ又AガBノ$\frac{1}{6}$ノ5倍ニ等シケレバ,AノBニ對スル比ハ$\frac{5}{6}$トイフ分數ナリ.

若シ又AトBトガ通約スベカラザル量ニシテ,AハBノ$\frac{1}{100}$ノ327倍ヨリハ大ニシテ其328倍ヨリハ小ナリトスレバ,AノBニ對スルノ比ハ一ツノ不盡數ニシテ,此不盡數トノ差ガ$\frac{1}{100}$ヨリモ小サキ近似數ハ$\frac{327}{100}$或ハ$\frac{328}{100}$トイフ分數ナリ.

AノBニ對シテノ比ヲ書キ表ハス仕方ニ次ノ二樣アリ $\frac{A}{B}$, A:B.

初メノ如ク書キタル場合ニハ,Aヲ比ノ上項,Bヲ比ノ下項ト稱ス. 後ノ如ク書キタル場合ニハ,Aヲ比ノ前項,Bヲ比ノ後項ト稱ス.

(本書ニ於テハ初メノ書キ方ニ遵フ)

286. 次ニ掲グル二ツノ定理ハ比ノ定義ヨリ直ニ推定セラル.

定理五. 比ノ上項ヲ増スカ或ハ下項ヲ減ズレバ,其比ハ原ノ比ヨリ大ナリ.

若シ又,比ノ上項ヲ減ズルカ或ハ下項ヲ増セバ,其比ハ原ノ比ヨリ小ナリ.

定理六. 比ノ上項ガ下項ヨリ大ナルカ,或ハ之ニ等シキカ或ハ之ヨリ小ナルカニ從テ,其比ハ1ヨリ大ナリ或ハ1ニ等シ或ハ1ヨリ小ナリ.

系. 定理六ノ逆モ亦眞ナリ.

287. 定理七. 或ル數ヲ一ッノ量ニ掛ケタルモノガ他ノ量ニ等シケレバ,此數ハ後ノ量ガ初メノ量ニ對スル比ニ等シ.

A, B ハ二ッノ量, r ハ一ッノ數(完全數若クハ分數若クハ不盡數)ニシテ $A=rB$ ナリトセヨ.

然ルトキハ $\frac{A}{B}=r$ ナルベシ.

(277 條ノ注意ニヲ參照セヨ)

證明. 若シ r ガ完全數ナラバAハBノ第 r 倍量ニシテ,若シ又 r ガ $\frac{m}{n}$ トイフ分數ナラバAハBノ $\frac{1}{n}$ ノ m 倍量ニ等シキヲ以テ,Bヲ單位トスルトキAヲ表ハスベキ數ハ,此 r トイフ完全數若クハ分數ナリ.

$$\therefore \quad \frac{A}{B}=r. \qquad (285)$$

次ニ r ガ不盡數ナル塲合ニ於テモ尙此定理ノ眞ナルコトヲ證明スルヲ得,然レドモ其證明ハ稍困難ナルヲ以テ爰ニ之ヲ省ク.

〔附錄 II (310 ページ)ヲ見ルベシ〕

---

288. 定理八. 比ヲ其下項ニ掛ケタルモノハ上項ニ等シ.

$\frac{A}{B}=r$ ナリトセヨ.(r ハ一般ナル數)

然ルトキハ $A=rB$ ナルベシ.

證明. $A=r'B$ ナリトセヨ.

然レバ $\frac{A}{B}=r'.$ (287)

然ルニ $\frac{A}{B}=r.$ (假設)

$$\therefore \quad r'=r.$$

$$\therefore \quad \underline{A=rB.}$$

289. 系. 比ヲ以テ其上項ヲ割レバ下項ヲ得.

注意. 二ッノ量ノ比ヲ知ルモ,之ニ依テ二ッノ量ノ大サヲ知ルコトヲ得ズ尙,其二ッノ中ノ一ッヲ知リテ始メテ他ノ一ッヲ求ムルコトヲ得ルナリ.

問題 308. 二ッノ直線ノ比ハ $\frac{5}{6}$ ニシテ大ナル方ノ長サハ 2 間ナリ,小ナル方ノ長サヲ求ム.

問題 309. 二ッノ平面形ノ比ハ $\frac{8}{25}$ ニシテ,小ナル方ノ面積ハ 16 坪ナリ,大ナル方ノ面積ヲ求ム.

---

290. 定理九. 二ッノ量ノ比ハ,其各ヲ同ジ單位ヲ以テ計リテ得タル所ノ二ッノ數ノ比ニ等シ.

二ッノ量ヲ A, B ト名ケ,之ヲ同ジ單位 U ヲ以テ計リテ得タル數ヲ夫々 a, b トセヨ (a, b ハ一般ナル數).

然ルトキハ $\frac{A}{B}=\frac{a}{b}$ ナルベシ.

證明. $A=aU$, $B=bU$.

依テ $U=\frac{1}{b}B$. $\therefore$ $A=a(\frac{1}{b}B)=\frac{a}{b}B$.

$$\therefore \frac{A}{B}=\frac{a}{b}. \qquad (288)$$

例. 例ヘバ或ル二ツノ量A,Bヲ同ジ單位ヲ以テ計リテ得タル數ガ $\sqrt{2}$ 及3ナレバ $\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ ナリ.

又4間ノ長サガ6間ノ長サニ對スルノ比ハ,4ノ6ニ對スルノ比即チ$\frac{2}{3}$トイフ分數ニ等シ.

又正三角形ノ一ツノ内角Aト正五角形ノ一ツノ内角Bトノ比ヲ求メンニ $A=\frac{2}{3}$直角, $B=\frac{6}{5}$直角 ナルヲ以テ $\frac{A}{B}$ハ$\frac{2}{3}$ノ$\frac{6}{5}$ニ對スルノ比即チ$\frac{2}{3}$ヲ$\frac{6}{5}$ニテ割リタル商$\frac{5}{9}$トイフ分數ニ等シ.

---

291. 定理一〇. 比ノ兩項ニ同ジ數ヲ掛クルモ,其比ハ原ノ比ニ等シ.

$\frac{A}{B}$ ハ一ツノ比ニシテ m ハ任意ノ數ナリトセヨ.

然ルトキハ $\frac{mA}{mB}=\frac{A}{B}$ ナルベシ.

證明. $\frac{A}{B}=r$ トセバ $A=rB$. (288)

$$\therefore mA=m(rB)=r(mB).$$

$$\therefore \frac{mA}{mB}=r. \qquad (287)$$

$$\therefore \frac{mA}{mB}=\frac{A}{B}.$$

292. 定理一一. 二ツノ量ガ共ニ第三量ニ對スル比ノ和或ハ差ハ,此二ツノ量ノ和或ハ差ガ第三量ニ對スル比ニ等シ.

A,B,C ハ同ジ種類ノ三ツノ量ナリトセヨ.

然ルトキハ $\frac{A}{C}\pm\frac{B}{C}=\frac{A\pm B}{C}$ ナルベシ.

證明. $\frac{A}{C}=a$, $\frac{B}{C}=b$ ナリトセヨ.

然レバ $A=aC$, $B=bC$. (288)

$$\therefore A+B=aC+bC=(a+b)C.$$

$$\therefore \frac{A+B}{C}=a+b. \qquad (287)$$

$$\therefore \frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}.$$

〔差ノ場合ハ生徒自ラ證明スベシ〕

---

293. 定義四. 一ツノ比ガ,他ノ多クノ比ノ積ニ等シキトキハ,初メノ比ヲ後ノ多クノ比ノ相乘比或ハ複比ト稱ス.

例ヘバ $\frac{A}{B}=\frac{2}{3}$, $\frac{P}{Q}=\frac{7}{5}$, $\frac{X}{Y}=\frac{14}{15}$ ナラバ

$\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$ ナルヲ以テ

$\frac{X}{Y}$ ハ二ツノ比 $\frac{A}{B}$ ト $\frac{P}{Q}$ トノ相乘比ナリ.

此事ヲ次ノ如ク書ク $\frac{X}{Y}=\frac{A}{B}\times\frac{P}{Q}$.

比ガ三ツ以上ノ場合ニ於テモ同樣ナリ.

294. 定理一二. 同シ種類ノ三ッノ量アリテ,第一ノ第二ニ對スル比ト,第二ノ第三ニ對スル比トノ相乘比ハ,第一ノ第三ニ對スル比ニ等シ.

三ッノ量ヲ A,B,C トセバ $\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}=\frac{A}{C}$ ナルベシ.

證明. $\frac{A}{B}=m,\quad \frac{B}{C}=n$ トセヨ.

然レバ $A=mB,\quad B=nC.$ (288)

$\therefore\ A=m(nC)=(mn)C.$

$\therefore\ \frac{A}{C}=mn.$ (287)

即チ $\frac{A}{C}=\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}$

注意. 此理ヲ推シテ一般ニ次ノ定理ヲ得.

$$\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}\times\frac{C}{D}\times\ldots\ldots\times\frac{H}{K}=\frac{A}{K}.$$

---

295. 定義五. 相等シキ二ッノ比ノ相乘比ヲ,各ノ比ノ二乘比或ハ平方比ト稱ス.

或ル比ノ二乘比ヲ書キ表ハスニハ,其比ノ右肩ニ小サク2ヲ附ス. 例ヘバ $\frac{A}{B}=\frac{P}{Q}$ ナルトキ $\frac{A}{B}\times\frac{P}{Q}$ ハ $\frac{A}{B}$ 或ハ $\frac{P}{Q}$ ノ二乘比ニシテ,此事ヲ次ノ如ク書ク.

$$\frac{A}{B}\times\frac{P}{Q}=\left(\frac{A}{B}\right)^2=\left(\frac{P}{Q}\right)^2.$$

相等シキ三ッノ比ノ相乘比ヲ,各ノ比ノ三乘比或ハ立方比ト稱ス.

一ッノ比ノ三乘比ヲ示スニハ其比ノ右肩ニ小サク3ヲ書ク. 例ヘバ $\left(\frac{A}{B}\right)^3$ ノ如シ.

296. 定義六. 一ッノ比ノ上項ト下項トヲ交換シタル比ヲ,原ノ比ノ反比或ハ逆比ト稱ス.

例ヘバ $\frac{A}{B}$ ト $\frac{B}{A}$ トハ互ニ他ノ反比ナリ.

注意. $\frac{A}{B}$ ガ r トイフ數ニ等シケレバ, $\frac{B}{A}$ ハ r ノ逆數 $\frac{1}{r}$ ニ等シ. 何トナレバ $A=rB$ ナル故 (288)

$B=A\div r=\frac{1}{r}A.\qquad \therefore\ \frac{B}{A}=\frac{1}{r}.$ (287)

之ニ依テ互ニ反比ナル二ッノ比ノ相乘ハ1ニ等シ.

比　例

297. 定義七. 四ッノ量アリテ,第一ノ第二ニ對スル比ガ第三ノ第四ニ對スル比ニ等シキトキハ四ッノ量ハ比例ヲナス或ハ之ヲ比例量ナリト稱ス.

四ッノ量ガ比例ヲナストキハ,第一ト第二トハ同種類ノ量ナリ,又第三ト第四トハ他ノ同種類ノ量ナリ,或ハ四ットモ同種類ノ量ナリ.

二ッノ比ガ相等シトイフコトヲ書キ表ハス所ノ式ヲ比例式ト稱ス,或ハ略シテ比例トモ謂フ.

例ヘバ $\frac{A}{B}=\frac{P}{Q}$ ハ一ッノ比例式ナリ.

比例式ハ又次ノ如ク書ク $A:B::P:Q$.

斯ク書カレタルトキハAトQヲ比例ノ外項ト稱シ,BトPヲ比例ノ內項ト稱ス.

又QヲA,B,Pノ第四比例項ト稱ス.

一[illegible]テハ初メノ書キ方ニ遵フベシ)

298. 定義八. 同ジ種類ノ三ッノ量アリテ,第一ノ第二ニ對スルノ比ガ,第二ノ第三ニ對スル比ニ等シキトキハ,此三ッノ量ハ連比例ヲナスト謂フ.

第二ヲ第一ト第三トノ間ノ比例中項,第三ヲ第一ト第二ノ第三比例項ト稱ス.

例ヘバ同ジ種類ノ三ッノ量A,B,Cアリテ,若シ $\frac{A}{B}=\frac{B}{C}$ ナラバ,BハAトCノ間ノ比例中項ニシテ,CハAトBノ第三比例項ナリ.

(問題310). BガA,Cノ比例中項ナルトキハ,$\frac{A}{C}$ ハ $\frac{A}{B}$ 或ハ $\frac{B}{C}$ ノ二乘比ニ等シ.

---

299. 定理一三. 二ッノ比ガ相等シケレバ,其反比モ亦相等シ.

[此定理ヲ反轉ノ理ト稱ス]

證明. (生徒自ラ證明スベシ)

300. 定理一四. 同ジ種類ノ四ッノ量ガ比例ヲナストキハ,第一ノ第三ニ對スル比ハ,第二ノ第四ニ對スル比ニ等シ.

[此定理ヲ更迭ノ理ト稱ス]

A, B, C, Dハ同種類ノ量ニシテ $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ トセヨ.

然ルトキハ $\frac{A}{C}=\frac{B}{D}$ ナルベシ.

證明. $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=r$ トセヨ.

然レバ $A=rB,\quad C=rD.$ (288)

$\therefore \frac{A}{C}=\frac{rB}{rD}=\frac{B}{D}.$ (291)

注意. A, Cガ異種類ノ量ナルトキハ,此定理ハ意味ナシ.

301. 定理一五. 四ッノ量ガ比例ヲナストキハ,第一,第二ノ和或ハ差ガ第二ニ

對スル比ハ,第三,第四ノ和(或ハ差)ガ第四ニ對スル比ニ等シ. [此定理ニ於テ和ノ場合ヲ合比ノ理ト稱シ,差ノ場合ヲ除比ノ理ト稱ス]

$$\frac{A}{B}=\frac{P}{Q}$$ ナリトセヨ.

然レバ $$\frac{A+B}{B}=\frac{P+Q}{Q}$$ 及 $$\frac{A\sim B}{B}=\frac{P\sim Q}{Q}$$ ナルベシ.

證明 $$\frac{A}{B}+1=\frac{P}{Q}+1.$$ 即チ $$\frac{A}{B}+\frac{B}{B}=\frac{P}{Q}+\frac{Q}{Q}.$$

$$\therefore\ \frac{A+B}{B}=\frac{P+Q}{Q} \qquad (292)$$

[差ノ場合ハ生徒自ラ證明スベシ]

302. 系. $\frac{A}{B}=\frac{P}{Q}$ ナラバ $\frac{A+B}{A\sim B}=\frac{P+Q}{P\sim Q}$.

303. 定理一六. 相等シキ數多ノ比ニ於テ,其總テノ上項ノ和ガ總テノ下項ノ和ニ對スルノ比ハ,又是等ノ比ニ等シ. 但シ,量ハ總テ同種類ノ量ナリトス.

[此定理ヲ加比ノ理ト稱ス]

A, B, C,......ハ皆同種類ノ量ニシテ

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}=\ldots\ldots$$ ナリトセヨ.

然ルトキハ $$\frac{A+C+E+\ldots\ldots\ldots}{B+D+F+\ldots\ldots\ldots}=\frac{A}{B}$$ ナルベシ.

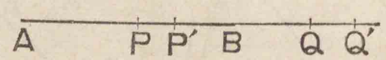
證明. [生徒自ラ證明セヨ]

第五編
比及比例ノ應用

第一章
比例線

304. 定理一. 一ツノ有限直線ガ二ツノ點ニ於テ內分或ハ外分サルヽトキハ,其二ツノ分ノ比ハ相等シカラズ.

AB ヲ一ツノ有限直線トシ, P, P′ ハ二ツノ內分點ニシテ又 Q, Q′ ハ二ツノ外分點ナリトセヨ.



然ルトキハ二ツノ比 $\frac{PA}{PB}$ ト $\frac{P'A}{P'B}$ トハ相等シカラズ.

又二ツノ比 $\frac{QA}{QB}$ ト $\frac{Q'A}{Q'B}$ トモ相等シカラザルベシ.

證明 若シ $\frac{PA}{PB}=\frac{P'A}{P'B}$ ナル比例式ガ成リ立ツモノトスレバ合比ノ理ニヨリ次ノ比例式ヲ得.

$$\frac{PA+PB}{PB}=\frac{P'A+P'B}{P'B}, \quad \text{即チ}\quad \frac{AB}{PB}=\frac{AB}{P'B} \qquad (301)$$

$$\therefore\quad PB=P'B. \qquad (286)$$

コレ不合理ナリ.

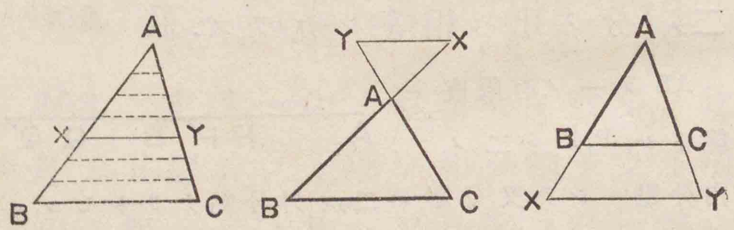
故ニ二ツノ比 $\frac{PA}{PB}$ ト $\frac{P'A}{P'B}$ トハ相等シカラズ.

次ニ,又二ツノ比 $\frac{QA}{QB}$ ト $\frac{Q'A}{Q'B}$ トガ相等シカラザルコトハ除比ノ理(301)ニヨリテ同樣ニ證明スルヲ得.

---

305. 定理二. 三角形ノ底邊ニ平行ナル直線ハ,二ツノ邊ヲ相等シキ比ニ内分或ハ外分ス.

三角形ABCニ於テ底邊BCニ平行ナル直線ガ二ツノ邊AB,AC或ハ其延長ト交ル點ヲ夫々X,Yトセヨ.



然ルトキハ $\frac{AX}{BX}=\frac{AY}{YC}$ ナルベシ.

證明. 先ツAXトXBトハ通約スベキモノニシテAXハ其公度ノm倍ニ等シク,XBハ其n倍ニ等シト假定セヨ,即チ $\frac{AX}{XB}=\frac{m}{n}$.

今AXヲm個ニ等分シ,XBヲn個ニ等分セヨ.

然レバ其總テノ部分ハ相等シ.

ABヲ分チタル總テノ分點ヲ過リBCニ平行線ヲ引キACト交ラシメヨ

然レバACハ又是等ノ平行線ノタメニ相等シキ部分ニ分タレ,而シテAYハ其一部分ノm倍ニ等シクYCハ其n倍ニ等シ.

〔此理ハ生徒自ラ證明スベシ. 第一編作圖題一〇(121)ノ證明ト全ク同樣ナリ〕

$$\therefore \quad \frac{AY}{YC}=\frac{m}{n},$$

$$\therefore \quad \frac{AX}{XB}=\frac{AY}{YC}.$$

次ニAXトXBトガ通約スベカラザル場合ニ於テモ此定理ノ尚眞ナルコトヲ證明スルヲ得.然レドモ其證明ハ稍困難ナルヲ以テ爰ニ之ヲ省ク.

〔附錄III(311ページ)ヲ見ルベシ〕.

306. 系. $\frac{AB}{AX}=\frac{AC}{AY}$, $\frac{AB}{XB}=\frac{AC}{YC}$,

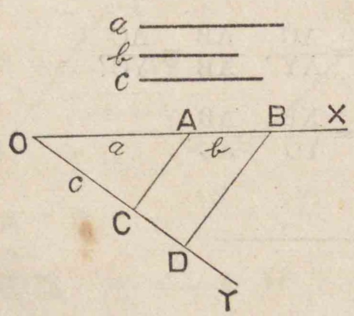
$$\frac{AX}{AY}=\frac{XB}{YC}=\frac{AB}{AC}.$$

問題311. 三角形 ABC ニ於テ AB=5寸 ニシテ AC=7寸ナリ,今底邊 BC ニ平行ナル直線ガ AB ヲ 2寸ト3寸トニ分ツ,然レバ此直線ガ AC ヲ分ツ二ツノ部分ノ長サ如何.

(**問題312**). 三角形ノ底邊ニ平行ナル數多ノ直線ガ二ツノ邊ヲ多クノ部分ニ分ツ,然ルトキハ相對應スル部分ノ比ハ皆相等シ.

---

307. 作圖題一. 與ヘラレタル三ツノ有限直線ノ第四比例項ヲ求ムルコト.



a, b, c ヲ與ヘラレタル三ツノ有限直線トセヨ.

a, b, c ノ第四比例項ニ相當スベキ直線ヲ求ム.

作圖 一ツノ點 O ヲ取リ之ヲ過ル任意ノ二ツノ直線 OX, OY ヲ引ケ.

OX 上ニ a ニ等シク OA ヲ, b ニ等シク AB ヲ取レ.

又 OY 上ニ c ニ等シク OC ヲ取レ.

A, C ヲ結ビ付ケ,B ヲ過リ AC ニ平行ナル直線ヲ引キ OY ト D ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ CD ハ求ムル直線ニシテ $\frac{a}{b}=\frac{c}{CD}$ ナリ.

證明. [定理二ニヨリテ明ナリ]

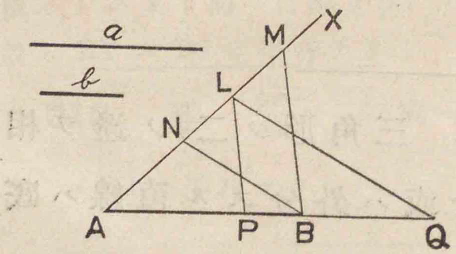
注意. 比例ヲナスベキ四ツノ直線ノ中,孰レカ三ツヲ知レバ他ノ一ツハ常ニ之ヲ求ムルコトヲ得.

---

308. 作圖題二. 與ヘラレタル一ツノ有限直線ヲ,與ヘラレタル比ニ等シキ二ツノ部分ニ内分或ハ外分スルコト.

AB ヲ與ヘラレタル有限直線トシ, a 及 b ヲ與ヘラレタル任意ノ二ツノ長サトセヨ.

AB ヲ内分及外分シ,其二ツノ分ノ比ヲ $\frac{a}{b}$ ニ等シカラシムルヿヲ求ム.



作圖. A ヲ過リテ任意ノ直線 AX ヲ引キ,此上ニ AL ヲ a ニ等シク取リ, LM 及 LN ヲ各 b ニ等シク取レ. M,N ヲ B ニ結ビ付ケヨ.

L ヲ過リ MB, NB ニ夫々平行線ヲ引キ AB 及其延長ト P 及 Q ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ P 及 Q ハ求ムル内分點及外分點ニシテ

$$\frac{PA}{PB}=\frac{QA}{QB}=\frac{a}{b}.$$

證明. [定理二ニヨリテ明ナリ]

注意一. モシ a ガ b ニ等シケレバ,與ヘラレタル直線ヲ相等シキ二ツノ部分ニ分ツコトヽナルヲ以テ求ムル内分點ハ直線ノ中點ナリ然レドモ此場合ニ於テハ外分點ナキコト明ナリ.

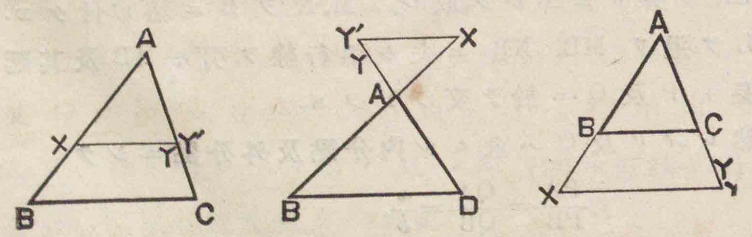
注意二. 求ムル内分點及外分點ハ孰レモ唯一ツノモノナルコト定理一(304)ニヨリテ明ナリ.

問題313. 長サ3尺ノ直線ヲ比 $\frac{7}{5}$ ニ等シク内分及外分スルトキ,其各分ノ長サヲ計算スルコト.

問題314. 與ヘラレタル一ツノ有限直線ヲ,多クノ與ヘラレタル有限直線ト相等シキ比ヲ有スル多クノ部分ニ分ツコト.

---

309. 定理三. 三角形ノ二ツノ邊ヲ相等シキ比ニ内分或ハ外分スル直線ハ底邊ニ平行ナリ.



直線XYハ三角形ABCノ二ツノ邊AB, ACヲ夫々X, Yニ於テ共ニ内分或ハ外分シ.

$$\frac{AX}{XB}=\frac{AY}{YC}$$ ナリトセヨ.

然ルトキハXYハBCニ平行ナルベシ.

證明. X點ヲ過リBCニ平行線ヲ引キ,BCトY'ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ $\frac{AX}{XB}=\frac{AY'}{Y'C}$. (305)

然ルニ $\frac{AX}{XB}=\frac{AY}{YC}$. (假設)

$\therefore \frac{AY'}{Y'C}=\frac{AY}{YC}$.

之ニ依テ觀レバY'及YハABヲ相等シキ比ニ分ツ而シテ共ニ内分點ナルカ或ハ共ニ外分點ナリ.

故ニY'ハYト同一ノ點ナリ. (304)

故ニXYハBCニ平行ナリ.

310. 系. $\frac{AX}{AB}=\frac{AY}{AC}$ 或ハ $\frac{XB}{AB}=\frac{YC}{AC}$ ナレバ,XYハBCニ平行ナリ.

---

311. 定義一. 一ツノ有限直線ガ任意ノ相等シキ比ニ内分及外分サルヽトキハ,此直線ハ此二ツノ點ニ於テ調和ニ分タレタリト稱ス.

例ヘバ有限直線ABガP, Qニ於テ内分及外分セ

ラレ $\frac{PA}{PB}=\frac{QA}{QB}$ ナレバ AB ハ P, Q ニ於テ調和ニ分タレタリト稱ス

而シテ四ツノ點 A,P,B,Q ハ**調和列點**ナリト稱ス.

又 P,Q ハ A,B ニ就テ各他ノ**調和共軛點**ナリト稱ス.

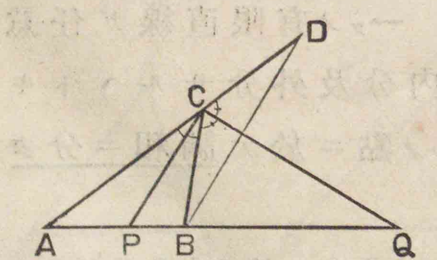
(問題315). 二ツノ點 P,Q ガ直線 AB ヲ調和ニ分ツトセバ,二ツノ點 A,B ハ又直線 PQ ヲ調和ニ分ツ.

(問題316). A, P, B, Q ガ調和列點ニシテ M ガ AB ノ中點ナラバ, MA ハ MP, MQ ノ比例中項ナリ.

(問題317). 四ツノ點ガ調和列點ナルトキ,其中ノ三ツヲ知リテ他ノ一ツヲ求ムルコト.

---

312. 定理四. 三角形ノ頂角或ハ之ニ隣ル外角ヲ二等分スル直線ハ底邊ヲ他ノ二ツノ邊ノ比ニ內分或ハ外分ス.



三角形 ABC ニ於テ C ニ於ケル內角及外角ノ二等分線ガ底邊 BC 及其延長ト夫々 P,Q ニ於テ交ルトセヨ.

然ルトキハ $\frac{PA}{PB}$ 及 $\frac{QA}{QB}$ ハ共ニ $\frac{CA}{CB}$ ニ等シカルベシ.

證明. B ヲ過リ PC ニ平行線ヲ引キ AC ノ延長ト D ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ $\angle CDB=\angle ACP$, $\angle CBD=\angle BCP$.

然ルニ $\angle ACP=\angle BCP$. (假設)

$\therefore \angle CDB=\angle CBD$, $\therefore CB=CD$.

サテ PC, BD ハ平行ナルヲ以テ

$$\frac{PA}{PB}=\frac{CA}{CD}. \quad (305)$$

$$\therefore \frac{PA}{PB}=\frac{CA}{CB}$$

次ニ B 點ヲ過リ QC ニ平行線ヲ引クコトニヨリ前ト同様ニシテ $\frac{QA}{QB}=\frac{CA}{CB}$ ナルコトヲ證明スルヲ得. [生徒自ラ證明スルコトヲ要ス]

注意. A,P,B,Q ハ調和列點ナリ.

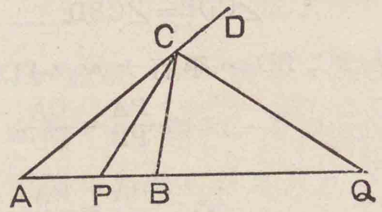
問題318. 二等邊三角形ノ場合ニハ,定理四ハ如何ナルベキカ.

問題319 三角形 ABC ニ於テ三ツノ邊 BC, CA, AB ノ長サハ夫々 9寸, 14寸, 16寸ナリ,頂點 A ニ於ケル內角及外角ノ二等分線ガ BC ヲ內分及外分スル各分ノ長サヲ求ム.

---

313. **定理五.** 三角形ノ底邊ヲ他ノ二ツノ邊ノ比ニ内分或ハ外分スル點ヲ頂點ニ結ビ付クル直線ハ,頂角或ハ之ニ隣ル外角ヲ二等分ス.

三角形 ABC ノ底邊 BC ヲ P 及 Q ニ於テ比 $\frac{CA}{CB}$ ニ内分及外分シタリトセヨ.



然ルトキハ CP ハ角 C ヲ二等分シ, CQ ハ外角 BCD ヲ二等分スベシ.

證明. 角 C ノ二等分線ハ底邊 AB ヲ比 $\frac{CA}{CB}$ ニ内分ス. (312)

然ルニ AB ハ P ニ於テ此比ニ内分セラレタリ. (假設)

而シテ一ツノ有限直線ハ異ナル點ニ於テ同ジ比ニ内分セラルヽコト能ハズ. (304)

故ニ角 C ノ二等分線ハ P ヲ過ラザルベカラズ.

即チ直線 CP ハ角 C ヲ二等分ス.

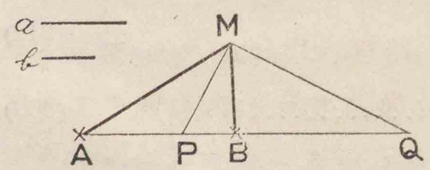
直線 CQ ガ外角 BCD ヲ二等分スルコトモ亦同様ニ證明スルコトヲ得. [生徒自ラ證明セヨ]

314. **定理六.** 與ヘラレタル二ツノ點ヨリノ距離ガ與ヘラレタル比ヲ有スル點ノ軌跡ハ,此二ツノ點ヲ結ビ付クル直線ヲ此比ニ内分及外分スル二ツノ點ヲ結ビ付クル直線ヲ直徑トスル圓周ナリ.

與ヘラレタル二ツノ點 A, B ヨリノ距離ガ與ヘラレタル比 $\frac{a}{b}$ ニ等シキ點ノ軌跡ヲ求メントス.

モシ a ガ b ニ等シケレバ,本題ハ A, B ヨリ等距離ノ點ノ軌跡ヲ求ムルコトヽナルヲ以テ,此軌跡ハ A, B ヲ結ビ付クル直線ヲ直角ニ二等分スル直線ナルコト既ニ知ル所ナリ.

依テ今 a ト b ガ等シカラザル場合ヲ論ズベシ.



M ヲ與ヘラレタル要件ニ適スル點ノ一ツト假定セヨ.

即チ $\frac{MA}{MB}=\frac{a}{b}$.

A, B ヲ結ビ付ケ,之ヲ P 及 Q ニ於テ比 $\frac{a}{b}$ ニ内分及外分セヨ,即チ

$$\frac{PA}{PB}=\frac{QA}{QB}=\frac{a}{b}. \qquad (308)$$

$$\therefore \frac{PA}{PB}=\frac{QA}{QB}=\frac{MA}{MB}. \qquad (假設)$$

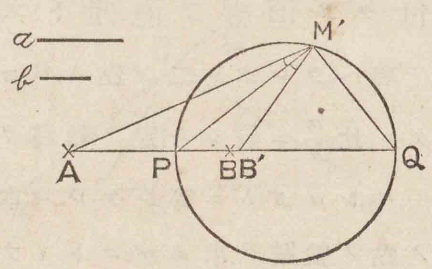
故ニ今 P, Q ヲ M ニ結ビ付クレバ MP ハ角 AMB ヲ二

等分シ MQ ハ其外角ヲ二等分ス (313)

故ニ角 PMQ ハ直角ナリ.

故ニ與ヘラレタル要件ニ適スル點ハ,總テ PQ ヲ直徑トスル圓周ノ上ニ在リ.

次ニ此圓周上ノ點ハ總テ與ヘラレタル要件ニ適スルヿヲ證明セン.



圓周上ニ任意ノ點 M′ ヲ取リ,之ヲ A, P, Q ニ結ビ付ケヨ. M′P ト角 AM′P ニ等シキ角ヲナス直線 M′B′ ヲ引キ AQ ト B′ ニ於テ交ラシメヨ.

然レバ M′P ハ角 AM′B′ ヲ二等分シ又角 PM′Q ハ直角ナルヲ以テ M′Q ハ角 AM′B′ ニ隣レル外角ヲ二等分ス.

$$\therefore \quad \frac{PA}{PB'}=\frac{QA}{QB'} \qquad (312)$$

依テ $\dfrac{PA}{QA}=\dfrac{PB'}{QB'}$ ....(1) (300)

然ルニ $\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{QA}{QB}$ (假設)

依テ $\dfrac{PA}{QA}=\dfrac{PB}{QB}$ ....(2) (300)

(1),(2) ヲ比較シ $\dfrac{PB'}{QB'}=\dfrac{PB}{QB}$ ヲ得.

此比例式ハ直線 PQ ヲ二ツノ點 B 及 B′ ニ於テ相等シキ比ニ内分スルコトヲ示ス.

故ニ B 及 B′ ハ同一ノ點ナリ. (304)

即チ M′B′ ハ M′B ニ合ス. $\therefore \quad \dfrac{M'A}{M'B}=\dfrac{PA}{PB}$ (312)

$$\therefore \quad \frac{M'A}{M'B}=\frac{a}{b}.$$

故ニ A, B ヨリノ距離ノ比ガ $\dfrac{a}{b}$ ニ等シキ點ノ軌跡ハ PQ ヲ直徑トスル圓周ナリ.

問題320. 底邊,高サ,及他ノ二ツノ邊ノ比ヲ與ヘラレ,三角形ヲ作ルコト.

問題321. 底邊,他ノ二ツノ邊ノ比及一ツノ角ヲ與ヘラレ,三角形ヲ作ルコト.

第一章ノ問題

問題322. 與ヘラレタル一ツノ點 P ヲ過リ,與ヘラレタル角 O ノ二ツノ邊ト夫々 A 及 B ニ於テ交ル直線ヲ引キ,$\dfrac{OA}{OB}$ ヲ與ヘラレタル比ニ等シカラシムルヿ.

問題323. 仝上, $\dfrac{PA}{PB}$ ヲ與ヘラレタル比ニ等シカラシムルコト.

問題324. 三角形 ABC ノ邊 BC ノ中點ヲ L トス,二ツノ角 ALB 及 ALC ノ二等分線ガ二ツノ邊 AC, AB ト交ル點ヲ夫々 M, N トスレバ MN ハ BC ニ平行ナリ.

第二章

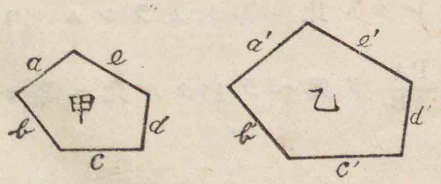
相似直線形

315. 定義二. 一ツノ直線形ノ角ガ夫夫他ノ一ツノ直線形ノ角ト同ジ順ニ相等シケレバ,二ツノ直線形ハ等角ナリト稱ス。

其相等シキ一双ノ角ヲ對應角ト稱シ,相隣ル二双ノ對應角ノ間ニアル一双ノ邊ヲ對應邊ト稱ス.

316. 定義三. 二ツノ直線形ガ等角ニシテ且對應邊ガ比例ヲナストキハ,此二ツノ直線形ハ相似ナリト稱ス.

例ヘバ二ツノ直線形甲及乙ハ等角ニシテ,甲ノ各邊 $a, b, c, \ldots\ldots$ ハ乙ノ各邊 $a', b', c', \ldots$ ニ夫々相對應スルモノトセヨ.



然ルトキ若シ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\cdots\cdots,$ (1)

ナレバ,此二ツノ直線形甲,乙ハ相似ナリト稱ス.

此比例式ニ於テ更迭ノ理(300)ニヨリ次ノ一組ノ比例式ヲ得.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}\\ \frac{b}{c}=\frac{b'}{c'}\\ \frac{c}{d}=\frac{c'}{d'}\\ \cdots\cdots\end{array}\right\} \qquad (2)$$

逆ニ(2)ノ比例式ヨリ(1)ヲ得ルコト容易ナリ.

故ニ二ツノ相似直線形ノ對應邊ガ比例ストイフコトヲ書キ表ハスニ(1)ノ如ク記スモ亦(2)ノ如ク記スモ全ク同ジ事ナリ.

二ツノ直線形甲,乙ガ相似ナルコトヲ示スニ記號∽ヲ用ヒ之ヲ次ノ如ク記ス. 甲∽乙.

注意 二ツノ相似形ノ對應邊ノ比ガ1ニ等シケレバ此二ツハ合同形ナリ. 逆ニ合同形ハ相似形ノ定義ニ適フモノナルコト明ナリ.

故ニ合同形ハ相似形ノ特別ナル場合ナリ.

(問題325). 相似直線形ノ周ノ比ハ,對應邊ノ比ニ等シ.

(問題326). 同ジ邊數ノ二ッノ正多角形ハ互ニ相似ナリ

(問題327). 同ジ直線形ニ相似ナル二ッノ直線形ハ又互ニ相似ナリ.

問題328. 二ッノ相似三角形ノ對應邊ノ比ハ $\frac{3}{2}$ ニシテ邊ノ小ナル方ノ三角形ノ三邊ハ夫々5寸,6寸,及8寸ナリ他ノ三角形ノ三邊ノ長サヲ計算セヨ.

---

317. 定義四. 二ッノ與ヘラレタル直線ガ二ッノ相似直線形ノ對應邊ナルトキハ,此相似直線形ハ與ヘラレタル直線ノ上ニ相似ノ位置ニ在リト謂フ.

318. 三角形ノ相似.

相似三角形ニ於テハ,

一双ノ對應角ニ對スル邊ガ,一双ノ對應邊ナリ. (是レ定義ニヨリテ明ナリ)

二ッノ三角形ハ次ノ三ッノ場合ニ於テ相似ナリ.

I. 三ッノ角ガ夫々相等シキ場合.

II. 一ッノ角ガ相等シク,而シテ之ヲ夾ム邊ガ比例ヲナス場合.

III. 三ッノ邊ガ比例ヲナス場合.

此三ッノ定理ハ甚ダ肝要ナリ,以下次第ニ之ヲ證明ス,本章ノ定理七,八,九ハ即チ是ナリ.

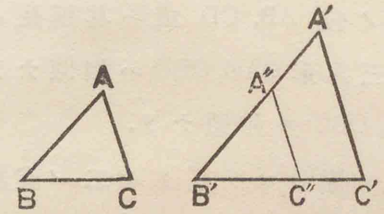
---

319. 定理七. 二ッノ三角形ガ等角ナルトキハ,此二ッノ三角形ハ相似ナリ.

二ッノ三角形 ABC, A′B′C′ ニ於テ

$\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, 從テ $\angle C=\angle C'$ ナリトセヨ.

然ルトキハ二ッノ三角形ハ相似ナルベシ.



證明. 邊 B′A′ ノ上ニ BA ニ等シク B′A″ ヲ取リ,B′C′ ノ上ニ BC ニ等シク B′C″ ヲ取リ, A″,C″ ヲ結ビ付ケヨ.

然レバ二ッノ三角形 ABC, A″B′C″ ハ一ッノ角ガ相等シク,且此角ヲ求ム二ッノ邊ガ夫々相等シキヲ以テ合同ナリ.

故ニ　$\angle B'A''C''=\angle A=\angle A'$.

故ニ A″C″ ハ A′C′ ニ平行ナリ.

$$\therefore\quad \frac{A''B'}{A'B'}=\frac{B'C''}{B'C'} \qquad (306)$$

即チ
$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$$

次ニ C′B′ 及 C′A′ ノ上ニ夫々 CB 及 CA ニ等シキ長サヲ取リ全ク前ト同樣ニシテ

$$\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$$ ヲ得.

$$\therefore\quad \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'.$$

(問題329). 頂角或ハ底角ガ互ニ相等シキ二ッノ二等邊三角形ハ相似ナリ.

問題330. 三角形ABCニ於テ邊ABハACニ等シ,Bヲ中心トシ,BCヲ半徑トスル圓周ガ再ACト交ル點ヲDトスレバ,BCハAC,CDノ比例中項ナリ.

(問題331). 圓ノ二ッノ弦AB,CD或ハ其延長ノ交點ヲOトスレバ,二ッノ三角形OAC,OBDハ相似ナリ.

又二ッノ三角形OAD,OBCモ相似ナリ.

(問題332). 圓外ノ一點Oヨリ引ケル二ッノ直線ノ中一ッハAニ於テ之ニ切シ,他ノ一ッハB及Cニ於テ之ト交ハル然レバOAハOB,OCノ比例中項ナリ.

(問題333). 一ッノ點ヲ過ル任意ノ三ッノ直線ガ二ッノ平行線ヨリ截リ取ル部分ハ比例ヲナス.

(問題334). 前題ノ逆.

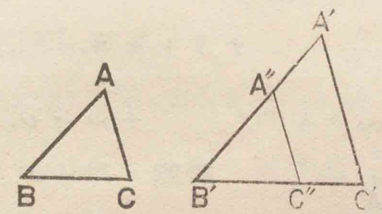
問題335. 梯形ノ二邊ノ延長ノ交點,對角線ノ交點及二ッノ底邊ノ中點ハ同一直線上ニ在リ.

(問題336). 相似三角形ノ底邊ノ比ハ高サノ比ニ等シ. [之ヲ次ノ如ク述ブ,

相似三角形ニ於テハ,底邊ト高サトハ比例ヲナス]

(問題337). 邊ノ數ガ同ジキ二ッノ正多角形ノ周ノ比ハ,之ニ外接或ハ内接スル圓ノ半徑ノ比ニ等シ.

320. 定理八. 二ッノ三角形ニ於テ一ッノ角ガ相等シク且之ヲ夾ム二ッノ邊ガ比例ヲナストキハ,二ッノ三角形ハ相似ナリ.



二ッノ三角形ABC, A'B'C'ニ於テ

$\angle B=\angle B'$

且 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$

ナリトセヨ.

然ルトキハ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ ナルベシ.

證明. B'A'ノ上ニBAニ等シクB''A''ヲ取リ,B'C'ノ上ニBCニ等シクB'C''ヲ取リ,A''C''ヲ結ビ付ケヨ.

然レバ $\frac{A''B'}{A'B'}=\frac{B'C''}{B'C'}$ (假設及作圖)

故ニA''C''ハA'C'ニ平行ナリ. (310)

故ニ $\angle C''A''B'=\angle A'$, $\angle B'C''A''=\angle C'$.

$\therefore$ $\triangle A''B'C'' \backsim \triangle A'B'C'$. (319)

然ルニ二ッノ三角形ABC,A''B'C''ハ一ッノ角并ニ之ヲ夾ム邊ガ夫々相等シキヲ以テ (假設及作圖)

$\triangle ABC \equiv \triangle A''B'C''$. $\therefore$ $\underline{\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'}$.

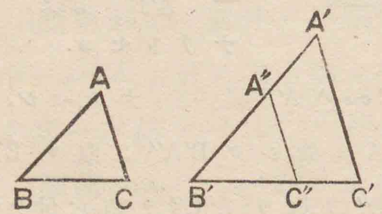
問題338. 二ッノ直線AB, CD或ハ其延長ガOニ於テ交リ $\frac{OA}{OC}=\frac{OD}{OB}$ ナルトキハ,四ッノ點A,B,C,Dハ同一圓周上ニ在リ.

321. 定理九. 一ッノ三角形ノ各邊ガ他ノ一ッノ三角形ノ各邊ト夫々比例ヲナストキハ,此二ッノ三角形ハ相似ナリ.

二ッノ三角形 ABC, A'B'C' ニ於テ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$$ ナリトセヨ.

然ルトキハ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ ナルベシ.



證明. B'A' ノ上ニ BA ニ等シク B'A'' ヲ取リ, B'C' ノ上ニ BC ニ等シク B'C'' ヲ取リ, A'',C'' ヲ結ビ付ケヨ.

然レバ $\frac{A''B'}{A'B'}=\frac{B'C''}{B'C'}$ ナル故 (假設)

A''C'' ハ A'C' ニ平行ナリ. (310)

$\therefore \triangle A''B'C'' \backsim \triangle A'B'C'$. (319)

$\therefore \frac{B'C''}{B'C'}=\frac{C''A''}{C'A'}$. 即チ $\frac{BC}{B'C'}=\frac{C''A''}{C'A'}$.

然ルニ $\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$ (假設)

$\therefore \frac{C''A''}{C'A'}=\frac{CA}{C'A'}$

$\therefore C''A''=CA$. (286)

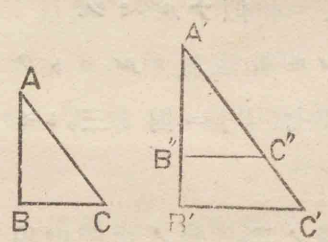
然レバ二ッノ三角形 ABC, A''B'C'' ハ,三ッノ邊夫々相等シ.

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle A''B'C''$. $\therefore \underline{\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'}$.

322. 定理一〇. 二ッノ直角三角形或ハ相等シキ鈍角ヲ有スル二ッノ三角形ニ於テ,直角或ハ鈍角ニ對スル邊ト他ノ一ッノ邊トガ比例スルトキハ,此二ッノ三角形ハ相似ナリ.

二ッノ三角形 ABC, A'B'C' ニ於テ角 B 及 B' ハ共ニ直角或ハ相等シキ鈍角ニシテ,且 $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$ ナリトセヨ.

然ルトキハ $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ ナルベシ.



證明. A'B' ノ上ニ AB ニ等シク A'B'' ヲ取リ, A'C' ノ上ニ AC ニ等シク A'C'' ヲ取レ. B''C'' ヲ結ビ付ケヨ.

然レバ $\frac{A'B''}{A'B'}=\frac{A'C''}{A'C'}$ ナルヲ以テ (假設)

B''C'' ハ B'C' ニ平行ナリ. (310)

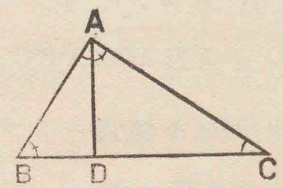
$\therefore \angle B''=\angle B'$

$\therefore \triangle A'B''C'' \backsim \triangle A'B'C'$. (319)

而シテ二ッノ三角形 ABC, A'B''C'' ハ,一ッノ角ハ共ニ直角或ハ相等シキ鈍角ニシテ,之ニ對スル邊及他ノ一ッノ邊ハ夫々相等シ. (假設及作圖)

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle A'B''C''$. $\therefore \underline{\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'}$.

323. 定理一一. 直角三角形ニ於テ直角ノ頂點ヨリ斜邊ヘ引ケル垂線ハ,此三角形ヲ之ニ相似ニシテ又互ニ相似ナル二ツノ三角形ニ分ツ.



三角形ABCニ於テ角Aヲ直角ナリトシ,頂點AヨリBCヘノ垂線ヲADトセヨ. 然ルトキハ三ツノ三角形ABC, DBA, DACハ互ニ相似ナルベシ.

證明. [此三ツノ三角形ハ孰レモ皆等角ナルコトヲ容易ク證明スルヲ得,依テ定理七(319)ニ因リ三ツトモ互ニ相似ナリ]

324. 系. (I) 垂線ハ斜邊ノ二ツノ分ノ比例中項ナリ. (II) 各ノ邊ハ此邊ニ隣ル斜邊ノ分ト斜邊トノ比例中項ナリ.

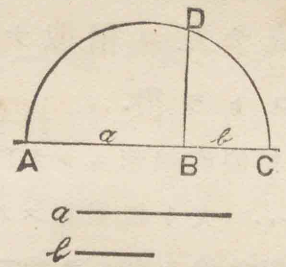
---

325. 作圖題三. 與ヘラレタル二ツノ直線ノ比例中項ヲ求ムルコト.

a, b ヲ與ヘラレタル二ツノ有限直線トセヨ.

a, b ノ比例中項ニ相當スル直線ヲ求ム.

作圖. 任意ノ直線上ニ a ニ等シクABヲ取リ, b



ニ等シクBC(ABノ延長ノ上ニ)ヲ取レ. ACヲ直徑トシテ圓周ヲ書ケ. Bヲ過リACニ垂線ヲ引キ圓周トDニ於テ交ラシメヨ.

BDハ求ムル所ノ長サニシテ $\frac{a}{BD}=\frac{BD}{b}$.

證明. [DヲA,Cニ結ビ324條ニ據ル]

注意. 與ヘラレタル矩形ニ等シキ正方形ノ一邊ヲ求ムル作圖法(269)ト本題トハ全ク同一ナリ其理由ハ後章339條ニ至リテ明ナリ.

(問題339). 相等シカラザル二ツノ直線ノ和ノ半分(之ヲ二ツノ直線ノ等差中項ト稱ス)ハ,此二ツノ直線ノ比例中項ヨリ大ナリ. 二ツノ直線ガ等シケレバ如何.

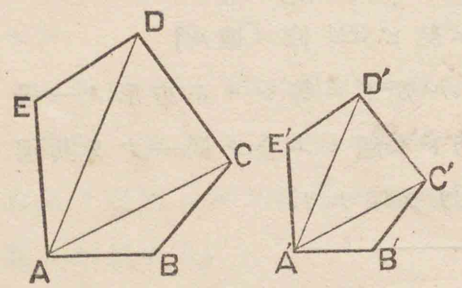
問題340. 圓ノ二ツノ平行ナル切線ガAニ於テ切スル第三ノ切線トP及Qニ於テ交ルトス,然ルトキハ半徑ハAP, AQノ比例中項ナリ.

問題341. 二ツノ圓ガ外切スルトキハ共通ノ切線(切點ヲ過ラザル)ノ其切點ノ間ニ在ル部分ハ二ツノ圓ノ直徑ノ比例中項ナリ.

問題342. 問題332ニ依リ作圖題三ヲ解ケ.

326. 定理一二. 二ツノ相似直線形ハ相對應スル對角線ニ依テ互ニ相似ナル多クノ三角形ニ分ツコトヲ得.

ABC...., A'B'C'....ハ二ツノ相似直線形ニシテ頂點AハA'ニ,BハB'ニ,CハC'ニ,....夫々相對應スルモノトシ,A及A'ヲ過ル總テノ對角線ヲ引キテ此二ツノ直線形ヲ多クノ三角形ニ分チタリトセヨ.



然ルトキハ

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$,

$\triangle ACD \backsim \triangle A'C'D'$,

$\triangle ADE \backsim \triangle A'D'E'$,

....

ナルベシ.

證明. $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, ...

且 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \ldots\ldots$ (假設)

依テ二ツノ三角形ABC, A'B'C'ニ於テ一ツノ角ハ相等シク,之ヲ夾ム二ツノ邊ハ比例ヲナス.

$\therefore$ $\underline{\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'}$ (320)

然レバ $\angle BCA = \angle B'C'A'$, $\frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.

依テ又 $\angle ACD = \angle A'C'D'$, $\frac{AC}{A'C'} = \frac{CD}{C'D'}$.

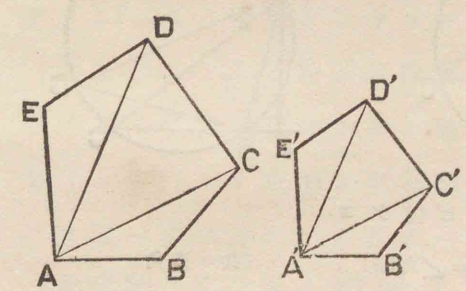
$\therefore$ $\underline{\triangle ACD \backsim \triangle A'C'D'}$. (321)

他ノ三角形ニ就テモ同様ニ證明スルヲ得.

327. 作圖題四. 與ヘラレタル直線ノ上ニ,他ノ與ヘラレタル直線ノ上ニ立ツ直線形ニ相似ニシテ相似ノ位置ニ在ル直線形ヲ作ルコト.

與ヘラレタル二ツノ有限直線ヲAB, A'B'トシ, ABノ上ニ立ツ直線形ヲABCD.....トセヨ.

A'B'ノ上ニ, ABCD.....ニ相似ニシテ相似ノ位置ニ在ル直線形ヲ作ルコトヲ求ム.



作圖. Aヲ過ル總テノ對角線ヲ引ケ. A'ヲ過リ, A'B'ト角BAC, BAD, BAE,....等ニ等シキ角ヲナス直線A'C', A'D', A'E',......ヲ引ケ.

又A'B'ト角ABCニ等シキ角ヲナス直線B'C'ヲ引キ, A'C'トC'ニ於テ交ラシメヨ.

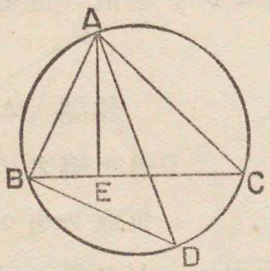
次ニA'C'ト角ACDニ等シキ角ヲナス直線C'D'ヲ引キ, A'D'トD'ニ於テ交ラシメヨ.

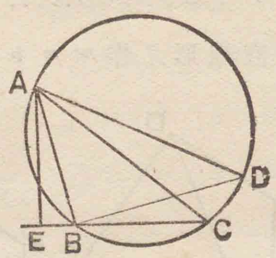
次第ニ斯ノ如クシテ得タル所ノ直線形A'B'C'D'......ハ求ムル所ノモノナリ. [證明ハ生徒自ラ爲セ]

328. 定理一三. 三角形ノ外接圓ノ直徑ハ,三角形ノ高サ及二ツノ邊(底邊ニアラザル)ノ第四比例項ナリ.

ADヲ三角形ABCノ外接圓ノ直徑トシ, AEヲ其高サトセヨ.

然ルトキハ $\frac{AE}{AB}=\frac{AC}{AD}$ ナルベシ.





證明. B, Dヲ結ビ付ケヨ.

然レバ $\begin{cases}\angle ABD=\angle AEC & \text{(共ニ直角)}\\ \angle BDA=\angle BCA & \text{(同ジ弓形ノ含ム角)}\end{cases}$

$\therefore\ \triangle ABD \backsim \triangle AEC.$ (320)

$\therefore\ \frac{AE}{AB}=\frac{AC}{AD}.$

問題343. 三角形ABCノ邊BC或ハ其延長ノ上ニ任意ノ點Dヲ取レバ,二ツノ三角形ABD, ACDノ外接圓ノ直徑ノ比ハ $\frac{AB}{AC}$ ニ等シ. 如何ナル場合ニ於テ此二ツノ圓ハ相等シカルベキカ.

第二章ノ問題

(問題344). 二ツノ四邊形ガ等角ニシテ,且相隣ル二双ノ對應邊ガ比例ヲナストキハ,此兩形ハ相似ナリ.

(問題345). 一ツノ角ガ相等シキ二ツノ平行四邊形ハ其相隣ル二双ノ邊ガ比例ヲナストキハ,相似ナリ.

問題346. 三角形ABCニ於テ邊AB, ACヲ夫々X, Yニ於テ共ニ内分或ハ外分シ $\frac{XA}{XB}=\frac{YA}{YC}=\frac{1}{3}$ ナリ,BY, CXノ交點ヲOトスレバ $\frac{OY}{OB}=\frac{OX}{OC}=\frac{1}{4}$.

(問題347). 二ツノ相似直線形ノ相隣ル二双ノ對應邊ヲ夫々平行ニ置クトキハ他ノ總テノ對應邊モ夫夫互ニ平行トナル,而シテ對應スル頂點ヲ結ビ付クル直線ハ皆平行ナルカ若クバ同一ノ點ヲ過ル.

此交點ヲ二ツノ形ノ**相似ノ中心**ト稱ス.

(問題348). 與ヘラレタル一ツノ點ヲ與ヘラレタル一ツノ直線或ハ圓周上ノ任意ノ點ト結ビ付クル直線ヲ與ヘラレタル比ニ内分若クハ外分スル點ノ軌跡ヲ求ムルコト.

(問題349). 與ヘラレタル三角形ニ正方形ヲ内接スルコト. (問題297ニ同ジ)

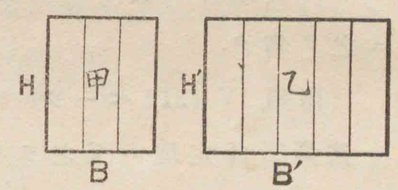
(問題350). 三角形ノ底邊及高サガ夫々6尺及4

尺ナリ,此底邊ノ上ニ一邊ヲ有チテ之ニ內接スル正方形ノ邊ノ長サヲ計算スルコト.

第三章

面積

329. **定理一四.** 相等シキ高サノ矩形ノ比ハ,底邊ノ比ニ等シ.



二ツノ矩形ヲ甲,乙トシ,甲ノ底邊ヲ B,高サヲ H ト名ケ,乙ノ底邊ヲ B′,高サヲ H′ ト名ケ, $H=H'$ ナリトセヨ.

然ルトキハ $\dfrac{甲}{乙}=\dfrac{B}{B'}$ ナルベシ.

證明. 先ツ B ト B′ トハ通約スベキモノニシテ,B ハ其公度ノ m 倍ニ等シク,B′ ハ其 n 倍ニ等シト假定セヨ,即チ $\dfrac{B}{B'}=\dfrac{m}{n}$.

今 B ヲ m 個ニ等分シ,B′ ヲ n 個ニ等分セヨ.
然レバ双方ノ各部分ハ相等シ.
双方ノ各分點ヲ過リ,各其底邊ニ垂線ヲ引ケ.
然レバ甲ハ m 個ノ相等シキ矩形ニ分タレ,乙ハ n 個ノ相等シキ矩形ニ分タル.

而シテ假設ニヨリ $H=H'$ ナル故甲,乙各部分ノ矩形ハ皆合同ナリ.

$$\therefore \quad \frac{甲}{乙}=\frac{m}{n}$$

$$\therefore \quad \frac{甲}{乙}=\frac{B}{B'}$$

次ニ B ト B' トガ互ニ通約スベカラザル塲合ニ於テモ尚此定理ノ眞ナルコトヲ證明スルヲ得. 然レドモ其塲合ニ於ケル證明ハ稍困難ナルヲ以テ爰ニ之ヲ省ク.

〔附錄 IV (312 ページ) ヲ見ルベシ〕

注意 此定理ハ又之ヲ次ノ如ク述ブ.

高サ相等シキ矩形ハ底邊ニ比例ス.

330. 系. 相等シキ高サノ三角形或ハ平行四邊形ノ比ハ其底ノ比ニ等シ.

注意 此定理及系ニ於テ高サト底邊トノ二ッノ語ヲ彼レ此レ交換スルコトヲ得.

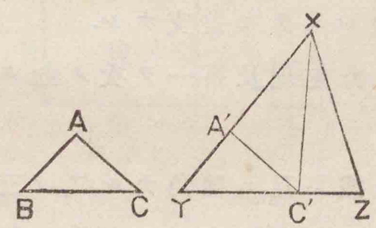
問題 351. 三角形ノ地アリ其面積45坪ナリ,今底邊ヲ2ト3トノ比ニ分チタル點ヲ頂點ニ結ビ付ケ之ヲ二ッノ三角形ニ分ツトキハ其各ノ面積何程.

---

331. 定理一五. 一ッノ角ガ相等シキ二ッノ三角形ノ比ハ,此角ヲ夾ム一ッノ形ノ邊ト他ノ形ノ邊ノ比ノ相乘比ニ等シ.

二ッノ三角形 ABC, XYZ ニ於テ $\angle B=\angle Y$ ナリトセヨ.

然ルトキハ $\dfrac{\triangle ABC}{\triangle XYZ}=\dfrac{AB}{XY}\times\dfrac{BC}{YZ}$. ナルベシ.



證明. 三角形 ABC ヲ三角形 XYZ ノ上ニ置キ角 B ガ角 Y ト合スル樣ニ爲セ.

A', C' ヲ夫々 A, C ノ落ツル點トシ, C', X ヲ結ビ付ケヨ.

然レバ $\dfrac{\triangle A'YC'}{\triangle XYC'}=\dfrac{A'Y}{XY}$, 及 $\dfrac{\triangle XYC'}{\triangle XYZ}=\dfrac{YC'}{YZ}$. (330)

即チ $\dfrac{\triangle ABC}{\triangle XYC'}=\dfrac{AB}{XY}$, 及 $\dfrac{\triangle XYC'}{\triangle XYZ}=\dfrac{BC}{YZ}$.

此二ッノ式ノ兩邊ヲ夫々相乘ズレバ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle XYC'}\times\frac{\triangle XYC'}{\triangle XYZ}=\frac{\triangle ABC}{\triangle XYZ} \quad ナル故 \qquad (294)$$

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle XYZ}=\frac{AB}{XY}\times\frac{BC}{YZ} \quad ヲ得.$$

332. **系一.** 一ッノ角ガ補角ナル二ッノ三角形或ハ一ッノ角ガ相等シキ二ッノ平行四邊形ノ比ハ此角ヲ夾ム一ッノ形ノ邊ト他ノ形ノ邊ノ比ノ相乘比ナリ.

333. **系二.** 各項トモ直線ナル二ッノ比ノ相乘比ハ,上項ノ包ム矩形ガ下項ノ包ム矩形ニ對スル比ニ等シ.

注意一. 之ニ依テ各項トモ直線ナル二ッノ比 $\frac{A}{B}$ ト $\frac{C}{D}$ トノ相乘比 $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}$ ヲ又 $\frac{A.C}{B.D}$ トモ書ク. 即チ $\frac{A.C}{B.D}$ ハ從來用ヒ來リタル如ク矩形 A.C ノ矩形 B.D ニ對スル比ト見做スモ或ハ二ッノ比 $\frac{A}{B}$ ト $\frac{C}{D}$ トノ相乘比ト見做スモ孰レニテモ差支ナシ.

注意二. 系二ニヨリ此定理及系一ヲ次ノ如ク述ブルコトヲ得.

一ッノ角ガ相等シキカ或ハ互ニ補角ナル二ッノ三角形或ハ平行四邊形ノ比ハ,此角ヲ夾ム二ッノ邊ノ包ム矩形ノ比ニ等シ.

問題352. 二ッノ三角形 ABC, DEF ニ於テ $\angle B=67°$, $\angle E=113°$, AB=18寸, BC=15寸, DE=27寸, EF=12寸ナリ,二ッノ三角形ノ比如何.

問題353. 一ッノ角ガ相等シキカ或ハ補角ナル二ッノ三角形ガ相等シケレバ,各ノ形ニ於テ其角ヲ夾ム一ッノ邊ノ比ハ他ノ邊ノ反比ニ等シ.

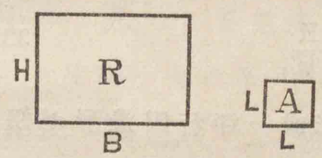
問題354. 與ヘラレタル三角形ニ等シキ正三角形ヲ作ルコト.

---

334. **定理一六.** 矩形ノ面積ヲ表ハス數ハ,其底邊及高サヲ表ハス數ノ積ニ等シ. 但シ同ジ單位ヲ用フ.

[此定理ハ既ニ234條(第三編定理一)ニ於テ之ヲ證明セリ,今又比例ノ理ニ依ル他ノ證明ヲ揭グ]

L ヲ長サノ單位, A ヲ面積ノ單位トセヨ.



矩形 R ノ底邊及高サヲ表ハス數ヲ夫々 b 及 h トシ,面積ヲ表ハス數ヲ r トセヨ.

然ルトキハ　$r=bh$　ナルベシ.

證明. R ト A ハ相等シキ角ヲ有スル平行四邊形ナルヲ以テ　$\frac{R}{A}=\frac{B}{L}\times\frac{H}{L}$　(332)

然ルニ R ノ A ニ於ケル比ハ A ヲ單位トスルトキ R ヲ表ハスベキ數ナリ.

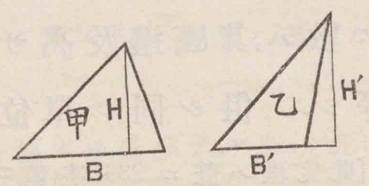
依テ　$\frac{R}{A}=r.$

同樣ニ　$\frac{B}{L}=b,\quad \frac{H}{L}=h.$

$\therefore\ r=bh.$

335. 定理一七. 二ッノ三角形或ハ平行四邊形ノ比ハ,其底邊ノ比及高サノ比ノ相乘比ニ等シ.

甲,乙ハ二ッノ三角形ニシテ,其底邊ヲB及B'トシ高サヲH及H'トセヨ.



然ルトキハ　$\frac{甲}{乙}=\frac{B}{B'}\times\frac{H}{H'}$　ナルベシ.

證明.　甲$=\frac{1}{2}(B.H)$,　乙$=\frac{1}{2}(B'.H')$.　(242)

∴　$\frac{甲}{乙}=\frac{B.H}{B'.H'}=\frac{B}{B'}\times\frac{H}{H'}$　(332)

336. 系. 二ッノ三角形或ハ平行四邊形ガ相等シケレバ,其底邊ノ比ハ高サノ比ノ反比ニ等シ.

之ヲ又次ノ如ク述ブ.

面積不易ナル三角形或ハ平行四邊形ニ於テ底邊ト高サハ反比例ヲナス.

---

337. 定理一八. 四ッノ直線ガ比例ヲナストキハ,第一ト第四トノ包ム矩形ハ第二ト第三ノ包ム矩形ニ等シ.

A,B,C,Dハ四ッノ直線ニシテ $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ ナリトセヨ.

然ルトキハ　A.D=B.C　ナルベシ.

證明.　$\frac{A.D}{B.C}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}$.　(332)

然ルニ　$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$.　(假設)

∴　$\frac{A.D}{B.C}=\frac{C}{D}\times\frac{D}{C}=1.$　(296)

∴　A.D=B.C

注意. 此定理ヲ屢次ノ如ク述ブ.

四ッノ直線ガ比例ヲナストキハ,外項ノ包ム矩形ハ内項ノ包ム矩形ニ等シ.

コレ比例式ヲ又A:B::C:Dト書クヨリ起ル.

338. 系一. 此定理ノ逆モ亦眞ナリ.

[コレ定理一七ノ系(336)ト同シ事ニ歸ス]

339. 系二. 二ッノ直線ノ包ム矩形ハ其比例中項ナル直線ノ上ノ正方形ニ等シ.

此逆モ亦眞ナリ.

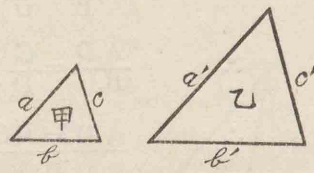
問題355. 定理一八ニ依リ次ノ定理ヲ證明セヨ.

圓ノ二ッノ弦或ハ其延長ガ相交ハルトキハ,各ノ弦ノ分ノ包ム矩形ハ相等シ.

問題356. 三角形ABCノ頂點Aニ於ケル内角或ハ外角ノ二等分線ガBC或ハ其延長トMニ於テ交リ外接圓ノ周トNニ於テ交ルトセバAB, ACノ包ム矩形ハAM, ANノ包ム矩形ニ等シ.

340. 定理一九. 相似三角形ノ比ハ對應邊ノ比ノ二乘比ニ等シ.

甲,乙ヲ二ツノ相似三角形トシ,邊 a ハ a' ニ,b ハ b' ニ,c ハ c' ニ對應スルモノトセヨ.



然ルトキハ $\dfrac{甲}{乙}=\left(\dfrac{a}{a'}\right)^2$ ナルベシ.

證明. 三角形甲ノ二ツノ邊 a, b ノ夾ム角ハ,三角形乙ノ二ツノ邊 a', b' ノ夾ム角ニ等シキヲ以テ (假設)

$$\frac{甲}{乙}=\frac{a}{a'}\times\frac{b}{b'} \qquad (331)$$

然ルニ
$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}. \qquad (假設)$$

$$\therefore \quad \frac{甲}{乙}=\left(\frac{a}{a'}\right)^2.$$

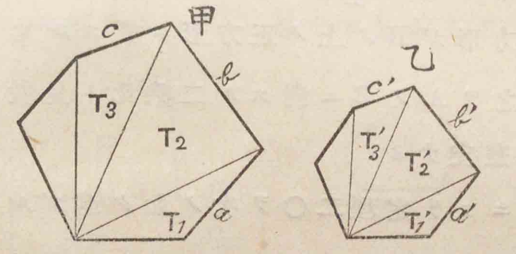
問題357. 相似ナル二ツノ三角形ノ地アリ,其對應邊ノ比ハ $\frac{3}{4}$ ニシテ其大ナル方ノ面積ハ32平方尺ナリ,他ノ三角形ノ面積ヲ求ム.

問題358. 三角形ABCノ二ツノ中線BM, CNガGニ於テ交ル,二ツノ三角形BGC, MGNノ比ヲ求ム.

(**問題359**). 相似三角形ノ比ハ其內接圓或ハ外接圓ノ半徑ノ二乘比ニ等シ.

341. 定理二〇. 相似直線形ノ比ハ對應邊ノ比ノ二乘比ニ等シ.

二ツノ相似直線形ヲ甲,乙トシ,邊 a ハ a' ニ,b ハ b' ニ,c ハ c' ニ,... 對應スルモノトセヨ.



然ルトキハ $\dfrac{甲}{乙}=\left(\dfrac{a}{a'}\right)^2$ ナルベシ.

證明. 對應スル一双ノ頂點ヲ過ル總テノ對角線ヲ引キ,甲ヲ多クノ三角形 $T_1, T_2, T_3, \ldots\ldots$ ニ分チ,乙ヲ $T_1', T_2', T_3', \ldots\ldots$ ニ分ツベシ.

然レバ
$$T_1\backsim T_1',\quad T_2\backsim T_2',\quad T_3\backsim T_3',\ldots\ldots \qquad (326)$$

$$\therefore \quad \frac{T_1}{T_1'}=\left(\frac{a}{a'}\right)^2,\ \frac{T_2}{T_2'}=\left(\frac{b}{b'}\right)^2,\ \frac{T_3}{T_3'}=\left(\frac{c}{c'}\right)^2,\ldots\ldots \qquad (340)$$

然ルニ
$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\ldots\ldots\ldots \qquad (假設)$$

$$\therefore \quad \left(\frac{a}{a'}\right)^2=\left(\frac{b}{b'}\right)^2=\left(\frac{c}{c'}\right)^2=\ldots\ldots$$

$$\therefore \quad \frac{T_1}{T_1'}=\frac{T_2}{T_2'}=\frac{T_3}{T_3'}=\ldots\ldots=\left(\frac{a}{a'}\right)^2.$$

$$\therefore \quad \frac{T_1+T_2+T_3+\ldots\ldots}{T_1'+T_2'+T_3'+\ldots\ldots}=\left(\frac{a}{a'}\right)^2 \qquad (303)$$

即チ
$$\frac{甲}{乙}=\left(\frac{a}{a'}\right)^2.$$

342. 系. 直線ノ比ノ二乘比ハ其直線ノ上ノ正方形ノ比ニ等シ.

注意一. 之ニ依テ二ツノ直線ノ比$\frac{A}{B}$ノ二乘比$\left(\frac{A}{B}\right)^2$ヲ又$\frac{A^2}{B^2}$トモ書ク. 即チ$\frac{A^2}{B^2}$ハ從來用ヒ來リタル如クAノ上ノ正方形ガBノ上ノ正方形ニ對スル比ト見做スモ,或ハ之ヲAノBニ對スル二乘比ト見做スモ,孰レニテモ差支ナシ.

注意二. 系ニヨリ定理二〇ヲ次ノ如ク述ブルコトヲ得.

相似直線形ノ比ハ其對應邊ノ上ノ正方形ノ比ニ等シ.

問題360. 一ツノ直線形ガ常ニ之ニ相似ニシテ,其邊ガ原ノ2倍,3倍,4倍,....ニナルニ從テ其面積ハ原ノ何倍ニナルベキカ.

問題361. 同ジ圓ニ内接スル正方形及正六邊形ノ各邊ノ上ニ作レル正三角形ノ比ヲ求ムルコト.

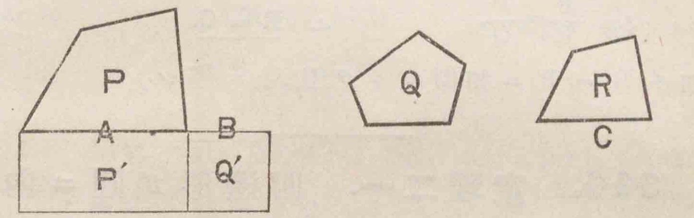
(**問題362**). 邊ノ數ガ同ジキ二ツノ正多角形ノ比ハ之ニ内接或ハ外接スル圓ノ半徑ノ二乘比ニ等シ.

問題363. 比例ヲナス四ツノ直線ノ第一ト第二ノ上ニ一双ノ相似直線形ヲ相似ノ位置ニ書キ,又第三ト第四ノ上ニ他ノ一双ノ相似直線形ヲ相似ノ位置ニ書クトキハ此四ツノ直線形ハ比例ヲナス.

343. 作圖題五. 與ヘラレタル二ツノ直線形ノ一ツニ等シクシテ他ニ相似ナル直線形ヲ作ルコト.

與ヘラレタル二ツノ直線形ヲP及Qトセヨ.

Pニ相似ニシテQニ等シキ直線形ヲ作ルコトヲ求ム.



作圖. Pノ一邊Aヲ底邊トシPニ等シキ矩形P′ヲ作レ. (269ノ注意及270)

P′ト同ジ高サヲ有チ,Qニ等シキ矩形Q′ヲ作レ.(仝前)

Q′ノ底邊ヲBトセヨ.

二ツノ邊AトBトノ比例中項Cヲ得ヨ. (325)

CヲAノ對應邊トシテ此上ニPニ相似ナル直線形Rヲ作レ. (327)

Rハ求ムル所ノ直線形ナリ.

證明. $P=P'$, $Q=Q'$, $R\backsim P$. (作圖)

$$\therefore \frac{P}{R}=\left(\frac{A}{C}\right)^2.$$

然ルニ作圖ニヨリ $\frac{A}{C}=\frac{C}{B}$ ナル故 $\frac{A}{B}=\left(\frac{A}{C}\right)^2$.

$$\therefore\ \frac{P}{R}=\frac{A}{B}.$$

然ルニ又P',Q'ハ高サ相等シキヲ以テ

$$\frac{P'}{Q'}=\frac{A}{B}. \qquad (329)$$

即チ

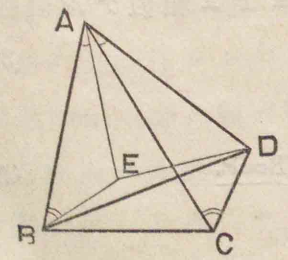
$$\frac{P}{Q}=\frac{A}{B}. \qquad (作圖)$$

$$\therefore\ \frac{P}{R}=\frac{P}{Q}. \qquad \therefore\ R=Q.$$

即チ R ハ P ニ相似ニシテ且 Q ニ等シ.

344. 定理二一. 四邊形ガ圓ニ内接シ得ルト,否ラザルトニ從テ,其二ツノ對角線ノ包ム矩形ハ相對スル邊ノ包ム矩形ノ和ニ等シ,或ハ之ヨリ小ナリ.

四邊形 ABCD ガ圓ニ内接スルト否ラザルトニ從テ $\overline{AC}\cdot\overline{BD} \leqq \overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}$ ナルベシ.



證明. 角 CAD ニ等シク角 BAE ヲ作レ.
又角 ACD ニ等シク角 ABE ヲ作レ.
AE ト BE トノ交リヲ E トセヨ.

四邊形 ABCD ガ圓ニ内接スルト否ラザルトニ從テ角 ABD ハ角 ACD ニ等シ或ハ等シカラザルヲ以テ,E

點ハ對角線ノ上ニ在リ或ハ其上ニ在ラズ.

サテ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (319)

$$\therefore\ \frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CD}$$

$$\therefore\ \overline{AC}\cdot\overline{BE}=\overline{AB}\cdot\overline{CD}\ ....(\mathrm{i}) \qquad (337)$$

次ニ E, D ヲ結ビ付ケヨ.

然レバ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (コレ生徒自ラ證明スベシ)

$$\therefore\ \frac{BC}{ED}=\frac{AC}{DA}$$

$$\therefore\ \overline{AC}\cdot\overline{ED}=\overline{BC}\cdot\overline{DA}.\ ......(\mathrm{ii}) \qquad (337)$$

(i),(ii) ノ兩式ヲ節々相加フレバ

$$\overline{AC}\cdot\overline{BE}+\overline{AC}\cdot\overline{ED}=\overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}$$

即チ

$$\overline{AC}\cdot\overline{BE+ED}=\overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}$$

四邊形ガ圓ニ内接スルト否ラザルトニ從テ

$$BD \leqq BE+ED.$$

故ニ二ツノ場合ニ於テ夫々

$$\overline{AC}\cdot\overline{BD} \leqq \overline{AB}\cdot\overline{CD}+\overline{BC}\cdot\overline{DA}$$

345. 系. 四邊形ノ二ツノ對角線ノ包ム矩形ガ相對スル邊ノ包ム矩形ノ和ニ等シケレバ,之ニ外接スル圓ヲ畫クコトヲ得.

定理二一ニ於テ四邊形ガ圓ニ内接スル場合ヲとれみー(Ptolemy)ノ定理ト稱ス.

とれみーハ希臘人ニシテ第二世紀時代ノ人ナリ.

問題364. 圓ニ內接スル四邊形ノ對角線ガ互ニ垂線ナレバ,相對スル邊ノ包ム矩形ノ和ハ四邊形ノ二倍ナリ.

問題365. 正三角形ノ外接圓周上ノ任意ノ點ヨリ最遠キ頂點マデノ距離ハ他ノ二ッノ頂點マデノ距離ノ和ニ等シ.

第三章ノ問題

問題366. 二ッノ有限直線ノ包ム矩形ハ其各ノ上ノ正方形ノ比例中項ナリ.

問題367. 三角形ABCノ各邊ノ上ニ夫々X,Y,Z點ヲ $\frac{XB}{XC}=\frac{YC}{YA}=\frac{ZA}{ZB}=\frac{1}{2}$ ナル樣ニ取ルトキハ,二ッノ三角形ABCトXYZトノ比如何.

問題368. 三角形ABCノ面積ハ50坪ナリ,今邊AB上ニ一點Pヲ取リ $\frac{PA}{PB}=\frac{2}{3}$ ナラシメPヲ過リ邊BCニ平行線ヲ引クトキハ,三角形ABCハ幾坪ヅツニ分タルベキカ.

第五編ノ問題

問題369. 三角形ABCノ角Aヲ二等分スル直線ガBCトXニ於テ交リ,角AXB及AXCヲ二等分スル直線ガAB,ACト夫々Y及Zニ於テ交ルトス,然ルトキハ三角形BYZ, BYZノ比ハAB, ACノ比ニ等シ.

問題370. 四邊形ABCDノ對角線ノ交點ヲOトス,三角形ABD, ACDノ比ハAO, COノ比ニ等シ.

問題371. 同上. 若シABCDガ圓ニ內接スルトキハ,矩形 $\overline{AB}\cdot\overline{AD}$, $\overline{BC}\cdot\overline{CD}$ ノ比ハAO, COノ比ニ等シ.

問題372. 與ヘラレタル三角形ニ相似ナル三角形ノ一ッノ頂點ハ一ッノ定マリタル點ニ在リ第二ノ頂點ハ常ニ定マリタル直線(或ハ圓周)ノ上ニ在リ,第三ノ頂點ノ軌跡ヲ求ムルコト.

[問題348ハ本題ノ特別ナル塲合ナリ]

問題373. 與ヘラレタル一ッノ點ヲ一ッノ頂點トシ他ノ二ッノ頂點ハ夫々與ヘラレタル二ッノ直線(或ハ一ッノ直線ト一ッノ圓周,或ハ二ッノ圓周)ノ上ニ在リテ與ヘラレタル三角形ニ相似ナル三角形ヲ畫クコト.

[直線ノ塲合ハ220條例題四ニ於テ旣ニ之ヲ解キタリ]

(**問題374**). 與ヘラレタル二ッノ直線ヨリノ距離ノ比ガ與ヘラレタル比ヲ有スル點ノ軌跡.

問題375. 與ヘラレタル三ツノ直線ヨリノ距離ノ比ガ與ヘラレタル比ヲ有スル點ヲ求ムルコト.

問題376. 直角三角形ノ斜邊ノ上ニ畫ケル任意ノ直線形ハ,他ノ二ツノ邊ノ上ニ之ト相似ニシテ相似ノ位置ニ畫ケル直線形ノ和ニ等シ.

(**問題377**). 三角形ABCノ三ツノ頂點ヲ任意ノ一ツノ點ニ結ビ付クル直線ガ三ツノ邊BC, CA, AB或ハ其延長ト交ル點ヲ夫々X,Y,Zトスレバ$\frac{XB}{XC}\times\frac{YC}{YA}\times\frac{ZA}{ZB}=1.$

(**問題378**). 前題ノ逆ヲ證明セヨ.

問題379. 三角形ノ內接圓若クハ傍接圓ガ邊ニ切スル點ト頂點トヲ結ブ三ツノ直線ハ同ジ點ヲ過ル.

(**問題380**). 一ツノ直線ガ三角形ABCノ三ツノ邊BC, CA, AB或ハ其延長ト交ル點ヲ夫夫X,Y,Zトスレバ

$$\frac{XB}{XC}\times\frac{YC}{YA}\times\frac{ZA}{ZB}=1.$$

(**問題381**). 前題ノ逆ヲ證明セヨ.

問題382. 三角形ノ三ツノ外角ヲ二等分スル直線ガ邊ト交ル三ツノ點ハ同一直線上ニ在リ.

(**問題383**). 二ツノ圓ノ共通切線ノ各双ノ交點ハ其

問題377ハ之ヲせゔあ(Céva)ノ定理ト稱ス. せゔあハ第十七世紀時代ノ伊太利人ナリ.

問題380ハ之ヲめねらうす(Ménélaüs)ノ定理ト稱ス. めねらうすハ第一世紀時代ノ希臘人ナリ.

二ツノ中心ヲ結ビ付クル直線ヲ半徑ノ比ニ內分或ハ外分ス.

[此二ツノ點ヲ二ツノ圓ノ相似ノ中心ト稱ス. 而シテ之ヲ內心及外心ニ區別ス]

問題384. 二ツノ圓ノ互ニ平行ナル直徑ノ兩端ヲ過ル直線ハ共ニ相似ノ中心ヲ過ル.

問題385. 二ツノ圓ノ相似ノ中心Oヲ過リ,任意ノ直線ヲ引キ,一ツノ圓トP, P'ニ於テ交ラシメ他ノ圓トQ, Q'ニ於テ交ラシム(但シOPガOP'ヨリ小ナレバ,OQハOQ'ヨリ小ナリトス)然ルトキハPトQ(或ハP'トQ')ヲ其圓ノ中心ニ結ブ直線ハ互ニ平行ナリ.

問題386. 仝上. 二ツノ圓ノ共通切線ノ切點ヲ夫夫T, T'トス,然レバPTハQT'ニ,平行ニシテP'TハQ'T'ニ平行ナリ.

問題387. 仝上. 矩形$\overline{OP}\cdot\overline{OQ'}$及矩形$\overline{OP'}\cdot\overline{OQ}$ハ孰レモ矩形$\overline{OT}\cdot\overline{OT'}$ニ等シ.

問題388. 仝上. Oヲ過ル他ノ任意ノ直線ガ二ツノ圓ト交ル點ヲR, R'及S, S'トス,然ルトキハ四ツノ點P, Q', R, S'ハ同一圓周上ニ在リ,斯クノ如キ四ツノ點ハ幾組アリヤ.

第六編
圓ノ周及面積ノ計算

346. 定義一. 一定不易ノ大サヲ有スル量ヲ定量ト稱シ,其大サノ種々ニ變ズル量ヲ變量ト稱ス.

例ヘバ,三角形ノ三ツノ內角ノ和ハ定量ニシテ,其面積ハ變量ナリ.

又與ヘラレタル正方形ニ等シキ矩形ノ面積ハ定量ナリ,然レドモ其周ハ變量ナリ.

247. 定義二. 或ル變量ガ一ツノ定量ニ如何程ニテモ近ヅクコトヲ得ルモ決シテ之ニ等シクナルコトヲ得ザルトキハ,此定量ヲ名ケテ此變量ノ極限ト稱ス.

例ヘバ,正多角形ノ一ツノ內角ハ邊數ヲ增スニ從テ漸漸大キクナリ如何程ニテモ二直角ニ近ヅクコトヲ得然レドモ決シテ二直角ニ等シクナルコト能ハズ,即チ正多角形ノ邊數ヲ窮リ無ク多クスルトキ其一ツノ內角ノ極限ハ二直角ナリ.

例ヘバ又,一ツノ動點ガ一ツノ有限直線ABノ一端AヨリB點ニ向テ進ムニ,最初一時間ニ此半分ヲ進ミ,次ノ一時間ニハ殘リノ半分ヲ進ミ,次ノ一時間ニハ又其殘リノ半分ヲ進ミ,追テ斯クノ如ク進ムモノト假定セン,然ルトキハ時間ノ增スニ從テ動點ハ漸々B點ニ近ヅキ,時間ヲ窮リ無ク增セバ動點トB點ノ距離ハ如何程ニテモ小サクナルコトヲ得,然レドモ決シテ之ニ達スルコトヲ得ズ. 即チ窮リ無ク時間ヲ費ヤストキハ,動點ガ最初ヨリ步ミタル距離トABトノ差ハ如何程ニテモ小サクナルコトヲ得,然レドモ決シテ之ニ等シクナルコトヲ得ズ.

斯クノ如キ場合ニ於テ動點ガ最初ヨリ步ミタル距離ノ極限ハABノ長サニ等シト謂フ.

---

348. 定理一. (I) 圓ニ內接スル多角形ノ周ハ圓周ヨリ小ナリ.

(II) 圓ニ外接スル多角形ノ周ハ圓周ヨリ大ナリ.

(I)ハ直線ノ定義(5)ニヨリテ明ナリ.

(II)ハ次ノ公理ヨリ來ル.

公理. 圓外ノ一點ヨリ引ケル二ツノ切線ノ切點マデノ長サノ和ハ,二ツノ切點ノ間ノ弧ヨリ大ナリ.

349. 定理二. 一ツノ圓ニ內接及外接スル正多角形ノ邊ノ數ヲ限リナク增ストキハ此二ツノ多角形ノ周ノ極限ハ其圓周ナリ,又其面積ノ極限ハ圓ノ面積ナリ.

[此證明ハ初學者ニ取リテハ非常ニ困難ナリ,依テ之ヲ省ク]

---

350. 定理三. 二ツノ圓周ノ比ハ其半徑或ハ直徑ノ比ニ等シ.

[此定理ノ證明モ亦甚困難ナルヲ以テ之ヲ省ク]

注意. 此定理ハ又之ヲ次ノ如ク述ブ.

圓周ト半徑トハ比例ヲナス.

351. 系. 圓周ト直徑トノ比ハ如何ナル圓ニ就キテモ同一ナリ.

此比ヲぎりしや文字πヲ以テ表ハス,即チ圓周ヲC,半徑ヲRト名クレバ $\frac{C}{2R}=\pi$.

依テ又 $C=2\pi R,\quad R=\frac{C}{2\pi}$.

πヲ名ケテ圓周率ト稱ス.*

---

*圓周ト直徑トハ通約スベカラザル量ナリ(此證明ハ初等數學ノ範圍外ナリ)故ニπハ一ツノ不盡數ナリ.

圓周率ノ算出法

352. 圓ノ半徑ノ長サヲ知リテ其周ノ長サヲ求メンニハ,圓周率πノ値ヲ知ラザルベカラズ(351).今πノ値ヲ算スル一ッノ方法ヲ説カントス.

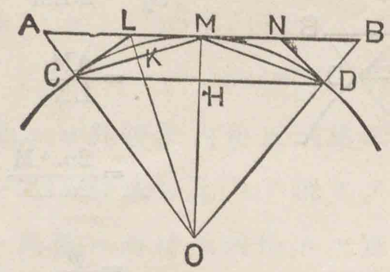
πノ値ハ如何ナル圓ニ就テモ同一ナル故或ル任意ノ圓ニ於テ其直徑ト周トノ長サヲ知レバ割リ算ニ依テπノ値ヲ求ムルコトヲ得. (351)

而シテ直徑ガ長サノ單位ニ等シキ圓ニ於テハ其周ノ長サヲ表ハスベキ數ハ即チπノ値ナリ,故ニ今πノ値ヲ求メントスルニ當リ斯クノ如キ圓ヲ取リテ此圓周ノ長サヲ算出スルヲ以テ簡便ナリトス,而シテ之ガ爲ニハ先ッ次ノ問題ヲ解クコトヲ要ス.

353. 一ッノ圓ニ於テ邊ノ數ガ同ジキ外接及內接正多角形ノ周ヲ表ハスベキ數ヲ知リテ邊ノ數ガ其二倍ナル外接及內接正多角形ノ周ヲ表ハスベキ數ヲ計算スルコト.

ABヲ中心Oナル圓ニ外接スルn邊ノ正多角形ノ一邊トシ,其切點ヲMトセヨ.

A及Bヲ中心Oニ結ビ付クル直線ガ圓周ト交ハル點ヲ夫々C,DトスレバCDハn邊ノ內接正多角形



ノ一邊ニシテ且ABニ平行ナリ.

(コレ生徒自ラ證明セヨ. 問題217ニ同ジ)

又CMハ$2n$邊ノ內接正多角形ノ一邊ナリ.

又C及Dニ於テノ切線ガABト交ル點ヲ夫々L,NトスレバLNハ$2n$邊ノ外接正多角形ノ一邊ナリ.

(是等ノ事モ亦生徒自ラ證明ヲナスベシ)

今與ヘラレタルn邊ノ外接及內接正多角形ノ周(即チ $n.\overline{AB}$ 及 $n.\overline{CD}$)ヲ表ハス數ヲ夫々p,qトシ,$2n$邊ノ外接及內接正多角形ノ周(即チ $2n.\overline{LN}$ 及 $2n.\overline{CM}$)ヲ表ハスベキ數ヲ夫々p',q'トセヨ.

p及qヲ知リテp'及q'ヲ計算セントス.

AB,CDハ互ニ平行ナルヲ以テ

$$\frac{AB}{CD}=\frac{OA}{OC}=\frac{OA}{OM}. \qquad (319)$$

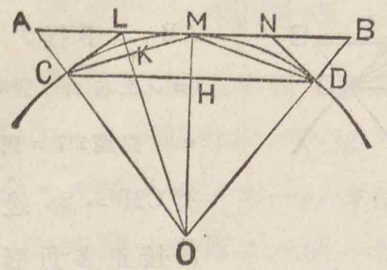
然ルニ
$$\frac{AB}{CD}=\frac{n.AB}{n.CD}=\frac{p}{q},$$

而シテOLハ角AOMヲ二等分スルヲ以テ

$$\frac{OA}{OM}=\frac{AL}{LM}. \qquad (312)$$

$$\therefore\ \frac{p}{q}=\frac{AL}{LM}.$$

$$\therefore\ \frac{p+q}{q}=\frac{AL+LM}{LM}=\frac{AM}{LM}. \qquad (301)$$



$$\therefore\ \frac{p+q}{2q}=\frac{\mathrm{AM}}{2.\mathrm{LM}}$$

$$=\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{LN}}$$

$$=\frac{2n.\mathrm{AM}}{2n.\mathrm{LN}}$$

$$=\frac{p}{p'}.$$

$$\therefore\ p'=\frac{2pq}{p+q}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{I})$$

コレ即チp'ノ値ヲ與フル所ノ公式ナリ.

次ニq'ヲ求ムベシ.

二ッノ三角形CMH, MLKハ等角ナルヲ以テ相似ナリ

$$\therefore\ \frac{\mathrm{CH}}{\mathrm{MK}}=\frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{ML}}.$$

$$\therefore\ \frac{2n.\mathrm{CH}}{4n.\mathrm{MK}}=\frac{2n.\mathrm{CM}}{4n.\mathrm{ML}},$$

即チ $\frac{n.\mathrm{CD}}{2n.\mathrm{CM}}=\frac{2n.\mathrm{CM}}{2n.\mathrm{LN}},$　即チ $\frac{q}{q'}=\frac{q'}{p'}$

$$\therefore\ q'=\sqrt{qp'}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{II})$$

(I)式ニヨリp'ノ値ヲ得ルヲ以テ此式ニヨリq'ノ値ヲ計算スルコトヲ得.

354. 直徑ノ長サガ1ノ圓ニ於テ其周ノ長サヲ表ハス數ハ即チπノ値ナリ(351).

偖直徑ノ長サ1ノ圓ニ於テ,之ニ外接,及内接スル正方形ノ周ノ長サハ 4 及 $2\sqrt{2}$ 即 2,8284271.... ナリ.

---

p'ハpトqトノ調和中項ニシテ,q'ハqトp'トノ比例中項ナリ.

故ニ前條ノ公式(I),(II)ニ於テ $p=4,\ q=2{,}8284271\ldots$ トスレバ　$p'=3{,}3137085\ldots\ldots$

$q'=3{,}0614675\ldots\ldots$

ヲ得,コレ外接及内接正八邊形ノ周ヲ表ハス數ナリ.コレヨリ公式I)及(II)ヲ續ケテ用フルコトニヨリ次第ニ此圓ニ外接及内接スル正十六邊形,正三十二邊形等追テ邊數二倍ノ正多角形ノ周ヲ計算スルコトヲ得.

其結果ハ下ノ表ノ如シ,但シ何レモ近算ナリ.

邊ノ數	外接正多角形ノ周	内接正多角形ノ周
4	4,0000000	2,8284271
8	3,3137085	3,0614675
16	3,1825979	3,1214452
32	3,1517249	3,1365485
64	3,1441184	3,1403312
128	3,1422236	3,1412773
256	3,1417504	3,1415138
612	3,1416321	3,1415729
2024	3,1416025	3,1415877
2048	3,1415951	3,1415914
4096	3,1415933	3,1415923
8192	3,1415928	3,1415926

而シテ圓周ハ常ニ其外接正多角形ノ周ヨリハ小ニシテ內接正多形角ノ周ヨリハ大ナリ. (348)

故ニ今前表ノ最後ノ列ニ就テ觀レバ直徑1ナル圓ノ周ヲ表ハスベキ數即チπノ値ハ

$$3{,}1415928>\pi>3{,}1415926.$$

故ニπノ値ハ小數第六位マデ正シク 3,141592 ナルコトヲ知ル.

注意 生徒ハπノ値ヲ小數第五六位マデ暗記スルコト必要ナリ.

又 $\frac{1}{\pi}=0{,}318309$ ......

此値モ亦之ヲ小數第五六位マデ暗記スレバ計算ニ當リ甚ダ便利ナリ.

問題389. 半徑3尺ノ圓ノ周ヲ計算スルコト.

問題390. 周圍2きろめーとるノ圓池アリ其直徑ヲ計算スルコト.

---

355. 定理四. 同ジ圓或ハ相等シキ圓ニ於テ中心角ノ比ハ其立ツ所ノ弧ノ比ニ等シ.

此定理ハ又之ヲ次ノ如ク述ブ

同ジ圓或ハ相等シキ圓ニ於テ中心角ト其弧トハ比例ヲナス.

〔此定理ノ證明ハ生徒自ラ試ムベシ. 第五編定理二(305)或ハ定理一四(329)ノ證明ニ傚ヘ〕

356. 系. 同ジ圓或ハ相等シキ圓ニ於ケル扇形ノ比ハ其弧或ハ角ノ比ニ等シ.

(問題391). 一ツノ圓ニ於テ8寸ノ弧ニ對スル中心角ハ30^{0}ナリ,然ラバ1尺ノ弧ニ對スル中心角ハ何度ナルカ. 又此圓周ノ長サヲ求ム.

(問題392). 任意ノ圓ニ於テ其半徑ノ長サト等シキ長サノ弧ニ對スル中心角ヲ計算スルコト.

---

357. 定理五. 圓ノ面積ヲ表ハス數ハ其半徑及周ヲ表ハス數ノ積ノ半分ニ等シ.

圓ノ半徑,周,及面積ヲ表ハス數ヲ夫々r, c, Sトス

レバ　$S=\frac{1}{2}cr$　ナルベシ.

證明. 與ヘラレタル圓ニ任意ノ正多角形ヲ外接セヨ. 然レバ其面積ハ其周ト圓ノ半徑トノ包ム矩形ノ半分ニ等シ.　(問題253)

依テ此正多角形ノ周及面積ヲ表ハス數ヲ夫々 p, m トスレバ　$m=\frac{1}{2}pr.$

今此外接多角形ノ邊ノ數ヲ次第ニ二倍スレバ其邊ノ數ガ窮リナク多クナリテ p ノ極限ハ圓ノ周ヲ表ハス數 c ニシテ, m ノ極限ハ圓ノ面積ヲ表ハス數 S ナリ.　(349)

故ニ極限ニ至リ　$S=\frac{1}{2}cr$　ナリ.

358. 系一.　$S=\pi r^2.$

359. 系二. 圓ノ面積ノ比ハ半徑ノ二乘比ナリ.

或ハ之ヲ次ノ如ク述ブ.

圓ノ面積ハ半徑ノ平方ニ比例ス.

360. 系三. 半徑ノ長サァナル圓ノ扇形ノ面積ヲ表ハス數ヲ S トシ其弧ノ長サヲ l トスレバ

$$S=\frac{1}{2}lr.$$

問題393. 半徑 3 尺ノ圓ノ面積ヲ求ムルコト.

問題934. 半徑 1 めーとるノ圓ニ於テ 30° ノ角ヲ有スル扇形ノ面積ヲ求ムルコト.

第六編ノ問題

問題395. 半徑 1 めーとるノ圓ニ於テ 45° ノ中心角ニ對スル弧ノ長サヲ求ムルコト.

問題396. 直徑 1 尺ノ圓ノ周及面積ヲ求ムルコト.

(**問題397.**) 圓周ノ長サヲ知リ半徑ヲ見出サズシテ直チニ其面積ヲ求ムル公式ヲ作ルコト.

問題398. 周圍 360 間ノ圓池アリ, 其直徑幷ニ面積ヲ求ムルコト.

問題399. 正三角形ノ外接圓ノ面積ハ其內接圓ノ面積ノ四倍ナリ.

正三角形ノ邊ノ長サガ 2 尺ナルトキハ, 其內接圓ノ面積何程.

問題400. 與ヘラレタル二ツノ圓ノ和或ハ差ニ等シキ圓ヲ書クコト.

終

附　　　錄

I. 不盡數ニ就テ.

284條(238ページ)ニ於テ說キタル如ク或ル量AガＡ同ジ種類ノ他ノ量Bト互ニ公度ヲ有セザルトキハ,如何ニ大ナル任意ノ完全數nヲ取リテBヲn個ニ等分スルモAハ此一部分ノ何倍カニハ等シカラズシテ其m倍ヨリハ大ニシテ$m+1$倍ヨリハ小ナリ.

即チ　$\frac{m}{n}B<A<\frac{m+1}{n}B$ ……………………(1)

而シテ二ツノ量$\frac{m}{n}B$ト$\frac{m+1}{n}B$トノ差ハBノ$\frac{1}{n}$ニ等シキ故,nヲ大キクナスニ從テ其差ハ小サクナリテ,nヲ充分大キク取レバ此差ヲ如何ナル小サキ量ヨリモ尙小サクスルヿヲ得,從テ$\frac{m}{n}B$トAトノ差モ$\frac{m+1}{n}B$トAトノ差モ如何ヤウニモ小サクスルコトヲ得.故ニBヲ單位トスルトキ二ツノ量$\frac{m}{n}B$,$\frac{m+1}{n}B$ヲ表ハス所ノ二ツノ分數$\frac{m}{n}$及ビ$\frac{m+1}{n}$ハ,nヲ限リナク大キクナセバ次第ニ或ル同一ノ極限(347條ヲ見ヨ)ニ近ヅクベシ,此極限ヲ名ケテBヲ單位トスルトキAヲ表ハス所ノ**不盡數**ト稱ス.　即チ此不盡數ヲrト名クレバ　$\frac{m}{n}<r<\frac{m+1}{n}$ …………………………(2)

$\frac{m}{n}$ナル分數ヲ不盡數rノ**不足ナル近似數**ト稱シ,$\frac{m+1}{n}$ヲ其**過剰ナル近似數**ト稱ス.

注意. B ニ不盡數 r ヲ掛クルトハ n ノ値如何ニ拘ラズ(1)式ニ適スル A トイフ量ヲ求ムルコナリ.

II. 第四編ノ定理七 (287條) ニ於テ r ガ不盡數ナルトキノ證明.

r ノ不足ナル近似數ヲ $\frac{m}{n}$ トシ,其過剰ナル近似數ヲ $\frac{m+1}{n}$ トセヨ. (附錄 I)

即チ $$\frac{m}{n} < r < \frac{m+1}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\therefore \frac{m}{n}B < rB < \frac{m+1}{n}B$$ (附錄Iノ注意ヲ見ヨ)

然ルニ $$A = rB.$$ (假設)

$$\therefore \frac{m}{n}B < A < \frac{m+1}{n}B$$

$$\therefore \frac{m}{n} < \frac{A}{B} < \frac{m+1}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1) 及 (2) ニ由テ觀レバ, n ノ値如何ニ拘ラズ r ト $\frac{A}{B}$ トハ常ニ二ツノ分數 $\frac{m}{n}$ ト $\frac{m+1}{n}$ トノ間ニ在ル所ノ數ナリ. 而シテ此二ツノ分數ノ差ハ $\frac{1}{n}$ ナルヲ以テ n ヲ充分大キク取ルコトニヨリ此差ヲ如何程ニテモ零ニ近ヅカシムルコトヲ得.

然ルニ r ト $\frac{A}{B}$ トノ差ハ $\frac{1}{n}$ ヨリ小ニシテ且共ニ一定ナルモノナル故其差モ亦一定ニシテ n ノ値ニ由テ變ルモノニアラズ,故ニ其差ハ嚴密ニ零ナリ

$$\therefore \frac{A}{B} = r.$$

III. 第五編ノ定理二 (305條) ニ於テ比ガ不盡數ナルトキノ證明.

AX ト XB トガ通約スベカラザルトキハ, XB ヲ n 個(n ハ任意ノ完全數)ニ等分シ其一部分ヲ單位トシテ AX ヲ計ルベシ. 然レバ AX ハ此一部分ヲ m 個ト尚ソレヨリモ小ナル部分トヲ含ムベシ.

即チ $$\frac{m}{n} < \frac{AX}{XB} < \frac{m+1}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

今 AB ヲ分チタル總テノ分點ヲ過リ BC ニ平行線ヲ引キ AC ト交ラシメヨ.

然レバ YC ハ n 個ニ等分セラレ, AY ハ其一部分ヲ m 個ト尚ソレヨリモ小ナル部分トヲ含ムベシ.

即チ $$\frac{m}{n} < \frac{AY}{YC} < \frac{m+1}{n} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)及ビ(2)ニ由テ觀レバ n ノ値如何ニ拘ラズ二ツノ比 $\frac{AX}{XB}$, $\frac{AY}{YC}$ ハ常ニ二ツノ分數 $\frac{m}{n}$ ト $\frac{m+1}{n}$ トノ間ニ在リ, 而シテ此二ツノ分數ノ差ハ $\frac{1}{n}$ ナルヲ以テ n ヲ充分大キク取ルコトニヨリ此差ヲ如何程ニテモ零ニ近ヅカシムルコトヲ得.

然ルニ $\frac{AX}{XB}$ ト $\frac{AY}{YC}$ トノ差ハ常ニ $\frac{1}{n}$ ヨリ小ナリ,而シテ此二ツノ比ハ共ニ一定ナルモノ故其差モ亦一定ニシテ n ノ値ニ由テ變ルモノニアラズ,故ニ其差ハ嚴密ニ零ナリ $\therefore \frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}.$

IV. 第五編定理一四（329條）ニ於テ比ガ不盡數ナルトキノ證明.

BトB'トガ通約スベカラザルトキハB'ヲn個（nハ任意ノ完全數）ニ等分シ其一部分ヲ單位トシテBヲ計ルベシ. 然レバBハ此一部分ヲm個ト尙ソレヨリモ小ナル部分トヲ含ムベシ.

即チ $$\frac{m}{n}<\frac{B}{B'}<\frac{m+1}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

今B及ビB'ヲ分チタル總テノ分點ヲ過リ各其底邊ニ垂線ヲ引ケ. 然レバ乙ハn個ノ相等シキ矩形ニ分タレ,甲ハ其一部分ニ等シキ矩形ヲm個ト尙ソレヨリモ小ナル矩形トヲ含ムベシ.

$$\therefore \quad \frac{m}{n}<\frac{甲}{乙}<\frac{m+1}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)及ビ(2)ニ由テ觀レバ,nノ値如何ニ拘ラズ二ツノ比 $\frac{甲}{乙}$, $\frac{B}{B'}$ハ常ニ二ツノ分數$\frac{m}{n}$ト$\frac{m+1}{n}$トノ間ニ在リ. 而シテ此二ツノ分數ノ差ハ$\frac{1}{n}$ナルヲ以テnヲ充分大キク取ルコトニヨリ此差ヲ如何程ニテモ零ニ近ヅカシムルコトヲ得.

然ルニ$\frac{甲}{乙}$ト$\frac{B}{B'}$トノ差ハ常ニ$\frac{1}{n}$ヨリ小ナリ,而シテ此二ツノ比ハ共ニ一定ノモノナル故其差モ亦一定ニシテnノ値ニ由テ變ルモノニアラズ,故ニ其差ハ嚴密ニ零ナリ. $\therefore \ \frac{甲}{乙}=\frac{B}{B'}$. （終）

發賣書肆 東京市神田區小川町十三番地 大野書店

印刷者 東京市神田區錦町三丁目廿五番地熊田活版所 熊田宜遜

代表者 平岡寛

發行者 東京市神田區裏神保町一番地 合資會社 敬業社

著作者 白井傳三郎

明治三十八年三月三十日五版發行
明治三十七年二月五日四版印刷發行
明治三十六年三月二十五日三版印刷發行
明治三十五年五月三日發行
明治三十五年四月三十日訂正再版印刷
明治三十五年二月三日發行
明治三十五年一月二十九日印刷

正價金七拾五錢

問題ト通解ニヨツテ早見表ヲ作レバ下ノ如シ

This Book ノ問題ノ並デハ少要ナキモノニ訂考スレバ直ヲ知ルモノ

問題	通解	問題	通解	問題	通解	問題	通解	問題	通解		通解		通解
1	= 1.												
3	7.												
4	= 8.												
9	= 4.												
10	5												
11	= 4ニ同												
12	= 10.												
13	= 15.												
14	= 17.												
15	16.												